

El sistema musical pitagórico y la proporción áurea en la Arquitectura

EL ERECTEIÓN

El objetivo de este estudio analiza las interrelaciones entre la música, la proporción áurea y la arquitectura helénica, aplicado al Erecteión. Al establecer las ligazones existentes entre ambas manifestaciones artísticas actualizamos la máxima de Spengler que vinculaba el arte de las matemáticas con la música y las artes plásticas. Al mismo tiempo hemos elaborado de manera completa el desarrollo matemático de la proporción áurea.

Francisco Hidalgo Delgado

Arquitecto Técnico

Profesor de la Universidad Politécnica de Valencia

Francisco Carlos Bueno Camejo

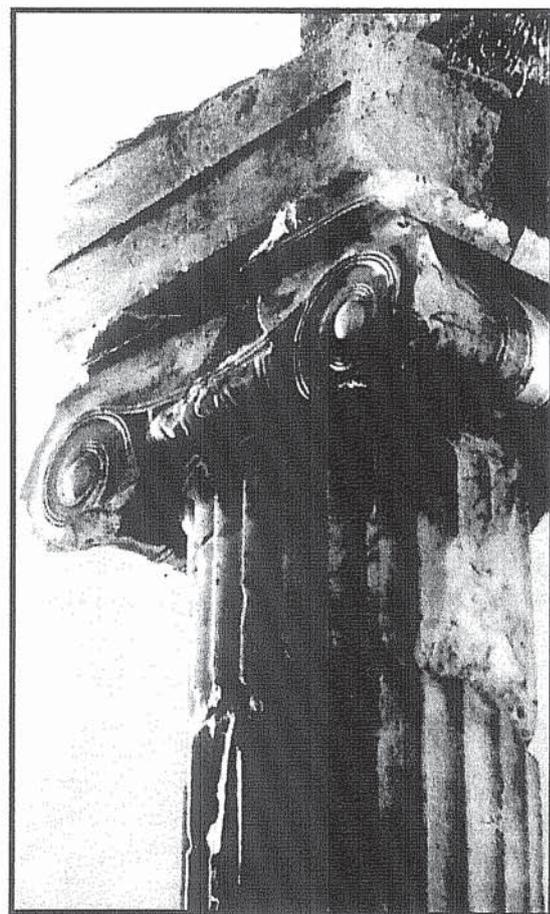
Licenciado en Geografía e Historia

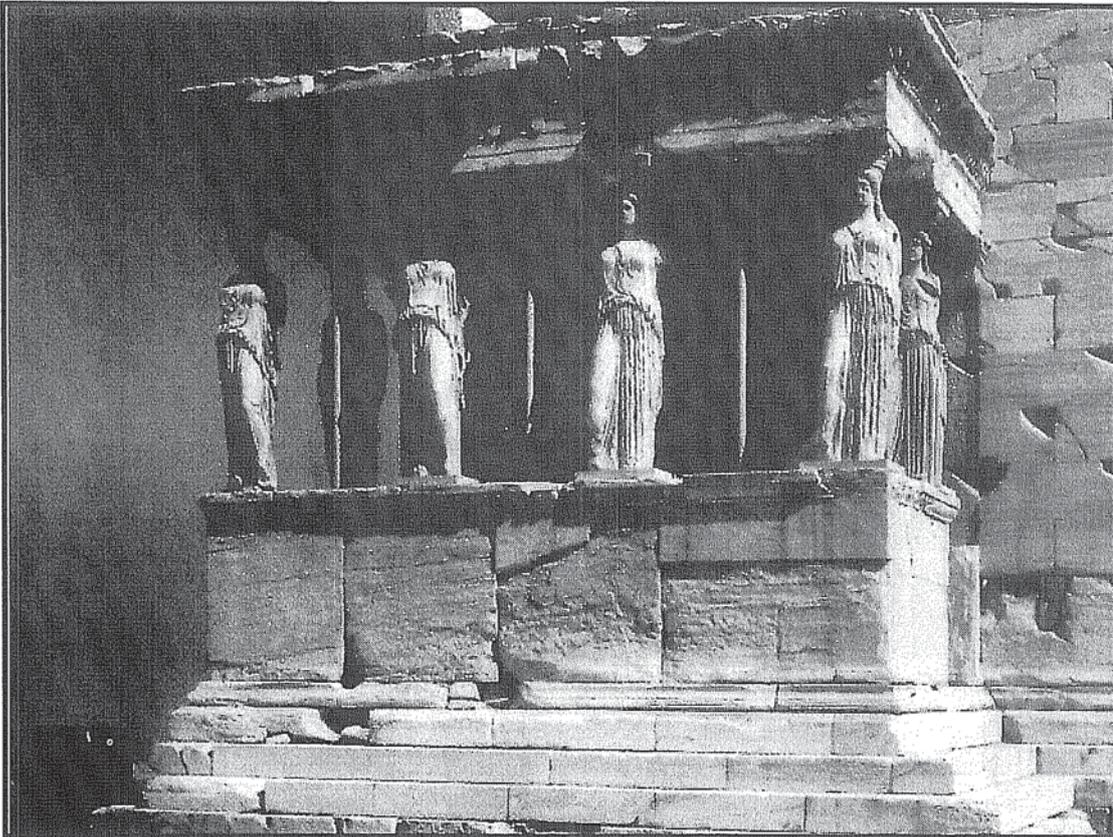
Doctor en Filosofía- Área de Estética

Profesor de la Universitat de València

Tanto Pitágoras de Samos cuanto la escuela por él fundada en Crotona, en la segunda mitad del siglo VI a.c., aproximadamente, —y, en general, la colonias dóricas coetáneas de la Magna Grecia, núcleo primigenio del *hinterland* pitagórico—, estaban convencidos de los movimientos regulares y ordenados de los cuerpos celestes. De manera que existía una general **consonancia** de todo el universo que estaría continuamente produciendo una *sinfonía cósmica*, la *música de las esferas*. Una sinfonía permanente y, por lo tanto, imperceptible. Esta noción pitagórica es preservada por Boecio en los albores de la Alta Edad Media. En *De institutione música*, Boecio alude a esa música del universo, inaudible, que él calificó como *música mundana* para distinguirla de la *música humana* o del ánimo, y de la *música instrumental*. El orden y la regularidad, que componen la belleza, se convirtieron en axiomáticos para la estética de la Antigüedad Clásica, como lo fue luego la **consonancia** la naturaleza en el orbe medieval.

La idea de la **consonancia** cosmológica descansa sobre la regularidad matemática de la acústica. Partiendo de sus experiencias con el monocordio o actual sonómetro, Pitágoras y sus discípulos establecieron el orden de aparición y la subordinación de los intervalos musicales. Tal jerarquía estaba basada





en la **resonancia**. La emisión natural de un sonido no se produce de manera aislada, en estado puro; sino que es acompañada por un cortejo de sonidos armónicos accesorios, convertidos en auténticos satélites que gravitan en su derredor, siempre a distancias constantes. El cortejo de armónicos, en sus primeros intervalos ascendentes son, por éste orden, la octava, la quinta, la cuarta, la tercera mayor y la tercera menor. El proceso de asignar una simple relación numérica a un intervalo determinado era atribuida en la antigüedad, entre otros, al pitagórico Hípaso de Metaponto¹.

La relación numérica de los intervalos parte del sonido fundamental (1), seguido de su octava ascendente (2), la quinta (3), la cuarta (4), la tercera mayor (5), la tercera menor (6), etc... Estas relaciones numéricas corresponden a las longitudes de la cuerda vibrante del monocordio. La razón 1:2 produce la octava; de 2:3, la quinta; de 3:4, la cuarta, ... Los intervalos de octava, quinta y cuarta, los primeros en el orden jerárquico, eran considerados consonantes para los pitagóricos². Ello guarda relación con la importancia de la Tetracto, invocada en el juramento de los pitagóricos. La Tetracto era la sucesión de los cuatro primeros números, 1, 2, 3, 4, considerada como sucesión y como conjunto. Era por consiguiente: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$. La Tetracto reunía las cualidades trascendentes de la decena, número simbólico del universo, y las cualidades dinámicas del crecimiento triangular:

1
1 1
1 1 1
1 1 1 1

El acorde considerado *armonioso* era do-sol-do, compuesto por un intervalo de quinta y de cuarta ascendente. La escala pitagórica está construida sobre una serie de quintas justas, inversiones de las cuartas, de persuasivo primitivismo:

*"le plus simplement du monde, et pourrait-on dire le plus logiquement, sur un système de quintes, intervalles générateurs par excellence, dont toutes les "oreilles", en tout temps et en tout pays, subissent l'eloquence persuasive: par la série des quintes justes (ou des quartes, leurs renversements), on voit apparaître en effet tous les sons du Diatonique universel!"*³

De acuerdo con el pensamiento pitagórico, la música, la escultura y la arquitectura responden a la misma unidad de proporciones que respetan la **consonancia** del universo. La proporción áurea, que en adelante denominaremos con el signo Φ , representa la relación de la división de un segmento rectilíneo, como la misma cuerda del sonómetro, en dos partes asimétricas. Esta división observa la siguiente proporción: la relación entre la parte menor y la mayor es igual a la relación entre la mayor y la suma de las dos. De esta manera se resuelve el problema ya planteado por Euclides, *división de una recta en*

media y extrema razón. En las esculturas de Fidias, y en general, de la época clásica, la proporción áurea tiene una correspondencia musical. En las proporciones de la escultura masculina, la relación entre la altura total del cuerpo con la distancia desde el ombligo a los pies es de 13/8 y en la escultura femenina es de 8/5. De acuerdo con Zeysing, la relación de la escultura masculina corresponde al acorde de tercera mayor y la proporción de la escultura femenina al acorde de tercera menor⁴. Teniendo en cuenta que en la música griega se estableció toda la teoría de las consonancias y de los modos sobre la escala dórica⁵, la escultura masculina es equiparable al modo Lidio, del que nacería nuestro actual modo mayor. Por el contrario, la escultura femenina es equiparable al modo Hipodórico, fundamento de nuestro modo menor. En arquitectura la relación de la sección áurea sería equiparable también al modo Hipodórico.

El problema euclidiano demuestra que cualquier

división de un segmento rectilíneo en media y extrema razón da como resultado 1.618, valor de la proporción áurea.

Es decir, sólo un punto "C" entre A y B que satisfaga la condición expuesta, y por tanto, sólo existe un valor numérico correspondiente a esta relación, 1,618.

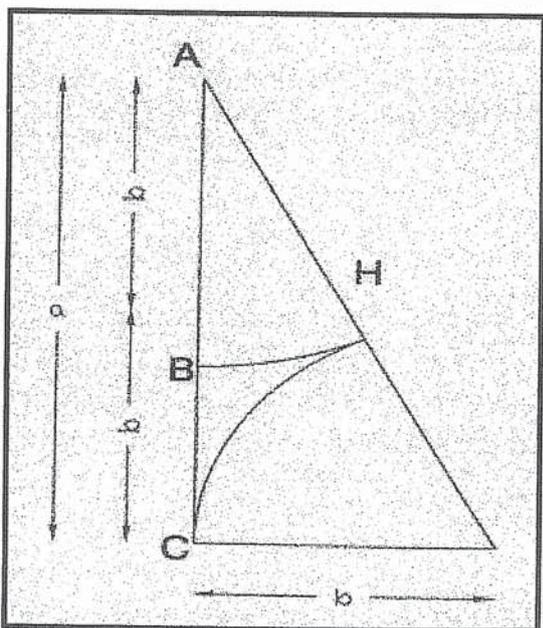
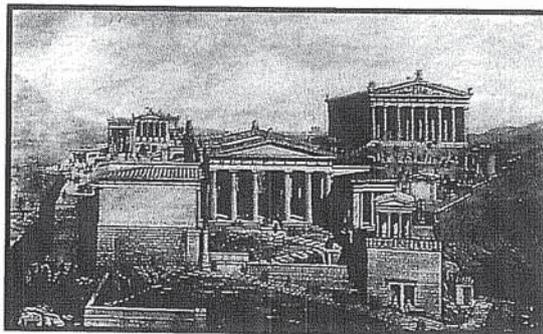
$$\begin{aligned} AC/AB &= 2b/b(\sqrt{5}-1) = 2\sqrt{5}-1 = 1,618 = AC/AB \\ H &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ H - b &= AB \\ \sqrt{a^2 + b^2} - b &= \sqrt{4b^2 + b^2} - b = \sqrt{5b^2} - b = b\sqrt{5} - b = \boxed{b(\sqrt{5} - 1) = AB} \\ AB/BC &= b(\sqrt{5} - 1) / 2b - AB = b(\sqrt{5} - 1) / 2b - (b(\sqrt{5} - 1)) = \\ &= b\sqrt{5} - b / 2b - b\sqrt{5} + b = \sqrt{5} - 1 / 3 - \sqrt{5} = 1,236 / 0,764 = \\ &= 1,618 \end{aligned}$$

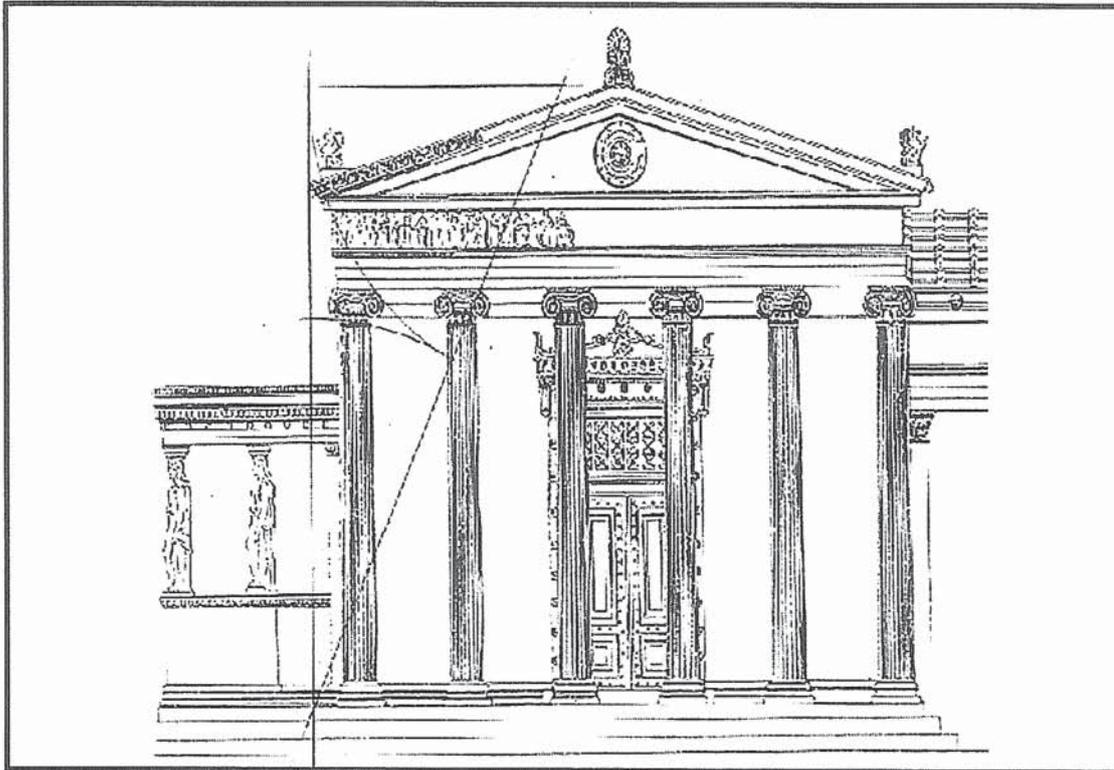
↓
3b - b√5

Así se obtiene la *divina proportione* denominada por Paccioli, o sección divina, mencionada por Kepler, o la sección áurea de Leonardo da Vinci. Mark Barr y Schooling lo bautizaron con el signo Φ .

En 1855, Zeysing denominó a esta relación *ley de las proporciones (Proportional Gesetz)* y demostró su cumplimiento en el Partenón.

Nuestro estudio aplica la sección áurea al Erecteión. Situado en la Acrópolis ateniense, su construcción fue iniciada en el año 421 a. C., paralizada luego durante la guerra de Sicilia y reemprendida posteriormente en los años 409-407⁶. Es un edificio anómalo, estando definido en sus masas por los desniveles del terreno y por especiales circunstancias de culto. La planta rectangular mide 13 x 24'78 m. Sobre su frente oriental posee un pronaos con seis columnas jónicas, a través del cual se accede a la *cella* dedicada a Atenea Pollias. Ésta ocupa aproximadamente la mitad de la profundidad del edificio completo. El pórtico septentrional, más profundo, con cuatro columnas jónicas de frente y dos de lado, permite el acceso a la *cella* de Poseidón Erecteo; así como a un ámbito a cielo abierto (culto del rayo). Éste último se encuentra detrás de la fachada oeste, cuyas columnas jónicas se alzan sobre un muro de unos 3 metros de altura aproximadamente, con objeto de superar el desnivel, y donde ya existían el culto de Pandros y la tumba de Cecrops⁷. A este patio a cielo abierto está adosada, sobre el lado meridional, la tribuna de las Cariátides. Se trata de un baldaquino con función de *belvedere* sostenido por seis robustas figuras femeninas vestidas con peplo y que sostienen una pátera, que encierra una parte de la tumba de Cecrops. Su alto zócalo disimula la escalera que conduce a la cripta. ♦





Aplicación de la sección áurea (fachada oriental) Templo del Erecteión (421-407 a.C.)

NOTAS

- ¹ **Comotti, G.:** *La música en la cultura griega y romana.* Edit. Turner Música, Col. Historia de la Música, vol I. Madrid, 1986, p. 25
- ² **Ghyka, M. C.:** *El número de oro, Vol I: Los ritmos.* Edit. Poseidón, Barcelona, 1978, p. 36.
- ³ **Emmanuel, M. C.:** *Grèce (Art Gréco-Romain).* Encyclopédie de la Musique et Dictionnaire du Conservatoire, Paris, 1911, p.455
- ⁴ **Ghyka, M. C.:** *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes.* Edit. Poseidón, Barcelona, 1983, pp. 44-46
- ⁵ **Riemann, H.:** *Elementos de Estética Musical.* Edit. Daniel Jorro, Madrid, 1914, p.144
- ⁶ **Bianchi Bandinelli, R. y Paribeni, E.:** *El arte de la antigüedad clásica: Grecia.* Edit. Akal, col. Arte y Estética, nº 50, Madrid, 1998, p. 69
- ⁷ *Ibidem*

AGRADECIMIENTOS

MEDINA, R. F.J. Departamento de Construcciones Arquitectónicas. Universidad Politécnica de Valencia.
RAGA, LL. R. Departamento de Expresión Gráfica Arquitectónica. Universidad Politécnica de Valencia.
SOLER, S. F. Departamento de Expresión Gráfica Arquitectónica. Universidad Politécnica de Valencia.

BIBLIOGRAFÍA

- Araujo, I.:** *La forma arquitectónica.* Eunsa. Edic. Universidad de Navarra, Pamplona, 1976.
- Bianchi Bandinelli, R. y Paribeni, E.:** *El arte de la antigüedad clásica: Grecia.* Edit. Akal, col. Arte y Estética, nº 50, Barcelona, 1998.
- Cattoi, B.:** *Apuntes de acústica y escalas exóticas.* Edit. Ricordi. Buenos Aires, 1953.
- Comotti, M. C.:** *La música en la cultura griega y romana.* Edit. Turner Música, col. Historia de la Música, vol. I, Madrid, 1986.
- Emmanuel, M. C.:** *Grèce (Art Gréco-Romain).* Encyclopédie de la Musique et Dictionnaire du Conservatoire, Paris, 1911.
- Ghyka, M. C.:** *El número de oro.* Edit. Poseidón, Barcelona, 1978.
- Ghyka, M. C.:** *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes.* Edit. Poseidón, Barcelona, 1983.
- Riemann, H.:** *Elementos de estética musical.* Edit. Daniel Jorro, Madrid, 1914.
- Robertson, D. S.:** *Arquitectura griega y romana.* Edic. Cátedra, Madrid, 1983.