

## Control Basado en Eventos de Sistemas de Primer Orden Con Retardo

Ángel Ruiz<sup>a,\*</sup>, Jorge E. Jiménez<sup>a</sup>, José Sánchez<sup>b</sup>, Sebastián Dormido<sup>b</sup>

<sup>a</sup>. Departamento de Informática y Análisis Numérico, Universidad de Córdoba, Campus de Rabanales, Edificio Leonardo Da Vinci, Córdoba, España

<sup>b</sup>. Departamento de Informática y Automática, ETSI Informática, UNED, C/ Juan del Rosal 16, 28040 Madrid España.

### Resumen

La teoría de control PID en su vertiente discreta, apoyándose en una gestión periódica de los muestreos (eventos planificados en tiempo) se considera un área madura dentro del paradigma del control automático. Por el contrario, la planificación por eventos deriva, casi inevitablemente, en muestreos asíncronos planteando, problemas adicionales que necesitan ser caracterizados y estudiados. Bajo este escenario, aspectos como la sintonía de los controladores y las condiciones para la estabilidad global o la ausencia de ciclos límite siguen siendo temas que todavía están lejos de ser completamente resueltos. Con el trabajo actual se presenta un nuevo esquema de muestreo y control basado en eventos para sistemas de primer orden con retardo para el que se han analizado los aspectos anteriores. El esquema se basa en el Predictor de Smith para la compensación de los retardos, y en el algoritmo de muestreo SSOD (Symmetric Send-On-Delta) para la generación de los eventos. En base a este esquema, se desarrolla el análisis de estabilidad y se propone una metodología de sintonía con una interpretación intuitiva y eficaz. Copyright © 2013 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

**Palabras Clave:** Sistemas por eventos, Control PID, Sintonía, Sistemas de primer orden.

### 1. Introducción

Dentro del paradigma del control automático, las estrategias basadas en eventos se presentan como una solución futura para flexibilizar los requisitos del control de procesos. La creciente escala y descentralización de los procesos actuales, así como el carácter heterogéneo de las comunicaciones implicadas, está motivando nuevas demandas tecnológicas (Zampieri, 2008). Especialmente durante la última década, las aplicaciones apoyadas en sistemas de control en red, del inglés, *Networked Control Systems* (NCS), han centrado el interés de numerosos investigadores. Estas aplicaciones se caracterizan por un intercambio masivo de información entre dispositivos distribuidos que, en muchos casos, están alimentados por baterías (Anastasi et al., 2009, Yarvis and Zorzi, 2008). En esta clase de arquitecturas, las limitaciones de energía y de ancho de banda son manifiestas y por tanto, la reducción de la carga de tráfico es un aspecto clave (Sánchez et al., 2011). Un incremento innecesario del tráfico, no solo aumenta la utilización de las CPU y el número de comunicaciones, y consecuentemente el consumo global, sino que, a su vez, eleva las probabilidades de pérdida de datos y de experimentar retardos estocásticos, dificultando el desarrollo de la estrategia de control (Sánchez et al., 2011, Sandee et al., 2005). En este contexto, los enfoques basados en eventos se orientan

hacia la compensación de tales desventajas, proporcionando mecanismos para el uso oportuno de los recursos del sistema y los canales de información (Åström, 2008, Cervin and Åström, 2007, Miskowicz, 2006, Otanez et al., 2002).

Gran parte del éxito de los controladores PID con muestreo periódico (basados en tiempo) radica en el hecho de que son capaces de proporcionar un rendimiento satisfactorio en muchos procesos con un diseño relativamente sencillo, lo que en cierta medida viene propiciado por el gran número de reglas de sintonía disponibles (O'Dwyer, 2006). En los enfoques basados en eventos, los muestreos y las acciones de control son tareas asíncronas o esporádicas que dependen de las condiciones de evento y, por lo tanto, el análisis del sistema de control y el estudio de la sintonía plantea más desafíos que el gobernado con muestreo periódico (enfoques planificados en tiempo) (Dormido et al., 2008, Heemels et al., 2007, Henningsson et al., 2008). Adicionalmente, las condiciones de evento pueden ser definidas de diferentes formas (Heemels et al., 2007, Lehmann and Lunze, 2011, Sánchez et al., 2009a, Soo, 2007) e incluirse en cualquiera de los agentes que intervienen en el lazo de control obteniendo diferentes dinámicas y arquitecturas (Åström, 2008, Vasyutynskyy and Kabitzsh, 2010). En este contexto, el algoritmo de muestreo más comúnmente empleado es el *Send-On-Delta* (SOD) (Miskowicz, 2006, Sánchez et al., 2009b) (también

\* Autor en correspondencia.

Correos electrónicos: [aruiz@uco.es](mailto:aruiz@uco.es) (A. Ruiz), [jjimenez@uco.es](mailto:jjimenez@uco.es) (J. E. Jiménez), [jsanchez@dia.uned.es](mailto:jsanchez@dia.uned.es) (J. Sánchez), [sdormido@dia.uned.es](mailto:sdormido@dia.uned.es) (S. Dormido)

conocido como muestreo por cruce de nivel (Kofman and Braslavsky, 2006) o muestreo de banda muerta (Vasyutynskyy and Miskowicz, 2007)) y el controlador más analizado es el algoritmo PID (Sánchez et al., 2011). En un esquema de muestreo SOD, la variable medida por el sensor es muestreada y enviada al controlador cuando esta supera un umbral predefinido (delta) que corresponde a su condición de evento (Sánchez et al., 2009a).

Los enfoques basados en eventos con control PID han sido tratados por numerosos investigadores durante los últimos años. En algunos trabajos se considera un esquema en el que el algoritmo de control es tratado como un PID con periodo de muestreo variable que desarrolla una acción de control cada vez que una nueva muestra está disponible. En estos casos, las estrategias de muestreo por eventos con la técnica SOD se aplican sobre la salida del sistema (Årzén, 1999, Sánchez et al., 2011, Vasyutynskyy and Miskowicz, 2007, Vasyutynskyy and Kabitzsch, 2006, Vasyutynskyy and Kabitzsch, 2007, Vasyutynskyy et al., 2008) o sobre la señal de error de control (Durand and Marchand, 2009, Pawlowski et al., 2008). En otros casos similares, la señal de salida del controlador no solo reacciona ante nuevas muestras sino que evoluciona entre ellas con un periodo de muestreo regular (Beschi et al., 2011a, Kofman and Braslavsky, 2006, Vasyutynskyy and Kabitzsch, 2009). El trabajo actual se ha centrado en esta situación, siendo el error de control muestreado por eventos. En otros enfoques, el estado del sistema y el error se miden continuamente por el sensor y el controlador PID genera las acciones de control por eventos, disponiendo condiciones de evento independientes para las acciones proporcional, integral y derivativa, y siendo el error de control la señal que se mide para evaluarlas (Beschi et al., 2011b, Beschi et al., 2012, Rabi and Johansson, 2008). En cualquier caso, los muestreos y las acciones de control dependen de la evolución de las señales, lo que afecta a la calidad de control, pudiendo aparecer fenómenos como los ciclos límite (Cervin and Åström, 2007, Vasyutynskyy et al., 2008). Por esta razón, aspectos como la sintonía del controlador y las condiciones para la estabilidad global del sistema y para la ausencia de ciclos límite son temas que todavía están lejos de ser completamente resueltos (Hespanha et al., 2007, Sánchez et al., 2011). En particular, la cuestión de la sintonía del controlador no ha sido debidamente analizada todavía. Sólo en (Beschi et al., 2011a) se ha abordado la obtención de condiciones sobre el controlador PI que eviten los ciclos límites. Las condiciones obtenidas evitan la aparición de este fenómeno pero, a su vez, plantean una restricción sobre la sintonía que afecta al rendimiento global del sistema.

En este trabajo se propone un nuevo esquema basado en eventos con control PI para procesos de primer orden con retardo, del inglés *First-Order-Plus-Time-Delay* (FOPTD), que previene la aparición de ciclos límite como consecuencia del retardo del proceso con independencia de los parámetros de sintonía. La arquitectura propuesta para el lazo resulta esencial para el diseño de una metodología de sintonía de fácil uso y con una interpretación intuitiva y eficaz. El esquema se construye a partir de la estructura típica del Predictor de Smith en conjunción con un esquema de muestreo por eventos SSOD (*Symmetric-Send-On-Delta*) presentando en (Beschi et al., 2011a) y un controlador adaptativo que actúa con muestreo periódico. El Predictor de Smith resulta clave para la prevención de los ciclos límites, el algoritmo SSOD para la generación de eventos de muestreo sobre la señal de error y el controlador para la reducción del error en estado estacionario. A pesar de que el esquema de muestreo SOD es el más empleado en la literatura, el esquema SSOD aplicado

sobre el error de control presenta ciertas ventajas con respecto al primero, fundamentalmente en el seguimiento de referencias. Además del diseño del esquema, se ha desarrollado el análisis de estabilidad del sistema proporcionando condiciones suficientes para la existencia de un punto de equilibrio sin ciclos límite alrededor de la referencia para procesos FOPTD, y se proponen mecanismos para compensar los errores de modelado.

Este artículo se organiza como sigue. En la sección 2 se presenta la nueva arquitectura de control basado en eventos. La estabilidad y la ausencia de ciclos límites con el esquema propuesto se demuestran en la sección 3. En las secciones 4, 5 y 6 se explican la metodología de sintonía, el algoritmo para la estimación de perturbaciones, y los mecanismos para la compensación de incertidumbre, respectivamente. Para concluir, se presentan los resultados de simulación en la sección 7 y las conclusiones en la sección 8.

## 2. Arquitectura de control

La arquitectura del esquema de control basado en eventos se compone de tres unidades básicas; la unidad del sensor, la del controlador y actuador, y la unidad de predicción (Figura 1).

### 2.1. La unidad del sensor

La primera unidad es el sensor, que puede corresponder con un *smart-sensor* con lógica integrada. La función de este bloque es la de medir el error de control y muestrearlo por eventos. En este trabajo se ha considerado el algoritmo de muestreo por eventos SSOD que fue introducido en (Beschi et al., 2011a). Según este algoritmo, si se llama  $e(t)$  al error instantáneo y  $e^*(t)$  a la muestra del error enviada al controlador, la relación entre ambas señales se define como un múltiplo entero de un umbral predefinido  $\Delta$ , es decir,  $e^*(t) = j\Delta$  tal que  $j \in \mathbb{Z}$  y siendo  $j$  el estado del bloque SSOD. La Figura 2 muestra la relación entre  $e(t)$  y  $e^*(t)$ . La gestión por eventos la desarrolla el bloque SSOD y puede considerarse como una generalización del relé con histéresis donde, el error muestreado cambia al valor de cuantización superior cuando la señal  $e(t)$  se incrementa por encima de  $\Delta$  o al inferior, cuando se decreta por debajo. La ventaja fundamental de la técnica SSOD frente a la técnica estándar SOD es que la primera siempre considera el valor del nivel de cuantización del error cero ( $e^*(t) = 0$ ), mientras que en la segunda puede asumirse un error inicial, lo que dificulta en algunos casos, alcanzar el error cero. Así pues, esta característica de la técnica SSOD ayuda a prevenir la aparición de ciclos límite como consecuencia de una baja cuantización del error.

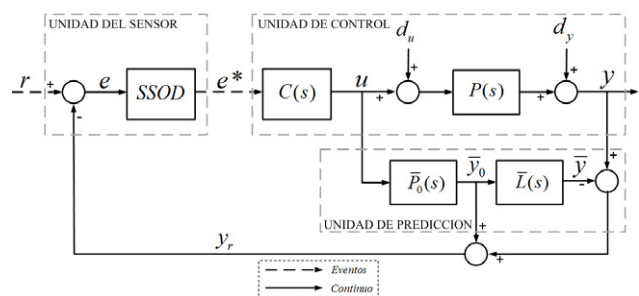


Figura 1: Esquema del sistema de control basado en eventos. La línea discontinua indica envíos por eventos y la línea continua envíos regulares.

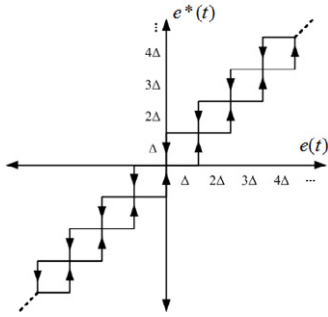


Figura 2: Relación de cuantización entre  $e(t)$  y  $e^*(t)$  del bloque SSOD.

## 2.2. La unidad de predicción

La unidad de predicción se construye a partir de la estructura del Predictor de Smith. Tal como muestra la Figura 1, el Predictor incluye un modelo sin retardo del proceso  $\bar{P}_0$ , y un modelo del retardo del proceso  $\bar{L}(s)$ :

$$\bar{P}_0(s) = \frac{\bar{K}}{\bar{\tau}s + 1} \quad \bar{L}(s) = e^{-Ls} \quad (1)$$

donde  $\bar{K}$ ,  $\bar{\tau}$  y  $\bar{L}$  representan los parámetros identificados de  $K$ ,  $\tau$  y  $L$ , respectivamente. El esquema del Predictor de Smith puede interpretarse como una extensión de los controladores PID que permite predecir el comportamiento de proceso y tenerlo en cuenta para calcular las acciones de control (Åström and Hägglund, 2005, Normey-Rico and Camacho, 2007). El efecto de la predicción se puede apreciar analizando el lazo de realimentación en la Figura 1, donde en ausencia de errores de modelado en  $\bar{P}_0$  y  $\bar{L}(s)$ , se cumple  $P(s) = \bar{P}(s) = \bar{P}_0(s) \cdot \bar{L}(s)$  y la señal de realimentación se corresponde directamente con la salida del bloque  $\bar{P}_0$  (proceso sin retardo). La acción desarrollada por el Predictor de Smith es fundamental para cancelar el error en estado estacionario y prevenir la aparición de ciclos límite, lo cual, proporciona robustez al esquema. Si el retardo no fuera compensado, la umbralización por eventos no haría sino contribuir al alejamiento de la referencia que ya produce el retardo. En este sentido, aunque la consideración de una estrategia de tipo PID, únicamente (sin el predictor), podría ser más robusta, si la unidad de predicción fuera omitida del lazo, sería imposible alcanzar una referencia dada sin error en estado estacionario. Esta es una de las razones por la que se destaca la importancia de este nuevo enfoque basado en eventos para sistemas con retardo. Otro aspecto remarcable es que el esquema propuesto es extensible con ventajas similares a procesos de orden y complejidad superior a la del proceso considerado en este trabajo.

## 2.3. La unidad de control y actuador

La tercera unidad es el bloque de control y actuador. En este trabajo se ha definido y analizado el rendimiento de un controlador con topología adaptativa que trabaja con muestreo periódico (basado en el tiempo). El controlador, que se ha denominado PI-P, se construye mediante la combinación de dos estrategias independientes bien conocidas; un controlador PI y un P (Figura 3). Uno de los desafíos del control basado en eventos es el seguimiento de referencias en condiciones de baja cuantización

de las señales. Este aspecto puede originar comportamientos oscilatorios alrededor de la referencia, principalmente cuando el controlador presenta acción integral. En este contexto, la ausencia de acción integral en la zona cercana a la referencia puede mejorar la convergencia de la respuesta, previniendo los ciclos límite. Sin embargo, la ausencia de acción integral en el controlador limita la capacidad de rechazo de perturbaciones obteniéndose mejores resultados con un controlador PI. Por esta razón, uno de los aspectos destacados en este trabajo, es la conveniencia del diseño de estrategias de control adaptativa en los enfoques basados en eventos. En este contexto, la topología del controlador diseñado cambia en función de la evolución de las muestras del error, habilitándose una estrategia u otra, de manera que el controlador global se beneficie de las ventajas de ambos. Cada parte del controlador tiene sus propios objetivos y actúa de manera independiente; la componente PI está diseñada para el rechazo de perturbaciones y el seguimiento de referencias, y la componente P para la aproximación a la referencia sin ciclos límite. El comportamiento de un ciclo de control sería el siguiente; ante un cambio de referencia, cuando la salida del proceso está lejos de la referencia y el error de control es elevado, actúa el control PI, procurando las tareas de seguimiento y rechazo de perturbaciones, y cuando el error se reduce lo suficiente y las posibles perturbaciones están rechazadas, el controlador es conmutado a la parte P, el cual tiene una ganancia ajustada para llevar la salida del proceso asintóticamente a la referencia. El bloque *Lógica* (véase Figura 3) está diseñado para la conmutación de los controladores mediante una estrategia de ganancia planificada. El proceso considerado se describe por la siguiente función de transferencia:

$$P(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-Ls} \quad (2)$$

donde  $K$  es la ganancia del proceso,  $\tau$  es la constante de tiempo, y  $L$  el retardo del proceso. Definiendo la función de transferencia del controlador PI en su forma paralela como:

$$C_{pi}(s) = K_{pi} \left( 1 + \frac{1}{sT_i} \right) \quad (3)$$

y la del controlador P como la ganancia:

$$C_p(s) = K_{p2} \quad (4)$$

el criterio tomado para realizar la conmutación de los controladores es el de aplicar la componente P cuando la muestra del error satisface la condición  $|e^*(t)| = \Delta$  y además la derivada de  $e^*(t)$  es menor que cero, y en cualquier otro caso, habilitar el controlador PI. Para saber la tendencia de las muestras del error, el último valor del error recibido en el bloque *Lógica* (guardado en memoria),  $e^*_{ULT}$ , es comparado con la muestra del error actual  $e^*$ . En base a estas consideraciones, las ganancias planificadas y las condiciones evaluadas en el bloque *Lógica* se definen como:

$$\begin{aligned} K_{p1} &= \frac{\alpha T_i}{K} & K_{p2} &= 0 & \text{para } (|j| \geq 1) \wedge (|e^*_{ULT}| < |e^*|) \\ K_{p1} &= 0 & K_{p2} &= \frac{1}{K} & \text{para } (|j| = 1) \wedge (|e^*_{ULT}| > |e^*|) \end{aligned} \quad (5)$$

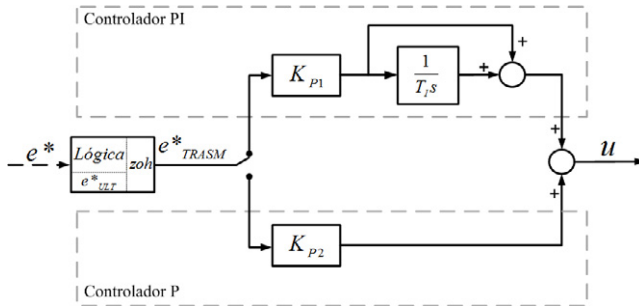


Figura 3: Esquema del controlador PI-P y del bloque *Lógica*.

donde  $\alpha$  representa una variable para especificar las preferencias de sintonía como se verá más adelante. Las ganancias indicadas en (5) se especifican para imponer una dinámica dada a la respuesta ante cada parte del controlador. Sin pérdida de generalidad, y considerando que el estado del sistema parte de condiciones iniciales nulas, si en un determinado instante de tiempo se aplica un salto escalón de magnitud  $r$  a la referencia, el bloque SSOD alcanzará un estado genérico  $j$  (donde se ha asumido que  $|j| \geq 1$ ) y después de un tiempo muerto,  $L$ , el proceso comenzará a evolucionar hacia la referencia. A partir de este instante de tiempo, si se denota el intervalo de tiempo genérico entre la muestra actual  $e^*(t) = j\Delta$  y la siguiente  $e^*(t) = (j-1)\Delta$ , como  $T_{j \rightarrow j-1} = [t_j, t_{j-1})$  (donde el error está decreciendo por la tendencia de la respuesta a la referencia), a partir de las ganancias definidas en (5) y estableciendo  $T_i = \tau$ , cuando se recibe la nueva muestra  $e^*(t) = j\Delta$  en el controlador, la respuesta del sistema en lazo abierto (ver Figura 1) en este periodo será la siguiente:

$$e^*(s)C_{P1}(s)P(s) = \frac{j\Delta}{s} \cdot \frac{\alpha(\tau s + 1)}{Ks} \cdot \frac{K}{(\tau s + 1)} = \frac{j\Delta\alpha}{s^2} \quad (6)$$

describiendo la trayectoria de una línea recta con una pendiente determinada por el valor  $j\Delta\alpha$ . En el caso del controlador P, cuando la muestra del error alcanza el valor de  $\Delta$  y conmutan los controladores, considerando así el intervalo actual como  $T_{i \rightarrow 0} = [t_i, t_0)$  y a partir de (5), la respuesta del sistema en lazo abierto será la siguiente:

$$e^*(s)C_P(s)P(s) = \frac{\Delta}{s} \cdot \frac{1}{K} \cdot \frac{K}{(\tau s + 1)} = \frac{\Delta}{s(\tau s + 1)} \quad (7)$$

cuyo valor final sería la referencia, tomando la muestra del error el valor  $e^*(t) = 0$  (o lo que es lo mismo, el estado del bloque SSOD alcanzaría  $j = 0$ ). Estas dinámicas complementarias son un punto clave del trabajo actual. Tales dinámicas presentarán ciertas ventajas desde el punto de vista del rendimiento del sistema y la sintonía de controlador, tal y como se explicará más adelante. Cabe destacar la simplicidad con la que se han definido los algoritmos usados en el bloque sensor y *Lógica* respectivamente, no requiriendo una gran potencia computacional y siendo implementables en un microprocesador de bajo coste.

### 3. Estabilidad y ausencia de ciclos límite para un proceso de primer orden con retardo.

En este trabajo se ha relacionado la cuestión de la estabilidad con los ciclos límites. Se ha considerado que la estabilidad del sistema queda caracterizada por la ausencia de ciclos límites y la presencia de un punto de equilibrio en torno a la referencia, de manera que el error instantáneo permanece en un intervalo en torno a la referencia  $e(t) \in (-\Delta, \Delta)$ . En este contexto, se puede garantizar la estabilidad del esquema propuesto bajo condiciones de perturbación por la satisfacción de dos condiciones; primero, mediante la demostración de la existencia del punto de equilibrio y segundo, el alcance de este punto.

#### 3.1. Existencia de un punto de equilibrio estable.

*Proposición 1:* Dado un sistema de control como el de la Figura 1 con un proceso controlado según (5), y considerando la posibilidad de perturbaciones escalón sobre la entrada y salida del sistema, se puede afirmar que, si no existen errores de modelado, el sistema con el controlador PI-P tendrá un punto de equilibrio alrededor de una referencia dada  $r$ .

*Demostración 1:* La dinámica de la realimentación del sistema de control basado en eventos de la Figura 1 puede ser descrita como:

$$Y_r(s) = [\bar{P}_0(s) + P(s) - \bar{P}(s)] \cdot C(s) \cdot E^*(s) + D(s) \quad (8)$$

donde  $D(s)$  se define como  $D(s) = D_u(s) \cdot P(s) + D_y(s)$  reuniendo las posibles perturbaciones escalón que actúan sobre la entrada y la salida, respectivamente, y  $E^*(s)$  representado la última muestra recibida en el bloque de control. Llevando esta situación al instante en el cual el error muestreado satisface la condición de conmutación dada en (5), es decir, cuando  $E^*(s) = \pm \Delta/s$ , el sistema permanecerá en el punto de equilibrio sin ciclos límite si se satisface la siguiente condición:

$$\left| \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y_r(s) \right| < 2\Delta \quad (9)$$

Si se desarrolla (9):

$$\left| \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \left[ (\bar{P}_0(s) + P(s) - \bar{P}(s)) \cdot K_{P2} \cdot E^*(s) + D(s) \right] \right| < 2\Delta$$

$$\left| \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \left[ \left( \frac{1}{\tau s + 1} + \frac{K}{K(\tau s + 1)} e^{-Ls} - \frac{1}{\tau s + 1} e^{-Ls} \right) \cdot \text{sign}(E^*(s)) \cdot \frac{\Delta}{s} + D(s) \right] \right| < 2\Delta \quad (10)$$

se obtiene la siguiente condición final:

$$\left| \text{sign}(E^*(s)) \cdot \frac{K\Delta}{K} + \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot D(s) \right| < 2\Delta. \quad (11)$$

La condición (11) se satisface siempre para las condiciones consideradas en este trabajo debido al hecho de que el sistema controlado con el diseño PI-P siempre cumplirá las siguientes condiciones en el momento de conmutación:

$$\begin{aligned} \text{sign}(E^*(s)) &\neq \text{sign}(D(s)) \\ \left| \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot D(s) \right| &\leq \Delta \end{aligned} \quad (12)$$

En lo sucesivo se demuestra cómo las condiciones (11) y (12) se satisfacen con el controlador PI-P.

### 3.2. Alcance del punto de equilibrio

En esta subsección, se demuestra el alcance de un punto de equilibrio para un valor establecido de la referencia  $r$ . Por simplicidad y sin pérdida de generalidad, se ha supuesto que la salida del sistema parte de un estado inicial nulo. Ante un salto escalón de magnitud  $y_{sp}$  aplicado a la referencia, las señales del lazo de control cambiarán tomando los valores  $r(t) = y_{sp}$ ,  $y_r(t) = 0$  y  $e(t) = r(t) - y_r(t) = y_{sp}$ . En esta situación, el bloque SSOD pasa del estado 0 a  $j$  (con  $j \in \mathbb{Z}$ ), que con respecto al error muestreado supone el envío al controlador del valor  $e^*(t) = j\Delta$ . A partir de aquí, el bloque *lógica* toma la decisión de habilitar el controlador PI. En este contexto, y partir de (5-8) es posible predecir la tendencia de  $y_r(t)$  y determinar si el punto de equilibrio es alcanzado:

$$\begin{aligned} Y_r(s) &= \left[ \frac{\bar{K}}{(\bar{\tau}s + 1)} - \frac{\bar{K}}{(\bar{\tau}s + 1)} e^{-Ls} + \frac{K}{(\tau s + 1)} e^{-Ls} \right] \cdot \frac{\alpha(\bar{\tau}s + 1)}{\bar{K}s} \cdot \frac{j\Delta}{s} + D(s) = \\ &= \left[ \alpha - \alpha e^{-Ls} + \frac{\alpha K(\bar{\tau}s + 1)}{\bar{K}(\tau s + 1)} e^{-Ls} \right] \cdot \frac{j\Delta}{s^2} + D(s) \end{aligned} \quad (13)$$

Usando el teorema del valor final:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y_r(s) &= \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \left[ \alpha - \alpha e^{-Ls} + \frac{\alpha K(\bar{\tau}s + 1)}{\bar{K}(\tau s + 1)} e^{-Ls} \right] \cdot \frac{j\Delta}{s} + \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot D(s) = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \left[ \frac{j\alpha K \Delta}{\bar{K}s} \right] + \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot D(s) \end{aligned} \quad (14)$$

Si se expande la expresión de las posibles perturbaciones  $D(s) = \frac{d_y}{s} + \frac{d_u}{s} \cdot \frac{K}{\tau s + 1} e^{-Ls}$  y se recoge el valor constante  $\frac{j\alpha K \Delta}{\bar{K}}$  en  $a_j$  (donde el subíndice  $j$  corresponde al estado del bloque SSOD), se obtiene la siguiente expresión:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{(a_j + d_y s)(\tau s + 1) + s d_u K e^{-Ls}}{s(\tau s + 1)} = \pm \infty \quad (15)$$

lo que significa que el sistema siempre alcanzará el siguiente estado del bloque SSOD. Dado que la expresión anterior se satisface para todos los estados hasta alcanzar el estado de conmutación y dado que se cumple en todo momento que  $\alpha > 0$ ,  $\Delta > 0$ ,  $\text{sign}(K) = \text{sign}(\bar{K})$  y  $\text{sign}(j) = \text{sign}(e^*(t)) = \text{sign}(e(t))$ , la respuesta convergerá hacia la referencia, garantizando que se alcance el estado de equilibrio. De acuerdo con (13), las perturbaciones pueden ejercer una influencia positiva sobre la

respuesta del proceso acercándola a la referencia, o negativa alejándola de ésta. En cualquier caso, cuando el estado de conmutación es alcanzado, la perturbación habrá sido cancelada o su valor habrá sido reducido de manera que se cumpla  $\left| \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot D(s) \right| \leq \Delta$ , y garantizándose que  $\text{Sign}(E^*(s)) \neq \text{Sign}(D(s))$ .

### 4. Metodología de sintonía

Una de las principales contribuciones de este trabajo ha sido el diseño de una metodología de sintonía para el controlador basado en eventos propuesto. Algunas de las principales ventajas de este enfoque son que facilita la predicción del comportamiento de la respuesta y por extensión, su tiempo de asentamiento, así como la reducción y predicción del número de eventos generados. Además de lo anterior, permite considerar de una manera sencilla las restricciones del actuador en el desarrollo de la sintonía del controlador.

La metodología diseñada está directamente relacionada con el esquema de control basado en eventos propuesto. Los tres parámetros básicos del controlador PI-P,  $(K_{p1}, T_I, K_{p2})$ , son reemplazados por dos parámetros  $(\Delta, \alpha)$ , siendo los primeros especificados a partir de los parámetros del modelo del proceso como se indicó en (5). Realizando esta modificación, los nuevos parámetros considerados para la sintonía del controlador tienen un efecto más interactivo sobre el rendimiento del sistema. El parámetro  $\Delta$  controla la distancia entre dos eventos consecutivos y por lo tanto determinará la tasa de eventos final de un ciclo de control. Por otro lado el parámetro  $\alpha$  controla la velocidad de convergencia de la salida del proceso hacia el valor de referencia. Como se puede observar a partir de (5)-(7), la mayor parte de la trayectoria de la salida del sistema será lineal a tramos según (6), etapa en la que la parte PI del controlador está actuando y, finalmente, cuando el último evento ocurra y la parte P del controlador sea habilitada, la salida del proceso responderá como un sistema de primer orden según (7).

A partir de los parámetros  $(\Delta, \alpha)$  se dispone de dos grados de libertad para ajustar la forma de la respuesta y la influencia de cada uno de ellos resulta muy intuitiva. Considerando las dinámicas previas, el parámetro  $\Delta$  regulará la distancia entre dos muestras consecutivas, de manera que, a mayor valor de  $\Delta$ , menor número de eventos para una referencia dada  $r$ . Cuando el controlador PI actúa, la pendiente de la respuesta del proceso está relacionada con los parámetros de sintonía y el estado del bloque SSOD,  $j$ , según al valor  $j\Delta\alpha$ . A medida que la repuesta evoluciona, el valor de  $j$  va decreciendo y la pendiente de la respuesta se reduce consecuentemente hasta que esta alcanza la condición de conmutación. En este contexto, el parámetro  $\alpha$  está directamente relacionado con el esfuerzo de control y consecuentemente con los índices de rendimiento IAE (valor absoluto integrado de la señal de error de control) e IAU (valor absoluto integrado de la señal de control) esperados. Otra de las ventajas del enfoque propuesto es que la respuesta no presentará sobrepaso, consiguiendo así reducir la tasa de eventos a la mínima posible y reduciendo a su vez los índices anteriores. En este contexto, considerando los parámetros de sintonía y el esquema del controlador según la Figura 1, es posible calcular el número de eventos esperado como:

$$S = r \div \Delta + 1 \quad (16)$$

donde  $r \div \Delta$  representa la división entera. De manera similar se puede definir el tiempo de asentamiento esperado como:

$$T_{ST} = L + \frac{a}{|j_{\max}| \alpha} + \sum_{i=|j_{\max}|}^2 \frac{\Delta}{i \Delta \alpha} + T_s \quad (17)$$

donde  $j_{\max}$  y  $a$  son, respectivamente, el cociente y el resto de la división entera  $r \div \Delta$ , y  $T_s$  viene dado por  $5T$  (intervalo de tiempo en el cual la respuesta temporal de un sistema de primer orden se encuentra dentro de la banda de error del 0,7 % en torno a la referencia). Cabe destacar que la predicción del tiempo de asentamiento representa una cuestión difícil en control basado en eventos dada la naturaleza asincrónica de los eventos. Como se comentó previamente, otro de los aspectos que se han considerado en la sintonía son las restricciones del actuador. Este trabajo se ha centrado en las restricciones dadas por la limitación en la tasa de cambio del actuador del proceso. Esta limitación establece una cota superior sobre la pendiente de la respuesta del proceso en la forma  $(j \Delta \alpha)_{\max}$ . En este sentido, dada una referencia  $r$ , los valores máximos de  $j$ ,  $\Delta$  y  $\alpha$  pueden ser precalculados de forma que la citada restricción se satisfaga.

Todo lo comentado permite definir un marco de trabajo para la especificación de la sintonía de acuerdo a las necesidades de usuario. Las Figuras 4, 5 y 6 muestran ejemplos ilustrativos de regiones de sintonía para los parámetros de diseño  $(\Delta, \alpha)$  en función de varios índices de rendimiento. A modo de ejemplo, se han especificado los parámetros del sistema como  $K=1$ ,  $\tau=1$ ,  $L=0,6$ ,  $r=1$ ,  $(j \Delta \alpha)_{\max}=0,5$  y  $\Delta \in \{0,1; 0,125; 0,2; 0,25; 0,5\}$ . La Figura 4 muestra una región de sintonía donde se relacionan los parámetros  $(\Delta, \alpha)$  con un posible índice de rendimiento como es el tiempo de asentamiento de la respuesta. Cada una de las curvas continuas azules representa la evolución del tiempo de asentamiento con respecto al valor de  $\alpha$  para el mismo valor de la tasa de eventos (valor de  $\Delta$ ). Las líneas rojas rayadas indican las cotas superiores de  $\alpha$  para cada valor de tasa de eventos  $\Delta$ . En este ejemplo, y para los valores de  $\Delta$  considerados, las líneas de cota máxima coinciden. De manera similar, la Figura 5 muestra una región de sintonía que relaciona dos posible índices de rendimiento como son el tiempo de asentamiento y el esfuerzo de control (IAU). Cada una de las curvas continuas azules representa la evolución del tiempo de asentamiento con respecto al esfuerzo de control (como una función de  $\alpha$ ) para el mismo valor de la tasa de eventos (valor de  $\Delta$ ). En este caso, las líneas rojas rayadas también indican las cotas superiores en términos del valor máximo del IAU conseguible (y consecuentemente, el valor máximo de  $\alpha$  admisible). Como muestran las Figuras 4 y 5, cuanto mayor es el valor de  $\alpha$ , menor es el valor del tiempo de asentamiento para la misma tasa de eventos esperada y mayor es el esfuerzo de control. La Figura 6 representa la evolución de la región de sintonía con respecto a otro índice de rendimiento típico como es el IAE. En este caso, cuanto mayor es el valor de  $\alpha$ , menores son los valores del tiempo de asentamiento y el IAE, dado que la velocidad de convergencia de la respuesta es mayor. Aquí, las líneas rojas rayadas denotan las cotas inferiores del valor del IAE (como una función de  $\alpha$ ), dada la limitación física existente en el actuador.

Como se ha mostrado para el ejemplo considerado, dada una región de sintonía genérica como las especificadas en las Figuras 4, 5 o 6, un usuario puede especificar los parámetros de sintonía de manera que se satisfagan sus requerimientos. Este enfoque resulta muy intuitivo debido a que  $\alpha$  está directamente relacionado con la velocidad de convergencia de la respuesta según (17) y  $\Delta$  con la tasa de eventos esperada conforme a (16). En presencia de restricciones en el actuador, los valores máximos de  $\Delta$  y  $\alpha$  pueden ser precalculados de forma que el rendimiento del sistema de control no se vea limitado.

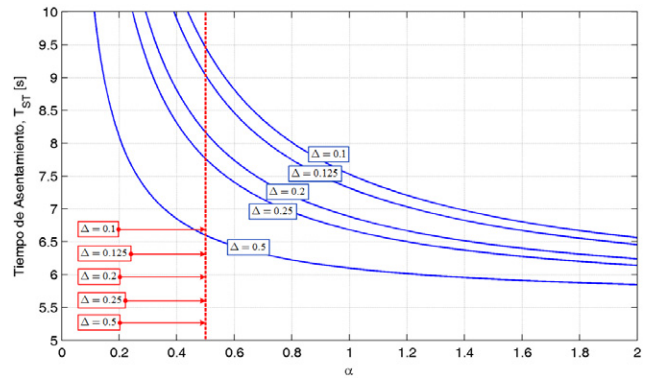


Figura 4: Ejemplo de una región de sintonía considerando el tiempo de asentamiento de la respuesta en relación a los parámetros de sintonía  $(\Delta, \alpha)$ .

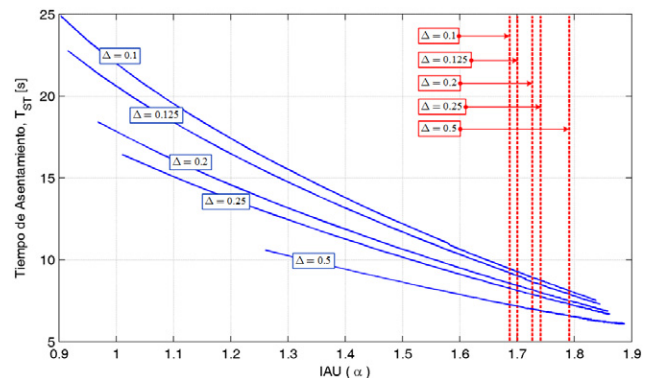


Figura 5: Ejemplo de una región de sintonía considerando el tiempo de asentamiento y la integral del valor absoluto de la señal de control (IAU).

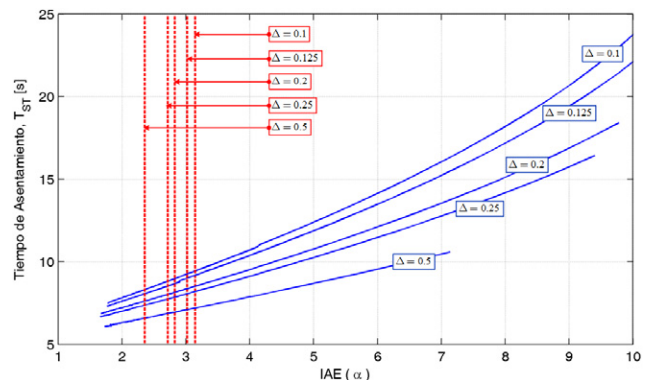


Figura 6: Ejemplo de una región de sintonía considerando el tiempo de asentamiento y la integral del valor absoluto de la señal de error (IAE).

## 5. Estimación de perturbaciones

Otra de las ventajas de la arquitectura de control y la estrategia de sintonía propuestas en este trabajo es la estimación de perturbaciones. Dado que la forma de la respuesta es lineal a tramos en la mayoría de su desarrollo según (5)-(7), resulta menos complejo aislar las posibles señales perturbadoras que se acoplen sobre la realimentación. Este aspecto favorece el desarrollo de algoritmos de bajo coste computacional para la identificación on-line de las perturbaciones sin necesidad de incrementar la complejidad del esquema de control. El estudio de la estimación de perturbaciones pretende contribuir al desarrollo de compensadores que mejoren la respuesta del controlador ante las mismas. Este aspecto se aleja del objetivo fundamental del presente artículo y se plantea como trabajo futuro.

Considerando la arquitectura de control de la Figura 1, la tarea de identificación podría ser desarrollada en el bloque SSOD, mediante la detección de los instantes de tiempo en que suceden los eventos y el cálculo del intervalo entre los mismos. Con esta filosofía, se propone un algoritmo de bajo coste computacional para estimación on-line de las perturbaciones a la entrada y a la salida. En este trabajo se han considerado perturbaciones de tipo escalón tanto a la entrada como a la salida del proceso y se ha asumido que aparecen de manera independiente. Las respuestas temporales de las posibles perturbaciones sobre la entrada y la salida se definen, respectivamente, como:

$$d_u(t) = \begin{cases} 0 & t < t_{du} \\ d_u & t \geq t_{du} \end{cases} \quad d_y(t) = \begin{cases} 0 & t < t_{dy} \\ d_y & t \geq t_{dy} \end{cases} \quad (18)$$

donde  $t_{du}$  y  $t_{dy}$  representan los instantes de tiempo en los cuales aparecería la perturbación. En este contexto, si se asume a priori que no existen errores de modelado ni perturbaciones, a partir de (8), la señal de realimentación para un estado dado  $j$  será:

$$y_j(t) = \alpha j \Delta t = m_j t \quad (19)$$

donde  $\alpha j \Delta$  es sustituido por  $m_j$ , y  $j$  representa el estado actual del bloque SSOD. Si no aparecen perturbaciones, el intervalo entre dos eventos consecutivos,  $T_{j \rightarrow j-1}$ , será perfectamente determinista según:

$$T_{j \rightarrow j-1} = \frac{y(t_{j-1}) - y(t_j)}{\alpha j \Delta} = \frac{\Delta}{\alpha j \Delta} = \frac{1}{\alpha j} \quad (20)$$

cabe destacar que este valor puede ser comprobado en el bloque SSOD para un  $\Delta$  y un  $\alpha$  previamente establecidos. Cuando ocurre una perturbación entre dos muestras dadas en un instante cualquiera,  $t_d$  (referente a  $t_{du}$  o  $t_{dy}$ ), tal que  $t_j < t_d < t_{j-1}$  y asumiendo que  $|j| > 2$ , la realimentación ya no sigue la dinámica (19) y la condición (20) ya no se cumple. Los instantes de tiempo de los sucesivos eventos varían con respecto a la situación ideal,  $t_{j-1} \dots t_{j-n}$ , siendo desplazados a otros nuevos instantes  $t'_{j-1} \dots t'_{j-n}$  y, por lo tanto, obteniéndose diferentes intervalos entre eventos respecto a los ideales ( $T'_{j \rightarrow j-1}$ ,  $T'_{j-1 \rightarrow j-2}$  y así sucesivamente). Mediante el método propuesto y teniendo en cuenta la medición de los nuevos instantes de aparición del evento, las perturbaciones

pueden ser detectadas en el periodo actual entre dos muestras consecutivas y estimadas en el siguiente periodo. La siguiente ecuación podría ser empleada para la estimación de la perturbación a la entrada:

$$d_u = \frac{\Delta - \alpha j T'_{j-1 \rightarrow j-2}}{K \left( 1 - e^{-\frac{T'_{j-1 \rightarrow j-2}}{\tau}} \right)} \quad (21)$$

y la siguiente para la estimación de las perturbaciones a la salida:

$$d_y = 2\Delta - [(j-1)\Delta\alpha T'_{j-1 \rightarrow j-2} + j\Delta\alpha T'_{j \rightarrow j-1}] \quad (22)$$

A continuación se propone el algoritmo para la estimación de las perturbaciones desde el bloque SSOD. Para simplificar la nomenclatura del algoritmo, se ha denotado por medio del subíndice  $k$  la sucesión de eventos, siendo  $k$  el último valor de la muestra del error y del instante en que se produjo el evento. Para una sucesión de eventos,  $e^*_{k-n} \dots e^*_{k-1}, e^*_k, e^*_{k+1}, \dots e^*_{k+n}$  e instantes de tiempo del evento medidos,  $t'_{k-n}, \dots, t'_{k-1}, t'_k, t'_{k+1}, \dots, t'_{k+n}$ , en los cuales y sin pérdida de generalidad, el error está decreciendo, si se supone para la especificación de los subíndices, que se detecta la perturbación en el intervalo  $T_k = T_{j \rightarrow j-1}$ , donde  $t_j = t_k$  y  $t_{j-1} = t_{k+1}$ , estimándose en el intervalo  $T_{k+1} = T_{j-1 \rightarrow j-2}$ . Con estas consideraciones, el algoritmo para la estimación de las perturbaciones a la entrada o salida vendría dado como sigue:

```

α, K, ε, Δ, d // especificación valores iniciales
1) cálculo e // lectura error actual
   cálculo  $T_k = T_{j \rightarrow j-1} = \frac{1}{j\alpha}$  // cálculo teórico intervalo actual
    $e^*_k = j\Delta$ 
2) if  $|e - e^*_k| \leq \Delta$  then ir a 4
   else // nuevo evento
     inc k // actualización k
      $e^*_{k+1} = e^*_k - \Delta = (j-1)\Delta$ 
      $t'_{k+1} = t'_{j-1}$ 
3) if  $d = 0$  // no detectadas perturbaciones aún
   cálculo  $t'_{k+1}$ 
   cálculo  $T'_k = T'_{j \rightarrow j-1} = t'_{k+1} - t'_k = t'_{j-1} - t'_j$ 
   if  $|T'_k - T_k| > \varepsilon$  then  $d = 1$  // perturbación detectada
   else // estimación perturbación detectada en  $T'_k$ 
     cálculo  $T'_{k+1} = T'_{j-1 \rightarrow j-2} = t'_{k+2} - t'_{k+1} = t'_{j-2} - t'_{j-1}$ 
      $d_u = \frac{\Delta - \alpha j T'_k}{K \left( 1 - e^{-\frac{T'_k}{\tau}} \right)} = \frac{\Delta - \alpha j T'_{j-1 \rightarrow j-2}}{K \left( 1 - e^{-\frac{T'_{j-1 \rightarrow j-2}}{\tau}} \right)}$  // estimación entrada
      $d_y = 2\Delta - [(j-1)\Delta\alpha T'_{k+1} + j\Delta\alpha T'_k] =$  // estimación salida
      $= 2\Delta - [(j-1)\Delta\alpha T'_{j-1 \rightarrow j-2} + j\Delta\alpha T'_{j \rightarrow j-1}]$ 
4) End

```

El parámetro  $\varepsilon$  representa una tolerancia para la detección de la perturbación, es decir la mínima diferencia entre los intervalos reales e ideales para considerar que se ha producido una perturbación. En este parámetro se debería considerar el umbral de ruido presente en el proceso, dado que puede ocasionar diferencias entre los citados intervalos. Las ecuaciones (21) y (22) y el desarrollo del algoritmo para la estimación de ecuaciones se pueden interpretar a través de la Figura 7.

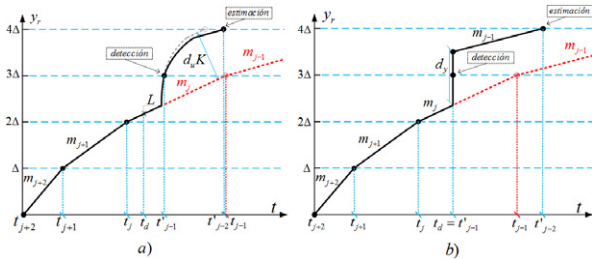


Figura 7: Fases de detección y estimación en condiciones de perturbación. a) Respuesta de la realimentación ante una perturbación a la entrada. b) Respuesta de la realimentación ante una perturbación a la salida. Las líneas rayadas rojas denotan el comportamiento ideal sin perturbación. Las líneas continuas negras denotan el comportamiento en condiciones de perturbación escalón.

### 6. Compensación de la incertidumbre

La desventaja fundamental de los esquemas de control basados en el Predictor de Smith son las incertidumbres y los errores de modelado. Con el enfoque propuesto, si existen incertidumbres y errores de modelado, aparecerán nuevas componentes en la realimentación del sistema con respecto a (8). Este aspecto provocaría que el sistema presentara error en estado estacionario cuando alcanzase el estado de equilibrio y en el peor caso, podría degenerar en ciclos límite. Por esta razón, en línea con el esquema desarrollado, se propone un algoritmo para la compensación del error en estado estacionario originado por las incertidumbres paramétricas del modelo  $\bar{P}(s)$ . El error en estado estacionario podría ser compensado con un reajuste adecuado de la ganancia del controlador P. En este sentido, el algoritmo propuesto debe adaptar la ganancia de la parte P respecto de (4) en base a las incertidumbres detectadas. En este trabajo se ha considerado la compensación de las incertidumbres paramétricas en  $L$  y  $\tau$  (en referencia al modelo  $P(s)$ ), dado que los errores de modelado en el parámetro  $K$  no son habituales.

Ante posibles perturbaciones en el conjunto de parámetros  $(K, L, \tau)$ , partir de (8), la señal de realimentación en el dominio de la frecuencia para un estado dado  $j$  en el cual actúa el control PI vendría descrita así:

$$Y_r(s) = \left( \alpha - \alpha e^{-\bar{L}s} + \frac{\alpha K(\bar{\tau}s + 1)}{K(\tau s + 1)} e^{-Ls} \right) \frac{1}{s} \cdot \frac{j\Delta}{s} \quad (23)$$

Asumiendo que cada posible incertidumbre se presenta en el modelo de forma independiente, si solo el parámetro  $L$  fuese incorrectamente identificado, a partir de (23) se obtendría la siguiente señal de realimentación en el dominio de la frecuencia:

$$Y_r(s) = (\alpha - \alpha e^{-\bar{L}s} + \alpha e^{-Ls}) \cdot \frac{j\Delta}{s^2} \quad (24)$$

lo que en el dominio del tiempo correspondería a:

$$y_r(t) = m_j t + m_j(t - L) - m_j(t - \bar{L}) \quad (25)$$

resultando una dinámica lineal a tramos. A partir de (25) y dependiendo de la relación de parámetros  $L/\bar{L}$ , la incertidumbre afectará a la realimentación de una forma u otra. Tanto para el caso  $L/\bar{L} > 1$  como para  $L/\bar{L} < 1$  se distinguirán tres intervalos

en la forma de la dinámica de la realimentación, que a su vez variarán entre el primer intervalo entre eventos y los restantes hasta alcanzar la condición de conmutación entre controladores según (5). Las Figuras 8a y 8b ilustran las citadas dinámicas para el primer intervalo entre eventos (entre 0 y  $\Delta$ ), y los restantes (entre  $\Delta$  y  $|r| - \Delta$ ), en relación al valor  $L/\bar{L}$ . Para el otro caso considerado, cuando los errores de modelado afectan al parámetro  $\tau$ , la dinámica de la realimentación en el dominio de la frecuencia para un estado dado  $j$  del bloque SSOD será:

$$Y_r(s) = \frac{m_j}{s^2} + \frac{m_j(\bar{\tau} - \tau)}{s(Ts + 1)} e^{-Ls} \quad (26)$$

lo que en el dominio del tiempo representa:

$$y_r(t) = m_j t + m_j \xi \left[ 1 - e^{-\frac{(t-L)}{\tau}} \right] \quad (27)$$

siendo  $\xi = \bar{\tau} - \tau$ . En esta situación, la realimentación del sistema responderá según las Figuras 9a y 9b. De nuevo la respuesta de la realimentación es cambiante a tramos, distinguiéndose en este caso dos intervalos, que difieren dependiendo de si se considera el primer intervalo entre muestras o los restantes, así como de la relación de parámetros  $\tau/\bar{\tau}$ .

La consecuencia práctica de las incertidumbres consideradas son variaciones en los instantes de eventos y, por lo tanto, en los intervalos entre muestras en comparación con los ideales. Si se asume que las incertidumbres pueden ser estimadas, el algoritmo propuesto puede compensar on-line el error en estado estacionario mediante el reajuste de la ganancia del controlador P. Esto consiste en estimar el instante en el cual el bloque *Lógica* conmuta al controlador P y ajustar la ganancia  $K_{P2}$  para alcanzar la referencia. Si para una referencia dada  $r$  se denota como  $t_{PI \rightarrow P}$  el instante del ciclo de control en el cual los controladores son conmutados, y como  $y(t_{PI \rightarrow P})$  la salida del proceso en ese instante, si existen incertidumbres en  $L$ , a partir de (25) se pueden predecir los intervalos entre muestras como:

$$T_{i \rightarrow i-1} = \frac{\Delta}{m_i} + L - \bar{L} \quad \text{para } i = j_{\max} \quad (28)$$

$$T_{i \rightarrow i-1} = \frac{\Delta}{m_i} + (L - \bar{L}) \left[ 1 - \frac{m_{i+1}}{m_i} \right] \quad \text{para } j_{\max} < i < 2$$

donde  $j_{\max} = r \div \Delta$ . En el caso de incertidumbre en  $\tau$ , a partir de (27) se tiene:

$$\Delta = T_{i \rightarrow i-1} \cdot m_i + \xi \left[ 1 - e^{-\frac{-(T_{i \rightarrow i-1} - L)}{\tau}} \right] \quad \text{para } i = j_{\max} \quad (29)$$

$$\Delta = T_{i \rightarrow i-1} \cdot m_i + (m_i \xi - X_{i+1}) \left[ 1 - e^{-\frac{-(T_{i \rightarrow i-1})}{T}} \right] \quad \text{para } j_{\max} < i < 2$$

donde  $X_{i+1} = m_{i+1} \xi \left[ 1 - e^{-\frac{T_{i+1}}{T}} \right]$ . Una vez estimada la incertidumbre, a partir de (28) o (29), se puede calcular  $t_{PI \rightarrow P}$  e  $y(t_{PI \rightarrow P})$  como:



$$t_{PI \rightarrow P} = \sum_{i=j_{\max}}^2 T_{i \rightarrow i-1} \quad y(T_{PI \rightarrow P}) = \sum_{i=j_{\max}}^2 T_{i \rightarrow i-1} \cdot m_i \quad (30)$$

y a partir de (30), la ganancia del controlador P debería ser reajustada como:

$$K_{P2} = \frac{r - y(T_{PI \rightarrow P})}{\Delta K} \quad (31)$$

Considerando las expresiones (28)-(31), el error en estado estacionario originado por la incertidumbre en los parámetros  $L$  o  $\tau$  puede ser compensado. En el caso de (29), las ecuaciones deben resolverse numéricamente.

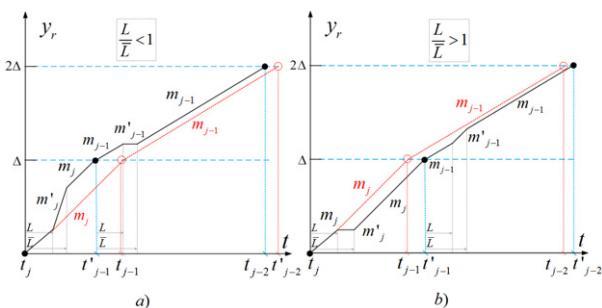


Figura 8: Influencia de los errores de modelado en el parámetro  $L$ . a) Respuesta de la realimentación para  $L/\bar{L} < 1$ . b) Respuesta de la realimentación para  $L/\bar{L} > 1$ .

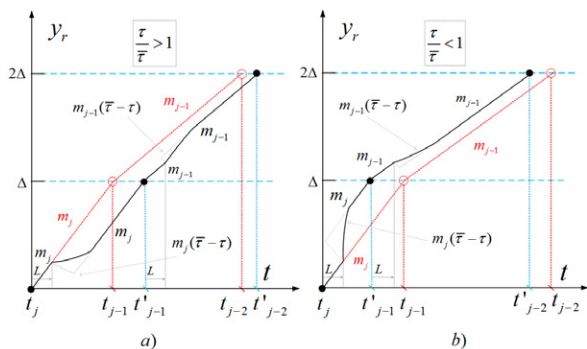


Figura 9: Influencia de los errores de modelado en el parámetro  $\tau$ . a) Respuesta de la realimentación para  $\tau/\bar{\tau} < 1$ . b) Respuesta de la realimentación para  $\tau/\bar{\tau} > 1$ .

### 7. Resultados

Para ilustrar el rendimiento del enfoque de control basado en eventos y la metodología de sintonía propuestos, se han obtenido resultados mediante simulación. El proceso de primer orden con retardo considerado para la evaluación es el siguiente:

$$P(s) = \frac{1}{s+1} e^{-0,6s} \quad (32)$$

En las Figuras 10 y 11 se exponen las propiedades de la metodología de sintonía mediante diferentes especificaciones. La Figura 10 muestra la influencia del parámetro  $\Delta$  sobre la respuesta del proceso. En este ejemplo se han establecido los parámetros de simulación como  $r=1$ ,  $\alpha=0,5$  y  $\Delta$  varía según el vector  $\{0,1;0,25;0,5\}$ . En la gráfica intermedia se muestran las

acciones de control y en la gráfica inferior se indica el número de eventos resultante de cada curva. Como muestra este ejemplo, cuando se fija  $\alpha$  y se varía  $\Delta$ , la velocidad de convergencia de la respuesta se mantiene muy similar pero la tasa de eventos puede ser reducida o aumentada a razón de  $\Delta$ , según (16). En la Figura 11 se ha fijado  $\Delta$  y  $\alpha$  varía según el vector  $\{0,25;0,5;1\}$ , manteniéndose el resto de parámetros inalterado. En este caso, la tasa de eventos permanece constante ( $\Delta$  fijo) mientras que al aumentar  $\alpha$ , la velocidad de convergencia es acelerada. Tal como se explicó en la sección 4, este parámetro está relacionado con el esfuerzo del control. Como se puede observar, el sistema siempre alcanza el valor de referencia (que a su vez se define como el punto de equilibrio) sin error en estado estacionario gracias a la compensación del retardo obtenida con la arquitectura propuesta. Cabe destacar en este trabajo la simplicidad de la metodología de sintonía, cumpliéndose en todo momento las especificaciones (16) y (17). Este aspecto hace posible su precálculo y empleo como un requerimiento para establecer los parámetros de sintonía.

En el siguiente experimento se ha evaluado el rendimiento del sistema de control basado en eventos propuesto con respecto a un esquema con muestreo periódico (basado en tiempo). En este caso, el sistema de control basado en tiempo se ha construido a partir de un esquema similar al de la Figura 1, en el cual el bloque SSOD se ha omitido y el controlador PI-P es reemplazado por un controlador PI basado en tiempo estándar según (3). Para obtener resultados comparables, los esquemas se han discretizado de manera que el bloque SSOD mide el error instantáneo con un periodo de muestreo  $T_E=0,01$  y la señal de salida del esquema basado en tiempo es muestreada con un periodo de muestreo  $T_p=0,01$ . El controlador del esquema basado en tiempo se ha sintonizado a partir de la regla estándar de Ziegler-Nichols obteniendo  $K_p=1,5$  y  $T_i=1,998$ . En ambos casos se ha aplicado una perturbación escalón unidad a la entrada en el instante  $t=15$  segundos. Los parámetros de sintonía del controlador basado en eventos han sido establecidos como  $\alpha=0,5$  y  $\Delta=0,1$ . La Figura 12 muestra los resultados comparativos de simulación y la tabla 1 recoge los resultados de los índices de rendimiento evaluados. Como se puede observar, tanto el tiempo de asentamiento como el esfuerzo de control (IAU) son inferiores en el esquema basado en eventos, mientras que el valor del IAE se ve incrementado como consecuencia del menor esfuerzo de control. En ambos casos el rendimiento es muy similar y destaca la significativa reducción de transmisiones del esquema propuesto (de 3.000 a 18 muestras).

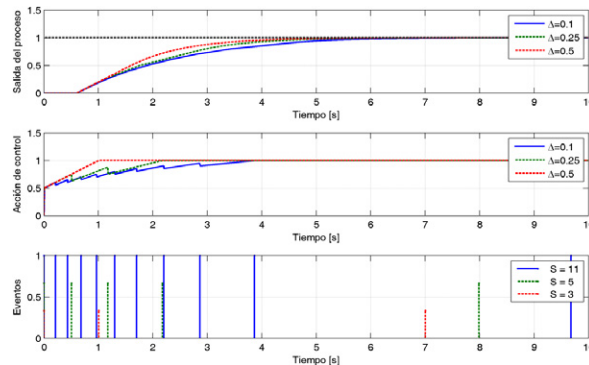


Figura 10: Respuesta del sistema para  $r=1$ ,  $\alpha=0,5$  con  $\Delta=\{0,1;0,25;0,5\}$  Gráfica superior: Salida del proceso. Gráfica intermedia: Acción de control. Gráfica inferior: Eventos generados.

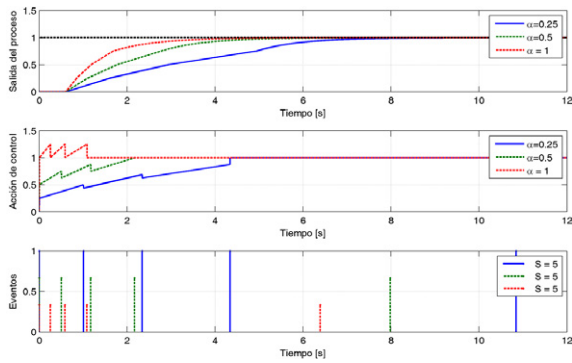


Figura 11: Respuesta del sistema para  $r = 1$ ,  $\Delta = 0,25$  con  $\alpha = \{0,25; 0,5; 1\}$  Gráfica superior: Salida del proceso. Gráfica intermedia: Acción de control. Gráfica inferior: Eventos generados.

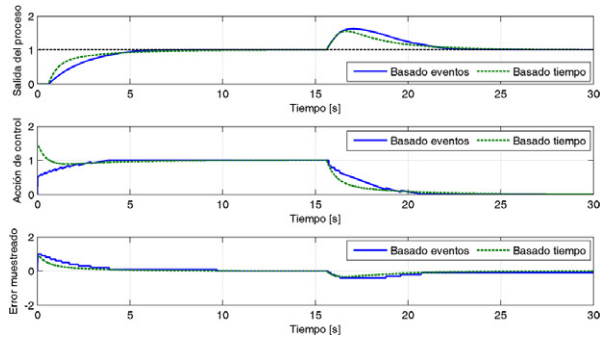


Figura 12: Comparación entre el enfoque basado en eventos y el basado en tiempo con el Predictor de Smith. Gráfica Superior: Salida del proceso. Gráfica intermedia: Acción de control. Gráfica inferior: Error de control.

En la Figura 13 se ha evaluado la respuesta del sistema (32) ante ruido en la medida de la salida. En este caso, se ha comparado la respuesta ideal (trazo azul) con la respuesta en presencia de un ruido Gaussiano con un límite de oscilación ( $w$ ) del 2 % de la señal de referencia (trazo verde). Como se puede observar, el ruido no afecta prácticamente a la dinámica del lazo. El único efecto observable sería un pequeño error en estado estacionario, inferior a la banda de ruido y que podría ser corregido mediante un ajuste adicional de la ganancia del controlador proporcional o mediante la consideración de un filtro debidamente ajustado. En este último caso, debería de prestarse atención a los fines con los que se diseña. Si se desea atenuar ruido, un filtro típico de primer orden podría resultar eficaz para tal fin, pero a su vez, podría afectar negativamente a las prestaciones de robustez y de rechazo de perturbaciones. En (Normey-Rico and Camacho, 2009) se pueden encontrar metodologías para el diseño de filtros con fines de robustez.

En última instancia, se exponen en las Figuras 14 y 15 los resultados de experimentos en presencia de incertidumbre. En cada figura, la gráfica superior muestra las salidas del proceso y la inferior, las acciones de control. En el experimento de la Figura 14 se ha considerado un error de modelado de -50% en el parámetro  $L$  y en la Figura 15 de -50% en el parámetro  $\tau$ . Los parámetros de sintonía se han establecido como  $\alpha = 0,4$  y  $\Delta = 0,25$  en el primer caso y como  $\alpha = 0,5$  y  $\Delta = 0,2$  en el segundo. Cada figura muestra la respuesta compensada y sin compensar de acuerdo a la metodología explicada en la sección 4. En ambos casos el sistema compensa las incertidumbres obteniendo un error en estado estacionario muy próximo a 0.

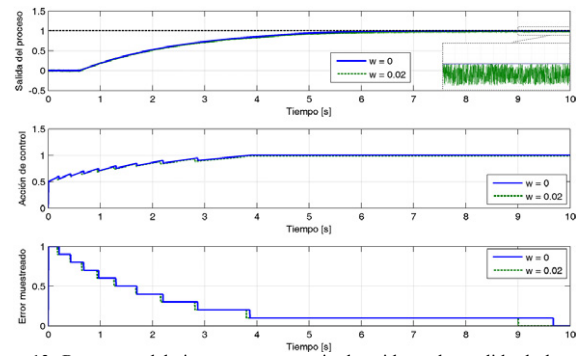


Figura 13: Respuesta del sistema en presencia de ruido en la medida de la salida. Gráfica superior: Salida del proceso. Gráfica intermedia: Acción de control. Gráfica inferior: Error de control.

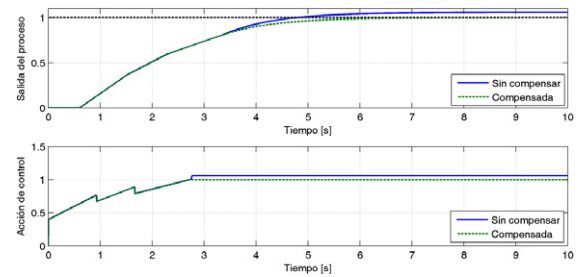


Figura 14: Respuestas del sistema compensada y sin compensar ante un error de modelado en  $L$  de -50%. Gráfica Superior: Salidas del proceso. Gráfica inferior: Acciones de control.

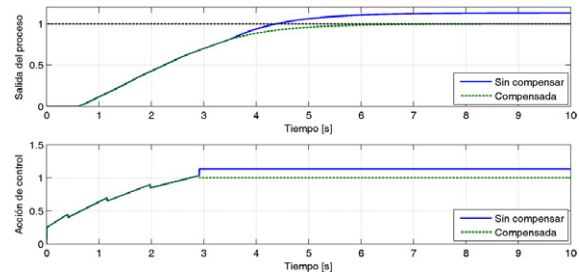


Figura 15: Respuestas del sistema compensada y sin compensar ante un error de modelado en  $\tau$  de -50%. Gráfica Superior: Salidas del proceso. Gráfica inferior: Acciones de control.

Tabla 1: Resultados comparativos de los índices de rendimiento considerados.

Índices	S	IAE	IAU	T <sub>ST</sub>
Tiempo	3000	5,2	3,6	>15
Eventos	18	5,98	3,52	9,48

## 8. Conclusiones y trabajos futuros

Una nueva arquitectura de control basado en eventos con una metodología de sintonía simple y eficaz ha sido presentada. El sistema basado en eventos, obtenido mediante la integración del esquema del Predictor de Smith y un esquema de muestreo SSOD, evita los ciclos límites consecuencia del retardo del proceso y reduce el error en estado estacionario. Además de lo anterior, se ha propuesto un controlador adaptativo que garantiza la estabilidad en condiciones de perturbación así como mecanismos para la compensación de incertidumbres estructuradas. Las simulaciones han confirmado la relevancia en el desarrollo de reglas simples de sintonía para este tipo de controladores basados en eventos.

Los trabajos futuros se centran en el análisis de los efectos originados de considerar comunicaciones no ideales entre el muestreador y el controlador con el objetivo de aplicar la metodología propuesta en procesos reales. Además de lo anterior, se precisan más investigaciones para la caracterización heurística o analítica de las reglas de sintonía, para el desarrollo de mecanismo de estimación de las incertidumbres y perturbaciones, así como para el desarrollo de compensadores de estas últimas.

## English Summary

### Event-Based Control for FOPTD Systems

#### Abstract

PID control theory based on periodic managing of samples has become a well-known area in automatic control. Asynchronous sampling inherent to event-based scheduling causes non-linear dynamics. Under this situation, complex problems arise that must be studied. Issues such as controller tuning, conditions for global stability and the absence of limit cycles are topics that are far from being fully solved yet. In this work, a new event-based scheme of sampling and control for FOPTD processes is presented. The scheme is based on the Smith Predictor structure for delay compensation and the SSOD (Symmetric-Send-On-Delta) scheme for events generation. By means of the proposed scheme, a stability analysis is addressed and a simple tuning methodology with effective interpretation is proposed.

#### Keywords:

Event systems, PID control, Tuning, First order systems.

#### Agradecimientos

El trabajo de los autores tercero y cuarto ha sido financiado por el plan nacional, proyecto DPI 2011-27818-C02-02 del ministerio español de ciencia e innovación y fondos FEDER.

#### Referencias

- Anastasi, G., Conti, M., Di Francesco M., Passarella, A., 2009. Energy conservation in wireless sensor networks: a survey. *Ad Hoc Networks*. 7 (3), 537-568.
- Árzen, K. E., 1999. A simple event-based PID controller. In: *Proceedings of the 14th World Congress of IFAC*. Beijing, China.
- Åström, K. J., 2008. Event based control, In: Astolfi A., Marconi L. (Eds.). *Analysis and Design of Nonlinear Control Systems: In Honor of Alberto Isidori*, Springer Verlag.
- Åström, K. J., Hägglund, T., 2005. *Advanced PID Control*: ISA Press, Research Triangle Park, NC.
- Beschi, M., Dormido, S., Sánchez, J., Visioli, A., 2011a. Stability Analysis of an Event-based PI Controller. In: *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. Orlando, Florida, USA.
- Beschi, M., Visioli, A., Dormido, S., Sánchez, J., 2011b. On the presence of equilibrium points in PI control systems with send-on-delta sampling. In: *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. Orlando, Florida, USA.
- Beschi, M., Dormido, S., Sánchez, J., Visioli, A., 2012. A New Two Degree-of-freedom Event-based PI Control Strategy. In: *31th American Control Conference*, Montreal, Canada.
- Cervin, A., Åström, K. J. 2007. On limit cycles in event-based control systems. In: *Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control*. New Orleans, Los Angeles, USA.
- Dormido, S., Sánchez, J., Kofman, E., 2008. Muestreo, control y comunicación basados en eventos. *Revista Iberoamericana De Automática e Informática Industrial* 5 (1), 1697-7912.
- Durand, S., Marchand, N., 2009. Further results on event-based PID controller. In: *Proceedings of the 10th European Control Conference*. Budapest, Hungary.
- Heemels, W., Sandee, J. H., V. D. Bosch, P. P. J., 2007. Analysis of event-driven controllers for linear systems. *International Journal of Control*. 81 (4), 571-590.
- Henningsson, T., Johannesson, E., Cervin, A., 2008. Sporadic event-based control of first order linear stochastic systems. *Automatica*, 44 (11), 2890-2895.
- Hespanha, J., Naghshtabrizi, P., Xu, Y., 2007. A survey of recent results in networked control systems. *Proceedings of the IEEE*, S.E. 95 (1), 138-162.
- Kofman, E., Braslavsky, J., 2006. Level crossing sampling in feedback stabilization under data rate constraints. In: *Proceedings of the 45th IEEE International Conference on Decision and Control*. San Diego, California, USA.
- Lehmann, D., Lunze, J., 2011. Extension and Experimental Evaluation of an Event-based Statefeedback Approach. *Control Engineering Practice*. 19 (2), 101-112.
- Miskowicz, M., 2006. Send-on-delta concept: an event-based data reporting strategy. *Sensors*. 6 (1), 49-63.
- Normey-Rico, J. E., Camacho, E. F., 2007. *Control of dead-time processes. Advanced textbooks in control and signal processing*. Springer.
- Normey-Rico, J. E., Camacho, E. F., 2009. Unified approach for robust dead-time compensator design. *Journal of Process Control*. 19, 38-47.
- O'Dwyer, A., 2006. *Handbook of PI and PID Tuning Rules*. Imperial College Press, London, UK.
- Otanez, P., Moyne, J., Tilbury, D., 2002. Using deadbands to reduce communication in networked control systems. In: *Proceedings of the American Control Conference*.
- Pawlowski, A., Guzmán, J. L., Rodríguez, F., Berenguel, M., Sánchez, J., Dormido, S., 2008. Event-based control and wireless sensor network for greenhouse diurnal temperature control: a simulated case study. In: *Proceedings of the 13th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, Hamburg, Germany.
- Rabi, M., Johansson, K. H., 2008. Event-triggered strategies for industrial control over wireless networks. In: *Proceedings of the 4th Annual International Conference on Wireless Internet*. Maui, Hawaii, USA.
- Sánchez, J., Guarnes, M., Dormido, S., Visioli, A., 2009a. Comparative Study of Event-Based Control Strategies: An Experimental Approach on a Simple Tank. In: *Proceedings of the 10th European Control Conference*. Budapest, Hungary.
- Sánchez, J., Guarnes, M. A., Dormido, S., 2009b. On the Application of Different Event Based Sampling Strategies to the Control of a Simple Industrial Process. *Sensors*, 9, 6795-6818.
- Sánchez, J., Visioli, A., Dormido, S., 2011. A two-degree-of-freedom PI controller based on events. *Journal of Process Control*. 21, 639-651.
- Sandee, J. H., Heemels, W., V.D. Bosch, P. P. J., 2005. Event-driven control as an opportunity in the multidisciplinary development of embedded controllers. In: *Proceedings of the 24th IEEE American Control Conference*. Portland, Oregon, USA.
- Soo, Y., 2007. Send-on-delta sensor data transmission with a lineal predictor. *Sensors*. 7 (4), 537-547.
- Vasyutynskyy, V., Miskowicz, M., 2007. Towards comparison of deadband sampling types, In: *Proceedings of the 16th IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. Vigo, Spain.
- Vasyutynskyy, V., Kabitzsch, K., 2006. Implementation of PID controller with Send-On-Delta Sampling. In: *Proceedings of the international conference control*. Glasgow, Scotland.
- Vasyutynskyy, V., Kabitzsch, K., 2007. Simple PID control algorithm adapted to deadband sampling. In *Proceedings of the 12th IEEE Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*. Patras, Greece.
- Vasyutynskyy, V., Kabitzsch, K., 2009. First Order Observers in Event-Based PID Controls. In: *Proceedings of the 14th IEEE Conference on Emerging Technologies & Factory Automation*. Mallorca, Spain.
- Vasyutynskyy, V., Kabitzsch, K., 2010. Event-based control: Overview and generic model, In: *Proceedings of 8th IEEE International Workshop on Factory Communication Systems*. Nancy, France.
- Vasyutynskyy, V., Luntovskyy, A., Kabitzsch, K., 2008. Limit cycles in PI control loops with absolute deadband sampling. *Proceedings of the 18th Crimean Conference on Microwave & Telecommunication Technology*. Sevastopol, Crimea.
- Yarvis, M., Zorzi, M., 2008. Special issue on energy efficient design in wireless ad hoc and sensor networks. *Ad Hoc Networks*. 6, 1183-1184.
- Zampieri, S., 2008. Trends in Networked Control Systems. In: *Proceedings of the 17th World Congress. The International Federation of Automatic Control*. Seoul, Korea.