

# Modelación física y numérica de aliviaderos en laberinto con fondo poliédrico

## *Physical and numerical modeling of labyrinth weirs with polyhedral bottom*

San Mauro, J.<sup>a1</sup>, Salazar, F.<sup>a2</sup>, Toledo, M. Á.<sup>b1</sup>, Caballero, F. J.<sup>b2</sup>, Ponce-Farfán, C.<sup>b3</sup> y Ramos, T.<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Centre Internacional de Mètodes Numèrics en Enginyeria (CIMNE). Universitat Politècnica de Catalunya (UPC). Campus Norte. Edificio C1. C/ Gran Capitán S/N, 08034 Barcelona, España. E-mail: <sup>a1</sup> jsanmauro@cimne.upc.edu, <sup>a2</sup> fsalazar@cimne.upc.edu

<sup>b</sup>Departamento de Ingeniería Civil: Hidráulica, Energía y Medio Ambiente. Grupo de Investigación en Seguridad de Presas y Aliviaderos (SERPA). Universidad Politécnica de Madrid (UPM). E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos. C/ Profesor Aranguren s/n. 28040 Madrid, España. E-mail: <sup>b1</sup> matoledo@caminos.upm.es, <sup>b2</sup> jcaballero@caminos.upm.es, <sup>b3</sup> cristian.ponce@upm.es

<sup>c</sup>Centro de estudios hidrográficos del CEDEX. Paseo de la Virgen del Puerto 3, 28005 Madrid, España. E-mail: tamara.ramos@cedex.es

Recibido: 29/01/2016

Aceptado: 31/05/2016

Publicado: 29/07/2016

---

## RESUMEN

Un número importante de presas en España deben ampliar sus aliviaderos para cumplir criterios de seguridad distintos a los de su construcción. En este contexto, cobran interés soluciones de aliviaderos no convencionales como los aliviaderos en laberinto, que permiten aumentar la capacidad de desagüe de estructuras existentes con una inversión moderada. Para la optimización del diseño de este tipo de aliviaderos se desarrolla el proyecto POLILAB, en cuyo marco se llevaron a cabo las campañas de modelación física y numérica que se exponen en este artículo. Se describen los resultados más relevantes en lo relativo a la inclusión de fondos poliédricos en aliviaderos en laberinto como refuerzo estructural, contemplando además las modificaciones que implican con respecto a soluciones en laberinto con fondo plano, en lo relativo a capacidad de desagüe, patrón de flujo y acciones hidrodinámicas sobre los contornos del laberinto.

**Palabras clave** | Aliviaderos; Laberintos; CFD; Modelos numéricos tridimensionales; Modelación física; Aumento de capacidad.

---

## ABSTRACT

*In order to comply with the new safety regulations a significant number of Spanish dam spillways must be upgraded. In this scenario and with the aim of increasing the discharge capacity with a reduced investment innovative designs become interesting solutions. One of these innovative designs are the labyrinth weirs. Project POLILAB is carrying out with the objective of optimize the design of labyrinth weirs, physical and numerical tests exposed in this article were developed within this framework. The most relevant results are related with the discharge capacity, the flow pattern and the structural reinforcement achieved by the implementation of a polyhedral bottom.*

**Key words** | Spillway; Labyrinth weir; CFD; 3D numerical modeling; Physical modeling; Spillway upgrade.

## INTRODUCCIÓN

Un número importante de presas en España deben adaptarse a los criterios marcados por el Reglamento Técnico sobre Seguridad de Presas y Embalses del año 1996, que de manera general son más exigentes en lo relativo a la capacidad de desagüe y resguardos exigidos. En este marco, la actualización de aliviaderos de presas ya existentes se suele enfrentar a condicionantes geométricos o topográficos, que generalmente solo son abordables con soluciones tradicionales mediante importantes inversiones económicas. Por ello cada vez cobran más interés las soluciones de aliviaderos no convencionales que permiten aumentar la capacidad de desagüe con una menor inversión.

Uno de esos condicionantes geométricos suele ser la limitación de la anchura máxima disponible. Una solución clásica para conseguir un aumento de capacidad sería la instalación de compuertas, que si bien aumentan la capacidad de embalse, requieren mayor atención para su operación y mantenimiento, con las desventajas que ello acarrea frente al vertido libre. Una solución alternativa e innovadora para afrontar el aumento de capacidad ante este condicionante geométrico sería la implementación de un aliviadero en laberinto.

Los aliviaderos en laberinto permiten aumentar la capacidad de desagüe manteniendo la simplicidad de operación del vertido libre. Se caracterizan por presentar una forma en planta generalmente trapecial y modular, lo que conduce a un aumento importante de la longitud de vertido. Su capacidad de desagüe viene determinada por la ecuación (1), que relaciona el caudal de vertido con un coeficiente de descarga global ( $C$ ), que resulta específico para cada geometría de aliviadero. Este coeficiente solo se encuentra tabulado para geometrías sencillas de aliviadero en laberinto (Crookston y Tullis, 2013), pero para geometrías específicas debe ser obtenido mediante ensayo en modelo físico.

$$Q = L \cdot C \cdot H_t^{1.5} \quad (1)$$

Donde:  $Q$  es el caudal de vertido ( $\text{m}^3/\text{s}$ );  $L$  es la longitud del aliviadero desarrollado (m);  $C = 2/3 \cdot 2g \cdot 0.5 \cdot C_d$ , siendo  $C_d$  el coeficiente de desagüe;  $g$  es la aceleración de la gravedad ( $9.81 \text{ m/s}^2$ );  $H_t$  es la carga hidráulica sobre el umbral del vertedero (m).

Soluciones de aliviaderos en laberinto ya han sido construidas tanto a nivel nacional (Presa de María Cristina, Cordero *et al.*, 2007) como internacional (Lago Brazos, EE.UU., Vasquez *et al.*, 2007), revelándose dos limitaciones fundamentales. En primer lugar, ocupan un mayor espacio en planta que un vertedero recto, lo que dificulta su implementación en determinados casos. En segundo, con caudales de vertido unitario superiores a  $50 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$  se incrementan en gran medida las cargas hidrodinámicas actuantes sobre los muros de hormigón que conforman el aliviadero, y se hacen necesarias cuantías de acero de armado muy significativas (Blanc y Lempérière, 2001), que encarecen de manera importante el coste de estas soluciones.

Con el objetivo de desarrollar criterios de diseño óptimos de aliviaderos en laberinto, que soslayen las limitaciones observadas, se está desarrollando el proyecto POLILAB (<http://www.cimne.com/vnews/4647/polilab>), en el marco del programa INNPACTO del Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO). En una primera etapa se pretenden estudiar las alteraciones que genera la inclusión de fondos poliédricos en aliviaderos en laberinto respecto al comportamiento de esos mismos aliviaderos con el fondo plano tradicional, en lo relativo a las condiciones de desagüe y a las distribuciones de carga en los muros que definen la geometría de los laberintos.

## METODOLOGÍA

Para alcanzar los objetivos planteados anteriormente se combinan la modelación física y numérica (Figura 1). En la primera campaña de ensayos del proyecto POLILAB, se ensayó una única geometría de aliviadero en laberinto con distintas configuraciones de fondo. A partir de las curvas de desagüe obtenidas de los ensayos físicos se validaron los modelos numéricos, sobre los cuales se estudiaron las alteraciones en el patrón de flujo que generan los fondos poliédricos y las acciones estructurales que aparecen sobre los muros del aliviadero. A continuación se detallan algunos aspectos de esta metodología.

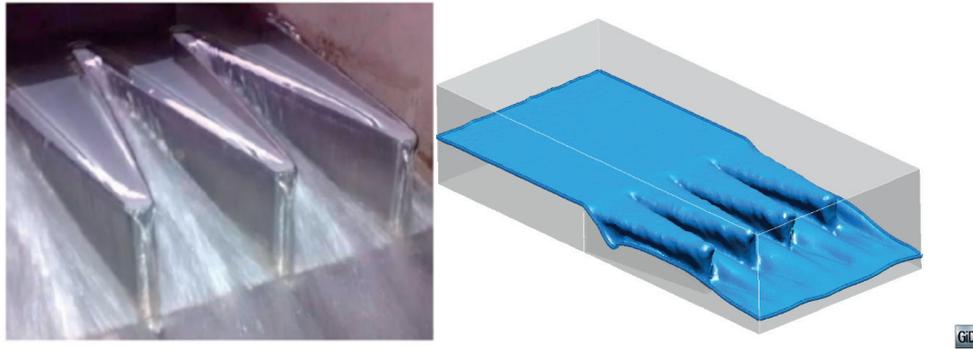


Figura 1 | Ejemplo de ensayo físico y simulación numérica del comportamiento hidráulico de un aliviadero en laberinto del proyecto POLILAB.

### Geometría del aliviadero

La geometría del aliviadero ensayado consiste en un laberinto de chapa de aluminio de 4 mm de espesor y 4 ciclos. Encaja en un vano de anchura 1 m y su altura desde la solera es de  $P=0.2$  m. El borde superior que define el labio de vertido es paralelo a la solera y perpendicular a las caras verticales de aluminio y forma ángulos vivos en los bordes. La longitud desarrollada del labio es de 6 m y el ángulo de las caras laterales con el eje longitudinal es de  $7.45^\circ$ . Esta geometría de aliviadero se ensayó tanto con fondo plano (solera horizontal) como con fondos poliédricos (soleras en rampa). En concreto los fondos poliédricos estudiados fueron 3, y su diseño se fundamenta en introducir rampas en el interior de los ciclos, tanto desde aguas arriba, como desde aguas abajo, y desde aguas arriba y aguas abajo. La posición de las rampas se definió como aquella que contuviera los 4 vértices interiores de un ciclo. En la Figura 2 se muestran dibujos esquemáticos de la geometría de aliviadero ensayada y los distintos fondos dispuestos.

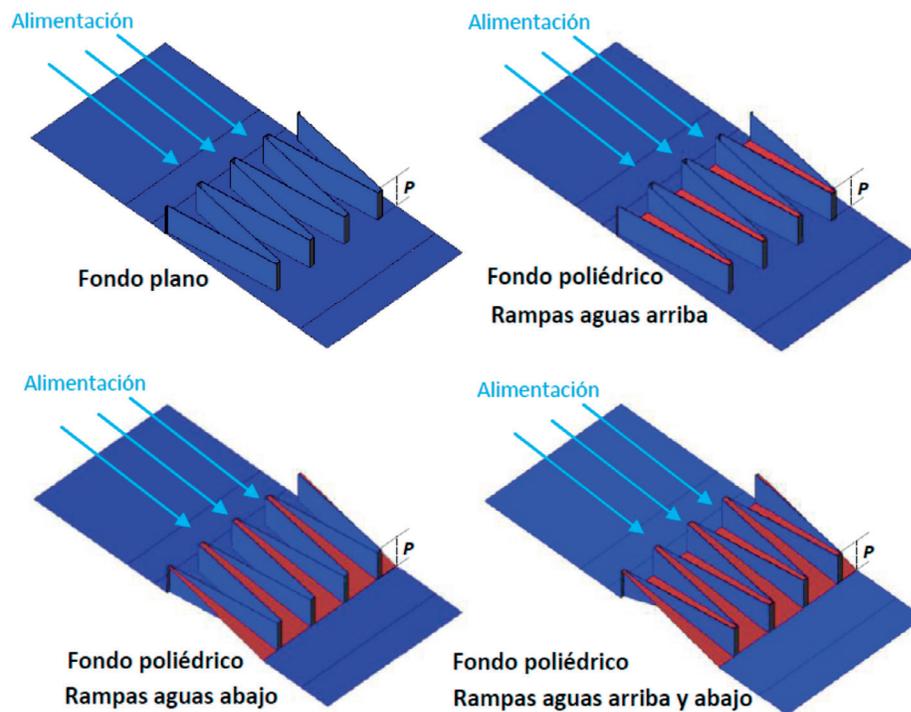
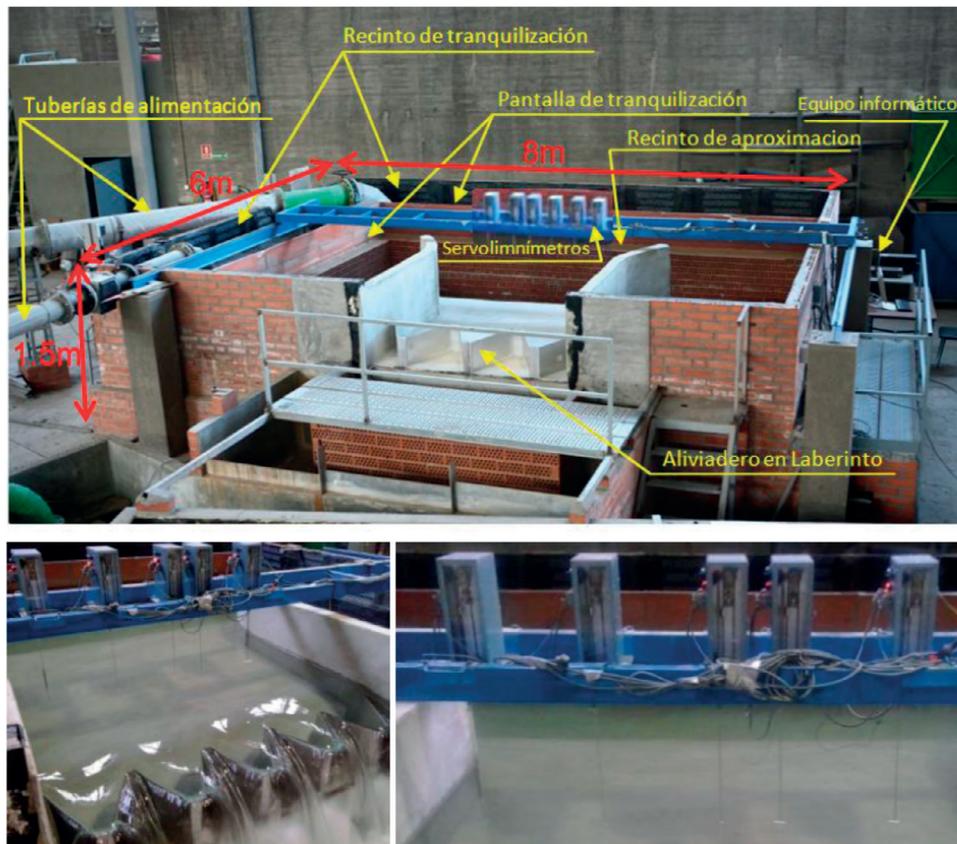


Figura 2 | Perspectivas de las geometrías de aliviaderos en laberinto con fondos planos y poliédricos, (rampas indicadas en rojo).

## Instalaciones y equipos para modelación física

Se construyó en las instalaciones del Centro de Estudios Hidrográficos del CEDEX un recinto de ensayo, de planta rectangular de 8 m de ancho, 6 m de fondo y 1.5 m de altura en dimensiones interiores, que puede ser alimentado según distintas direcciones. La alimentación del caudal líquido se realiza mediante dos bombas, donde la primera es capaz de proporcionar un caudal que varía desde 17 l/s a 150 l/s y la segunda bomba hasta los 300 l/s. Cada bomba dispone de un caudalímetro electromagnético para aforo del caudal entrante. Las bombas descargan el agua en un recinto de tranquilización, a través del cual se introduce el caudal en el recinto de ensayo. La función del recinto de tranquilización es disminuir y homogeneizar la velocidad del agua tras su salida de las tuberías que la conducen hasta él, de modo que se introduzca en el recinto de ensayo de una forma “suave”. El agua sale del recinto de ensayo por el vertedero tipo laberinto. Tras él se sitúa otro recinto de tranquilización, tras el cual se dispone un aforador rectangular para la medición de caudales. Posteriormente, el agua se reintroduce en el depósito inferior y se cierra el circuito. El recinto está equipado con 6 servolínímetros o limnigrafos palpadores para la medida de calados sobre perfiles curvos de lámina de agua montados sobre un carro que desliza apoyado en los muros extremos, además de 2 sondas de ultrasonidos, todos ellos conectados a un equipo informático que permite el registro continuo de los niveles en distintas zonas del recinto de aproximación al vertedero. También se dispone de un limnómetro manual de respaldo para la comprobación de niveles. La instalación de estos equipos permite registrar de manera automática la curva de desagüe para los aliviaderos de la campaña de ensayos físicos, si bien la obtención de otros resultados como patrones de flujo o presiones en paramentos habría requerido la instalación de otros equipos adicionales, que no fueron contemplados en la planificación del proyecto. En la Figura 3 se pueden apreciar las instalaciones y equipos antes comentados.



**Figura 3 |** Superior: elementos y dimensiones principales del recinto de ensayo. Inferior: detalles de servolínímetros instalados sobre deslizadera (se identifican en azul).

Asimismo el recinto de ensayo se encuentra preparado para adaptarse a distintas disposiciones y geometrías de vertedero (se han construido 12 vertederos tipo laberinto para su ensayo físico en el marco del proyecto POLILAB), diferentes alturas de aliviadero, disposiciones de aproximación en canal y en embalse, posiciones de aliviadero con los vértices extremos hacia aguas arriba y con los vértices extremos hacia aguas abajo; además la instalación permite modificar las condiciones de aproximación mediante distintas configuraciones de fondo de embalse, así como modificar las condiciones de alimentación del vertedero mediante flujos frontales, laterales y oblicuos. Estos flujos se generan al variar la geometría del recinto de tranquilización en que descargan el agua las bombas, de tal forma que si la zona del recinto activa es la enfrentada con el aliviadero el flujo será frontal, si la zona activa es la que se encuentra en un costado del aliviadero el flujo será lateral, y si se encuentran activas ambas zonas el flujo será oblicuo.

En concreto, para la primera campaña de ensayos físicos del proyecto POLILAB, se utilizó una alimentación de caudal frontal, fondo de embalse plano y aproximación al vertedero en canal de 1 m de ancho. En la Figura 4 se muestra detalle del vertedero ensayado en esta campaña con las condiciones de aproximación descritas.



**Figura 4 |** Detalle de ensayo físico con alimentación frontal y aproximación en canal de la primera campaña de ensayos del proyecto POLILAB.

## Modelación numérica

CIMNE desarrolla la modelación numérica del proyecto POLILAB, con el objetivo de estudiar las modificaciones que genera la inclusión de fondos poliédricos en un aliviadero en laberinto, en lo relativo al patrón de flujo y a las acciones hidrodinámicas que aparecen sobre los muros del aliviadero. Todas las simulaciones numéricas se realizaron en 3D ya que el patrón de movimiento del agua en esta tipología de aliviaderos es marcadamente tridimensional (Salazar *et al.*, 2015). Se utilizó un código de cálculo para llevar a cabo las simulaciones hidráulicas y otro para el estudio estructural del aliviadero, estando ambos códigos integrados dentro del entorno Open Source Kratos-MultiPhysics (Kratos, 2012).

El código de cálculo hidráulico utilizado (Dadvand *et al.*, 2010; Rossi *et al.*, 2013) resuelve las ecuaciones completas de Navier-Stokes en 3D según una formulación Euleriana, lo que quiere decir que el dominio de cálculo se discretiza mediante

una malla de elementos finitos, que se mantiene constante durante toda la simulación. Este código utiliza una Estabilización de Subescalas Ortogonales (OSS por Orthogonal Sub-scales Stabilization), descrita por Codina (2000). Esta técnica permite modelar la turbulencia sin un modelo específico para tal efecto (Principe *et al.*, 2010), como se ha comprobado en problemas similares (Rossi *et al.*, 2013; Salazar *et al.*, 2013; Larese *et al.*, 2015). A continuación se resumen las principales características del código:

1. Discretización de las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo incompresible usando el enfoque tradicional del Método de los Elementos Finitos (Zienkiewicz *et al.*, 2005).
2. Uso de elementos de bajo orden: triángulos en 2D y tetraedros en 3D.
3. Integración temporal mediante una versión semiexplícita del método de pasos fraccionados.
4. Mejora de la conservación de la masa mediante el uso de una técnica de “recuperación de errores” que permite corregir los errores cometidos en los pasos de tiempo precedentes.
5. Método *level-set* para la definición de la posición de la superficie libre (Osher y Fedkiw, 2001).
6. Una función de extrapolación que permite calcular los valores de velocidad, presión y gradiente de presión en la zona no ocupada por el fluido adyacente a la superficie libre.

El algoritmo sigue los siguientes pasos:

1. Extrapolación de la velocidad, la presión y el gradiente de presiones al dominio de extrapolación, que es la región adyacente a la superficie libre que en  $t_n$  no está ocupada por el fluido.
2. Convección de la función *level-set* que define la posición de la superficie libre a partir del campo de velocidades en los dominios de fluido y de extrapolación. De este modo, se obtiene la posición de la superficie libre en el instante  $t_{n+1}$ .
3. Reinicialización de la función distancia en todo el dominio, partiendo de la superficie libre calculada en el paso anterior, que tiene un valor nulo de dicha función.
4. Resolución de las ecuaciones de momento.
5. Imposición de la condición de presión de modo que tiene un valor nulo en la superficie libre antes calculada y que respete la incompresibilidad.
6. Cálculo de la presión.
7. Cálculo de la velocidad.
8. Vuelta al paso 1.

El código para cálculo estructural resuelve las ecuaciones clásicas de Poisson relativas a la elasticidad tridimensional por el método de elementos finitos, discretizando el dominio mediante elementos tetraédricos de 4 nodos. Las presiones registradas sobre los muros del aliviadero en las simulaciones llevadas a cabo con el código de cálculo hidráulico se introdujeron como cargas del modelo estructural.

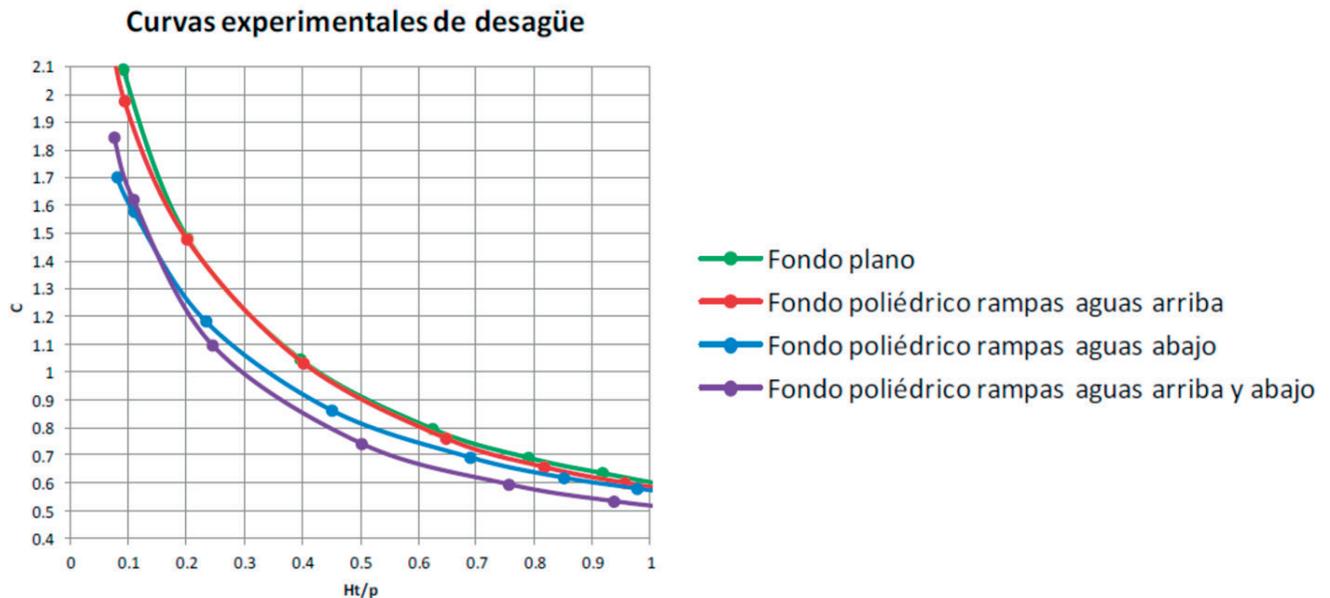
---

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Curvas de desagüe en modelo físico

Sobre la geometría de aliviadero en laberinto con las distintas configuraciones de fondos descritas se han realizando campañas de ensayos físicos, las cuales permitieron obtener la evolución del valor de  $C$  para distintos caudales de vertido, o lo que es lo mismo para distintas alturas adimensionales de sobrevertido ( $H_t/P$ ), definiéndose así las curvas de desagüe para cada

configuración que se muestran en la Figura 5. Se observa que a pesar de la modificación de la geometría de los fondos (plano y poliédricos) la forma de las curvas obtenidas siguen el mismo patrón descendente conforme aumenta la relación  $H_t/P$ . Esto se debe al efecto de la interacción entre láminas vertientes, más importante a medida que se incrementa el calado vertiente (Crookston y Tullis, 2012). Por otra parte cabe destacar que las configuraciones con fondo plano y fondo poliédrico con rampas aguas abajo resultan ser las más eficientes de entre las ensayadas. La configuración de fondo poliédrico con rampas aguas arriba y aguas abajo es la que mostró una menor capacidad de desagüe.



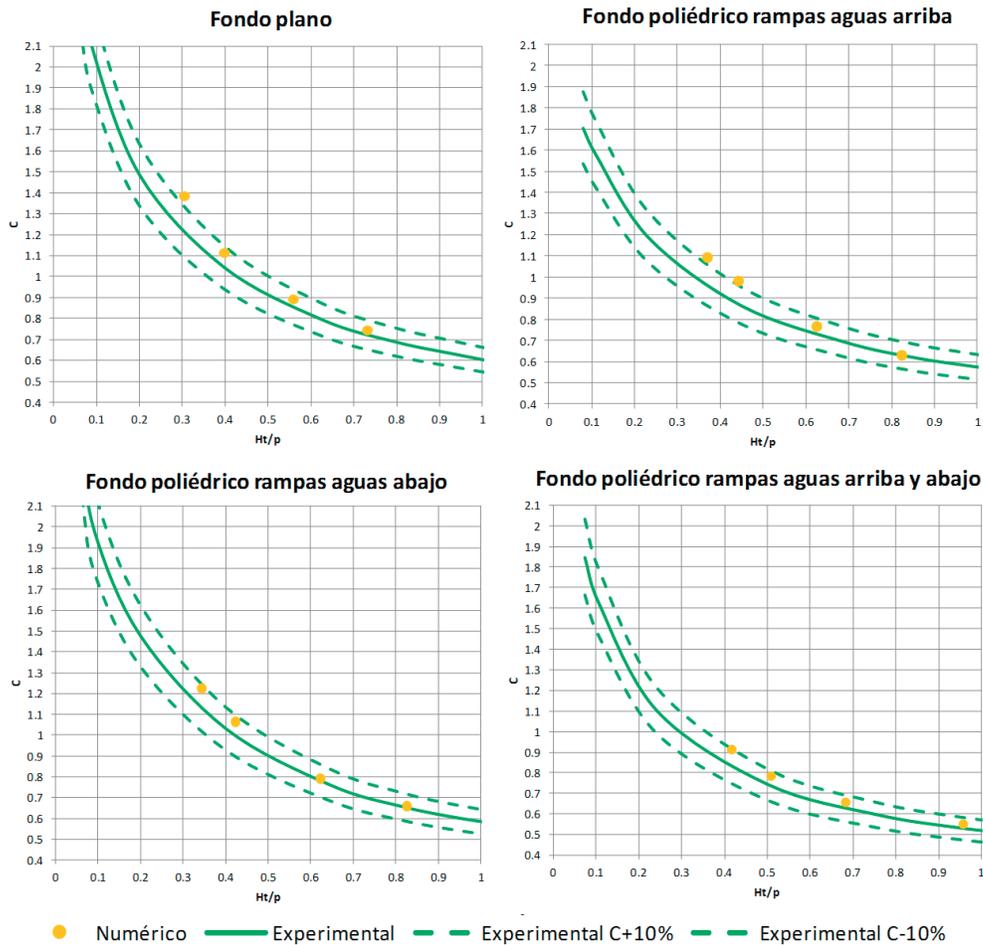
**Figura 5** | Curvas de desagüe para aliviadero en laberinto con fondos plano y poliédricos, ajustadas a partir de los resultados de los ensayos físicos realizados, indicados con puntos.

La literatura técnica (Pfister *et al.*, 2013) ha descrito efectos de escala que aparecen en los ensayos en modelo reducido de aliviaderos en laberinto cuando las láminas vertientes son reducidas (menores en general a 0.06 m). Dichos efectos de escala generan una cierta discrepancia entre la capacidad de desagüe observada en el modelo reducido y la capacidad real en prototipo. De tal forma que a la hora de aplicar los resultados de curvas de desagüe obtenidas en este trabajo a un prototipo deben tenerse en cuenta para valores de  $H_t/P$  inferiores a 0.3.

## Validación de los modelos numéricos

Para la validación del modelo numérico implementado se empleó el método del ensayo ciego, comparando las curvas de desagüe registradas en el modelo físico con las curvas de desagüe obtenidas a partir de la simulación numérica de las configuraciones de aliviadero descritas. En la Figura 6 se muestra la comparación.

Se observa que la discrepancia máxima entre los resultados experimentales y numéricos se encuentra en torno al 10%, y que tiende a reducirse conforme aumenta la relación  $H_t/P$ . Esto se debe a que posibles errores en los valores numéricos de  $H_t$ , debidos a la malla de elementos finitos fija empleada, disminuyen su importancia relativa conforme aumenta el valor absoluto de  $H_t$ .

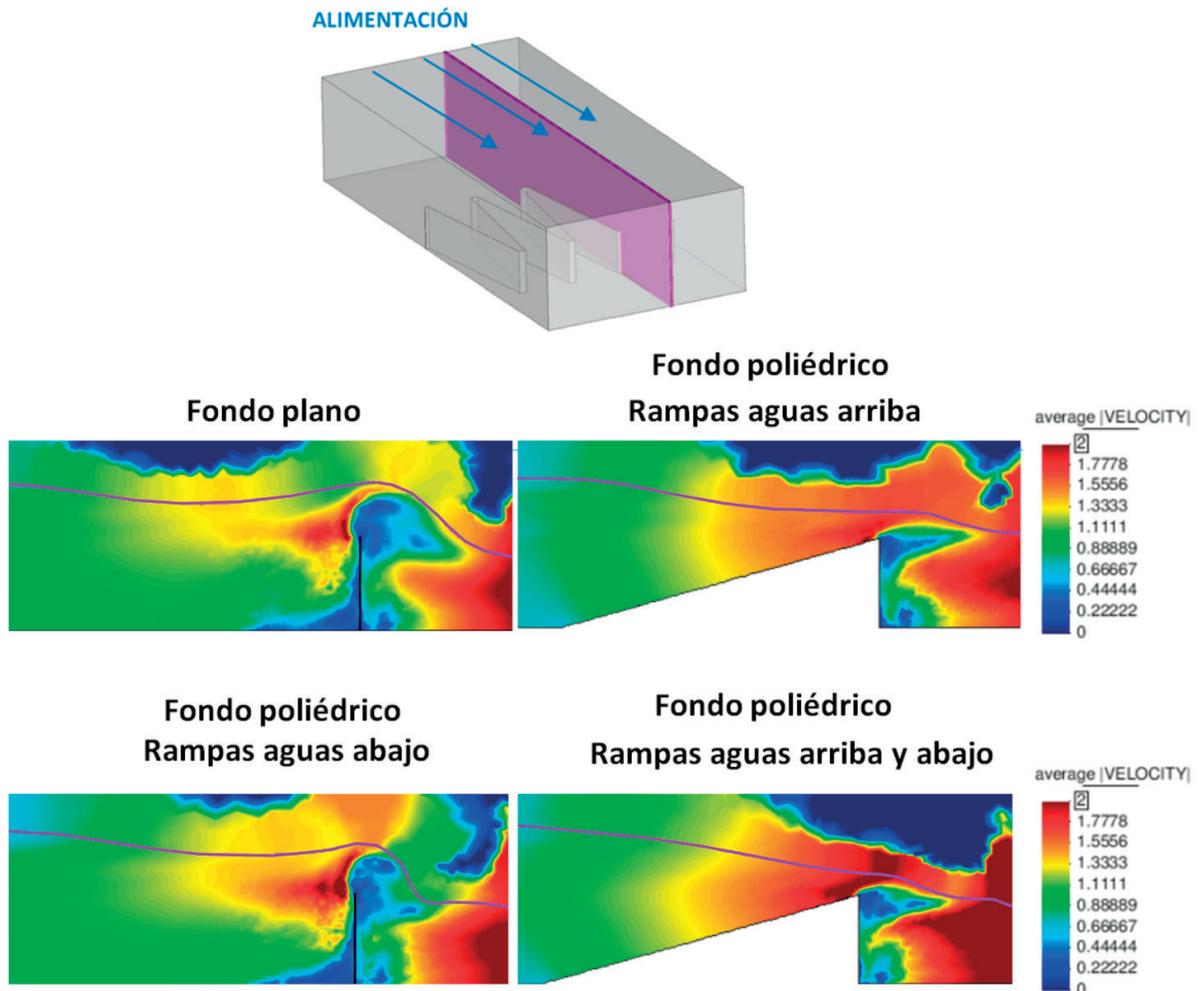


**Figura 6** | Comparación numérico-física de curvas de desagüe. Se indican con líneas punteadas un aumento del 10% y una disminución del 10% en los valores experimentales de  $C$ .

## Patrón de flujo en modelo numérico

El patrón de flujo que aparece en el aliviadero se estudió en base a los resultados de las simulaciones numéricas, para cada configuración de fondo y para las mayores relaciones de  $H_t/P$  calculadas. Se observaron 2 patrones de flujo característicos, uno para las configuraciones con fondo plano y fondo poliédrico con rampas aguas abajo, y un segundo para las configuraciones con fondo poliédrico con rampas aguas arriba y con rampas aguas arriba y aguas abajo. Estos distintos patrones de flujo repercuten en la forma de la superficie libre y en las distribuciones de velocidades.

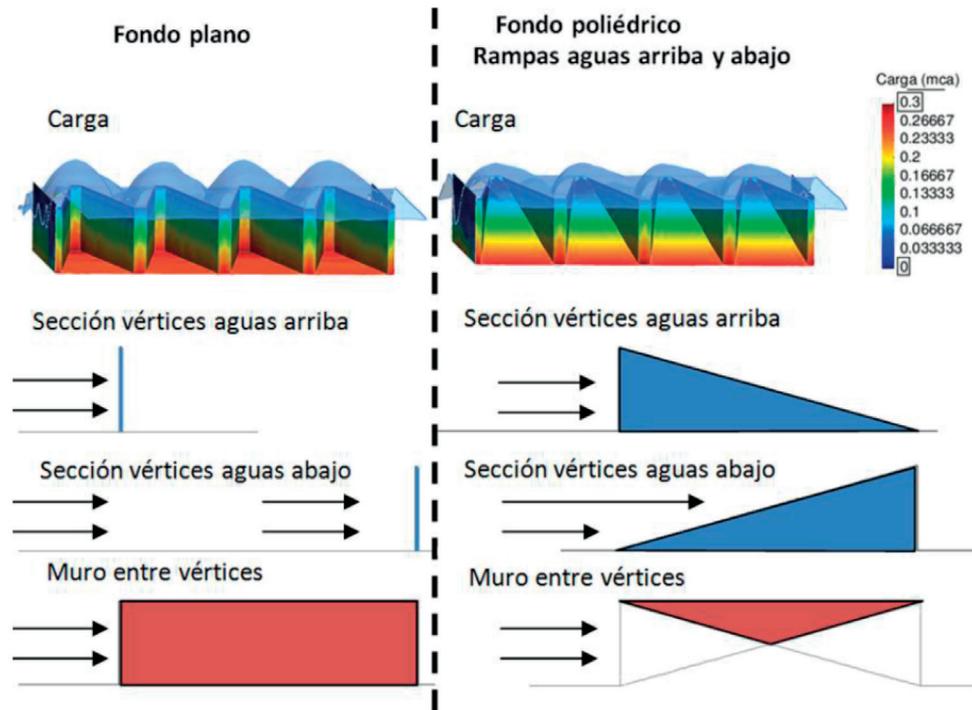
En la Figura 7 se muestra la posición de la superficie libre y la distribución de velocidades en una sección paralela al sentido de alimentación del aliviadero, para las distintas configuraciones de fondos planteadas, poniéndose de manifiesto las repercusiones de los patrones de flujo antes apuntadas. En concreto, cabe destacar que en las configuraciones de fondo con rampas aguas arriba, y con rampas aguas arriba y abajo la velocidad tiende a aumentar uniformemente conforme el agua avanza por el ciclo. Por el contrario en las configuraciones con rampas aguas abajo y con fondo plano la velocidad permanece significativamente constante hasta las proximidades del umbral de vertido, donde se acelera marcadamente. Además se aprecia cómo cambia la forma de la superficie libre entre las configuraciones que tienen rampas aguas arriba y las que no, observándose que en los modelos con rampas aguas arriba se produce un descenso uniforme de la lámina de agua, mientras que en los modelos sin rampas aguas arriba se produce un descenso inicial de lámina para posteriormente comenzar a crecer, alcanzando su máximo sobre el umbral.



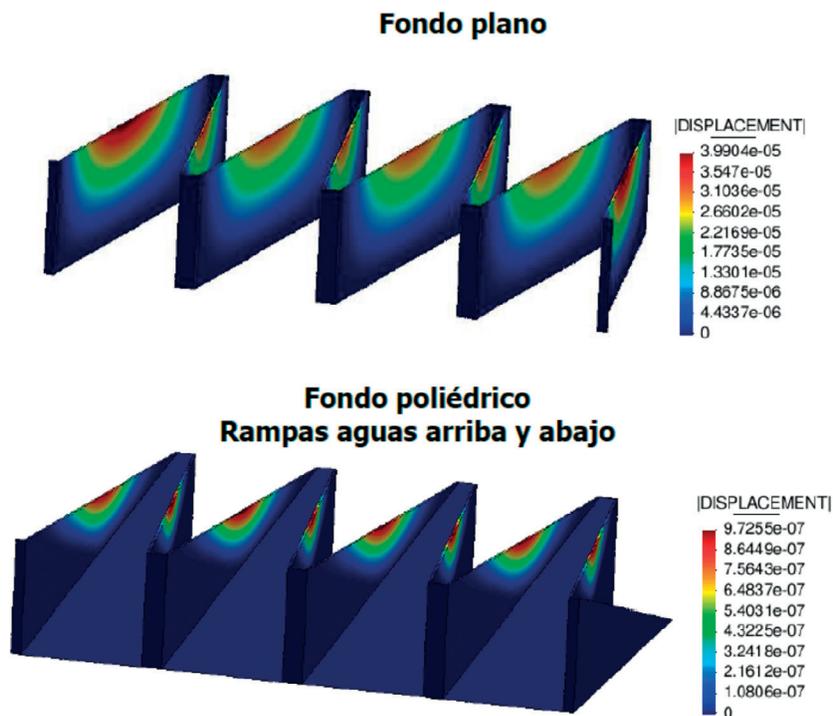
**Figura 7 |** Superior: sección de estudio del patrón de flujo. Inferior: Distribución de velocidades en la sección de estudio, para las mayores  $H_1/IP$  modeladas. Se indica en magenta la superficie libre.

### Acciones hidrodinámicas sobre muros en modelo numérico

Las configuraciones de aliviadero en laberinto con fondos poliédricos reducen la superficie mojada de los muros que conforman el aliviadero, lo que conlleva a una reducción en las cargas hidrodinámicas a las que se encuentran sometidos éstos. Por otra parte, las rampas que configuran los fondos poliédricos suponen a su vez un refuerzo estructural para los muros del laberinto, de tal forma que en los vértices del laberinto convierten secciones rectangulares en trapeciales y en los muros laterales entre vértices reducen la luz entre empotramientos. Por lo tanto, la inclusión de los fondos poliédricos tiene 3 efectos positivos desde un punto de vista estructural: la disminución de cargas, el regruesamiento de secciones y la disminución de luces entre empotramientos. A modo de ilustración de lo anteriormente expuesto se muestran en la Figura 8 la comparación de las configuraciones con fondo plano y con fondo poliédrico con rampas aguas arriba y aguas abajo, en lo relativo a cargas, secciones resistentes en vértices y luz entre empotramientos en muros entre vértices. En la Figura 9 se aprecia cómo estos 3 efectos positivos repercuten en una menor deformación máxima del aliviadero en situación de sobrevvertido.



**Figura 8 |** Comparación entre las configuraciones con fondo plano y con fondo poliédrico con rampas aguas arriba y aguas abajo, para las mayores  $H_t/IP$  modeladas. Superior: distribución de cargas hidrodinámicas, vista desde aguas arriba. Central: vistas laterales de las secciones resistentes en los vértices indicadas en azul. Inferior: vistas laterales de la luz entre empotramientos en muros entre vértices indicadas en rojo.



**Figura 9 |** Comparación de deformaciones máximas entre las configuraciones con fondo plano y con fondo poliédrico con rampas aguas arriba y aguas abajo, para cargas inducidas por las mayores  $H_t/IP$  modeladas. Se ha modelado como material del aliviadero aluminio de espesor 4 mm. Superior: fondo plano. Inferior: fondo poliédrico con rampas aguas arriba y aguas abajo. Las escalas de colores indican la máxima deformación en m.

---

## CONCLUSIONES

En este artículo se han expuesto los principales resultados de las campañas de modelación física y numérica de una geometría de aliviadero en laberinto con distintas configuraciones de fondos. En concreto se han obtenido las curvas de desagüe del aliviadero física y numéricamente, y se han comparado validando el modelo numérico. Posteriormente se obtuvieron de las simulaciones numéricas resultados relativos al patrón de flujo y a las acciones hidrodinámicas sobre los contornos del laberinto.

De los resultados anteriormente expuestos se puede concluir que la inclusión de fondos poliédricos en un aliviadero en laberinto produce una modificación en el patrón de flujo del agua, con respecto a configuraciones de fondo plano. Esta modificación del patrón afecta tanto a las distribuciones de velocidades como a la forma de la superficie libre. Se ha constatado que la modificación del patrón de movimiento no mejora la capacidad de desagüe de los aliviaderos con fondos poliédricos respecto a una solución de fondo plano.

Por otra parte los fondos poliédricos producen varios efectos positivos desde un punto de vista estructural, como son: la disminución de cargas hidrodinámicas, el regruesamiento de secciones en los vértices del laberinto y la disminución de luces entre empotramientos, lo que se traduce en un comportamiento más rígido, y por tanto menos deformable, en comparación con una configuración de fondo plano. Estas mejoras en el comportamiento estructural pueden conllevar un abaratamiento de los costes de construcción respecto a una solución tradicional de aliviadero en laberinto con fondo plano, por la vía de la reducción de cuantías de acero de armado necesarias para que las deformaciones del aliviadero sean admisibles. Por tanto, a la hora de decidir si incluir fondos poliédricos en un aliviadero en laberinto se debe tener en cuenta tanto la disminución general de capacidad de desagüe observada como la posible reducción de costes en materiales que pueda provocar su inclusión, debiéndose llegar a un compromiso entre ambos factores, en función de los condicionantes específicos de cada proyecto.

Por último cabe destacar que una vez validado el modelo numérico ha resultado ser una herramienta de gran utilidad, ya que permite observar de forma directa los resultados (presión, velocidad y deformación) en todo el dominio de análisis, lo que resulta beneficioso para el diseño y optimización de estructuras hidráulicas.

---

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento al Ministerio de Economía y Competitividad por su apoyo en la financiación del proyecto: “POLILAB. Diseño del prototipo de una compuerta fusible recuperable tipo laberinto de fondo poliédrico para la mejora de la seguridad hidrológica de las presas”. En el marco del Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica (2008-2011). Programa Nacional de Cooperación Público-Privada. Subprograma INNPACTO (IPT- 2012-0185-380000). Proyecto co-financiado por el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER).

También se desea agradecer a Carlos Granell y Luis Ruano su disponibilidad y activa colaboración en el proyecto POLILAB.

---

## REFERENCIAS

- Blanc, P., Lempérière, F. (2001). Labyrinth spillways have a promising future. *International Journal on Hydropower and Dams*, 8(4), 129-131.
- Codina, R. (2000). Stabilization of incompressibility and convection through orthogonal sub-scales in finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(13-14), 1579-1599. doi:10.1016/S0045-7825(00)00254-1
- Cordero, D., Elviro, V., Granell, C. (2007). Aliviaderos en laberinto: presa de María Cristina. *Revista de Ingeniería Civil*. ISSN: 0213-8468, 146, 5-20.
- Crookston, B., Tullis, B. (2012). Labyrinth weirs: Nappe interference and local submergence. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 138(8), 757-765. doi:10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000466

- Crookston, B., Tullis, B. (2013). Hydraulic design and analysis of labyrinth weirs. I: Discharge relationships. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 139(5), 363-370. doi:10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000558
- Dadvand, P., Rossi, R., Oñate, E. (2010). An object-oriented environment for developing finite element codes for multi-disciplinary applications. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(3), 253-297. doi:10.1007/s11831-010-9045-2
- Kratos, multiphysics open source FEM code, (2012). <http://www.cimne.com/kratos> [Acceso: junio 2016].
- Larese, A., Rossi, R., Oñate, E. (2015). Finite element modeling of free surface flow in variable porosity media. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 22(4), 637-653. doi:10.1007/s11831-014-9140-x
- Osher, S., Fedkiw, R.P. (2001). Level set methods: An overview and some recent results. *Journal of Computational Physics*, 169(2), 463-502. doi:10.1006/jcph.2000.6636
- Pfister, M., Battsacco, E., De Cesare, G., Schleiss, A. J. (2013). Scale effects related to the rating curve of cylindrically crested Piano Key weirs. *Labyrinth and Piano Key Weirs II*, 73. CRC BALKEMA. ISBN: 9781138000858
- Principe, J., Codina, R., Henke, F. (2010). The dissipative structure of variational multiscale methods for incompressible flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(13), 791-801. doi:10.1016/j.cma.2008.09.007
- Rossi, R., Larese, A., Dadvand, P., Oñate, E. (2013). An efficient edge-based level set finite element method for free surface flow problems. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, 71(6), 687-716. doi:10.1002/fld.3680
- Salazar, F., Morán, R., Rossi, R., y Oñate, E. (2013). Analysis of the discharge capacity of radial-gated spillways using CFD and ANN—Oliana Dam case study. *Journal of Hydraulic Research*, 51(3), 244-252. Doi: 10.1080/00221686.2012.755714
- Salazar, F., San Mauro, J., Oñate, E. y Toledo, M.A. (2015). CFD analysis of flow pattern in labyrinth weirs. *Dam Protections against Overtopping and Accidental Leakage*, 287. CRC BALKEMA. ISBN: 9781138028081
- Vasquez, V., Boyd, M., Wolfhope, J., Garret, R. (2007). A labyrinth rises in the heart of Texas. *Proc., 28<sup>th</sup> Annual USSD Conf., USSD, Denver, CO*, 813-826. Disponible en: <http://ussdams.com/proceedings/2008Proc/813-826.pdf> [Acceso: junio 2016].
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., Nithiarasu, P. (2005). *The finite element method for fluid dynamics*, ed. 6. Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, UK. ISBN: 978-0-7506-6431-8