

# *Determinación de componentes conexas en el análisis de zonas homogéneas y de detalle en imágenes a color*

## *Determination of connected components in the analysis of homogeneous and detail zones in color images*

**Cristina Pérez-Benito, Samuel Morillas, Cristina Jordán, J. Alberto Conejero**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

[cripebe1@posgrado.upv.es](mailto:cripebe1@posgrado.upv.es), [smorillas@mat.upv.es](mailto:smorillas@mat.upv.es), [cjordan@mat.upv.es](mailto:cjordan@mat.upv.es), [aconejero@mat.upv.es](mailto:aconejero@mat.upv.es)

---

### Abstract

*Presentamos un modelo basado en grafos locales para clasificar los píxeles atendiendo a si pertenecen a zonas homogéneas o a zonas de detalle de una imagen. Para cada píxel se define un grafo cuya estructura dependerá de la similitud entre los píxeles adyacentes. Sus características permiten clasificar cada píxel de la imagen como perteneciente a un tipo de zona u a otra. Esta clasificación constituye un pre-procesado de la imagen primordial para múltiples técnicas de Visión Artificial, como puede ser el suavizado o el realce de imágenes digitales en color.*

*A model based on local graphs to classify pixels coming from flat or detail regions of an image is presented. For each pixel a local graph is defined. Its structure will depend on the similarity between neighbouring pixels. Its features allow us to classify each image pixel as belonging to one type of region or the other. This classification is an essential pre-processing technique for many Computer Vision tools, such as smoothing or sharpening of digital color images.*

---

Palabras clave: procesado de imágenes digitales, grafo local, componente conexa, suavizado de imágenes, realce de imágenes.

Keywords: [image digital processing](#), [local graph](#), [connected component](#), [image smoothing](#), [image sharpening](#).

## 1. Introducción

La clasificación de las diferentes zonas de una imagen constituye una técnica de pre-procesado que nos permite diferenciar áreas de interés de la imagen y extraer información para el posterior procesamiento de la misma. Uno de los objetivos de este procesado suele ser la eliminación de ruido, dado que en la realidad toda imagen adquirida digitalmente lo contiene en mayor o menor medida. La presencia de ruido puede afectar significativamente tanto a la calidad de las imágenes como al funcionamiento de la mayoría de tareas involucradas en otros tipos de procesamiento.

Probablemente, la fuente más común de ruido en imágenes digitales sea el llamado ruido térmico, debido a un mal funcionamiento de un sensor tipo CCD. Este tipo de ruido se puede modelar mediante un ruido gaussiano blanco. En el caso de imágenes a color, esto se hace añadiendo, a cada canal de cada píxel, un valor aleatorio obtenido a partir de una distribución gaussiana de media cero. La intensidad del ruido viene caracterizada por la desviación típica  $\sigma$  de dicha distribución, véase por ejemplo [Celebi et al. 2015, Plataniotis et al. 2000].

En este trabajo se propone un nuevo modelo basado en grafos locales para diferenciar zonas en una imagen incluso en presencia de ruido. El modelo se basa en la construcción de un grafo ponderado para cada píxel de la imagen. Las aristas y los pesos del mismo vendrán determinados por los valores de intensidad de los píxeles vecinos en relación al píxel dado. Dicho grafo nos permitirá caracterizar cada píxel de modo que podremos saber si este pertenece a una zona homogénea o, por el contrario, pertenece a una zona de detalle.

El modelo que se presenta tiene múltiples aplicaciones, entre ellas se encuentra el filtrado de imágenes. Además, este filtrado puede ser adaptativo, es decir, vamos a poder suavizar con mayor o menor intensidad cada píxel en función de la zona a la que estimemos que pertenece. Este filtrado diferenciado permite eliminar el ruido de una imagen sin emborronarla y manteniendo sus detalles y textura. Más información de cómo se aplica el procesamiento diferenciado pueden encontrarse en [Jordán et al. 2012 y Pérez-Benito et al. 2018]

En la Sección 2 se describe detalladamente la construcción del grafo local asociado a cada píxel de la imagen. Mostraremos algunos resultados en la Sección 3 y algunas conclusiones en la Sección 4,

## 2. Modelado de una imagen en color basada en grafos locales

Una imagen es una proyección 2D de un escenario 3D. La proyección en cámaras digitales se realiza en una malla de sensores de forma que en cada sensor se codifica el color captado. Cada uno de estos colores se codifica mediante la combinación de tres colores primarios de acuerdo al modelo aditivo de color. En cámaras digitales, aunque los primarios varían relativamente de unas a otras, se consideran colores principalmente rojos, verdes y azules, y de ahí que se denominen primarios RGB (Red, Green and Blue). Las distintas combinaciones de los primarios dan lugar al conjunto de colores que se pueden representar con ellos, considerándolos como vectores de un espacio vectorial.

Dicho lo anterior, existen diferentes maneras de representar una imagen en color, una de las más comunes, y que usaremos en lo sucesivo, es considerar una imagen como una matriz bidimensional, donde cada elemento es un vector de tres componentes, uno por cada canal RGB, que varían entre 0 y 255. Cada uno de estos vectores son lo que denominamos píxel.

De este modo, las métricas proporcionan una forma de evaluar el grado de cercanía entre dos píxeles. En general, en un espacio vectorial se pueden definir distintas normas teniendo en

cuenta las diferencias entre vectores, siendo una de las más usadas la norma euclídea, dada por la raíz de la suma de los cuadrados de las diferencias en cada coordenada. Esta norma será la que utilizemos de aquí en adelante para medir las distancias entre píxeles, aunque se podrían utilizar otras normas [Sonka et al. 2014]. Como suele ser habitual la denotaremos por  $\| \cdot \|_2$ .

A continuación veremos como modelizar una imagen en color mediante Teoría de Grafos. Recordemos primero algunos conceptos e introduzcamos la notación. Un *grafo no dirigido*  $G$  se define como un par de conjuntos  $(V(G), L(G))$ , donde  $V(G)$  es distinto de vacío y  $L(G)$  viene dado por un conjunto de pares no ordenados de elementos de  $V(G)$ . A los elementos de  $V(G)$  les llamaremos *vértices* y a los de  $L(G)$ , *aristas*. Un grafo  $H$  se dice que es un *subgrafo* de  $G$  si  $V(H) \subseteq V(G)$  y  $L(H) \subseteq L(G)$ .

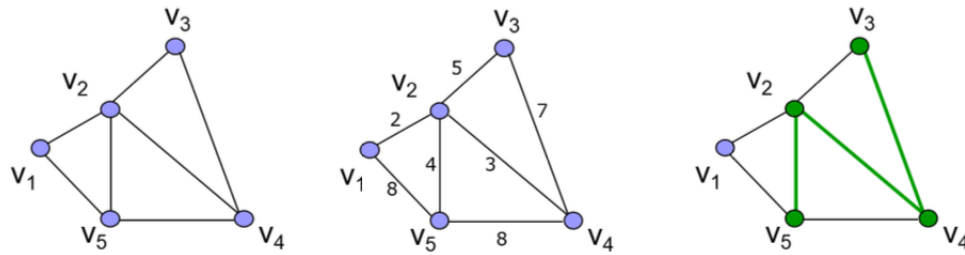


Figura 1: De izquierda a derecha, ejemplo de un grafo no dirigido, a continuación grafo ponderado, finalmente un ejemplo de camino entre dos vértices del grafo.

Si no hay lugar a confusión respecto a qué grafo nos referimos, denotaremos los conjuntos de vértices y aristas simplemente por  $V$  y  $L$ . Dos vértices  $u$  y  $v$  se dice que son *adyacentes* si están unidos por una arista, i.e., el par no ordenado  $(u, v)$  pertenece a  $L$ . Si cada arista  $(u, v) \in L$  tiene asociado un valor  $w(u, v)$  se dice que el grafo  $G$  es *ponderado*. Al valor  $w(u, v)$  le llamaremos *peso* de la arista  $(u, v)$ .

Un *camino*  $W$  de un vértice  $v_0$  a un vértice  $v_l$  en un grafo  $G$  es una sucesión de vértices  $v_1, v_2, \dots, v_p$  tal que  $(v_i, v_{i+1}) \in L(G)$ ,  $i = 1, 2, \dots, p-1$ . En la Figura 1 podemos ver un ejemplo de camino entre dos vértices,  $v_3$  y  $v_5$ , de modo que  $W = v_3, v_4, v_2, v_5$ .

Un grafo se dice que es *conexo* si para cada par de vértices distintos  $v_i, v_j \in V$  hay un camino de  $v_i$  a  $v_j$ . Una *componente conexa* de un grafo no dirigido  $G$  es un subgrafo conexo  $H$  de  $G$  tal que no existe ningún subgrafo conexo de  $G$  que contenga a  $H$  estrictamente, véase Figura 2. En nuestro contexto, si dos nodos pertenecen a la misma componente conexa significa que existe un camino con unas características concretas que los une, lo que permitirá asegurar que los píxeles (nodos) tienen cierto parecido. Si pertenecen a dos componentes distintas, no existirá dicho camino, lo que traduciremos por que los píxeles se diferencian bastante. Para más información sobre Teoría de Grafos referimos a los siguientes libros [Gross y Yellen, 2004] y al contenido online [Conejero et al. 2015a y 2015b].

Dada una imagen en color  $\mathbf{F}$ , representada en el espacio de color RGB, construimos, para cada uno de sus píxeles un grafo. Concretamente, dado un píxel cualquiera de la imagen,  $\mathbf{F}_0$ , consideramos una ventana centrada en  $\mathbf{F}_0$ , de tamaño  $N \times N$  donde  $N = 2n + 1$  y  $n = 1, 2, \dots$ . El resto de píxeles de la ventana se denotan con  $\mathbf{F}_i, i = 1, \dots, N^2 - 1$ . El píxel central  $\mathbf{F}_0$  viene definido por la terna  $(F_0^R, F_0^G, F_0^B)$  de sus tres componentes de color en el espacio RGB. Se pueden consultar más detalles sobre la construcción de la ventana de procesamiento en [Lukac et al. 2005]. En este trabajo utilizamos  $n = 1$  como es habitual en filtrado de imágenes en color [Lukac y Plataniotis 2006].

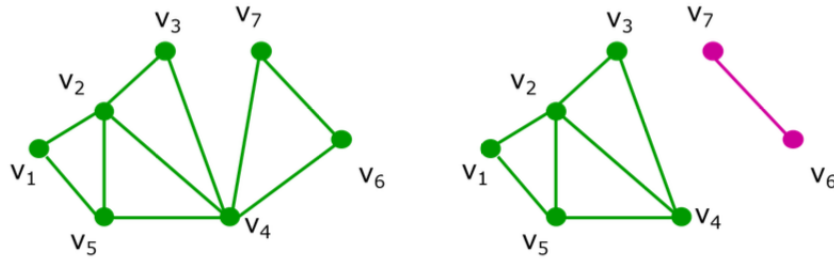


Figura 2: Ilustración de la definición de componente conexa, a la izquierda un grafo con una única componente conexa, a la derecha, con dos componentes conexas.

Dado un píxel  $\mathbf{F}_0$ , definimos el *grafo local ponderado*  $G_{\mathbf{F}_0}$  asociado a dicho píxel, donde  $V(G_{\mathbf{F}_0}) = \{\mathbf{F}_i, i = 0, \dots, N^2 - 1\}$  y  $L(G_{\mathbf{F}_0}) = \{(\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j), i \neq j, \|\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_j\|_2 < \mathcal{U}\}$ , siendo  $\|\cdot\|$  representa la norma euclídea en  $\mathbb{R}^3$ . Es decir, existe una arista entre los píxeles  $\mathbf{F}_i$  y  $\mathbf{F}_j$ ,  $i \neq j$ , si la distancia euclídea entre sus respectivos vectores de color en el espacio RGB es menor que un cierto umbral  $\mathcal{U}$ . Si tal arista existe su peso es  $w(\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j) = \|\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_j\|_2$ .

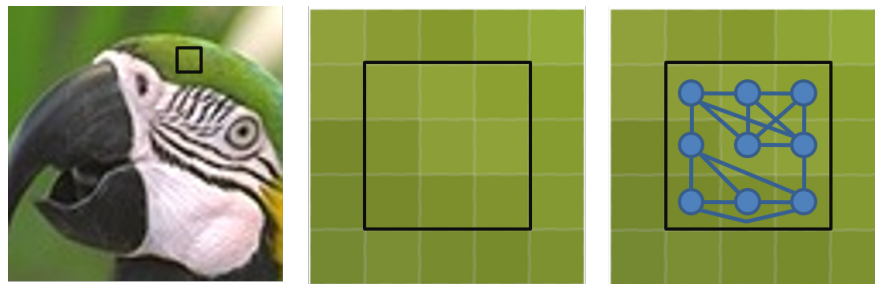


Figura 3: Ejemplo de píxel perteneciente a una zona homogénea, con su ventana asociada y el correspondiente grafo obtenido con un umbral prefijado.

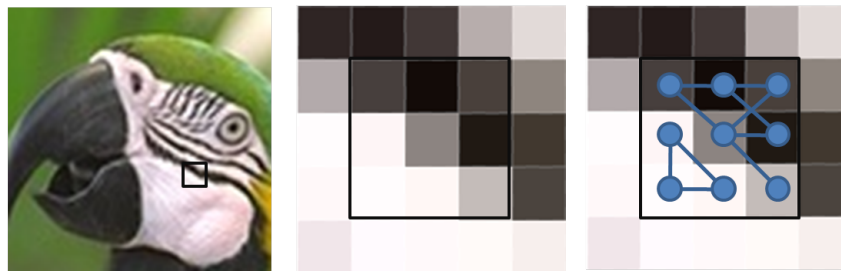


Figura 4: Ejemplo de píxel perteneciente a una zona de borde, con su ventana asociada y el correspondiente grafo obtenido con un umbral prefijado.

Experimentalmente, se puede comprobar que el valor de  $\mathcal{U}$  es clave en la estructura de los grafos locales que vamos a construir ya que nos va a permitir determinar la componente conexa del grafo  $G_{\mathbf{F}_0}$  que contiene al vértice  $\mathbf{F}_0$ , denotado por  $H_{\mathbf{F}_0}$ . Esta componente conexa es fundamental a la hora de clasificar los píxeles de la imagen como pertenecientes a regiones homogéneas o a regiones de detalles.

La característica que mejor determina si un píxel  $\mathbf{F}_0$  pertenece a una región homogénea o a una con detalles es el cardinal del conjunto de las aristas de su componente conexa,  $\text{card}(L(H_{\mathbf{F}_0}))$ , es decir, el número de aristas existentes en la componente conexa que contiene al píxel central. Dicho cardinal viene determinado por el umbral escogido, de manera

que si fijamos un umbral muy alto, pocas aristas serán descartadas y el cardinal será alto, y si el umbral es bajo, descartaremos muchas aristas y el cardinal resultante será menor. En las Figuras 3 y 4 podemos ver el ejemplo de un grafo asociado a un píxel de una zona homogénea, formado por una única componente conexa y el grafo asociado a una zona de borde, donde podemos ver más de una componente conexa.

Se puede apreciar que cuando el cardinal de  $H_{F_0}$  es bajo, es decir, hay pocas aristas, este se asocia a zonas de detalles y/o con textura, mientras que valores más altos corresponden a regiones homogéneas. Esto se puede observar en la Figura 5, donde las imágenes han sido generadas asignando a cada píxel una intensidad en escala de grises proporcional a  $\text{card}(L(H_{F_0}))$ .



Figura 5: Imágenes con escalas de grises donde la intensidad de cada píxel es proporcional a  $\text{card}(L(H_{F_0}))$ .

El ruido gaussiano afecta a todos los píxeles de la imagen aumentando su valor de intensidad. Esto provoca muchas dificultades a la hora de diferenciar si un píxel pertenece a una zona de textura o detalle o, si por el contrario, es un píxel ruidoso. En general, la presencia de ruido provocará que todas las distancias euclídeas entre píxeles aumenten y, por tanto, el valor  $\mathcal{U}$  capaz de diferenciar zonas homogéneas y de detalle se verá incrementado.

El valor de  $\mathcal{U}$  determina qué píxeles son considerados similares al determinar las diferentes componentes conexas y qué píxeles pertenecen a cada una de ellas. Cuando menor sea el valor de  $\mathcal{U}$  más restrictiva es esta condición y cuanto mayor sea  $\mathcal{U}$ , la condición será más laxa. Esto lleva, respectivamente, a un suavizado más suave o fuerte, lo cual depende de las necesidades de cada imagen. En el contexto del suavizado de imágenes, necesitamos encontrar un ajuste que sea robusto frente a la presencia de ruido o que, al menos, podamos adaptarlo a la intensidad del mismo. Dado que, como hemos dicho, la característica que mejor determina si un píxel  $F_0$  pertenece a una región homogénea o a una con detalles es el cardinal del conjunto de aristas de su componente conexa, nuestro objetivo es obtener un valor de  $\mathcal{U}$  que maximice la relación entre  $\text{card}(L(H_{F_0}))$ , y la presencia de bordes.

Se puede obtener una estimación del valor óptimo del umbral  $\mathcal{U}$  a partir de una estimación de la intensidad del ruido de la imagen  $\hat{\sigma}$  tal y como se describe en [Pérez-Benito et al. 2018], intentando maximizar la información mutua [Maes et al. 1997; Viola y Wells 1997] entre las imágenes de intensidades obtenidas a partir de la cardinalidad de la componente conexa del píxel central en cada grafo local y de la imagen obtenida a partir de un detector de bordes basado en métricas fuzzy [Mathworks 2017]. Para conocer más sobre las métricas fuzzy y su uso en procesamiento de imágenes puede consultarse [Camarena et al. 2011 y 2013]. La Figura 6 indica sintéticamente el proceso llevado a cabo para estimar el valor  $\mathcal{U}$  adecuado para filtrar en cada caso.

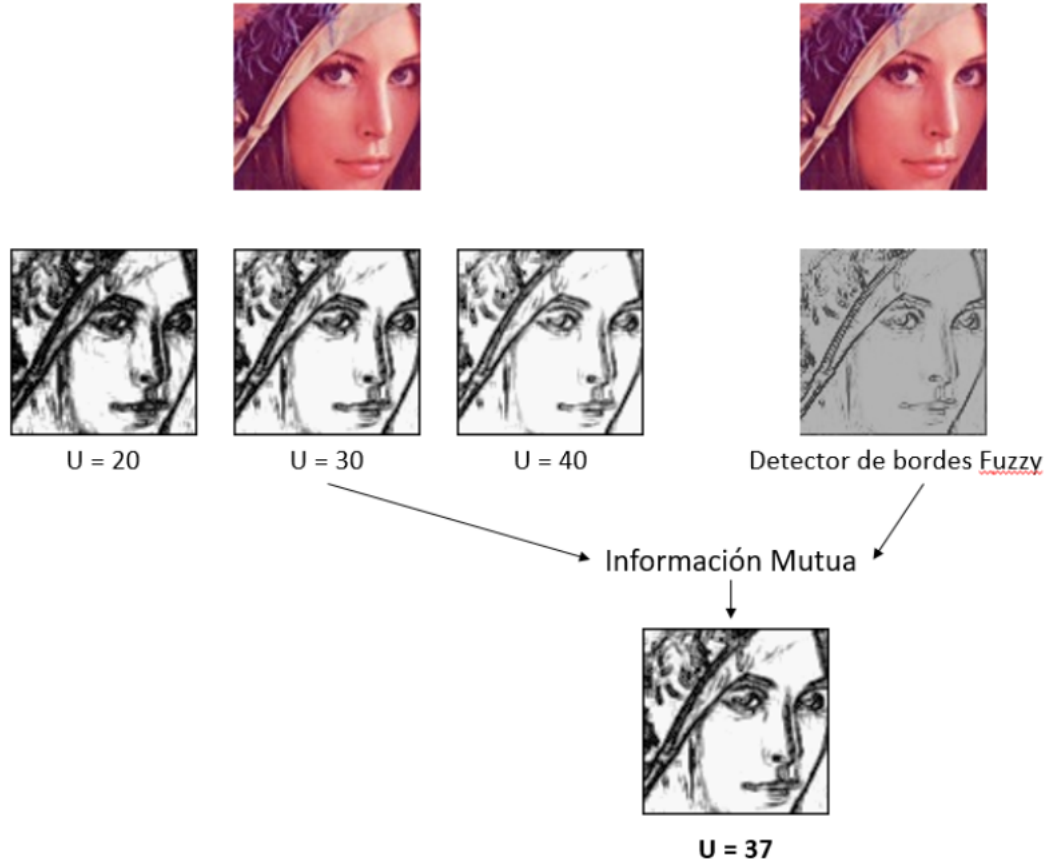


Figura 6: Esquema del método para la elección del parámetro  $U$

En la Figura 7 se observa que la presencia de ruido alterará el valor de  $U$  para una misma imagen, de modo que, al aumentar el nivel de ruido, el umbral óptimo capaz de distinguir las diferentes zonas de la imagen se verá también incrementado. La relación entre el nivel de ruido y el umbral  $U$  utilizada es la obtenida en [Pérez-Benito et al. 2018] y viene dada por la siguiente expresión:

$$U = 4.59\sigma + 11.16, \quad (1)$$

donde  $\sigma$  determina la intensidad del ruido presente en la imagen.

### 3. Resultados

Para ilustrar la robustez de nuestro modelo, mostramos su funcionamiento sobre varias imágenes con diferentes intensidades de nivel de ruido. Los resultados se observan en la Figura 7.

Vemos como a medida que aumenta el ruido, el modelo nos proporciona una imagen en escala de grises menos marcada. Esto se debe a la necesidad de aumentar el umbral cuando la intensidad del ruido es muy alto para evitar confundir el ruido con zonas de detalle. Aún así, podemos ver que se distingue con suficiente claridad, incluso con ruido alto, los bordes y las zonas homogéneas de la imagen.

Nótese también que el valor del umbral óptimo que nos proporciona una buena clasificación de la imagen no sólo depende del nivel de ruido que presente, sino también de las características de la misma. No requerirá el mismo umbral una imagen muy homogénea y con pocos bordes

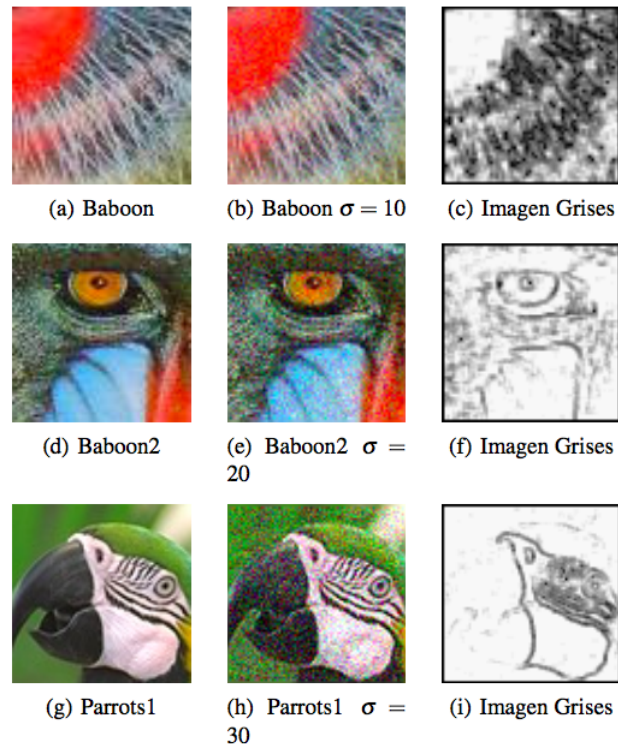


Figura 7: Imágenes en escalas de grises, donde la intensidad de cada píxel es proporcional a  $\text{card}(L(H_{\mathbf{F}_0}))$ , para imágenes con distintos niveles de ruido ( $\sigma = 10, 20$  y  $30$ ).

que una imagen con mucho detalle. Del mismo modo que no necesitaremos un umbral muy alto cuando las diferentes zonas de una imagen presenten mucho contraste, pero requeriremos subir este parámetro cuando nos encontremos bordes más difuminados o que presenten menor contraste. Ejemplo de esto podemos verlo en la imagen de Parrots1 de la Figura 7, donde podemos ver claramente en la Imagen en escala de Grises los bordes más contrastados, como por ejemplo los que delimitan zonas blancas y negras, sin embargo, en zonas con bordes menos contrastados como la cabeza verde del loro con el fondo verde, no son tan claras.

## 4. Conclusiones

En este artículo, presentamos un modelo basado en grafos locales para procesamiento de imágenes color en el que se asocia a cada píxel un grafo que lo caracteriza. Este modelo permite clasificar los píxeles como pertenecientes a zonas homogéneas o a zonas de bordes y/o detalles. Destacamos que el modelo permite clasificar aún en la presencia de ruido y que esta clasificación puede ser de gran utilidad para múltiples métodos dentro de la visión artificial como, por ejemplo, el suavizado de imágenes en color o el realce [Pérez-Benito et al. 2017 y 2018].




## Agradecimientos

**Samuel Morillas:** MTM2015-64373-P (MINECO/FEDER); **Cristina Jordán:** MECD TEC2016-79884-C2-2-R y **Samuel Morillas, Cristina Jordán y J. Alberto Conejero:** Proyecto de Innovación Docente del Depto. de Matemática Aplicada de la Universitat Politècnica de València, PID-DMA2016; Prácticas de Teoría de Grafos aplicadas al procesamiento de imágenes.

## Referencias

-  [Camarena, J. G., Gregori, V., Morillas, S., Sapena, A. \(2013\).](#)  
*El concepto de métrica fuzzy a través del filtrado de imágenes digitales*  
Modelling in Science Education and Learning, 6, 5-17.
-  [Camarena, J. G., Morillas, S., Cisneros, F. J. \(2011\).](#)  
*On the importance of metrics in practical applications.*  
Modelling in Science Education and Learning, 4, 119-128.
-  [Celebi, M. E., Lecca, M., Smolka, B. \(2015\).](#)  
*Color Image and Video Enhancement.*  
Springer -Verlag, Berlin.
-  [Conejero, J. A., Jordán, C. \(2015a\).](#)  
*Aplicaciones de la Teoría de Grafos a la vida Real I. 2015.*  
[www.edx.org/course/aplicaciones-de-la-teoria-de-grafos-la-upvalenci-ax-tgv201x-1-0](http://www.edx.org/course/aplicaciones-de-la-teoria-de-grafos-la-upvalenci-ax-tgv201x-1-0).
-  [Conejero, J. A., Jordán, C. \(2015b\).](#)  
*Aplicaciones de la Teoría de Grafos a la vida Real II.*  
[www.edx.org/course/aplicaciones-de-la-teoria-de-grafos-la-upvalenci-ax-tgv201x-2-0](http://www.edx.org/course/aplicaciones-de-la-teoria-de-grafos-la-upvalenci-ax-tgv201x-2-0)
-  [Gross, J. L., Yellen, J. \(2004\).](#)  
*Handbook of Graph Theory.* Discrete mathematics and its applications.  
CRC press, Boca Raton (Fla.), London, New York.
-  [Jordán, C., Morillas, S., Sanabria-Codesal, E. \(2012\)](#)  
*Colour image smoothing through a soft-switching mechanism using a graph model.*  
IET Image Processing, 6(9),1293–1298.
-  [Jordán, C., Torregrosa, J. R. \(1996\).](#)  
*Introducción a la Teoría de Grafos y sus Algoritmos.*  
Universitat Politècnica de València, València, Spain.
-  [Lukac, R., Plataniotis, K. N. \(2006\).](#)  
*A taxonomy of color image filtering and enhancement solutions.*  
Hawkes, P.W.(ed) Advances in Imaging and Electron Physics, 140, pp. 187–264.  
Elsevier Academic Press.
-  [Lukac, R., Smolka, B., Martin, K., Plataniotis, K. N., Venetsanopoulos, A. N. \(2005\).](#)  
*Vector filtering for color imaging.*  
IEEE signal processing magazine, 22(1), 74–86.
-  [Maes, F., Collingnon, A., Vandermeulen, G. Marchal, G., Suetens, P. \(1997\).](#)  
*Multimodality image registration by maximization of mutual information.*  
IEEE Transactions on Medical Imaging 16 (2), 187–198.
-  [MathWorks.](#)  
*Fuzzy Logic Image Processing.*  
<https://es.mathworks.com/help/fuzzy/examples/fuzzy-logic-image-processing.html>
-  [Pérez-Benito, C., Morillas, S., Jordán, C., Conejero, J. A. \(2018\).](#)  
*A model based on local graphs for colour images and its application for Gaussian noise smoothing.*  
Journal of Computational and Applied Mathematics, 330, 955–964.
-  [Pérez-Benito, C., Morillas, S., Jordán, C., Conejero, J. A. \(2017\).](#)  
*Smoothing vs. sharpening of color images-Together or separated.*  
Applied Mathematics and Nonlinear Sciences, 2(1), 299–316.



-  [Plataniotis, K.N., Venetsanopoulos, A.N. \(2000\).](#)  
Color Image processing and applications.  
Springer-Verlag, Berlin.
-  [Viola, P., Wells, W.M. \(1997\).](#)  
Alignment by maximization of mutual information.  
International Journal of Computer Vision 24 (2), 137–154.
-  [Sonka, M., Hlavac, V., Boyle, R. \(2014\).](#)  
Image processing, analysis, and machine vision.  
Cengage Learning.