

Una propuesta del área de Matemáticas para el Taller de Arquitectura: percepción del espacio mediante parámetros asociados a la visibilidad

Perception of the architectonic space using mathematics parameters associated to visibility

Encarnación Abajo Casado, Juan Manuel Delgado Sánchez
UNIVERSIDAD DE SEVILLA
eabajo@us.es, jmdelga@us.es

Abstract

El objetivo de este artículo es introducir al lector en el análisis de la percepción espacial y visual de una obra arquitectónica utilizando para ello una metodología desarrollada en las últimas décadas. Partiendo del concepto de isovista, región plana visible para un individuo situado en una determinada localización de una planta arquitectónica, esta metodología se basa, por una parte, en la interpretación de algunas medidas asociadas a la geometría de las isovistas; por otra parte, en el análisis de parámetros asociados al denominado grafo de visibilidad o grafo de localizaciones intervisibles. El uso de esta metodología permite la integración de las Matemáticas en asignaturas de carácter transversal presentes en los planes de estudios en Arquitectura.

The aim of this article is to introduce the reader to the analysis of the spatial and visual perception of an architectural work using for it a methodology developed in the last few decades. Starting from the concept of isovist, that is, the visible region from a given location of an architectural plan, this methodology is based, on one hand, on the interpretation of some measures associated with the geometry of isovists; and, on the other hand, on the analysis of specific parameters of the so-called visibility graph, that is, the graph of intervisible locations. The use of this methodology allows the integration of Mathematics in transversal nature subjects included in the plans of studies in Architecture.

Palabras clave: percepción espacial, isovista, grafo de visibilidad, Capilla de la Universidad de Sevilla.
Keywords: [spatial perception](#), [isovist](#), [visibility graph](#), [University of Seville Chapel](#).

1. Introducción

Los actuales planes de estudios en las escuelas de Arquitectura asumen el perfil de arquitecto generalista como objetivo docente básico. Esto conlleva considerar la enseñanza de la arquitectura como un proceso que debe ser raíz y tronco común de una realidad amplia y diversa en la que es posible desarrollar otras arquitecturas más especializadas. Uno de los principios docentes que se deducen de dicho carácter generalista es la concepción de la práctica arquitectónica como una síntesis de todas las materias y áreas disciplinares necesarias en la formación del graduado en arquitectura. Así, en muchos de esos planes de estudios, se programan asignaturas de tipo “taller” como instrumentos de integración de todas las materias en torno a una intervención arquitectónica y urbana. En concreto, el Grado en Fundamentos de la Arquitectura de la Universidad de Sevilla consta de siete asignaturas de taller, del alto contenido proyectual, cada una bajo un epígrafe (“casa”, “bloque”, “barrio”, “equipamiento”,...) que orienta al equipo docente en el sentido de la propuesta a realizar por el estudiante.

El área de Matemática Aplicada participa en el Taller de Arquitectura 1 (“casa”), junto con Proyectos Arquitectónicos, Estructuras, Construcción, Expresión Gráfica e Historia. No resulta sencillo la integración de las Matemáticas en el desarrollo de las propuestas de viviendas realizadas por los alumnos, más allá de simples cálculos planimétricos o volumétricos. Este artículo pretende mostrar los fundamentos y herramientas matemáticas que, desde hace un par de cursos, algunos profesores de Matemáticas hemos puesto en práctica en el Taller de Arquitectura 1. Esta temática supone una aportación más interesante y compleja a dicha asignatura (y, por ello, de un mayor valor formativo para el estudiante) además de potenciar la intervención del área de Matemáticas en muchas de las fases del proyecto arquitectónico.

2. Isovistas y grafo de visibilidad

Uno de los aspectos que más interés puede suscitar en la creación de la obra de un arquitecto reside en conocer la naturaleza y la percepción del espacio. De una forma un tanto simple, puede entenderse la *Arquitectura* como el proceso de determinación de límites constructivos sobre un espacio concreto para un fin prefijado (viviendas, edificios, equipamiento,...) aunque también podríamos pensar en arquitecturas a mayor escala (barrios o ciudades). Los límites usados para definir espacios pueden ser dinámicos (puertas) o estáticos (paredes); pueden ser transparentes (ventanas, cristalerías) u opacos (paredes de ladrillo). Una vez definidos, estos límites proporcionan una estructura al espacio que permite no sólo distinguir el exterior del interior sino, además, determinar hacia dónde podemos desplazarnos (accesibilidad) o qué podemos ver (visibilidad). Ambas características, accesibilidad y visibilidad, influyen directamente en cómo se percibe espacialmente la vivienda o el edificio, así como en la experiencia que tendrá un observador inmerso en dicho espacio, moviéndose a través del mismo según sus intereses.

La metodología que se presenta en las siguientes secciones permite obtener información fácilmente cuantificable sobre la interrelación existente entre percepción del espacio arquitectónico, accesibilidad y visibilidad; capacitan, por tanto, para emitir conclusiones sobre la espacialidad de una obra arquitectónica. En cualquier caso, tal metodología debe ser considerada como una herramienta adicional, nunca exclusiva, para la descripción de cualquier espacio arquitectónico, al no tener en cuenta factores tan determinantes para dicha descripción como pueden ser la luz o la materialidad.

El primero de los conceptos claves que estudiamos es el de isovista. Partiendo de la planta de un espacio arquitectónico y fijando una localización sobre la misma, la *isovista* correspondiente a dicha localización es la región plana visible para un individuo situado en dicha localización que supuestamente está explorando el sistema (figura 1). Es natural pensar que el conocimiento de la geometría de las isovistas de las diferentes localizaciones de una planta puede proporcionar información sobre cómo un observador, inmerso en dicho entorno, percibe el espacio que le rodea, cómo interactúa con él o incluso cómo puede moverse a través del mismo. Con el objetivo de traducir cuantitativamente dicha información, Benedikt utilizó una serie de medidas numéricas asociadas a la forma y al tamaño de cada isovista (Benedikt, M. L., 1979); en la sección 3, se mencionan algunas de estas medidas.

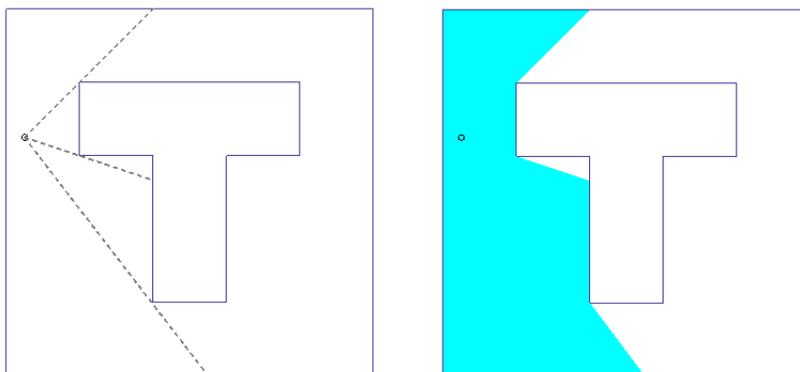


Figura 1 – Ejemplo de isovista generada desde una localización sobre una planta cuadrada con un obstáculo central en forma de T

A pesar de la elegancia de la metodología introducida por Benedikt, su aplicación al análisis del espacio se limita a unos cuantos estudios. Entre las razones principales, destaca el hecho de que dicha metodología sólo proporciona información “local” (es decir, del entorno más próximo de la localización generadora), pero ignora tanto la relación de cada localización con todo el espacio como las relaciones entre las diferentes localizaciones de una isovista. Para superar estas limitaciones, Turner y otros (Turner, A., Doxa, M., O’Sullivan, D., Penn, A., 2001) introducen una metodología que, partiendo del concepto de isovista y utilizando un conjunto de técnicas de representación gráfica basada en la Teoría de Grafos denominada “Space Syntax” (véase Hillier, B. Hanson, J., 1984), desemboca en la representación del espacio mediante el denominado *grafo de visibilidad*, esto es, el grafo de las localizaciones mutuamente visibles, cuya construcción describimos a continuación.

Un *grafo* se utiliza para representar de manera esquemática el conjunto de relaciones más o menos complejas que pueden darse entre diversos elementos. Para determinar un grafo, debemos precisar el conjunto de elementos que intentamos representar (*puntos* o *vértices* del grafo) y el conjunto de relaciones que existen entre dichos elementos según el criterio que fijemos (*aristas* del grafo). Quizá la forma más sencilla de entender el concepto de grafo es asociándole una representación gráfica. Imaginemos una ciudad, dividida en cuatro zonas *a*, *b*, *c* y *d* por el paso de un río, algunas de ellas unidas por puentes como aparece en la figura 2. Si pretendemos esquematizar

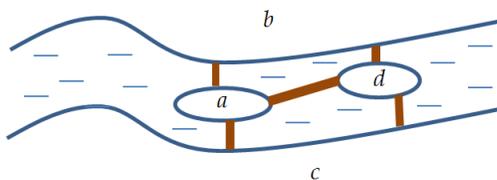


Figura 2 – Esquema de una ciudad atravesada por un río

dicha configuración atendiendo a las conexiones que existen entre las diferentes partes de la ciudad unidas por puentes, podemos construir un grafo de cuatro vértices (*a*, *b*, *c* y *d*) en el cual dos vértices están unidos por una arista (“están relacionados”) si existe un puente que une las respectivas zonas. Tenemos así una representación esquemática de la ciudad como la que se ilustra en la figura 3.

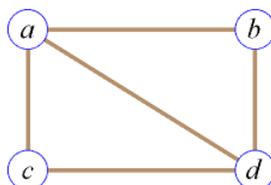


Figura 3 – Grafo que esquematiza las conexiones de la ciudad anterior

Así pues, para determinar un grafo, es necesario precisar tanto el conjunto de vértices, que denotamos por V , como el conjunto de aristas (relaciones), que se denota por E . En un grafo, dos vértices unidos por una arista (es decir, relacionados) se dice que son *adyacentes*. Para construir el grafo de visibilidad de una planta arquitectónica, el primer paso es la elección de un conjunto de localizaciones que cubra uniformemente todo el espacio objeto de estudio; esto constituirá el conjunto de vértices del grafo. Puesto que el objetivo es el estudio de la percepción del espacio arquitectónico a través de la intervisibilidad de las diferentes localizaciones, dos vértices del grafo se unen mediante una arista (están relacionados) si son mutuamente visibles. La figura 4 muestra un ejemplo de un grafo de visibilidad a partir de 36 localizaciones uniformemente distribuidas en una sencilla planta cuadrada con un obstáculo central en forma de T. A partir de esta representación, se han definido

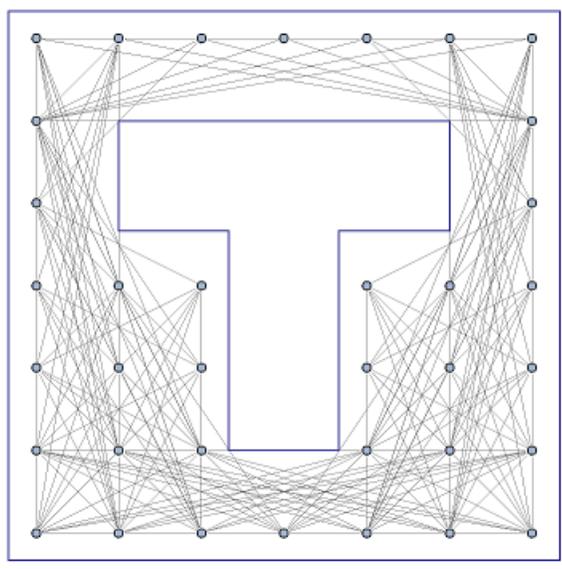


Figura 4 – Grafo de visibilidad de la configuración en T

diversas medidas para cada una de las localizaciones (vértices) del sistema, las cuales proporcionan información del diseño espacial tanto local como globalmente. Algunas de ellas se estudian en la sección 4.

En la última sección, se muestra un ejemplo práctico utilizando para ello el software *UCL Depthmap*. Para cada medida, este programa proporciona un mapa de colores sobre la planta objeto de estudio, que informa sobre la distribución de los valores de dicha medida a través de la planta. Puesto que las traducciones al español de los términos de las medidas corresponden a los autores, se acompaña el término en inglés tal y como aparece en el programa *UCL Depthmap* cuando se introduce dicha medida por primera vez.

3. Medidas asociadas a isovistas

3.1. Área (*Isovist area*)

El *área* de una isovista informa sobre cuánto se puede ver desde la localización que genera dicha isovista y, recíprocamente, desde qué localizaciones se puede divisar la localización generadora. Como sugiere Benedikt (Benedikt, M. L., 1979), el estudio de la percepción del espacio a través de la visibilidad requiere ir más allá de la interpretación de isovistas aisladas, siendo clave interrelacionar la información sobre diferentes localizaciones. En efecto, observemos la figura 5, en la que se muestra el mapa de colores relativo a esta medida para una planta en T, utilizando una escala que fluctúa desde el azul (localizaciones con poca visibilidad), pasando por el verde, amarillo, naranja hasta el rojo (localizaciones con máxima visibilidad). Un hipotético observador que se desplazara desde el punto *A* hasta el *C* tendría una experiencia en la que la información visual cambiaría a mayor ritmo que otro observador que fuera desde *A* hasta *B*, puesto que las áreas de las isovistas del primero irían cambiando a gran velocidad con su desplazamiento (fluctuación rápida de colores a lo largo del recorrido).

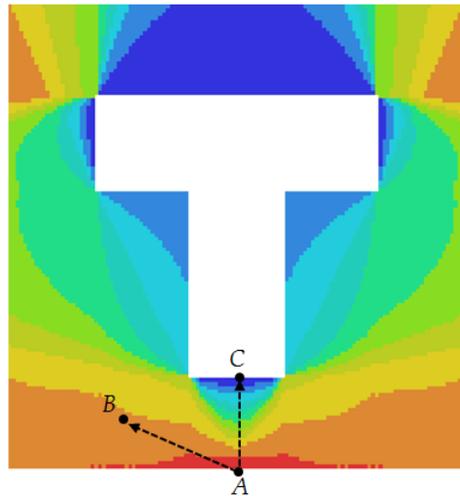


Figura 5 – Distribución del área de las isovistas de la configuración en T

3.2. Perímetro/Oclusividad (*Isovist Perimeter/Isovist Occlusivity*)

El *perímetro* de una isovista es la longitud total del contorno de ésta. Al analizar el contorno de una isovista como elemento informativo para la percepción visual, es necesario distinguir entre *contorno físico*, formado por paredes, puertas, etc., y *contorno oclusivo* (o contorno no físico), resultante a partir de algún elemento constructivo que impide la visión de todo el espacio (véase figura 6). Un valor elevado de oclusividad en una localización puede sugerir una percepción incompleta del espacio arquitectónico por parte del observador; la existencia de incertidumbre, de lugares escondidos o por descubrir (Rohloff, I. K., 2009, Yu, R., Gu, N., Ostwald, M., 2016).

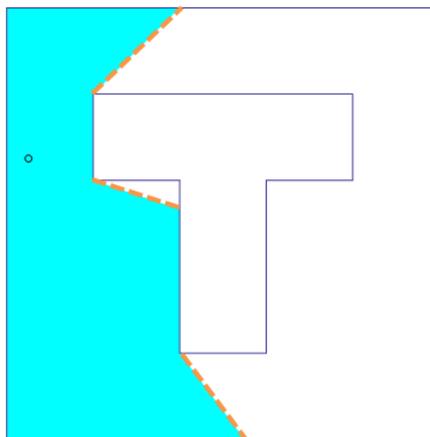


Figura 6 – Las líneas con trazo punteado constituyen el perímetro oclusivo de la isovista mostrada

3.3. Longitud radial máxima (*Isovist Max Radial*)

Fijada una localización en un sistema, podemos comparar las longitudes de cada uno de los radios contenidos en su isovista, donde por *radio* entendemos “cualquier segmento que parte de la localización generadora hasta un punto cualquiera del perímetro (físico) de la isovista”. La mayor de esas longitudes recibe el nombre de *longitud radial máxima*. Las localizaciones con valores elevados de longitud radial máxima indican la proximidad de grandes líneas de visión, pasadizos de transparencia en los que el espacio tarda en encontrar obstáculos.

3.4. Circularidad (*Isovist Compactness*)

La *circularidad* (o *compacidad*) de una isovista informa sobre cuánto se parece la isovista a un círculo. Para ello, se evalúa la razón entre el área de la isovista y el área del círculo cuya longitud coincide con el perímetro de la isovista. Ahora bien, si una isovista tiene área A y perímetro P , entonces el radio del círculo cuya longitud coincide con P es $r = P/2\pi$. De esta forma,

$$\text{Circularidad} = \frac{A}{\pi r^2} = \frac{A}{\pi \left(\frac{P}{2\pi}\right)^2} = 4\pi \frac{A}{P^2}.$$

La desigualdad isoperimétrica garantiza que la circularidad de cualquier isovista es menor o igual que 1 y que sólo el círculo alcanza este valor máximo (véase, por ejemplo, do Carmo, M. P., 1995). La figura 7 muestra la circularidad de algunas formas.

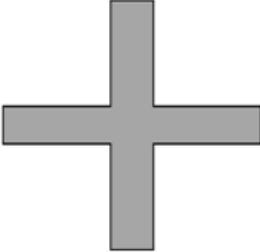
	Forma	Circularidad
Círculo		1
Cuadrado		$\frac{\pi}{4} \approx 0.78$
Doble cuadrado		$\frac{2\pi}{9} \approx 0.69$
Quintuple cuadrado		$\frac{5\pi}{36} \approx 0.43$
Escuadra simétrica (cada brazo con cuatro cuadrados más el de intersección)		$\frac{9\pi}{100} \approx 0.28$
Cruz (cada brazo con cuatro cuadrados más el de intersección)		$\frac{17\pi}{324} \approx 0.16$

Figura 7 – Circularidad de algunas formas geométricas

Entendiendo la naturaleza de las regiones planas que estamos tratando, el coeficiente de circularidad de las localizaciones de una planta está, en general, por debajo de 0.8. Las localizaciones con valores elevados (sensiblemente por encima de 0.7) se asemejan a cuadrados; las que generan isovistas alargadas o polígonos estrellados cuyos rayos son de cierta longitud poseen valores bajos de circularidad. Combinando ésta con otras medidas, podemos obtener información sobre espacialidad-apertura o profundidad del entorno de un observador situado en el sistema.

3.5. Coeficiente de desplazamiento (*Isovist Drift Magnitude*)

El *coeficiente de desplazamiento* de una localización es la distancia física entre dicha localización y el centro de gravedad (físico) de su isovista. En un sistema, una localización con coeficiente de desplazamiento cercano

a cero (y que, por tanto, está muy próxima al centro de su isovista) se sitúa en el centro del espacio que la rodea, por lo que este tipo de puntos pueden considerarse como “centros relativos del sistema”. En la figura 8 se muestra el mapa de colores relativo al coeficiente de desplazamiento para la configuración en T; se observan cuatro zonas azules constituidas por este tipo de puntos.

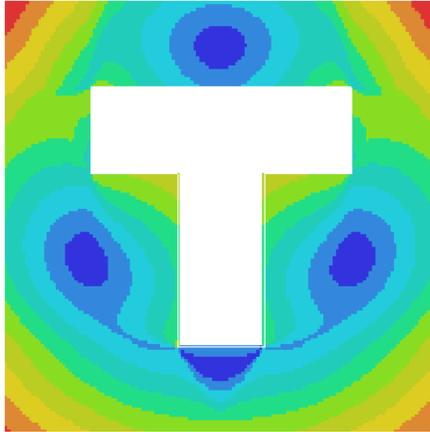


Figura 8 – Coeficiente de desplazamiento de la configuración en T

Desde el punto de vista de la percepción espacial, algunos autores indican que tales centros relativos se identifican con las localizaciones hacia las que un observador hipotético, desplazándose por el sistema en una exploración inicial, dirigiría sus pasos (atravesando las curvas de nivel del mapa anterior) a fin de obtener una óptima exploración visual del espacio que le rodea y, una vez situado en alguno de estos centros, decidir su nuevo objetivo (Conroy, R. A., 2000) (véase también Mora, R., Astudillo, H., Bravo, S., 2014).

4. Medidas asociadas al grafo de visibilidad

Una vez construido el grafo de visibilidad de una planta tal y como se ha indicado en la sección 2 (es decir, determinado el conjunto de vértices o localizaciones generadoras y el conjunto de aristas entre dichos vértices), es posible llevar a cabo el análisis del mismo. Para ello, a cada localización o vértice del grafo podemos asociarle varias medidas. Como vamos a ver, algunas son medidas locales, pues su definición se basa en las relaciones existentes entre el vértice fijado y los vértices conectados a él (*tamaño del entorno* y *coeficiente de agrupamiento*); otras tienen un carácter global, pues se construyen a partir de las relaciones del vértice fijado con los restantes vértices del grafo (*profundidad media* y *grado de integración*).

Recordemos que, fijado un vértice v de un grafo, el *entorno* de v es el conjunto de vértices del grafo que están conectados a v mediante una arista. En términos del grafo de visibilidad, el entorno de una localización es el conjunto de localizaciones visibles desde aquella (o, a la inversa, el conjunto de localizaciones que ven a la localización de partida). Si denotamos por V el conjunto de vértices del grafo y E es el conjunto de aristas, el entorno de $v \in V$ es

$$N(v) = \{u \in V : uv \in E\},$$

donde uv designa la arista entre los vértices u y v . Obsérvese que, según la definición anterior, el vértice v no pertenece a su entorno $N(v)$.

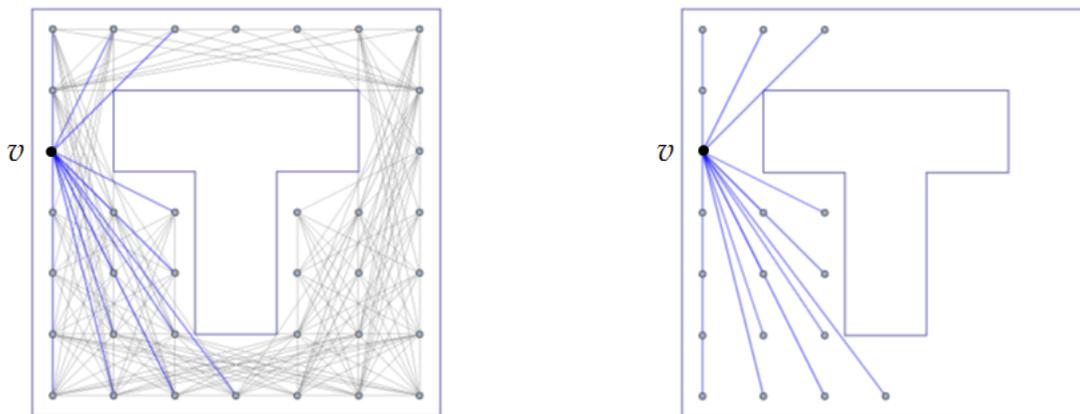


Figura 9 – Los vértices unidos a v mediante una arista conforman su entorno. Desde el punto de vista de la visibilidad, el entorno correspondiente a una localización es el conjunto de localizaciones que se ve desde la misma

Si el conjunto de localizaciones generadoras (vértices del grafo de visibilidad) es suficientemente numeroso y cubre todo el espacio de la planta de manera uniforme, entonces el entorno de un vértice puede ser identificado con la discretización de la isovista generada por dicho vértice (figura 10).

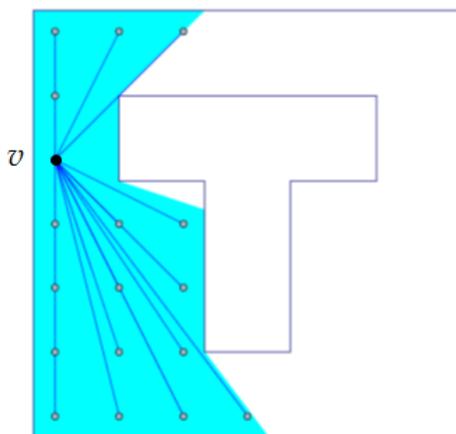


Figura 10 – El entorno de un vértice puede verse como la discretización de la isovista generada por la localización correspondiente

4.1. Tamaño del entorno o conectividad (*Connectivity*)

El *tamaño del entorno* del vértice v es el cardinal del conjunto $N(v)$ (esto es, el número de vértices adyacentes a v). Se denota por $k(v)$. A la vista de la identificación ilustrada en la figura 10, puede afirmarse que el tamaño del entorno de un vértice está directamente relacionado con el área de la isovista generada por dicho vértice.

4.2. Coeficiente de agrupamiento (*Visual Clustering Coefficient*)

El *coeficiente de agrupamiento* de un vértice v se define como el cociente entre el número de aristas del grafo existentes entre los distintos vértices del entorno de v (es decir, el número de líneas de visión entre las diferentes localizaciones que conforman la isovista de la localización generadora) y el número máximo de aristas posibles entre los distintos vértices del entorno de v . Si denotamos por $Clus(v)$ el coeficiente de agrupamiento del vértice

v , se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Clus}(v) &= \frac{\text{número de aristas del grafo entre los vértices del entorno de } v}{\text{número de aristas posibles entre los vértices del entorno de } v} \\ &= \frac{\text{cardinal}\{uw \in E: u, w \in N(v)\}}{\binom{k(v)}{2}} = \frac{\text{cardinal}\{uw \in E: u, w \in N(v)\}}{\frac{k(v)(k(v) - 1)}{2}} \end{aligned}$$

Para entender esta medida, comparemos el coeficiente de agrupamiento de un vértice v en los dos grafos de la figura 11. El coeficiente de agrupamiento del vértice v en el grafo de la izquierda es nulo, puesto que no existen aristas entre los vértices adyacentes a él (el numerador en la fracción anterior es 0). Por el contrario, el coeficiente de agrupamiento del vértice v en el grafo de la derecha es $2/3$ (hay 2 aristas entre los vértices adyacentes a v , siendo 3 el número máximo de aristas posibles entre los vértices de su entorno). Obsérvese que



Figura 11

el numerador de la fracción que define dicho coeficiente siempre es menor o igual que el denominador, por lo que el coeficiente de agrupamiento de cualquier vértice es un número real entre 0 y 1.

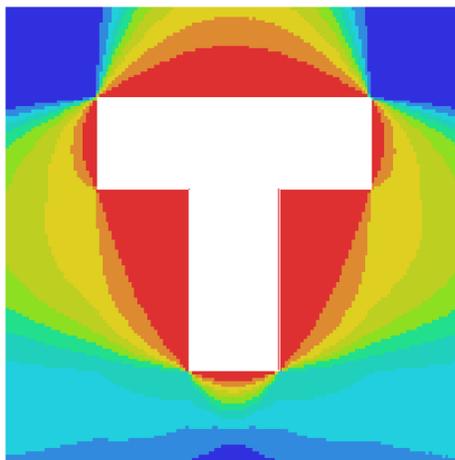


Figura 12 – Coeficiente de agrupamiento de la configuración en T

El coeficiente de agrupamiento de un vértice es una medida de la cantidad de espacio intervisible en la isovista generada desde dicho vértice. Si una localización tiene coeficiente de agrupamiento cercano a 1, entonces su entorno está compuesto por localizaciones mutuamente visibles. Así, una localización cuya isovista sea un polígono (“casi”) convexo tendrá coeficiente de agrupamiento (“muy próximo a”) 1 (imagen izquierda de la figura 13); esto indica cierta estabilidad en la percepción visual, de forma que pequeños desplazamientos de un hipotético observador situado en la localización generadora de la isovista tendrían poca repercusión en cuanto a la variación de la información visual obtenida. Por el contrario, una localización cuya isovista se corresponda con una escuadra cuyos brazos están constituidos por localizaciones no intervisibles tiene coeficiente de agrupamiento alejado de 1 (imagen derecha de la figura 13); en este caso, el desplazamiento desde tal punto puede suponer una considerable variación de información visual (por ejemplo, movimiento de un individuo en una intersección).

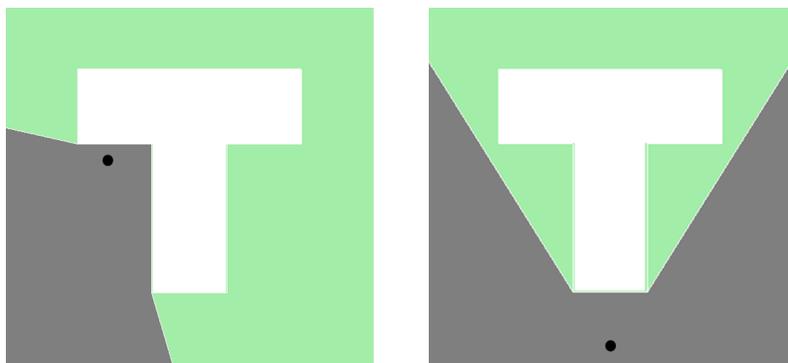


Figura 13 – A la izquierda, una isovista “casi” convexa; el coeficiente de agrupamiento de la localización generadora es 0.99. A la derecha, una isovista en forma de escuadra con dos brazos no intervisibles; el coeficiente de agrupamiento de la localización generadora es 0.62

4.3. Profundidad media (*Visual Mean Depth*)

En un grafo, un *camino* es una sucesión de vértices v_1, v_2, \dots, v_k de forma que dos vértices consecutivos de la sucesión son adyacentes entre sí. Un camino desde un vértice v a otro w es un camino que empieza en v y acaba en w . La *longitud* de un camino se define como el número de aristas que lo componen. La *distancia* entre v y w se define como la menor longitud de entre todos los caminos en el grafo que une ambos vértices; denotaremos por $d(v, w)$ a la distancia entre los vértices v y w .

Se denomina *profundidad* de un vértice v a la suma de las distancias desde ese vértice a todos los restantes del grafo. Se denota por $TD(v)$:

$$TD(v) = \sum_{\substack{u \in V \\ u \neq v}} d(u, v).$$

Como la profundidad de un vértice es el resultado de sumar las distancias desde éste a todos los demás, puede ser interesante averiguar la media de esas cantidades; así, se define la *profundidad media* de un vértice v como

$$MD(v) = \frac{TD(v)}{\text{cardinal}(V) - 1}$$

y representa la media del número de “giros” visuales requeridos para que un observador situado en v pueda visualizar el resto de localizaciones del grafo.

Dado que la profundidad media es una medida global (involucra a todos los vértices del grafo de visibilidad), pueden extraerse relaciones globales entre las distintas localizaciones del sistema. La figura 14 muestra el mapa de colores relativo a la profundidad media de una configuración en T. Desde las localizaciones en el triángulo destacado no puede visualizarse la parte superior de la configuración: un individuo situado en cualquiera de dichas localizaciones no podría saber que hay un nuevo espacio al girar la esquina. Si dicho individuo abandona esa zona triangular, entonces accederá a una zona desde la que sí se puede vislumbrar la región por encima de la T. De esta forma, la profundidad media permite dividir el sistema en regiones que involucran propiedades globales de la configuración espacial.

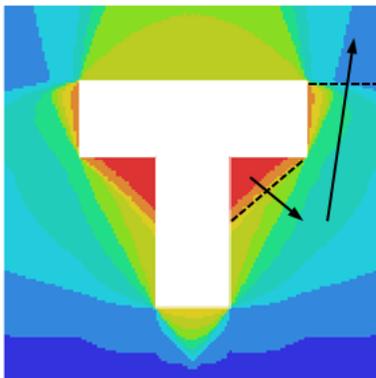


Figura 14 – Profundidad media de la configuración en T. Un individuo situado en la zona triangular acotada necesita realizar dos “giros” visuales para alcanzar el espacio superior de la configuración

4.4. Grado de integración (*Visual Integration (HH)*)

Para definir el grado de integración de una localización del sistema, necesitamos construir previamente una versión normalizada de la profundidad.

Si partimos de un grafo con n vértices, es fácil obtener una cota inferior y superior de la profundidad de cualquier vértice. En efecto, el caso extremo de vértice con menor profundidad es el que está a distancia 1 del resto de vértices del grafo (figura 15), cuya profundidad es $n - 1$. Contrariamente, el grafo de la figura 16 muestra

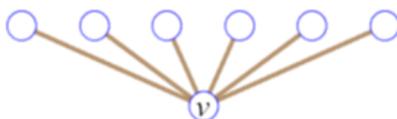


Figura 15 – Caso extremo de vértice con profundidad media mínima

el caso de vértice v con máxima profundidad; en este último caso, $TD(v) = 1 + 2 + \dots + (n - 1) = (n - 1)n/2$. En



Figura 16 – Caso extremo de vértice con profundidad media máxima

consecuencia, en un grafo con n vértices, tenemos las siguientes cotas para la profundidad de cualquier vértice v :

$$n - 1 \leq TD(v) \leq \frac{(n - 1)n}{2}.$$

Dividiendo por $(n - 1)$:

$$1 \leq MD(v) \leq \frac{n}{2}.$$

Restando 1 en la desigualdad anterior, dividiendo por el término resultante a la derecha y operando, resulta:

$$0 \leq \frac{2(MD(v) - 1)}{n - 2} \leq 1.$$

El valor de la fracción que aparece en la expresión anterior se denomina *coeficiente de asimetría relativa* o *grado de aislamiento* del vértice v . Si dicho valor es cercano a 0, entonces la localización correspondiente está “a pocos giros” (desde el punto de vista visual) del resto de localizaciones del grafo. Dicho de otro modo, las zonas con grado de aislamiento cercano a 0 son fácilmente accesibles (visualmente) desde el resto del sistema. Por el contrario, si el coeficiente de asimetría relativa del vértice v es cercano a 1, su profundidad media será alta, por lo que un observador situado en tal localización tendrá que realizar muchos giros, en media, para alcanzar visualmente todas las zonas del sistema.

Para un grafo de n vértices, el *grado de integración* de un vértice v es el inverso del grado de aislamiento de dicho vértice¹. Se denota por $I(v)$:

$$I(v) = \frac{n - 2}{2(MD(v) - 1)}.$$

Según lo argumentado en el párrafo anterior, el grado de integración de un vértice es siempre un valor mayor o igual que 1. Cuanto más cercano a 1 sea el grado de integración de una localización, menos integrada estará en términos de visibilidad. Por el contrario, las localizaciones con mayor grado de integración son las que menos giros necesitan en media para llegar visualmente a todo el sistema, por lo que el conjunto de dichas localizaciones puede considerarse como el centro del sistema desde el punto de vista de la percepción visual. Existe un alto grado de correlación entre esta medida y el movimiento de individuos explorando un sistema, de forma que las zonas más integradas serían aquellas con mayor nivel de visitas (Turner, A., Doxa, M., O’Sullivan, D., Penn, A., 2001).

5. Un ejemplo práctico

En este apartado final, se pretende ilustrar la metodología expuesta anteriormente con un sencillo ejemplo. En concreto, se utilizan algunos de los indicadores explicados previamente para destacar algunos aspectos espaciales de una planta sencilla: la de la Capilla de la Universidad de Sevilla. Para realizar este estudio, hacemos uso del programa de distribución gratuita *UCL Depthmap*², una interesante herramienta para analizar sistemas arquitectónicos o urbanos desde el punto de vista de la visibilidad. A partir del fichero (en formato DXF) de la planta objeto de estudio, *UCL Depthmap* crea una malla de vértices uniformemente distribuidos por toda la planta y proporciona, para cada una de las medidas tratadas, un mapa graduado por colores de la planta que describe la distribución de valores a través del sistema de la medida correspondiente.

La Capilla de la Universidad de Sevilla se construyó entre los años 1756 y 1763, en el recinto de la Real Fábrica de Tabacos (hoy sede de la universidad hispalense) bajo la dirección del ingeniero militar Sebastián Van der Borch, por entonces encargado de las obras de la Real Fábrica.

En su origen, era un templo de una sola nave que disponía de un almacén adosado junto al muro de la epístola. Dos siglos más tarde la capilla fue ampliada a tres naves, respondiendo a un proyecto de 1965 realizado por Antonio Delgado y Roig y Alberto Balbontín de Orta, los mismos que se encargaron de la adaptación de la antigua Fábrica a sede universitaria. La planta actual tiene forma de cruz griega (figura 17). Las dos naves laterales están tabicadas, con pequeñas puertas de comunicación rectangular.

¹En realidad, el grado de integración visual de un vértice es proporcional al de la fracción que se ha mostrado. Por simplicidad, hemos tomado la constante de proporcionalidad igual a 1.

²Versión 10.14.00b, copyright 2000-2011 University College London, desarrollado por Alasdair Turner y Eva Friedrich.

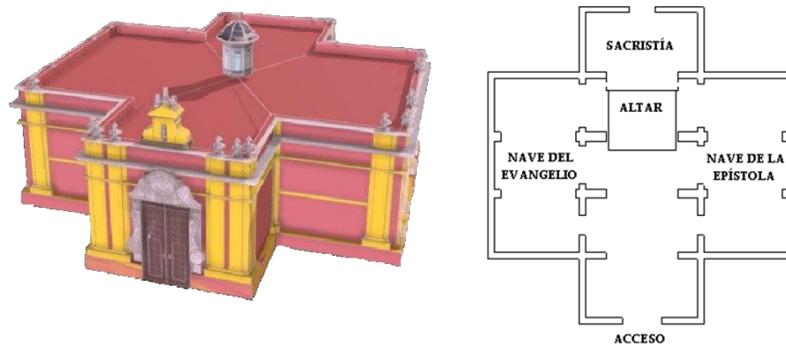


Figura 17 – A la izquierda, recreación 3D por Fernando Hermoso de la Capilla de la Universidad de Sevilla; a la derecha, esquema de su planta

El análisis que se presenta a continuación se realiza desde el punto de vista de un visitante que accede a la capilla con el objetivo de obtener una exploración visual superficial. Por esta razón, en la región objeto de estudio no se considera el brazo de la cruz correspondiente a la sacristía.

El grafo de visibilidad se ha construido a partir de una malla de 3750 localizaciones uniformemente distribuidas por la planta. Cabe destacar, en primer lugar, la importancia de la tabiquería que separa las distintas naves de la capilla: gracias a ella, las naves laterales quedan aisladas visualmente para un observador situado en el exterior de la capilla, tal y como muestra la isovista del conjunto de localizaciones (en naranja) próximo a la entrada en la figura 18.

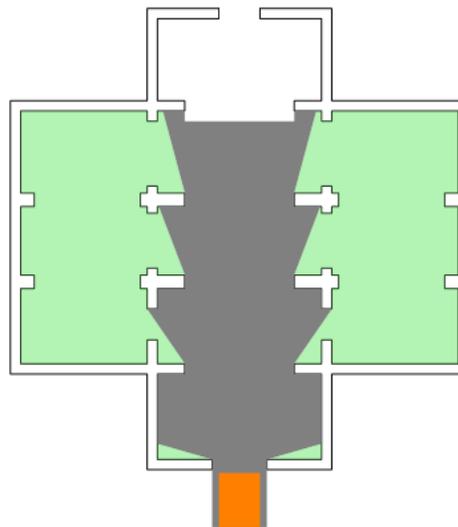


Figura 18 – Isovista desde el exterior

La figura 19 muestra el mapa de conectividad visual de la capilla. Como se puede observar, la zona de mayor área visual es la parte delantera del altar. De hecho, desde esa zona hay posiciones que alcanzan a ver 2800 localizaciones de las 3750 existentes (es decir, su campo visual cubre prácticamente el 75 % de la planta). La imagen izquierda de la figura 20 muestra la isovista del conjunto de localizaciones desde el altar. Por contra, las zonas más “oscuras” desde el punto de vista visual (aquellas con isovista de menor área) están ubicadas en los dos triángulos azules en las esquinas superiores del brazo de entrada. Al seleccionar un conjunto de nueve puntos sobre cualquiera de estos triángulos, la conectividad media de tal selección es aproximadamente de 630 (la conectividad mínima, correspondiente al punto más esquinado, no llega a las 500 localizaciones, mientras que la conectividad máxima ronda las 800 localizaciones).

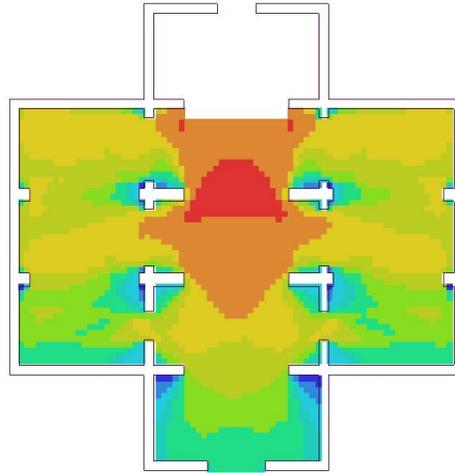


Figura 19 – Conectividad de la capilla

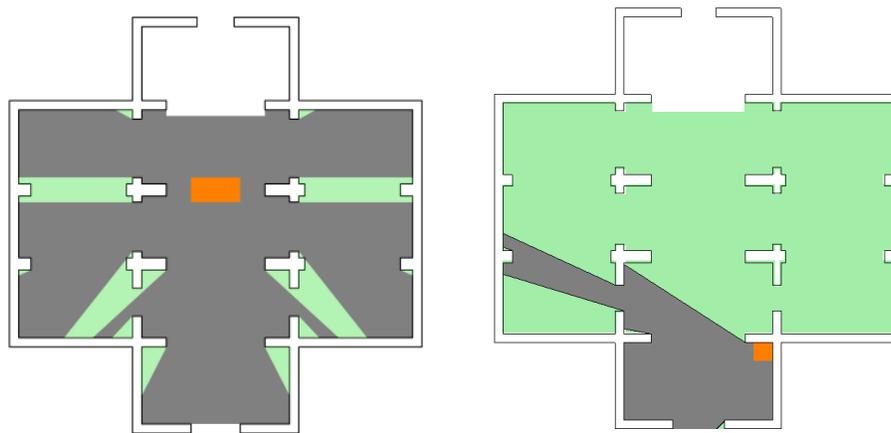


Figura 20 – A la izquierda, isovista desde el altar, alrededor del 75 % de la planta. A la derecha, isovista desde la esquina superior del brazo de entrada, apenas un 17 % de la planta

Otro de los aspectos a destacar de la espacialidad de la capilla bajo el prisma de la percepción visual surge a partir del estudio de la integración visual. En el mapa relativo al grado de integración se puede advertir una división de la capilla en regiones atendiendo a este indicador (figura 21). El altar es la zona con mayor grado de integración seguida de la zona periférica del mismo en la nave central; a continuación, en un nivel algo más bajo, la zona de la nave central más cercana al brazo de entrada y las regiones más cercanas a los retablos en las naves laterales (en la figura 21, la parte superior de dichas naves); y finalmente, las zonas menos integradas visualmente se concentran tanto en el brazo de entrada como en la zona más alejada de los retablos en las naves laterales (con especial grado de aislamiento en las zonas junto a los pilares intermedios y junto a los tabiques prolongados). No obstante, la sencillez de la planta otorga un carácter relativo a estas zonas de baja integración, como reflejan los valores bajos de la profundidad media, en torno a 1.25 en la zona del altar hasta valores cercanos a 2 en las zonas más aisladas (lo que significa que cada localización de la capilla es accesible desde cualquier otra en, a lo sumo, dos “giros” visuales). El altar, como región con más elevado grado de integración, se erige en centro visual del sistema. Como se ha mostrado en la figura 20, desde dicha zona se puede apreciar directamente la mayor parte de la capilla, es decir, casi toda la planta está a distancia visual 1 del altar; tan sólo la tabiquería intermedia impide una panorámica completa de la capilla.

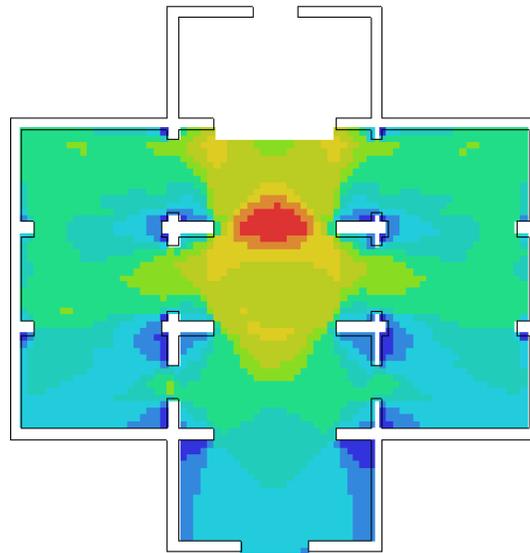


Figura 21 – Grado de integración de la capilla

En este punto, merece la pena destacar la influencia de la tabiquería intermedia en la distribución de las regiones más o menos integradas de la capilla. En la figura 22, además del mapa del grado de integración expuesto anteriormente, se muestra cómo quedaría tal mapa en ausencia de los pilares. En esta situación hipotética, la zona más integrada de la capilla es el centro de la cruz. Puede decirse que, voluntariamente o no, dicho elemento constructivo se convierte en un recurso del arquitecto para desplazar el centro visual de la capilla hacia el lugar más importante de la misma.

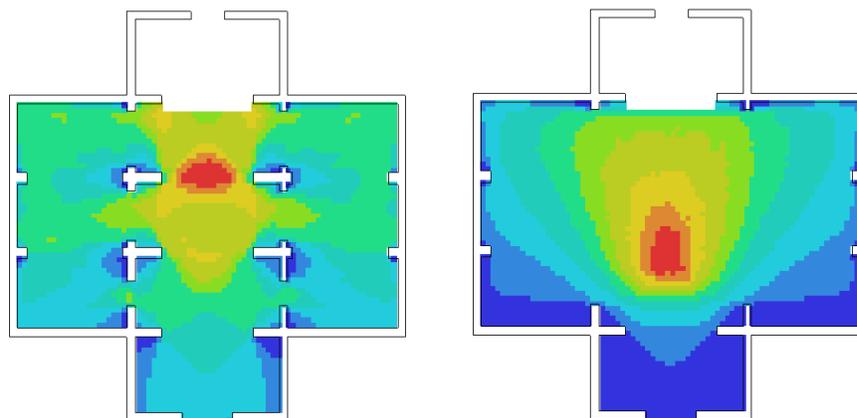


Figura 22 – Comparativa del grado de integración en la capilla con y sin tabiquería intermedia

Otra de las medidas interesantes para obtener información de la experiencia visual es el coeficiente de agrupamiento. La figura 23 revela cómo cambia la distribución de este coeficiente sobre la planta real (a la izquierda) y sobre una hipotética capilla sin pilares (a la derecha). En el caso de la capilla sin pilares, un altísimo porcentaje de localizaciones tiene coeficiente de agrupamiento por encima de 0.90, es decir, las isovistas desde tales localizaciones son polígonos (prácticamente) convexos. Esto se traduciría en una experiencia visual “monótona”, en el sentido de que el desplazamiento de un observador desde una localización en cualquier dirección no causaría cambios notables en su percepción espacial (figura 24).

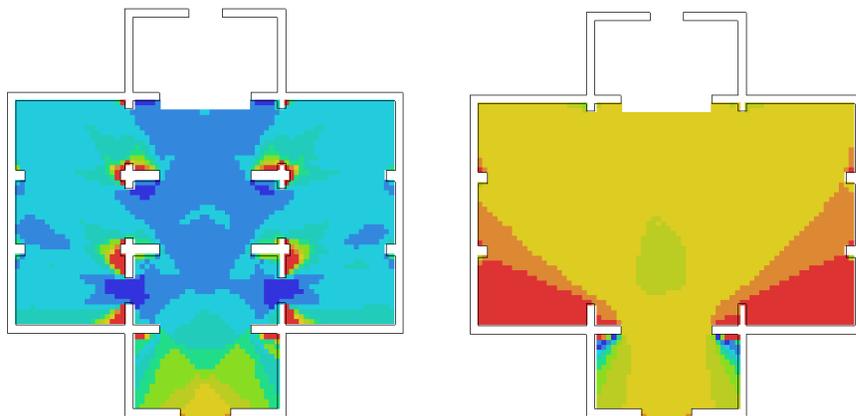


Figura 23 – Comparativa del grado de agrupamiento en la capilla con y sin tabiquería intermedia

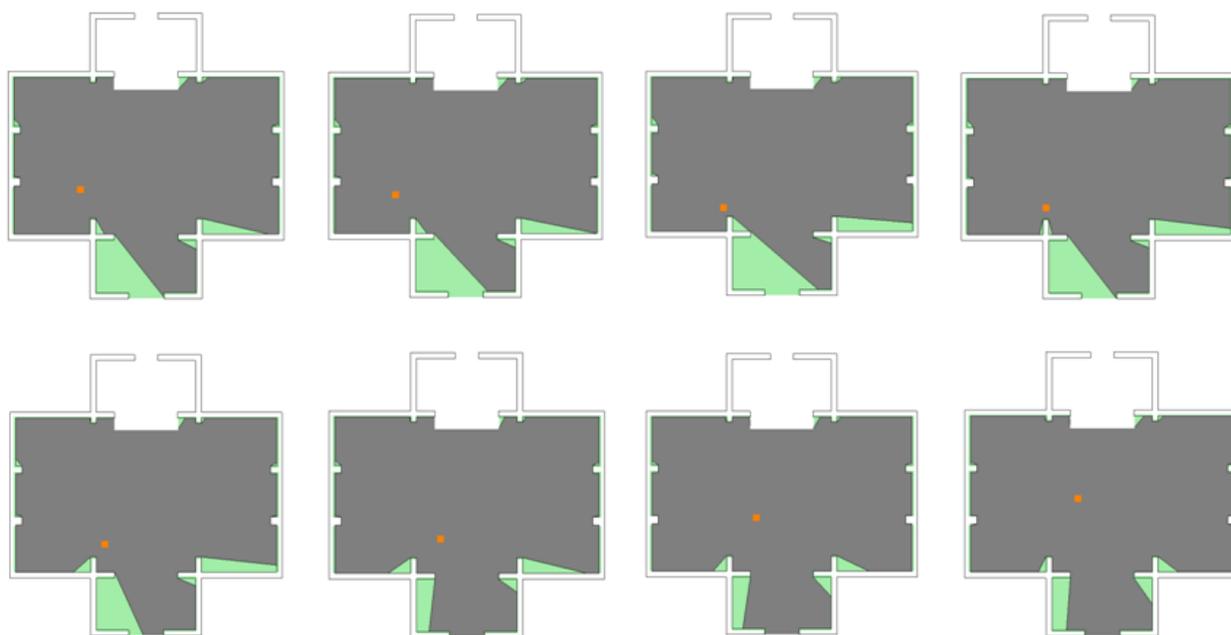


Figura 24 – Sucesión de isovistas para un observador que se desplaza por la planta sin pilares

Por el contrario, el coeficiente de agrupamiento medio de la planta real de la capilla es 0.67, existiendo casi un 90 % de localizaciones cuyo coeficiente es menor que 0.75. Así, si excluimos el brazo de entrada y las zonas junto a los pilares en las naves laterales, las isovistas desde la mayor parte de localizaciones son polígonos estrellados con rayos multidireccionales. Un observador que se desplace desde cualquier localización percibirá cambios sensibles en su campo visual (figura 25). El balance de pérdida/ganancia de información visual a medida que el observador se desplaza confiere un carácter dinámico a la experiencia de la percepción del espacio arquitectónico objeto de estudio.

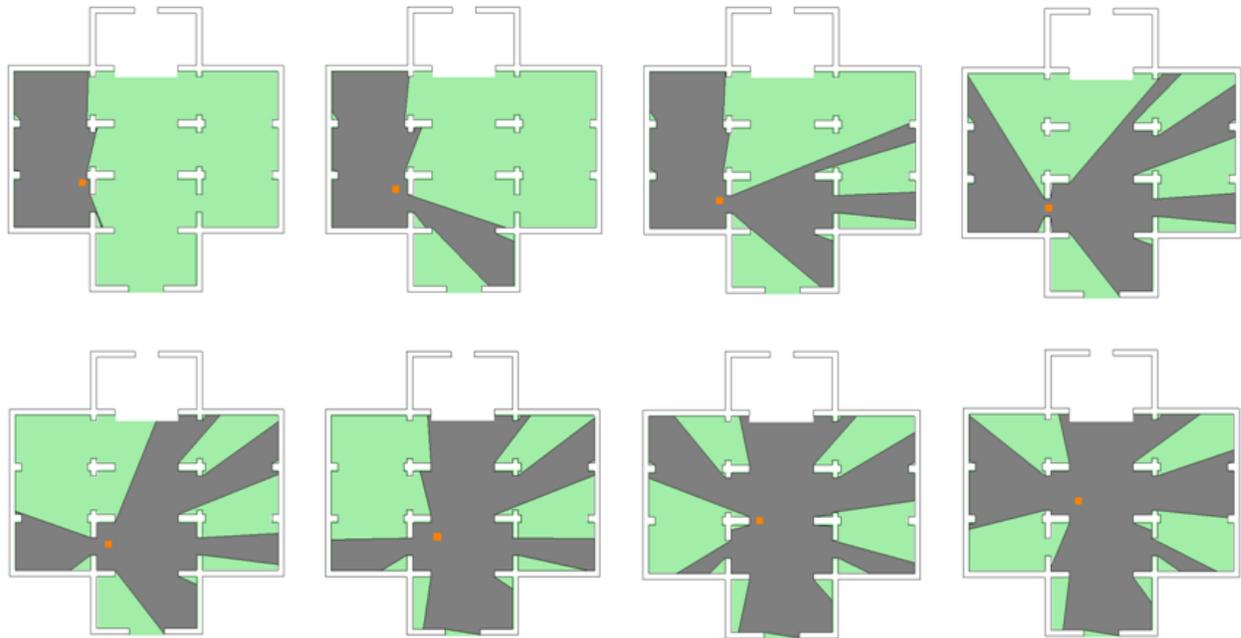


Figura 25 – Sucesión de isovistas para un observador que se desplaza por la capilla

Si bien el coeficiente de agrupamiento medio en la capilla es sensiblemente inferior al que se tendría en ausencia de tabiquería intermedia, los valores de dicho coeficiente no son bajos en términos absolutos (fluctúa entre 0.6 y 0.7 en más del 80% de las localizaciones). Teniendo en cuenta que el coeficiente de agrupamiento es una medida de la intervisibilidad entre las localizaciones de una isovista, la observación anterior aporta información sobre cómo dichos pilares interrumpen el espacio y afectan a la percepción del mismo. En efecto, la figura 26 pone de manifiesto que son estos pilares los causantes de que la isovista generada sea un polígono estrellado con rayos multidireccionales. Sin embargo, puede advertirse que los rayos “envuelven” a estos elementos intermedios; así, muchas de las localizaciones de rayos “adyacentes” son intervisibles lo cual hace que aumente el valor del coeficiente de agrupamiento de la localización generadora de la isovista. Por tanto, para muchas localizaciones, la existencia de la tabiquería intermedia en la capilla no impide percibir el espacio como un todo.

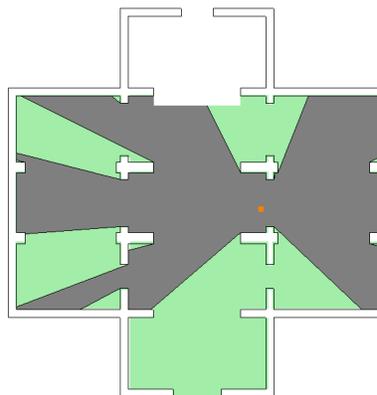


Figura 26 – Isovista estrellada cuyos rayos “envuelven” al elemento que los origina

Finalmente, el mapa del coeficiente de desplazamiento muestra que el centro de la cruz griega como único centro relativo del sistema (figura 27). Según se ha comentado al final de la sección 3, es muy probable que un visitante que explora por primera vez la capilla dirija sus pasos, en primera instancia, hacia este centro (atravesando las curvas de nivel que determina el coeficiente de desplazamiento), a pesar de que existen accesos a las naves laterales al principio de la nave central.

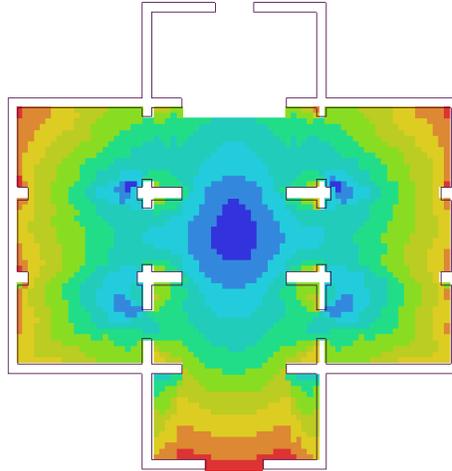


Figura 27 – Coeficiente de desplazamiento

6. Conclusiones

El análisis espacial a través de las medidas asociadas a las isovistas y al grafo de visibilidad constituye una interesante temática a tratar en los estudios en Arquitectura y puede utilizarse como vehículo integrador de las Matemáticas en asignaturas de carácter proyectual. La rápida adquisición de los fundamentos de esta temática y su cómodo tratamiento a través del programa *UCL Depthmap* habilita al estudiante a emitir conclusiones sobre la espacialidad de una obra arquitectónica sin excesivo esfuerzo previo. Queda pendiente como posible ampliación de esta temática la descripción del espacio mediante otro tipo de representaciones como los mapas axiales o los mapas convexos.

Como hemos visto en la sección 5, se pueden utilizar medidas como la conectividad para diferenciar las zonas público-privadas de un sistema; o como el grado de integración, para dilucidar el centro desde el punto de vista de la visibilidad y cómo pequeños cambios en la configuración de la planta pueden desplazar dicho centro. Por tanto, entendemos que puede ser una herramienta útil a la hora de proyectar, pues el análisis de diferentes configuraciones de plantas puede arrojar información de interés en la búsqueda y consecución de los objetivos.

Referencias

-  [Benedikt, M. L. \(1979\).](#)
To take hold of space: isovist and isovist fields.
Environment and Planning B, Vol. 6, 47–65.
-  [Conroy, R. A. \(2000\).](#)
Spatial navigation in immersive virtual environments.
University College London, London.
<http://www.thepurehands.org/phdpdf/thesis.pdf>.
-  [do Carmo, M. P. \(1995\).](#)
Geometría diferencial de curvas y superficies.
Alianza Editorial. Madrid.
-  [Hillier, B., Hanson, J. \(1984\).](#)
The social logic of space.
Cambridge University Press. Cambridge.
-  [Mora, R., Astudillo, H., Bravo, S. \(2014\).](#)
Looking ahead: a vision-based software for predicting pedestrian movement.
Ingeniería e Investigación, Vol. 34, 79–82.
-  [Rohloff, I. K. \(2009\).](#)
From academic research on museum buildings to practice-based research for planning shopping malls.
Leadership in Architectural Research between Academia and the Profession,
San Antonio, TX.
-  [Turner, A., Doxa, M., O'Sullivan, D., Penn, A. \(2001\).](#)
From isovist to visibility graphs: a methodology for analysis of architectural space.
Environment and Planning B, Vol. 28, 103–121.
-  [Yu, R., Gu, N., Ostwald, M. \(2016\).](#)
The mathematics of spatial transparency and mystery: using syntactical data to visualise and analyse the properties of the Yuyuan Garden.
Visualization in Engineering, 4:4.