

## Técnicas de diagnóstico estructural en construcciones históricas Análisis de la cúpula de San Miguel de los Reyes (Valencia)

Arturo Martínez Boquera\* y Adolfo Alonso Durá\*\*



Vista aérea de San Miguel de los Reyes de Valencia

El análisis ponderado de las estructuras históricas de fábrica, desde una perspectiva presente y un prisma correcto que no anticipe conclusiones precipitadas, ni aplique criterios modernos a este patrimonio que nos precede, constituye la base sobre la cual fundamentar un proyecto de restauración. La cúpula de San Miguel de los Reyes de Valencia sirve de excusa a los autores para plantear su aproximación al problema y exponer sus procedimientos de análisis y cálculo. La modelización informática de los resultados mediante el programa que han desarrollado los mismos permite una comprensión inmediata del funcionamiento y los defectos de la cúpula, condición previa para la búsqueda de una adecuada solución estructural de refuerzo.

*Techniques for the Diagnosis of the Structural Behaviour of Historic Buildings. Analysis of the Dome of San Miguel de los Reyes in Valencia.* A profound study of historic masonry with today's knowledge and without jumping to conclusions or applying modern criteria to ancient heritage is the basis of a restoration project. The case of the dome of San Miguel de los Reyes in Valencia provides the authors with an excuse to explain their approach to the problem and describe their analysis and calculation procedures. The computerised mapping of the results developed by these authors affords an immediate view of the behaviour and defects of the dome, a necessary step before seeking a solution for its structural reinforcement.

\*Arturo Martínez Boquera es doctor arquitecto y catedrático de la ETS de Arquitectura de Valencia

\*\*Adolfo Alonso Durá es arquitecto y profesor de la ETS de Arquitectura de Valencia

La utilización de técnicas de diagnóstico precisas para el conocimiento del monumento son imprescindibles de cara a poder abordar con carácter riguroso el proyecto de restauración. La investigación tecnológica es determinante en la apreciación de la realidad material, de la degradación, de sus causas y, por tanto, del diagnóstico y de sus posibles soluciones.

Es indudable que cualquier metodología dirigida a conseguir estos fines exige el conocimiento de teorías y técnicas de intervención, que relacionen el problema de la conservación y restauración con la historia de la arquitectura y con las disciplinas afines a la ciencia de la construcción.

Es por ello que, en el campo de la consolidación del monumento, el comportamiento estructural constituye una materia de una gran complejidad teórica y técnica, que requiere una evaluación y unos conocimientos específicos, en absoluto ajenos a la propia disciplina arquitectónica.

El objetivo de este trabajo de investigación consiste en aportar al proyecto de restauración arquitectónica los conocimientos específicos basados en la relación entre la evolución histórica del análisis estructural y las técnicas actuales relacionadas con el comportamiento estructural de las estructuras de fábrica<sup>1</sup>, bien sean de piedra bien de ladrillo, y en particular las estructuras abovedadas y las cúpulas que conformaron una tipología redundante en gran parte del espacio arquitectónico, sobre todo el religioso, entre los siglos XVI y XVIII.

Dentro de esta tipología se encuentra la Cúpula de la iglesia del Monasterio de San Miguel de los Reyes de Valencia. El monasterio jerónimo es un edificio renacentista de estilo herreriano. La iglesia fue proyectada por Alonso de Covarrubias en 1546 con falsas bóvedas de crucería estrellada sobre arcos de medio punto, en realidad baídas decoradas con nervios de yeso<sup>2</sup>. En el proyec-

to es de reseñar la eliminación de los contrafuertes de las dos últimas capillas, a cada uno de los lados de la nave, conformando así un espacio que daría lugar a un pseudo-crucero y, por ello, diseñando una planta de cruz latina no perceptible desde el exterior.

La construcción de la cúpula se inscribe en las obras de reedificación de la primera mitad del siglo XVII habidas en el espacio que ocupaba la antigua iglesia medieval del monasterio cisterciense de San Bernardo de la Huerta. A pesar de que en el texto del proyecto no se menciona explícitamente la ejecución de una cúpula para la parte central de este crucero, parece probable que Alonso de Covarrubias tenía en mente este tipo de cubierta, al ser ésta la solución adoptada en edificios de similares características del periodo renacentista<sup>3</sup>.

El verdadero inicio de las obras de la iglesia es el año 1601, con intervenciones de Juan Cambra, que se extienden hasta 1604. Éstas quedan paralizadas hasta 1623, momento en que se reanuda de la mano de Pedro Ambuesa. En esta segunda fase se llevará a cabo la mayor parte de la iglesia actual. Sin embargo, sus cubiertas no llegaron a ser ejecutadas por este segundo arquitecto debido a su fallecimiento en 1632, el cual fue reemplazado por Martín de Orinda, autor de la cubierta de la nave de la iglesia en 1636 y de la cúpula en 1641<sup>4</sup>.

La cúpula es de planta circular de 11,80 m. de diámetro interior y 7,70 m. de flecha. Tiene un espesor mínimo de 30 cm. y apoya sobre un tambor de 5,70 m. de altura y 70 cm. de espesor. Tiene una linterna de 8 m. de altura y 2,40 m. de diámetro interior.

Descrita la cúpula, vamos a proceder a describir las distintas técnicas de diagnóstico utilizadas para analizar su comportamiento estructural.

En las últimas décadas los procedimientos de cálculo estructural desarro-

2. Cúpula de San Miguel de los Reyes



llados por la Mecánica de los Medios Continuos han proporcionado una herramienta muy potente para el análisis de estructuras cada vez más complejas. Estos procedimientos llevan una carga de cálculo numérico enorme, cuyo uso práctico sólo es posible bajo plataformas informáticas de cierta capacidad y potencia.

Dentro de la Teoría del Medio Continuo, el Método de los Elementos Finitos (MEF)<sup>5</sup> es el que mayor desarrollo ha experimentado. Su aplicación a la mecánica estructural se fundamenta en la teoría de la elasticidad y en los teoremas energéticos. Este método permite analizar una gran variedad de formas estructurales en cuanto a su disposición geométrica y materiales utilizados. Exige una definición topológica de la estructura (forma geométrica y dimensiones) y de los parámetros mecánicos de los materiales que la componen.

En su formulación más inmediata, el cálculo lineal, el MEF, aplicado al proyecto de estructuras arquitectónicas, se ha revelado como una herramienta extraordinariamente útil para el técnico que tiene que diseñar, calcular y construir las estructuras de los edificios de nueva planta. Cuando se trata de analizar el estado y el comportamiento de estructuras históricas mediante la aplicación del MEF la situación se presenta más compleja. Las especiales características de estas construcciones exigen ciertas condiciones de aplicación en el análisis para que los resultados del mismo sean fiables.

En primer lugar, al enfrentarse al análisis de estas estructuras se deben tener en cuenta la concepción estructural y los métodos bajo el que fueron diseñadas y construidas. Métodos desde luego completamente diferentes a los que poseemos los técnicos que nos ocupamos de las estructuras. Estas construcciones fueron concebidas y ejecutadas con unos parámetros que eran ajenos, por desconocidos, a conceptos tales como tensión, resistencia, deformabilidad, etc. que

ahora juzgamos imprescindibles para comprender y evaluar el comportamiento estructural.

Los materiales componentes de bóvedas y cúpulas son fábricas de piedra o ladrillo. En el caso de la cúpula estudiada, San Miguel de los Reyes de Valencia, es la fábrica de ladrillo. La propiedad que caracteriza estos materiales es su baja capacidad para desarrollar tensiones de tracción. Frente a una buena resistencia a la compresión, presenta una resistencia a la tracción mucho menor. Diversas investigaciones<sup>6</sup>, coinciden en atribuir a la fábrica unos valores mecánicos dependientes de los establecidos para el material base constituyente que en el caso de la fábrica de ladrillo se puede estimar entre 40 y 50 Kg/cm<sup>2</sup> de resistencia a compresión y valores del orden de 10 a 20 veces inferior para la tracción, oscilando entre 2 y 5 Kg/cm<sup>2</sup>.

En este tipo de estructuras la resistencia a compresión del material no suele ser un factor determinante, puesto que los niveles tensionales a los que están sometidas las fábricas suelen ser muy bajos respecto a su límite resistente. Es la baja resistencia a la tracción lo que determina su estabilidad, que depende de su forma y dimensión, por lo que el ajuste entre el trazado de la bóveda y la posición de las líneas o superficies de presiones determina el nivel de tracciones. Son estructuras que resisten por su forma más que por la resistencia del material, siempre que éste mantenga sus propiedades mecánicas sin degradación<sup>7</sup>.

Estas tracciones son las que provocan los distintos grados de fisuración en las fábricas: desde una fisuración baja, sin incidencia en la estabilidad estructural del conjunto, hasta un nivel elevado que puede provocar el colapso. Se puede decir que las fisuras son consustanciales a las obras de fábrica y que, no por ello, suponen un peligro para la estructura; aunque sí pueden tener una incidencia negativa en otros elementos, como son

revestimientos, frescos, pinturas etc.

El conocimiento de las diferentes actuaciones que, en el transcurso de su historia, hayan podido incidir sobre estas estructuras resulta de gran interés, ya que, si se han efectuado alteraciones de la geometría, reparaciones o sustituciones de material, que no están dados, la falta de información o su desconocimiento, pueden introducir un nuevo grado de incertidumbre, pues el cambio tensional aportado es una incógnita, que no es posible conocer.

Los movimientos provocados por asientos de la cimentación suelen variar la directriz del trazado de las bóvedas y cúpulas. El estado de equilibrio tensional de estas estructuras es muy sensible a esta variación geométrica, resultando muy difícil de calcular los valores numéricos de estas tensiones. En cambio, son estructuras que poseen un grado de adaptabilidad muy alto a las diferentes geometrías resultantes de estos movimientos: dentro de un cierto margen de variación hay muchas posiciones de equilibrio posibles que hacen estable la construcción, aún con la aparición de un estado fisurativo importante<sup>8</sup>.

Por todo ello, los criterios de evaluación basados en los estados límites que suponen la comprobación de la condición  $\sigma_u \geq \sigma_d$ , es decir, que la hipótesis de los valores de las tensiones de cálculo sean inferiores a las tensiones de agotamiento del material, se ha de utilizar con las reservas debidas.

### Niveles de análisis

El análisis estructural de las estructuras históricas puede abordarse desde dos puntos de vista diferentes y complementarios:

- Como estudio teórico para comprender mejor la mecánica y el comportamiento de estas estructuras.
- Realizar la evaluación del estado de una estructura dentro del proceso de conservación-restauración del monumento que se trate.

En la actualidad existen varias técnicas de análisis estructural que están basadas en diferentes teorías, (elásticas, rígido-plásticas, elasto-plásticas etc.) que intentan evaluar el nivel de tensiones, la carga de colapso o grado de seguridad que poseen las estructuras. No se puede pretender, en el momento presente, disponer de un único método que resuelva de modo general todos los casos, debido a la gran variabilidad de fábricas y tipologías y a sus peculiaridades. Será, por tanto, necesario el uso de diversas técnicas que complementen el estudio.

En este sentido se describen a continuación varias técnicas de análisis, describiendo su campo de aplicación y rango de fiabilidad de sus resultados.

### Análisis por equilibrio

Consiste en establecer el equilibrio posible entre las diferentes partes de la estructura y las cargas actuantes, suponiendo un comportamiento rígido-plástico del material. Se trata de determinar las líneas de presiones dentro del trazado de la fábrica; se establece el equilibrio si esta línea de presiones pasa por el interior de la bóveda o cúpula. El trazado de la línea de presiones se puede realizar por los procedimientos de la estática gráfica o vectorial.

Los autores han desarrollado un procedimiento por ordenador que, sobre la plataforma de AutoCad, realiza automáticamente las operaciones vectoriales de la estática, calculando y dibujando las fuerzas que definen la línea de presiones y los valores de las tensiones cobaricéntricas.

En la mecánica clásica se consideraba como condición imprescindible que la línea de presiones estuviese en el interior del núcleo central del elemento. Con ello se aseguraba que no aparezcan tracciones en la fábrica. Heyman<sup>9</sup> aplica los teoremas del cálculo plástico al cálculo de la fábrica, consiguiendo un método muy versátil para el estudio de la estabilidad de arcos, bóvedas y cúpulas.

Las bases de cálculo son:

1. Se considera el comportamiento del material como rígido-plástico perfecto. La resistencia a la tracción es nula y la resistencia a la compresión es lo suficientemente elevada como para que las tensiones que solicitan la sección sean muy inferiores al límite de plastificación del material. Esto es cierto, o está del lado de la seguridad, en fábricas de piedra y en la mayoría de casos de fábricas de ladrillo.
2. Bajo estas condiciones, las fisuras que aparezcan en la fábrica provocarán una rótula cuando la línea de presiones sea tangente a una cara de la bóveda, intradós o extradós.
3. Los arcos son inestables cuando el número de rótulas producidas provoca un mecanismo.

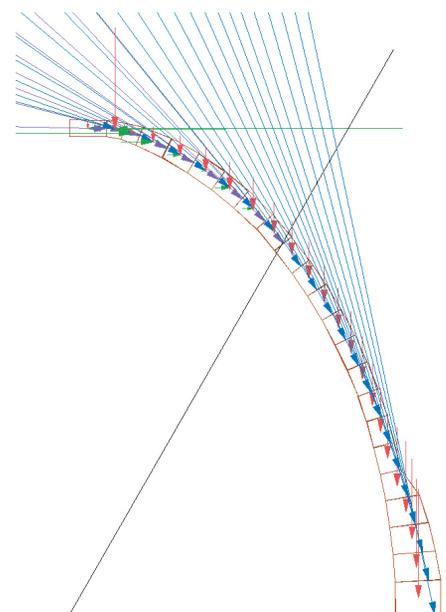
Con estas bases el cálculo de la estabilidad consiste en poder encontrar una línea de presiones que, estando en equilibrio con las cargas, quede en el interior del arco o de la bóveda. Si se encuentra algún trazado que cumpla esa condición se puede asegurar que el arco es estable, independientemente del grado de fisuración que exista.

El concepto de seguridad pasa a ser geométrico en lugar de resistente a tensiones, es decir que el grado de seguridad es la holgura que el espesor del muro tiene sobre el trazado de la línea de presiones. Con este procedimiento no se pretende encontrar la línea real de presiones que solicita la fábrica, pero sí una posible línea que asegura la estabilidad.

En el caso del análisis de cúpulas se utiliza el mismo procedimiento aplicado a un "gajo" o sector de la cúpula y considerando además de la línea de presiones meridianas, caso de arcos y bóvedas, las presiones según paralelos que determinan la posible aparición de fisuras en la dirección de los meridianos.

Una ventaja de este método es que no resulta necesario el conocimiento de las propiedades mecánicas del material, siempre que se den las condiciones enunciadas en las bases del método. La geo-

3. Distribución de la línea de presiones de un "gajo" de la cúpula de San Miguel de los Reyes



metría de la estructura se ha de definir con precisión y esto exige una afinada toma de datos tanto de dimensiones como de disposiciones constructivas.

En la figura 3, se muestra la distribución de la línea de presiones de un “gajo” de la cúpula de San Miguel de los Reyes, en el que se aprecia una clara estabilidad, ausencia de tensiones de tracción importantes y unas tensiones cobaricéntricas de compresión de valores en un entorno a 2 Kg/cm<sup>2</sup>. El análisis de acciones sísmicas, con este procedimiento es planteable considerando las cargas gravitatorias actuando en dirección inclinada en función del grado de sismicidad.

### Análisis por el Método de Elementos Finitos

Con esta técnica se puede abordar el análisis de la estructura completa pues permite su modelización exacta, en cuanto a su definición geométrica, mediante mallas de elementos superficiales o volumétricos que se adaptan a la forma exigida.

El método sigue un proceso de cálculo que de modo resumido, es el siguiente: Se tiene que resolver el sistema de ecuaciones formado por la matriz de rigidez global de la estructura y por el vector de cargas,

$$\vec{F} = [K]\vec{U}$$

Para obtener la matriz de rigidez local de cada uno de los elementos se utiliza la formulación isoparamétrica.

Las funciones de forma  $\vec{N}$  del elemento isoparamétrico relacionan el movimiento  $\vec{u}$  de un punto cualquiera del interior del elemento con los movimientos  $\vec{a}$  de los nodos extremos de dicho elemento.

$$\vec{u} = \vec{N}\vec{a} = \sum N_i a_i$$

Cálculo de las deformaciones unitarias del material en función de los movimientos de cualquier punto del elemento:

$$\vec{\epsilon} = \vec{L}\vec{u} = \sum B_i a_i = \vec{B}\vec{a}$$

siendo

$$\vec{B}_i = \vec{L}\vec{N}_i$$

Expresión de la relación entre tensiones y deformaciones a través de la matriz constitutiva, de elasticidad o de flexión D:

$$\vec{\sigma} = \vec{D}\vec{\epsilon} = \vec{D}\vec{B}\vec{a}$$

Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales a un desplazamiento virtual de los nodos e integrando se obtiene la matriz de rigidez local del elemento:

$$k = \int_V \vec{B}_i^T D \vec{B}_i dV$$

Esta expresión se resuelve por integración numérica utilizando la cuadratura de Gauss-Legendre. Obtenida la matriz de rigidez en ejes locales  $\vec{k} = [k]\vec{a}$  se hace la transformación  $\vec{K} = \vec{R}^T [k] \vec{R}$  para referirla a ejes globales de la estructura  $\vec{F} = [K]\vec{U}$  y se procede a continuación a ensamblar cada elemento en la matriz global.

De la resolución de este sistema de ecuaciones se obtienen los movimientos (desplazamientos y giros) de los nudos de la estructura, y conocidos éstos se calculan, a través de la matriz de rigidez de cada barra, los esfuerzos que solicitan sus extremos, siendo “a” el vector de los movimientos de los nudos extremos.

$$\vec{f} = [k]\vec{a} - \vec{f}_{ext}$$

En el caso de los elementos finitos superficiales y volumétricos se calculan las tensiones en los puntos de Gauss utilizados para la cuadratura de cada elemento y se pasan a los nudos. Estas solicitaciones se promedian entre los correspondientes a cada elemento que incide en dicho nudo. Las tensiones en los puntos p de Gauss de los elementos con n nudos se resuelven con la expresión:

$$\langle \sigma \rangle_p = \sum_{i=1}^n (DB_i)_p \vec{a}_i$$

El proceso de cálculo descrito supone que la estructura la forma un material continuo de comportamiento elástico-

lineal, estos parámetros se especifican a través de la matriz constitutiva D. Se denomina por eso cálculo lineal. Exige el conocimiento completo de las propiedades mecánicas, aspecto conflictivo como ya se ha indicado anteriormente.

Este método permite analizar cualquier estado de acciones: gravitatorias, sísmicas, eólicas, por temperatura, deformaciones impuestas (asientos en la cimentación) etc., resolviendo la respuesta de la estructura en cuanto al estado de deformaciones y tensiones. Conocidos éstos se pueden aplicar criterios de rotura para determinar el modo de fallo o daño que pueda sufrir la estructura, así como la aparición de posibles fisuras.

Ante una estructura con un cuadro fisurativo determinado es posible *modelizar las fisuras* imponiendo la discontinuidad geométrica en los nudos de la malla de los elementos y analizar el estado tensorial de deformación y, por tanto, la estabilidad resultante del conjunto. En la figura 4 se muestra la modelización de las fisuras de una bóveda imponiendo la discontinuidad geométrica en los nudos de la malla. El comportamiento mecánico de las fábricas dista mucho del que se le supone en el cálculo lineal<sup>10</sup>. Las juntas y las posibles fisuras provocan una pérdida de la continuidad del material; las propiedades mecánicas dependen del nivel de tensiones aplicado; no existe una relación lineal entre tensiones y deformaciones etc. Esta enumeración resalta el hecho de que el cálculo lineal no representa correctamente el comportamiento de estructuras históricas; sólo se puede esperar una aproximación a la realidad estructural, más o menos divergente en función del estado de deformaciones, de tensiones y degradación de la propia fábrica: estado de los morteros y de las piezas que la conforman.

Aparece así el cálculo no lineal que intenta evaluar el comportamiento de la estructura haciendo intervenir las propiedades del material, que son variables. Modelizar esta variabilidad torna el

cálculo extraordinariamente complejo. En el MEF supone evaluar la matriz constitutiva D según los conceptos de la teoría de la plasticidad y la mecánica de fractura. Este proceso se vuelve necesariamente no lineal, por tanto iterativo, con el incremento de complejidad y de tiempo de cálculo que conlleva.

En las obras de fábrica, la aparición de fisuras, y con ellas la variación del estado tenso-deformacional que provocan, obliga a que los modelos de cálculo que se apliquen deban incluir modos de fisuración para obtener resultados acordes con la realidad estructural que se estudia. Existen básicamente tres procedimientos de cálculo no lineal<sup>11</sup>, para modelizar el comportamiento no lineal de estructuras de fábrica, calculando la aparición y evolución de las fisuras y la carga última de colapso. El que se ha utilizado en esta investigación es el denominado **modelo de daño isótropo**<sup>12</sup>, implementándolo en el programa CID<sup>13</sup> de elementos finitos para el estudio y análisis de diferentes cúpulas históricas y que, de forma resumida, se expone a continuación.

**Modelo de daño**

La mecánica de daño es una rama de la Mecánica del Continuo que a través de variables internas introduce cambios microestructurales en el comportamiento del material. Estas variables modelan la influencia de la historia del comportamiento del material en la evolución de las tensiones. La aparición de fisuras y su evolución en el tiempo en materiales como el hormigón y la mampostería se pueden describir como las trayectorias de los diversos puntos dañados.

Si se define una función de daño que represente correctamente la respuesta del material, tanto en compresión como en tracción, entonces el comportamiento no lineal de la mampostería se puede modelizar.

La fisuración se representa en este caso como un efecto de daño local, que se puede caracterizar en función de los parámetros conocidos del material y de

unas funciones que controlan la evolución del daño con el estado sucesivo de las tensiones en cada punto. En el programa CID se ha implementado una aplicación del modelo de daño isótropo desarrollado en la última década (Hanganu 1997, Oller 1991, Oliver 1990; Oñate 1988)<sup>14</sup>.

Este modelo utilizado tiene en cuenta los tres supuestos necesarios para modelizar correctamente el comportamiento no lineal del hormigón y la mampostería: el diferente comportamiento en compresión y tracción, la degradación de la rigidez por causas mecánicas (nivel tensional) y el efecto sobre la respuesta según el tamaño de la malla de elementos finitos.

**Concepto de daño isótropo.**

Se considera un punto de un material con un cierto nivel de deterioro. Esta degradación se representa como huecos que ha sufrido el material. Si S es la superficie total considerada y S' el área resistente efectiva; (S-S' es la superficie de huecos), se define la *variable de daño "d"* como:

$$d = \frac{S - S'}{S} = 1 - \frac{S'}{S}$$

Este índice expresa el grado de deterioro del material (0 < d < 1). El valor cero representa el estado no dañado, mientras que el valor unidad el deterioro total del área resistente.

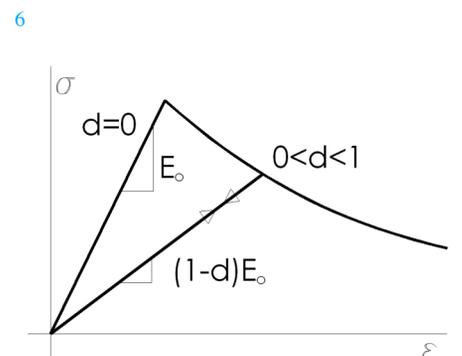
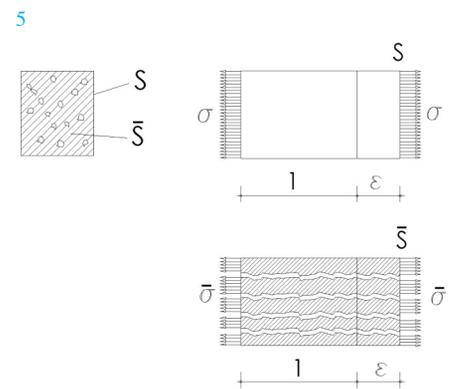
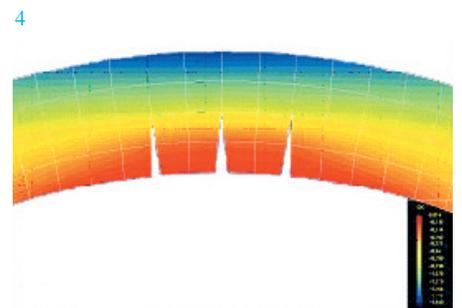
La relación entre la tensión estándar de Cauchy y la tensión efectiva que actúa sobre la parte de sección resistente efectiva se calcula por la condición de equilibrio:

$$N = S\sigma; \quad N = S'\bar{\sigma}; \quad \sigma S = \bar{\sigma} S'$$

$$\sigma = (1 - d)\bar{\sigma} = (1 - d)E\epsilon$$

Este índice escalar es suficiente para representar adecuadamente el comportamiento de materiales como el hormigón y las fábricas de ladrillo y de piedra.

- 4. Modelización de las fisuras de una bóveda imponiendo la discontinuidad geométrica en los nudos de la malla
- 5. Esquema de los parámetros que define la *variable de daño "d"*
- 6. Efecto de reducción de la rigidez proporcional a (1-d)



El efecto que produce sobre el comportamiento mecánico del material es una reducción de la rigidez proporcional a  $(1-d)$ , como puede apreciarse en la figura 6.

Extendida esta relación al vector total de tensiones se obtiene

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} = (1-d)D \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{pmatrix}$$

Siendo  $D$  la matriz de elasticidad para un material isótropo.

En el proceso iterativo del MEF la matriz constitutiva se calcula como:

$$\bar{D} = (1-d)D$$

La variable de daño escalar es:

$$d = 1 - \frac{r^0}{r} \exp\left\{A\left(1 - \frac{r}{r^0}\right)\right\}$$

Los valores  $r$ ,  $r^0$ ,  $A$  se obtienen como en la nota 12. Una ventaja importante en la formulación de daño es su simplicidad de cálculo respecto a los otros modelos de fisuración, ya que no requiere un algoritmo especial para integrar las ecuaciones constitutivas de los modelos elasto-plásticos.

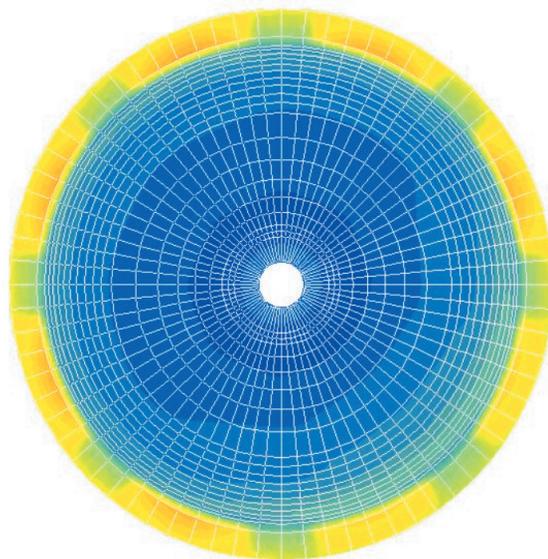
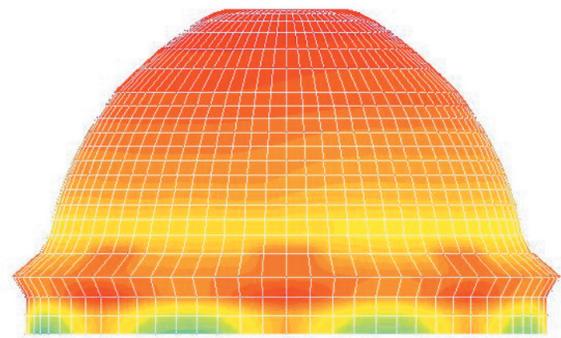
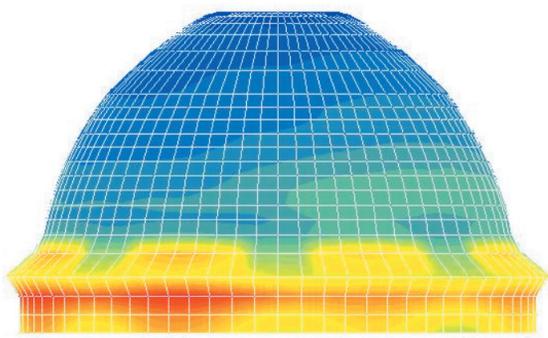
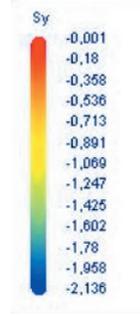
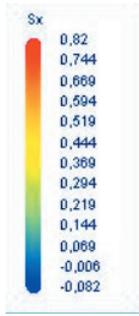
### Resultados.

Aplicado este modelo a la cúpula de San Miguel de los Reyes, modelizada con E.F. volumétricos (figuras 7 y 8) se obtienen los siguientes resultados: El valor de las tensiones de membrana que se obtienen en la cúpula son muy reducidos, alcanzando valores  $S_x$  que oscilan entre  $-0,082 \text{ Kg/cm}^2$  (compresión) y  $+0,82 \text{ Kg/cm}^2$  (tracción) en la dirección de los paralelos, figura 9, y valores entre  $-0,001 \text{ Kg/cm}^2$  y  $-2,136 \text{ Kg/cm}^2$  todos de compresión en la dirección de los meridianos de la cúpula, figura 10.

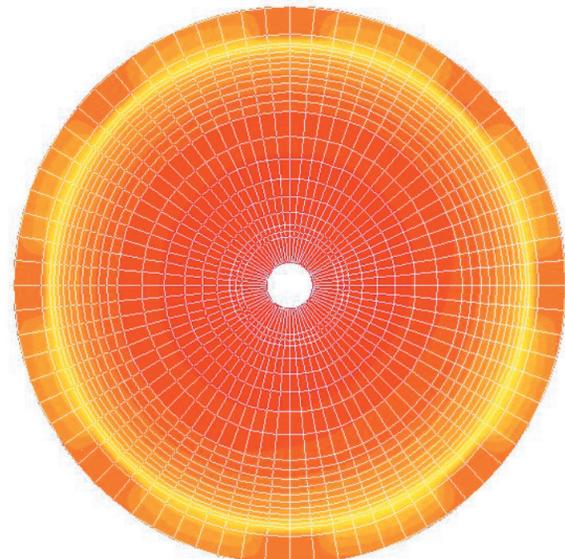


7 y 8. Cúpula de San Miguel de los Reyes, modelizada con E.F. volumétricos

9 y 10. Valor de las tensiones de membrana obtenidos en la cúpula en la dirección de los paralelos y meridianos, respectivamente



9



10

Con este nivel tensional se puede intuir un índice de daños inapreciable, que es la situación real de la cúpula, y que queda corroborado al aplicar el cálculo mediante el modelo de daños (fig.11). El modelo de daños sirve también para estimar el grado de seguridad de la cúpula al poder evaluar con facilidad el índice de daños que se obtiene con factores proporcionales de las cargas gravitatorias a las que está sometida la estructura. En la cúpula estudiada, a partir de 5 veces el peso propio empieza a manifestarse un índice de daños de 0,1 sólo en el intradós (figura 12) pero ya aparecen daños de cierta importancia en el tambor. Y para un factor de 10 veces el peso propio se aprecian daños elementales en el trasdós, aparecen daños con un índice de hasta 0,575 en la unión con el tambor y daños cercanos al colapso en la zona de huecos del tambor (fig. 13).

En suma, la realización de los modelos para el cálculo de las cúpulas tiene una gran complejidad, tanto en la definición geométrico-topológica como en la caracterización de las propiedades de los materiales. Exige disponer de eficientes programas de CAD que permitan el trabajo con una inversión razonable de tiempo y facilidad para la detección de los posibles errores en la definición.

No es conveniente, disponer de un único método que resuelva de modo general todos los casos, debido a la gran variabilidad de fábricas y tipologías y a sus peculiaridades. Será por tanto necesario el uso de diversas técnicas que complementen el estudio. El uso de modelos no lineales, es imprescindible para este tipo de estructuras.

El postproceso del cálculo exige también un adecuado interfaz programa-usuario que permita, de forma gráfica y numérica, la consulta y análisis de los resultados.

Debido a las variadas incertidumbres en los datos de entrada, el análisis de una estructura de fábrica requiere estudios de sensibilidad que permitan conocer la incidencia de las variaciones posibles en los parámetros de entrada y en los resultados del cálculo. 

## NOTAS

1. El Diccionario de la Real Academia de la Lengua define el término fábrica como "Cualquier construcción o parte de ella hecha con piedra o ladrillo y argamasa".

2. Bérchez, Joaquín: *Arquitectura Renacentista Valenciana (1500-1570)*. Bancaixa. Valencia. 1994.

3 y 4. Soler Verdú, Rafael: "La cúpula en la arquitectura moderna valenciana. Siglos XVI al XVIII. Metodologías de estudios previos para las arquitecturas de sistemas abovedados". Tesis doctoral. U. P. Valencia. 1995.

5. ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R.L.: *El método de los elementos finitos*. McGraw-Hill, CIMNE. Barcelona 1994.

6. Huerta Fernández, Santiago: "Diseño estructural de arcos, bóvedas y cúpulas en España ca. 1500-ca. 1800" Tesis doctoral. Madrid. 1990. León, J.; Martín-Caro, J.A.; Martínez, J.L.: *Comportamiento Mecánico de las Obras de Fábrica*. Departamento de MMCYTE. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos. U.P.Madrid. 2001. Hanganu, A. D.; Barbat, A.H.; Oñate, E.: *Metodología de evaluación del deterioro en estructuras de hormigón armado*. Monografía CINME n°39. Páginas 183-188 : "Aplicación del índice global de daño al estudio de construcciones Históricas". Barcelona 1997.

7. Heyman, J.: *Teoría historia y restauración de Estructuras de fábrica*. Instituto Juan de Herrera. E.T.S. Arquitectura de Madrid, 1995. "El esqueleto de piedra". Pag. 1-34.

8. Heyman, J.: "On shell solutions of masonry domes" *International Journal of Solids and Structures* Vol. 3, 1967 y *Equilibrium of Shell Structures*. Oxford: 1977.

9. ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R.L.: *El método de los elementos finitos*. McGraw-Hill, CIMNE. Barcelona 1994.

10. Lourenço, P.B.: "Experimental and numerical issues in the modelling of the mechanical behaviour of masonry". *Structural Analysis of Historical Constructions II*. Barcelona. 1998

11. Oñate, E. ; Hanganu, A.: *Métodos avanzados para el cálculo de la resistencia última de estructuras de hormigón. Técnicas avanzadas de evaluación estructural, rehabilitación y refuerzo de estructuras*. Pag 303-316. Valencia. 1999.

12. Hanganu, A. D.; Barbat, A.H.; Oñate, E.: *Metodología de evaluación del deterioro en estructuras de hormigón armado*. Monografía CINME n°39.

Páginas 41-53 "Modelo constitutivo de daño isotrópico". Barcelona 1997.

13. Alonso, A.; Pérez García, A.: *Manual de usuario del programa CID*. Programa de cálculo de estructuras por Elementos Finitos desarrollado en el Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Universidad Politécnica de Valencia. 2002

14. Hanganu, A. D.; Barbat, A.H.; Oñate, E.: *Metodología de evaluación del deterioro en estructuras de hormigón armado*. Monografía CINME n°39. Páginas 41-53 "Modelo constitutivo de daño isotrópico". Barcelona 1997. Oller, S.: *Modelización Numérica de Materiales Friccionales*. Monografía CINME 3. 1991. Oliver, J., Cervera, M., Oller, S., Lubliner, J.: "Isotopic Damage Models and Smeared Crack Analysis of Concrete". Proceedings 2nd ICCA-ADCS, Zell Am See, Austria, Pineridge Press, 2, 945-958. Oñate, E., Oller, S., Oliver, J., Lubliner, J.: "A Constitutive Model for Cracking of Concrete based on the Incremental Theory of Plasticity", *Engineering Computation*, 5, 309-320.

11. Cálculo del modelo de daños de la cúpula aplicando el peso propio

12. Índice de daños en la cúpula para un factor de 5 veces el peso propio

13. Índice de daños para un factor de 10 veces el peso propio

