

PREDICCIÓN PARA CONTROL: UNA PANORÁMICA DEL CONTROL DE PROCESOS CON RETARDO

Julio E. Normey-Rico ^{*,1} Eduardo. F. Camacho ^{**,1}

** Depto. de Automação e Sistemas, Universidade Federal
de Santa Catarina, 88040-900, Florianópolis, SC, Brasil,
julio@das.ufsc.br*

*** Depto de Ingeniería de Sistemas y Automática,
Universidad de Sevilla, Sevilla 41092 España,
eduardo@cartuja.us.es*

Resumen: Este trabajo analiza el control de sistemas con retardo cuando se utilizan estructuras de control basadas en predictores. Se estudia la robustez de diversas estrategias de compensación de retardo y los efectos producidos por el predictor en el comportamiento en bucle cerrado del sistema. Esta problemática se trata de forma unificada utilizando ideas provenientes de dos grandes áreas dentro del control: el área del control predictivo basado en modelo ("Model Predictive Control", MPC) y el área de los compensadores de tiempos muertos ("Dead Time Compensators", DTC). Se revisan los trabajos publicados en los últimos años sobre el tema y se muestra que existe una relación muy íntima entre las estructuras de DTC y MPC. Se propone así el concepto de "Predicción para Control" que considera los efectos de las características de la estructura del predictor utilizado en el controlador en la robustez y comportamiento del sistema en bucle cerrado. *Copyright ©2006 CEA-IFAC*

Palabras clave: predictores, robustez, sistemas con retardo.

1. INTRODUCCIÓN

Los retardos entre las variables de entrada y salida de los procesos aparecen en muchas plantas industriales, sistemas biológicos y también en sistemas económicos o sociales. En la mayoría de los casos estos retardos se deben al transporte de masa o energía dentro del proceso o al tiempo necesario para el procesamiento de informaciones pero también pueden ser asociados al efecto producido por la acumulación de un gran número de sistemas de bajo orden.

La aparición de un retardo en el bucle de control de un proceso tiene efectos perjudiciales. Por un lado el retardo (también llamado tiempo muerto o tiempo de atraso de transporte) disminuye considerablemente la fase del sistema lo que produce una disminución de los márgenes de ganancia y de fase del mismo. Por otro lado las relaciones entrada-salida del sistema con retardo dejan de ser racionales. Como consecuencia de esto el análisis y diseño de controladores para sistemas con retardo es más difícil (Palmor, 1996). Cuando el retardo es grande y se desea obtener respuestas en bucle cerrado rápidas es conveniente que se utilice un sistema de compensación del retardo. El predictor de Smith ("Smith predictor", SP) (Smith, 1957) fue el primer sistema de control propuesto en la

¹ Trabajo financiado por CICYT Contrato DPI 2005-4568 y CAPES-BRASIL Contrato BEXO 0828/05-0.

literatura que incluye un compensador de retardos y quizás sea el sistema más conocido y utilizado en la práctica para resolver el control de los sistemas con retardo.

Los predictores óptimos (OPs) (Goodwin and Sin, 1984) fueron introducidos en el contexto del control óptimo cuando éstos consideran modelos estocásticos de las perturbaciones (Clarke and Gawthrop, 1979), (Palmor and Shinnar, 1979) y utilizados posteriormente en los algoritmos de control predictivo basado en modelo (MPC) (Clarke *et al.*, 1987; Camacho and Bordons, 2004; Gomez-Ortega and Camacho, 1994). Mientras que el SP se utilizó para compensar tiempos muertos, los OPs son normalmente utilizados para predecir el comportamiento futuro de la planta, sea en un único instante, como en el caso del controlador de mínima varianza (MVC) o en un horizonte deslizante como por ejemplo en el control predictivo generalizado (GPC). Los OPs no aparecen explícitamente en las estructuras de control predictivo que los utilizan a pesar de que, como fue probado en (Palmor, 1982), el MVC puede ser analizado como un predictor óptimo más un control primario. Otra diferencia importante es que los OPs consideran las características estocásticas de las perturbaciones, y por lo tanto deberían ofrecer mejores resultados cuando son utilizados como compensadores en sistemas con retardos afectados por perturbaciones estocásticas.

Durante los últimos 25 años fueron propuestas numerosas extensiones y modificaciones del SP (Palmor, 1996; Normey-Rico and Camacho, 1998; Normey-Rico and Camacho, 1999c). En (Watanabe and Ito, 1981) se propone un nuevo controlador basado en modelo que permite obtener respuestas sin error de régimen permanente y transitorios adecuados para plantas con acción integradora. A partir de este trabajo diversos autores estudiaron el problema de mejorar la capacidad de rechazar perturbaciones del SP y propusieron algoritmos que pueden ser aplicados para perturbaciones medibles o no (Palmor and Powers, 1985; Palmor, 1996; Normey-Rico and Camacho, 1999a). Más recientemente fueron propuestas algunas modificaciones para mejorar las características de respuesta a cambios en la referencia y a perturbaciones de carga cuando la planta posee acción integradora y grandes retardos de tiempo (Aström *et al.*, 1994; Matausek and Micic, 1996; Matausek and Micic, 1999; Kwak *et al.*, 2001; Kaya, 2003; Chien *et al.*, 2002; Hang *et al.*, 2003), o para desacoplar las respuestas a perturbaciones y referencia (Zhang and Sun, 1996; Zhang *et al.*, 1998; Normey-Rico and Camacho, 2002). También en (Hagglung, 1996; Normey-Rico *et al.*, 1997) se estudian algoritmos de control para sistemas no integradores con retardo que pueden ser ajustado solamente usando tres

parámetros, de forma similar a un controlador industrial tipo PID. Los resultados del predictor the Smith fueron extendidos a sistemas multivariados con retardos en (Alevisakis and Seborg, 1973; Ogunnaike and Ray, 1979; Ogunnaike *et al.*, 1983) y también fueron analizados posteriormente en otros trabajos (Bhaya and Desoer, 1985; Palmor and Halevi, 1983; Jerome and Ray, 1986).

La estabilidad de los sistemas en bucle cerrado que usan el SP fue estudiada de forma cuantitativa por primera vez en (Furukawa and Shimemura, 1983). En este trabajo, usando la representación de estados, los autores demostraron porqué el SP no puede ser usado para el control de plantas inestables con retardo. Este resultado también fue probado en (Morari and Zafiriou, 1989) usando el enfoque de control por modelo interno (IMC). Los esquemas de control propuestos en (Furukawa and Shimemura, 1983) y (Watanabe and Ito, 1981) pueden ser usados con plantas inestables si el algoritmo de control es implementado utilizando una estructura internamente estable. Para mejorar la capacidad de rechazo de perturbaciones de la estructura de control presentada en (Furukawa and Shimemura, 1983) fueron propuestas diversas modificaciones (Palmor, 1996). Sin embargo, este esquema de control que permite obtener mejores características de rechazo de perturbaciones, es en general, muy sensible a los errores de modelado (Palmor, 1996). De forma general se puede decir que todas las modificaciones introducidas en el SP para mejorar sus características de rechazo de perturbaciones traen como consecuencia un aumento de la sensibilidad a los errores de modelado.

La estabilidad robusta del SP ha sido estudiada en varios trabajos. En (Palmor and Halevi, 1983) se utiliza por primera vez el concepto de “inestabilidad práctica” para mostrar que si el controlador primario no es ajustado correctamente, entonces el SP puede ser inestable si se consideran pequeños errores de modelado del tiempo muerto, a pesar de que, idealmente, el sistema diseñado tenga buenos valores del margen de fase y de ganancia. En (Bhaya and Desoer, 1985) se utiliza un SP generalizado para sistemas multivariados para realizar un análisis de estabilidad basando en la Q -parametrización del controlador. En el mismo trabajo se muestran las limitaciones impuestas por las incertidumbres en el comportamiento del sistema de control y se presentan condiciones necesarias y suficientes para la estabilidad robusta del SP generalizado. Estos resultados fueron una generalización de los presentados en (Palmor, 1980) para el caso de realimentación unitaria. De forma similar, en (Morari and Zafiriou, 1989), se analizan varias de las propiedades del SP y se propone un ajuste robusto del SP usando el enfoque IMC. También en (Santacesaria and Scattolini, 1993)

y (Palmor, 1986) se proponen otros ajustes del SP con el objetivo de obtener un comportamiento robusto. Estructuras basadas en observadores de perturbación, que permiten mejorar el rechazo de perturbaciones, son presentadas en (Zhong and Normey-Rico, 2002) y analizadas también en (Zhong and Mirkin, 2002; Zhong and Li, 2003; Torrico and Normey-Rico, 2005). Extensiones de estos resultados a plantas inestables con retardo se presentan en (Liu *et al.*, 2005; Lu *et al.*, 2005). Una revisión del SP y de varias modificaciones se puede encontrar en (Palmor, 1996; Normey-Rico and Camacho, 1998; Normey-Rico and Camacho, 1999c).

El SP surgió como una alternativa de control analógico para sistemas con retardo, sin embargo, en las aplicaciones actuales de compensación de tiempos muertos, las leyes de control son implementadas de forma digital. Las propiedades particulares de las versiones digitales del SP fueron analizadas por primera vez en (Palmor and Halevi, 1990). La discretización de los DTC y el diseño directo han sido estudiados recientemente (Normey-Rico and Camacho, 1998; Guo *et al.*, 2000; Torrico and Normey-Rico, 2005). En estos trabajos se analiza el efecto del muestreo en los controladores basados en predictores.

El OP fue definido en el dominio del control óptimo, esto es, combinado con diversos controladores óptimos. Durante la última década, fueron propuestas diversas estrategias de control basadas en el OP, como por ejemplo: GMVC (“General Minimum Variance Controller”) (Clarke and Gawthrop, 1979), GPC (“Generalized Predictive Controller”) (Clarke *et al.*, 1987), EPSAC (“Extended Prediction Self Adaptive Control”) (Keyser and Cuawenberghe, 1985), EHAC (“Extended Horizon Adaptive Control”) (Ydstie, 1984). La utilización del OP en estos controladores se debe a sus propiedades óptimas, esto es, el OP puede generar la “mejor” predicción de la salida de la planta en una configuración de bucle abierto que considera perturbaciones deterministas y estocásticas. Una interesante revisión del OP y de sus varias formulaciones puede ser encontrada en (Favier and Dubois, 1990). En los últimos años diversos autores (Clarke and Mohtadi, 1989; Robinson and Clarke, 1991; Yoon and Clarke, 1995; Megias *et al.*, 1997; Ansay and Wertz, 1997), han analizado la robustez de algunos de los algoritmos de control basados en el OP y en (Normey-Rico and Camacho, 2006) se estudia la influencia del predictor en la robustez del sistema en bucle cerrado.

Una característica común de todas las estructuras de control óptimo que utilizan al OP es que el predictor es calculado considerando el comportamiento en bucle abierto de la planta, sin tener en cuenta que el mismo va a trabajar en bu-

cle cerrado. En realidad, lo que importa cuando se controla un sistema usando predictores es el comportamiento en bucle cerrado del conjunto predictor-control primario. Por esto, en vez de utilizar predictores definidos con informaciones de bucle abierto (como se hace normalmente) deben ser analizados dos aspectos muy importantes al desarrollar un controlador predictivo: (a) el comportamiento del sistema en bucle cerrado frente a perturbaciones y cambios de consigna; (b) la robustez del sistema en bucle cerrado cuando se consideran errores de modelado.

Considerando estos dos aspectos, este artículo revisa los sistemas de control derivados del predictor de Smith y los controladores predictivos cuando se aplican a procesos con retardo. Se muestran similitudes y diferencias en las dos estructuras de control y se interpretan sus propiedades.

2. EL PREDICTOR DE SMITH Y MODIFICACIONES

2.1 El predictor de Smith

La figura 1(a) muestra la estructura de control del predictor de Smith (SP). En esta estrategia de control se realimenta la predicción de la salida del proceso en el tiempo t , que es calculada usando un modelo del proceso sin retardo ($G_n(s)$). Además, para que el sistema de control pueda corregir los efectos de los errores de modelado y el efecto de las perturbaciones, también se realimenta la diferencia entre la salida del proceso y la del modelo incluyendo el retardo ($P_n(s) = G_n(s)e^{-Ls}$) como se ve en el esquema de la misma figura. Se puede ver entonces que, si no hay errores de modelado ni perturbaciones, la diferencia entre la salida real y la predicha es cero y el controlador primario $C(s)$ podría ser ajustado, al menos en el caso nominal, utilizando el modelo del proceso sin retardo $G_n(s)$. Existen tres propiedades fundamentales que deben ser analizadas al estudiar el sistema de control propuesto por Smith en el caso de modelado perfecto ($P(s) = P_n(s)$) (Jerome and Ray, 1986):

- Propiedad 1- El atraso es eliminado de la ecuación característica del sistema en bucle cerrado. Usando la figura 1(a) se puede obtener por simple álgebra de bloques que la ecuación característica es:

$$1 + C(s)G_n(s) = 0. \quad (1)$$

- Propiedad 2- Para cambios de referencia, la señal de realimentación f generada por el predictor que se muestra en la figura 1(b) se anticipa a la salida del proceso en un tiempo L :

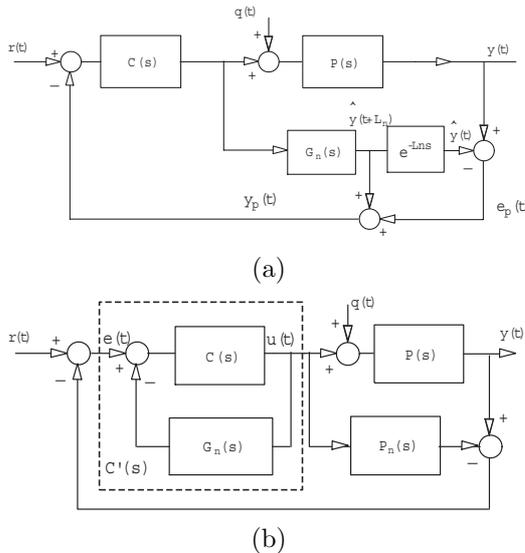


Figura 1. Estructura de control del predictor de Smith: (a) representación en la forma de IMC; (b) representación normal.

$$f(t) = y(t + L),$$

aunque esta propiedad no es válida para las entradas de perturbación ya que:

$$f(t) = y(t + L) + P_n(s) [d(t) - d(t + L)].$$

Se puede deducir de esta última relación que si los cambios en la dinámica de la perturbación son lentos ($d(t) \approx d(t + L)$), entonces $f(t)$ será una buena predicción de $y(t)$ en $t = L$ pero, en el caso de que $d(t)$ cambie rápidamente, no será posible eliminar el efecto de la perturbación de la señal de realimentación $f(t)$.

- Propiedad 3- La estructura del SP factoriza, de forma implícita, el proceso en dos partes: G_n , que es la parte invertible y e^{-Ls} , que es la parte no invertible debido al retardo (no se consideran en este análisis los efectos de los ceros con parte real positiva*). Usando esta idea de la factorización del proceso y considerando que podría ser aplicado un controlador primario ideal (un control de ganancia infinita) entonces se obtiene que (ver figura 1(a)):

$$C'(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G_n(s)} = (G_n(s))^{-1},$$

lo que genera una salida ideal:

$$y(t) = r(t - L) + P_n(s) [d(t) - d(t - L)].$$

Se observa que la función de transferencia ideal entre la referencia y la salida es un simple retardo y que el resultado coincide con

el obtenido en el caso de poder realimentar la salida sin retardo. A pesar de que esta función de transferencia ideal no puede ser conseguida en la práctica, da una buena idea de las cualidades del SP y al mismo tiempo una cota superior para el comportamiento en bucle cerrado que puede obtenerse con esta estructura. Este concepto del control ideal ha sido analizado en el contexto del control por modelo interno ("Internal Model Control" IMC) (García and Morari, 1984). El análisis de las limitaciones impuestas por el retardo en el comportamiento del sistema de control han sido estudiadas con detalle en (Holt and Morari, 1985a).

Aún sin considerar la solución ideal de ganancia infinita, una lectura superficial de las propiedades del SP puede llevar a la errónea conclusión de que el ajuste del controlador primario $C(s)$ podría hacerse considerando apenas el modelo de la planta sin retardo y que los transitorios del sistema en bucle cerrado podrían ser arbitrariamente acelerados. Sin embargo, un análisis más detallado de las propiedades y de las ecuaciones anteriores permite determinar algunas limitaciones del SP, ya sea en su aplicación como en el ajuste de sus parámetros:

- La primera limitación está relacionada con el ajuste del control primario. Si $C(s)$ se ajustase teniendo en cuenta solamente la ecuación característica (1), el sistema en bucle cerrado podría resultar inestable para errores de modelado ($P(s) - P_n(s)$) muy pequeños.
- La segunda limitación está relacionada con la estructura del SP: el sistema de control no puede ser utilizado con procesos que tengan polos con parte real positiva y si el proceso es integrador la implementación no puede hacerse directamente usando los diagramas de la figura 1.
- La tercera limitación está relacionada con el rechazo de las perturbaciones. Si la planta es estable, no es posible definir arbitrariamente el comportamiento del sistema frente a perturbaciones de carga con el simple ajuste del control primario. Y si la planta es integradora, el sistema no puede rechazar perturbaciones constantes en régimen permanente.

Para poder entender claramente el porque de estas tres características del SP basta con calcular las relaciones de bucle cerrado del sistema que aparece en la figura 1. En el caso nominal, esto es, cuando el modelo de la planta es perfecto ($P(s) = P_n(s)$) las relaciones entre $R(s)$, $Q(s)$ e $Y(s)$ se pueden escribir como sigue:

$$H_r(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \quad (2)$$

* Un análisis de las limitaciones impuestas por los ceros de fase no mínima en el comportamiento del sistema de control ha sido estudiada con detalle en (Holt and Morari, 1985b).

$$H_q(s) = \frac{Y(s)}{Q(s)} = P_n(s) \left[1 - \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \right] \quad (3)$$

Para considerar el efecto de los errores de modelado se supondrá que las incertidumbres pueden ser descritas por un modelo no estructurado con $P(s) = P_n(s)(1 + \delta P(s))$.

Bajo esta hipótesis es posible calcular una medida de la robustez del sistema de control considerando, para cada frecuencia, el módulo del máximo error de modelado admisible para que se mantenga la estabilidad del bucle cerrado. Este índice de robustez se puede calcular (Morari and Zafiriou, 1989) como:

$$dP(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)|}{|C(j\omega)G_n(j\omega)|} \quad \forall \omega > 0 \quad (4)$$

A partir de las expresiones anteriores se puede deducir que:

- Si $C(s)$ es elegido para conseguir respuestas muy rápidas en bucle cerrado (H_r con ancho de banda grande) entonces el sistema tendrá un índice de robustez muy pequeño (valores pequeños de $dP(\omega)$) ya que como se deduce de las ecuaciones (2) y (4):

$$dP(\omega) = \frac{1}{|H_r(j\omega)|} \quad \forall \omega > 0. \quad (5)$$

Esto significa que si $C(s)$ no es adecuadamente escogido y ajustado, pequeños errores de modelado podrán causar la inestabilidad del sistema (Palmor, 1980).

- Los polos de $P(s)$ no pueden ser eliminados de la función de transferencia perturbación-salida (excepto un polo en $s = 0$). Esto tiene tres consecuencias importantes:
 - (1) El SP no puede ser utilizado con procesos inestables en bucle abierto pues la respuesta a las perturbaciones sería inestable.
 - (2) Si los polos del proceso son más lentos que los deseados para el bucle cerrado (para la relación y/r), entonces no será posible acelerar la respuesta a las perturbaciones con el ajuste de C ya que los polos lentos dominarán los transitorios. En la práctica, este problema solamente aparece cuando los retardos son pequeños comparados con relación al tiempo de respuesta, ya que en los otros casos la norma general es diseñar el sistema de control para conseguir en el bucle cerrado tiempos de respuesta similares a los de bucle abierto. Resulta claro que no se justifica diseñar al sistema con polos muy rápidos si su efecto en el bucle cerrado no va a ser apreciado y al mismo

tiempo se perjudica la robustez del sistema de control.

- (3) Si la planta tiene un polo en $s = 0$ (es integradora) y el resto de los polos con parte real negativa, entonces la raíz en $s = 0$ del denominador de $H_q(s)$ se cancela con la misma raíz del numerador de $H_q(s)$, por lo que la ganancia estática de $H_q(s)$ es una constante. Esto implica que el sistema en bucle cerrado puede funcionar de manera estable con plantas integradoras pero que no puede rechazar perturbaciones constantes en régimen permanente (para hacerlo la ganancia de $H_q(s)$ para frecuencia cero debería ser cero). Para ver de una manera simple esta propiedad, se considera nuevamente el caso ideal ($C(s)$ con ganancia infinita). En este caso, la ecuación (3) se escribe:

$$H_q(s) = \frac{G_e(s)}{s} e^{-Ls} (1 - e^{-Ls}), \quad (6)$$

donde $G_n = G_e(s)/s$ y $G_e(s)$ es la parte estable de la planta. Considerando el límite para $s \rightarrow 0$ se obtiene:

$$\lim_{s \rightarrow 0} H_q(s) = LG_e(0), \quad (7)$$

lo que demuestra que el sistema no rechaza a la perturbación constante ya que $G_e(0) \neq 0$. Para mantener la estabilidad interna es necesario implementar el controlador de una forma equivalente y no como en la figura 1(a). Para ello se debe calcular la transferencia no dinámica y estable equivalente de $G_n - P_n$. Esta implementación sin el polo en el origen (lo que se consigue cancelando la raíz en $s = 0$ del numerador y denominador de $G_n - P_n$) permite que el sistema sea internamente estable aún cuando $P(s)$ es integradora. El cálculo de esta forma no dinámica en el caso continuo se analiza con detalle en (Palmor, 1996).

Los problemas de estabilidad interna apuntados no deben ser necesariamente considerados en el caso de una implementación digital de la ley de control, ya que en este caso la estructura final del controlador no se corresponde con las de la figura 1.

- Si $C(s)$ se ajusta para obtener una determinada respuesta a perturbaciones, entonces no es posible obtener simultáneamente una respuesta arbitraria para cambios de referencia. Este problema es común a todas las estructuras de control de un solo grado de libertad (que tienen un único bloque de control para ajustar la respuesta) y por lo tanto no sólo un inconveniente del SP.

Los problemas del SP citados han sido objetivo de estudio en muchas ocasiones durante los últimos años. El próximo apartado analiza los aspectos más relevantes de estos estudios.

2.2 DTC para plantas estables

Como se ha mencionado anteriormente, el ajuste del SP debe considerar el compromiso entre comportamiento y robustez. Algunos trabajos se han limitado a analizar la estructura propuesta por Smith sin modificarla. Por ejemplo, en (Palmor, 1980) se analiza la estabilidad del SP frente a errores de modelado infinitesimales y se define el concepto de estabilidad práctica. En su análisis, estos autores muestran (de forma similar a lo expuesto en el apartado anterior) que a pesar de que el control primario se ajuste para el caso nominal con buenos márgenes de fase y de ganancia, el sistema puede tornarse inestable para errores infinitesimales en la estimación del retardo. En (Morari and Zafiriou, 1989) los autores estudian algunos de los “mitos” del SP, destacando por ejemplo, que la estructura del SP no aumenta la sensibilidad del sistema a los errores de modelado y que por lo tanto la estabilidad robusta del sistema depende solamente del ajuste del control primario $C(s)$. En el mismo trabajo se propone un ajuste del SP usando la técnica del IMC que considera el comportamiento robusto como especificación de control. También en (Santacesaria and Scattolini, 1993) y (Lee *et al.*, 1996) se proponen diferentes ajustes de los parámetros del SP con el objetivo de mejorar la robustez del sistema.

Todos estos resultados pueden ser analizados usando las ecuaciones (2-4) y una estimación de las incertidumbres del proceso. Así, fijado el modelo P_n y una estimación de las incertidumbres, el mejor ajuste del controlador primario podría ser aquél que permite obtener la respuesta nominal más rápida siempre que se mantengan las condiciones de estabilidad robusta dadas por la ecuación (4). Pero considerando que el conjunto de especificaciones de control puede ser diferente de un caso a otro, no se puede hablar de un único procedimiento de ajuste que sea el óptimo. Por otra parte, en todos los métodos de ajuste que aquí se analizan, el control primario $C(s)$ siempre incluye un integrador de forma tal que el sistema en bucle cerrado pueda seguir sin error a las referencias de tipo escalón (que son las más usuales en la industria).

Para mejorar la capacidad de rechazo a las perturbaciones del SP varios autores han propuesto modificaciones a la estructura original. En la mayoría de los casos las propuestas consisten en la utilización de una estructura con dos grados de libertad, que permite conseguir una solución con un

buen compromiso entre el comportamiento en bucle cerrado (tanto para cambios de consigna como para rechazo de perturbaciones) y la robustez. Para el caso de perturbaciones medibles, es posible incluir un lazo de prealimentación (Palmor and Powers, 1985). Para perturbaciones no medibles, puede usarse la diferencia entre la salida del proceso y del modelo como un estimador de la perturbación (Huang *et al.*, 1990; Zhong and Normey-Rico, 2002). Sin embargo, debe ser destacado que las mejoras en la respuesta a las perturbaciones acarrearán siempre una peor robustez, por lo que el ajuste final debe considerar el compromiso entre robustez y comportamiento. El mismo tipo de estructura se puede usar solamente para mejorar la robustez del SP en el caso de controlar procesos con incertidumbres en el retardo (Normey-Rico *et al.*, 1997).

Para realizar un análisis general de las propiedades de los DTC se considerará una estructura que permite representar a todas las modificaciones y al mismo tiempo entender conceptualmente las propiedades del controlador (Normey-Rico and Camacho, 1999c). Esta estructura se muestra en la figura 2. En esta estructura se utiliza un fil-

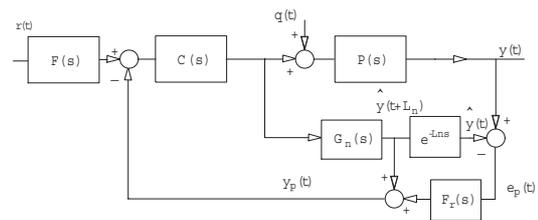


Figura 2. Predictor de Smith modificado con dos grados de libertad.

tro de referencia para mejorar la respuesta a los cambios de consigna, mientras que el ajuste de $C(s)$ y $F_r(s)$ se hace para definir el rechazo a las perturbaciones y la robustez, que son dados por:

$$H_q(s) = P_n(s) \left[1 - \frac{C(s)P_n(s)F_r(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \right]$$

$$dP(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)|}{|C(j\omega)P_n(j\omega)F_r(j\omega)|}$$

En esta estructura puede usarse el ajuste del modelo rápido o el ajuste de $F_r(s)$ para mejorar el rechazo de perturbaciones. En (Watanabe and Ito, 1981) $F(s) = 1$, $F_r(s) = 1$ y el modelo rápido $G_n(s)$ se calcula de forma tal que los polos de bucle abierto del proceso sean eliminados de $H_q(s)$. De esta forma, los polos lentos de bucle abierto son eliminados del lazo de realimentación interna del sistema de control ($G_n(s) - P_n(s)$) y el controlador primario $C(s)$ se ajusta considerando al modelo rápido $G_n(s)$ como si fuera el modelo nominal sin retardo. Otro procedimiento consiste en ajustar el filtro $F_r(s)$ para eliminar los polos de bucle abierto

de $H_q(s)$, mientras que $G_n(s) = P_n(s)e^{Ls}$. Luego, $C(s)$, $F(s)$ y los grados de libertad de $F_r(s)$ se ajustan para obtener las prestaciones y robustez deseadas. Se observa que si $F_r(s)$ es pasa baja entonces se mejora la robustez del sistema.

La modificación propuesta permite mejorar la dinámica del rechazo a las perturbaciones de forma apreciable solamente cuando el retardo es no dominante. Como ya se explicó en el apartado anterior, esto se debe fundamentalmente a que sólo en el caso de que el retardo sea no dominante, interesa conseguir polos de bucle cerrado mas rápidos que los de bucle abierto.

2.3 DTC para procesos inestables

Diversos autores han propuesto modificaciones del SP original para poder tratar el caso de plantas inestables (Watanabe and Ito, 1981; Liu *et al.*, 2005; Lu *et al.*, 2005; Palmor, 1996). En otros trabajos se propone mejorar el comportamiento en bucle cerrado del sistema de control cuando el proceso es integrador y posee un retardo dominante (Aström *et al.*, 1994; Matausek and Micic, 1996; Zhang and Sun, 1996; Matausek and Micic, 1999). En (Normey-Rico and Camacho, 1999a) se demuestra que un controlador de dos grados de libertad con el modelo rápido adecuadamente ajustado, es posible obtener unas prestaciones equivalentes a los controladores presentados en (Aström *et al.*, 1994; Matausek and Micic, 1996) tanto para el rechazo de perturbaciones como para el seguimiento de consignas. Todas las estructuras mencionadas se pueden representar por el diagrama de la figura 2 que es un predictor de Smith filtrado de dos grados de libertad (2DOF-FSP). Por este motivo, para el análisis que se realiza a continuación, solamente se considerará la estructura del 2DOF-FSP.

Hay dos maneras de resolver el problema de las plantas inestables, que coinciden con los procedimientos usados en el caso estable. En la primera (Normey-Rico and Camacho, 1999a) el objetivo inicial es calcular G_n para eliminar el polo inestable del bucle interno del sistema de control. Después, en un segundo paso, se calculan $C(s)$ y $F(s)$ para obtener las prestaciones y robustez deseadas. En la segunda es el filtro $F_r(s)$ que se ajusta para eliminar los polos inestables de $H_q(s)$, mientras que $G_n(s) = P_n(s)e^{Ls}$. Luego, $C(s)$, $F(s)$ y los grados de libertad de $F_r(s)$ se ajustan para obtener las prestaciones y robustez deseadas.

Por ejemplo, para el caso integrador es simple probar que el problema se puede resolver escogiendo $G_n(s)$ como:

$$G_n(s) = G_e(s) \frac{1 - Ls}{s}. \quad (8)$$

si se supone que el proceso tiene un polo en $s = 0$ y que la parte estable y sin retardo del mismo se representa por $G_e(s)$ ($P(s) = G_e(s) \frac{e^{-Ls}}{s}$).

Para el caso de un polo en el semiplano derecho del plano s la planta se representa como $P(s) = G_e(s) \frac{e^{-Ls}}{Ts-1}$. En este caso se puede resolver el problema de la estabilidad usando $F_r(s) = \frac{1+sa}{(1+sT_0)^2}$ y un control primario con acción integral que estabilice a la planta sin retardo $G_e(s) \frac{1}{Ts-1}$. Para que el sistema sea internamente estable a debe verificar:

$$a = T \left[e^{L/T} (1 + T_0/T)^2 - 1 \right]$$

y T_0 es el parámetro libre para el ajuste de la robustez. Mayores valores de T_0 generan respuestas más lentas y un sistema más robusto. La implementación debe hacerse nuevamente de forma que $G_n(s) - P_n(s)F_r(s)$ no tenga polos inestables.

De las relaciones anteriores se puede ver que todas las conclusiones que se obtuvieron para el caso estable son también válidas para este caso. En el diseño de ambos controladores se ajusta primero la respuesta de rechazo a las perturbaciones y la robustez. Posteriormente, en un segundo paso, se ajusta $F(s)$ para la respuesta de seguimiento de consignas. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que las características inestables de la planta hacen que el ajuste en este caso sea más complejo que en el caso estable.

2.4 DTC discretos

La implementación práctica del SP y modificaciones en equipos analógicos no es simple. Por ello, la aplicación de estos algoritmos de control en sistemas reales sólo comenzó a popularizarse en los años 80 cuando estuvieron disponibles los microprocesadores en los controladores industriales. A pesar de que los DTC se aplicaban en plataformas digitales, la mayoría de los trabajos científicos del tema se continuaban desarrollando en el dominio del tiempo continuo. El primer trabajo que analizó los problemas de estabilidad de los DTC en el plano z fue presentado en los años 90 por Palmor y Halevi (Palmor and Halevi, 1990). Quizás la principal razón para ello es que la mayoría de las características de los DTC continuos son válidas en el caso discreto. Con una elección adecuada del período de muestreo y del método de discretización (Guo *et al.*, 2000), los algoritmos desarrollados en tiempo continuo pueden ser usados en el dominio discreto calculando simplemente el equivalente discreto del control continuo (Torricó and Normey-Rico, 2005).

La primer idea que debe ser analizada es que en todos los DTCs se incluye un modelo del proceso. Este modelo se usa en la estructura del control para calcular la predicción de la salida del proceso. En el caso discreto esta predicción puede ser calculada de manera simple con una ecuación en diferencias que utilice los valores anteriores del control y de la salida. Por esta característica es posible representar al DTC genérico con un diagrama de bloques como el de la figura 3.

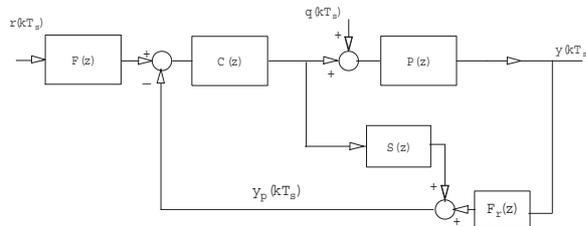


Figura 3. Representación unificada de los DTC's

En la figura 3 los bloques $F_r(z)$ y $S(z)$ representan al predictor y los bloques $C(z)$ y $F(z)$ representan el control primario de dos grados de libertad. Por sus características, este controlador puede ser usado para calcular un sistema de control para procesos con retardo que considere las ideas usadas en los apartados anteriores para mejorar la robustez, para trabajar con procesos inestables, para mejorar el rechazo de perturbaciones o para desacoplar las respuestas a cambios de consigna y de perturbaciones. Para la implementación el caso discreto presenta una ventaja: el retardo se representa de forma polinomial y los cancelamientos polo-cero dentro de la estructura del predictor se realizan de forma exacta.

El cálculo final del control puede hacerse por diversos métodos, como por ejemplo diagramas en el dominio de la frecuencia o por la resolución de ecuaciones polinomiales. Como se verá en los apartados siguientes, esta estructura de control puede representar también a otros controladores, como por ejemplo al Control Predictivo Generalizado.

Finalmente, como se muestra en (Normey-Rico and Camacho, 2006) los resultados pueden extenderse al caso multivariable. Conceptualmente, las ideas de filtrado para mejorar la robustez y el rechazo de perturbaciones son las mismas.

3. CONTROL PREDICTIVO DE PROCESOS CON RETARDO

El control predictivo basado en modelo ("Model Predictive Control", MPC) es una de las técnicas de control moderno más potentes y quizás la que ha tenido más éxito en aplicaciones industriales. Las principales razones del mismo se deben fundamentalmente a que: puede ser aplicada tanto a

sistemas monovariantes como multivariantes, las acciones de control por prealimentación pueden ser incluidas en el algoritmo de forma directa, las restricciones en las variables de entrada y salida de la planta pueden ser consideradas en tiempo real en el controlador y además, por la propia definición del algoritmo, puede ser usado para controlar procesos con retardo. Esta última propiedad es la principal motivación para el estudio del comportamiento y robustez de los controladores predictivos cuando son aplicados a procesos con retardo.

El MPC no es una estrategia de control específica, sino que se trata de un campo muy amplio de métodos de control desarrollados en torno a unas ideas comunes. Las características comunes de estos sistemas de control son básicamente:

- usan un modelo explícito del proceso para predecir la salida del mismo en el futuro (en un determinado horizonte finito);
- calculan la acción de control a partir de la minimización de una cierta función objetivo;
- el horizonte es deslizante, por lo que a cada período de muestreo se desplaza el horizonte hacia adelante, se aplica solamente la acción de control de aquel instante y se desecha el resto.

Las diferencias entre los diversos algoritmos se deben a la forma de elegir la función objetivo, el modelo del proceso usado para la predicción y el modelo de las perturbaciones.

Muchas técnicas de control predictivo han sido aplicadas con éxito en la industria (Dormido, 1987). Quizás la mayoría de los resultados prácticos de MPC correspondan a la familia de los MPC industriales como por ejemplo el control por matriz dinámica ("Dynamic Matrix Control", DMC) (Cutler and Ramaker, 1988) y el control algorítmico basado en modelo ("Model Algorithm Control", MAC) (Richalet *et al.*, 1976). Todos los controladores de esta familia se han desarrollado en el medio industrial. Estos algoritmos se basan en modelos de respuesta al impulso o al escalón para describir la planta, mientras que las perturbaciones son consideradas como las diferencias entre la salida del proceso real y la del modelo de predicción (Lee *et al.*, 1994).

Por otro lado, se debe resaltar que existe otra familia de algoritmos de la clase MPC que surgieron en el medio académico, generalmente relacionados al control adaptativo y que poseen una serie de características que los diferencian del primer grupo (Datta and Ochoa, 1996). En este segundo grupo, donde debemos incluir al control predictivo generalizado ("Generalized Predictive Controller", GPC) (Clarke *et al.*, 1987), la planta y las perturbaciones son representadas por un mod-

elo autorregresivo integrado y de media móvil (normalmente denominado en la literatura inglesa modelo CARIMA (Goodwin and Sin, 1984)), mientras que las predicciones de la salida del proceso se calculan usando predictores óptimos. Una de las ventajas del enfoque usado por este segundo grupo de controladores es que el modelo CARIMA es más general que los de respuesta impulsional y de respuesta al escalón y permite obtener una representación con menor número de parámetros (principalmente en el caso de procesos con retardo). Además en este tipo de controladores, la robustez frente a los errores de modelado y ruido de medición puede ser considerada en el algoritmo a través de la utilización de polinomios de filtrado (Clarke and Mohtadi, 1989).

El GPC es uno de los controladores que ha recibido más atención en los últimos años. Se han escrito muchos artículos analizando su comportamiento y su robustez (Clarke *et al.*, 1987; Clarke and Mohtadi, 1989; Robinson and Clarke, 1991; Yoon and Clarke, 1995; Ansay and Wertz, 1997; Megias *et al.*, 1997). Los problemas de robustez debidos a los errores de estimación del retardo del sistema han sido estudiados en (Normey-Rico and Camacho, 1999b) donde se muestra que el controlador puede analizarse como un 2DOF-DTC.

3.1 Representación clásica del GPC

El algoritmo de control predictivo generalizado consiste en la aplicación de una secuencia de control que minimiza una función de coste dada por:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^N \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (9)$$

donde $\hat{y}(t+j|t)$ es la predicción óptima en $t+j$ de la salida del sistema calculada en t , N_1 y N_2 son respectivamente los horizontes de predicción mínimo y máximo, N es el horizonte de control, $\delta(j)$ y $\lambda(j)$ son las secuencias de ponderación y $w(t+j)$ es la referencia futura. El objetivo del GPC es calcular la secuencia de los incrementos futuros de la acción de control $\Delta u(t)$, $\Delta u(t+1)$, ... de forma tal que se minimice J .

Las predicciones óptimas se calculan usando un modelo CARIMA dado por:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + \frac{T(z^{-1})e(t)}{D(z^{-1})\Delta}, \quad (10)$$

donde $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $T(z^{-1})$, $D(z^{-1})$ son polinomios en z^{-1} , $\Delta = 1 - z^{-1}$, d es el retardo y $e(t)$

un ruido blanco. Los polinomios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ son:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{na}z^{-na}, \\ B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{nb}z^{-nb}.$$

Los polinomios $T(z^{-1})$ y $D(z^{-1})$ representan las características estocásticas del ruido y como éstas son difíciles de estimar en la práctica es común que se utilice un modelo con $T(z^{-1}) = 1$ y $D(z^{-1}) = 1$ para el análisis del algoritmo básico del GPC (Camacho and Bordons, 2004). Sin embargo, el polinomio $T(z^{-1})$ puede usarse como parámetro de diseño para mejorar la robustez del sistema y en este caso, no está relacionado con el modelo del ruido. En lo que sigue se usará $T(z^{-1}) = 1$ y $D(z^{-1}) = 1$.

Considerando el efecto del retardo d en el sistema los horizontes N_1 y N_2 se pueden elegir como se sugiere en (Camacho and Bordons, 2004): $N_1 = d + 1$ y $N_2 = N + d$. Usando estos valores, si se suponen conocidas las predicciones $\hat{y}(t+d+j-1|t)$, $\hat{y}(t+d+j-2|t)$, ..., $\hat{y}(t+d+j-na-1|t)$ el mejor valor esperado para $\hat{y}(t+d+j|t)$ puede ser calculado usando un predictor óptimo a partir del modelo establecido para la planta y las perturbaciones (Camacho and Bordons, 2004) como sigue:

$$\hat{y}(t+d+j|t) = (1-a_1)\hat{y}(t+d+j-1|t) + (a_1-a_2)\hat{y}(t+d+j-2|t) + \dots + a_{na}\hat{y}(t+d+j-na-1|t) + b_0\Delta u(t+j-1) + \dots + b_{nb}\Delta u(t+j-1-nb). \quad (11)$$

Si la ecuación (11) se aplica recursivamente para $j = 1, 2, \dots, N$ se obtiene:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G} \mathbf{u} + \mathbf{H} \mathbf{u}_1 + \mathbf{S} \mathbf{y}_1, \quad (12)$$

donde \mathbf{G} , \mathbf{H} y \mathbf{S} son matrices constantes de dimensión $N \times N$, $N \times nb$ y $N \times na + 1$ respectivamente (Camacho and Bordons, 2004) y:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} \\ \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} \Delta u(t-1) \\ \Delta u(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u(t-nb) \end{bmatrix} \quad \mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d|t) \\ \hat{y}(t+d-1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d-na|t) \end{bmatrix}.$$

Resulta claro que $\mathbf{f}_r = \mathbf{H} \mathbf{u}_1 + \mathbf{S} \mathbf{y}_1$ son los términos que dependen de las acciones de control pasadas y corresponden a la respuesta libre del

sistema, que es la que se obtendría si la señal de control futura se mantuviera constante ($\Delta u(t+i) = 0 \quad \forall i \geq 0$). Sustituyendo \hat{y} en la ecuación de la función de coste, minimizado y manipulando la solución se obtiene la ley de control. Como el algoritmo es de horizonte deslizante, solamente se calcula $\Delta u(t)$ como (Camacho and Bordons, 2004):

$$\begin{aligned} \Delta u(t) &= ly_1 \hat{y}(t+d|t) + ly_2 \hat{y}(t+d-1|t) + \\ &\dots + ly_{na+1} \hat{y}(t+d-na|t) + lu_1 \Delta u(t-1) + \dots \\ &+ lu_{nb} \Delta u(t-nb) + \sum_{i=1}^N f_i w(t+d+i), \quad (13) \end{aligned}$$

Los coeficientes ly_i , lu_i , f_i son funciones de a_i , b_i , N , $\delta(i)$ y $\lambda(i)$. Los valores de $\hat{y}(t+d|t)$, \dots , $\hat{y}(t+d-na|t)$ se obtienen de aplicar las ecuaciones de predicción óptimas. Para ello se considera la ecuación diofántica:

$$1 = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}). \quad (14)$$

donde $\tilde{A}(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1})$. Los polinomios E_j y F_j son únicos con grado $j-1$ y na respectivamente. Usando esta ecuación y el modelo del proceso, la mejor predicción de $y(t+j)$ es $\hat{y}(t+j|t) = I_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(t)$ donde $I_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})$. Usando este resultado, con algunas manipulaciones, el diagrama de bloques del sistema de control puede dibujarse como un DTC de dos grados de libertad, donde el control primario $C(z)$, $F(z)$ y el filtro de robustez $F_r(z)$ son (Normey-Rico and Camacho, 2006):

$$\begin{aligned} C(z) &= -\frac{ly_1 + \dots + ly_{na+1}z^{-na}}{(1-z^{-1})(1-lu_1z^{-1} - \dots - lu_{nb}z^{-nb})} \\ F(z) &= -\frac{f_1z^{d+1} + \dots + f_Nz^{d+N}}{ly_1 + \dots + ly_{na+1}z^{-na}} \\ F_r(z) &= \frac{ly_1F_d(z^{-1}) + \dots + ly_{na+1}F_{d-na}(z^{-1})}{ly_1 + \dots + ly_{na+1}z^{-na}} \end{aligned}$$

Así, el GPC es equivalente a un compensador de tiempo muerto con dos grados de libertad aunque en este caso el filtro $F_r(z)$ usado para corregir el error entre la planta real y el modelo no es un parámetro de diseño sino una función de los parámetros del modelo A y d . El ajuste del control primario en este caso se realiza por un procedimiento de optimización y no por los métodos clásicos del apartado 2, a pesar de que es siempre posible usar el mismo par $C(z)$, $F(z)$ en ambos controladores.

Es importante destacar que si se utiliza un modelo CARIMA completo (con $T \neq 1$ y $D \neq 1$) la estructura final del GPC no se modifica pero los bloques $F_r(z)$, $C(z)$ y $F(z)$ resultan funciones de T y D (Normey-Rico and Camacho, 1999b). Los resultados son cualitativamente los mismos.

Otra propiedad importante del GPC merece ser analizada usando la representación clásica del algoritmo. Como es bien sabido, el GPC puede aplicarse a procesos inestables. Si se utiliza la estructura de la figura 3 se puede concluir (como en el caso de los DTCs) que la estabilidad interna del sistema depende de la estructura del predictor. Así, si el control primario (que se ajusta con N , λ y δ) estabiliza a la planta sin retardo, la estabilidad interna sólo depende del predictor. Para el análisis, la predicción óptima se calcula como:

$$\hat{y}(t+d|t) = F_r(z)y(t) + S(z)u(t) \quad (15)$$

donde $S(z) = G_n(z) - P_n(z)F_r(z)$ o de forma equivalente $S(z) = G_n(z)[1 - z^{-d}F_r(z)]$. Se puede demostrar (Normey-Rico and Camacho, 2006) que si z_0 es una raíz inestable de A (se considera que la planta es inestable) también es raíz del polinomio $1 - z^{-d}F_r(z)$, por lo que las raíces inestables de A no aparecen en la expresión final de $S(z)$ (obsérvese que estas raíces se cancelan entre el numerador y denominador de $S(z)$). Por lo tanto, si $S(z)$ es estable y C estabiliza a G_n el sistema es internamente estable. Esta es una conclusión importante pues el predictor óptimo usado en el GPC se define con base en criterios de bucle abierto y sin embargo permite que el sistema en bucle cerrado controlado por el GPC sea internamente estable cuando se controlan procesos inestables. Este análisis permite interpretar al GPC como un DTC.

3.2 Análisis comparativo entre el GPC y el DTC

El análisis del GPC y del DTC se hará usando la estructura de un 2DOF-DTC. Como se muestra en (Normey-Rico and Camacho, 1999b) esta configuración es válida tanto para el caso de usar o no el polinomio T del GPC.

Primero se considera que los filtros de robustez son $F_r = 1$ y $T = 1$. Se supone que en ambas estructuras se utiliza el mismo control primario (los mismos $C(z)$ y $F(z)$). Con esta elección, el GPC y el DTC tienen el mismo comportamiento nominal para cambios de consigna ya que la función de transferencia entre la referencia y la salida es independiente de $F_r(z)$. Así, el estudio comparativo de las dos estructuras se puede hacer analizando la robustez y el rechazo a las perturbaciones de los algoritmos.

La robustez se analiza usando:

$$dP_{GPC} = \frac{|1 + CG_n|}{|CF_rG_n|} = \frac{1}{|F_r|} dP_{DTC}. \quad (16)$$

De la ecuación (16) se observa que F_r puede ser usado como índice comparativo de comportamiento

ya que C y F pueden ser los mismos en ambos controladores. Si el módulo de F_r es mayor que la unidad para toda frecuencia entonces el sistema controlado por el DTC será más robusto que el que utiliza el controlador GPC. En el GPC dP depende del retardo nominal y en el DTC no. Por ello, en general, si para un modelo el DTC es más robusto que el GPC, entonces también será más robusto para cualquier otro sistema que tenga el mismo modelo y mayor retardo. Debe destacarse que en el GPC, d no altera el ajuste del control primario, por lo tanto definiendo N , λ y δ , el sistema controlado por el GPC se volverá inestable fácilmente para mayores valores del retardo y las mismas incertidumbres.

Dada la complejidad de la expresión de $F_r(z)$, no es posible obtener conclusiones generales sobre el valor de su módulo en la frecuencia. En (Normey-Rico and Camacho, 1999b) se muestra que $|F_r| > 1$ para un gran conjunto de modelos. El siguiente ejemplo ilustra este resultado.

Ejemplo 1: Considere el proceso:

$$P(s) = \frac{e^{-Ls}}{(1+s)^3}$$

con dos retardos diferentes: $L_1 = 0.4$ y $L_2 = 5$. El GPC se ajusta con $N = 15$, $\lambda = 0.5$ y un periodo de muestreo $T_s = 0.2$. El modelo nominal es:

$$A(z) = 1 - 2.4562z^{-1} + 2.011z^{-2} - 0.5488z^{-3}$$

$$B(z) = 0.0011 + 0.004z^{-1} + 0.0009z^{-2}$$

El retardo nominal en el caso 1 es $d_{n1} = 2$ y en el caso 2 $d_{n2} = 25$. Se considera un error de estimación de $\Delta L = 0.2$ ($\Delta d = 1$) en los dos casos.

Un SP se ajusta con el mismo control primario del GPC. Los resultados de simulación se muestran en la figura 4 para un cambio de consigna de 0 a 0.5 en $t = 30$ muestras y para una perturbación de 0.5 aplicada en $t = 100$ muestras. El retardo real es $d = 3$. Se observa que los dos controladores se comportan de manera similar. En la segunda simulación ($d_n = 25$ y $d = 26$) el SP mantiene unas prestaciones similares a las del caso anterior, pero el GPC se hace inestable.

Estos resultados se pueden explicar analizando la robustez. En la figura 5 se muestran $|F_r(\omega)|$ (parte (a)) y $dP(\omega)$ (parte (b)) para $d_n = 2$ y para $d_n = 25$. En la parte (b) de la figura también se muestra el error de modelado para $\Delta d = 1$. Se observa que para $d_n = 25$, $dP(\omega) < |\delta P(\omega)|$ en las frecuencias medias y altas, lo que justifica la respuesta inestable. Cuando se incluyen filtros en ambos controladores para mejorar la robustez, el polinomio T en el GPC y el filtro de robustez

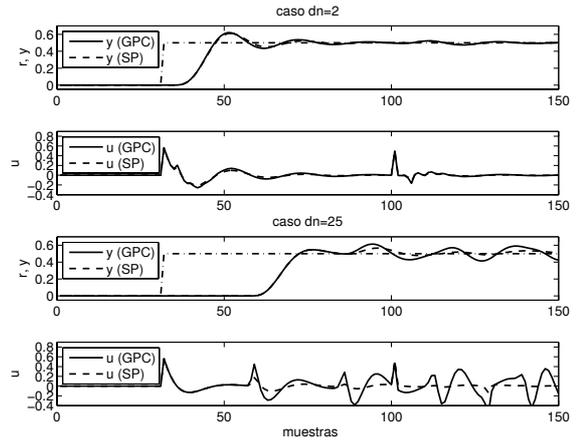


Figura 4. Resultados para el ejemplo 1. Casos $d_n = 2, d = 3$ y $d_n = 25, d = 26$. Referencia en línea de trazo-punto.

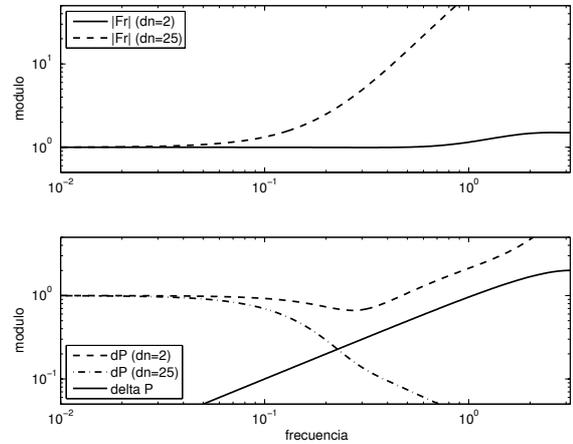


Figura 5. $|F_r(z)|$, $dP(\omega)$ y error de modelado en el ejemplo 1.

en el DTC los resultados son cualitativamente los mismos. Cuando se utiliza el mismo filtro pasa bajos en los dos sistemas de control, el DTC genera un sistema en bucle cerrado con igual comportamiento nominal y mejor robustez que el que se obtiene con el GPC. Además, debe destacarse que el índice de robustez del DTC no se altera si se modifica el retardo nominal, por lo que el ajuste de F_r solo debe considerar los errores de modelado. En cambio, como se muestra en (Normey-Rico and Camacho, 1999b), la robustez del GPC nominal (el que se obtiene con $T = 1$) se deteriora cuando aumenta el retardo. Por esta propiedad, el diseño del polinomio T en el GPC es mucho más complejo que el del filtro F_r en el DTC. Por ejemplo, en (Yoon and Clarke, 1995) los autores demuestran que no es siempre posible aumentar el índice de robustez del GPC aumentando el orden de T o bajando la frecuencia de corte del filtro que serían las formas “intuitivas” de ajuste. Estas reglas “intuitivas” siempre funcionan en el ajuste de los filtros del DTC, ya que el filtro F solo aparece como factor

del denominador de dP y por lo tanto el ajuste es muy simple. En el caso del GPC con el polinomio T , el controlador primario que se obtiene también depende de T por lo que usar un filtro con mejores características pasa bajos no garantiza mejores índices de robustez. Finalmente, en el DTC se puede ver de manera muy simple cómo el filtro F_r afecta el rechazo de las perturbaciones.

Este análisis comparativo puede interpretarse del punto de vista del predictor óptimo considerando al predictor de Smith como el resultado de la desintonización de los parámetros del OP. En este caso $F_r(z)$ será un parámetro de ajuste del predictor óptimo y se utilizaría para modificar el comportamiento en bucle cerrado. Así, un sistema de control que utiliza una ley de control óptima basada en la predicción óptima es menos robusta que otra que utilizando el mismo control primario óptimo se basa en un predictor desajustado.

Este resultado es equivalente al que se obtiene en el problema de control conocido como LQG/LTR donde, en general, el mejor comportamiento robusto no se obtiene usando el estimador de estados óptimo sino que el filtro de Kalman debe ser desintonizado para mejorar la robustez (Doyle and Stein, 1981). Aquí, el SP permite obtener mejor robustez pese a que la predicción en bucle abierto no es óptima.

De acuerdo con los resultados obtenidos se puede concluir que el GPC es muy sensible a los errores de modelado y que el ajuste de los filtros es más complejo y menos eficiente que en el caso de los DTC. En cambio, estos últimos parecen ofrecer una buena solución para el control de procesos con retardo dado que presentan buenas propiedades de robustez y que el procedimiento de ajuste de los filtros es muy simple. Por otro lado, este tipo de estrategia no es adecuada para ser usada cuando hay restricciones en las variables de control y principalmente en las variables de salida del proceso. Además, el ajuste del control primario para casos complejos no es simple si solamente se utilizan herramientas clásicas (el ajuste es aún más difícil en el caso de procesos MIMO). En este punto el GPC parece ofrecer ventajas, tanto en versatilidad como en simplicidad de ajuste. Usando estas ideas se desarrolla en (Normey-Rico and Camacho, 1999b) un algoritmo de control predictivo que reúne las buenas cualidades de ambas estructuras. Además este análisis cuestiona el uso de predicciones óptimas y controles óptimos en el controlador. Este punto se analiza a continuación.

4. PREDICCIÓN PARA CONTROL

De acuerdo con lo analizado, a pesar de que los objetivos del DTC y del GPC son diferentes, la ley

de control final utilizada por ambos tiene la misma estructura y puede generar un sistema en bucle cerrado con las mismas prestaciones si se utilizan los ajustes adecuados.

La idea general utilizada por los controladores predictivos óptimos es que un predictor óptimo y una ley de control óptima van a producir un comportamiento óptimo en bucle cerrado. En estos algoritmos de control predictivo, el predictor óptimo se usa para calcular la “mejor” predicción de la salida del proceso en bucle abierto considerando el efecto de las perturbaciones deterministas y estocásticas. Para conseguir este comportamiento óptimo es necesario utilizar un buen modelo de la planta y de las perturbaciones. Además, debe ser destacado que, en esta parte del diseño del sistema, no se consideran en absoluto los objetivos del control. Quizás, el motivo principal de esto sea que la “predicción” ha sido considerada como “fin” y no como un “medio” en el sistema de control. Así, se ha utilizado la predicción como un procedimiento de búsqueda de la “verdadera salida futura del sistema en bucle abierto” y no como la búsqueda del modelo que permita obtener el mejor comportamiento en bucle cerrado del sistema de control. Al mismo tiempo, es ampliamente reconocido en la práctica industrial que los controladores basados en modelos pueden alcanzar muy buenas prestaciones utilizando modelos simples, inclusive cuando se utilizan para controlar procesos complejos. Esto implica, que para los propósitos del control, el uso de modelos simples puede ser suficiente si representan las principales características del proceso. Es importante destacar que estos problemas no se manifiestan exclusivamente en las estructuras de *predicción + control* y que también pueden ser encontrados, por ejemplo, en el diseño de identificadores para las estructuras de control adaptativo (Gevers, 1991).

Además, como ha sido analizado, en la mayoría de los casos, las características óptimas del predictor utilizado en el GPC no se mantienen en la ley de control final, pues, los polinomios que modelan las características estocásticas de las perturbaciones se utilizan como parámetros de diseño del controlador. Así, uno debe preguntarse si es realmente necesario que se utilice el predictor óptimo en el controlador o en cambio la estructura de predicción debe ser analizada únicamente considerando los efectos que produce en el sistema en bucle cerrado.

El estudio de las interacciones entre predicción y control pueden ser estudiadas desde diferentes puntos de vista. El planteamiento más general consiste en la definición de una estructura global, que incluye al predictor y al control primario, que debe ser ajustada utilizando un determinado conjunto de especificaciones de comportamiento

y robustez. Este es un problema combinado en el cual el ingeniero de control debe ajustar simultáneamente los parámetros del predictor y del control primario y es claramente un campo abierto para la investigación. Aquí, el objetivo es enunciar este problema de diseño, que es un problema dual que llamaremos “Predicción para Control”, y presentar algunas ideas que sirven de guía para su solución. El otro enfoque de este problema, que ha sido el utilizado en el GPC y en el DTC en trabajos anteriores, consiste en utilizar una estructura definida para el predictor y un procedimiento de síntesis en dos pasos.

Aquí se mostrará que los controladores “óptimos” basados en predictores “óptimos” no permiten obtener comportamientos en bucle cerrado “óptimos” y que el diseño de los predictores debe hacerse considerando el comportamiento en bucle cerrado del sistema. Para hacerlo, en el próximo apartado se compara el comportamiento de algunos controladores óptimos con el de un DTC clásico considerando perturbaciones estocásticas.

4.1 Análisis en bucle cerrado de los predictores óptimos

En los apartados anteriores, el estudio comparativo entre en GPC y el DTC se basó en los índices de comportamiento y robustez de ambos sistemas de control. En todos los casos analizados se consideró que era muy difícil estimar las características estocásticas de las perturbaciones y por ello se utilizaron solamente las perturbaciones deterministas más típicas del medio industrial (constantes o señales de baja frecuencia). Aquí, se realizará un análisis comparativo más completo, considerando también las perturbaciones estocásticas.

Consideraremos a lo largo de este apartado el modelo CARIMA dado por:

$$y(t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} u(t-1) + \frac{N_q(z^{-1})}{D_q(z^{-1})} e(t) \quad (17)$$

donde $e(t)$ es un ruido blanco y $q(t) = \frac{N_q(z^{-1})}{D_q(z^{-1})} e(t)$ es la perturbación equivalente a la salida de la planta. En la práctica industrial el valor de d y los polinomios A, B, N_q y D_q se obtienen por técnicas de identificación. Como en general las perturbaciones de tipo constante están siempre presentes en los sistemas industriales, el polinomio D siempre tiene una raíz en $z = 1$, de forma tal que se puedan eliminar los errores de régimen permanente.

A pesar de que en muchos trabajos se utilizan diferentes tipos de modelo de las perturbaciones (en ocasiones modelos bastante complejos), en la práctica solamente se utilizan modelos muy

simples porque son suficientes para conseguir los objetivos de control normalmente propuestos. Algunos estudios demuestran que los modelos más comunes utilizados en la industria son los que usan: (i) $D_q = \Delta$ y $N_q = 1$; (ii) $T = 1$ y $D = \Delta$; (iii) $T = A(1 - t_a z^{-1})$ y $D = \Delta$; (iv) $T = 1$ y $D = (1 - \phi z^{-1})\Delta$ (Palmor and Shinnar, 1979; Bergh and MacGregor, 1987). Con este tipo de perturbaciones, calculando los filtros resultantes, se puede entender muy bien la relación entre las características estocásticas de las perturbaciones, el predictor y la robustez del controlador óptimo.

Por otro lado, es un resultado conocido que las soluciones óptimas, como por ejemplo las que se obtienen aplicando el MVC, son muy sensibles a las variaciones de los parámetros del proceso (Aström, 1970). Como lo mencionan en su libro Goodwin y Sin (Goodwin and Sin, 1984) “...el buen funcionamiento del controlador de mínima varianza depende del predictor de una forma crítica...” y también mencionan que “Por este motivo, la utilización de este algoritmo no se recomienda salvo en los casos en los que los parámetros del proceso son conocidos exactamente o los mismos son estimados en tiempo real para ser utilizados en una estrategia adaptativa”. Este problema de los controles óptimos también ha sido demostrado en (Normey-Rico and Camacho, 2006) en un estudio realizado con el GPC. De hecho, para el MVC, la varianza de la salida predicha es muy sensible a la variación de parámetros de la planta y el ajuste del control primario se apunta como una solución para disminuir la sensibilidad del comportamiento en bucle cerrado a las variaciones paramétricas. Aquí, el mismo problema se ha enfocado desde el punto de vista del predictor y los resultados del análisis teórico se ilustran a seguir con algunos ejemplos.

Ejemplo 2: Para relacionar los resultados del control óptimo con los del enfoque determinista, en este primer ejemplo el GPC se compara con un SP que utiliza un PI como control primario. Se recuerda aquí, que el GPC puede ser visto como la generalización del MVC o del GMVC. De hecho, si en el GPC se utiliza un factor de ponderación del error $\delta = 1$, un horizonte $N = 1$ y no se penaliza el esfuerzo de control ($\lambda = 0$), la minimización de la función de coste genera un control de varianza mínima. Así, la estructura estudiada en el apartado 3 también se puede usar para representar al MVC y el controlador primario equivalente puede ser utilizado con otro predictor diferente del OP, como por ejemplo el SP.

En este ejemplo el modelo de la planta es dado por $d = 10$, $A(z^{-1}) = 1 - 0.9z^{-1}$ y $B(z^{-1}) = 0.1$.

El modelo de perturbación es de tipo ARIMA con ϕ variando entre -1 y 1 .

En el primer ensayo de simulación se considera una referencia nula $w(t) = 0$ y no se consideraron perturbaciones deterministas. Asimismo, se supone que no hay errores de modelado de la planta ni de las perturbaciones. Con estas condiciones, se calculan los valores de la integral del error cuadrático entre la referencia y la salida (ISE) para diferentes valores de ϕ . Los resultados se comparan en la figura 6.

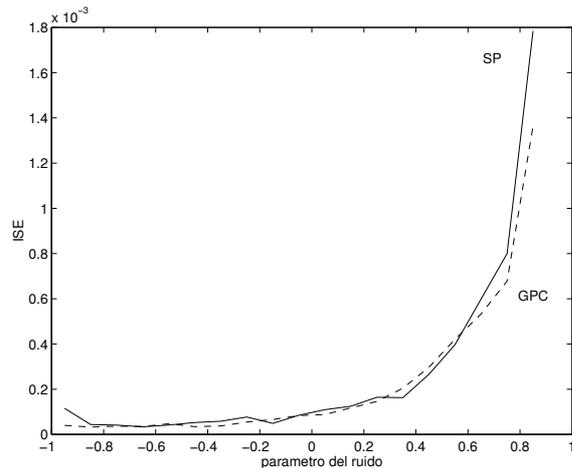


Figura 6. Valores del ISE para el sistema de control con el GPC (línea discontinua) y con el SP (línea continua) para diferentes valores de ϕ .

Los resultados de la figura 6 muestran que, nuevamente para este tipo de perturbación, en algunos casos el control óptimo no genera la solución “óptima” esperada. Observe, por ejemplo, los valores del ISE para ϕ entre 0.3 y 0.6.

La conclusión importante de este estudio es que las diferencias en el comportamiento de los dos sistemas se debe solamente a la estructura del predictor ya que el controlador primario es el mismo en ambos casos.

Para completar el análisis de este ejemplo se simulan los dos sistemas de control en las mismas condiciones que antes, pero considerando un cambio de consigna de 0 a 1 en $t = 0$ y de 1 a 0.5 en $t = 260$ muestras y con un valor fijo de ϕ , $\phi = 0.75$ cuando se considera un error de estimación de la ganancia y del polo de la planta (el proceso real se simula con los polinomios $A(z^{-1}) = 1 - 0.92z^{-1}$ y $B(z^{-1}) = 0.12$). En este caso el sistema controlado por el GPC se hace inestable.

Manteniendo el mismo ajuste del control, se utiliza un modelo de perturbaciones más complejo:

$$q(t) = \frac{1 + 0.7z^{-1}}{(1 - 0.9z^{-1})(1 + 0.4z^{-1})(1 - z^{-1})}$$

para simular cuatro casos diferentes utilizando siempre el mismo control primario en el GPC y en el SP.

- Caso 1: $w(t) = 0$, sin errores de modelado de la planta y sin errores de estimación de las perturbaciones en el GPC.
- Caso 2: igual al caso 1 pero considerando un cambio de consigna de 0 a 1 en $t = 0$ y una perturbación del tipo escalón del 10% a la salida de la planta en $t = 60$ muestras.
- Caso 3: igual al caso 2 pero usando un modelo diferente de la perturbación en la simulación del proceso:

$$q_r(t) = \frac{1 + 0.8z^{-1}}{(1 - 0.9z^{-1})(1 + 0.3z^{-1})(1 - z^{-1})}$$

- Caso 4: igual al caso 2 pero considerando errores de modelado del proceso. En este caso se simula el proceso con denominador $1 - 0.92z^{-1}$.

En todos los casos se calcula el índice de comportamiento ISE. Los resultados obtenidos se listan a continuación:

ISE para el GPC y el SP

| casos | ISE_{gpc} | ISE_{sp} |
|--------|-------------|------------|
| caso 1 | 0.648 | 0.941 |
| caso 2 | 12.07 | 11.87 |
| caso 3 | 11.50 | 11.23 |
| caso 4 | inestable | 11.01 |

Se observa que para el caso 1 (modelo ideal y sin considerar cambios de consigna ni perturbaciones deterministas) el GPC tiene un comportamiento mejor que el SP. Pero en todos los otros casos, que simulan situaciones más cercanas a la realidad práctica, el SP siempre se comporta mejor que el GPC. Estos resultados también se obtienen si se usa un ajuste diferente del control primario (Normey-Rico and Camacho, 2006).

4.2 Interpretación de resultados

De los resultados obtenidos con estos ejemplos se puede concluir que:

- En algunos casos, el procedimiento utilizado por el GPC (y por otros controladores óptimos), que consiste en diseñar de forma óptima el predictor y el control primario en pasos separados, no es óptima.
- Como la solución del problema genera un mínimo del error cuadrático estimado pero no del error cuadrático real, la utilización del predictor óptimo dentro del sistema de control no es adecuada.
- La utilización de los polinomios T y D del GPC, que modelan exactamente las perturbaciones en el modelo de bucle abierto, no garantiza que se obtenga un mejor control

en el bucle cerrado, ni siquiera en el caso nominal

- En algunos casos, el comportamiento del GPC y del MVC es menos robusto que el del SP (o DTC). Debe destacarse que existe una dependencia muy fuerte entre el modelo de la perturbación y la robustez del sistema, y que si se utiliza un predictor diferente en el sistema de control (no necesariamente el predictor de Smith) el comportamiento en bucle cerrado del sistema global puede ser mejor que en el caso “óptimo”. Esta es quizás la principal razón por la cual se utiliza el polinomio T en el GPC como un parámetro de diseño para mejorar la robustez del sistema y no como parte del modelo de las perturbaciones, como se analizó en los apartados anteriores.

Por lo tanto, el resultado más importante de este análisis es que para los casos reales, donde no es posible encontrar un modelo exacto del proceso ni de las perturbaciones, el SP (u otra estructura de predicción y control no óptima) puede presentar mejor comportamiento que la solución óptima, inclusive cuando el sistema es afectado por perturbaciones del tipo ARIMA, para las cuales se calculó expresamente el predictor óptimo. Así, al menos para los procesos aquí analizados, la elección del predictor más adecuado en un sistema de control no depende únicamente de las características de rechazo a las perturbaciones estocásticas sino también del comportamiento y de la robustez que se obtienen en bucle cerrado.

Estos contra-ejemplos sugieren que es necesario analizar el comportamiento en bucle cerrado de las estructuras de control basadas en predictores de una forma más general. En este nuevo enfoque, el diseño del predictor y del control primario debe ser realizado en un solo paso, considerando los efectos de la elección del predictor y del control en el bucle cerrado. Algunas ideas de como generar soluciones para este nuevo enfoque, llamado aquí de “Predicción para Control”, se presentan en el próximo apartado.

4.3 El problema de predicción y control

Todos los sistemas de control basados en predictores que han sido presentados en la literatura calculan la predicción de la salida de la planta usando información de la entrada y salida reales y pueden ser representadas por el diagrama de bloques que se muestra en la figura 3. Aquí se han obtenido las expresiones de $S(z)$ y $F_r(z)$ para los predictores de Smith y óptimo. El objetivo del diseño es calcular los cuatro bloques de esta estructura para conseguir que el sistema en bucle cerrado cumpla un conjunto de especi-

ficaciones. Estas especificaciones pueden considerar el rechazo de perturbaciones estocásticas y deterministas, el seguimiento de consignas y la robustez. En los casos en que se desee utilizar una función de coste para calcular el control, el procedimiento debe considerar las condiciones que deben ser verificadas por el predictor en bucle cerrado. Por estos motivos, la solución de un problema de optimización de este tipo es muy complejo y normalmente requiere un tiempo de cálculo elevado. Además, si se consideran las restricciones en las variables del sistema, el problema es aún más complejo, ya que la solución final no puede representarse de forma lineal como en la figura 3.

Aquí se estudia solamente el problema sin restricciones y se apuntan dos caminos posibles para obtener la solución. Primero se presenta una solución clásica que utiliza ecuaciones polinómicas para encontrar los valores de los parámetros del sistema de control. En esta solución, solamente se consideran perturbaciones deterministas. En segundo lugar se propone solucionar un problema más complejo que también considera perturbaciones estocásticas. En este segundo caso el método propone utilizar las ideas de los algoritmos de búsqueda aleatoria (conocidos en la literatura inglesa como “randomized algorithms”).

4.4 Una solución clásica

En este caso, el procedimiento de diseño sigue las mismas ideas presentadas en el apartado 2 para los DTC. La relación entre la referencia y la salida ($H_r(z)$) y entre la perturbación a la entrada de la planta y la salida ($H_q(z)$) son:

$$\begin{aligned} H_r(z) &= \frac{F(z)C(z)P(z)}{1 + C(z)(P(z)F_r(z) + S(z))} \\ H_q(z) &= \frac{P(z)(1 + C(z)S(z))}{1 + C(z)(P(z)F_r(z) + S(z))} \end{aligned} \quad (18)$$

y la robustez se mide con:

$$dP(\omega) = \frac{|1 + C(z)(P_n(z)F_r(z) + S(z))|}{|G_n(z)C(z)F_r(z)|}$$

con $z = e^{j\omega}$, $\omega \in [0, \pi]$. El ajuste del control se hace siempre eligiendo el modelo rápido o el filtro de robustez para que $S(z)$ sea estable. Los grados de libertad en $F_r(z)$ y $C(z)$ se usan para ajustar la respuesta a perturbaciones y finalmente $F(z)$ para el seguimiento de consignas.

Claramente, el resultado final del ajuste del sistema de control no es óptimo, pero como se demostrará en el próximo ejemplo, puede generar mejores resultados que los que se obtienen usando predictores y controles primarios “óptimos”.

Ejemplo 3: En este ejemplo se considera una planta inestable con retardo, cuyo modelo discreto es:

$$P(z) = \frac{z^{-d}}{z - 1.1},$$

donde se supone que el retardo nominal es $d_n = 2$ y el real es $d = 4$. Se desea obtener un sistema en bucle cerrado que siga a consignas constantes con sobreoscilación menor que el 5%. Además el sistema debe mantener la estabilidad robusta.

Si se utiliza el SP filtrado de dos grados de libertad, como el proceso es inestable $F_r(z)$ debe elegirse:

$$F_r(z) = \frac{f_{r1}z + f_{r2}}{z - \beta}$$

donde β es el parámetro de ajuste de la robustez y f_{r1} y f_{r2} se ajustan para que $S(z)$ sea estable (se elimina la raíz $z = 1.1$ del denominador de $S(z)$) y para que $S(1) = 0$. Así, para cada β se obtienen f_{r1} y f_{r2} . En este caso el modelo rápido se elige $G_n(z) = \frac{1}{z-1.1}$ y el control primario se ajusta usando el diagrama del lugar de las raíces para polos en $z = 0.86$ aproximadamente. Finalmente el filtro de referencia tiene por objetivo eliminar el efecto del cero introducido por el PI y mejorar las respuestas a los cambios de consigna. Así:

$$C(z) = \frac{0.37(z - 0.95)}{z - 1}; \quad F(z) = \frac{5z - 0.92}{8z - 0.95}$$

Para la robustez se ajusta $\beta = 0.92$ y se obtiene $f_{r1} = 1.378$, $f_{r2} = -1.298$. La implementación de la ley de control se hace usando el diagrama de bloques de la figura 3. El comportamiento en bucle cerrado del sistema de control propuesto se compara en la figura 7 con el de un GPC calculado para obtener un comportamiento nominal similar al del control propuesto ($N = 15$ y $\lambda = 500$). En

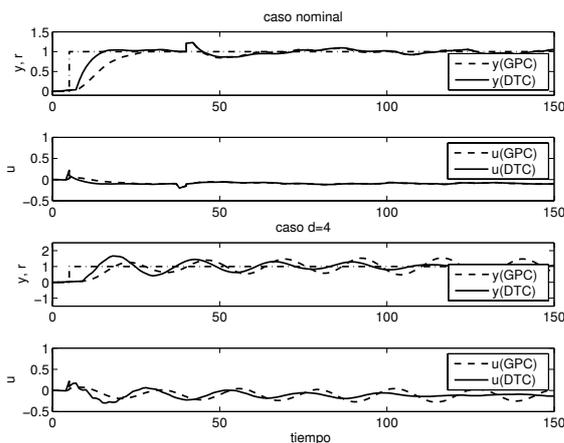


Figura 7. Respuestas del GPC y del control robusto. Referencia en línea de trazo-punto.

las simulaciones se aplicó un cambio de consigna de 0 para 1 en $t = 5$ y una perturbación de carga de 0.2 en $t = 40$ muestras. En el caso nominal se ve como ambas respuestas y acciones de control son similares para el rechazo de perturbaciones y

el ruido. Sin embargo, el GPC tiene un seguimiento de consignas más lento. Cuando se simula al proceso con un error de estimación del retardo de dos muestras ($d = 4$), el GPC no puede mantener la estabilidad mientras que el control propuesto sí lo hace.

4.5 Una solución casi óptima

En este caso se analiza una solución más general, que considera perturbaciones estocásticas y tiene por objetivo minimizar una función de coste como la usada en el GPC pero en este caso la predicción se calcula de manera diferente, usando una ecuación del tipo:

$$\hat{y}(t + j | t) = S_j(z) \Delta u(t + j - d - 1) + F_{rj}(z)y(t)$$

donde tanto las acciones de control futuras como los coeficientes de $S_j(z^{-1})$ y $F_{rj}(z^{-1})$ deben calcularse para minimizar J considerando las condiciones de robustez del sistema en bucle cerrado. De esta forma lo que se pretende es obtener un sistema de control que sea robusto y al mismo tiempo obtenga un mínimo de J que aproxime lo mejor posible al mínimo del objetivo “real” del diseño, que es minimizar el verdadero error entre la referencia y la salida y no solamente el error estimado. La solución de este tipo de problema permite obtener la “mejor” estructura de *predicción + control* que verifica las especificaciones, pero generalmente, es un problema muy complejo y que necesita gran carga de cálculo para ser resuelto.

Para evitar tener que resolver un problema tan complejo, se propone aquí utilizar un enfoque diferente para su solución. En este enfoque, el objetivo es resolver el problema de forma aproximada y para casi todos los casos posibles y no de forma exacta y para todos los casos. Estas ideas son las utilizadas por los algoritmos de búsqueda aleatoria (del inglés “randomized algorithms”) (Vidyasagar, 1996). Este tipo de solución puede ser aplicado directamente a los problemas de control que se formulan como la minimización de una función de coste en los parámetros del controlador. Se considera entonces que, si la planta varía dentro de una familia de plantas, es mejor utilizar una función de coste que considere el comportamiento medio del controlador, en vez de considerar una función que evalúe la peor situación dentro de las posibles, ya que las soluciones halladas en este último caso son siempre muy conservadoras.

Los algoritmos de búsqueda aleatoria han sido utilizados para la solución de diversos problemas de control (Khargonekar and Tikku, 1996; Tempo *et al.*, 1996). Aquí se mostrará cómo también pueden ser utilizadas para solucionar el problema de *predicción + control* presentando las ideas básicas de este enfoque y un ejemplo de aplicación.

Para aplicar las ideas de los algoritmos de búsqueda aleatoria, se considera que la planta pertenece a una familia de plantas $G(x)$ (parametrizada en x) y que el controlador pertenece a una familia de controladores $C(y)$ (parametrizada en y). El objetivo es encontrar un controlador $C(y_0)$ que controle razonablemente bien a casi todas las plantas de la familia. En el caso del problema de *predicción + control* se utilizará la estructura de la figura 3, se definirán los órdenes de $F(z)$, $C(z)$, $S(z)$ y $F_r(z)$ y un conjunto de especificaciones. El objetivo del algoritmo consiste en encontrar los coeficientes de las cuatro funciones de transferencia para que se cumplan las especificaciones.

Para calcular los parámetros del control, el algoritmo elige al azar m muestras de la planta en la familia $G(x)$ y n muestras del control en la familia $C(y)$. Luego, para cada par, el algoritmo calcula la función de coste que se haya definido en las especificaciones y comprueba las condiciones de robustez. Así, para cada par (G_i, C_j) se calcula un índice de comportamiento (Φ_{ij}) que tiene en cuenta las prestaciones y la robustez. Cuando se han calculado los índices de comportamiento para las m plantas elegidas y el controlador j , se determina el valor medio del índice correspondiente al controlador j (Φ_j^*) . Finalmente, después de calcular las $m \times n$ combinaciones, se determina el mejor de todos los índices (Φ^*) y se obtiene el controlador solución.

Para la aplicación del procedimiento mencionado es necesario definir:

- una función de coste normalizada (con valores en el intervalo $[0, 1]$);
- el rango de variación de los parámetros de la planta y del controlador;
- un procedimiento para evaluar la función de coste;
- el número de plantas m y el número de controladores n que deben ser usados para aplicar el procedimiento aleatorio.

Resulta claro que la “bondad” de la solución depende del número de muestras elegidas y que cuanto mayor sea los números elegidos, mayor será la probabilidad de encontrar una solución próxima a la óptima. Lo interesante de este tipo de enfoque aleatorio es que se pueden elegir los valores de m y n de forma tal que se garantice una determinada “bondad” de la solución. En general, los valores de m y n dependen de tres factores:

- de un parámetro de confianza $\gamma \in (0, 1)$, que considera la posibilidad de fallo del algoritmo;
- de un parámetro de precisión $\epsilon \in (0, 1)$, que considera la diferencia entre el mínimo real y el mínimo “aproximado” que se obtiene;

- el parámetro de nivel $\alpha \in (0, 1)$, que considera la posibilidad de que eligiendo un controlador al azar, éste tenga un comportamiento mejor que el de la solución encontrada.

La elección de ϵ , γ y α se puede hacer como se propone en (Vidyasagar, 1996):

$$n \geq \frac{\ln(2/\gamma)}{\alpha} \quad m \geq \frac{1}{2\epsilon^2} \ln \frac{4n}{\gamma} \quad (19)$$

donde se aprecia que menores valores de α , γ y ϵ generan mayores valores de m y n . Sin embargo debe destacarse que el crecimiento de m y n no es exponencial como en otros problemas de control. El procedimiento de cálculo del sistema de control utilizando estas expresiones se ilustra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 4: En este ejemplo se considera nuevamente una planta que se puede modelar por una función de transferencia de primer orden con retardo y que tiene un modelo discreto del tipo:

$$P(z) = \frac{(1-a)bz^{-1}}{1-az^{-1}}z^{-d},$$

donde se considera que sus parámetros pueden variar en los siguientes intervalos:

$$a \in [0.85, 0.95], \quad b \in [0.8, 1.2], \quad d \in [8, 12].$$

Esta situación es muy común en la práctica donde se utilizan diferentes modelos lineales de primer orden para representar el comportamiento del proceso en diferentes puntos de funcionamiento.

Para este ejemplo, se considera como especificación de control que el sistema sea estable para todas las plantas de la familia y que se minimice la varianza de la salida del sistema. Como la planta es estable, se escoge una solución para la estructura de la figura 3 compuesta por un filtro pasa bajos en $F_r(z)$, un control PI en $C(z)$ y se elige $S(z) = G_n(z) - P_n(z)F_r(z)$. El modelo nominal de la planta se elige como:

$$P_n(z) = \frac{0.1z^{-1}}{1-0.9z^{-1}}z^{-10}.$$

Con esta elección, la forma general para $C(z)$ y $F_r(z)$ se obtiene de:

$$F_r(z) = \left[\frac{1-d_f}{1-n_f} \right] \left[\frac{1-n_f z^{-1}}{1-d_f z^{-1}} \right]$$

$$C(z) = \frac{K_c(1-a_c z^{-1})}{1-z^{-1}}$$

donde

$$a_c \in [-1, 1], \quad K_c \in [0.02, 0.5], \quad d_f \in [0.5, 1]$$

y se impone que $d_f > n_f$ para que $F_r(z)$ sea pasa bajos. En este caso, el filtro $F(z)$ no se calcula pues no hay especificaciones de seguimiento de consignas.

Por lo tanto, el algoritmo deberá calcular los valores de los cuatro parámetros: K_c, a_c, n_f, d_f para obtener la varianza mínima posible manteniendo la estabilidad robusta del sistema. Así, en este caso, el índice de comportamiento $Y(p)$ se define como una función del vector de parámetros p ($p = [K_c, a_c, n_f, d_f]^T$) como:

- $Y(p) = 1$, si el sistema en bucle cerrado es inestable;
- $Y(p) = \frac{J}{1+J}$, si el sistema de control es estable.

La función J se calcula como la relación entre la varianza de la salida y de la entrada:

$$J = \frac{\sigma_y^2}{\sigma^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H_e(e^{j\omega})|^2 d\omega, \quad (20)$$

donde $H_e(z^{-1})$ es la función de transferencia entre $e(t)$ y $y(t)$ y se considera que el sistema en bucle cerrado es estable. Se observa que este ejemplo es un caso particular del planteado en el GPC donde se elige $\lambda = 0$, $\delta = 0$ y se utiliza un horizonte 1.

El algoritmo se aplicó para los siguientes valores: $\epsilon = 0.05$ y $\gamma = \alpha = 0.01$, para los cuales se obtuvo $m = 2453$ y $n = 528$. La solución final es:

$$p = [3.45, 0.81, 0.76, 0.75]^T.$$

Para comparar la solución obtenida con la de un control óptimo se calculó un GPC con $N = 5$, $\lambda = 2$, $\delta = 1$ y con los polinomios del predictor iguales a los del ruido. Se simularon ambos sistemas de control para el caso nominal y para un proceso con $a = 0.95$, $d = 8$ y $b = 1.1$. En las simulaciones se aplicó un escalón de perturbación a la entrada del proceso de valor -0.4 en $t = 10$ y uno a la salida del proceso en $t = 70$ muestras de amplitud 0.4 y no se aplicaron cambios de consigna. Además, se sumó a la salida una perturbación estocástica q generada por el modelo ARIMA con $a_t = -0.5$.

En la figura 8 se compara el comportamiento de ambos sistemas de control en el caso nominal y en el caso de error de modelado. Como se puede observar, el comportamiento nominal es similar. El GPC presenta mejor rechazo de la perturbación a la entrada pero peor rechazo de la perturbación de salida. Las amplitudes en la respuesta de rechazo del ruido son similares. El ISE calculado para este caso es: $ISE_{gpc} = 7.32$ and $ISE_{rand} = 7.33$. Pero cuando se consideran los errores de modelado el sistema controlado por el GPC se hace inestable, mientras que el control propuesto mantiene un buen comportamiento.

Para evaluar la solución del controlador propuesto, se muestran en la figura 9 $dP(\omega)$ y $|\delta P(j\omega)|$ para varios procesos de la familia. Como se observa, el sistema es estable para todos los casos.

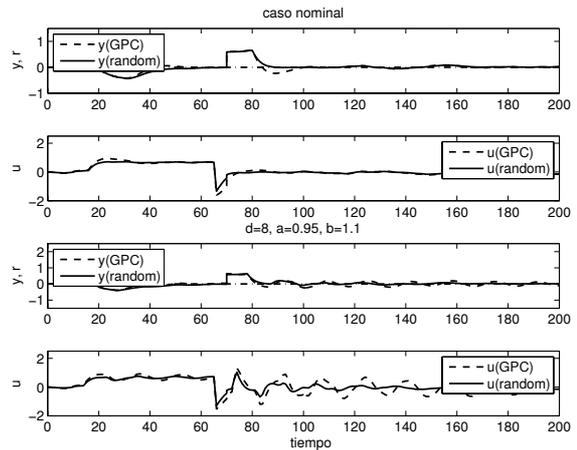


Figura 8. Comportamiento de los sistemas controlados por el GPC y por el control propuesto.

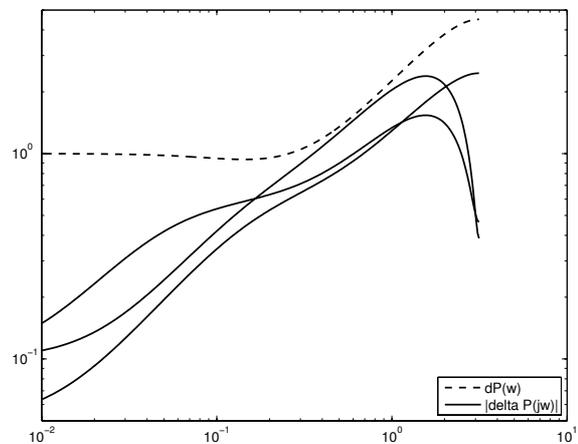


Figura 9. $dP(\omega)$ y $|\delta P(j\omega)|$ para varios casos.

Obsérvese que, para este ejemplo simple, podría encontrarse una solución similar a la encontrada aquí utilizando las técnicas de ajuste de los DTC. Sin embargo, para modelos de mayor orden, la solución exacta es muy compleja y los algoritmos de búsqueda aleatoria pueden ser una buena alternativa de solución para el problema de *predicción + control*.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha mostrado que los predictores calculados para funcionar de forma óptima en bucle abierto no son óptimos cuando funcionan en bucle cerrado. Por otro lado, se mostró que las estructuras de control basadas en el predictor de Smith pueden ser más robustas y ofrecer prestaciones equivalentes que las basadas en los predictores óptimos, inclusive en el caso de trabajar en las situaciones teóricamente consideradas por los predictores óptimos (cuando se consideran perturbaciones del tipo ARIMA). Estos resultados sugieren la presentación de un nuevo enfoque del problema de predicción y control, que hemos bautizado como “Predicción para Control”, donde

se tiene en cuenta el efecto de los predictores en el bucle cerrado. La principal contribución es el planteamiento de este nuevo problema de control.

REFERENCIAS

- Alevisakis, G. and D. Seborg (1973). An extension of the Smith predictor to multivariable linear systems containing time delays. *Int. Journal of Control* **3**, 541–.
- Ansary, P. and V. Wertz (1997). Model uncertainties in GPC: A systematic two-step design. In: *Proc. of the ECC 97*. Brussels.
- Aström, K. J. (1970). *Introduction to Stochastic Control Theory*. Academic Press.
- Aström, K.J., C.C. Hang and B.C. Lim (1994). A new Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time. *IEEE Tran. on Automatic Control* **39**(2), 343–345.
- Bergh, L. G. and J. F. MacGregor (1987). Constrained minimum variance controllers: Internal model structure and robustness properties. *Ind. Eng. Chem. Res.* **26**, 1558–1564.
- Bhaya, A. and C. A. Desoer (1985). Controlling plants with delay. *Int. J. Control* **41**, 813–830.
- Camacho, E.F. and C. Bordons (2004). *Model Predictive Control*. Springer-Verlag.
- Chien, I-Lung, Sheng Chun Peng and Jun Hong Liu (2002). Simple control method for integrating processes with long deadtime. *Journal of Process Control* **12**(3), 391–404.
- Clarke, D.W. and C. Mohtadi (1989). Properties of Generalized Predictive Control. *Automatica* **25**(6), 859–875.
- Clarke, D.W. and P.J. Gawthrop (1979). Self-tuning Control. *Proceedings IEEE* **123**, 633–640.
- Clarke, D.W., C. Mohtadi and P.S. Tuffs (1987). Generalized Predictive Control. Part I: the basic algorithm and Part II: extensions and interpretations. *Automatica* **23**(2), 137–160.
- Cutler, C.R. and B.L. Ramaker (1988). Dynamic Matrix Control - A computer control algorithm. In: *AIChE 86th National Meeting*. Houston, TX.
- Datta, A. and J. Ochoa (1996). Adaptive Internal Model Control: Design and stability analysis. *Automatica* **32**(2), 261–266.
- Dormido, S. (1987). Una revisión de las tecnologías de control predictivo basado en modelos en la industria. In: *Workshop sobre estado y perspectivas del control predictivo*. Valladolid, Spain.
- Doyle, J. C. and G. Stein (1981). Multivariable feedback design concepts for a classical/modern synthesis. *IEEE Tran. on Automatic Control* **AC-26** (1), 4–11.
- Favier, G. and D. Dubois (1990). A review of k-step-ahead predictors. *Automatica* **26**(1), 75–84.
- Furukawa, T. and E. Shimemura (1983). Predictive control for systems with time delay. *Int. J. Control* **37**, 399–412.
- Garcia, C. E. and M. Morari (1984). Internal model control 1: A unified review and some new results. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* **21**, 308–.
- Gevers, M. (1991). Connecting identification and robust control: a new challenger. In: *Plenary lecture, 9th IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation*. Budapest. pp. 1–10.
- Gomez-Ortega, J. and E. F. Camacho (1994). Neural network MBPC for mobile robots path tracking. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing Journal* **11**(4), 271–278.
- Goodwin, G. and K. Sin (1984). *Adaptive Filtering Prediction and Control*. Prentice Hall.
- Guo, S.M., W. Wang and L.S. Shieh (2000). Discretisation of two degree-of-freedom controller and system with state, and output delays. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications* **147**(1), 87–96.
- Hagglung, T. (1996). An industrial dead-time compensating PI controller. *Control Engineering Practice* **4**(6), 749–756.
- Hang, C.C., Q-G. Wang and X-P. Yang (2003). A modified smith predictor for a process with an integrator and long dead time. *Ind. Eng. Chem. Res.* **42**, 484–489.
- Holt, B. and M. Morari (1985a). Design of resilient processing plants. V: The effect of dead-time on dynamics resilience. *Chem. Eng. Science* **40**(7), 1229–1237.
- Holt, B. and M. Morari (1985b). Design of resilient processing plants. VI: The effect of right-half-plane zeros on dynamic resilience. *Chem. Eng. Science* **40**(1), 59–74.
- Huang, H.P., C.L. Chen, Y.C. Chao and P.L. Chen (1990). A modified Smith predictor with an approximated inverse of dead time. *AIChE Journal* **36**, 1025–1031.
- Jerome, N. F. and W. H. Ray (1986). High performance multivariable control strategies for systems having time delays. *AIChE Journal* **32**(6), 914–931.
- Kaya, I. (2003). Obtaining controller parameters for a new pi-pd smith predictor using auto tuning. *J. of Process Control* **13**, 465–472.
- Keyser, R.M.C. De and A.R. Cuawenberghe (1985). Extended prediction self adaptive control. In: *IFAC Simp. on Ident. and Syst. Parameter Estimation*. York. pp. 1317–1322.
- Khargonekar, P.P. and A. Tikku (1996). Randomized algorithms for robust control analysis have polynomial complexity.. In: *Proc. Conf. on Decision and Control*. USA.
- Kwak, H., S. Whan and I-B. Lee (2001). Modified smith predictor for integrating pro-

- cesses: comparisons and proposition. *Ind. Eng. Chem. Res.* **40**, 1500–1506.
- Lee, J.H., M. Morari and C.E. Garcia (1994). State space interpretation of Model Predictive Control. *Automatica* **30**(4), 707–714.
- Lee, T. H., Q. G. Wang and K.K. Tan (1996). Robust Smith predictor controller for uncertain delay systems. *AIChE Journal* **42**(4), 1033–1040.
- Liu, T., T. Cai, Y. Z. Gu, D. Y. and W.D. Zhang (2005). New modified smith predictor scheme for integrating and unstable processes with time delay.. *IEE Proc. Control Theory Appl.* **152**(2), 238–246.
- Lu, X., Y-S. Yang, Q-G. Wang and W-X. Zheng (2005). A double two-degree-of-freedom control scheme for improved control of unstable delay processes.. *J. of Process Control* **15**(5), 605–614.
- Matausek, M.R. and A.D. Micic (1996). A modified Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time. *IEEE Tran. on Automatic Control* **41**(8), 1199–1203.
- Matausek, M.R. and A.D. Micic (1999). On the modified smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time. *IEEE Transactions on Automatic Control* **44**(8), 1603–1606.
- Megias, D., J. Serrano and C. de Prada (1997). Uncertainty treatment in GPC: design of T polynomial. In: *Proceedings ECC 97*. Brussels. pp. FR–A B1.
- Morari, M. and E. Zafiriou (1989). *Robust Process Control*. Prentice-Hall.
- Normey-Rico, J.E. and E.F. Camacho (1998). Dead-time compensators: A unified approach. In: *Proceedings of IFAC-LDTS'98*. Grenoble, France. pp. 141–146.
- Normey-Rico, J.E. and E.F. Camacho (1999a). Robust tuning of dead-time compensators for processes with an integrator and long dead-time. *IEEE Transactions on Automatic Control* **44**(8), 1597–1603.
- Normey-Rico, J.E. and E.F. Camacho (1999b). Robustness effects of a prefilter in Smith predictor based generalised predictive controller. *IEE Proceedings, Control Theory and Applications* **146**, 179–185.
- Normey-Rico, J.E. and E.F. Camacho (1999c). Smith predictor and modifications: A comparative study. In: *Proceedings of ECC99*. Germany.
- Normey-Rico, J.E. and E.F. Camacho (2002). A unified approach to design dead-time compensators for stable and integrative processes with dead-time. *IEEE Transactions on Automatic Control* **47**(2), 299–305.
- Normey-Rico, J.E. and E.F. Camacho (2006). *Control of Dead-time Processes*. Springer Verlag (In Press).
- Normey-Rico, J.E., C. Bordons and E.F. Camacho (1997). Improving the Robustness of Dead-Time Compensating PI Controllers. *Control Engineering Practice* **5**(6), 801–810.
- Ogunnaike, B. A., J. P. Lemaire, M. Morari and W. H. Ray (1983). Advanced multivariable control of a pilot scale distillation column. *AIChE Journal* **29**(4), 632–.
- Ogunnaike, B.A. and W.H. Ray (1979). Multivariable controller design for linear systems having multiple time delays. *AIChE Journal* **25**, 1043–1060.
- Palmor, Z.J. (1980). Stability properties of Smith dead time compensator controller. *Int. J. Control* **32**, 937–949.
- Palmor, Z.J. (1982). Properties of optimal stochastic control systems with dead-time. *Automatica* **18**, 107–116.
- Palmor, Z.J. (1986). Robust digital dead time compensator controller for a class of stable systems. *Automatica* **22**, 587–591.
- Palmor, Z.J. (1996). *The Control Handbook. Time Delay Compensation: Smith Predictor and its Modifications*. CRC Press and IEEE Press.
- Palmor, Z.J. and D.V. Powers (1985). Improved dead time compensator controllers. *AIChE-Journal* **31**, 215–221.
- Palmor, Z.J. and R. Shinnar (1979). Design of sampled data controllers. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* **18**, 8–30.
- Palmor, Z.J. and Y. Halevi (1983). On the design and properties of multivariable dead time compensators. *Automatica* **19**, 255–264.
- Palmor, Z.J. and Y. Halevi (1990). Robustness properties of sampled-data systems with dead time compensators. *Automatica* **26**, 637–640.
- Richalet, J., A. Rault, J.L. Testud and J. Papon (1976). Algorithm control for industrial processes. In: *Proc. 4th IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation*. Tbilisi, URSS.
- Robinson, B.D. and D.W. Clarke (1991). Robustness Effects of a Prefilter in Generalized Predictive Control. *Proceedings IEE, Part D* **138**, 2–8.
- Santacesaria, C. and R. Scattolini (1993). Easy tuning of Smith predictor in presence of delay uncertainty. *Automatica* **29**, 1595–1597.
- Smith, O. J. M. (1957). Closed control of loops with dead-time. *Chem. Eng. Progress* **53**, 217–219.
- Tempo, R., E.W. Bai and F. Dabbene (1996). Probabilistic robustness analysis: Explicit bounds for the minimum number of sampling points.. In: *Proc. Conf. on Decision and Control*. USA.

- Torrice, B. C. and J. E. Normey-Rico (2005). 2dof discrete dead-time compensators for stable and integrative processes with dead-time. *Journal of Process Control* **15**, 341–352.
- Vidyasagar, M. (1996). *Nonlinear Modeling. Chapter: Statistical Learning in Control and Matrix Theory*. pp. 177–207.
- Watanabe, K. and M. Ito (1981). A process-model control for linear systems with delay. *IEEE Tran. on Automatic Control* **26**(6), 1261–1269.
- Ydstie, B.E. (1984). Extended horizon adaptive control. In: *9th IFAC World Congress*. Budapest, Hungary.
- Yoon, T. and D. Clarke (1995). Observer design in receding-horizon control. *Int. Journal of Control* **2**, 171–191.
- Zhang, W. D. and Y. X. Sun (1996). Modified Smith predictor for controlling integrator/time delay processes. *Ind. Eng. Chem. Res.* **35**, 2769–2772.
- Zhang, W. D., Y. X. Sun and X. Xu (1998). New two degree-of-freedom compensator. In: *Proceedings of IFAC-LDTS'98*. Grenoble, France. pp. 217–220.
- Zhong, Q. C. and H. X. Li (2003). Control of integral processes with dead time. part 3: Dead-beat disturbance response. *IEEE Transactions on Automatic Control* **48**(1), 153–159.
- Zhong, Q.-C. and L. Mirkin (2002). Control of integral processes with dead-time. part 2: Quantitative analysis.. *IEE Proc. Control Theory Appl.* **149**(4), 291–296.
- Zhong, Q.C. and J.E. Normey-Rico (2002). Control of integral processes with dead-time. Part 1: Disturbance observer-based 2 DOF control scheme . *Control Theory and Applications, IEE Proceedings* **149**(4), 285–290.