

Un viaje de fin de curso y tres tareas de modelización. Una experiencia en un aula de secundaria

A school trip and three modelling tasks. A experience in a secondary classroom

Irene Ferrando Palomares
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA.
Irene.Ferrando@uv.es

Borja Navarro
COLEGIO GENÇANA
bonama51@gmail.com

Abstract

Este trabajo describe una experiencia llevada a cabo en un aula de tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria. Para su desarrollo se han diseñado tres tareas de modelización con un contexto común cercano a la realidad de los estudiantes: la organización de un viaje de fin de curso. El objetivo principal es extraer los aspectos que han de tenerse en cuenta al plantear una actividad de modelización y analizar el resultado de la experiencia en base a las respuestas de los estudiantes para así identificar y clasificar las dificultades encontradas por los alumnos.

This paper describes an experience conducted in a ninth grade classroom. Three modelling tasks have been designed both related with the organization of a school trip. The main objective is to obtain the aspects to be considered when we propose this kind of tasks. For this aim we will analyze the result of experience thought the student's responses in order to identify and classify the difficulties encountered them.

Keywords: Modelling, secondary education, teacher's interventions
Palabras clave: Modelización educación secundaria, rol del profesor

1 Introducción y marco teórico

Este trabajo se enmarca en la resolución de problemas reales siguiendo la línea marcada por Freudenthal durante la década de los años 70 del siglo pasado, a partir de su conferencia “How to teach mathematics so as to be useful” (1968). Por tanto lo que se pretende no es algo nuevo ya que, como indica Puig (1997), a partir de la publicación de “Mathematics as an Educational Task” (Freudenthal, 1973) la relación existente entre la vida real y las matemáticas fue una constante dentro de la educación matemática. Posteriormente, a principios de 1990, estas actividades fueron disminuyendo su importancia dentro de las aulas, aunque a finales de esa misma década se volvieron a retomar (Sol, Giménez y Rosich, 2011). Recientemente, con la aparición de las pruebas PISA, llevadas a cabo por la OCDE, se vuelve a insistir en la importancia que tienen las aplicaciones matemáticas dentro del mundo cotidiano y se instauran las competencias como uno de los principales objetivos dentro de la educación (VVAA, 2013b, p.21): La evaluación de las matemáticas que hace PISA exige a los alumnos que se enfrenten con problemas matemáticos que están basados en algún contexto del mundo real, para lo cual, activan las competencias matemáticas pertinentes para resolver el problema, y se embarcan en un proceso de matematización (Puig, 2006, p. 7). Una de las formas de trabajar problemas reales es a través de las tareas de modelización. Hay diferentes puntos de vista sobre lo que es una tarea de modelización, Borromeo Ferri (2006) presenta en su trabajo una revisión sobre los distintos ciclos de modelización que subyacen en las tareas de modelización. En este trabajo el ciclo de modelización de referencia será el de Blum y Leiß (2007) representado en la Figura 1

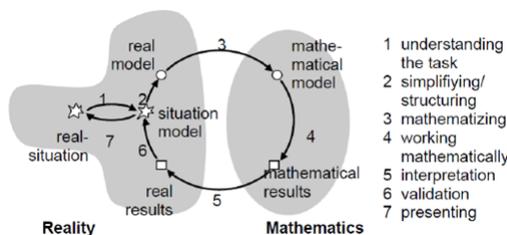


Figura 1: Ciclo de modelización.

El recorrido del ciclo de modelización no se realiza de forma lineal, tal y como muestran algunos estudios empíricos (Borromeo Ferri, 2006). Este proceso cíclico de resolución de una tarea de modelización puede relacionarse con las etapas de resolución de problemas establecidas por Polya (1945):

- Comprensión del problema
- Elaboración de un plan
- Ejecución del plan
- Examen de la solución

Esta relación no es biunívoca, ya que la etapa correspondiente al “examen de la solución” se puede relacionar con las tres últimas etapas del proceso de modelado: interpretación, validación y presentación de la solución. De esta forma se observa que, aparentemente, esta última etapa establecida por Polya (1945) adquiere mayor importancia al trabajar tareas de modelización.

El objetivo de este trabajo es analizar de forma pormenorizada una experiencia de implementación de tareas de modelización abiertas en un aula de tercer curso de educación secundaria Obligatoria. No es fácil encontrar en la literatura una definición clara de tarea abierta

al referirnos a tareas de modelización, ya que, en cierto sentido todas lo son, en el trabajo de Maaß (2006) se entiende como tarea abierta aquella que admite varias formas de resolución. Puesto que el desarrollo de la experiencia se llevó a cabo por un profesor en formación hemos considerado de interés intentar dar respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Cómo enfocar el diseño de las tareas y la preparación de las clases cuando se va a proponer a los alumnos la resolución de tareas de modelización abiertas?
- ¿Cómo actuar en el aula durante el proceso de resolución de las tareas?
- ¿Cuáles son las dificultades que encuentran los alumnos al enfrentarse a la resolución de tareas de modelización abiertas?
- ¿Cómo evaluar las resoluciones de los estudiantes?

En la siguiente sección explicaremos en detalle cómo se llevó a cabo la experiencia, incidiendo particularmente en el diseño de las tareas, la preparación de las clases y el rol del profesor, y en la tercera sección intentaremos, a partir del análisis de la misma, dar respuesta a las dos últimas preguntas.

2 Diseño de la experiencia

El trabajo se inició con una revisión bibliográfica en dos direcciones, por un lado se revisaron las fuentes relativas a la modelización (algunas han sido citadas en el apartado anterior), por otro lado se estudió en detalle el currículo de Educación Secundaria Obligatoria en vigor en ese momento (BOE, 2007) para identificar los contenidos susceptibles de trabajarse a través de tareas de modelización así como las posibles referencias a este tipo de actividades.

2.1 Diseño de las tareas

Se diseñaron tres tareas contextualizadas en un marco muy cercano a la realidad de los estudiantes: la organización de un viaje de fin de curso. Se trata de tres tareas distintas pero relacionadas entre sí por el contexto. Todas ellas son originales aunque están inspiradas en trabajos desarrollados previamente en el ámbito de la modelización (Gallart, Ferrando y García-Raffi, 2015).

Lo primero que consideramos al plantear las tareas es que fueran problemas motivadores para el alumnado. Es decir que, desde el principio, el contexto de la actividad les permita observar que son problemas que pueden encontrarse alguna vez a lo largo de su vida. Como dice Alsina,

Un reto de la educación matemática actual en todos sus niveles, consiste precisamente en incluir entre sus objetivos, más allá de los contenidos, el evidenciar y convencer sobre la necesidad de tener en cuenta a las matemáticas en todas las acciones de la vida, personales, cotidianas o profesionales. (Alsina, 2011 p.6).

Se trataba de que observaran que un tema sin relación aparente con las matemáticas, como es planear un viaje, puede dar lugar a diferentes problemas, y que cada uno tiene su complejidad e importancia para el problema final. También se buscaron tres problemas para que hubiera diversidad a la hora de elegir, y para que hubiera, además, diferentes resoluciones a un mismo problema. Tal y como indican Albarracín y Gorgorió “el trabajo en resolución de problemas [...], con situaciones en las que la complejidad progresara, podría ser una vía para introducir la modelización en secundaria” (2011, p. 80).

Los tres problemas planteados fueron *Viaje a Port Aventura*, *Viaje a Barcelona* y *Visita a Barcelona*. Como se ha comentado antes, todos están relacionados porque se trata de organizar un viaje, pero cada uno se enfoca hacia un aspecto diferente de la organización. Por tanto, los enunciados son diferentes, así como los datos que han de tener en cuenta e interpretar y los contenidos matemáticos que se trabajan.

“Viaje a Port Aventura”

El objetivo del problema era planificar una ruta por un parque de atracciones, en este caso se escogió el parque Port Aventura porque tenía relación con los otros dos problemas. Se impusieron una serie de restricciones (el tiempo está limitado, deben tener en cuenta las comidas, las colas, visitar algún espectáculo y maximizar el número de atracciones) y la única información que poseían para resolverlo era un mapa del parque con un par de distancias, para que ellos mismos pudieran calcular la escala.

“Viaje a Barcelona”

En el segundo problema debían planificar el viaje de Valencia a Barcelona, considerando distintos medios de transporte así como distintos alojamientos. En este caso tenían tablas donde estaba recogida la información y debían elegir la opción que más se amoldara a sus necesidades teniendo en cuenta dos restricciones (maximizar el tiempo y minimizar el precio).

“Visita a Barcelona”

En el tercer problema el objetivo es planificar la ruta para visitar algunos puntos de interés de Barcelona. Aquí tenían tres restricciones, el tiempo, el dinero y una elección de preferencias de los alumnos y los profesores. En este caso la información de que disponían constaba de unos planos de los diferentes transportes metropolitanos de Barcelona así como un listado de precios de los transportes y de los monumentos. Además se les presentaba una lista con los monumentos más importantes de la ciudad de Barcelona y el número de votos que tenían por parte de los alumnos y de los profesores que iban a realizar el viaje.

Como se observa, todos los problemas son reales en dos sentidos: corresponden a una necesidad real a la hora de organizar un viaje o una excursión en grupo y, además, los datos ofrecidos (mapas, precios de transportes y alojamientos, horario,..) son todos reales. Aunque se debe tener en cuenta que, tanto los precios de transporte como los de alojamiento son fruto de la búsqueda en un día concreto, con lo que si se buscaran otro día, podrían variar.

Tal y como se verá más adelante, los problemas planteados no tienen todos la misma dificultad. El interés de la diferencia radica en que esto nos puede permitir observar, a posteriori, si los problemas que pueden parecer más difíciles en su resolución experta, realmente lo son para ellos, y para observar si hay diferencia en la resolución entre los que son más complejos y los que no. Hay que tener en cuenta que estos problemas son de respuesta abierta en dos sentidos: “tanto en su planteamiento como en su proceso y su final y de esta manera se le da un gran protagonismo al alumno que será quien concrete el trabajo” (Sol, Giménez y Rosich, 2011, p.333). En este sentido se asemejan a los Proyectos Matemáticos realísticos inspirados por la Educación Matemática Realista impulsada por Freudenthal (1968).

2.2 Resolución experta

Una vez diseñadas y previamente al desarrollo de la experiencia, se realizó una “resolución experta” de las tareas. Esta resolución debía ayudar, por un lado, a preparar la organización de la experiencia (observar qué contenidos matemáticos trabajaban, analizar si eran viables teniendo en cuenta tiempo disponible y organizar los grupos de trabajo), además, la resolución

previa permitió identificar los puntos donde, previsiblemente, los alumnos podían encontrar dificultades y, así, preparar las posibles intervenciones para ayudar a los estudiantes.

Obviamente es imposible considerar todas las posibles soluciones, no es este el objetivo de la resolución experta. Lo que interesaba era saber, realmente, a qué se iban a enfrentar los alumnos y cómo se les podía reconducir por el buen camino, y esto se consiguió. No obstante los alumnos no tuvieron, como era de esperar, las mismas ideas y la misma planificación que la obtenida en la resolución experta. Sin embargo las diferencias tampoco eran muy importante y, como cabía esperar, las dificultades que se identificaron durante la resolución experta aparecieron efectivamente durante las resoluciones de los alumnos. En ningún momento esta resolución se ha hecho para obtener la mejor respuesta al problema, ya que se trata de problemas totalmente abiertos, aunque siempre hay soluciones más completas que otras. En el siguiente apartado se describen las conclusiones extraídas a partir de la resolución experta.

Es importante destacar que la resolución experta ayudó a modificar la primera versión de los problemas planteados. Por ejemplo en el problema “Viaje a Port Aventura” ya se incluía una escala en el mapa, pero al realizar la resolución experta se observó que era interesante dar, además, dos medidas reales para observar si los alumnos relacionaban esos datos con la escala. Por otro lado, en el problema “Viaje a Barcelona” se eliminaron algunos alojamientos y opciones para el transporte porque se consideró que la lista era demasiado extensa para el tiempo de que disponían los alumnos.

2.3 Organización

La experiencia se desarrolló durante una semana del mes de marzo de 2014 en un grupo de tercer curso de ESO del centro “Florida Secundaria”. El grupo estaba formado por 30 alumnos, de los cuales cuatro eran alumnos repetidores. Esta organización se realizó posteriormente al análisis de la resolución experta que permitió, entre otras cosas, estimar el tiempo necesario para realizar las tareas.

Durante la experiencia los alumnos trabajaron en grupos heterogéneos de 3 ó 4 miembros. Como se contaba con 30 alumnos se formaron tres grupos de 4 alumnos y seis grupos de 3 alumnos. El reparto de las tareas se realizó de forma que cada problema fuera resuelto por uno de los tres grupos de cuatro alumnos y dos grupos de tres. De esta forma se podría observar si el tamaño del grupo tiene o no influencia en la resolución. Cada grupo escogió la tarea que quería resolver a partir de un orden aleatorio.

En lo que respecta a la temporalización, se dispuso de cuatro sesiones de 50 minutos para realizar la experiencia, tres de las cuales se dedicaron, íntegramente, a la resolución de las tareas en grupos. Durante la primera sesión los alumnos pasaron un test que no vamos a describir en este trabajo, formaron los grupos y escogieron las tareas. Una vez escogidos los problemas se le entregó, a cada grupo, la hoja del enunciado así como un legajo de hojas en blanco selladas. En estas hojas los componentes de cada grupo debían escribir todo lo que iban haciendo durante cada sesión. Al final de cada clase se entregaban para, de esta forma, poder controlar que lo que contenían era solamente lo realizado en la sesión en clase, no pudiendo así continuar el trabajo en casa. De esta manera se va generando un “rastros continuo de documentación” (Lesh y Doerr, 2003), cuyo análisis permitirá, posteriormente, analizar la ruta de modelización seguida por los estudiantes.

Durante las siguientes tres sesiones cada uno de los grupos trabajó de forma autónoma (aunque podían requerir la ayuda del profesor) y además disponían como mínimo de dos ordenadores conectados a internet por grupo, para que pudieran hacer uso de los mismos en cualquier momento si lo necesitaban. Todos los problemas se podían resolver sin el uso del ordenador, aunque se trata de una herramienta que, bien utilizada, puede resultar fundamental

para encontrar o ampliar información.

2.4 Rol del profesor

Teniendo en cuenta la siguiente cita del profesor Alsina,

El rol del profesorado ya no es tanto transmitir información como conocer al alumno y darle orientación y soporte, planificando y gestionando los proyectos de aprendizaje personalizado mediante los proyectos y grupos de trabajo pertinentes. (Alsina, 2011, p.7).

la labor del profesor se limitó a de orientar al alumnado en el caso de duda o bloqueo. En ningún caso se mostraba la solución directa a su pregunta. La intervención del profesorado era del tipo verbal en el sentido de Borromeo Ferri y Blum (2011, p.928) y cada vez que el profesor hablaba con un alumno, grababa el diálogo para así poder analizar sus intervenciones.

En el siguiente apartado se presentan los detalles del análisis de cada una de las etapas de la experiencia.

3 Análisis de los resultados de la experiencia

La **resolución experta** de las tres tareas resultó de gran utilidad para obtener información sobre los siguientes aspectos:

- Identificar los aspectos de cada problema que pueden plantear dificultades.
- Estimar el tiempo de resolución de cada uno de los problemas.
- Comprobar que la solución de las tres tareas no es única e identificar las variables de interés en cada una. Esto resulta de gran ayuda a la hora de realizar una propuesta de evaluación ya que permite identificar qué solución es más completa y cuál menos.

Para cada una de las tres tareas, la resolución previa tuvo, además, una importancia particular en el sentido que se detalla a continuación.

Viaje a Port Aventura

A partir de la resolución experta observamos que el tiempo en la cola en cada atracción dependía de la estación del año, ya que el número de visitantes varía.

Visita a Barcelona

Observamos que es necesario fijarse en que, tal y como están hechas las votaciones por parte de los alumnos y los profesores, podría surgir un conflicto a la hora de elegir qué lugares habían de visitar, ya que había un empate en los monumentos más votados.

Viaje a Barcelona

Comprobamos que la resolución de la tarea obliga a hacer un estudio exhaustivo de las posibilidades para escoger alojamiento y transporte, para así ayudar a los alumnos cuando tuvieran dificultades en este aspecto.

Además, la resolución experta permitió, en los tres casos, identificar gran parte de las dificultades que podían encontrar los alumnos en su resolución. Conocer de antemano las posibles dificultades permite prever las intervenciones que pueden surgir durante el proceso de resolución. Asimismo, a partir de la resolución experta, se identificaron los contenidos curriculares que desarrollan durante la resolución de las tareas planteadas. Estos contenidos, según el BOE (2007), corresponden a:

- Estrategia para contar o estimar cantidades más apropiadas a la precisión exigida en el resultado y a la naturaleza de los datos (Segundo curso. Bloque 2. Números, p. 31794).
- Obtención, cuando sea posible, del factor de escala utilizado. Razón entre las superficies de figuras semejantes. Interpretación y obtención de valores en planos, mapas y maquetas (Segundo curso. Bloque 4. Geometría, p. 31794).
- Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y en la mejora de las encontradas. (Tercer curso. Bloque 1. Contenidos comunes, p. 31796).
- Reconocimiento del trabajo en equipo mostrando interés y respeto por estrategias diferentes a las propias. (Tercer curso. Bloque 1. Contenidos comunes, p. 31796).
- Cálculo aproximado y redondeo (Tercer curso. Bloque 2. Números, p. 31797).
- Interpretación de mapas y resolución de problemas asociados (Tercer curso. Bloque 4. Geometría, p. 31797).
- Expresión de la dependencia entre variables (Tercer curso. Bloque 5. Funciones y gráficas, p. 31797).

La resolución experta también resulta fundamental para poder establecer unos **criterios de evaluación** para este tipo de tareas abiertas. En este caso se ha optado evaluar diez aspectos en cada una de las tareas. De esos diez puntos a evaluar, cuatro eran comunes a todas las tareas:

- Ideas propias: los alumnos plantean nuevas ideas al problema a partir de los enunciados y sin salirse de las restricciones.
- Terminar: el grupo es capaz de obtener una respuesta al problema.
- Extra: el grupo ha intentado trabajar otros aspectos de problema implícitos en el enunciado inicial.
- Interpretación de la solución: los alumnos han interpretado los datos que han obtenido en la solución de la tarea, incluso han modificado su resolución en caso necesario.

Los otros seis apartados eran específicos para cada una de las tareas, y se han establecido en base a la resolución experta. El objetivo era delimitar los aspectos que debían considerarse en la resolución para poder hacerla lo más completa posible. A continuación mostramos los aspectos que se consideraron importantes en la tarea de organizar una jornada en Port Aventura:

- Distancias: se han tenido en cuenta las distancias dentro del parque de atracciones (se trabaja con escalas).
- Tiempos colas: se ha estimado correctamente y de forma el tiempo en las colas de las atracciones.
- E/C: se tiene en cuenta el tiempo y el dinero necesario para el espectáculo y la comida.
- Tiempo andar: se calcula el tiempo necesario en dedicar para andar de una atracción a otra (esto está relacionado con tener en cuenta las distancias pero aquí se añade una variable más, la velocidad).
- Elección de sitios: la selección de las atracciones está bien justificada o, incluso, es generalizable (si la solución permite realizar un recorrido a la carta).

- Tiempo parque: se han tenido en cuenta las restricciones de tiempo que establecía el problema y otras ajenas al mismo (horario del parque, duración de atracciones o espectáculos).

Puesto que las tareas de modelización tienen ciertas características que impiden evaluarlas de la manera habitual (tienen una solución abierta, se trabaja por grupos, ...) es fundamental reflexionar sobre la evaluación antes de llevar a cabo una experiencia de este tipo. En esta experiencia se ha observado que, tanto la resolución experta como el análisis exhaustivo del trabajo de los alumnos son claves para diseñar una evaluación adecuada.

Otro de los aspectos que hay que tener en cuenta al implementar este tipo de tareas es el **cambio de actitud del profesor** que debe dirigir a los alumnos, lo justo para que no bloqueen (Gallart, Ferrando, Raffi, en prensa). Para analizar este cambio de paradigma, cada vez que el profesor hablaba con un alumno, se grabó el diálogo para así analizar su intervención y poder identificarla según la clasificación realizada por Leiß y Wiegand (2005) y Leiß (2007). En esta clasificación se distinguen, básicamente los siguientes tipos de intervenciones:

- Intervenciones relacionadas con el contexto,
- Intervenciones metacognitivas,
- Intervenciones afectivas,
- Intervenciones organizativas.

Borromeo Ferri y Blum (2011, p. 929) presentan, para cada nivel de intervención, un objetivo a conseguir, aparece la “no intervención consciente” cuyo objetivo es que, sin una ayuda, los alumnos resuelvan su duda concreta. A continuación mostramos algunas intervenciones que hizo el profesor durante la experiencia y las analizamos a partir de la herramienta que presentan Borromeo Ferri y Blum (2011, p. 929).

Conversación 1:

Alumno: ¿Cómo sé qué bono tengo que coger? (*refiriéndose al bono de transporte para el problema Visita a Barcelona*).

Profesor: ¿Sabes ya las veces que vas a coger el metro?

A: No, por eso no sé cuál coger.

P: ¿Y el itinerario?

A: No. Entonces?;si sé el itinerario puedo saber los viajes de metro y elegir!

P: ¿Y ya sabes los sitios que vas a visitar?

A: No, ¿qué tengo que elegir los más votados?

P: Lo que tú creas con lo que te pone en las instrucciones. (*Lee*)

A: Bueno, ¡los más votados y los más baratos!

En esta conversación se puede observar cómo el alumno, en un principio, partía de una duda general y poco a poco se iban concretando las distintas variables a tener en cuenta para resolverla. Además, es el alumno el que va descubriendo, a través de las preguntas, cómo resolver su duda principal. Esta intervención es de *tipo afectivo* ya que el profesor intenta influir en el estado mental de los estudiantes dando un consejo de manera indirecta.

Conversación 2:

Alumno: Ya he elegido hotel, ¡el más barato! (*Refiriéndose al problema Viaje a Barcelona*).

Profesor: Pero, ¿sabes dónde está?

A: No.

P: Entonces, ¿cómo sabes que es el más barato?

A: Aaaaah, entonces miro dónde está cada uno y el que esté más en el centro y sea el más barato lo elijo.

En esta segunda conversación se puede observar cómo el alumno no estaba considerando todas las variables necesarias para resolver el problema. Una vez que se le pone en duda su primer razonamiento es cuando se observa que hay otras variables importantes a la hora de escoger hotel. En este caso se realizó una *intervención metacognitiva* haciendo que el estudiante haga una revisión crítica y evalúe su solución, sin añadir más información por parte del profesor.

Conversación 3:

Alumno: ¿Cómo sé la hora que abren el parque? (*Hace referencia al problema Viaje a Port Aventura*).

Profesor: ¿No lo pone?

A: No.

P: ¿Y puedes averiguarlo?

A: Sí, mirando el ordenador, ¿puedo?

En este caso al alumno le surge la duda porque la información que necesita no se encuentra disponible en las instrucciones. Sin embargo se le hace ver que puede usar material complementario para poder hacer una mejor resolución a su problema. En esta intervención se presentan dos maneras de actuar por parte del profesor, en un primer momento hay una *no intervención* cuando se pregunta si la duda del alumnado no está en el enunciado, y posteriormente se hace una *intervención afectiva* ya que se da un consejo de manera indirecta al alumno.

Por último, se realizó un análisis de las respuestas de los alumnos, para poder así **clasificar las dificultades** que iban encontrando los estudiantes en la resolución de los problemas. A partir de este análisis se observa que éstas se pueden agrupar en cinco categorías: identificación de variables, validación, simplificación, matematización horizontal y resolución matemática. A continuación detallamos brevemente a qué nos referimos con cada una de ellas:

- **Identificación de variables:** los alumnos no son capaces de identificar variables importantes a la hora de la resolución de la tarea. Estas variables pueden ser importantes para la solución final o para una pequeña parte de esa solución. En ambos casos, al no tener en cuenta alguna variable la resolución es menos completa que si se tienen todas en cuenta.
- **Validación:** una vez que se da la solución al problema, o a una parte del mismo, los alumnos han de validar que el resultado matemático obtenido en términos de la situación real que da lugar al problema. Si no se lleva a cabo esta validación es muy probable que el resultado final sea incoherente o disparatado.
- **Simplificación:** cuando se obvian muchas de las variables implicadas en la tarea el problema se simplifica tanto que su resolución acaba siendo trivial e, incluso, incorrecta. En todos los casos en los que se hay una simplificación excesiva obtenemos una matematización pobre del problema.
- **Matematización horizontal:** aparece cuando los alumnos no son capaces de traducir el problema real en términos de un problema matemático. Esto hace que, al haber cometido un error en la traducción, el resultado obtenido no sea correcto.
- **Resolución matemática:** corresponde a los errores puramente matemáticos.

Por lo tanto, con las distintas categorías que se han encontrado, y con las dificultades que hay en cada problema podemos clasificarlas de la siguiente manera como se indica en la Fig.2

	Identificación de variables	Validación	Simplificación	Mat. Horizontal	Resolución matemática
Viaje Port Aventura	Distancias	Tiempo en las colas	Distancias	x	Suma de horas
		Tiempo sobrante			
Visita Barcelona	Bono transporte 1	Bono transporte 2	x	x	x
	Colas	Tiempo sobrante			
Viaje Barcelona	Horario	Hotel más lejano	x	Cálculo precios 1	x
		Cálculo precios 2		Cálculo precios 2	

Figura 2: Dificultades en cada uno de los problemas.

A continuación se va a mostrar un ejemplo de cada una de las dificultades que se han encontrado los alumnos.

- Identificación de variables: Un grupo, en el problema Visita Barcelona no tiene en cuenta la variable de número de veces que va a subir en autobús durante los dos días, sino que directamente escogen el bono de dos días porque es el tiempo que van a estar en la ciudad, sin importarles el precio, véase Figura 3.

transporte
tarjeta de transport
Barcelona 2 días
AUTOBUS.

Figura 3: Error en la identificación de variables

- Validación: En el problema Visita Barcelona, no valida la solución que considera, con lo que a las 14:30 llegan al hotel, y no se plantean que esa solución puede ser mejorada, ya que es demasiado pronto disponiendo de todo el día para visitar la ciudad, véase Figura 4.

HOTEL
Llegamos a las 13:15h hasta las 14:30h

Figura 4: Error en la validación

- Simplificación: Los alumnos calculan el tiempo que se tarda en recorrer el parque de atracciones a partir de estimaciones erróneas, sin tener en cuenta la escala que se les proporciona, véase Fig. 5.

hemos durado 14, 85 min
Al salir de la atracción vamos a la siguiente que duramos 5 minutos en llegar a la cola. Al salir de ella hemos estado 22 min, nos dirigimos a...

Figura 5: Error en la simplificación del problema real

- Matematización horizontal: Un grupo de alumnos, en el problema Viaje Barcelona, indica que los días que van a dormir en Barcelona son 5, ya que llegan un 21 y se van el 25, pero

no se dan cuenta que la última noche no se duerme en Barcelona, con lo que sería un día menos, véase Fig. 6.

$$4\ 15€ - 15 = 2025€$$

↓
0,15

Figura 6: Error en la matematización horizontal

- Resolución matemática: Los alumnos han sido incapaces de sumar correctamente el tiempo que tardan en subir a las atracciones en el problema Viaje a Port Aventura, aunque el tiempo fuera correcto, no lo suman de manera adecuada, véase Fig. 7.

$$7:50 + 0:4 = 7:60$$

$$7:60 + 0:25 = 8:35$$

Fecha: 8h 28 min

Figura 7: Error en la resolución matemática

4 Conclusiones

El diseño de las tareas de modelización propuestas en esta experiencia se realizó con la intención de que los alumnos trabajaran por grupos tres tareas distintas pero con un marco común, este diseño se complementó con la resolución “experta” de cada una de ellas por parte de profesor en prácticas. Esta resolución experta resultó fundamental para identificar las posibles dificultades a las que se iban a enfrentar los alumnos, prever respuestas a dichas dificultades y para organizar la temporalización de la experiencia.

Una vez que los alumnos realizaron las tareas planteadas se pasó a analizar sus resoluciones identificando sus puntos fuertes y débiles. Este análisis preliminar permitió identificar las resoluciones más completas de las cuales se obtuvo, posteriormente, la “ruta de modelización” correspondiente. Además, dicho análisis resultó clave para identificar las dificultades halladas por los estudiantes. La mayoría de las dificultades de los estudiantes se corresponden con las identificadas previamente a partir de la resolución experta, aunque los alumnos han tenido menos de las que se habían considerado en el estudio previo. El hecho de que algunas dificultades no hayan aparecido se debe a la ausencia de validación en las resoluciones y la excesiva simplificación de la situación real, al simplificar demasiado la tarea, encontraron, aparentemente, menos dificultades.

Posteriormente, las dificultades halladas en las resoluciones de los estudiantes se clasificaron en cinco categorías. De todas ellas, la que más veces se manifestó fue la carencia de validación, ya que solamente uno de los nueve grupos validaba los resultados que iban obteniendo, el resto se conformaba con lo que había obtenido en un primer momento sin importar la validez del resultado en el contexto del enunciado del problema. De esto se deduce que los alumnos se han conformado con obtener un resultado numérico, igual que hacen al resolver problemas verbales. Cabe pensar que, puesto que en esta experiencia los estudiantes no tuvieron que realizar una exposición pública de la resolución sino únicamente escribirla, los alumnos obviaron la fase de interpretación y sobre todo, la de validación de su solución. De cara a futuras experiencias con

tareas de este tipo sería interesante pedir a los grupos que defendieran sus soluciones ante sus compañeros, es de esperar que esas exposiciones les obligaran a percatarse de las carencias de su resolución.

Para poder evaluar las resoluciones que habían realizado los alumnos, fue de gran importancia el haber realizado previamente la resolución experta y el análisis de los estudiantes, ya que de este modo se pudo extraer la información más importante a la hora de realizar cada una de las tareas, y saber así las variables más relevantes para resolución.

Referencias

-  [Albarracín, L. y Gorgorió, N. \(2011\).](#)
Una propuesta de modelización en secundaria: problemas de estimación de magnitudes no alcanzables.
Modelling in Science Education and Learning, 4(5), 71–81.
-  [Alsina, C. \(2011\).](#)
Modelización para formar ciudadanos.
Modelling in Science Education and Learning, 4(1), 5–14.
-  [Blum, W. y Leiß, D. \(2007\).](#)
How do students and teachers deal with modelling problems?
En C. Haines., P. Galbraith, W. Blum y S. Khan (eds).
Mathematical modeling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics: Proceedings from the twelfth International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Application (pp. 222–231).
Chichester: Horwood Publishing.
-  [Borromeo Ferri, R. \(2006\).](#)
Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process.
A Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38 (2), 86–95.
-  [Borromeo Ferri, R. y Blum, W. \(2011\).](#)
Are integrated thinkers better able to intervene adaptively? A case study in a mathematical modeling environment.
En M. Pytlak., T. Rowland y E. Swoboda (eds.). Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 927–936). Rzeszkow, Polonia: CERME, vol. 7.
-  [BOE nº174 \(2007\) ORDEN ECI/2220/2007, de 12 de julio.](#)
Por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Secundaria Obligatoria.
-  [Freudenthal, H. \(1968\).](#)
Why to teach mathematics so as to be useful.
Educational Studies in Mathematics, 1, 3–8.
-  [Freudenthal, H. \(1973\).](#)
Mathematics as an Educational Task.
Dordrecht: Reidel.

-  Sol, M., Giménez, J. y Rosich, N. (2011).
Trayectorias modelizadoras en la ESO.
Modelling in Science Education and Learning, 4(27), 329–343.
-  VVAA (2013b).
PISA 2012 Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos.
Informe Español, Volumen 1: Resultados y contexto.
Descargado en Abril de 2014 de:
[http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/
pisa2012lineavolumeni.pdf?documentId=0901e72b81786310](http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/pisa2012lineavolumeni.pdf?documentId=0901e72b81786310)