

Simulación numérica de inundaciones en Villahermosa México usando el código IBER

Numerical simulation of the floods in Villahermosa Mexico using the IBER code

González-Aguirre, J.C.^{a1}, Vázquez-Cendón, M.E.^b, Alavez-Ramírez, J.^{a2}

^aUniversidad Juárez Autónoma de Tabasco; División Académica de Ciencias Básicas. Ctra. Cunduacán-Jalpa, km 1, Col. La Esmeralda, C.P. 86690, Cunduacán, Tabasco, México.

E-mail: ^{a1}jcarlos.gonzalez@ujat.mx, ^{a2}justino.alavez@ujat.mx

^bUniversidad de Santiago de Compostela, Facultad de Matemáticas, Campus Vida, 15782 Santiago de Compostela, España.

E-mail: ^belena.vazquez.cendon@usc.es

Recibido: 07/04/2016

Aceptado: 06/07/2016

Publicado: 31/10/2016

RESUMEN

Las inundaciones son un problema que afecta a muchas partes del mundo, pero en algunos sitios suceden con mayor frecuencia, por ejemplo en Villahermosa México, lo cual se puede constatar con las inundaciones ocurridas en el 2000, 2007, 2009 y 2010. En el presente trabajo se emplea el código IBER (disponible gratuitamente en <http://www.iberaula.es>) para recrear los escenarios que se presentaron en la planicie tabasqueña en Octubre de 2007 y se comparan los resultados numéricos con los datos obtenidos de la estación hidrometeorológica de Gaviotas reportados por CONAGUA. Los escenarios simulados corresponden a los días 1, 30 y 31 de Octubre. En la simulación del día 1 de Octubre se obtuvo un estado estacionario, el cual se utilizó como condición inicial en las simulaciones de los días 30 y 31 de Octubre, en las cuales se recrean las condiciones del 31 de Octubre en la planicie tabasqueña. Adicionalmente se realiza un análisis de sensibilidad sobre el parámetro de seco mojado y el número de Courant.

Palabras clave | ecuaciones de las aguas someras; método de volúmenes finitos; frentes de seco mojado; inundaciones; IBER.

ABSTRACT

Floods are a problem that may occur in many parts of the world, but in certain places it happens more frequently, for example in Villahermosa, Mexico, which can be confirmed with the floods of 2000, 2007, 2009 and 2010. In this work the IBER code is used (freely available at <http://www.iberaula.es>) to recreate the scenarios occurred in October 2007, and the numerical results are compared with data provided/collected by CONAGUA in the Hydrometeorological station Gaviotas. The scenarios of the 1st October, 30th October and 31st October were simulated. A steady state was obtained in the simulation of the 1st October, this state was used as initial condition for the simulation of the 30th October, in which are reproduced the conditions of the 31st October. In addition, a sensibility analysis was carried out for the wetting drying parameter and the Courant number.

Key words | shallow water equations; finite volume method; wet-dry fronts; floods; IBER.

INTRODUCCIÓN

La planicie tabasqueña es afectada frecuentemente por inundaciones, en primer lugar, debido a que el Río de la Sierra, cuyo cauce atraviesa las inmediaciones de la ciudad de Villahermosa, es una fuente de grandes descargas y no está controlado por algún sistema de presas. Adicionalmente, la cuenca del complejo hidroeléctrico Grijalva, formado por las presas Angostura, Chicoasen, Malpaso y Peñitas, produce importantes descargas debido al desfogue de las mismas (Comisión de Asuntos hidráulicos, 2009). Finalmente, la sedimentación y el crecimiento de los asentamientos urbanos han ocasionado la reducción del cauce de los ríos que atraviesan la ciudad.

Las inundaciones han tenido un enorme impacto económico en el área. En Octubre-Noviembre de 2007 el 80% de la planicie tabasqueña fue cubierta por agua, hasta cuatro metros de profundidad en las zonas más bajas (ver, Ingenieros Consultores, 2007; Comisión de Asuntos hidráulicos, 2009). En 2008 las afectaciones se dieron principalmente en la región de los Ríos y a los alrededores de la ciudad de Villahermosa, afectando un 30% del territorio tabasqueño, dando pérdidas por 319.8 millones de Euros aproximadamente (Zapata, 2008). En 2009 se vieron afectados los municipios de Cárdenas y Huimanguillo por las lluvias ocasionadas por el frente frío número nueve (Zapata, 2008). En 2010 los desbordes de los ríos afectaron aproximadamente 85000 personas en 306 comunidades pertenecientes a 14 municipios. En 2011 el número de personas afectadas por las inundaciones fue alrededor de 300000.

Por estas razones, se lleva a cabo un estudio en la zona que se muestra en la Figura 1 con la finalidad de medir la extensión de las inundaciones causadas por el desborde simultáneo de los ríos Carrizal y Grijalva en la ciudad de Villahermosa. La superficie total de la zona de estudio es 254455 200 m² aproximadamente. El objetivo del presente trabajo es obtener una visión que permita entender el problema de inundaciones frecuentes que sufre la ciudad de Villahermosa, usando un esquema de volúmenes finitos implementado en el código IBER, del mismo modo, validar el modelo confrontando los datos observados con diversos escenarios numéricos.

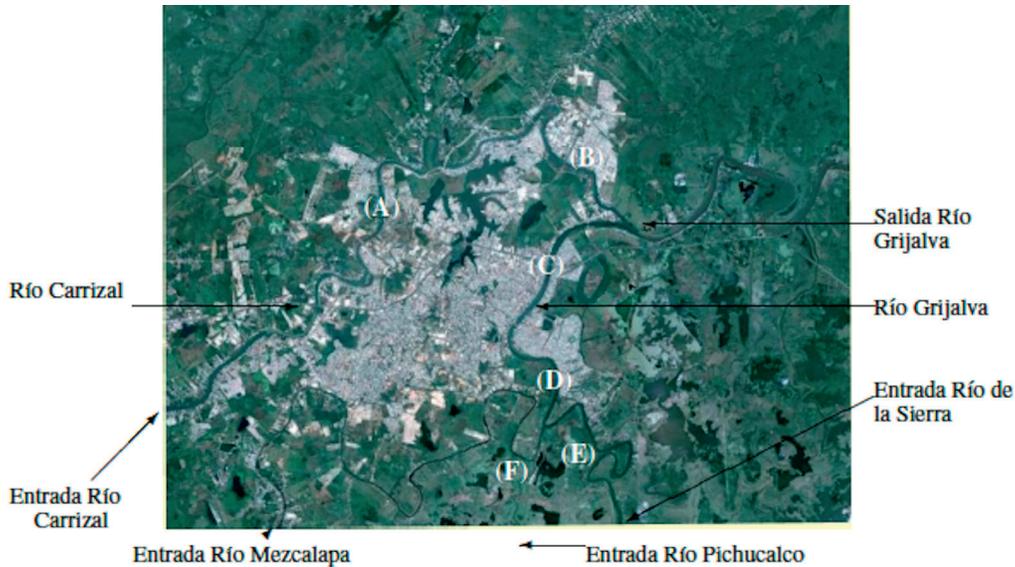


Figura 1 | Zonas de interés: (A) Bosques de Saloya (B) Ciudad Industrial (C) Muelle (D) Gaviotas (E) Punto de medida entre los ríos Pichucalco y de la Sierra (F) Punto de medida entre los ríos Mezcalapa y Pichucalco.

MODELO MATEMÁTICO

Las inundaciones pueden ser modeladas usando las ecuaciones de las aguas someras. Este modelo es un sistema hiperbólico de ecuaciones diferenciales parciales, cuya forma conservativa es

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial y} = \mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2, \quad (1)$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} h \\ hu_1 \\ hu_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} hu_1 \\ hu_1^2 + \frac{gh^2}{2} \\ hu_1u_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_2 = \begin{pmatrix} hu_2 \\ hu_1u_2 \\ hu_2^2 + \frac{gh^2}{2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -gh \frac{\partial z_b}{\partial x} \\ -gh \frac{\partial z_b}{\partial y} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\tau_{b,x}}{\rho} \\ -\frac{\tau_{b,y}}{\rho} \end{pmatrix},$$

donde h es la profundidad del agua, u_1 y u_2 son las velocidades en las direcciones x e y respectivamente, g la aceleración de la gravedad, \mathbf{W} es el vector de las variables conservativas, \mathbf{F}_1 y \mathbf{F}_2 son los vectores del flujo en las direcciones x e y respectivamente, \mathbf{G}_1 es el término fuente que toma en cuenta la pendiente del fondo y \mathbf{G}_2 el que contiene la pendiente de fricción.

MODELO NUMÉRICO

El código IBER implementa volúmenes finitos tipo celda. En este tipo de volúmenes finitos las celdas son definidas como los triángulos de la malla original y los valores de las diferentes variables son almacenados en el centro de la celda (Godlewski y Raviart, 1996). Este tipo de volumen finito o celda C_i se muestra en la Figura 2. El baricentro de cada celda C_i es el nodo N_i , L_{ij} es la frontera común a las celdas C_i y C_j , \mathbf{r}_{ij} es el vector que va del nodo N_i al nodo N_j y \mathbf{n}_{ij} es el vector normal unitario a la frontera L_{ij} .

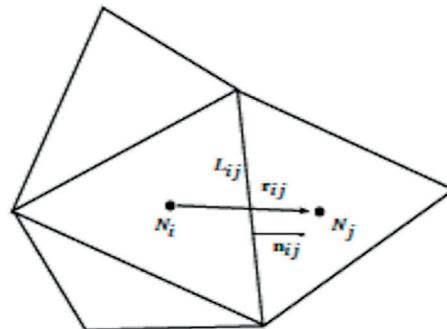


Figura 2 | Representación y notaciones relativas al volumen finito C_i .

La discretización explícita de primer orden en tiempo de la Ecuación (1) es

$$\frac{\mathbf{W}^{n+1} - \mathbf{W}^n}{\Delta t} + \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial x}(\mathbf{W}^n) + \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial y}(\mathbf{W}^n) = \sum_{k=1}^2 \mathbf{G}_k^n, \quad (2)$$

donde \mathbf{W}^n es el vector de las variables conservativas al tiempo t^n . El flujo convectivo y el término fuente son evaluados al tiempo t^n . Supondremos que \mathbf{W}_i^n denota la aproximación del valor medio de la solución en la celda C_i al tiempo t^n , entonces \mathbf{W}_i^n es constante en cada volumen finito. Integrando la Ecuación (2) sobre cada celda C_i y aplicando el teorema de Gauss a la integral del flujo convectivo se obtiene el siguiente esquema para calcular \mathbf{W}_i^{n+1}

$$\mathbf{W}_i^{n+1} = \mathbf{W}_i^n + \frac{\Delta t}{A_i} \left[\sum_{k=1}^2 \int_{C_i} \mathbf{G}_k^n dA - \int_{L_i} (\mathbf{F}_1(\mathbf{W}^n) \mathbf{n}_x + \mathbf{F}_2(\mathbf{W}^n) \mathbf{n}_y) dL \right], \quad (3)$$

donde A_i es el área de la celda C_i y es $L_i = \cup_{j=1}^3 L_{ij}$ la frontera de dicha celda. La integral del flujo normal en la Ecuación (3) es calculada mediante la suma de cada integral evaluada sobre cada frontera común L_{ij} entre las celdas C_i y C_j , es decir

$$\int_{L_i} (\mathbf{F}_1(\mathbf{W}^n) \tilde{n}_x + \mathbf{F}_2(\mathbf{W}^n) \tilde{n}_y) dL = \sum_{j=1}^3 \int_{L_{ij}} (\mathbf{F}_1(\mathbf{W}^n) \tilde{n}_{ijx} + \mathbf{F}_2(\mathbf{W}^n) \tilde{n}_{ijy}) dL.$$

En términos de la condición CFL, el paso de tiempo se implementa como (Cea, 2005)

$$\Delta t = \min_i \left\{ CFL \frac{A_i}{P_i (|\mathbf{u}_i| + \sqrt{gh_i})} \right\},$$

donde P_i el perímetro de cada celda C_i y $|\mathbf{u}_i|$ es el módulo del vector velocidad en el nodo N_i .

Discretización del flujo convectivo

Como es bien conocido, para aproximar la integral del flujo normal $\mathbf{Z}(\mathbf{W}^n, \tilde{\mathbf{n}}_{ij}) = \mathbf{F}_1(\mathbf{W}^n) \tilde{n}_{ijx} + \mathbf{F}_2(\mathbf{W}^n) \tilde{n}_{ijy}$, en la frontera común L_{ij} de las celdas C_i y C_j , se define una función flujo numérico Φ como:

$$\int_{L_{ij}} (\mathbf{F}_1(\mathbf{W}^n) \tilde{n}_{ijx} + \mathbf{F}_2(\mathbf{W}^n) \tilde{n}_{ijy}) dL \approx \Phi(\mathbf{W}_i^n, \mathbf{W}_j^n, \mathbf{n}_{ij}), \quad \mathbf{n}_{ij} = |L_{ij}| \tilde{\mathbf{n}}_{ij}.$$

La expresión de Φ depende del esquema conservativo considerado. En este trabajo se considera el Q-esquema de van Leer, en el cual el flujo numérico está definido por

$$\Phi(\mathbf{W}_i^n, \mathbf{W}_j^n, \mathbf{n}_{ij}) = \frac{\mathbf{Z}(\mathbf{W}_i^n, \mathbf{n}_{ij}) + \mathbf{Z}(\mathbf{W}_j^n, \mathbf{n}_{ij})}{2} - \frac{1}{2} \left| \mathbf{A} \left(\frac{\mathbf{W}_i^n + \mathbf{W}_j^n}{2}, \mathbf{n}_{ij} \right) \right| (\mathbf{W}_j^n - \mathbf{W}_i^n).$$

El segundo término en esta expresión, la viscosidad numérica, da estabilidad al esquema numérico. La matriz \mathbf{A} , siguiendo Harten *et al.*, 1983, es la matriz Jacobiana de \mathbf{Z} evaluada en la en la media aritmética de los dos estados. La matriz $|\mathbf{A}|$ se calcula como

$$|\mathbf{A}| = \mathbf{X} |\mathbf{D}| \mathbf{X}^{-1},$$

donde \mathbf{X} y \mathbf{D} son, la matriz de vectores propios de \mathbf{A} y la matriz diagonal de los correspondientes valores propios, respectivamente. Para implementar el cálculo del flujo numérico en IBER, la diferencia de estados $\mathbf{W}_j^n - \mathbf{W}_i^n$ se descompone considerando la base de los vectores propios $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ del flujo normal \mathbf{Z} :

$$\mathbf{W}_j^n - \mathbf{W}_i^n = \sum_{m=1}^3 \alpha_m \mathbf{e}_m.$$

El flujo numérico toma la forma

$$\Phi(\mathbf{W}_i^n, \mathbf{W}_j^n, \mathbf{n}_{ij}) = \frac{1}{2} (\mathbf{Z}(\mathbf{W}_i^n, \mathbf{n}_{ij}) + \mathbf{Z}(\mathbf{W}_j^n, \mathbf{n}_{ij})) - \frac{1}{2} \sum_{m=1}^3 |\lambda_m^n| \alpha_m^n \mathbf{e}_m^n,$$

donde $\lambda_m^n, m=1,2,3$ son los valores propios de la matriz Jacobiana del flujo evaluados en la media aritmética, y están dados por

$$\lambda_1^n = \mathbf{u}_{ij}^n \cdot \mathbf{n}_{ij}^n, \quad \lambda_2^n = \lambda_1^n + c_{ij}^n |\mathbf{n}_{ij}^n|, \quad \lambda_3^n = \lambda_1^n - c_{ij}^n |\mathbf{n}_{ij}^n|,$$

y los vectores propios correspondientes, $\mathbf{e}_m^n, m=1,2,3$ toman la forma

$$\mathbf{e}_1^n = \begin{pmatrix} 0 \\ -n_y \\ n_x \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_2^n = \begin{pmatrix} 1 \\ u_{1ij}^n + c_{ij}^n n_x \\ u_{2ij}^n + c_{ij}^n n_y \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_3^n = \begin{pmatrix} 1 \\ u_{1ij}^n - c_{ij}^n n_x \\ u_{2ij}^n - c_{ij}^n n_y \end{pmatrix},$$

donde $\mathbf{u}_{ij}^n = \frac{1}{2} (\mathbf{u}_i^n + \mathbf{u}_j^n)$, $c_{ij}^n = \sqrt{g \left(\frac{h_i^n + h_j^n}{2} \right)}$, y los coeficientes α_m^n son detallados en (Cea, 2005).

Extensión numérica del flujo numérico de segundo orden en espacio

Es posible incrementar el orden de precisión numérica del módulo hidrodinámico de IBER por medio de una extensión de segundo orden del flujo numérico con un limitador que proporciona un esquema de variación total decreciente. El esquema tipo Kolgan implementado solo considera la reconstrucción de las variables conservativas en la viscosidad numérica, la media aritmética del flujo es calculada con los valores W_i^n y W_j^n como en (Vázquez-Cendón y Cea, 2012). Este procedimiento permite alcanzar el segundo orden y además la propiedad C se preserva exactamente (Cea y Vázquez-Cendón, 2010). El flujo numérico toma la forma:

$$\Phi(W_i^n, W_j^n, \mathbf{n}_{ij}) = \frac{1}{2}(\mathbf{Z}(W_i^n, \mathbf{n}_{ij}) + \mathbf{Z}(W_j^n, \mathbf{n}_{ij})) - \frac{1}{2} \sum_{m=1}^3 |\lambda_m^n| \alpha_m^n (1 - \Psi(r_m^n)(1 - |v_m^n|)) \mathbf{e}_m^n, \quad (4)$$

donde $v_m^n = \frac{\lambda_m^n \Delta t}{d_{ij}}$, y d_{ij} es la distancia entre los nodos N_i y N_j . El limitador del flujo Ψ depende del parámetro r_m^n , el cual indica el salto que sufren las variables entre la arista del triángulo descentrado (*upwind*) y la arista de cálculo

$$r_m^n = \frac{(\alpha_m^n |\lambda_m^n| (1 - |v_m^n|))_{upwind}}{(\alpha_m^n |\lambda_m^n| (1 - |v_m^n|))_{ij}}. \quad (5)$$

El limitador del flujo Ψ que se considera es el limitador de van Leer

$$\Psi(r) = \frac{r + |r|}{1 + |r|} = \begin{cases} 0 & \text{si } r \leq 0, \\ \frac{2r}{1 + r} & \text{si } r > 0. \end{cases}$$

Otra manera de obtener el segundo orden y la propiedad C puede ser encontrada, por ejemplo, en (Hubbard y Garcia-Navarro, 2000).

Discretización del término fuente que toma en cuenta la pendiente del fondo

La discretización del término fuente que contiene la pendiente del fondo depende de los valores de las variables en cada lado de la celda. Este término fuente se puede expresar como:

$$\mathbf{S}_i^n = \int_{C_i} \mathbf{S}(x, t^n) dA = \sum_{j=1}^3 \mathbf{S}_{ij}^n,$$

donde \mathbf{S}_{ij}^n es una discretización descentrada del término fuente al tiempo t^n , la cual depende de las variables W_i^n y W_j^n y del vector normal unitario $\tilde{\mathbf{n}}_{ij}$ asociado a la frontera L_{ij} . Esta discretización está dada como:

$$\mathbf{S}_{ij}^n = -g \frac{|\mathbf{n}_{ij}|}{2} \frac{(h_i^n + h_j^n)}{2} \Delta z_{b,ij} (\mathbf{I} - \mathbf{X}|\mathbf{D}|\mathbf{D}^{-1}\mathbf{X}^{-1}) \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{n}}_{x,ij} \\ \tilde{\mathbf{n}}_{y,ij} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

donde $\Delta z_{b,ij} = z_{b,j} - z_{b,i}$, ver (Bermúdez *et al.*, 1998) para más detalles. Esta formulación es equivalente a descomponer \mathbf{S}_{ij}^n en la base de los vectores propios:

$$\mathbf{S}_{ij}^n = \sum_{m=1}^3 \beta_m^n \mathbf{e}_m^n, \quad \beta_1^n = -\frac{1}{2} c_{ij}^n \Delta z_{b,ij} |\mathbf{n}_{ij}|, \quad \beta_2^n = 0; \quad \beta_3^n = \frac{1}{2} c_{ij}^n \Delta z_{b,ij} |\mathbf{n}_{ij}|.$$

Como se ha mencionado anteriormente, es posible extender estas ideas para obtener el orden dos (Cea, 2005; Cea y Vázquez-Cendón, 2010).

FRENTE DE SECO MOJADO

En las simulaciones de flujos, como por ejemplo, el avance de agua en lecho seco o avance de inundaciones o roturas de presas aparecen frentes de seco mojado (Caleffi *et al.*, 2003; Nguyen *et al.*, 2006; Ortiz, 2014). Debido a que en el presente trabajo la principal motivación es simular inundaciones, dichos frentes juegan un papel importante y aparecen cuando una celda pasa de estar seca a estar mojada, o viceversa, cuando una celda mojada pasa a estar seca. En esta situación la frontera del dominio se debe mover adecuadamente, para incluir todas las celdas que están en el frente de seco mojado. Un tratamiento adecuado del movimiento de estas fronteras es necesario para obtener resultados precisos y que conserven la masa (Brufau *et al.*, 2000; Castro *et al.*, 2005; Cea *et al.*, 2007).

Supongamos que la celda C_i está mojada y que la celda C_j está seca. En este caso se imponen una o dos condiciones en el frente de seco mojado. La primera es una redefinición de la pendiente del fondo en la cual la variación $\Delta z_{b,ij}$ se redefine como

$$\Delta z_{b,ij} := \begin{cases} h_i - h_j & \text{si } h_j < \varepsilon_{sm} \text{ y } h_i - h_j < z_{b,j} - z_{b,i}, \\ z_{b,j} - z_{b,i} & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

donde el parámetro ε_{sm} permite determinar cuándo una celda se considera seca o cuando se considera mojada. La segunda es una condición de reflexión. En un caso general, si la velocidad de la celda mojada es diferente de cero, la condición de reflexión fija la media de la descarga normal unitaria en el frente de seco mojado igual a cero cuando se calcula el flujo numérico. La Figura 3 muestra algunas situaciones en las cuales la redefinición de la pendiente del fondo es necesaria y la condición de reflexión es impuesta y cuando no es necesario redefinir la pendiente del fondo ni imponer la condición de reflexión.

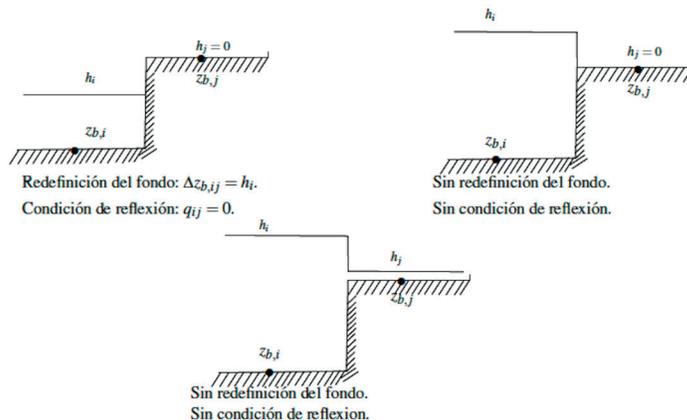


Figura 3 | Configuraciones frentes de seco mojado, indicando en los que se introduce redefinición del fondo y condición de reflexión.

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE INUNDACIONES EN LA CIUDAD DE VILLAHERMOSA

Para llevar a cabo una simulación con IBER, se debe definir el escenario a simular (Bladé *et al.*, 2014). El elemento principal de este escenario es la malla de cálculo, sobre la cual se define la topografía de la zona. La malla se calcula a partir de la geometría de la zona de interés. Para construir la geometría se utilizó la imagen que se muestra en la Figura 1. La batimetría de la zona fue proporcionada por el *Instituto Nacional de Estadística y Geografía* (INEGI, 2012). La geometría y la malla se pueden ver en la Figura 4 y un acercamiento de la malla en una zona cercana al Río Grijalva se ve en la Figura 5.

La forma de generar la malla y la batimetría se detallan en (González-Aguirre, 2012; Alavez-Ramírez *et al.*, 2013). Información empírica sugiere que la zona interna del dominio no es afectada por las inundaciones, la cual se aprecia sin mallar en la parte derecha de la Figura 4, es por ello que esta área no se incluye en el dominio de la simulación. Para recrear de manera más precisa los desbordes de los ríos la malla se construye de manera más fina en las márgenes de éstos.

Los datos con los que se contrastan los resultados obtenidos fueron proporcionados por CONAGUA. Cabe hacer mención que solo se cuenta con un solo dato diario tanto para la superficie del agua como para el caudal.

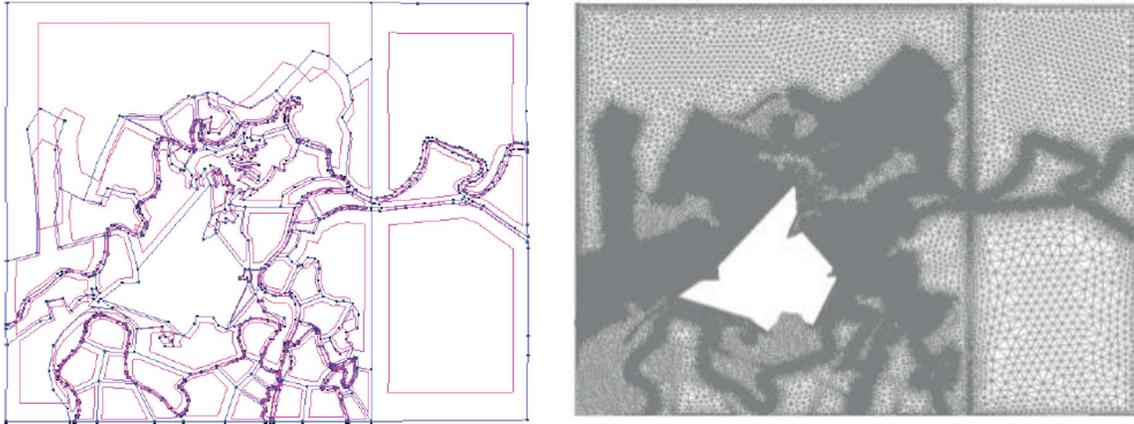


Figura 4 | Geometría de la zona de interés (izquierda) y malla de cálculo formada por 756372 volúmenes finitos (derecha).

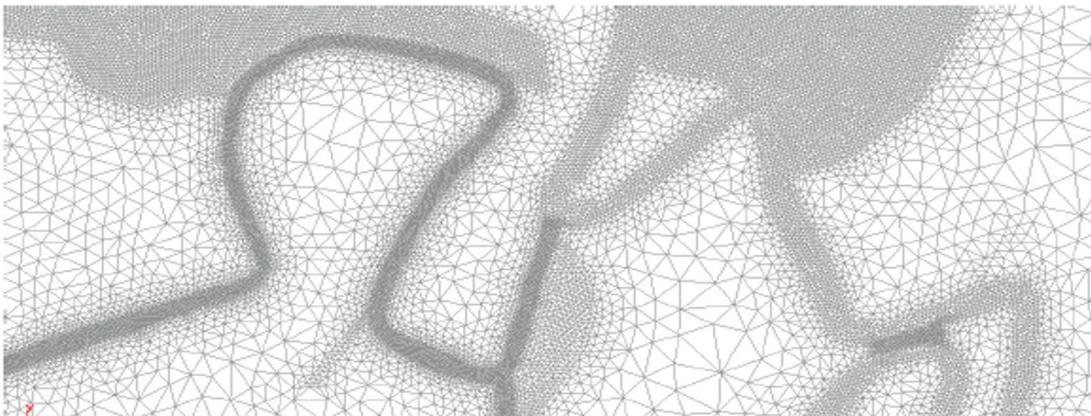


Figura 5 | Acercamiento de la malla de cálculo en la confluencia de los ríos Mezcalapa, Pichualco y de la Sierra.

Escenarios simulados: Antes de la inundación, 1 de Octubre y durante la inundación, 30 y 31 de Octubre de 2007

Condiciones de entrada

En la Figura 1 se muestran las ubicaciones donde se han impuesto las condiciones de frontera y la localización de los sitios donde se han tomado las mediciones que se reportan de acuerdo a las diferentes simulaciones. Los hidrogramas impuestos en los ríos aguas arriba como condición de entrada para el escenario del 1 de Octubre se muestran en la Tabla 1, y en la Tabla 2 para el escenario del 30 y 31 de Octubre. La información utilizada como condición de entrada en los ríos de la Sierra y Carrizal fue proporcionada por la *Comisión Nacional del Agua* (CONAGUA, 2007a), mientras que los datos empleados como condición de entrada en los ríos Pichualco y Mezcalapa son los que se detallan en (González-Aguirre, 2012; Alavez-Ramírez *et al.*, 2013).

Tabla 1 | Escenario del 1 de Octubre. Hidrogramas impuestos en la condición de entrada aguas arriba, proporcionados por la *Comisión Nacional del Agua* (CONAGUA, 2007a).

Río Mezcalapa	t (s)	0	1800	172800
	Caudal (m^3/s)	0	20	20
Río Pichucalco	t (s)	0	3600	172800
	Caudal (m^3/s)	0	30	30
Río de la Sierra	t (s)	0	36000	172800
	Caudal (m^3/s)	0	266	266
Río Carrizal	t (s)	0	36000	172800
	Caudal (m^3/s)	0	211	211

Tabla 2 | Escenario del 30 y 31 de Octubre. Hidrogramas impuestos en la condición de entrada aguas arriba, tal como se reportan en (Alavez-Ramírez *et al.*, 2013).

Río Mezcalapa	t (s)	172800	216000	259000	302400	345600
	Caudal (m^3/s)	20	266.5	266.5	515.5	515.5
Río Pichucalco	t (s)	172800	216000	259000	302400	345600
	Caudal (m^3/s)	20	266.5	266.5	515.5	515.5
Río de la Sierra	t (s)	172800	216000	259000	302400	345600
	Caudal (m^3/s)	20266	1054	1054	1070	1070
Río Carrizal	t (s)	172800	216000	259000	302400	345600
	Caudal (m^3/s)	211	861	861	1466	1466

Condiciones de salida

Para el escenario del 1 de Octubre se impone una condición de salida de flujo supercrítico aguas abajo en el Río Grijalva. Este tipo de condición calcula el flujo aguas abajo de acuerdo con el flujo aguas arriba (Bladé *et al.*, 2014).

En la Tabla 3 se muestran los valores utilizados como condición de salida para el flujo aguas abajo en el Río Grijalva, para el escenario del 30 y 31 de Octubre. El valor -4.47 m corresponde al resultado obtenido en la simulación del escenario del 1 de Octubre en la zona donde se impone la condición de salida. El valor 7 m es el valor máximo para la superficie del agua en donde se localiza la condición de salida.

Tabla 3 | Escenario del 30 y 31 de Octubre. Condición de salida impuesta en el Río Grijalva aguas abajo.

Tiempo (s)	172800	216000	259000	345600
Superficie del agua, $h+z_b$ (m)	-4.47	5	7	7

Condiciones iniciales, parámetros y opciones del esquema numérico

Se considera un parámetro de rugosidad constante igual a 0.025 en todo el dominio de simulación ya que por los trabajos realizado previamente este valor es el más viable y produce los mejores resultados (ver, Comisión de Asuntos Hidráulicos, 2009; Alavez-Ramírez *et al.*, 2013). La simulación correspondiente al escenario del 1 de Octubre se inicia con un dominio seco, para analizar como el agua se encauza sobre el lecho del río y lograr alcanzar el estado estacionario. El tiempo total de cálculo para este escenario fue de 48 horas, y son almacenados los resultados de cada hora de cálculo. En la simulación correspondiente al escenario

del 30 y 31 de Octubre se utiliza como condición inicial el último resultado de la simulación donde se alcanza el estado estacionario (escenario del 1 de Octubre), se simulan 48 horas y se almacenan los resultados de cada dos horas de cálculo.

Se selecciona el esquema numérico de primer orden, para los resultados que se muestran en las Figuras 6 a la Figura 11, con una elección del parámetro CFL igual a 0.8 y un parámetro de seco mojado $\varepsilon_{sm}=1$ cm. En la Figura 14 se analizan los resultados obtenidos utilizando esquema de orden dos en espacio conforme se varían tanto el parámetro de seco mojado con el valor del CFL.

Resultados numéricos

Los resultados numéricos del escenario del 1 de Octubre representan las condiciones de un estado usual de los ríos en la planicie tabasqueña. Esta fecha fue seleccionada porque durante este mes ocurrieron los eventos extraordinarios que ocasionaron las inundaciones de 2007. Estos eventos serán recreados en el escenario del 30 y del 31 de Octubre.

En la estación Gaviotas (señalada con D en la Figura 1) se reportaba un nivel de agua de 3.18 metros sobre el nivel del mar y un gasto de 316 (CONAGUA, 2007a). Los resultados de la simulación arrojan un nivel de agua de 3.1814 metros sobre el nivel del mar y un gasto de 315.5. Lo que pone de manifiesto que los resultados se ajustan con gran precisión a los datos disponibles en la estación de Gaviotas. En la parte izquierda de la Figura 6 se puede ver como el agua se encauce de manera precisa y en la parte derecha de la Figura 6 se puede apreciar una vista global después de 48 horas, la cual corresponde a un estado usual de los ríos en la planicie tabasqueña. Además, en esta simulación se alcanza el estado estacionario lo cual se puede ver en la parte derecha de la Figura 7, mientras que en la parte izquierda se aprecia el nivel del agua en una sección transversal del Río Grijalva a la altura de la estación Gaviotas.

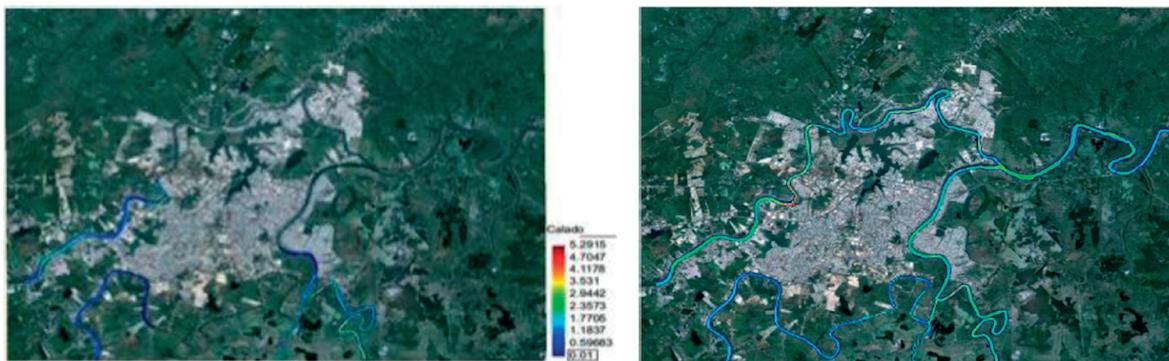


Figura 6 | Escenario del 1 de Octubre. Vista global a las 5 horas (izquierda) y a las 48 horas (derecha).

A continuación se presentan los resultados correspondientes a las simulaciones de las inundaciones ocurridas en Villahermosa los días 30 y 31 de Octubre.

En la parte izquierda de la Figura 8 se pueden ver los primeros desbordes, dándose el más importante alrededor de los ríos Mezcalapa, Pichucalco y de la Sierra. Se aprecian desbordes de menor magnitud en la margen izquierda del Río Carrizal a la altura de Bosques de Saloya y en el Río Grijalva cerca de donde se impuso la condición de salida. La parte derecha de la Figura 9 muestra que el desborde del Río Grijalva después de su unión con el Río Carrizal ha afectado significativamente la zona de Ciudad Industrial, esta imagen corresponde a los resultados del 30 de Octubre. En la parte izquierda de la Figura 9 se puede apreciar que los desbordes han afectado gran parte del dominio de simulación y comienzan a verse inundaciones en el centro de la ciudad. En la parte derecha de la Figura 9 se pueden apreciar desbordes en ambos ríos afectando seriamente a la población, se ve que ha aumentado el avance de la inundación en el centro de la ciudad. Esta imagen corresponde a los resultados del 31 de Octubre.

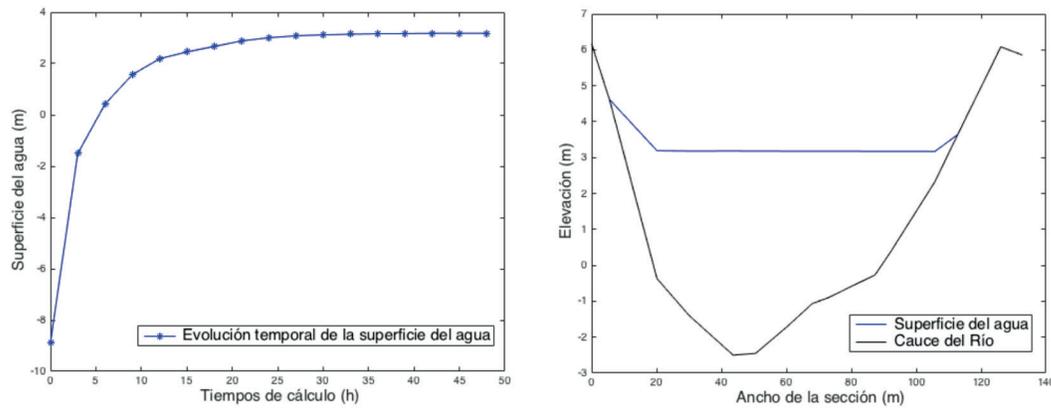


Figura 7 | Escenario del 1 de Octubre. Sección transversal del Río Grijalva (derecha). Evolución temporal de la superficie del agua (izquierda) a la altura de la estación Gaviotas.

En la Figura 10 se presenta un mapa de riesgo hecho por IBER, en éste se puede ver que la margen derecha del Río Grijalva, la margen izquierda del Río Carrizal, las inmediaciones próximas a los ríos Pichucalco, Mezcalapa y de la Sierra así como el centro de la ciudad son las zonas con más alto riesgo. La Figura 11 muestra la evolución del nivel del agua en la sección transversal correspondiente a la estación Gaviotas.

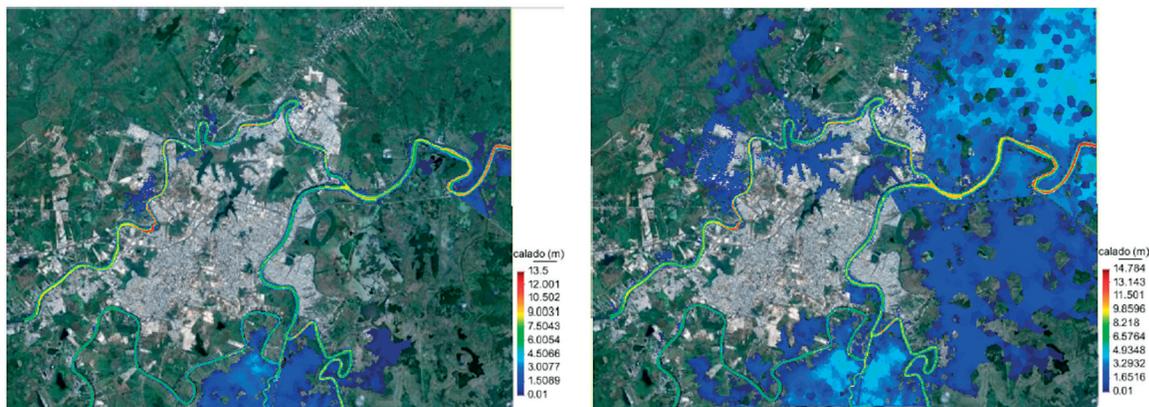


Figura 8 | Escenario del 30 y 31 de Octubre. Vista global después de 12 horas de iniciada la simulación (izquierda) y después de 24 horas (derecha).

En esta simulación no se alcanza el mismo nivel de precisión que en la simulación previa, más aún los resultados son muy significativos. El valor de la superficie del agua, $h+z_b$, proporcionado por CONAGUA en la estación Gaviota para el día 30 de Octubre fue de 6.77 metros sobre el nivel del mar (CONAGUA, 2007b) y la simulación da como resultado 7.02 metros sobre el nivel del mar, es decir, la aproximación tiene un error del 3.69%. La información para el día 31 de Octubre era de 7.15 metros sobre el nivel del mar (CONAGUA, 2007b) y los resultados de la simulación dan 8.43 metros sobre el nivel del mar, lo que dice que el error cometido es del 17.9%. Por otra parte, en el centro de Villahermosa, la Comisión de Asuntos Hidráulicos., 2009, reporta una inundación de 4 m y la simulación arroja como resultado 4.52 m, tal que el error de este cálculo es del 13%.

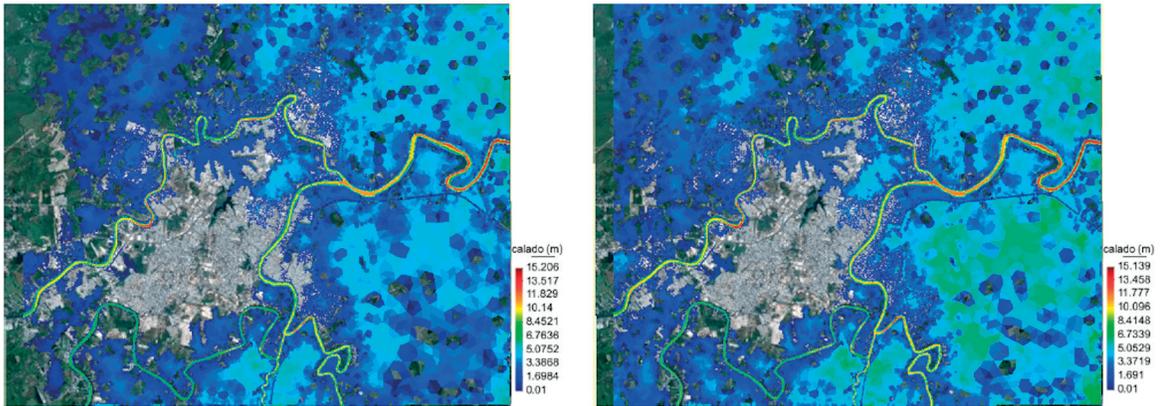


Figura 9 | Escenario del 30 y 31 de Octubre. Vista global después de 36 horas de iniciada la simulación (izquierda) y después de 48 horas (derecha).

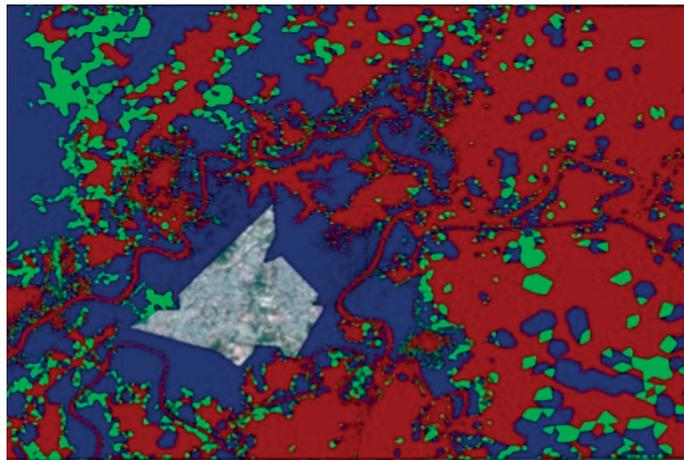


Figura 10 | Escenario del 30 y 31 de Octubre. Mapa de riesgo elaborado con IBER. Color azul significa sin riesgo, color verde significa con riesgo moderado y color marrón significa alto riesgo.

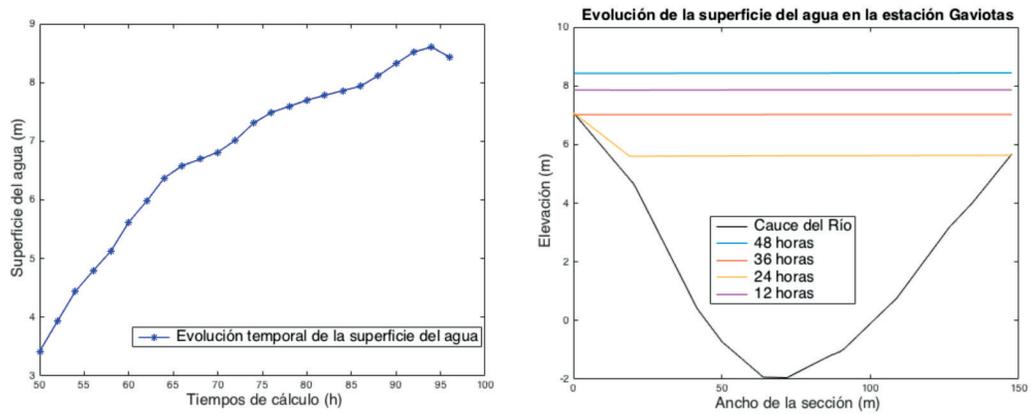


Figura 11 | Escenario del 30 y 31 de Octubre. Evolución de la superficie del agua (izquierda) y vista de una sección transversal de Río Grijalva a la altura de la estación Gaviotas (derecha).

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Experimentos numéricos adicionales se realizaron en esta sección variando solamente el parámetro de seco mojado ϵ_{sm} y el número de Courant, CFL. El resto de la información para cada simulación es la misma que la que se utilizó en el escenario del 1 de Octubre y el escenario del 30 y 31 de Octubre. Estas simulaciones al igual que las descritas anteriormente se ejecutaron en un equipo con dos procesadores Intel® Xeon® CPU E5-2667 0 @ 2.90GHz, sistema operativo de 64 bits y memoria RAM de 32.0 GB.

Escenario del 1 de Octubre

La Figura 12 muestra que los tiempos totales de cómputo son muy similares para todas las simulaciones. Este tiempo computacional incluye la escritura de los archivos de salida, los cuales consumen tiempo significativo, si solo se escribe el resultado del último paso de tiempo calculado, el tiempo total de cómputo es de alrededor de 10 horas con 29 minutos.

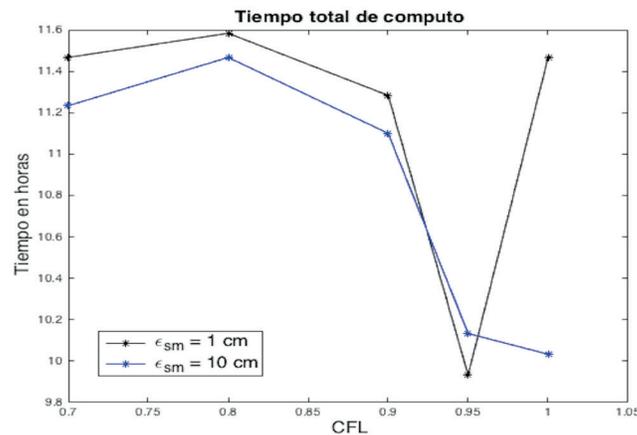


Figura 12 | Tiempos de cómputo obtenidos al variar el parámetro de seco mojado y el CFL utilizando un esquema numérico de primer orden.

En la parte superior de la Figura 13 se muestran los porcentajes de error de los resultados obtenidos del cálculo de la superficie del agua $h+z_b$ y en la parte inferior se muestran los porcentajes de error de los resultados obtenidos para el cálculo del caudal, dichos resultados se obtuvieron utilizando un esquema de primer orden. Se puede ver que el variar el parámetro de seco mojado de 1 cm a 10 cm produce un incremento en el error relativo para cada valor del parámetro CFL, este error oscila de 0.04% a 1%. Se puede ver que el error relativo para el cálculo de los caudales es más grande comparado con el error relativo del cálculo de la superficie del agua, pero aún son pequeños ya que este error oscila entre 0.23% y 3.2%, mostrando que las aproximaciones obtenidas con el presente método son muy precisas. La mejor aproximación obtenida se corresponde con un parámetro de seco mojado $\epsilon_{sm} = 1$ cm y un valor para el CFL igual a 0.7.

La Figura 14 muestra el error relativo de los resultados obtenidos usando el esquema numérico de segundo orden con los mismos parámetros que antes se han utilizado. La precisión en los resultados no ha mejorado significativamente, el error relativo se mantiene en los mismos ordenes, ya que para la superficie del agua el error oscila entre 1% y 2.2%. Es interesante notar que los mejores resultados se obtienen con un parámetro de seco mojado de 10 cm para casi todos los valores de CFL empleados, excepto para un CFL=1. Para el cálculo del caudal el porcentaje de error se mueve entre 0.2% y 2.8%, nuevamente los mejores resultados se obtienen utilizando un parámetro de seco mojado de 10 cm.

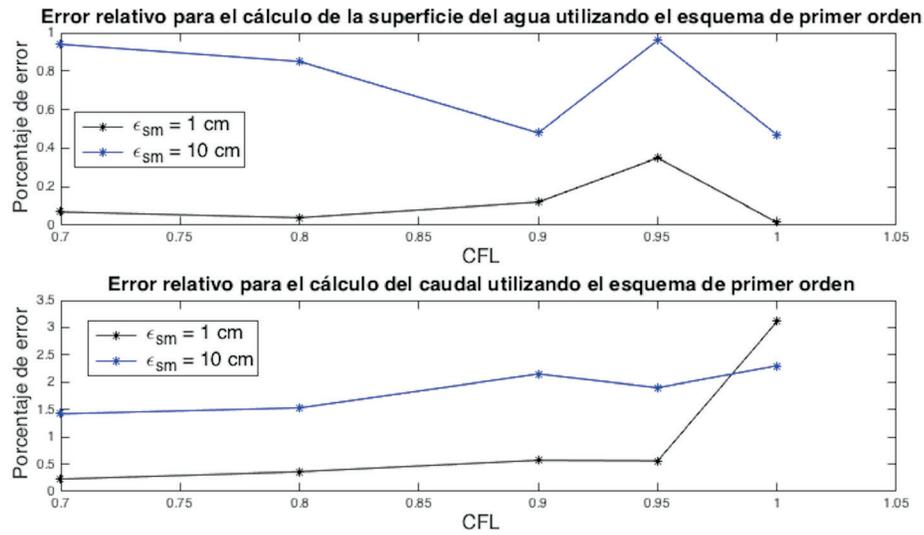


Figura 13 | Porcentaje de error para el cálculo de la superficie del agua y para el caudal empleando el esquema de primer orden.

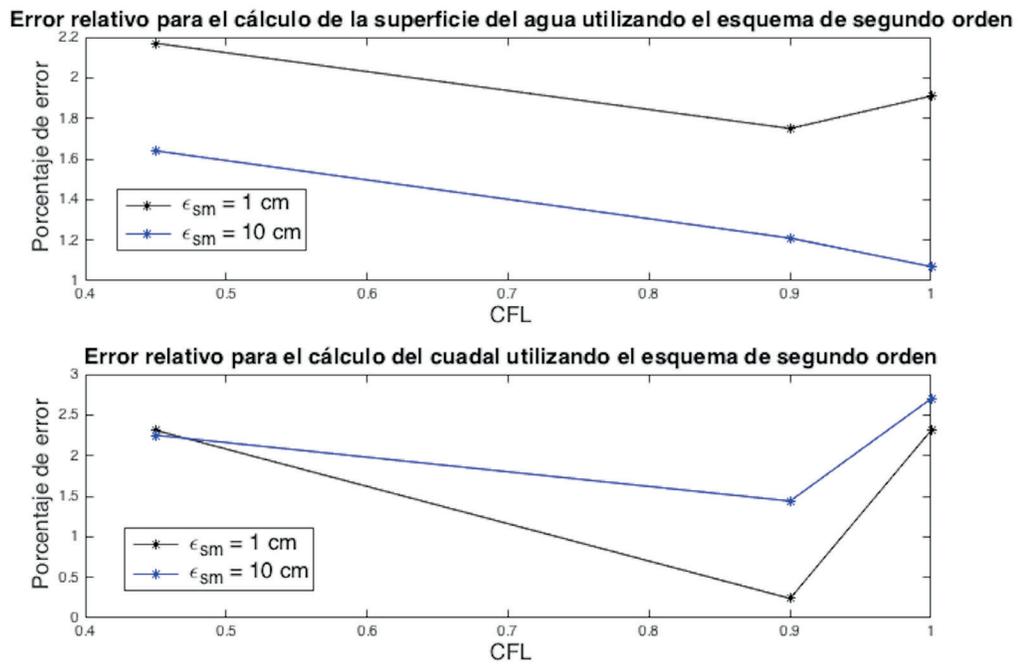


Figura 14 | Porcentaje de error para el cálculo de la superficie del agua y para el caudal empleando el esquema de segundo orden.

Escenario del 30 y 31 de Octubre

En la Figura 15 se muestra el error relativo para el cálculo de la superficie del agua en la estación Gaviotas para los días 30 y 31 de Octubre. Para el día 30 de Octubre este error está en el rango de 1.9% a 3.7% y para el día 31 de Octubre oscila entre 8.7% a 17.9%. De igual manera la Figura 15 muestra el porcentaje de error para el cálculo de la inundación en el centro de la ciudad de Villahermosa, este error varía entre 3.5% y 13.1%. Podemos observar que las mejores opciones son un CFL igual a 0.7 o un CFL igual a 1, con lo cual se garantiza estabilidad del esquema numérico y un nivel significativo de precisión en los resultados numéricos.

CONCLUSIÓN

En el presente trabajo se han llevado a cabo diversas simulaciones para recrear las condiciones de las inundaciones que afectaron a la planicie tabasqueña en Octubre de 2007. Se contaba con la información de la lámina de agua $h+z_b$ y el gasto $q=h|u|$ en la estación Gaviotas, dicha información fue proporcionada por la Comisión Nacional del Agua. Esta información es empleada para validar los resultados generados por las múltiples simulaciones presentadas en el trabajo. En el escenario del 1 de Octubre se alcanzó un alto nivel de precisión en los resultados numéricos como se puede ver en las Figuras 13 y 14. De acuerdo al análisis de sensibilidad hecho se ve que los resultados de los esquemas de primer orden y de segundo orden son muy parecidos.

En términos del tiempo de cómputo, el esquema de primer orden invierte alrededor de 11 horas en realizar las simulaciones, mientras que el esquema de segundo orden necesita alrededor de 22 horas, correspondiendo ambas a 48 horas en tiempo real. Por lo tanto, la mejor opción para resolver el problema de inundaciones y dar una respuesta que permita intervenir en el proceso a las autoridades competentes, es el esquema numérico de primer orden, porque garantiza estabilidad, precisión y el más bajo coste computacional.

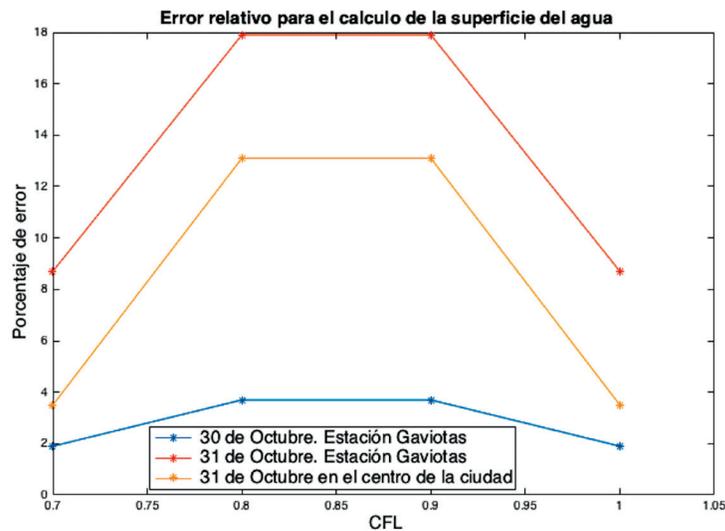


Figura 15 | Porcentaje de error para los resultados correspondientes al escenario del 30 y 31 de Octubre en la estación Gaviotas y porcentaje de error de la inundación en el centro de la ciudad de Villahermosa.

Las zonas más vulnerables a inundaciones son la margen derecha del Río Grijalva, la margen izquierda del Río Carrizal y el centro de la ciudad de Villahermosa, específicamente las áreas cercanas a la margen izquierda del Río Grijalva. Las simulaciones hechas muestran que las inundaciones del centro de la ciudad se deben en mayor medida al desborde del Río Grijalva cerca de su unión con el Río Carrizal. En las simulaciones se muestra que las áreas que se inundan más pronto son las que están en la margen izquierda del Río Carrizal y las zonas que se encuentran después de la unión de los ríos Carrizal y Grijalva, siendo Bosques de Saloya y Ciudad industrial los primeros afectados, posteriormente las afectaciones se dan en el centro de la ciudad y la margen derecha del Río Grijalva. Esto significa que en caso de haber una alerta de que condiciones similares a las de los escenarios planteados sucedan nuevamente, las primeras zonas que deben ser evacuadas son las antes citadas, para proteger a la población. En el mapa de riesgo calculado con IBER se puede ver que las zonas con más alto riesgo son el centro de la ciudad, Bosques de Saloya, Ciudad Industrial y todo la margen derecha del Río Grijalva, para estas zonas se deben plantear medidas de protección que mitiguen los daños causados por los desbordes de los ríos.

Los resultados mostrados en este artículo validan el método numérico implementado en IBER para la simulación de inundaciones en casos reales. El análisis de sensibilidad realizado permite elegir el parámetro de seco mojado óptimo y entender la importancia del tratamiento de los frentes de seco mojado para la precisión del método.

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren manifestar su agradecimiento a L. Cea, M. Cobas y L.M. García-García por sus inestimables sugerencias. Este agradecimiento se hace extensivo a los revisores por sus valiosas aportaciones y comentarios. El trabajo contó con el financiamiento del fondo mixto Conacyt-Gobierno del estado de Tabasco bajo la referencia TAB-2007-C10-82422/04. Esta investigación también fue parcialmente apoyada por los proyectos CGL2011-28499-C03-01, MTM2013-43745-R, los fondos FEDER y el proyecto de la Xunta de Galicia GRC2013-014.

BIBLIOGRAFÍA

- Alavez-Ramírez, J., López-López, J., Hernández-López J.L., De-la-Fuente-Vicente, D. (2013). *Modelación matemática y computacional de una inundación*. Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. Tabasco, México.
- Bermúdez, A., Dervieux, A., Desideri, J.A., Vázquez-Cendón, M.E. (1998). Upwind schemes for the two-dimensional shallow water equations with variable depth using unstructured meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 155(1-2), 49-72. doi:10.1016/S0045-7825(97)85625-3
- Bladé, E., Cea, L., Corestein, G., Escolano, E., Puertas, J., Vázquez-Cendón, M.E., Dolz, J., Coll, A. (2014). Iber: herramienta de simulación numérica del flujo en ríos. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*. 30(1), 1-10. doi:10.1016/j.rimni.2012.07.004
- Brufau, P., García-Navarro, P., Vázquez-Cendón, M.E. (2000). Zero mass error using unsteady wetting–drying conditions in shallow flows over dry irregular topography. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 45(10), 1047-1082. doi:10.1002/flid.729
- Caleffi, V., Valiani, A., Zanni, A., (2003). Finite volume method for simulating extreme flood events in natural channels. *Journal of hydraulic research*. 41(2), 167-177. doi:10.1080/00221680309499959
- Castro, M.J., Ferreiro Ferreiro, A.M., García-Rodríguez, J.A., González-Vida, J.M., Macías, J., Parés, C., Vázquez-Cendón, M.E. (2005). The numerical treatment of wet/dry fronts in shallow flows: application to one-layer and two layer systems. *Journal Mathematical and Computer modelling*. 42(3-4), 419-439. doi:10.1016/j.mcm.2004.01.016
- Cea, L. (2005). *An unstructured finite volume model for unsteady turbulent shallow water flow with wet-dry front: Numerical solver and experimental validation*. PhD, Universidad da Coruña.
- Cea, L., Puertas, J., Vázquez-Cendón, M.E. (2007). Depth averaged modelling of turbulent shallow water flow with wet-dry fronts. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 14(3), 303-341. doi:10.1007/s11831-007-9009-3
- Cea, L., Vázquez Cendón, M.E. (2010). Unstructured finite volume discretisation of two-dimensional depth-averaged shallow water equations with porosity. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 63(8), 903-930. doi:10.1002/flid.2107
- Cea, L., Vázquez-Cendón, M.E. (2012). Unstructured finite volumen discretisation of bed friction and convective flux in solute transport models linked to the shallow water equations. *Journal of Computational Physics*. 231(8), 3317-3339. doi:10.1016/j.jcp.2012.01.007
- Comisión de Asuntos Hidráulicos. (2009). *Informe de las inundaciones de 2007 en el estado de Tabasco, diagnostico preliminar*. Senado de la República, México.
- CONAGUA: Dirección local Tabasco. (2007a). *Concentrado de gastos, niveles y precipitaciones del 1 de Octubre al 17 de noviembre de 2007*. Tabasco, México.
- CONAGUA: Organismo de cuenca Frontera Sur. (2007b). Boletín de información Hidrométrica, Climatológica y de Presas. [En línea] <http://www.conagua.gob.mx/OCFS07/Contenido/Documentos/BoletinHidrometricoydePresas.pdf>.

- Godlewski, E., Raviart, P. (1996). *Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws*. Springer, Berlin. doi:10.1007/978-1-4612-0713-9
- González-Aguirre, J.C. (2012). *Simulación numérica de inundaciones en Villahermosa*, Tesis de Maestría, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. Tabasco, México.
- Harten, A., Lax, P., van Leer, B. (1983). On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws. *SIAM Review*, 25(1), 35-61. doi:10.1137/1025002
- Hubbard, M.E., Garcia-Navarro, P. (2000). Flux difference splitting and the balancing of source terms and flux gradients. *Journal of Computational Physics*. 165(1), 89-125. doi:10.1006/jcph.2000.6603
- INEGI. (2012). *Modelos digitales de elevación de alta resolución LIDAR, con resolución de 5m*. [En línea] <http://www3.inegi.org.mx/sistemas/biblioteca/ficha.aspx?upc=702825877293>.
- Ingenieros Consultores. (2007). *Inundaciones en Tabasco por eventos meteorológicos*. Tabasco, México.
- Nguyen, D., Shi, Y., Wang, S., Nguyen, T. (2006). 2D Shallow-water model using unstructured finite-volumens methods. *Journal of Hydraulic Engineering*. 132(3), 258-269. doi:10.1061/(ASCE)0733-9429(2006)132:3(258)
- Ortiz, P. (2014). Shallow water flows aver flooding areas by a flux-corrected finite element method. *Journal of hydraulic research*. 52(2), 241-252. doi:10.1080/00221686.2013.841777
- Vázquez-Cendón, M.E., Cea, L. (2012) Analysis of a new Kolgan-type scheme motivated by the shallow water equations. *Applied Numerical Mathematics*. 62(4), 489-506. doi:10.1016/j.apnum.2011.06.002
- Zapata, R. (2008) Tabasco: *Características e impacto socioeconómico de las lluvias extremas de 2008*. Comisión Económica para América latina y el Caribe. México.