Resumen tesis

María García Monera

Título

r-critical points, and Taylor expansion of the exponential map, for smooth immersions in $\r n$

Resumen

El trabajo realizado en la tesis tiene dos líneas principales:

Por un lado, la definición y posterior interpretación de los puntos r-críticos de una aplicación entre variedades. Analizamos detalladamente el caso particular de la aplicación normal $\nu:NM\to \r{k+n},$ de una variedad k-dimensional M inmersa en $\r{k+n},$ donde NM es el fibrado normal de M y $\nu(m,u)= m + u,$ si $u\in N_mM.$ Clásicamente la imagen de estos puntos críticos se conoce como conjunto focal. Dentro de este conjunto existen subconjuntos de puntos más degenerados, como ocurre en el caso de curvas en $\r{3}$ con los centros de las esferas con contacto de tercer orden con la curva. Estudiamos los puntos 2 y 3 críticos de la aplicación normal en general y los 2 críticos para el caso $k=n=2$ en particular, analizando la relación con las strong principal direction de Montaldi. Finalmente, realizamos el estudio de los puntos 1 críticos y 2 críticos para la función de Gauss generalizada y 1 críticos para la aplicación tangente.

Por otro lado, obtenemos el desarrollo de Taylor de la aplicación exponencial hasta orden 4 de una subvariedad M inmersa en $\r{k+n}$ con el objetivo de demostrar su utilidad para la descripción de contactos especiales de subvariedades con modelos geométricos como las hiperesferas y los hiperplanos. Clásicamente, este estudio ha sido realizado a través de la función distancia al cuadrado y la función altura, pero a medida que analizamos los contactos de orden mayor, la complejidad de los cálculos aumenta. A través del desarrollo de Taylor de la aplicación exponencial, caracterizamos la geometría de orden mayor que 3 en términos de invariantes de la inmersión, por lo que los cálculos son más manejables. Además, esta nueva técnica proporciona interpretaciones geométricas casi imposibles de obtener utilizando los modos clásicos de cartas isotermas o de Monge.