

Resumen

El diseño de métodos iterativos para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones no lineales es una tarea importante y desafiante en el campo del Análisis Numérico. La no linealidad es una característica de muchos de los fenómenos físicos. Mecánica de fluidos y plasma, dinámica de gases, reacciones químicas, combustión, ecología, biomecánica, problemas de modelado económico, teoría del transporte y muchos otros fenómenos están todos gobernados inherentemente por ecuaciones no lineales. Por esta razón, una proporción cada vez mayor de la investigación matemática moderna se dedica al análisis de sistemas y procesos no lineales.

En una era caracterizada por la disponibilidad de grandes cantidades de datos, el procesado y análisis de esta información se traduce de forma directa en la resolución de problemas cuya dimensión es cada vez mayor. Aunque en las últimas décadas se ha producido un desarrollo exponencial en la computación, sigue siendo esencial el diseño de algoritmos iterativos que garanticen la convergencia a la solución de un problema de forma rápida y eficiente.

Siguiendo estas premisas, el objetivo fundamental que se persigue con el diseño de nuevos métodos iterativos, siendo también uno de los principales objetivos de la presente Tesis Doctoral, es la aproximación de soluciones de problemas no lineales garantizando un cierto equilibrio entre la velocidad con que se obtiene dicha aproximación, la fiabilidad de la misma y el coste computacional requerido en el conjunto de todo el proceso iterativo. Poder medir o cuantificar este equilibrio es, por tanto, una de las piezas esenciales de todo este proceso.

Por medio del orden de convergencia, somos capaces de comparar la velocidad con que los esquemas iterativos se aproximan a la solución buscada. El coste computacional requerido a cada iteración del proceso es directamente proporcional al número de iteraciones que se necesitan para aproximar esta solución. Por tanto, acelerar la convergencia de un método se convierte en una necesidad en el diseño de esquemas eficientes.

Por otro lado, todo algoritmo iterativo requiere de al menos un punto inicial para comenzar el proceso de cálculo de las iteraciones sucesivas. Por este motivo, el estudio de la influencia de las estimaciones iniciales en la convergencia de un método es también de una gran relevancia, ya que permite determinar la estabilidad de éste en función de los iterados iniciales. Este estudio se realiza utilizando herramientas de dinámica discreta, tanto real como compleja, para determinar, además de otras caracterizaciones, los puntos iniciales más adecuados y los métodos más estables de una familia de esquemas iterativos.

El análisis numérico y dinámico realizado en esta memoria hace posible la propuesta de métodos iterativos eficientes que aproximen soluciones de problemas multidimensionales no lineales y ecuaciones en derivadas parciales de forma eficaz. A partir del estudio completo desarrollado utilizando las herramientas anteriormente descritas, presentamos esta Tesis Doctoral para la obtención del título de Doctora en Matemáticas.