

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR DE GANDIA

Master en Ingeniería Acústica

---



UNIVERSIDAD  
POLITECNICA  
DE VALENCIA



ESCUELA POLITECNICA  
SUPERIOR DE GANDIA

# “Análisis numérico de estructuras periódicas formadas por materiales absorbentes”

Tipología: Trabajo de investigación

**TRABAJO FINAL DE MASTER**

Autor/a: **Álvaro Plumed Lorente**

Tutor/a: **Rubén Picó Vila**

Cotutor/a: **Alejandro Cebrecos Ruiz**

**GANDIA, 2014**

# ANÁLISIS NUMÉRICO DE ESTRUCTURAS PERIÓDICAS FORMADAS POR MATERIALES ABSORBENTES

*Autor:* Álvaro Plumed Lorente  
*Director:* Rubén Picó Vila  
*Codirector:* Alejandro Cebrecos Ruiz

## *Resumen*

Las estructuras periódicas, son conocidas en acústica por los fenómenos generados en la propagación de ondas de presión a través de estas, consiguiendo fenómenos físicos como cancelación del sonido, focalización, uso como guía de ondas o modificar el patrón de directividad. La utilización de materiales absorbentes, debido a sus características estructurales, modifican el comportamiento de propagación de las ondas sonoras a través de la estructura. Los parámetros que influyen en la propagación del sonido son, por un lado, la distancia entre absorbentes, el espesor del material, el coeficiente de absorción y la resistencia al flujo, siendo también importante el comportamiento con diferentes parámetros intrínsecos del material poroso del que se compone la estructura periódica, como son la porosidad, tortuosidad, longitud característica viscosa y longitud característica térmica. El objetivo de este trabajo es el estudio numérico mediante el método de elementos finitos de la influencia de estos parámetros en varios tipos de sistemas, con diferentes capas de absorbentes porosos (1D), así como en estructuras periódicas con absorbentes cilíndricos (2D).

Palabras clave: Materiales absorbentes porosos, estructuras periódicas, elementos finitos, coeficiente de absorción, parámetros porosos.

## *Abstract*

Periodic structures are known in acoustics, for generated phenomenon in sound pressure waves propagation through these. Noise canceling, targeting, use as a waveguide or modifying the directivity pattern are one of these physical phenomenons. Use of absorbent materials, due to their structural characteristics, modify the behavior of sound waves propagation through the structure. The parameters that affects the sound propagation are, firstly, distance between absorbent, material thickness, the absorption coefficient and flow resistance. Is also important behaviour with different intrinsic parameters of the porous material than periodic structure consists, such as porosity, tortuosity, characteristic viscous length and characteristic thermal length. The aim of this work is the numerical study using the finite element method of the influence of these parameters in several types of systems, with different layers of porous absorbent (1D), and in periodic structures with cylindrical absorbent (2D).

Keywords: Porous absorbent materials, periodic structures, finite elements, absorption coefficient, porous parameters.

Autor: Álvaro Plumed Lorente  
Email: [alvaroplumed@gmail.com](mailto:alvaroplumed@gmail.com)

# INDICE

<b>I. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>4</b>
<b>II. FUNDAMENTOS DE LOS SISTEMAS PERIÓDICOS.....</b>	<b>6</b>
<b>II. 1. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....</b>	<b>6</b>
<i>II. 1. A Caracterización de una celda cristalina.....</i>	<i>6</i>
<i>II. 1. B Parámetros geométricos.....</i>	<i>7</i>
<b>II. 2. PROPAGACIÓN DE ONDAS.....</b>	<b>8</b>
<i>II. 2. A Teorema de Bloch.....</i>	<i>8</i>
<i>II. 2. B Banda prohibida.....</i>	<i>10</i>
<b>III. ABSORCIÓN ACÚSTICA EN MATERIALES.....</b>	<b>12</b>
<b>III. 1. FUDAMENTOS DE LA ABSORCIÓN.....</b>	<b>12</b>
<i>III. 1. A. Balance energético.....</i>	<i>12</i>
<i>III. 1. B. Coeficiente de absorción sonora.....</i>	<i>13</i>
<i>III. 1. C. Absorción energética.....</i>	<i>13</i>
<i>III. 1. D. Materiales absorbentes porosos (absorbente disipativo).....</i>	<i>14</i>
<b>III. 2. CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DE MATERIALES ABSORBENTES POROSOS ACÚSTICOS.....</b>	<b>15</b>
<i>III. 2. A. Principio de funcionamiento.....</i>	<i>15</i>
<i>III. 2. B. Propiedades físicas de los materiales absorbentes porosos.....</i>	<i>16</i>
<i>III. 2. B. 1. Resistividad al flujo.....</i>	<i>16</i>
<i>III. 2. B. 2. Porosidad.....</i>	<i>17</i>
<i>III. 2. B. 3. Tortuosidad.....</i>	<i>17</i>
<i>III. 2. B. 4. Factor de forma de poro y longitudes características.....</i>	<i>18</i>
<i>III. 2. C. Tipos de absorbentes porosos.....</i>	<i>20</i>
<i>III. 2. C. 1. FIBRAS.....</i>	<i>20</i>
<i>III. 2. C. 2. POLIMEROS.....</i>	<i>22</i>
<b>IV. METODO NUMÉRICO.....</b>	<b>23</b>
<b>IV. 1. ELEMENTOS FINITOS.....</b>	<b>23</b>
<i>IV. 1. A. Conceptos generales.....</i>	<i>23</i>
<i>IV. 1. B. Implementación en comsol.....</i>	<i>24</i>
<b>IV. 2. MODELO MATEMÁTICO.....</b>	<b>25</b>
<i>IV. 2. A. Presión incidente.....</i>	<i>26</i>
<i>IV. 2. B. Condiciones de contorno.....</i>	<i>26</i>
<i>IV. 2. C. Condición de periodicidad.....</i>	<i>27</i>
<i>IV. 2. D. Modelo de fluidos equivalentes de Biot.....</i>	<i>28</i>
<b>V. RESULTADOS.....</b>	<b>30</b>
<b>V. 1. PARAMETROS FÍSICOS DE MATERIALES POROSOS.....</b>	<b>30</b>
<b>V. 2. ESTRUCTURA MULTICAPA DE LAMINAS ABSORBENTES EN 1D.....</b>	<b>30</b>
<i>V. 2. A. Geometría y mallado del modelo.....</i>	<i>30</i>
<i>V. 2. B. Comparativa del método experimental, numérico (FEM) y por el método de la matriz de transferencia.....</i>	<i>31</i>
<i>V. 2. C. Estudio de la influencia de la variación de los parámetros físicos de los materiales absorbentes porosos.....</i>	<i>34</i>
<i>V. 2. D. Variación de los coeficientes de absorción del sistema de absorbentes porosos en función de su posición y características.....</i>	<i>40</i>
<b>V. 3. ESTRUCTURA PERIODICA DE DIFUSORES CILINDRICOS EN 2D.....</b>	<b>42</b>
<i>V. 3. A. Modelo 2D rígido.....</i>	<i>42</i>
<i>V. 3. B. Modelo 2D con dispersores absorbentes porosos.....</i>	<i>43</i>
<i>V. 3. B. 1. Influencia del radio.....</i>	<i>44</i>
<i>V. 3. B. 2. Influencia del tamaño de la estructura.....</i>	<i>45</i>
<i>V. 3. B. 3. Influencia de los parámetros físicos de los materiales absorbentes de los dispersores del cristal en 2D.....</i>	<i>46</i>
<b>VI. CONCLUSIONES.....</b>	<b>50</b>

## I. INTRODUCCIÓN

Los cristales fonónicos, son estructuras constituidas por una distribución periódica de dispersores de sólidos en una matriz sólida<sup>(13)</sup>. Cuando se presentan en un medio fluido (que se denomina en inglés “host”) es común referirse a la estructura como cristal de sonido. La estructura interna del cristal, esta representada por una celda unidad, que se repite en las diferentes direcciones del espacio.

Al propagarse las ondas de sonido a través de la estructura, ocurre un fenómeno conocido como estructura de bandas. La dispersión múltiple hace que ciertos rangos de frecuencia se transmitan y otros rangos no se propaguen. Estas bandas son conocidas como bandas prohibidas (o “band gaps” en inglés).

Se utilizan en diferentes aplicaciones, desde asilamiento acústico, pantallas acústicas, etc., por otro lado también se pueden utilizar para el control de oleaje en el mar, en electroacústica, y en general, en cualquier campo en el cual se necesite controlar la directividad o bloqueo del sonido, además, se pueden utilizar para focalizar o como guía de ondas acústicas.

La aparición de las citadas bandas prohibidas, fue estudiada inicialmente para ondas electrónicas en sólidos, proporcionando la base para la comprensión de las propiedades de los conductores, semiconductores y aislantes. Posteriormente estos estudios fueron aplicados en el campo de la óptica a través de la teoría de la difracción y desde hace unos años a la acústica<sup>(8)</sup>.

Por otro lado, la absorción acústica en materiales porosos ha sido estudiada por muchos investigadores a lo largo de la historia, desde hace varias décadas, el estudio de estructuras periódicas o cristales de sonido ha avanzado encontrando resultados muy interesantes, sin embargo, el estudio de la propagación del sonido a través de absorbentes porosos en estructuras periódicas es relativamente novedoso. En este trabajo, la modelización de estructuras porosas se llevará a cabo por métodos numéricos, con el fin de además de estudiar fenómenos de propagación, poder realizar una valoración del modelo e implementación del mismo.

La complejidad asociada a la resolución analítica para el estudio de la propagación de ondas en este tipo de sistemas, hace necesario recurrir a técnicas numéricas basadas en modelos matemáticos. A través de estos métodos numéricos, es posible estudiar la respuesta ideal de las estructuras periódicas y modelar los materiales absorbentes porosos. Igualmente, al ser la presión sonora reflejada y transmitida a través de las estructuras un parámetro medible, es posible utilizar los métodos numéricos para contrastar resultados experimentales.

El objetivo principal de este trabajo, es estudiar a través del método numérico de elementos finitos, el comportamiento de las ondas sonoras al atravesar sistemas multicapa compuestos de materiales absorbentes porosos, con el fin de determinar que parámetros son mas influyentes en la propagación del sonido. Para ello se modificará numéricamente la tipología y estructura

interna de los absorbentes porosos, que son, la porosidad, resistencia al flujo, tortuosidad, y longitudes características viscosas y termales, así como la estructura de capas del sistema.

Otro objetivo, consiste en utilizar los métodos numéricos para analizar las diferencias que se producen en la propagación de las ondas, a través de un cristal de sonido en dos dimensiones compuesto de material absorbente poroso.

El proyecto se realiza como complemento al estudio realizado por investigadores del departamento de física de la Escuela Politécnica Superior de Gandía, en la que se está trabajando en la presentación de un artículo sobre esta temática, cuyas investigaciones actuales, se han centrado en el estudio de este tipo de sistemas, a partir de medidas experimentales y del método numérico de la matriz de transferencia (en inglés “Transfer Matrix Method” (TMM)). Estos estudios, se centran en el análisis de nuevos tipos de estructuras periódicas para el control de las ondas de propagación, como apéndice del proyecto en colaboración con la Agencia Aeroespacial Europea en el que investigadores del departamento están trabajando.

El trabajo comprende tres apartados. Inicialmente, se plantea una unidad teórica, en la que se explican los fundamentos de sistemas periódicos y efectos de la propagación de ondas sonoras a través de este tipo de estructuras. A continuación, se realiza una explicación de las características de los materiales absorbentes porosos y explicación de los atributos más característicos de este tipo de materiales, coeficientes de absorción, transmisión y reflexión, así como una explicación de parámetros físicos de los materiales absorbentes porosos.

En la segunda parte, se estudia la influencia de este tipo de estructuras en 1D variando los diferentes parámetros y observando como modifica la propagación de las ondas de presión. Se estudia un segundo modelo, en 2D, compuesto de una estructura periódica de elementos cilíndricos, con el fin de observar la diferencia entre los diferentes modelos.

En la tercera parte, se hace un resumen de los resultados y una valoración del trabajo presentado.

## II. FUNDAMENTOS DE LOS SISTEMAS PERIÓDICOS

### II. 1. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS

La distribución periódica infinita, es la base que constituye un sistema periódico. Existe un único sistema periódico de una dimensión (1D), cinco de dos dimensiones (2D) y catorce de tres dimensiones (3D).

Un sistema periódico, implica la existencia de una estructura infinita o medio infinito. En la naturaleza no existen estructuras con estas características pero se pueden utilizar sistemas periódicos finitos como analogía a uno infinito teniendo en cuenta condiciones de contorno.

En la siguiente figura, se representan ejemplos de sistemas periódicos, el primero en una dimensión que representa periodicidad en una única dirección, el 2D con periodicidad en dos direcciones sin ser dependiente del eje z, y en 3D, con periodicidad en las 3 dimensiones.

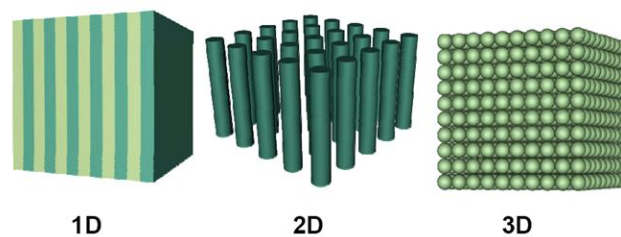


Fig. 1 Estructuras periódicas en 1, 2 y 3 dimensiones

#### II. 1. A Caracterización de una celda cristalina

Una celda cristalina, es un sistema finito que contiene un elemento repetido por traslación (o rotación) en una o varias direcciones de la estructura.

De forma matemática, una célula se define por vectores, considerando que  $\vec{a}_i$  son los vectores que definen la red  $\vec{R} \in \mathbb{R}^n$  con  $i = 1, \dots, n$  entonces  $\vec{R}$  se puede definir como:

$$\vec{R} = \{\sum_{i=1}^n v_i \vec{a}_i\} \quad (1)$$

donde  $v_i \in \mathbb{Z}$ . El paralelepípedo definido por los vectores  $\vec{a}_i$  forma la célula de la estructura, llamada también celda primitiva o celda unidad. La traslación de la celda unidad siguiendo los vectores  $\vec{a}_i$  en el espacio producen la red del sistema periódico. La repetición periódica se realiza en el espacio directo,  $\vec{R}$ , que se denomina red del espacio directo o red directa.

Se define también la red recíproca y puede utilizarse para comprender las propiedades físicas de los sistemas. Los vectores de la célula primitiva en la red recíproca se definen a partir de los vectores de la red directa según la expresión:

$$\vec{b}_i = 2\pi \frac{\varepsilon_{ijk} \vec{a}_j \times \vec{a}_k}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)} \quad (2)$$

donde  $\varepsilon_{ijk}$  es el símbolo anti simétrico de Levi-Civita.

Los vectores que definen la estructura directa y recíproca siguen una relación de ortogonalidad:

$$\vec{a}_i \cdot \vec{b}_i = 2\pi \delta_{ij} \quad (3)$$

Cada combinación lineal  $\vec{k} = \{\sum_{i=1}^n \mu_i \vec{b}_i\}$  con  $\mu_i \in \mathbb{Z}$  llega a un punto de la red recíproca.

En el caso de una dimensión  $n = 1$ , solo existiría un tipo de estructura periódica, compuesta de diferentes capas con un espesor y distancia entre ellas. En el caso de 2D,  $n = 2$ , pueden construirse 5 estructuras, oblicua, cuadrada, triangular, rectangular y centrada.

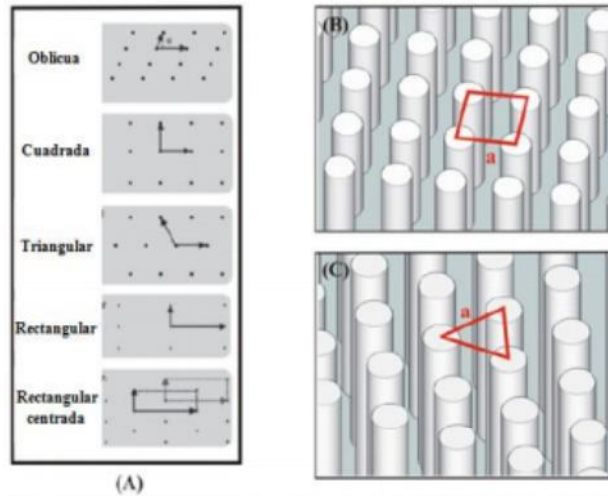


Fig. 2 (A) Estructuras periódicas bidimensionales; (B) estructura periódica 2D cuadrada; (C) estructura periódica 2D triangular.

En este trabajo, se dispondrá de una estructura en 1D y una de 2D cuadrada.

## II. 1. B Parámetros geométricos

El parámetro mas representativo de una estructura periódica es el paso de red  $a$ , el cual representa la distancia entre capas para 1D o el tamaño de la celda para 2D, es decir, la distancia entre elementos que componen la estructura. A través de este parámetro se define la relación

entre las propiedades geométrica de la estructura con la banda prohibida o band gap. El otro parámetro inicial a conocer es el diámetro o tamaño de los dispersores.

Se define el factor de llenado  $ff$  (*filling fraction*) como un parámetro geométrico que al igual que el parámetro de red, representa una relación directa con las propiedades físicas del sistema. El factor de llenado se define como el ratio entre el volumen ocupado por los dispersores y el volumen total ocupado por la celda unidad.

Considerando los dispersores cilíndricos con radio  $r_0$ , el factor de llenado para una red cuadrada quedaría como:

$$ff_{red\ cuadrada} = \frac{\pi r_0^2}{a^2} \quad (4)$$

## II. 2. PROPAGACIÓN DE ONDAS

### II. 2. A Teorema de Bloch

El teorema de Bloch, afirma que las soluciones de las ecuaciones en un medio periódico presentan la misma periodicidad que la estructura excepto en fase. Esto significa que la periodicidad discreta de la red produce una solución del problema que es una función que presenta la misma periodicidad que la red,  $\psi_{\vec{a}}(\vec{r})$ , multiplicada por una onda plana,  $e^{-i\vec{k}\vec{r}}$ , donde  $\vec{k}$  es el vector de Bloch.

La solución  $\Theta_{\vec{k}}(\vec{r})$  proporcionada por el teorema de Bloch para ondas escalares en medios periódicos es:

$$\Theta_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{-i\vec{k}\vec{r}} \psi_{\vec{k}}(\vec{r}), \quad (5)$$

Donde el término  $\psi_{\vec{k}}$  de esta ecuación es definida estado de Bloch.

El teorema de Bloch, cumple para todos los vectores de la red directa  $\vec{R}$  que:

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \psi_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{R}) \quad (6)$$

Por tanto, al ser la misma distribución en el campo de cada celda unidad del espacio directo, mediante la aplicación de la condición de contorno, se puede resolver el problema en una única celda unidad en el espacio directo.

El vector  $\vec{k}$  es un término a través del cual se obtiene el desplazamiento de fase entre las celdas unitarias, por lo que si  $\vec{k}$  se incrementa en un vector de la red recíproca  $\vec{G}$ , el desfase se incrementa



$$\vec{R} \cdot \vec{G} = 2m\pi \quad (7)$$

Siendo  $m \in \mathbb{Z}$ , Por lo que no hay desplazamiento de fase.

Las ecuaciones se pueden limitar a una celda unidad en una estructura directa, de la misma manera, cuando se trata de una estructura directa, se dice que los cálculos se limitan a la primera zona de Brillouin, que es una célula primitiva definida únicamente en el espacio recíproco. Los contornos de esta celda son dados por planos relacionados con puntos en la red recíproca.

Para interpretar la solución de la ecuación de onda escalar en un medio periódico, la ecuación de onda en un medio acústico con dependencia temporal armónica del tipo  $e^{i\omega t}$  es dada como:

$$\nabla^2 p(x, y, z) + \frac{\omega^2}{c^2} p(x, y, z) = 0 \quad (8)$$

Donde  $p(x, y, z)$  es la presión acústica en un punto de coordenadas  $(x, y, z)$  en el espacio directo,  $c$  la velocidad del sonido y  $\omega$  es la frecuencia angular de la onda. La solución de esta ecuación en campo libre considerando un medio isótropo y homogéneo es del tipo  $e^{i\omega t}$ , donde  $[\vec{k}] = \frac{\omega}{c}$  es el valor absoluto del vector de onda de la onda en campo libre y depende de la frecuencia con una relación lineal.

El teorema de Bloch da la solución de la ecuación en un medio periódico. Considerando las condiciones de contorno periódico de Bloch:

$$p_k(\vec{r} + \vec{R}) = p_k(\vec{r})e^{-i\vec{k}\vec{R}} \quad (9)$$

Siendo  $\vec{k}$  un vector de la primera zona de Brillouin, tenemos

$$\nabla^2 p_k(\vec{r}) + \left(\frac{\omega(\vec{k})}{c}\right)^2 p_k(\vec{r}) = 0 \quad (10)$$

Esta ecuación se resuelve en el espacio de una celda primitiva. En tal caso el vector  $\vec{k}$  se puede interpretar como indicador del modo de propagación (llamado banda). Aquí,  $\vec{k}$  es el vector de onda en el medio periódico, la relación de dispersión  $\omega(\vec{k})$  podría ser diferente en campo libre.

La solución del problema de valor propio (eigenvalue problem), definida por las ecuaciones 9 y 10, da un número discreto infinito de valores propios  $\omega(\vec{k})$  para cada valor de  $\vec{k}$ , los cuales representan las frecuencias de los modos posibles soportados por la célula unidad. Estas frecuencias están discretamente separadas, pudiendo marcarlas con la banda de índice  $n$ , por lo que cada banda es una función continua  $\omega_n(\vec{k})$ . La representación de  $\omega$  respecto a  $k$  para una  $n$  dada, es una función continua que representa la relación de dispersión de la banda  $n$ . Por lo tanto, la estructura de bandas puede ser vista como un grupo de funciones continuas discretamente separadas, que representan la relación de dispersión del medio.

La siguiente figura, se muestra la estructura de bandas de una red cuadrada de cilindros rígidos de radio  $r = 0.07\text{ m}$  y un parámetro de red  $a = 0.15\text{ m}$ , lo cual representa un factor de empaquetamiento  $ff \approx 68.4\%$ .

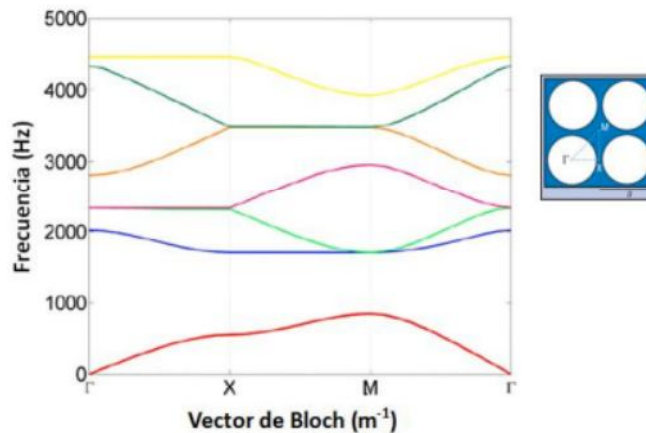


Fig. 3 Estructura de bandas de una red cuadrada de cilindros rígidos de radio  $r = 0.07\text{ m}$  y un parámetro de red  $a = 0.15\text{ m}$  y un factor de empaquetamiento  $ff \approx 68.4\%$ .

En la figura 3, cada línea de color representa una banda correspondiente a un estado de excitación obtenido por una onda de la frecuencia correspondiente emitida con una incidencia normal en la estructura. Las direcciones  $\Gamma X$ ,  $XM$  y  $M\Gamma$  representan las direcciones de simetría del cristal.

Este tipo de gráficas se puede obtener con varios métodos, como el método de la expansión de onda plana (*PWE- Plane Wave Expansion*), métodos de elementos finitos (FEM – Finite Element Methods) o con cálculos de diferencias finitas en el dominio temporal (FDTD – Finite Difference Time Domain).

## II. 2. B Banda prohibida

La estructura de bandas mostrada en la figura 4, muestra la banda prohibida, es decir, frecuencias que el medio impide transmitir debido a las propiedades del sistema. En la estructura, los dispersores que forman el cristal tienen impedancia acústica mucho más alta que la del fluido en el cual están dispuestos. Cuando las ondas se propagan en el medio, los dispersores generan reflexiones que interfieren con las ondas incidentes. Según la frecuencia de las ondas incidentes y del espaciado entre los difusores, estas interferencias pueden ser constructivas o destructivas, en cuyo caso, la onda penetra en el interior sin llegar a transmitirse. El rango de frecuencias para las que ocurre este efecto, son las asociadas a la banda prohibida o band gap.

La siguiente figura, muestra varios ejemplos de cristales de sonido en dos dimensiones, compuestos por dispersores rígidos de distintos radios para observar la influencia de sus propiedades en la banda prohibida.

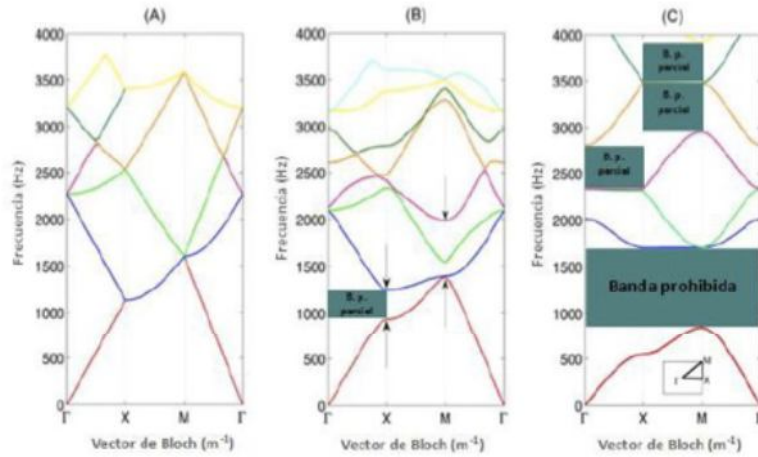


Fig. 4 Estructuras de bandas de un cristales 2D, con red cuadrada de dispersores cilíndricos rígidos con  $a = 0.15 m$ , (A)  $r = 0.0001m$ , (B)  $r = 0.03 m$  y (C)  $r = 0.07$ .

El caso (A), es una red cuadrada con dispersores infinitesimales. Cada banda (diferentes colores) representa un modo de propagación. Al estar unidas entre ellas, se indica que para esas frecuencias, la onda se propaga en todas las direcciones de simetría de la estructura. La relación de dispersión es  $\omega = c(\vec{k})$ . La estructura de bandas representa una relación lineal entre  $\omega$  y  $k$  y no existen bandas prohibidas, por lo que se asimila al campo libre.

En el caso (B), obtenido a partir del anterior, se ha aumentado el radio  $r = 0.03 m$ . Se aprecia como evolucionan los modos de propagación, en este caso, la estructura de bandas deja de ser lineal, apareciendo discontinuidades en los puntos X y M. Al no existir continuidad entre las bandas azul y roja, se indica que las frecuencias entre 1000 Hz y 1250 Hz no se han transmitido en la dirección de simetría  $\Gamma X$ . Es una banda prohibida.

En el caso (C), se aumenta el radio a  $r = 0.07$ , ahora se observa un band gap entre los 900 Hz y 1700 Hz, por lo que en este rango de frecuencia, ninguna onda se propagará en ninguna dirección de la estructura. A medida que se aumente el radio de los dispersores, se aumentará el factor de llenado, lo que quiere decir que existirá un ensanchamiento de la banda prohibida. A parte de este band gap, existen otros parciales en las direcciones  $\Gamma X$  y  $\Gamma M$  para las frecuencias de 2400 Hz a 2800 Hz, 3Khz a 3,5Khz y de 3,5Khz a 3,8Khz.

### III. ABSORCIÓN ACÚSTICA EN MATERIALES

#### III. 1. FUDAMENTOS DE LA ABSORCIÓN

La absorción es el fenómeno físico en el cual la energía acústica se transforma parcialmente en otro tipo de energía. Se pueden distinguir dos conceptos que hacen referencia a la absorción. Por un lado, la absorción que se da en un medio para la propagación de la onda, donde la energía de la onda sonora disminuye convirtiéndose en calor por procesos viscoelásticos y moleculares de relajación. Por otro lado, para valorar la capacidad absorbente de un medio, se usa el coeficiente de absorción que relaciona la energía absorbida con la incidente.

##### III. 1. A. Balance energético

En un sistema con un medio absorbente, una onda sonora, incide sobre el medio ( $I_i$ ), absorbiendo parte de su energía ( $I_a$ ), reflejando una parte ( $I_r$ ) y el resto consigue transmitirse a través del material ( $I_t$ ).

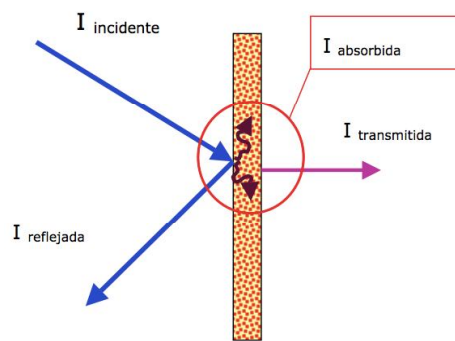


Fig. 5 Balance energético en un medio absorbente poroso

La energía incidente se distribuye parcialmente como:

$$I_i = I_r + I_a + I_t \quad (11)$$

Se define entonces el coeficiente de absorción como:

$$\alpha = \frac{I_a}{I_i} = \frac{I_i - I_r}{I_i} \quad (12)$$

### III. 1. B. Coeficiente de absorción sonora

El coeficiente de absorción sonora se define como la cantidad de potencia de sonido que es absorbida por el material, directamente relacionada con el espectro de onda incidente, e inversamente proporcional a la onda reflejada.

Dada su relación entre la energía incidente por el material y la energía reflejada, su valor esta comprendido entre 0 y 1.

El coeficiente de absorción está expresado en términos del coeficiente de reflexión como:

$$\alpha = 1 - (|R|^2) \quad (13)$$

donde  $R$  es el coeficiente de reflexión. Para materiales absorbentes porosos, existe también un coeficiente de transmisión  $T$ , por tanto:

$$R = \frac{I_r}{I_i} \quad (14) \quad T = \frac{I_t}{I_i} \quad (15) \quad R + T = 1 \quad (16)$$

Para ondas armónicas, la presión y velocidad eficaz se definen como

$$P_e = \frac{P}{\sqrt{2}} \quad U_e = U/\sqrt{2} \quad (17)$$

entonces

$$I_{\pm} = \pm P_e U_e = \pm P_e^2 / \rho_0 c \quad (18)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad y  $c$  la velocidad de sonido en el medio. A partir de esta expresión se pueden definir los coeficientes de reflexión y transmisión como

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \frac{p_r^2}{p_i^2} \quad (19) \quad T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{p_t^2}{p_i^2} \quad (20)$$

### III. 1. C. Absorción energética

El mecanismo de absorción de la energía sonora, será diferente en función del mecanismo de transformación de energía:

- Energía de deformación (Absorb. Membrana)
- Energía mecánica (Absorb. Helmholtz)
- Energía calorífica (absorción disipativa).

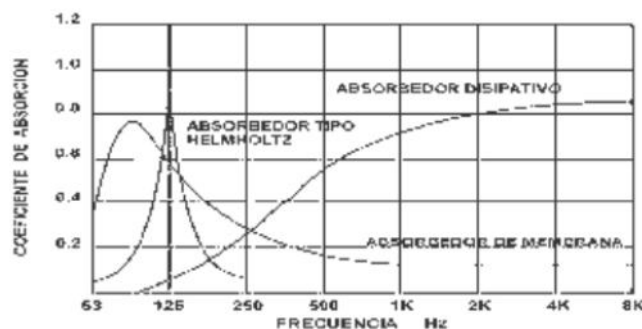


Fig. 6 Representación en frecuencia de la absorción en función del tipo de absorción.

Este trabajo se centra en materiales absorbentes porosos, que corresponden al tercer grupo, siendo absorbentes disipativos.

### III. 1. D. Materiales absorbentes porosos (absorbente disipativo).

La energía sonora incidente, se transforma en energía calorífica, realizándose de dos formas distintas:

En materiales blandos, las ondas de presión provocan deformaciones en su superficie, transmitiéndose por el resto del material. La energía para deformarse, procede de la onda sonora incidente.

Para los materiales porosos, la onda incidente penetra en el interior a través de sus conductos o poros, reflejándose parcialmente. Dentro de su estructura, la vibración genera una fricción con la superficie dentro de los poros, convirtiéndose en energía calorífica.

Los materiales porosos, debido a su estructura, consiguen mayor absorción a medida que se aumenta la frecuencia. Influye directamente la porosidad del material, la densidad o espesor. Igualmente y aunque menos estudiados, existen propiedades que influyen en la propagación del sonido a través del material. La tortuosidad, resistencia al flujo, longitud característica viscosa o longitud característica térmica, son parámetros que particularizan cada material poroso.

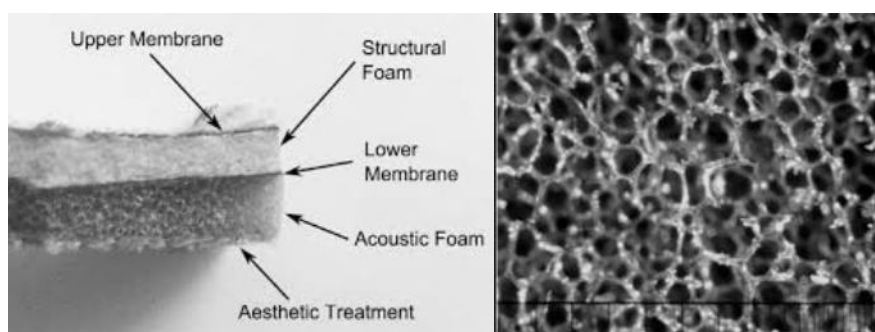


Fig. 7 Izda. Ejemplo de material poroso. Dcha. Vista microscópica de un material absorbente poroso.

Los absorbentes disipativos, funcionan para medias y altas frecuencias, ya que para producir máxima absorción, el espesor del material ha de tener un espesor igual a  $\frac{1}{4}$  de la longitud de onda.

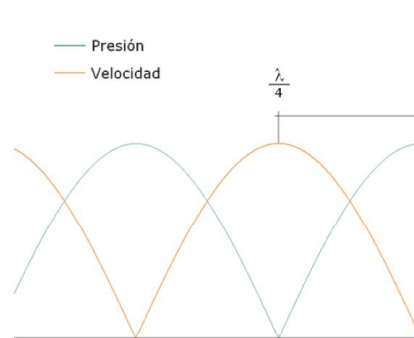


Fig. 8 Representación del valor máximo de la velocidad.

La máxima absorción se obtiene cuando en el material la velocidad de la onda es máxima como se muestra en la figura 8, donde la energía disipada por fricción será mayor.

### III. 2. CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DE MATERIALES ABSORBENTES POROSOS ACÚSTICOS.

#### III. 2. A. Principio de funcionamiento

La absorción de sonido en un material, ocurre cuando los movimientos vibratorios son amortiguados por la fricción debido a la elasticidad del material o viscosidad entre el aire y espacios huecos del material. Debido a estos fenómenos, la energía acústica, se convierte en energía calorífica, disminuyendo la energía acústica que incide en el material.

Un material absorbente poroso es aquel que internamente, en su estructura tiene conductos intercomunicados, que permiten que las ondas sonoras penetren en su interior.

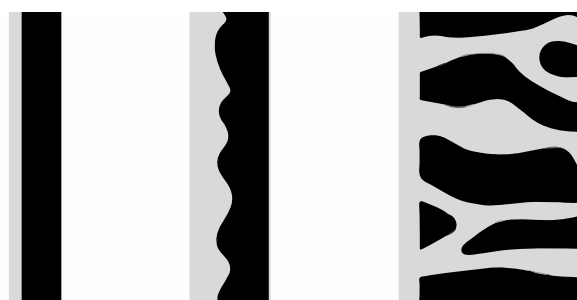


Fig. 9 Representación de diferentes tipos de superficie. Superficie suave, rugosa y material poroso respectivamente.

### III. 2. B. Propiedades físicas de los materiales absorbentes porosos

Los principales parámetros que determinan el comportamiento acústico de un absorbente poroso son la resistividad al flujo y la porosidad, siendo los elementos determinantes para la obtención del coeficiente de absorción.

#### III. 2. B. 1. Resistividad al flujo

La resistividad al flujo mide la resistencia que el flujo encuentra a través de su estructura, es decir, indica en que medida, la energía sonora se pierde debido a los efectos que produce la capas superficial del absorbente.

La resistividad al flujo se define como

$$\sigma = \frac{\Delta P}{U \cdot d} \quad (21)$$

Siendo  $d$ , el grosor del material,  $U$ , la velocidad de flujo media constante,  $\Delta P$  es la caída de presión.

La resistencia al flujo,  $\sigma_s$ , se define como:

$$\sigma_s = \sigma \cdot d \quad (22)$$

La resistividad es la resistencia por unidad de espesor del material. Se consideran velocidades de flujo pequeñas, donde los factores lineales son validos.

<i>Surface</i>	<i>Effective flow resistivity (MKS rayls m<sup>-1</sup>)</i>	<i>Water content (%)</i>	<i>Porosity</i>	<i>Porosity decay <math>\kappa</math> (m<sup>-1</sup>)</i>
Dry snow, newly fallen 0.1 m over about 0.4 m older snow	$1 \times 10^4 - 3 \times 10^4$	–	–	–
Sugar snow	$2.5 \times 10^4 - 5 \times 10^4$	–	–	–
In forest, pine or hemlock	$2 \times 10^4 - 8 \times 10^4$	–	–	–
Grass, rough pasture, airport, public buildings etc.	$15 \times 10^4 - 30 \times 10^4$	–	–	–
Roadside dirt, ill-defined, small rocks up to 0.1 m mesh	$30 \times 10^4 - 80 \times 10^4$	–	–	–
Sandy silt, hard packed by vehicles	$80 \times 10^4 - 250 \times 10^4$	–	–	–
'Clean' limestone chops, thick layer (1–2.5 cm mesh)	$1 \times 10^6 - 4 \times 10^6$	–	–	–
Old dirt roadway, fine stones (5 cm mesh) interstices filled	$2 \times 10^6 - 4 \times 10^6$	–	–	–
Earth, exposed and rain-packed	$4 \times 10^6 - 8 \times 10^6$	–	–	–
Quarry dust fine, very hard-packed by vehicles	$5 \times 10^6 - 20 \times 10^6$	–	–	–
Asphalt, sealed by dust and light use	$\approx 3 \times 10^7$	–	–	–
Snow (new)	$1 \times 10^3 - 1 \times 10^4$	–	0.64–0.88	0–3
Snow (old crusted)	$8 \times 10^3 - 3 \times 10^4$	–	0.5	0–100
Forest floor	$7 \times 10^3 - 20 \times 10^4$	–	–	0–40

Tabla 1. Resistencia al flujo efectiva para diferentes superficies.



### III. 2. B. 2. Porosidad

La porosidad define la cantidad de volumen de aire dentro del absorbente. Es la relación entre el volumen total de poros y el volumen total del absorbente. Para considerar un material poroso adecuado, su porosidad ha de encontrarse en un rango cercano a 1, aunque para conseguir mejor resistividad al flujo, se reduce la porosidad en un pequeño margen. Los poros cerrados no se contemplan para determinar la porosidad del material ya que las ondas sonoras no penetran en ellos.

Material	Porosidad Característica
Lana mineral	0,92-0,99
Espumas de celda abierta	0,95-0,995
Tabla de fibra de madera	0,65-0,80
Tabla de fibra de madera	0,50-0,65
Hormigón de piedra pómez	0,25-0,50
Relleno de piedras y gravas	0,25-0,45
Filtros cerámicos	0,33-0,42
Ladrillo	0,25-0,30
Metal sinterizado	0,10-0,25
Ladrillo refractario	0,15-0,35
Arenilla	0,02-0,06
Mármol	0,005 aprox.

Tabla 2. materiales con porosidades características.

Existen otros parámetros, menos estudiados y también influyen en la propagación de ondas a través de los materiales porosos, los cuales, se describen a continuación.

### III. 2. B. 3. Tortuosidad

Este parámetro, hace referencia al efecto resultante de la relación del campo sonoro incidente con la orientación de los poros. Este efecto se representa por la tortuosidad  $\tau$ . La absorción resultante será mayor cuanto mas compleja sea la ruta interna de los poros. También afecta a la facilidad con que la onda puede penetrar en el material. En el caso simplificado de poros cilíndricos alineados en una misma dirección, la tortuosidad esta relacionada con el ángulo entre los poros y el sonido incidente.

La complejidad para medir este parámetro de forma experimental, se aborda con un fluido conductor para materiales no conductores como lanas minerales o espumas no conductoras. El material es impregnado con un fluido conductor y así poder medir la resistividad eléctrica. Desde esta, se encuentra la tortuosidad. Conocida la resistencia eléctrica del conductor,  $r_f$ , se mide impregnada en el material  $r_A$ , entonces la tortuosidad se puede encontrar como:

$$k_s = \frac{\epsilon r_A}{r_f} \quad (23)$$

Para materiales fibrosos  $k_s$  es aproximadamente 1, para materiales granulados se obtienen valores cercanos a 2.

<i>Material</i>	<i>Tortuosity</i>
Fibrous materials e.g. rock wool	1–1.06
Polyester, hemp fibres	1.01–1.05
Plastic foam	1.06 & 1.7
Melamine foam	1.01
Polyurethane foam	1.08–1.41
Metal foam	1.27
Porous aluminium	1.05
Snow (new)	1.5–2.7
Snow (old crusted)	4
Loose sand or dry cultivated soil	1.27–3.32
Granular materials	1.1–1.8
Gravel	1.5–1.8
Glass beads, 0.1 mm diameter	1.87
2.1 mm diameter lead shot	1.56–1.72
4 mm diameter lead shot	1.46
Fused glass bead sample	1.75–3.84
Vermiculite	1.8–2.46
Perlite	1.17–2.22
Nitrile foam granulate	1.49
Open porous asphalt	3.2–15
Rubber crumb	1.38–1.56
Cellular rubber	2.64
Felt	1.01

Tabla 3. Relación de factores de tortuosidad para diferentes materiales.

### III. 2. B. 4. Factor de forma de poro y longitudes características

Mientras que la porosidad y la resistividad de flujo suelen ser los parámetros más importantes para determinar la absorción del sonido, otros parámetros secundarios como el factor de forma y la tortuosidad son importantes. La forma de los poros influye en la propagación del sonido y por lo tanto en la absorción. Diferentes formas de los poros tienen diferentes áreas de superficie y por lo tanto tienen diferentes efectos térmicos y viscosos. Analíticamente obtener el factor de forma para los absorbentes más porosos es imposible, ya que por lo general no se ajustan a formas geométricas simples. Para el cálculo de los factores de forma de los poros, se utiliza un ajuste a través de mediciones acústicas de la densidad efectiva y el módulo de compresibilidad del material, estos, dependen del modelo utilizado para modelar la propagación dentro del absorbente. En las formulaciones, se han de utilizar los parámetros que nos interesan y se definen a continuación.

La **longitud característica viscosa**  $\Lambda$  es una relación ponderal del volumen en la zona de la superficie de los poros. Se pondera de acuerdo con el módulo al cuadrado de la velocidad microscópica evaluada, incluyendo los efectos de la viscosidad. Se puede encontrar en la forma de los poros simples utilizando la siguiente formulación:

$$\Lambda = \frac{1}{s} \sqrt{\frac{8\eta k_s}{\varepsilon \sigma}} \quad (24)$$

donde  $s$  es una constante, que para muchos absorbentes porosos, se encuentra entre 0.3 y 3.  $s$  es para poros circulares 1, para cuadrados 1.07 y 1.14 para triangulares, siendo 0.78 para rendijas.  $k_s$  es la tortuosidad descrita anteriormente y  $\eta$  es la viscosidad del aire.

Para materiales con poros no cilíndricos y complicadas estructuras internas, es necesario utilizar la longitud característica termal. La densidad efectiva de absorbentes porosos real tiende a ser determinada por partes de los poros con secciones transversales más pequeñas, mientras que el módulo de volumen es determinado por áreas más grandes de la sección transversal, por esta razón, se necesita una segunda longitud característica  $\Lambda$  para complementar. La **longitud característica térmica**  $\Lambda'$  viene dada por:

$$\Lambda' = \frac{2V_P}{S_P} \approx 2L_v \quad (25)$$

donde  $S_P$  y  $V_P$  son el área superficial y el volumen de los poros, respectivamente. Esta es la misma relación que la utilizada para  $\Lambda$  pero sin la ponderación para la velocidad microscópica. Los poros cilíndricos son un caso especial donde  $\Lambda = \Lambda'$ . En general  $\Lambda' \geq \Lambda$ , y para una primera aproximación  $\Lambda' = 2\Lambda$  y  $s = 1$  se pueden utilizar en las Ecuaciones 16 y 17 para obtener formulaciones más simples para la propagación del sonido en materiales.

La determinación de estas longitudes características plantea un problema en el uso de los modelos teóricos. Para la mayoría de los absorbentes, la forma de los poros es tan complejo que las longitudes características deben realizarse a partir de mediciones empíricas de las muestras, que en un sentido limita el punto de modelización teórica, debido a que es imposible predecir con precisión la absorción desde un material antes de ser construido. Otras complicaciones surgen cuando el material es anisotrópico, que es común en muchos materiales.

<i>Material</i>	<i>Characteristic length (<math>\mu\text{m}</math>)</i>	
	<i>Viscous <math>\Lambda</math></i>	<i>Thermal <math>\Lambda'</math></i>
Melamine foam	160	290
Plastic foam	25 & 230	70 & 690
Polyurethane	200	370
Metal foam	20	–
Porous aluminium	770	–
Fibreglass	60–180	125–400
Polyester fibres	50–270	100–540
Cellular rubber	9	15
Felt	30	60
Glass beads, 0.1 mm diameter	90	180
2.1 mm lead shot	280	490
4 mm lead shot	550	830
9 mm gravel	190	–

Tabla 4. Relación de longitudes características viscosas y térmicas para diferentes materiales.

### III. 2. C. Tipos de absorbentes porosos

A nivel comercial, existen diferentes tipos de materiales absorbentes tales como fibras de vidrio o lanas minerales, que permiten diferentes grados de absorción en función de su mayor o menor densidad de resinas aglomerantes. Se fabrican en forma de fieltro o paneles semirrígidos, con estructuras auxiliares para sostenerlos y en forma de tabiques.

Por otro lado, existen las espumas polímeras de células abiertas, como el poliuretano, la polimida y la melanina. Por ser compuestos orgánicos, estas espumas son sensibles en mayor o menor grado al fuego.

La melanina tiene la particularidad de no producir llama, por lo que en casos donde se requiera mayor seguridad, es un material deseado y de gran interés de estudio.

#### III. 2. C. 1. FIBRAS

##### *Fibra de kenaf*

Este material natural, es obtenido a partir de fibras de kenaf. Es poroso y fibroso. Estos materiales se obtienen utilizando la fibra de poliéster en porcentaje conocido como elemento de termofusión para unir las fibras de kenaf, consiguiendo un material compuesto en su mayoría por fibra de kenaf y sin el uso de adhesivos para conformarlo. Además se ha desarrollado un modelo que se ajusta a los valores experimentales para este biomaterial fibroso. En la figura se observan imágenes de la fibra y la curva de los coeficientes de absorción en función de la frecuencia.

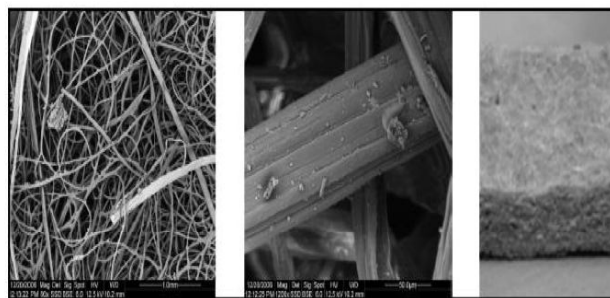


Fig. 10 Fibra de kenaf con distintos tipos de acercamientos.

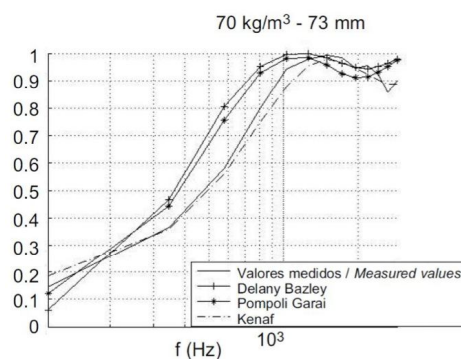


Fig. 11 Coeficiente de absorción en función de la frecuencia

En la siguiente figura, se puede apreciar que a partir de los 1000 Hz la absorción de la fibra de kenaf es elevada

### *Fibra de poliéster*

Este tipo de fibra fue un producto innovador, que rápidamente se convirtió en uno de los más utilizados. Existe una tendencia a sustituir a la lana de vidrio y lana de roca. El material de fibra de poliéster se fabrica en mantas con diferente densidad, espesor, composición y tratamiento de superficies. Es constituido por una mezcla de dos diferentes tipos de fibras, en un porcentaje en función del tipo de producto: fibras de politereftalato de etileno, que va desde el 70% a 80% y bicomponente, fibras constituidas por un núcleo de revestimiento y un politereftalato de etileno de copoliéster, que van desde 30% a 20%.

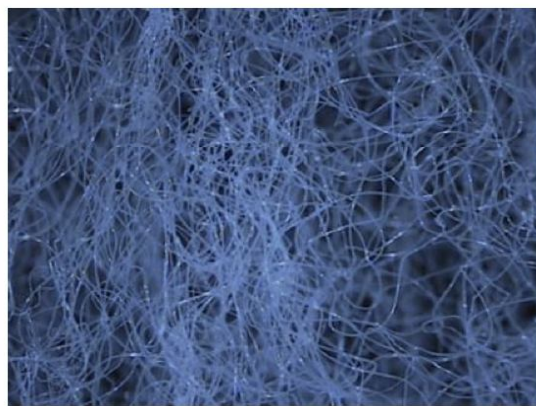


Fig. 12 Imagen microscópica de fibra de poliéster

El revestimiento de copoliéster tiene su punto de fusión a aproximadamente 110 °C, mientras que el politereftalato de etileno tiene su punto de fusión a aproximadamente 255 °C. La mezcla de fibras es térmicamente tratada a 150 °C en el fin de fundir el revestimiento externo del bicomponente para formar un esqueleto de fibras térmicamente unidas. En la siguiente figura se observa la respuesta en frecuencia de la absorción para esta fibra y a continuación una imagen microscópica de la misma.

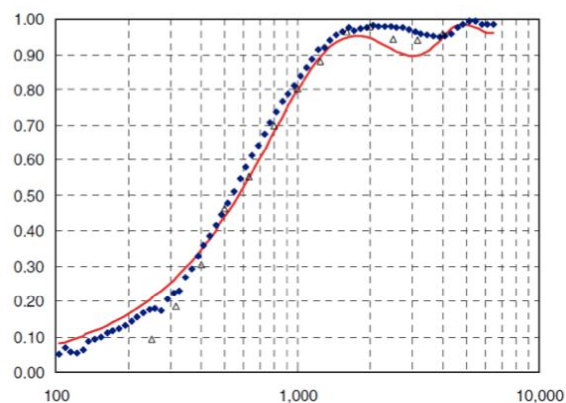


Fig. 13 Coeficientes de absorción sonora vs frecuencia de la fibra de poliéster.

### *Lana mineral o lana de roca*

El concepto de lana mineral es para diferenciar los materiales plásticos de los minerales. Estas lanas son productos aislantes constituidos por un entrelazado de filamentos de materiales pétreos que forman un fieltro que mantiene entre ellos aire en estado inmóvil.

### *Fibra de vidrio*

Para la fabricación de este tipo de fibra, se utiliza silicio, silicato de aluminio y potasio, carbonato de calcio, bórax o vidrio de reciclaje entre otros. Es un proceso de horneado de los materiales para formar el vidrio para luego, por medio de un proceso, ser transformado en fibras para luego constituir la lana.

## *III. 2. C. 2 POLIMEROS*

### *Melamina*

La espuma de melamina es conocida por ser uno de los mejores materiales acústicos en términos de absorción sonora. Es muy utilizado para diseñar cámaras anecoicas, y para aplicaciones de aeronáutica. Posee una estructura muy porosa con ligamentos delgados muy alargados. En algunos casos puede ser vista como una estructura fibrosa. La forma de la sección transversal de los ligamentos de la espuma de melamina está hecha de triángulos cóncavos. Una imagen microscópica de una muestra real de la espuma de melamina se muestra en la siguiente figura.

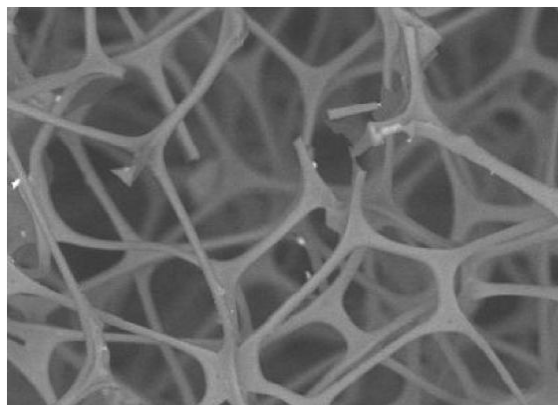


Fig. 14 Imagen microscópica de la espuma de melamina

## IV. METODO NUMÉRICO

### IV. 1. ELEMENTOS FINITOS

Generalmente, dar soluciones a las ecuaciones diferenciales que formulan un problema físico es muy complejo, dejando de ser posible resolverlas analíticamente en algunos casos, en los que no es posible realizar aproximaciones a ecuaciones diferenciales, por lo que se recurre a métodos numéricos para dar solución a ecuaciones diferenciales mediante procedimientos iterativos discretizando la ecuación diferencial. Entre ellos, se encuentran el método de elementos finitos FEM o método de elementos de contorno BEM.

El método de elementos finitos, puede ser fácilmente implementado mediante software como el utilizado en este trabajo (COMSOL Multiphysics). Por otro lado, las discretizaciones de cada elemento son independientes y no requieren que se realice de forma estructurada. Permite realizar tratamiento de geometrías complejas y las condiciones de contorno son independientes de cada elemento de la discretización.

#### IV. 1. A. Conceptos generales

El método de elementos finitos, sirve para dar solución de problemas de contorno gobernados por ecuaciones diferenciales que transforma un problema diferencial en otro algebraico mediante la discretización o división de una región en formas geométricas simples. Estos son llamados elementos finitos, los cuales están interconectados por una serie de puntos llamados nodos. Así se consigue pasar de un sistema continuo a otro con un número finito de grados de libertad, cuyo comportamiento se puede modelar por un sistema de ecuaciones.

La solución al problema, se consigue discretizando el dominio mediante puntos (1D), líneas (2D) o superficies (3D) imaginarios, de forma que se aproxima el dominio total mediante tal conjunto de elementos los cuales están conectados a través de los nodos, los cuales han de ser definidos adecuadamente, en número, tamaño, tipo (número de nodos y grado de las funciones de aproximación) y situación de los elementos. En estos nodos, se materializan las incógnitas fundamentales del problema, denominadas grados de libertad. A través de la ecuación diferencial que rige el comportamiento del continuo para cada elemento, se obtienen formulas que relacionan el comportamiento en el interior del mismo con el valor que toman los grados de libertad nodales. Este paso se realiza por medio de funciones de interpolación, que definen el valor del campo en el elemento a partir del valor de sus variables nodales. Estas funciones pueden ser ecuaciones lineales o polinomiales de alto orden dependiendo de la localización geométrica de los nodos. A partir de este punto, el problema se formula de forma matricial. Se determinan las matrices que definen el comportamiento de cada elemento. Se obtiene la matriz global a partir del ensamblaje de las matrices elementales que constituyen un sistema de ecuaciones algebraicas. Después se imponen las condiciones de contorno correspondientes a cada caso, se resuelve el sistema de ecuaciones obteniendo los valores de los grados de libertad en los nodos del sistema y se calculan los valores auxiliares en puntos no coincidentes de los nodos.

En ingeniería, este método se puede utilizar para resolver una gran cantidad de problemas, pero como todo entorno discreto, aparecen errores al pasar del dominio continuo al discreto, como pueden ser errores de redondeo acumulado y modelado. Se puede conseguir minimizar a coste computacional los errores debidos a la discretización, utilizando un mallado mas preciso.

#### **IV. 1. B. Implementación en comsol**

Para el estudio de estructuras multicapa se ha utilizado un modelo en 2D, con contornos de radiación (onda plana) y laminas de materiales absorbentes con modelos de fluidos equivalentes de Biot que permiten simular la influencia de los mismos en la propagación del sonido. Por otro lado, se han implementado otros modelos en 2D, con simulaciones para dispersores cilíndricos rígidos y elásticos. Se ha utilizado condición de contorno de Floquet. El modelo utilizado es el de absorbente poroso que provee el software de simulación COMSOL Multiphysics.

El procedimiento para crear el modelo y obtener la solución ha sido el siguiente.

- Definición de la geometría de la estructura periódica
- Asignación de las propiedades físicas.
- Aplicaciones de las condiciones de contorno. Se definen las condiciones que se aplican en contornos de dominios con diferentes propiedades.
- Mallado de la geometría. La geometría se divide en diferentes elementos donde se resuelven la ecuaciones de campo. Suelen mallarse automáticamente dependiendo de la precisión deseada, en este caso, se realiza de forma manual. El tamaño de los elementos esta relacionado directamente con la frecuencia, por lo que para conseguir una simulación valida, es necesario tener en cuenta este paso.
- Resolución del problema. En este paso se aplica el método de elementos finitos para obtener la solución del problema físico de forma iterativa. La solución se obtiene en cada elemento, aunque también se pueden sumar o integrar pequeños elementos de una región.
- Análisis de la solución y postprocesado. Una vez obtenida la solución, se representar gráficamente la distribución de las distintas variables. Finalmente se exportan los datos a Matlab para representar los gráficos finales y contrastar resultados.

Todos los modelos se han generando utilizando un modelo de fluidos como modelo de presión acústica, asignando todos los dominios (aire). La onda incidente se crea a partir de una condición de radiación de onda plana y se utiliza como condición de contorno la periodicidad de floquet.

Para evitar errores en la simulación se utiliza un tamaño de mallado menor a la octava parte de la longitud de onda correspondiente a la frecuencia mayor estudiada.

El fluido de todo el dominio se ha descrito a través de la velocidad del sonido y densidad, para el aire con  $c = 343 \text{ m/s}$  y  $\rho = 1.21 \text{ [Kg/m}^3\text{]}$



Para describir el material elástico poroso se utiliza una aproximación a la matriz porosa rígida, y se describe a partir de la porosidad, de la resistencia al flujo, de la tortuosidad y longitudes características viscosas y térmicas, que varían en cada caso para su análisis.

#### IV. 2. MODELO MATEMÁTICO

Las ondas sonoras en un medio sin perdidas son gobernadas por las siguientes ecuaciones para la presión.

$$\frac{1}{\rho_0 c_c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \nabla \cdot \left( -\frac{1}{\rho_c} (\nabla p - \mathbf{q}_d) \right) = Q_m \quad (26)$$

donde  $Q_m$  es una fuente monopolo,  $\mathbf{q}_d$  una fuente dipolo  $\rho_c$  la densidad,  $\nabla_p$  el gradiente de la presión,  $\omega^2$  la frecuencia angular y  $c_c$  la velocidad del sonido.

Un caso especial es para la onda armónica temporal, para la cual la presión varia en el tiempo como

$$p(\mathbf{r}, t) = p(\mathbf{x}) e^{-i\omega t} \quad (27)$$

donde  $\omega = 2\pi f \left( \frac{rad}{s} \right)$  es la frecuencia angular y  $f$  (Hz) la frecuencia. Asumiendo la misma dependencia temporal para los terminos de fuentes, la ecuacion de ondas puede expresarse como la ecuación inhomogena de Helmholtz:

$$\nabla \cdot \left( -\frac{1}{\rho_c} (\nabla p - \mathbf{q}_d) \right) - \frac{\omega^2 p}{\rho_c c_c^2} = Q_m \quad (28)$$

donde  $Q_m$  es una fuente monopolo,  $\mathbf{q}_d$  una fuente dipolo  $\rho_c$  la densidad,  $\nabla_p$  el gradiente de la presión,  $\omega^2$  la frecuencia angular y  $c_c$  la velocidad del sonido.

Se obtiene la ecuación en función de la frecuencia:

$$\nabla \cdot \left( -\frac{1}{\rho_c} (\nabla p_t - \mathbf{q}_d) \right) - \frac{k_{eq}^2 p_t}{\rho_c} = Q_m \quad (29)$$

$$p_t = p + p_b \quad (30)$$

Sustituyendo el vector de onda equivalente  $k_{eq}$  en la función 28 siendo

$$k_{eq}^2 = \left( \frac{\omega}{c_c} \right)^2 - k_z^2, \quad k_z^2 = 0 \quad (31)$$

donde  $k_z$  es el numero de onda fuera de plano, que por de facto su valor es 0.

Para conseguir información sobre la dispersión, presión incidente y presión total, se usa un campo de presión incidente en la parte superior, donde se aplica una onda plana como condición de radiación. La presión incidente es dada como:

$$p_{inc} = e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x})} \text{ siendo } \mathbf{k} = k_0(\sin\theta, -\cos\theta) \quad (32)$$

donde  $\theta$  es el angulo incidente,  $k_0$  es el numero de onda en campo libre (domino de aire) y  $x$  la ubicación en el límite. La presión  $p$  es la solución en el modelo del campo total y  $p_{scat}$  es el campo de dispersión, dado como  $p_{scat} = p - p_{inc}$ . La expresión para el campo disperso es solo valido en el dominio del aire, ya que a priori el campo incidente no lo sabemos en el material poroso.

#### IV. 2. A. Presión incidente

El **campo de presión incidente** es una onda plana, del tipo:

$$p_i = p_0 e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})} \quad (33)$$

donde  $p_0$  es la amplitud de la señal,  $\mathbf{k}$  es el vector de onda y  $\mathbf{r}$  es la ubicación en el límite.

Dos parámetros que caracterizan las propiedades de absorción del material poroso son la impedancia especifica de la superficie  $Z$  y el coeficiente de absorción  $\alpha$ .

El coeficiente de absorción, que representa la relación de la energía absorbida e incidente, se define como:

$$\alpha = 1 - |R|^2 \quad R = \frac{p_{scat}}{p_{inc}} \quad (34)$$

Donde  $R$  es el coeficiente de reflexión en términos de presión que da la relación de dispersión de la presión incidente.

La impedancia característica de superficie se define como

$$Z = \frac{1}{\rho_0 c} \frac{p}{u_n} \quad (35)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad del aire,  $c$  es la velocidad del sonido y  $u_n = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$  es la normal de la velocidad en la superficie de la capa de absorbente. Ambos coeficientes dependen de la frecuencia y ángulo de incidencia.

#### IV. 2. B. Condiciones de contorno

El modelo de la **condición de radiación de onda plana** se utiliza para modelar el limite abierto en la parte superior de la geometría. Esta condición introduce un pequeño error para aumentar

los ángulos de incidencia  $\theta$ . Esto se deriva matemáticamente de la condición de frontera. Esta condición radia una onda plana con la presión de un pascal. Para ello se especifica una onda plana de radiación, con una condición para permitir una onda de salida del dominio del modelo con reflejos mínimos. La condición se adapta a la geometría del dominio del modelo en su parte superior e inferior. Las condiciones de contorno de radiación de primer orden en el dominio de frecuencia se implementan a través de la siguiente formulación:

$$-\mathbf{n} \cdot \left( -\frac{1}{\rho_c} (\nabla p_t - \mathbf{q}_d) \right) + (ik + \kappa(r)) \frac{p}{\rho_c} = (ik + \kappa(r)) \frac{p_i}{\rho_c} + \mathbf{n} \cdot \left( \frac{\nabla p_i}{\rho_c} \right) \quad (36)$$

donde  $k$  es el número de onda y  $\kappa(r) = 0$  por ser una onda plana.

Se definen a continuación las condiciones de segundo orden de contorno de radiación en el dominio de la frecuencia. En estas ecuaciones  $\Delta_T$  en un punto dado del contorno denota el operador de Laplace en el plano tangente en ese punto particular.

$$-\mathbf{n} \cdot \left( -\frac{1}{\rho_c} (\nabla p_t - \mathbf{q}_d) \right) + i \frac{k}{\rho_c} p + \frac{i}{2k\rho_c} \Delta_T p = \frac{i}{2k\rho_c} \Delta_T p_i + i \frac{k}{\rho_c} p_i + \mathbf{n} \cdot \frac{1}{\rho_c} \nabla p_i \quad (37)$$

Para añadir una **condición de contorno a un contorno duro**, se añade una condición que es un límite donde la componente de la normal de la aceleración es cero, se utiliza la siguiente formulación.

$$-\mathbf{n} \cdot \left( -\frac{1}{\rho_0} (\nabla p - \mathbf{q}_d) \right) = 0 \quad (38)$$

#### IV. 2. C. Condición de periodicidad

La **condición de contorno periódica de Floquet** se utiliza para modelar una estructura periódica infinita. La periodicidad se determina por el número de onda del campo de presión de fondo (incidente). La relación entre la presión en los límites izquierdo y derecho del dominio del modelo es 41

$$p(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x} + \mathbf{d}) e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{d})} \quad (39)$$

donde  $\mathbf{d} = (W, 0)$  es un vector que se extiende desde la izquierda a la frontera derecha y  $k$  es el vector de onda definido en la expresión del campo de presión incidente de la ecuación (1). Comsol calcula automáticamente el vector  $\mathbf{d}$  cuando se aplica la periodicidad de Floquet. Por tanto la condición de periodicidad de Floquet se formula como:

$$p_{dst} = p_{src} e^{-i\mathbf{k}_F \cdot (\mathbf{r}_{dst} - \mathbf{r}_{src})} \quad (40)$$

$$-\mathbf{n}_{dst} \cdot \left( -\frac{1}{\rho_c} (\nabla_{p_t} - \mathbf{q}_d) \right)_{dst} = \mathbf{n}_{src} \cdot \left( -\frac{1}{\rho_c} (\nabla_{p_t} - \mathbf{q}_d) \right)_{src} e^{-i\mathbf{k}_F \cdot (\mathbf{r}_{dst} - \mathbf{r}_{src})} \quad (41)$$

donde  $\mathbf{k}_F$  es el vector  $\mathbf{k}$  para la periodicidad de floquet.

#### IV. 2. D. Modelo de fluidos equivalentes de Biot

Los modelos de fluidos equivalentes de Biot son modelos que imitan dos comportamientos limitantes del modelo completo poroelástico del material. El primero es el modelo de matriz porosa inerte y el segundo es el modelo de matriz porosa rígida. Estos son los dos modelos de fluidos equivalentes y por tanto son computacionalmente menos exigentes que el modelo poroelástico completo. Sin embargo, sólo son físicamente correctos para ciertas opciones de parámetros de los materiales.

El modelo poroso blando es un modelo de material cuya fase sólida (la matriz porosa) es tan débil que no se puede transmitir libre propagación de ondas por estructuras sólidas (ni longitudinal ni transversal). Es decir, su mayor rigidez tiene un valor muy pequeño. Este modelo se utiliza para modelar materiales fibrosos de peso muy ligero (menos de 10kg/m<sup>3</sup>).

El modelo de matriz porosa rígida es el extremo opuesto del modelo blando, en el que se supone que la matriz es soportada por sí sola y no se mueve. Los modelos blandos y rígidos se definen por las siguientes densidades equivalentes,  $\rho$ , y módulo equivalente de compresibilidad,  $K$ :

El modelo rígido se define por la densidad equivalente  $\rho_{rig}$  en la siguiente ecuación

$$\rho_{rig} = \frac{\tau p_f}{\varepsilon_p} \left[ 1 + \frac{R_f \varepsilon_p}{i \omega \rho_f \tau} \sqrt{1 + \frac{4i \omega \tau^2 \mu \rho_f}{R_f^2 L_V^2 \varepsilon_p^2}} \right] \quad (42)$$

y el módulo equivalente de compresibilidad  $K_{eq}$  se define como

$$K_{eq} = \frac{\gamma P_0}{\varepsilon_p} \left[ \gamma - (\gamma - 1) \left( 1 + \frac{8\mu}{i \omega L_{th}^2 P_r \rho_f} \sqrt{1 + \frac{i \omega L_{th}^2 P_r \rho_f}{16\mu}} \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (43)$$

Si se elige el modelo blando entonces la densidad equivalente  $\rho_{limp}$  viene dada por:

$$\rho_{limp} = \frac{\rho_{rig} \rho_{av} - \rho_f^2}{\rho_{av} + \rho_{rig} - 2\rho_f}, \quad \rho_{av} = \rho_d - \varepsilon_p \rho_f \quad (44)$$

A continuación se definen la longitud característica viscosa y longitud característica térmica como:

$$L_V = \frac{1}{s} \sqrt{\frac{8\mu\tau}{\varepsilon_p R_f}} \quad (45)$$

$$L_{th} = \frac{2V_P}{S_P} \approx 2L_V \quad (46)$$

Aquí  $\tau$  es el factor de tortuosidad,  $\rho_f$  es la densidad del fluido,  $\varepsilon_p$  es la porosidad,  $R_f$  es la resistividad al flujo,  $\mu$  es la viscosidad dinámica,  $P_0$  es la presión en reposo,  $\gamma$  es la relación de calores específicos,  $L_V$  es la longitud característica viscosa,  $L_{th}$  es la longitud característica térmica,  $P_r$  es el número de Prandtl,  $\rho_d$  es la drenado densidad de la matriz porosa,  $S_P$  y  $V_P$  son el área superficial y el volumen de los poros,  $s$  es un factor de dependiente de la geometría del poro entre 0,3 y 3,0 (para el ejemplo 1 para poros circulares, 0,78 para rendijas),  $\rho_{av}$  es la densidad media efectiva, y  $\rho_{limp}$  es la densidad efectiva blanda.

Esto se traduce en los siguientes parámetros de propagación

$$k_{c,limp} = \omega \sqrt{\rho_{limp}/K_{eq}} \quad (46)$$

$$k_{c,rig} = \omega \sqrt{\rho_{rig}/K_{eq}} \quad (47)$$

Para definir el modelo de fluido de biot equivalente, por defecto, el material fluido utiliza el material del dominio. Los siguientes parámetros han de ser definidos:

- Velocidad del sonido  $c$  (unidad SI:  $m/s$ )
- $\rho_f$  Densidad (unidad SI:  $Kg/m^3$ )
- Capacidad calorífica a presión constante  $C_p$  (unidad SI:  $J/(Kg \cdot K)$ )
- Relación de los calor específico  $\gamma$  (unidad SI: 1)
- conductividad térmica  $k$  (unidad SI:  $W/(m \cdot K)$ )
- Viscosidad dinámica  $\mu$  (unidad SI:  $Pa \cdot s$ )

Para definir la capa de contorno de absorción en el modelo del fluido:

Por defecto, el material fluido utiliza el material del dominio. Para el modelo poroso, el material elástico poroso elegido es la melamina, definida previamente en materiales, y con matriz porosa de aproximación rígida y los valores definidos para cada caso:

- Porosidad (definida en el material)
- Resistencia al flujo  $R_f$  ( $R_{f0}$ )
- Se selecciona el parámetro longitud característica viscosa para introducir la expresión  $L_V$  ( $L_{V0}$ ) en metros.
- Longitud característica térmica (unidad SI: m)  $L_{th}$ .
- Factor de tortuosidad  $\tau$  (sin dimensiones). El valor predeterminado es 1.

## V. RESULTADOS

### V. 1. PARAMETROS FÍSICOS DE MATERIALES POROSOS

La obtención de los parámetros físicos de materiales absorbentes porosos, no es tarea fácil, pues a nivel comercial, normalmente solo se caracterizan en función del coeficiente de absorción. Para la realización de este trabajo, se contactó con varias empresas del sector para conseguir una relación de parámetros y fue imposible. Los valores de parámetros mostrados en la siguiente tabla, han sido reunidos a través de distintas fuentes referenciadas en bibliografía<sup>(4)</sup> y servirán como referencia para seleccionar los rangos de valores realistas utilizados en la parametrización de las simulaciones.

MATERIAL POROSO	POROSIDAD CARACTERISTICA	RESISTIVIDAD AL FLUJO [ $Pa \cdot s/m^2$ ]	FACTOR DE TORTUOSIDAD	LONGITUD CARACTERISTICA VISCOSA (m)	LONGITUD CARACTERISTICA TÉRMICA (m)
Melamina ejemplo	0.995	1.05e+04	1.0059	240	470
Espuma de Melamina	0.95-0.995	-	1.01	160	290
Espuma plástica	0.95-0.995	-	1.06-1.7	25-230	70-690
Poliuretano	0.25-0.5	2.00e+04	1.08-1.41	200	370
Espuma metálica	0.95-0.995	-	1.27	20	-
Aluminio poroso	-	-	1.05	770	-
Fibra de vidrio	-	-	1.75-274	60-180	125-400
Fibra de poliéster	0.95-0.995	-	1.01-1.05	50-270	100-540
Filtro	0.83-0.95	-	1.01	30	60
Perlas de vidrio de 0.1mm $\phi$	-	-	1.87	90	180

Tabla 5. Relación de materiales caracterizados a partir de sus parámetros físicos

### V. 2. ESTRUCTURA MULTICAPA DE LAMINAS ABSORBENTES EN 1D

#### V. 2. A. Geometría y mallado del modelo

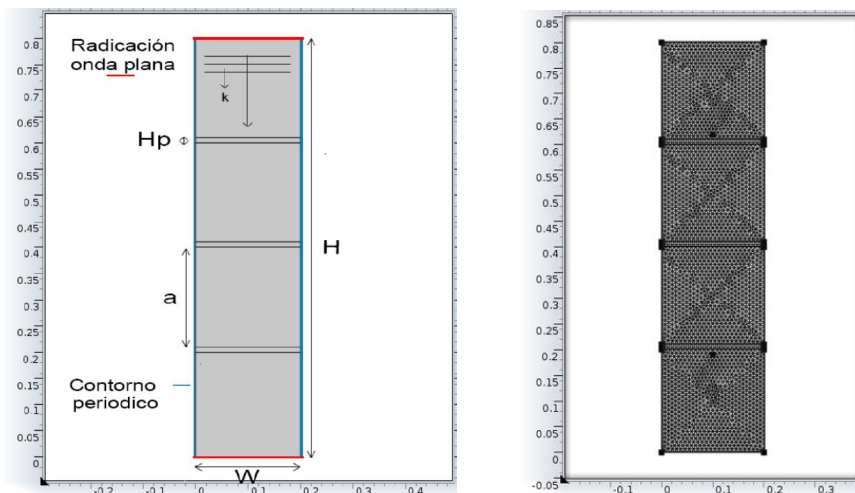


Fig. 15 Geometría del modelo de laminas absorbentes y ejemplo de mallado

La figura 15 mostrada, representa la geometría del sistema modelado, en la que el campo de sonido incidente atraviesa la capa de material poroso con ángulo  $\varnothing$ , que en el caso de estudio es  $0^\circ$ . La onda incidente tiene vector de onda  $k$ . En la figura, el borde azul representa los límites del dominio del modelo, al cual se le aplica condiciones de contorno periódicas de Floquet a la izquierda y la derecha extendiendo el dominio al infinito, arriba, se usa una onda plana como condición de radiación con una onda incidente. El espesor inicial de las capas de absorbente porosas es  $H_p = 1$  cm y la región de aire modelado es de  $H = 0.8$  m. En el modelo se utilizan inicialmente tres paneles porosos con una distancia entre ellos de 0.2 m y con una anchura de  $W = 0.40$  m.

El mallado utilizado en el modelo, ha sido un aspecto muy importante en tener en cuenta para no generar errores de precisión. Para los casos de estudio, se ha tenido en cuenta 8 elementos de malla como mínimo para el cálculo. Siendo el rango de 1Hz a 3 KHz,

$$\text{tamaño mínimo de malla} = \frac{\lambda_{\min}}{8} = \frac{c/f}{8}$$

## V. 2. B. Comparativa del método experimental, numérico (FEM) y por el método de la matriz de transferencia.

Se describen a continuación las medidas obtenidas a través del montaje experimental

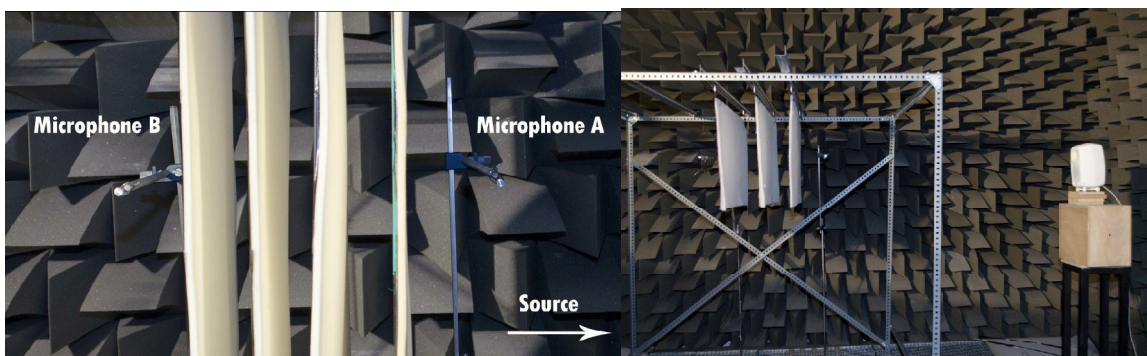


Fig.16 Sistema de la estructura multicapa medida. Distancia fuente a estructura de 2m, distancia entre capas absorbentes de 0.2 m

Se presentan a continuación, los resultados obtenidos de la medida experimental, los cuales se han obtenido registrando el valor de presión sin absorbentes y con su posterior montaje, registrando el campo incidente de presión y el campo total de presión con la estructura de absorbentes. Los datos están tomados a través de micrófonos situados en el eje central de la radiación entre altavoz y capas de la estructura, situados a 0.2 m de las capas, las cuales tienen una distancia entre ellas igualmente de 0.2 m.

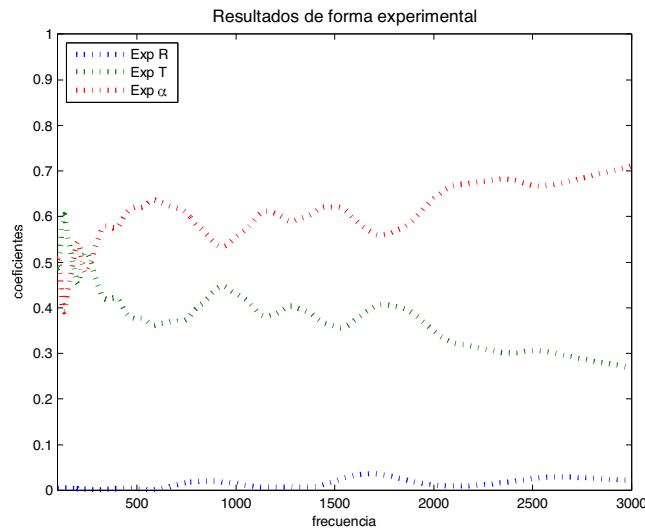


Fig. 17 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en cámara anecoica.

Como se observa en la figura 17, experimentalmente se demuestra una relación directa del paso de red con picos en los coeficientes de las frecuencias relacionadas descritas en la tabla 6. Por otro lado, existe una atenuación del coeficiente de transmisión a medida que aumenta la frecuencia y aparecen otros picos fuera del rango de frecuencias asociadas a las bandas prohibidas, bandas que se obtienen a partir de la siguiente relación:

$$f = \frac{nc}{2a}$$

Nº de Band gap (n)	Frecuencia, siendo $f = \frac{nc}{2a}$
1	857,5 Hz
2	1715 Hz
3	2572,5 Hz

Tabla 6. Frecuencias centrales de band gap para un paso de red de 0.2 m

Se observa una correspondencia a estas frecuencias con picos y valles en los coeficientes, observando otros picos en torno a 1200 y 1500 Hz, que no corresponden con las frecuencias asociadas a las bandas prohibidas.

Se muestran a continuación los resultados obtenidos por el método de la matriz de transferencia, (TMM), en el cual se han utilizado los valores de los parámetros físicos mostrados en la siguiente tabla. Estos valores se han utilizado como magnitudes iniciales para las simulaciones en FEM.

Material	Porosidad	Resistividad al flujo [Pa · s/m <sup>2</sup> ]	Factor de Tortuosidad	Longitud característica viscosa (m)	Longitud característica térmica (m)
	$\epsilon_p$	$\sigma$	$\tau$	$L_v$	$L_{th}$



poroso	0,97	13e3	1	120e-6	200e-6
--------	------	------	---	--------	--------

Tabla 7. Parámetros físicos de los absorbentes porosos utilizados en el TMM y en FEM

A continuación se muestran los resultados obtenidos en Matlab del método de la matriz de transferencia.

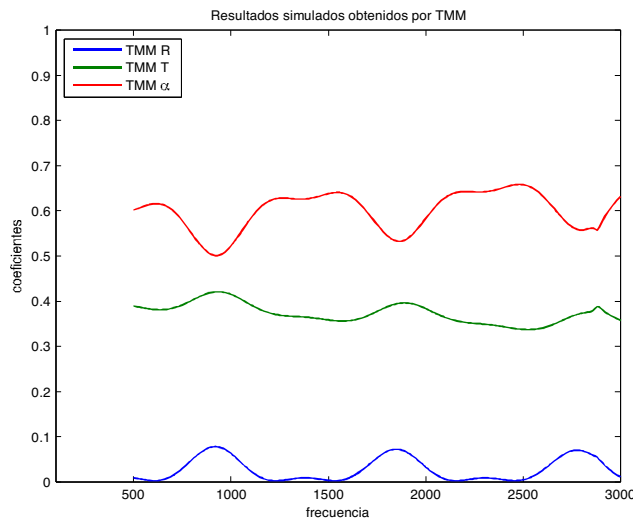


Fig. 18 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos a través del TMM.

Utilizando los mismos pasos de red y magnitudes físicas, se obtiene un comportamiento del sistema, para el que se observan claramente las frecuencias de band gap, por el contrario a la medida experimental no aparecen picos fuera del rango de las bandas prohibidas. Se obtiene igualmente un aumento del coeficiente de absorción al aumentar la frecuencia, El modelo numérico permite observar la influencia de la propagación interior de ondas transversales del absorbente (modelo flexible), que se traduce en una atenuación en función de la frecuencia.

Los datos obtenidos por los diferentes métodos, han sido representados en MATLAB, en un rango de 1 Hz a 3000 y se han comparado los coeficientes de transmisión y reflexión del modelo en FEM con una posición central de los micrófonos en la parte posterior y anterior del sistema.

Los parámetros utilizados para la simulación en Comsol han sido los mismos que los utilizados por el método de la matriz de transferencia .

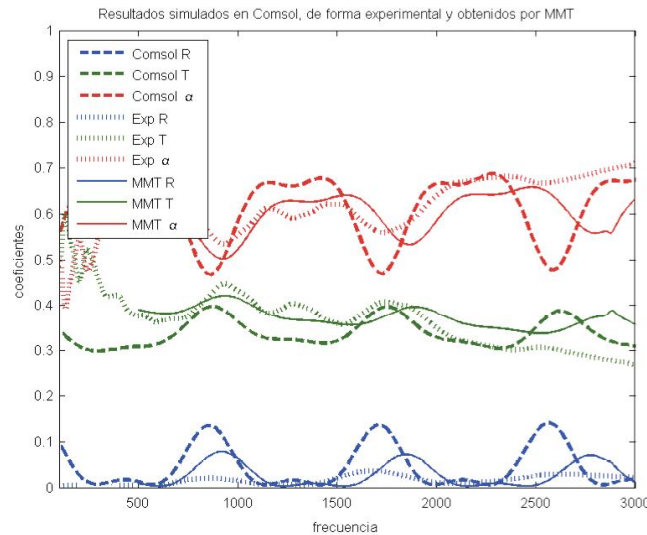


Fig. 19 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos a través del modelo en Comsol (FEM), por el método experimental y TMM.

En la gráfica anterior, se observa similitud en los datos, lo cual sirve para validar el modelo numérico realizado en Comsol. Existen diferencias lógicas pues el método de la Matriz de transferencia utiliza una matriz de aproximación porosa flexible, a diferencia del modelo de Biot utilizado en Comsol que se utiliza un modelo rígido. Esto posiblemente hace que no exista la misma atenuación a medida que aumenta la frecuencia.

Se observa una analogía en las frecuencias de band gap para los tres modelos, siendo el modelo FEM el que consigue mayores niveles de picos en los coeficientes. Por otro lado, se consigue menor transmisión y la frecuencia central de band gap se sitúa ligeramente por debajo que en las frecuencias centrales del método experimental y de TMM.

### V. 2. C. Estudio de la influencia de la variación de los parámetros físicos de los materiales absorbentes porosos.

A continuación se realiza un estudio de los valores asociados a las características porosas de los absorbentes. Se han llevado a cabo simulaciones variando los valores de la resistencia al flujo, tortuosidad, características viscosas y termales, definiendo los valores que dan como resultado una aproximación del comportamiento del material en la transmisión acústica con diferentes valores de sus parámetros físicos.

#### *Porosidad característica*

Esta propiedad puede ser la más simple de un medio poroso, siendo la fracción del volumen ocupada por los poros. Los valores dependiendo del medio poroso, pueden variar desde prácticamente 0 para metales o rocas volcánicas hasta cerca de uno para aerogeles. En este caso se ha utilizado una porosidad característica de la melamina, entre 0,87 a 0,97. Los demás parámetros del material se han mantenido para estudiar la influencia en la variación de la porosidad.

Material	Porosidad	Resistividad al flujo [Pa · s/m <sup>2</sup> ]	Factor de Tortuosidad	Longitud característica viscosa (m)	Longitud característica térmica (m)
	$\epsilon_p$	$\sigma$	$\tau$	$L_v$	$L_{th}$
poroso	0,87/0,92/0,97	13e3	1	120e-6	200e-6

Tabla 8. Parámetros físicos de los absorbentes porosos variando los valores de porosidad

Los resultados mostrados a continuación, se muestran para el estudio de la porosidad, hay que tener en cuenta que en un sistema real, para mayores valores de porosidad, la resistencia al flujo será menor.

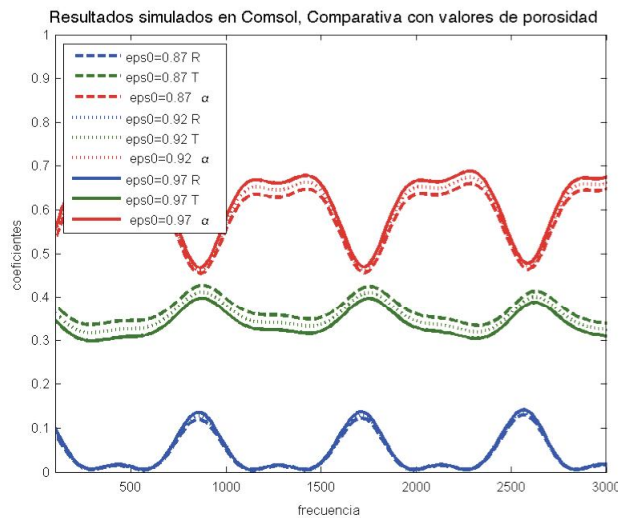


Fig. 20 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en FEM con diferentes valores de porosidad.

Dentro del rango realista, la porosidad de un material, influye directamente en la absorción. Cuanto mayor sea la porosidad característica que tenga el material, mayor será el coeficiente de absorción, pues penetra en mayor medida dentro del material, existiendo por tanto mayor nivel de fricción. Existen limitaciones, pues si el material es muy poco poroso, las ondas propagantes no podrán penetrar y se reflejarán. Por otro lado, si el material es demasiado poroso, existirá menos fricción y por tanto la absorción será menor.

### Resistencia al flujo

Como se explica en la sección III. 2. B. 1., La resistencia al flujo mide la resistencia que el flujo encuentra a través de su estructura, haciendo referencia a la energía que se pierde debido a los efectos que produce la capa superficial del absorbente. Se muestran en la tabla 9, los valores utilizados en el modelo para la resistencia al flujo.

Material	Porosidad $\epsilon_p$	Resistividad al flujo $[Pa \cdot s/m^2]$ $\sigma$	Factor de Tortuosidad $\tau$	Longitud característica viscosa (m) $L_v$	Longitud característica térmica (m) $L_{th}$
poroso	0,97	10/13/15 e3	1	120e-6	200e-6

Tabla 9. Parámetros físicos de los absorbentes porosos variando los valores de resistencia al flujo

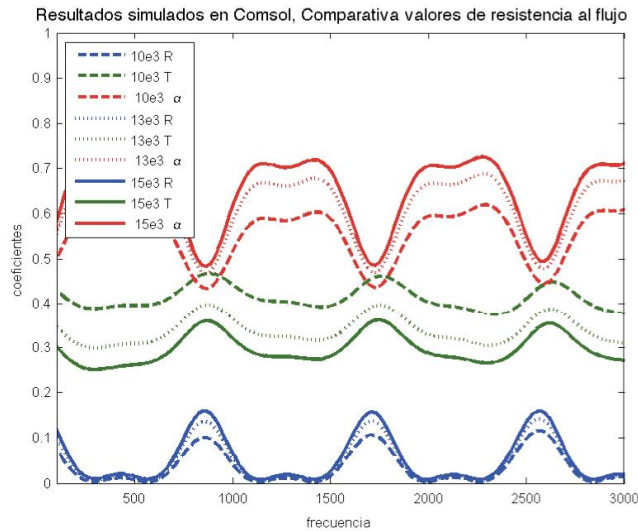


Fig. 21 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en FEM con diferentes valores de resistencia al flujo.

Según los resultados obtenidos, a mayores valores de resistencia al flujo, se consigue incrementar levemente la diferencia entre los máximos y mínimos de los coeficientes, consiguiendo un mayor coeficiente de absorción para mayores valores, lógicamente, al haber mas resistencia, el flujo de aire tiene mas dificultades para penetrar en el material poroso y atravesar su estructura, por tanto hay mas pérdidas de energía sonora.

Aunque la porosidad y la resistividad al flujo son los parámetros que mas pueden influir en la absorción del sonido, también se muestran resultados de otros parámetros secundarios, como la tortuosidad y longitudes características térmicas y viscosas, es decir, la cantidad de curvas existentes dentro de los poros y los efectos térmicos y viscosos debidos a las diferentes formas de los poros. Los resultados del estudio de su influencia en la propagación del sonido se muestran a continuación:

## Tortuosidad

Material	Porosidad $\epsilon_p$	Resistividad al flujo [Pa · s/m <sup>2</sup> ] $\sigma$	Factor de Tortuosidad $\tau$	Longitud característica viscosa (m) $L_v$	Longitud característica térmica (m) $L_{th}$
poroso	0,97	13e3	1/1.2/1.4	120e-6	200e-6

Tabla 10 Parámetros físicos de los absorbentes porosos variando el factor de tortuosidad.

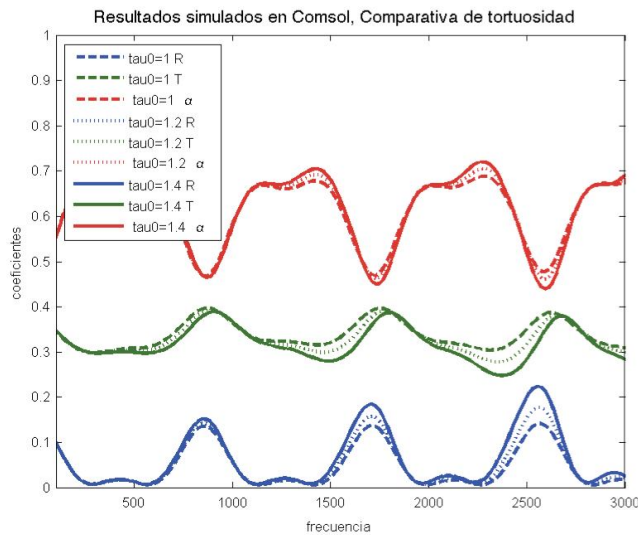


Fig. 22 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en FEM con diferentes valores de tortuosidad.

Cuanto más compleja es la trayectoria de la onda propagándose a través del material, mayor es la absorción, esta además afecta a la facilidad con la que la onda sonora puede penetrar en el material absorbente poroso.

A partir de los resultados obtenidos en los resultados, para mayores valores de tortuosidad, se consigue incrementar la absorción en ciertos intervalos de frecuencia, por otro lado, es interesante el desplazamiento en frecuencia del pico de transmisión con la reflejada, fenómeno que no ocurre al variar el valor de otros parámetros característicos.

## Longitud característica viscosa

Material	Porosidad $\epsilon_p$	Resistividad al flujo [Pa · s/m <sup>2</sup> ] $\sigma$	Factor de Tortuosidad $\tau$	Longitud característica viscosa (m) $L_v$	Longitud característica térmica (m) $L_{th}$
poroso	0,97	13e3	1	50/150/250 e-6	200e-6

Tabla 11. Parámetros físicos de los absorbentes porosos variando el factor de longitud característica viscosa.

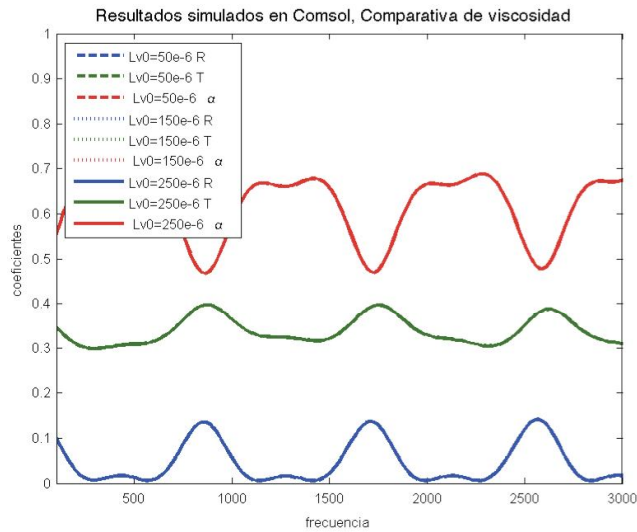


Fig. 23 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en FEM con diferentes valores de longitud características viscosa.

Según los datos obtenidos, la longitud característica viscosa, es irrelevante para los valores asociados a los materiales de los cuales se han tomado los datos para el estudio.

### Longitud característica térmica

Material	Porosidad $\epsilon_p$	Resistividad al flujo [Pa · s/m <sup>2</sup> ] $\sigma$	Factor de Tortuosidad $\tau$	Longitud característica viscosa (m) $L_v$	Longitud característica térmica (m) $L_{th}$
poroso	0,97	13e3	1	120e-6	50/200/350e-6

Tabla 12. Parámetros físicos de los absorbentes porosos variando el factor de Longitud característica térmica.

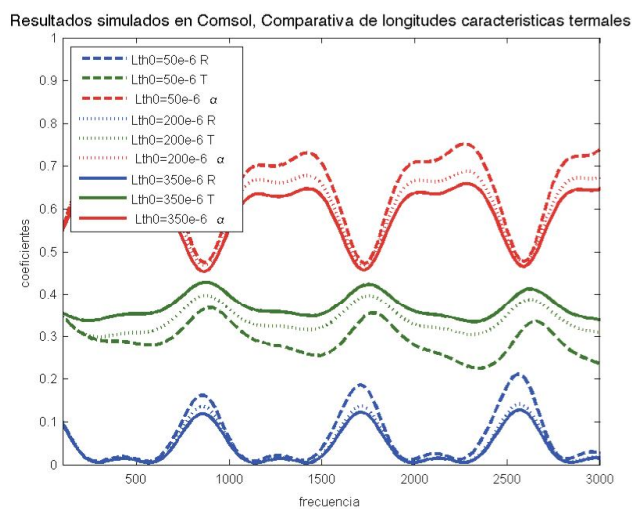


Fig. 24 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en FEM con diferentes valores de longitud características térmica.

Al variar la longitud característica térmica, vemos que para valores pequeños de  $L_{th}$ , la onda reflejada es superior a la transmitida, aunque los valles en el coeficiente de absorción son similares. Es interesante ver como en las frecuencias de band gap, el coeficiente de absorción es similar, por lo que se deduce que para valores pequeños de  $L_{th}$ , se transmite menos señal y se refleja mas, para el resto de frecuencias, se absorben en la estructura.

### Modelo optimizado

Como modelo “optimizado”, se ha buscado un material absorbente con parámetros físicos que consiga mayor influencia en la propagación de las ondas. Para ello se han utilizado los valores mas influyentes estudiados en casos anteriores.

Material	Porosidad $\epsilon_p$	Resistividad al flujo [Pa · s/m <sup>2</sup> ] $\sigma$	Factor de Tortuosidad $\tau$	Longitud característica viscosa (m) $L_v$	Longitud característica térmica (m) $L_{th}$
poroso	0,97	15e3	1.4	120e-6	50e-6

Tabla 13. Parámetros físicos de los absorbentes porosos utilizando los valores mas influyentes.

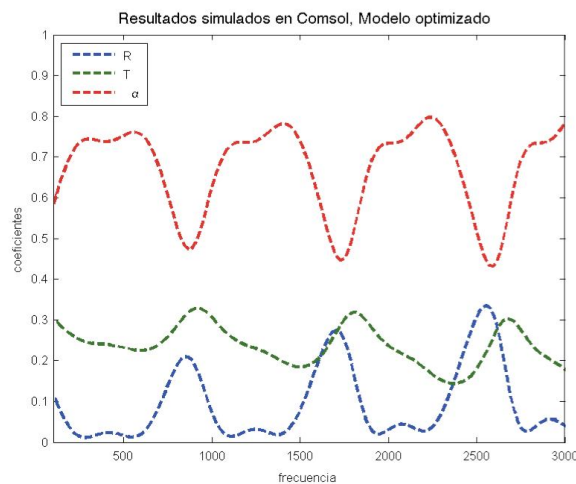


Fig. 25 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en FEM con los parámetros físicos mas influyentes.

No se consiguen picos en la transmisión, sino un aumento en frecuencia de los picos de reflejada y atenuación de transmisión, por otro lado, aparecen desplazamientos en frecuencia entre las ondas reflejadas y transmitidas para las frecuencias de band gap. Con este estudio, se ha buscado conseguir visualizar los efectos de un material optimizado que permitiese picos mayores de transmisión. Según los resultados obtenidos, el coeficiente de absorción disminuye haciéndose mas pronunciado en las frecuencias de bandgap, aunque al aumentar la frecuencia, la señal reflejada es mayor a la transmitida.

## V. 2. D. Variación de los coeficientes de absorción del sistema de absorbentes porosos en función de su posición y características

A continuación se realiza una comparativa variando el espesor. El coeficiente de absorción sonora tiende a aumentar en los materiales porosos. Al contener mayor espesor, existe mayor tiempo de fricción del aire con las paredes del material incrementando la tasa de transformación de energía sonora a calórica.

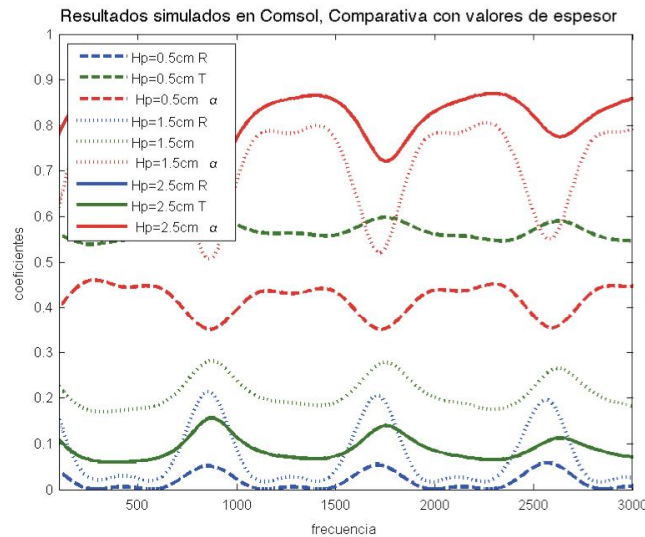


Fig. 26 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión con diferentes de valor de espesor con paso de red de 0.2m.

En la gráfica se observa la variación del coeficiente de absorción en función de la frecuencia, donde a medida que aumenta el espesor, por un lado, absorbe en mayor medida la energía sonora de todo el espectro, por otra parte, al ser mayor el espesor, los picos de transmisión se ensanchan pues existe un mayor rango de frecuencia con valores mínimos de velocidad, lo cual hace que no exista menos fricción y por tanto menor absorción.

### *Efecto del número de capas*

Se estudia a continuación la variación de los resultados utilizando mayor número de capas absorbentes, en este caso se muestra la diferencia existente entre 1, 3 y 7 capas de material. Lógicamente, aumentar el número de capas sin variar el paso de red, va a tener una influencia directa en la absorción, sin embargo, las frecuencias de band gap, deben mantenerse en frecuencia, pues sigue estando relacionada directamente con el paso de red.



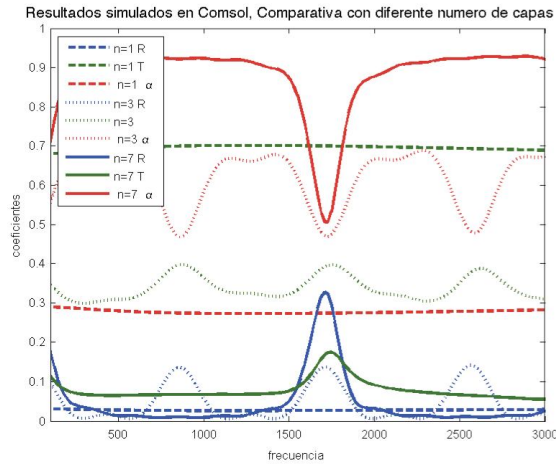


Fig. 27 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en FEM con los diferente número de capas del material.

En este caso, al utilizar un mayor número de capas, se observa como el sistema se vuelve muy absorbente para todo el rango de frecuencias y solo existe un pico de transmisión en la frecuencia de 1715 Hz, es decir, el segundo band gap relacionado con la frecuencia de paso de red, que para 0,2 m, es 857 Hz.

### *Efecto del paso de red*

El sistema es ideado para conseguir picos de transmisión a la frecuencia con la longitud de onda que tiene relación con la distancia entre paneles, por lo que al variar la distancia entre ellos, variará el pico de absorción a la frecuencia relacionada con el paso de red.

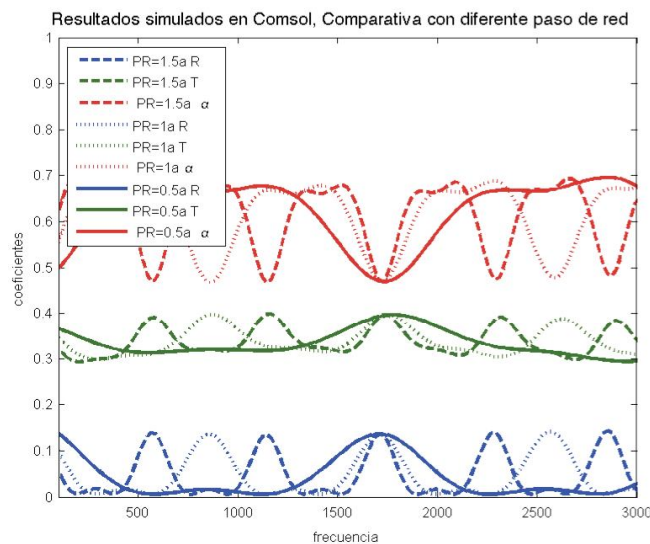


Fig. 28 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión con diferentes pasos de red.

En la gráfica se observa como dependiendo de la distancia entre absorbentes, varían los picos de transmisión resultando interesante observar que a medida que acercamos los paneles conseguimos ensanchar el intervalo de banda prohibida.

### V. 3. ESTRUCTURA PERIODICA DE DIFUSORES CILINDRICOS EN 2D

#### V. 3. A. Modelo 2D rígido

Inicialmente se mostrarán los resultados obtenidos del sistema periódico 2D, compuesto de tres filas de dispersores rígidos, mostrando los coeficientes de transmisión y reflexión para diferentes radios, con paso de red de 0.3m

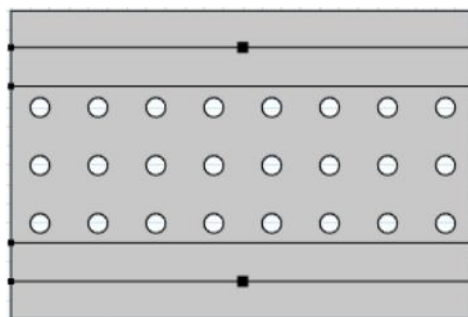


Fig. Modelo implementado en Comsol. Paso de red 0.03m.

La primera frecuencia prohibida se obtiene según:

$$\frac{c}{2a}$$

donde  $c$  es la velocidad del sonido y  $a$  es el paso de red. Por tanto el primer band gap se obtiene a 571 Hz.

Nº de Band gap	Frecuencia, siendo $f = \frac{c}{2a}$
1	571,6 Hz
2	1143,3 Hz
3	1715 Hz
4	2286,6 Hz
5	2858 Hz

Tabla 14. Frecuencias de Band gap para un paso de red de 0.3m

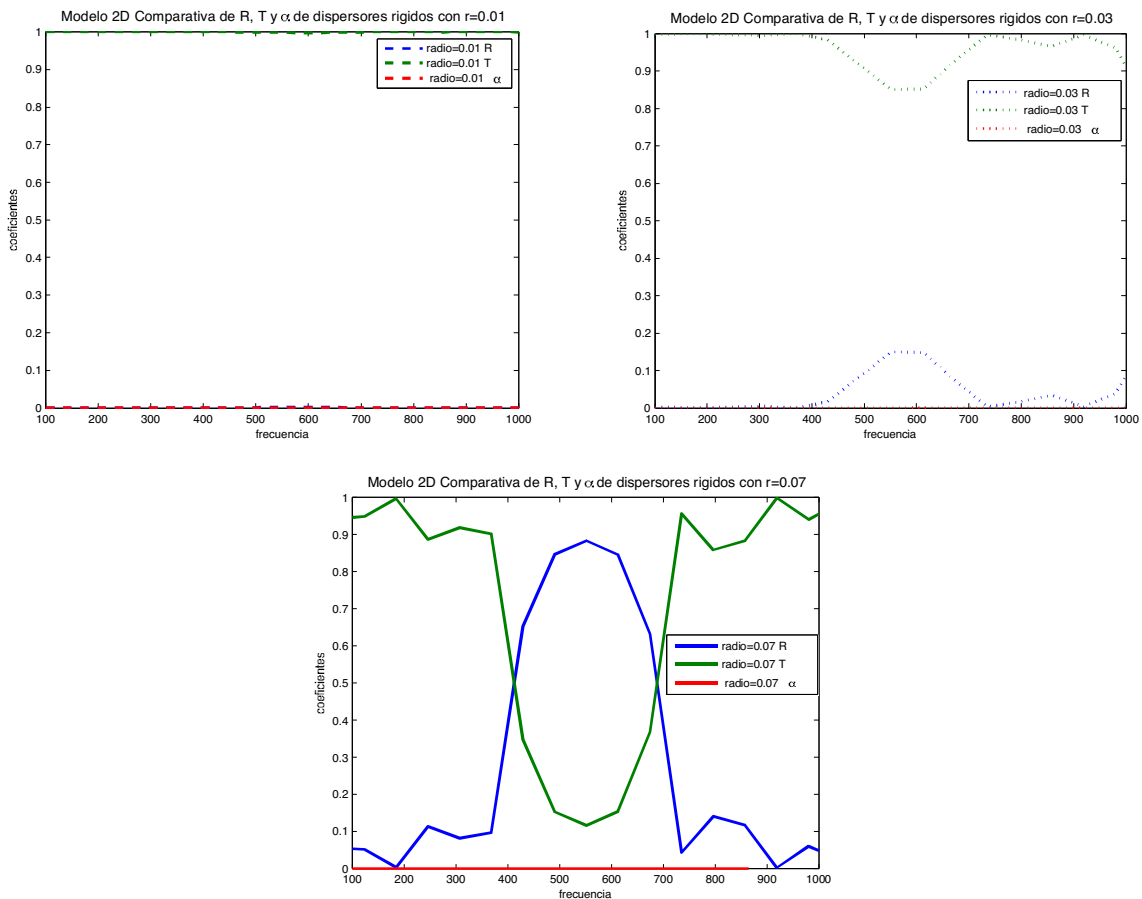


Fig. 29. Fig. 30. Fig. 31. Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión con paso de red de 0.3m y dispersor rígido de 0.01m, 0.03 y 0.07 respectivamente

Observando los resultados obtenidos, para el primer caso, se transmite prácticamente todo debido a que los dispersores tienen un radio muy pequeño y las ondas consiguen atravesar la estructura sin problemas. En el segundo caso, donde se ha incrementado el valor del radio a 0.03 m, se observa como se obtiene en 571,6 Hz el primer band gap. Para el tercer caso, se obtiene un ensanchamiento de la banda prohibida, al igual que un pico de reflexión y se transmite muy poca señal en este intervalo.

Debido a la rigidez de los dispersores, el sistema no absorbe nada, transmitiendo o reflejando la señal con la respuesta que se observa en la figura.

### V. 3. B. Modelo 2D con dispersores absorbentes porosos.

Inicialmente se muestran los resultados obtenidos del sistema periódico 2D, compuesto de tres filas de dispersores absorbentes, mostrando los coeficientes de transmisión y reflexión para diferentes radios, con paso de red de 0.3m

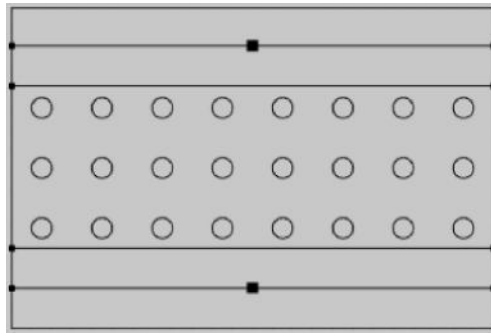


Fig. 32 Modelo implementado en Comsol. Paso de red 0.3m.

Los parámetros del material absorbente de los dispersores porosos, son, los mostrados en la siguiente tabla:

Material	Porosidad $\epsilon_p$	Resistividad al flujo [Pa · s/m <sup>2</sup> ] $\sigma$	Factor de Tortuosidad $\tau$	Longitud característica viscosa (m) $L_v$	Longitud característica térmica (m) $L_{th}$
poroso	0,97	13e3	1	120e-6	200e-6

Tabla 15. Parámetros físicos de los absorbentes porosos utilizados en los dispersores cilíndricos.

### V. 3. B. 1. Influencia del radio

Se muestra a continuación la influencia del radio de los dispersores, variando su tamaño, para radios de 0.01, 0.03, 0.05 y 0.07 metros.

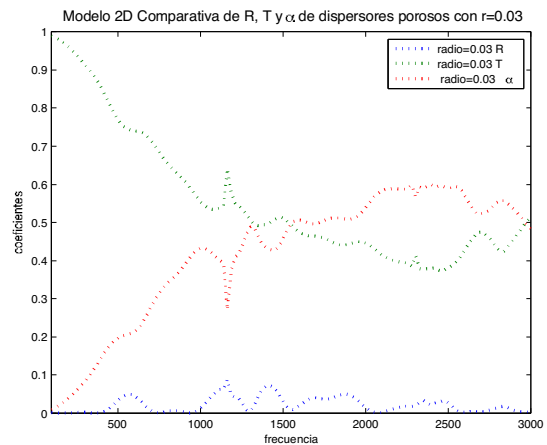
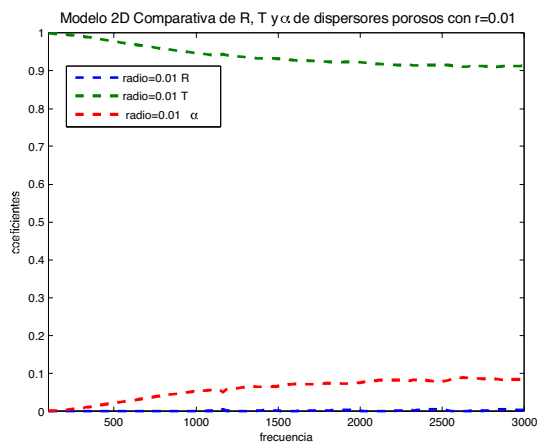


Fig.33, Fig. 34 Modelo 2D poroso para paso de red=0.03 m y radios A=0.01 m, B=0.03 m

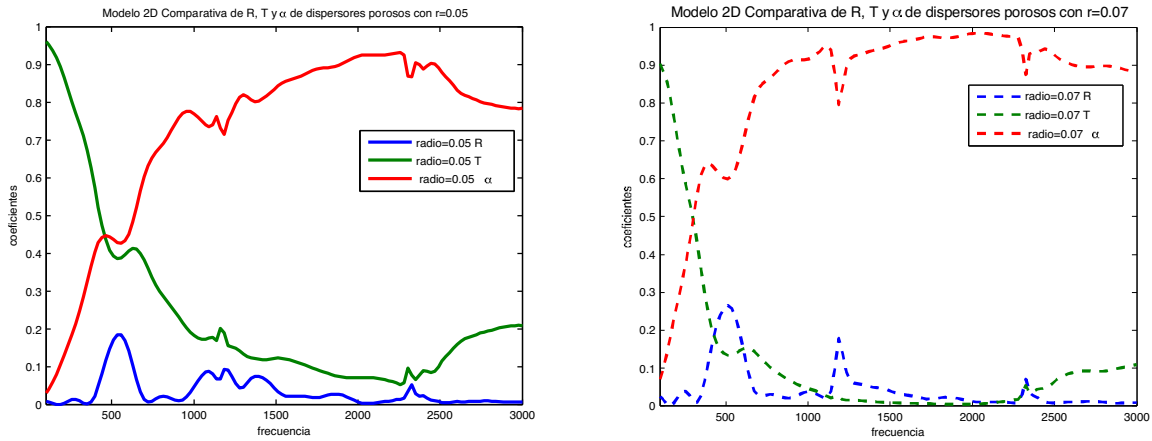


Fig. 35, Fig 36. Modelo 2D poroso para paso de red 0.03 m y radios C=0.05 m y B=0.07 m

En las figuras se muestra, el resultado obtenido para los coeficientes absorción a través de la integración de los valores transmitidos y reflejados obtenidos en la línea que contempla el modelo al entrada y salida a la estructura.

Según estos resultados, para radios de dispersores pequeños, la estructura permite pasar prácticamente todas las ondas, con una atenuación suave a medida que se aumenta la frecuencia debido a las propiedades absorbentes de los dispersores.

En el resto de casos se observa una atenuación mayor de la transmisión a medida que aumenta el radio de los dispersores, también aumentan los picos de reflexión y valles de transmisión en las frecuencias de las bandas prohibidas, apreciándose claramente para la primera, la segunda y la tercera, se atenúan.

Aparecen dos picos de reflexión en torno a 1400 Hz y a 2300. Podrían ser resonancias por las dimensiones de la estructura, para ello, se simula un sistema 2D con cuatro filas de absorbentes. En el caso de estar relacionado con las dimensiones finitas de la estructura, se podrá validar con el siguiente modelo.

### V. 3. B. 2 Influencia del tamaño de la estructura

Para este caso, los resultados obtenidos son de la propagación sobre una estructura 2D 4 filas de absorbentes porosos se muestran a continuación.

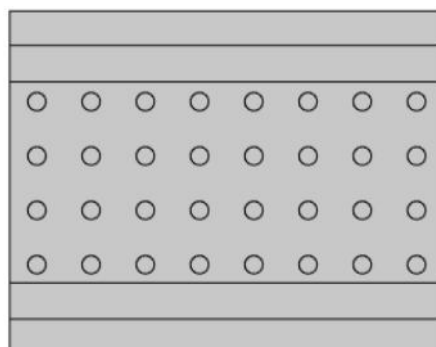


Fig. 37 Modelo en Comsol. Paso de red=0.3m. Radios (0.03m,0.05m,0.07m)

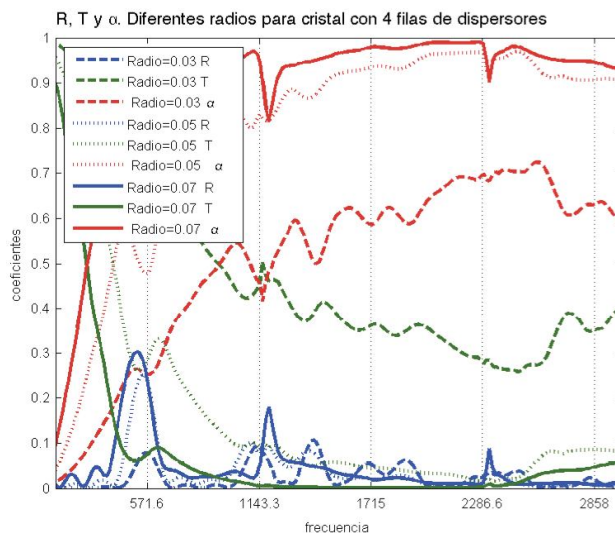


Fig. 38 Comparativa de R,T,α para diferentes radios en estructura periódica de 4 filas de dispersores con diferentes radios.

En la figura se muestran las frecuencias de band gap, se observa que dichos valores corresponden exactamente para el caso de radio=0.03m, pero también aparecen picos en las frecuencias en torno a 1400 Hz y 2300Hz, al igual que en el caso con 3 filas de dispersores, por lo que se descarta que dichas variaciones en los coeficientes sean debido a las dimensiones finitas de la estructura. Para este caso, aparecen también dos picos en torno a 1900Hz y 2400 Hz.

Para el radio de 0.05m, se observa una atenuación respecto el caso anterior, lógicamente por la mayor cantidad de material absorbente.

En el caso del radio=0.07m, aparece un dato interesante, pues no se transmite prácticamente ninguna frecuencia entre el segundo y cuarto band gap, y aparecen picos de reflexión por debajo del primer band gap y por encima del segundo y cuarto, sin coincidir exactamente con la frecuencia teórica.

### V. 3. B. 3. Influencia de los parámetros físicos de los materiales absorbentes de los dispersores del cristal en 2D

En este caso, se analizan los parámetros mas influyentes en la propagación de ondas a través de los materiales porosos. Para ello se mantendrá un radio de dispersores de 5 cm y se mantendrá el paso de red, pues los resultados obtenidos, serían similares escalados en frecuencia.

El cristal de sonido, se ha simulado en Comsol, parametrizando diferentes valores asociados a cada parámetro estudiado de absorbentes porosos. Una vez obtenidos, se procesan los datos en Matlab para la obtención del coeficiente de absorción y su posterior comparativa.

## Variación de la resistencia al flujo

Valores estudiados	11e3	13e3	15e3
--------------------	------	------	------

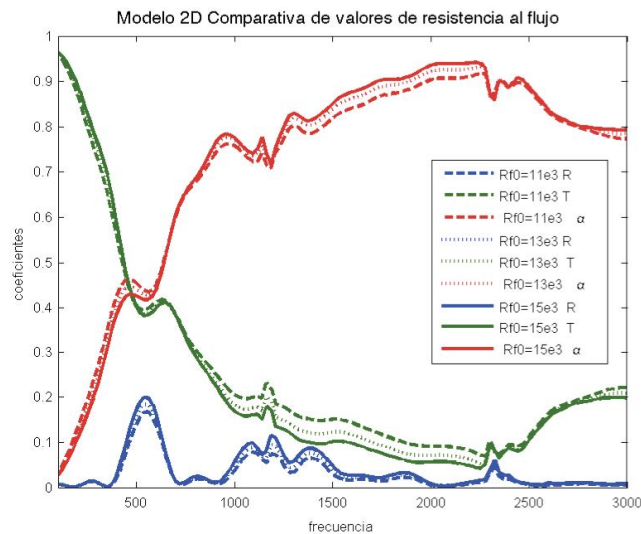


Fig. 38 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en FEM con diferentes valores de resistencia al flujo.

Como ocurría en el caso de una dimensión, para valores de resistencia al flujo menores, se obtiene mayor nivel de transmisión, salvo en la zona de 570 Hz y 2400 Hz.

## Variación de la porosidad

Valores estudiados	0,87	0,93	0,97
--------------------	------	------	------

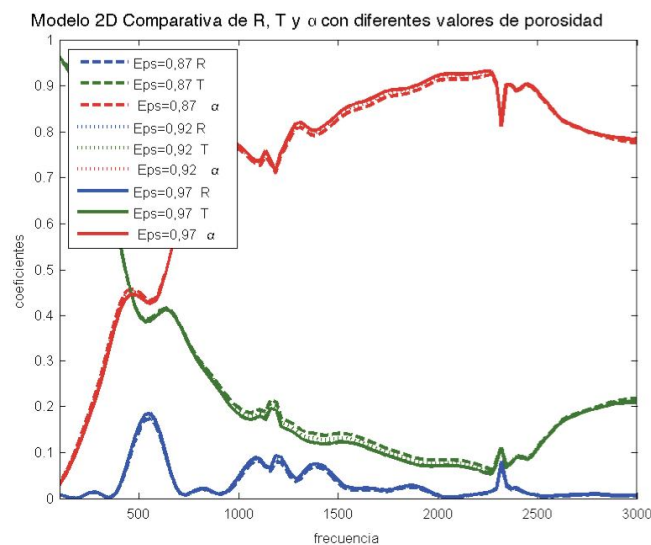


Fig. 39 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en FEM con diferentes valores de porosidad.

La variación de la porosidad, influye mínimamente en la transmisión, siendo menor para mayores valores de porosidad, donde la estructura mejora la absorción. En las bandas prohibidas no se aprecia ningún cambio.

Variación de la tortuosidad

Valores estudiados	1	1.2	1.4
--------------------	---	-----	-----

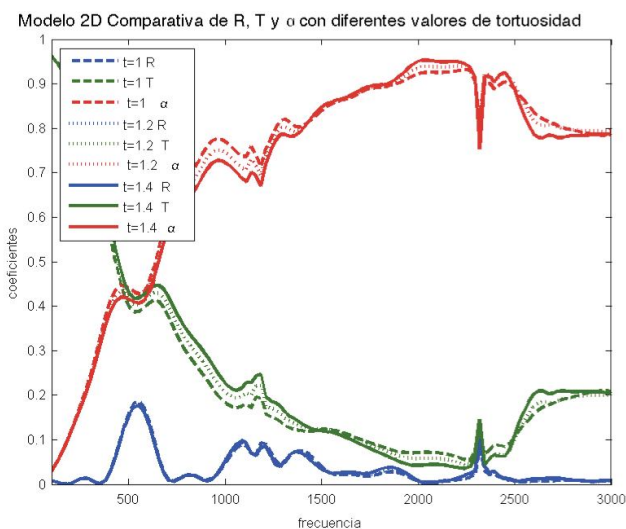


Fig. 40 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en FEM con diferentes valores de tortuosidad.

La variación de la tortuosidad del material absorbente, al igual que la porosidad, varía los coeficientes de transmisión, donde valores mas pequeños de tortuosidad, permiten mayor absorción de las frecuencias graves, a partir de 1500 Hz, se comporta de forma inversa, donde la absorción es menor, y a partir de 2500 Hz, vuelve a ser mas absorbentes para valores mas pequeños de tortuosidad.

Variación de la longitud característica viscosa.

Valores estudiados	50	150	350
--------------------	----	-----	-----



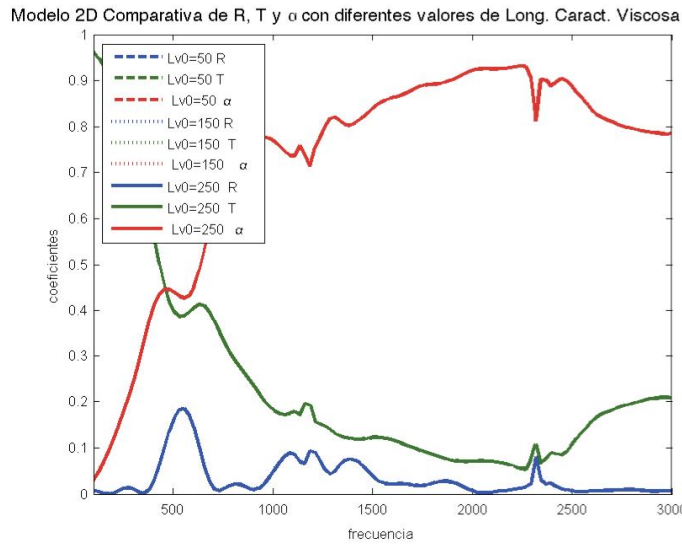


Fig. 41 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en FEM con diferentes valores de longitud característica viscosa.

Como ocurría en el modelo de una dimensión, la variación de la longitud característica viscosa, no es significativa en el rango de estudio, obteniendo los mismos resultados al variar este parámetro.

#### Variación de la longitud característica termal

Valores estudiados	50	200	350
--------------------	----	-----	-----

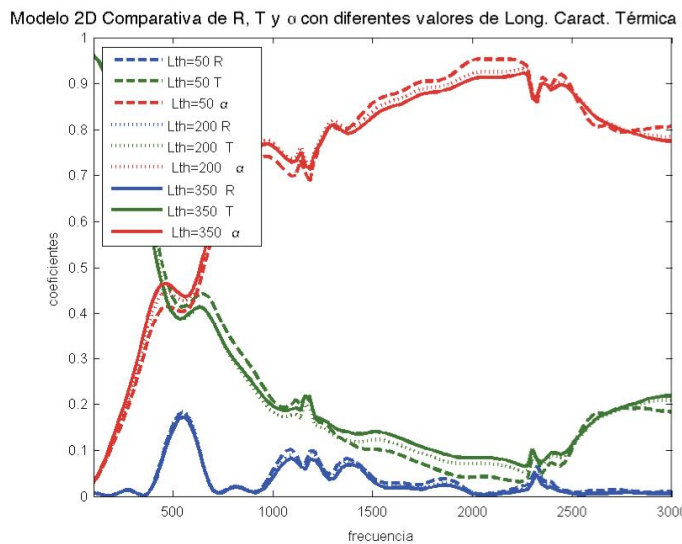


Fig. 42 Coeficientes de absorción, reflexión y transmisión de los datos obtenidos en FEM con diferentes valores de longitud característica térmica.

De forma inversa a la tortuosidad, para valores mas pequeños de Longitud característica termal, se obtienen valores de absorción mayores hasta 1200 Hz, a partir de esta frecuencia, varia su comportamiento obteniendo mayores valores de absorción para valores mas pequeños de  $L_{th}$ . En este caso, se observa mayor variación en las frecuencias de band gap que en el caso de la tortuosidad.

## VI. CONCLUSIONES

El estudio de la influencia de la propagación del sonido en materiales porosos resulta complejo desde el punto de vista experimental por las condiciones impuestas por el modelo de onda plana y los efectos de borde. Por esta razón, el estudio numérico desarrollado en este trabajo permite una mejor comprensión del comportamiento de los diferentes fenómenos de propagación, en particular la transmisión, reflexión y atenuación sonora de estructuras periódicas con elementos porosos.

A la vista de los resultados obtenidos en este trabajo, se concluye que los modelos numéricos planteados han permitido estudiar la influencia de los distintos parámetros físicos intrínsecos de los materiales absorbentes porosos en la propagación sonora de la estructura periódica, y poder profundizar en el conocimiento de los mismos.

Para el caso de laminas absorbentes, los resultados han sido contrastados con el modelo experimental y el método de la matriz de transferencia. Existe una gran coincidencia entre ellos, aunque con ciertas limitaciones, pues el modelo rígido utilizado en FEM, nos ofrece resultados que no contemplan en su totalidad el comportamiento del absorbente. Igualmente se han obtenido concordancias entre los resultados numéricos y teóricos.

En el caso de los dispersores rígidos cilíndricos en 2D, se valida el modelo hasta frecuencias medias (1000Hz), comprobándose que el sistema se comporta como el modelo teórico. Como característico, vemos en la colocación de dispersores absorbentes, que la estructura periódica sigue comportándose como el rígido, pero con el añadido de absorción, lo cual puede permitir mejorar u optimizar estructuras periódicas que puedan utilizarse para aplicaciones concretas.

Este trabajo me ha permitido conocer propiedades de los materiales que desconocía y a través de los cuales, aparece una vía de estudio para futuros trabajos. Además del gran interés que tiene el estudio de parámetros físicos de los absorbentes, tiene carácter innovador pues no se habían implementado en estructuras periódicas y no existe gran información al respecto.

### *Líneas futuras*

La utilización de materiales absorbentes en estructuras periódicas, añade un control mas de la propagación del sonido, en el trabajo, han aparecido picos en los coeficientes fuera del rango relacionado con las bandas prohibidas, que no se han podido explicar a través de los resultados obtenidos. Sería interesante estudiar la difracción en este tipo de sistemas y analizar su influencia en los resultados, así como estudiar el comportamiento de la propagación en sistemas de 3 dimensiones, que permitan mejorar la capacidad de control de la propagación, pudiendo aplicarse directamente en futuras actividades o soluciones que requiera aislamiento acústico o control de la directividad del sonido.

## VII. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Biot M. A, *Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media*”, Shell development company, Houston, Texas, 1961
- [2] Castillo J., Costa A., “*Características físicas de materiales absorbentes sonoros porosos*”. Cátedra Fundamentos de Acústica y Electroacústica. Mayo 2012. Argentina
- [3] Cebrecos A., Pico R., Romero V., Yasser A.M., Maygite L. Herrer R., Botey M., Sánchez Morcillo V.J., Staliunas K., “*Enhanced transmission band in periodic media with loss modulation*”.
- [4] Cox Trevor J. , D’Antonio Peter, “*Acoustic Absorbers and Diffusers*”, Taylor & Francis group. Second edition
- [5] Heinrich J. C., “*The finite element method: basic concepts and applications*”.
- [6] Manzanares-Martinez J., Castro Garay P., Moctezuma Enriquez D., “*Complex Band Structure in One-Dimensional Photonic Heterostructures*”. Adv. Studies Theor. Phys., Vol. 4, 2010, no. 16.
- [7] O.Zienkiewicz, “*Finite element method*”. (2001)
- [8] Orduña Malea E. “*Cristales de sonido ultrasónicos*”. [www.monografias.com](http://www.monografias.com)
- [9] Romero V. “*On the control of propagating acoustic waves in Sonic crystals: analytical, numerical and optimization techniques*”. Thesis. Universidad Politecnica de Valencia.
- [10] Romero V., Cebrecos A., Pico R., Yasser A.M., Maygite L. Herrer R., Botey M., Sánchez Morcillo V.J., Staliunas K., “*Antiband gaps in media with loss modulation*”
- [11] Sanchis Julia E. “*Modelización, simulación y caracterización acústica de materiales para su uso en acústica arquitectónica*”. Tesis. Universidad Politecnica de Valencia.
- [12] T. Muehleisen R. “*Measurement of the Acoustic Properties of Acoustic Absorbers*”. Presentation. Illinois institute of technology.
- [13] Torrent Martí D., “*Towards the full control of sound with sonic crystals and acoustic metamaterials*”. Tesis. Universidad Politécnica de Valencia.
- [14] “*Comsol Multiphysics*” User’s guide. Version 4.3<sup>a</sup>

## *Agradecimientos*

A Rubén Picó y Alejandro Cebrecos por su paciencia y dedicación en realización de este trabajo.