

*Navarro, Juan F.*

*Universidad de Alicante, Departamento de Matemática Aplicada.*

## *El arte como axioma del arte.*

### *Art as axiom of art.*

TIPO DE TRABAJO:

*Póster.*

PALABRAS CLAVE:

Arte, Axioma, Gödel, Indecidible.

KEY WORDS:

Art, Axiom, Gödel, Indecidable.

RESUMEN.

Desde que las primeras mujeres comenzaron a representar escenas de caza en las paredes de las cuevas, el arte se ha valido de los métodos y procesos de la Ciencia. En la postmodernidad, su discurso se ha vuelto cada vez más complejo, autorreferencial y, en cierto sentido, axiomático: el arte se presenta como un axioma del arte. Expresado en términos análogos a los planteados en el teorema de incompletitud de Gödel, podemos afirmar que hay proposiciones del sistema del arte que no son decidibles dentro del propio sistema.

El objeto de esta contribución es describir el marco teórico en el que desarrollaremos una teoría axiomática del sistema del arte, basándonos en la teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel.

ABSTRACT.

*Since the beginning of times, art has used the methods and processes of Science. In the postmodernity, its theoretical discourse has become increasingly complex, self referencial and, in some sense, axiomatic: art is an axiom of art. We can express this fact in terms of Gödel's incompleteness theorem: there are propositions in the art system that are not decidibles inside the system.*

*The aim of this contribution is to describe the theoretical frame in which we will develop an axiomatic theory of the art system. This frame is based on the of Zermelo-Fraenkel set theory.*

## CONTENIDO.

### INTRODUCCIÓN. SOBRE LA INDECIBILIDAD EN LA CIENCIA Y EN EL ARTE.

A finales del siglo XIX, el descubrimiento de la paradoja de Russell hizo que la teoría de conjuntos desarrollada por Cantor se tambaleara y, con ella, los cimientos de las matemáticas (Cantor, 1874). Como consecuencia, David Hilbert dio forma al llamado programa de Hilbert que, en esencia, proponía dar un conjunto de axiomas para la aritmética que cumpliera cuatro condiciones (Hilbert, 1931):

1. Consistencia: no puede demostrarse un enunciado y su negación a partir de los axiomas.
2. La validez de cualquier demostración basada en los axiomas debe ser verificable en un número finito de pasos.
3. Cualquier enunciado, o su contrario, debe ser demostrable a partir de los axiomas.
4. La consistencia de los axiomas debe ser verificable en un número finito de pasos.

El primer teorema de incompletitud de Gödel establece que el programa de Hilbert es irrealizable: si se cumplen las condiciones 1 y 2, la tercera jamás podrá cumplirse. Es decir, si el sistema de axiomas es consistente y sólo se admiten demostraciones que sean verificables en un número finito de pasos, entonces siempre existe un enunciado tal que ni él ni su negación son demostrables (Gödel, 1931).

El surgimiento del arte conceptual supuso un cambio en la posición del artista respecto de su obra: el artista define discursivamente su obra, y dicha definición pasa a formar parte de la obra. Es decir, la pieza artística es un objeto autorreferencial y aúna praxis y teoría, un *totum revolutum* que implica una suerte de principio de autocontención del arte.

Por otro lado, no existe ningún método algorítmico que permita determinar, en un número finito de pasos, si una pieza puede adscribirse a la categoría de obra de arte, dado que es el sistema del arte el objeto que determina qué objeto pertenece a esta clase. La realización de una teoría axiomática del sistema del arte es una tarea abocada al fracaso, pero esperamos que sirva para arrojar algo de luz sobre algunas afirmaciones en relación a dicho sistema, como hizo en su día el arte conceptual. Su formulación se fundamentará en la teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel (Zermelo, 1908).

### EL UNIVERSO DE OBJETOS DEL SISTEMA DEL ARTE

Para el desarrollo de la teoría, consideraremos un universo  $U$  no vacío (en el sentido de la intuición), cuyos elementos designarán objetos del sistema del arte. La estructura del universo  $U$  puede describirse mediante dos relaciones primitivas:

1. La relación de igualdad  $X = Y$  (el objeto  $X$  es igual a  $Y$ ), que deberá definirse apropiadamente.
2. La relación de pertenencia  $X \in Y$  ( $X$  pertenece a  $Y$ ), que también deberá quedar definida de forma precisa.

De este modo, la teoría del sistema del arte es una teoría en la cual sólo se manipulan este tipo de objetos; y cuando se escribe  $X = Y$  o  $X \in Y$ , se entiende implícitamente que los dos objetos,  $X$  e  $Y$ , son objetos del sistema del arte en el sentido dado anteriormente. En particular, la relación de pertenencia  $X \in Y$  es una relación entre objetos, lo que significa que los elementos que componen un objeto solo pueden ser otros objetos, y esta relación se aplica de forma recursiva.

### EL LENGUAJE DE LA TEORÍA DEL SISTEMA DEL ARTE

En la teoría del sistema del arte que desarrollaremos, únicamente consideraremos aserciones o fórmulas construidas a partir de las dos relaciones primitivas: igualdad y pertenencia, así como también mediante las siguientes conectivas lógicas:  $\neg$  (negación),  $\wedge$  (conjunción),  $\vee$  (disyunción),  $\Rightarrow$  (implicación),  $\Leftrightarrow$  (equivalencia lógica), así como de los cuantificadores  $\forall$  (universal) y  $\exists$  (existencial). El dominio de cada uno de estos cuantificadores será el universo  $U$ .

### REGLA DE IGUALDAD

La relación de igualdad,  $X = Y$ , sigue los principios siguientes:

1. Principio de identidad. Todo objeto del sistema del arte es igual a sí mismo:  $\forall X (X=X)$ .
2. Principio de sustitución de iguales. Dos objetos iguales cumplen las mismas propiedades:  $\forall X \forall Y (X = Y \wedge \phi (X) \Rightarrow \phi (Y))$ , donde  $\phi (X)$  es cualquier fórmula del lenguaje del arte que depende de X.

#### SOBRE EL AXIOMA DE EXTENSIONALIDAD DE ZERMELO-FRAENKEL

La regla de sustitución de los iguales establece que dos objetos iguales cumplen las mismas propiedades, lo que implica que, en particular, contienen los mismos elementos. Sin embargo, el recíproco de esta propiedad no es consecuencia de las reglas de igualdad, lo que motiva incluir el primer axioma de la teoría del sistema del arte:

AXIOMA 1 (Extensionalidad) Dos objetos del sistema del arte que tienen los mismos elementos son iguales:

$$\forall A \forall B (\forall X (X \in A \Leftrightarrow X \in B) \Rightarrow A = B).$$

En su obra más celebrada, Walter Benjamin (Benjamin, 2003) afirma que la reproducibilidad técnica supone la liquidación del “aura” de la obra de arte: no hay objetos artísticos únicos. Sin embargo, en un sentido estricto, y a la luz de la mecánica cuántica, podemos afirmar la validez del axioma de extensionalidad.

#### CONCLUSIONES

No hay.

#### FUENTES REFERENCIALES.

BENJAMIN, Walter. *La obra de arte en la era de su reproducibilidad técnica*. ITACA, 2003. 127 p. ISBN 9789687943480.

CANTOR, Georg. Ueber eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen. *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, 77: 258-262, 1874.

GÖDEL, Kurt. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I. *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 38 (1): 173-198, 1931.

HILBERT, David. Die Grundlagen Der Elementaren Zahlentheorie. *Mathematische Annalen*, 104: 485-494, 1931.

ZERMELO, Ernst. Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre I. *Mathematische Annalen*, 65: 261-281, 1908.