

Control no lineal de velocidad y aire alimentado en un motor diésel con turbocompresor y recirculación de gases de escape

José Luis Mendoza-Soto^{a,*}, Luis Alvarez-Icaza^b, H. Rodríguez Cortés^c

^aFacultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Av. Universidad 3000, C. P. 04510 México,

^bInstituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México 04510 Coyoacán, Ciudad de México, México,

^cCentro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Av. Instituto Politécnico Nacional 2508, Delegación Gustavo A. Madero, San Pedro Zacatenco, 07360 Ciudad de México, México

Resumen

Se propone un control no lineal para regular la velocidad y la alimentación de flujo de aire en un motor de combustión interna diésel con sistema de recirculación de gases de escape. El esquema de control propuesto utiliza una realimentación estática de los estados para linealizar de manera exacta al sistema motor-turbocompresor evitando la linealización por retroalimentación de estados dinámica. El esquema de control propuesto se complementa con un estimador para el par de carga del motor basado en la técnica de Inmersión e Invariancia. El análisis de estabilidad permite concluir estabilidad asintótica cuando el esquema de control utiliza el par de carga estimado. Por medio de una serie de simulaciones numéricas se evalúan las propiedades del esquema de control propuesto.

Palabras Clave:

Motores diésel, Algoritmos de estimación, Control por realimentación, Control de velocidad, Recirculación de gases de escape.

Non-linear control of speed and air path in a diesel engine with turbocharger and exhaust gas recirculation.

Abstract

A non-linear control to regulate the speed and the supply of air flow in an internal combustion Diesel engine with exhaust gas recirculation system is proposed. The control scheme uses a static feedback of the states to linearize the motor-turbocharger system avoiding linearization by dynamic state feedback. The control scheme used is complemented by an estimator for the load torque of the engine based on the Immersion and Invariance technique. The stability analysis allows to conclude asymptotic stability when the control scheme uses the estimated load torque. Through a series of numerical simulations the properties of the proposed control scheme are evaluated.

Keywords:

Diesel engines, Estimation algorithms, Feedback control, Speed control, Exhaust gas recirculation.

1. Introducción

Una de las preocupaciones de los fabricantes de vehículos es el cumplimiento de las normas ambientales que restringen las emisiones contaminantes en vehículos con motor de combustión interna (MCI) y que cada vez son más exigentes (Hooftman et al. (2016)). El uso de los motores diésel ha tenido un incremento en los últimos años en aplicaciones de transporte de

carga o pasajeros, por ejemplo, en barcos y en vehículos híbridos, debido a que presentan una mayor eficiencia respecto a los motores que utilizan gasolina como combustible y actualmente se incluyen en un porcentaje muy alto de los vehículos producidos cada año (ACEA (2018)). El diseño apropiado del control de velocidad y de alimentación de aire en un motor permite reducir las emisiones contaminantes. En los motores de encendido por compresión como los motores diésel es común suminis-

* Autor para correspondencia: eemsj03@yahoo.com.mx

trar una cantidad de aire mayor que la necesaria para lograr la relación estequiométrica en la relación aire combustible (R_{AC}). Con este objetivo, se aumenta la presión en el colector de admisión y entonces la densidad de la carga de aire que entra a la cámara de combustión también aumenta. El aire excedente permite consumir completamente el combustible y obtener mayor potencia en el eje del motor. Para obtener un incremento en la presión del aire alimentado al colector de admisión los motores diésel actuales utilizan un sistema de recuperación de energía de los gases de escape por medio de una turbina colocada en la salida del colector de escape. La turbina está acoplada por medio de un eje a un compresor que se encarga de introducir aire fresco a una presión mayor que la atmosférica en el colector de admisión. Sin embargo, este exceso de aire y las temperaturas que se alcanzan en la combustión favorecen la producción de emisiones contaminantes compuestas de óxidos de nitrógeno (NO_x) y de partículas de material (PM).

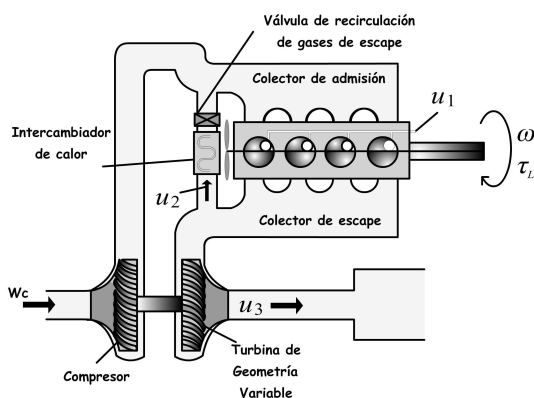


Figura 1: Esquema de un motor diésel con sistema RGE y TGV

Una forma de reducir las emisiones de PM es con el uso de filtros de partículas a la salida del colector de escape del motor. Actualmente, las emisiones en los motores diésel se reducen empleando catalizadores adsorbentes de NO_x o controlando el tiempo de inyección de combustible respecto a la posición de punto muerto superior del cigüeñal y la temperatura de los gases de escape (Bennett (2010)). Los motores de encendido por compresión de carga homogénea (Zhao (2007)) han sido objeto de estudio en los últimos años debido a que combinan las principales ventajas de los motores a gasolina y los motores diésel. En estos motores, la gasolina se inyecta al cilindro, en donde ocurre el autoencendido en el momento adecuado de la etapa de compresión, lo cual reduce considerablemente las emisiones contaminantes. La desventaja de este tipo de motores es la dificultad para controlar el momento en el que ocurre la auto combustión.

La inclusión de un sistema de recirculación de gases de escape (RGE), por medio de una válvula entre los colectores de escape y de admisión, permite reducir las emisiones contaminantes al regresar una parte de los gases inertes de escape (ver figura 1), diluir el aire que entra a la cámara de combustión y reducir la temperatura de la combustión. Sin embargo, la dilución del aire con gases de escape en el colector de admisión también reduce la potencia entregada por el motor.

Para controlar el flujo de gas de escape recirculado al colector de admisión y el flujo a través de la turbina se utiliza un actuador para abrir o cerrar una válvula que conecta los colectores y un actuador para modificar la posición de las palas de una turbina de geometría variable (TGV). El modelo dinámico de un motor diésel con sistema RGE y TGV presenta acoplamiento no lineal entre el sistema de gases recirculados y el turbocompresor.

Existen diferentes enfoques para abordar el problema de control basado en modelo de motores diésel, es común encontrar el control alimentación de aire por separado del control de velocidad.

En Jankovic et al. (2000) se emplea linealización entrada-salida y una función compuesta de Lyapunov para diseñar un controlador no lineal para el modelo dinámico del sistema de alimentación de aire en un motor diésel. En van Nieuwstadt et al. (2000) se utiliza una estrategia de control PI descentralizado con estimación de presión. En Ishizuka et al. (2017) se utiliza un enfoque control PID adaptable para sintonizar las ganancias del controlador en diferentes puntos de operación. En Park et al. (2017) los autores proponen el uso de un control PI con ganancias programadas. En los cuatro casos anteriores se reportaron resultados experimentales.

En Larsen et al. (2000) se hace pasivo el sistema de alimentación de aire. Los autores utilizan un par entrada-salida para estabilizar la dinámica cero del sistema y otro par entrada salida para hacer pasivo al sistema. En Upadhyay et al. (2002) se diseña un controlador basado en modos deslizantes para el control del sistema de alimentación de aire. El desempeño del controlador se evalúa con simulaciones.

En Ayadi et al. (2004) se utiliza linealización aproximada para proponer un controlador basado en la propiedad de planitud diferencial con respecto a la salida definida por el error en la presión del colector de escape. Los autores validan sus resultados por medio de simulaciones numéricas.

La técnica de control predictivo basado en modelos se utiliza en Ortner and del Re (2007) para optimizar el sistema de aire del motor con resultados presentados en forma experimental. En Plianos and Stobart (2007) y en Alfieri et al. (2018) se proponen controladores basados en el enfoque clásico de linealización por realimentación dinámica de estados con diferente elección de las variables de salida.

En los casos anteriores se considera solamente el control del sistema de alimentación de aire al motor diésel. La velocidad del motor se considera como una variable de entrada adicional, no se aborda el problema de controlar la velocidad en presencia de un par de carga en el motor. En vehículos impulsados por un motor de combustión interna es necesario un control de velocidad que responda a la demanda de par y velocidad del conductor, mientras que las emisiones contaminantes deben ser reducidas. Además, la velocidad de un motor influye sobre la opacidad de las emisiones contaminantes (Outbib et al. (2014)).

Algunos trabajos consideran el control de velocidad de un motor diésel. En Outbib et al. (2002) se presenta un controlador no lineal de velocidad basado en Lyapunov donde se utiliza el flujo de combustible como variable de control y el flujo de aire como una entrada adicional. Los autores de Song and Grigoriadis (2003) presentan un control de velocidad para un motor diésel en un modelo dinámico simplificado en presencia de perturbaciones en el par de carga y con retardos de transporte. Los

autores de ese trabajo usan la técnica de ganancias programadas con un enfoque de parámetros lineales variables (LPV) y desigualdades matriciales (LMI's). La validación del controlador se realiza en la unidad de control de un vehículo que simula el comportamiento del motor.

El control simultáneo de la velocidad y del sistema de alimentación de aire de un motor se considera en Wahlstrom et al. (2010). Los autores de este trabajo utilizan controladores PID para regular los valores deseados de la fracción de gases de escape recirculados y la relación aire combustible. Adicionalmente, proponen una función de costo para sintonizar las ganancias del controlador PID.

En Mendoza-Soto and Alvarez-Icaza (2012) se controla la velocidad del motor diésel y el sistema de alimentación de aire utilizando una combinación de control predictivo generalizado y linealización por realimentación dinámica. Un enfoque de control basado en linealización exacta para la velocidad y el flujo de aire de un motor diésel se considera en Wang et al. (2014). Los autores muestran resultados en simulaciones numéricas. En los dos casos anteriores el modelo dinámico utilizado es una combinación de los modelos usados en Jankovic et al. (2000) y Outbib et al. (2002).

El diseño de control del sistema motor diésel con turbocompresor de geometría variable y recirculación de gases de escape es un reto interesante ante el acoplamiento no lineal entre los estados. Además, el par de carga que debe compensar el controlador de velocidad del motor puede no estar disponible o puede resultar muy costoso incluir un dispositivo para medirlo de manera directa en un vehículo.

En este trabajo se propone un controlador para regular de manera simultánea la velocidad de un motor diésel, la relación aire combustible R_{AC} y el flujo de gases de escape recirculados. Además, se propone un estimador de par de carga para el motor diésel.

El diseño del control propuesto en este trabajo se basa en el procedimiento presentado en Rodríguez et al. (2006) como una alternativa a la linealización por realimentación dinámica de los estados. El estimador de par de carga propuesto se basa en la técnica de Inmersión e Invarianza (*I&I*), (Astolfi et al. (2008)). La prueba de estabilidad se realiza utilizando la teoría de sistemas interconectados. Una versión preliminar de este artículo fue presentada en Mendoza-Soto et al. (2016).

Este artículo se organiza como sigue. En la sección 2 se presenta una descripción del modelo de un motor diésel equipado con un turbocompresor de geometría variable. La sección 3 discute el diseño del controlador propuesto. En la sección 4 se presenta un estimador para el par de carga del motor. La sección 5 muestra los resultados obtenidos mediante simulación. Finalmente la sección 6 presenta las conclusiones de este trabajo.

2. Modelo del sistema motor-turbocompresor de geometría variable

El modelo del sistema motor-turbocompresor que se utiliza en este artículo se obtiene de los modelos utilizados en Jankovic et al. (2000) para el control de flujo de aire y en Outbib et al. (2006) para el control de velocidad en motores de combustión interna diésel.

Al utilizar la ley de conservación de la materia en el colector de admisión se puede escribir

$$\dot{m}_a = W_c - \dot{m}_{ao} \quad (1)$$

donde W_c es el flujo de aire que entra desde el compresor al colector de admisión y \dot{m}_{ao} es el flujo de aire que se bombea hacia la cámara de combustión. Al usar la ley de los gases ideales en el colector de admisión se obtiene

$$m_a = \frac{p_1 V_1}{RT_1} \quad (2)$$

donde m_a es la masa de aire, R es la constante universal de los gases ideales, V_1 , p_1 , T_1 son el volumen, la presión y la temperatura del colector de admisión, respectivamente. \dot{m}_{ao} está dada por la expresión

$$\dot{m}_{ao} = \eta_v \frac{n V_{cy} \omega p_1}{4\pi RT_1} \quad (3)$$

donde η_v es la eficiencia volumétrica, ω es la velocidad angular del eje del motor, V_{cy} es el volumen de cada cilindro, p_1 es la presión en el colector de admisión y n es el número de cilindros.

La eficiencia volumétrica se considera de acuerdo a Outbib et al. (2006) de manera simplificada en forma polinomial como $\eta_v(\omega) = \alpha_0 + \alpha_1 \omega + \alpha_2 \omega^2$ con $\alpha_0, \alpha_2 > 0$ y $\alpha_1 < 0$.

Al derivar la función (2) respecto al tiempo y considerando T_1 como constante se obtiene la dinámica de la presión en el colector de admisión

$$\dot{p}_1 = \frac{RT_1}{V_1} (W_c - \dot{m}_{ao}) \quad (4)$$

En *MCI's* la temperatura T_1 no tiene variaciones significativas y su dinámica es relativamente lenta por lo que es común considerar T_1 como constante (Eriksson and Nielsen (2014)).

La dinámica para el eje del motor puede obtenerse a partir de la ecuación

$$\dot{\omega} = \frac{1}{J\omega} (P_i - P_L) \quad (5)$$

donde J es la inercia del motor que se asume constante, P_i es la potencia indicada que resulta de la combustión, P_L es la potencia de carga del motor que se compone de la potencia perdida por fricción y de la potencia de freno que aparece como perturbación externa.

La potencia indicada puede calcularse como

$$P_i = \eta_i P_{th} u_1 \quad (6)$$

donde u_1 es el flujo de combustible, P_{th} es el valor calorífico neto inferior para el combustible diésel y η_i denota la eficiencia de conversión del combustible.

Una aproximación polinomial de la eficiencia η_i que aparece frecuentemente en la literatura (Younes (1993), Outbib et al. (2002), Outbib et al. (2006)) es

$$\eta_i = a_\lambda + b_\lambda R_{AC} + c_\lambda R_{AC}^2 \quad (7)$$

con $a_\lambda > 0$, $b_\lambda > 0$, $c_\lambda < 0$ y $R_{AC} = \frac{\dot{m}_{ao}}{u_1}$.

Al sustituir (6) – (7) en (5) se obtiene la ecuación dinámica para la velocidad como

$$\dot{\omega} = \frac{P_{th}a_{\lambda}}{J\omega}u_1 + \frac{P_{th}c_{\lambda}n^2V_{cy}^2}{16JV_1^2\pi^2u_1}\eta(\omega)_v^2\omega p_1^2 + \frac{P_{th}b_{\lambda}}{J}\left(\frac{nV_{cy}}{4V_1\pi}\right)\eta_v(\omega)p_1 - \frac{1}{J}\tau_L \quad (8)$$

$$\dot{p}_1 = \frac{RT_1}{V_1}W_c - \eta_v(\omega)\frac{nV_{cy}}{4V_1\pi}\omega p_1 \quad (9)$$

El modelo presentado en Jankovic et al. (2000) para la alimentación de aire con sistemas RGE y TGV se obtiene aplicando la ley de los gases ideales

$$p_i = \frac{Rm_iT_i}{V_i}, i = 1, 2 \quad (10)$$

donde p representa la presión, T la temperatura, V el volumen, m la masa y el subíndice $i = 1, 2$ indica el colector de admisión y de escape, respectivamente. La dinámica de la presión en los colectores de admisión y de escape se obtiene al derivar la ecuación (10) respecto al tiempo y al aplicar la ley de conservación de la masa en cada colector. Al considerar un modelo adiabático se obtienen las ecuaciones para la dinámica de la presión en cada colector como

$$\dot{p}_1 = \frac{RT_1}{V_1}(W_c + u_2 - k_e p_1) + \frac{\dot{T}_1}{T_1}p_1 \quad (11)$$

$$\dot{p}_2 = \frac{RT_2}{V_2}(k_e p_1 - u_2 - u_3 + u_1) + \frac{\dot{T}_2}{T_2}p_2 \quad (12)$$

donde u_1 , u_2 y u_3 son los flujos de combustible, de gases de escape recirculados y de gases a través de la turbina, respectivamente. Es posible obtener una expresión para la dinámica de la temperatura en los colectores de admisión y de escape utilizando los principios de conservación de la materia y la energía como se presenta en la sección 7.5 de Eriksson and Nielsen (2014) como

$$\dot{T}_i = \frac{RT_i}{p_i V_i c_v} (\dot{m}_e c_v (T_e - T_i) + R(T_e \dot{m}_e - T_i \dot{m}_s) - \dot{Q}_i) \quad (13)$$

El subíndice $i = 1, 2$ indica que una cantidad física está asociada al colector de entrada y de salida, respectivamente; \dot{m}_e y \dot{m}_s son los flujos de masa que entran y salen del colector i , T_e es la temperatura del flujo \dot{m}_e y \dot{Q}_i es la transferencia de calor.

Las temperaturas T_1 y T_2 se consideran constantes y los términos de \dot{T}_1 y \dot{T}_2 se hacen cero ya que los sensores que se utilizan para medir las temperaturas en los motores presentan retrasos de varios segundos y no resultan útiles para su uso en el controlador. La justificación para la consideración anterior es que el valor de la presión en estado permanente no se ve afectada por los términos omitidos como puede apreciarse en la comparación entre el modelo isotérmico y el adiabático presentada en Eriksson and Nielsen (2014).

La dinámica para el sistema turbocompresor se obtiene a partir de

$$\dot{P}_c = \frac{1}{\tau}(\eta_m P_t - P_c) \quad (14)$$

donde τ es la constante de tiempo del turbocompresor, η_m es la eficiencia del turbocompresor, P_t y P_c son las potencias de la

turbina y del compresor dadas por

$$P_t = u_3 c_p \eta_t T_2 \left(1 - \left(\frac{p_a}{p_2}\right)^\mu\right) \quad (15)$$

$$P_c = W_c c_p \frac{1}{\eta_c} T_a \left(\left(\frac{p_1}{p_a}\right)^\mu - 1\right) \quad (16)$$

con η_t y η_c las eficiencias de la turbina y del compresor, respectivamente, p_a la presión atmosférica y T_a la temperatura ambiente. La constante $\mu = (\gamma - 1) / \gamma$ con $\gamma = 1,4$ se obtiene de la relación de calores específicos.

Las expresiones (15) y (16) se obtienen al realizar el balance de energía en la turbina y en el compresor en estado permanente, despreciando el intercambio de calor con el exterior. El cambio en la entalpia entre el flujo que entra y el que sale en cada elemento se puede representar como $\Delta h = c_p \Delta T$. Entonces se utilizan las relaciones para flujos politrópicos ($pV^\gamma = \text{constante}$) y para gases ideales ($pV = mRT$). Los términos de eficiencia η_t y η_c se incluyen para representar que los procesos no son ideales.

El modelo de cuarto orden del motor usado en este trabajo está dado por

$$\dot{\omega} = k_1 \frac{u_1}{\omega} + k_2 \eta_v^2(\omega) \frac{\omega p_1^2}{u_1} + k_3 p_1 \eta_v(\omega) - k_4 \tau_L \quad (17)$$

$$\dot{p}_1 = k_5 \left(k_c \frac{P_c}{\left(\frac{p_1}{p_a}\right)^\mu - 1} + u_2 - k_s p_1 \right) \quad (18)$$

$$\dot{p}_2 = k_6 (k_s p_1 + u_1 - u_2 - u_3) \quad (19)$$

$$\dot{P}_c = -k_7 P_c + k_8 \left(1 - \left(\frac{p_a}{p_2}\right)^\mu\right) u_3 \quad (20)$$

La ecuación (17) se obtiene de (8). El flujo W_c se obtiene de la ecuación (16) y se sustituye en (11) con $\dot{T}_1 = 0$ para obtener la ecuación (18). La ecuación (19) se obtiene de (12) con $\dot{T}_2 = 0$. La ecuación (20) se obtiene al sustituir (15) en (14). Además, se define $k_s(\omega) = k_e \eta_v(\omega) \omega$ y las diferentes constantes se agrupan como se muestra en la tabla 1. Hay que notar que a pesar de las simplificaciones realizadas, el modelo (17)-(20) conserva la mayor parte de las no linealidades y captura las dinámicas principales del sistema motor-turbocompresor.

Los flujos u_1 , u_2 y u_3 se asignan por medio de actuadores que modifican la apertura de inyectoros, válvulas y la posición de las palas de la turbina. Para asignar los flujos se utilizan mapeos algebraicos basados en la ecuación de flujo a través de un orificio o algunas variantes, para más detalles pueden consultarse Gupta (2009), Heywood (1988) y Jankovic et al. (2000). En este artículo se considera que las entradas de control son los flujos u_1 , u_2 y u_3 y que es posible invertir los mapeos correspondientes para obtener la posición necesaria de los actuadores. Además, se considera que la dinámica de los actuadores es suficientemente rápida en comparación con la dinámica del sistema motor-turbocompresor, por lo que pueden considerarse de manera independiente.

Tabla 1: Constantes del modelo del motor diésel

$k_1 = \frac{P_{th}a_{\lambda}}{J}$	$k_4 = \frac{1}{J}$	$k_7 = \frac{1}{\tau}$	$k_c = \frac{\eta_c}{T_a c_p}$
$k_2 = \frac{P_{th}c_{\lambda}n^2V_{cy}^2}{16JV_1^2\pi^2}$	$k_5 = \frac{rT_1}{V_1}$	$k_8 = \frac{\eta_m k_t}{\tau}$	$k_t = \eta_t c_p T_2$
$k_3 = \frac{P_{th}b_{\lambda}nV_{cy}}{4JV_1\pi}$	$k_6 = \frac{RT_2}{V_2}$	$k_e = \frac{nV_{cy}}{4\pi RT_1}$	

El espacio de configuración de los estados del sistema dinámico (17)-(20) es el conjunto abierto

$$\Omega = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \mid \omega > 0, \frac{p_1}{p_a} > 1, \frac{p_2}{p_a} > 1, P_c > 0 \right\} \quad (21)$$

con $\mathbf{x} = \left[\omega \quad p_1 \quad p_2 \quad P_c \right]^T$. La condición $\omega > 0$ se debe a que un motor de combustión interna debe operar al menos en la velocidad de ralentí para mantener un régimen estable. La condición $p_1/p_a > 1$ debe cumplirse ya que la función del compresor es introducir aire una presión mayor que la atmosférica y en ausencia de un compresor $p_1/p_a = 1$, que es el caso de un motor de tipo atmosférico. La condición $p_2/p_a > 1$ se cumple ya que de otra forma el flujo de aire podría entrar desde el exterior por el colector de escape en lugar de tener un flujo de gas hacia el exterior. La condición $P_c > 0$ se debe a que el compresor es el encargado de introducir el aire en el colector de admisión.

El objetivo del controlador es regular la relación aire combustible R_{AC} , la fracción de gases de escape recirculados R_{GE} definida como $R_{GE} = u_2/(W_c + u_2)$ y la velocidad angular del motor a valores de operación deseados. La linealización de (17)-(20) alrededor de su punto de equilibrio en el intervalo de operación presenta un valor característico inestable. Las señales de control que producen los valores deseados \bar{R}_{AC} y \bar{R}_{GE} de referencia se obtienen (ver Jankovic et al. (2000) y Upadhyay et al. (2002)) por medio de

$$\bar{u}_2 = \Gamma_1 \Gamma_2 \bar{u}_1 \quad (22)$$

$$\bar{u}_3 = (\Gamma_1 + 1) \bar{u}_1 \quad (23)$$

$$\Gamma_1 = \frac{(\Gamma_{1a} + \sqrt{\Gamma_{1a}^2 + 4(1 - \bar{R}_{GE})\bar{R}_{AC}})}{2} \quad (24)$$

$$\Gamma_{1a} = \bar{R}_{AC}(1 - \bar{R}_{GE}) + (R_{ACs} + 1)\bar{R}_{GE} - 1$$

$$\Gamma_2 = \frac{\bar{R}_{GE}}{1 - \bar{R}_{GE}} \quad (25)$$

donde R_{ACs} es la relación estequiométrica para el diésel. Las ecuaciones (22)-(25) se obtienen a partir del punto de equilibrio de la dinámica de las fracciones de productos de la combustión mezclados con aire en los colectores del motor (ver Kolmanovsky et al. (1997)). Es conveniente obtener el valor de referencia para \bar{R}_{AC} y \bar{R}_{GE} en términos de p_1 , p_2 , P_c y u_1 para obtener un conjunto de pares entrada-salida que presentan grado relativo completo. En Jankovic et al. (2000) se muestra que la elección del flujo de gases de escape como salida conduce a un sistema que presenta dinámica cero inestable. La velocidad ω se relaciona directamente con el flujo de combustible u_1 y como se necesita \bar{u}_1 para obtener (22)-(25) es conveniente escribir \bar{u}_1 en función de la velocidad de referencia $\bar{\omega}$. Al obtener el punto de equilibrio del modelo (17)-(20) es posible expresar los valores de referencia \bar{u}_1 , \bar{p}_1 , \bar{p}_2 y \bar{P}_c como

$$\bar{u}_1 = \frac{k_e^2 k_4 \bar{\omega} \tau_L}{k_1 k_e^2 + k_2 (\Gamma_1 \Gamma_2 + \Gamma_1)^2 + k_3 k_e (\Gamma_1 \Gamma_2 + \Gamma_1)} \quad (26)$$

$$\bar{p}_1 = \frac{-\bar{u}_1 + \bar{u}_2 + \bar{u}_3}{k_e \eta_v (\bar{\omega}) \bar{\omega}} \quad (27)$$

$$\bar{p}_2 = p_a \left(1 - \frac{k_7}{k_8 \bar{u}_3} \bar{P}_c \right)^{-\frac{1}{\mu}} \quad (28)$$

$$\bar{P}_c = \frac{(-\bar{u}_2 + k_e \eta_v (\bar{\omega}) \bar{\omega} \bar{p}_1)}{k_c} \left(\left(\frac{\bar{p}_1}{p_a} \right)^\mu - 1 \right) \quad (29)$$

donde los términos con barra superior representan los valores de referencia para cada una de las variables.

3. Formulación del control

El sistema (17)-(20) es linealizable de forma exacta por retroalimentación dinámica del estado (Mendoza-Soto and Alvarez-Icaza (2012)) si se extiende el sistema. El método de control que se presenta en Rodríguez et al. (2006) es una alternativa para controlar por retroalimentación estática los sistemas que son linealizables de manera exacta sin tener que extender el sistema. Entonces existe una ley de control de realimentación estática linealizante para el sistema dinámico (17)-(20).

Para el desarrollo del controlador por retroalimentación estática se definen las salidas siguientes

$$y_1 = \omega \quad (30)$$

$$y_2 = p_1 \quad (31)$$

$$y_3 = P_c + \frac{k_8}{k_6} p_2 - \frac{k_8}{k_6} \frac{p_a}{1 - \mu} \left(\frac{p_2}{p_a} \right)^{1-\mu} \quad (32)$$

La elección de salidas (30)-(32) se debe a que la estrategia de realimentación estática utilizada en este trabajo (ver Rodríguez et al. (2006)) requiere formar pares entrada-salida para alcanzar un sistema linealizable de manera exacta y evitar la existencia de una dinámica cero. Las salidas y_1 y y_2 permiten controlar los estados ω y p_1 . La salida y_3 , la cual involucra los estados p_2 y P_c se obtiene al resolver la ecuación diferencial en derivadas parciales $-k_6 \frac{\partial y_3}{\partial p_2} + k_8 \left(1 - \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^\mu \right) \frac{\partial y_3}{\partial P_c} = 0$ para evitar la aparición del control u_3 en la primera derivada de y_3 . Esta ecuación puede obtenerse a partir de los términos asociados a u_3 en (19) y (20). En Dabo et al. (2009) se muestra que la selección de (32) como salida permite alcanzar el punto de equilibrio del sistema TGV. Con la elección salidas (30)-(32) los controles u_1 y u_2 aparecen en la primera derivada respecto al tiempo de y_1 y de y_2 , respectivamente. El control u_3 aparece hasta la segunda derivada de y_3 . Es posible extender el sistema (17)-(20) al definir nuevas variables de estado y de entrada con la inclusión de las ecuaciones $\dot{u}_1 = v_{c1}$ y $\dot{u}_2 = v_{c2}$, entonces el sistema extendido presenta un vector de grado relativo (2, 2, 2) y puede linealizarse de forma exacta por realimentación dinámica por lo que se cumplen las condiciones para aplicar la realimentación estática propuesta en Rodríguez et al. (2006). Otra selección de salidas que permite la linealización exacta de (17)-(20) es la que se usa en Plianos and Stobart (2007). En Upadhyay et al. (2002) se muestra una selección de salidas para un sistema TGV que conduce a la aparición de una dinámica cero inestable.

Para el diseño de la realimentación estática se proponen las señales de salida en términos de las señales de error como

$$\tilde{y}_1 = y_1 - \bar{y}_1 \quad (33)$$

$$\tilde{y}_2 = y_2 - \bar{y}_2 \quad (34)$$

$$\tilde{y}_3 = y_3 - \bar{y}_3 \quad (35)$$

con $\bar{y}_1 = \bar{\omega}$, $\bar{y}_2 = \bar{p}_1$ e $\bar{y}_3 = \bar{P}_c + \frac{k_8}{k_6} \bar{p}_2 - \frac{k_8}{k_6} \frac{p_a}{1 - \mu} \left(\frac{\bar{p}_2}{p_a} \right)^{1-\mu}$ como referencias de las señales de salida. Al derivar (33) respecto al tiempo y al considerar que las señales de referencia de las salidas son constantes para el caso de regulación se obtiene

$$\dot{\tilde{y}}_1 = q_1(\omega) u_1 + q_2(\omega, p_1) + \frac{q_3(\omega, p_1)}{u_1} \quad (36)$$

con $q_1 = \frac{k_1}{\omega}$, $q_2 = k_3 p_1 \eta_v(\omega) - k_4 \tau_L$ y $q_3 = k_2 \eta_v^2(\omega) \omega p_1^2$.

En el proceso de realimentación estática como se utiliza en Outbib et al. (2006) y como se propone en Rodríguez et al. (2006) el control u_1 puede proponerse de tal forma que la estructura de lazo cerrado resulta con una estructura lineal en términos de una ganancia K_1 entonces

$$\dot{\tilde{y}}_1 = q_1(\omega) u_1 + q_2(\omega, p_1) + \frac{q_3(\omega, p_1)}{u_1} = -K_1 \tilde{y}_1 \quad (37)$$

de donde resulta la señal de control

$$u_1 = \frac{-(q_2 + K_1 \tilde{y}_1) + \sqrt{(q_2 + K_1 \tilde{y}_1)^2 - 4q_1 q_3}}{2q_1} \quad (38)$$

donde $K_1 > 0$. Al calcular u_1 en (38) solo se considera la raíz positiva debido a que la raíz negativa resulta en un flujo de combustible negativo, lo cual es físicamente imposible en el motor. Además, el término $4q_1 q_3$ siempre es negativo, por lo que el argumento de la raíz cuadrada es un número real positivo.

Para el diseño de la señal de control u_2 se toma la ecuación (34) y se obtiene la primera derivada respecto al tiempo

$$\dot{\tilde{y}}_2 = k_5 \left(k_c \frac{P_c}{\left(\frac{p_1}{p_a}\right)^\mu - 1} + u_2 - k_s p_1 \right) \quad (39)$$

al definir la dinámica

$$\dot{\tilde{y}}_2 = k_5 k_c \frac{P_c}{\left(\frac{p_1}{p_a}\right)^\mu - 1} + k_5 u_2 - k_5 k_s p_1 = -K_2 \tilde{y}_2 \quad (40)$$

entonces se puede proponer la señal u_2 como

$$u_2 = -\frac{K_2}{k_5} \tilde{y}_2 - k_c \frac{P_c}{\left(\frac{p_1}{p_a}\right)^\mu - 1} + k_s p_1 \quad (41)$$

con $K_2 > 0$.

La señal de control u_3 se diseña al derivar la salida \tilde{y}_3 una vez respecto al tiempo como

$$\dot{\tilde{y}}_3 = k_8 \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2}{p_a}\right)^\mu} \right) (k_s p_1 + u_1 - u_2) - k_7 P_c \quad (42)$$

donde $\dot{\tilde{y}}_3$ no depende de la señal de control u_3 por lo que se requiere derivar nuevamente respecto al tiempo para obtener

$$\ddot{\tilde{y}}_3 = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_4 u_3 \quad (43)$$

con

$$\varphi_1 = k_8 \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2}{p_a}\right)^\mu} \right) (-\dot{u}_2 + \dot{u}_1 + p_1 \dot{k}_s + k_s \dot{p}_1) \quad (44)$$

$$\varphi_2 = \frac{\mu k_8 k_6}{p_a \left(\frac{p_2}{p_a}\right)^{\mu+1}} (u_1 - u_2 + k_s p_1)^2 \quad (45)$$

$$\varphi_3 = k_7^2 P_c \quad (46)$$

$$\varphi_4 = \frac{\mu k_8 k_6}{p_a \left(\frac{p_2}{p_a}\right)^{\mu+1}} (u_1 - u_2 + k_s p_1) + k_7 k_8 \left(1 - \left(\frac{p_a}{p_2}\right)^\mu \right) \quad (47)$$

entonces se puede proponer la señal de control u_3 de forma que la dinámica de \tilde{y}_3 sea asintóticamente estable de acuerdo a

$$\ddot{\tilde{y}}_3 = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_4 u_3 = -K_3 \dot{\tilde{y}}_3 - K_4 \tilde{y}_3 \quad (48)$$

de donde resulta

$$u_3 = \frac{K_3 \dot{\tilde{y}}_3 + K_4 \tilde{y}_3 + \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3}{\varphi_4} \quad (49)$$

con $K_3, K_4 > 0$.

En este punto es posible presentar uno de los resultados de este artículo.

Proposición 1: Considere el sistema dinámico (17)-(20) en lazo cerrado con las leyes de control definidas en (38), (41) y (49). Entonces existen ganancias K_1, K_2, K_3 y K_4 tales que la dinámica en lazo cerrado es asintóticamente estable en el conjunto abierto (21).

Demostración: En términos de las coordenadas de error en la salida, la dinámica en lazo cerrado puede expresarse por las ecuaciones siguientes

$$\dot{\tilde{y}}_1 + K_1 \tilde{y}_1 = 0 \quad (50)$$

$$\dot{\tilde{y}}_2 + K_2 \tilde{y}_2 = 0 \quad (51)$$

$$\ddot{\tilde{y}}_3 + K_3 \dot{\tilde{y}}_3 + K_4 \tilde{y}_3 = 0 \quad (52)$$

donde es evidente que con $K_1 > 0, K_2 > 0, K_3 > 0$ y $K_4 > 0$ se obtiene un sistema en lazo cerrado asintóticamente estable en el conjunto abierto (21) y $T(x) = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{bmatrix}^T$ define un difeomorfismo en el conjunto (21) con $y_4 = \dot{y}_3$.

4. Estimación del par de carga

En esta sección se propone un estimador de par de carga τ_L diseñado con el método de Inmersión e Invarianza (I&I) (Astolfi et al. (2008)). Se define el error de estimación de par de carga z como sigue

$$z = k_4 \tau_L - k_4 \hat{\tau}_L + \Gamma \omega \quad (53)$$

donde $k_4 \hat{\tau}_L + \Gamma \omega$ es el valor estimado de $k_4 \tau_L$, $\Gamma > 0$ es una constante de ganancia y el último término de (53) se elige como una función de variables conocidas, en este caso se propone como $\Gamma \omega$. De acuerdo a la técnica de (I&I), el objetivo es garantizar que el error de estimación z converja a cero. Al obtener la derivada de z respecto al tiempo

$$\dot{z} = -k_4 \dot{\hat{\tau}}_L + \Gamma \dot{\omega} \quad (54)$$

sustituyendo (17) en (54)

$$\dot{z} = -k_4 \dot{\hat{\tau}}_L + \Gamma \left(\frac{k_1 u_1}{\omega} + \frac{k_2 \eta_v^2(\omega) \omega p_1^2}{u_1} + k_3 p_1 \eta_v(\omega) - k_4 \tau_L \right) \quad (55)$$

entonces se puede definir una dinámica para $\hat{\tau}_L$ utilizando señales medibles como

$$\dot{\hat{\tau}}_L = \frac{1}{k_4} \Gamma \left(k_1 \frac{u_1}{\omega} + k_2 \eta_v^2(\omega) \frac{\omega p_1^2}{u_1} + k_3 p_1 \eta_v(\omega) - k_4 \hat{\tau}_L + \Gamma \omega \right) \quad (56)$$

Sustituyendo (56) en (55) se obtiene

$$\dot{z} = -\Gamma(k_4(\tau_L - \hat{\tau}_L) + \Gamma\omega) \quad (57)$$

al sustituir (53) en (57) se obtiene una dinámica asintóticamente estable para z

$$\dot{z} = -\Gamma z \quad (58)$$

entonces el par de carga del motor puede obtenerse a partir de

$$\tau_L = \frac{k_4 \hat{\tau}_L - \Gamma\omega}{k_4} \quad (59)$$

donde $\hat{\tau}_L$ puede calcularse al resolver (56).

4.1. Estabilidad con el Estimador de Par

Cuando todos los estados y el par de carga se conocen entonces el sistema (17)-(20) puede linealizarse de manera exacta por medio de la realimentación estática (38), (41) y (49). La convergencia asintótica de los estados a un valor deseado está garantizada como demuestra la Proposición 1. En la presencia del estimador del par de carga el análisis de estabilidad se complica. Para realizar el análisis de estabilidad en el sistema (17)-(20) con el estimador (56) ahora se considera la señal de control u_1 en términos de $k_4 \hat{\tau}_L - \Gamma\omega = k_4 \tau_L - z$ como

$$u_1 = \frac{-(q_2 + K_1 \tilde{y}_1) + \sqrt{(q_2 + K_1 \tilde{y}_1)^2 - 4q_1 q_3}}{2q_1} \quad (60)$$

con $q_2 = k_3 p_1 \eta_v(\omega) - (k_4 \hat{\tau}_L - \Gamma\omega)$.

La ecuación (41) puede escribirse como

$$u_2 = -\frac{K_2}{k_5} y_2 + k_e \eta_v(y_1) y_1 y_2 - k_c \frac{P_c}{\left(\frac{y_2}{p_a}\right)^\mu - 1} \quad (61)$$

Las ecuaciones (37) y (40) se pueden escribir en términos de y_1 y y_2 como

$$\dot{\tilde{y}}_1 = \frac{k_1}{y_1} u_1 + k_3 y_2 \eta_v(y_1) - k_4 \tau_L + k_2 \eta_v^2(y_1) y_1 y_2^2 \frac{1}{u_1} \quad (62)$$

$$\dot{\tilde{y}}_2 = \dot{p}_1 = k_5 \left(k_c \frac{P_c}{\left(\frac{y_2}{p_a}\right)^\mu - 1} + u_2 - k_e \eta_v(y_1) y_1 y_2 \right) \quad (63)$$

Al sustituir las ecuaciones (60) y (61) en las ecuaciones (62) y (63) se obtiene la forma en lazo cerrado

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{y}}_1 + K_1 \tilde{y}_1 &= -z \\ \dot{\tilde{y}}_2 + K_2 \tilde{y}_2 &= 0 \end{aligned}$$

Sin embargo, en la ecuación para \tilde{y}_3 aparece un término asociado a z , como se muestra a continuación. La derivada $\dot{\tilde{y}}_3$ puede escribirse como

$$\dot{\tilde{y}}_3 = \left(\nabla_{\mathbf{x}} \tilde{y}_3 \right) \dot{\mathbf{x}} + \frac{\partial \tilde{y}_3}{\partial u_1} \dot{u}_1 + \frac{\partial \tilde{y}_3}{\partial u_2} \dot{u}_2 \quad (64)$$

donde en el segundo término del lado derecho de (64)

$$\dot{u}_1 = \frac{\partial u_1}{\partial \tilde{y}_1} \dot{\tilde{y}}_1 + \frac{\partial u_1}{\partial \tilde{y}_2} \dot{\tilde{y}}_2 + \frac{\partial u_1}{\partial z} \dot{z} \quad (65)$$

y (64) puede expresarse como

$$\ddot{\tilde{y}}_3 = f(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, P_c, p_2, k_4 \tau_L - z) u_3 + \frac{\partial \tilde{y}_3}{\partial u_1} \frac{\partial u_1}{\partial z} \dot{z} \quad (66)$$

con $\frac{\partial \tilde{y}_3}{\partial u_1} = -k_8 \left(\left(\frac{p_a}{p_2} \right)^\mu - 1 \right) = \phi(p_2)$, entonces la función f se puede escribir como

$$\begin{aligned} f(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, P_c, p_2, k_4 \tau_L - z) \\ = \left(\nabla_{\mathbf{x}} \tilde{y}_3 \right) \dot{\mathbf{x}} + \frac{\partial \tilde{y}_3}{\partial u_2} \dot{u}_2 + \phi(p_2) \frac{\partial u_1}{\partial \tilde{y}_1} \dot{\tilde{y}}_1 + \phi(p_2) \frac{\partial u_1}{\partial \tilde{y}_2} \dot{\tilde{y}}_2 \end{aligned} \quad (67)$$

y con la elección de la entrada u_3 como

$$u_3 = \frac{-K_3 \dot{\tilde{y}}_3 - K_4 \tilde{y}_3}{f(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, P_c, p_2, k_4 \tau_L - z)} \quad (68)$$

la ecuación (66) se puede expresar como

$$\ddot{\tilde{y}}_3 + K_3 \dot{\tilde{y}}_3 + K_4 \tilde{y}_3 = \phi(p_2) \frac{\partial u_1}{\partial z} \dot{z} \quad (69)$$

donde el término $\frac{\partial u_1}{\partial z} \dot{z}$ resulta

$$\frac{\partial u_1}{\partial z} \dot{z} = \frac{k_4(\tilde{y}_1 + \omega_d)}{k_1} \Phi(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, k_4 \tau_L - z) \dot{z} \quad (70)$$

con

$$\begin{aligned} \Phi(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, k_4 \tau_L - z) \\ = \frac{k_3 \phi_2 - (k_4 \tau_L - z) + \phi_1}{\sqrt{(k_3 \phi_2 - (k_4 \tau_L - z) + \phi_1)^2 - 4k_1 k_2 \phi_2^2}} - 1 \end{aligned} \quad (71)$$

y

$$\begin{aligned} \phi_1 &= K_1 \tilde{y}_1 \\ \phi_2 &= (\tilde{y}_2 + p_{1d}) \eta_v \\ \eta_v(\tilde{y}_1 + \omega_d) &= a_0 + a_1(\tilde{y}_1 + \omega_d) + a_2(\tilde{y}_1 + \omega_d)^2 \\ \dot{z} &= -\Gamma z \end{aligned}$$

Además, el término $4k_1 k_2 \phi_2^2$ en (71) siempre es negativo debido a que $k_1 > 0$ y $k_2 < 0$ por lo que el argumento de la raíz cuadrada siempre es positivo.

La función (71) tiene la forma $\frac{X_q}{\sqrt{X_q^2 + Y_q^2}} - 1$, cuyo comportamiento es acotado con $Y_q \neq 0$ y se muestra en la figura 2.

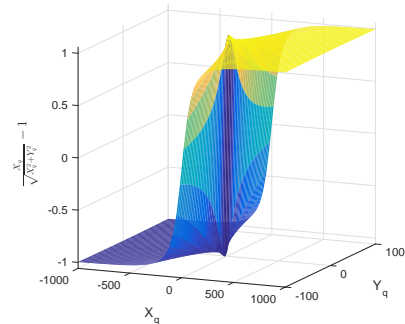


Figura 2: Función $\frac{X_q}{\sqrt{X_q^2 + Y_q^2}} - 1$

Entonces se obtiene el siguiente sistema en lazo cerrado

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{y}}_1 + K_1 \tilde{y}_1 &= -z \\ \dot{\tilde{y}}_2 + K_2 \tilde{y}_2 &= 0 \\ \ddot{\tilde{y}}_3 + K_3 \dot{\tilde{y}}_3 + K_4 \tilde{y}_3 &= -\phi(p_2) \frac{k_4(\tilde{y}_1 + \omega_d)}{k_1} \Phi(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, k_4 \tau_L - z) \Gamma z \\ \dot{z} &= -\Gamma z \end{aligned} \tag{72}$$

El sistema (72) se puede escribir como un sistema en cascada como

$$\dot{\eta} = \mathbf{A}_\eta \eta + \psi(\eta, \xi) \tag{73}$$

$$\dot{\xi} = \mathbf{A}_\xi \xi \tag{74}$$

donde $\xi = [\tilde{y}_1 \ \tilde{y}_2 \ z]^T$, $\eta = [\tilde{y}_3 \ \dot{\tilde{y}}_3]^T$ y

$$\mathbf{A}_\xi = \begin{bmatrix} -K_1 & 0 & -1 \\ 0 & -K_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\Gamma \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_\eta = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_4 & -K_3 \end{bmatrix}$$

$$\psi(\eta, \xi) = -\phi(p_2) f_\Phi(\xi)$$

con $f_\Phi(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, z) = \frac{k_4(\tilde{y}_1 + \omega_d)}{k_1} \Phi(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, k_4 \tau_L - z) \Gamma z$. Además, el límite de la función $\phi(p_2)$ es

$$\lim_{p_2 \rightarrow \infty} \phi(p_2) = - \lim_{p_2 \rightarrow \infty} k_8 \left(\left(\frac{p_a}{p_2} \right)^\mu - 1 \right) = k_8 \tag{75}$$

Para demostrar la estabilidad de (73)-(74) se usa la proposición 4.1 de Sepulchre et al. (1997) que se reproduce a continuación para mayor claridad y su demostración puede ser consultada en la referencia citada.

Proposición 2: Dado un sistema en cascada con la forma

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= f(\zeta) + v(\zeta, \chi) \\ \dot{\chi} &= a(\chi, u) \end{aligned} \tag{76}$$

Si $\zeta = 0$ es un equilibrio estable asintóticamente de $\dot{\zeta} = f(\zeta)$, entonces cualquier control de realimentación parcial $k(\chi)$ que haga estable asintóticamente el equilibrio $\chi = 0$ del subsistema χ , también alcanza la estabilidad asintótica de $(\zeta, \chi) = (0, 0)$. Además, si $\dot{\zeta} = f(\zeta)$ y $\dot{\chi} = a(\chi, k(\chi))$ son global y asintóticamente estables entonces, cuando $t \rightarrow \infty$, cada solución $(\zeta(t), \chi(t))$ converge a $(\zeta, \chi) = (0, 0)$ o es no acotada.

Proposición 3: Considere que el sistema (17)-(20) con el controlador dado por (38), (41), (49) y el estimador (56) puede representarse como (73)-(74). Suponga que $\dot{\eta} = \mathbf{A}_\eta \eta$ es estable asintóticamente en $\eta = \mathbf{0}$, $\dot{\xi} = \mathbf{A}_\xi \xi$ es estable asintóticamente en $\xi = \mathbf{0}$, el vector de estados \mathbf{x} está disponible para su medición y la función $\phi(p_2)$ está acotada en el conjunto (21). Entonces el sistema (17)-(20) en lazo cerrado con el control (38), (41), (49) y el estimador (56) es estable asintóticamente en el conjunto Ω .

Demostración: Debido a que las matrices \mathbf{A}_ξ y \mathbf{A}_η son Hurwitz entonces existen matrices \mathbf{Q}_ξ y \mathbf{Q}_η positivas definidas y matrices \mathbf{P}_ξ y \mathbf{P}_η simétricas positivas definidas solución de las ecuaciones

$$\mathbf{P}_\xi \mathbf{A}_\xi + \mathbf{A}_\xi^T \mathbf{P}_\xi = -\mathbf{Q}_\xi \quad \text{y} \quad \mathbf{P}_\eta \mathbf{A}_\eta + \mathbf{A}_\eta^T \mathbf{P}_\eta = -\mathbf{Q}_\eta$$

y entonces las funciones

$$V_\xi = \xi^T \mathbf{P}_\xi \xi \quad \text{y} \quad V_\eta = \eta^T \mathbf{P}_\eta \eta$$

son funciones de Lyapunov para los sistemas $\dot{\xi} = \mathbf{A}_\xi \xi$ y $\dot{\eta} = \mathbf{A}_\eta \eta$ cuyas derivadas respecto al tiempo son negativas definidas y por lo tanto los subsistemas $\dot{\xi} = \mathbf{A}_\xi \xi$ y $\dot{\eta} = \mathbf{A}_\eta \eta$ son estables asintóticamente. Además, es posible acotar $\psi(\eta, \xi)$ como $\psi(\eta, \xi) \leq |\phi(p_2)| |f_\Phi(\xi)|$. Entonces de acuerdo a la proposición 4.1 de Sepulchre et al. (1997) el sistema en cascada (73)-(74) es estable asintóticamente en el conjunto Ω .

4.2. Control Proporcional Integral (PI)

Con el objetivo de comparar el controlador no lineal con estimador propuesto con un controlador lineal se diseña un control proporcional integral (PI) para el MCI. El sistema (17)-(20) con salidas (30)-(32) linealizado alrededor del punto de operación $\bar{\mathbf{x}} = [\bar{\omega} \ \bar{p}_1 \ \bar{p}_2 \ \bar{P}_c]^T$ usando series de Taylor es

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{E} \tilde{\tau}_L \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{C} \tilde{\mathbf{x}} \end{aligned} \tag{77}$$

donde las matrices constantes del sistema (77), tienen la forma

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \\ 0 & 0 & b_{43} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

cuyos elementos $a_{11}, \dots, a_{44}, b_{11}, \dots, b_{43}, c_{33}$, y e_1 se determinan para cada punto de operación $\bar{\mathbf{x}}$ en el proceso de linealización. El sistema (77) presenta acoplamiento entre sus estados, lo cual dificulta el diseño de un controlador clásico. Para el desacoplamiento de los pares entrada-salida $(\tilde{u}_1, \tilde{y}_1)$, $(\tilde{u}_2, \tilde{y}_2)$, $(\tilde{u}_3, \tilde{y}_3)$ del sistema (77) se aplica el método que se presenta en (Wang (2003)). Al aplicar una ley de control de la forma

$$\tilde{\mathbf{u}} = -\mathbf{K} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{F} \mathbf{v} \tag{78}$$

donde \mathbf{v} es una nueva variable de entrada, \mathbf{K} y \mathbf{F} son matrices que se calculan para desacoplar el sistema (77). Al usar el proceso presentado en (Wang (2003)) se obtiene

$$\mathbf{K}^T = \begin{bmatrix} \frac{a_{11}}{b_{11}} & \frac{a_{21}}{b_{22}} & -\frac{c_{33}(a_{11}b_{22}b_{31} + a_{21}b_{11}b_{32} - a_{31}b_{11}b_{22})}{b_{11}b_{22}(b_{43} + b_{33}c_{33})} \\ \frac{a_{12}}{b_{11}} & \frac{a_{22}}{b_{22}} & -\frac{c_{33}(a_{12}b_{22}b_{31} + a_{22}b_{11}b_{32} - b_{11}a_{32}b_{22})}{b_{11}b_{22}(b_{43} + b_{33}c_{33})} \\ 0 & 0 & \frac{a_{43}}{b_{43} + b_{33}c_{33}} \\ 0 & \frac{a_{24}}{b_{22}} & \frac{b_{22}a_{44} - a_{24}b_{32}c_{33}}{b_{22}(b_{43} + b_{33}c_{33})} \end{bmatrix} \tag{79}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{1}{b_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b_{22}} & 0 \\ -\frac{b_{31}}{b_{11}b_{43} + b_{33}c_{33}} & -\frac{b_{32}}{b_{22}b_{43} + b_{33}c_{33}} & \frac{1}{b_{43} + b_{33}c_{33}} \end{bmatrix} \tag{80}$$

Al aplicar el control (78) en (77) se llega a

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK}) \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{BFv} + \mathbf{E}\tilde{\tau}_L \tag{81}$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \tilde{\mathbf{x}} \tag{82}$$

donde la matriz de funciones de transferencia desde la entrada \mathbf{v} hasta la salida $\tilde{\mathbf{y}}$ con sus tres pares entrada-salida desacoplados es

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK})^{-1} \mathbf{BF} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad (83)$$

El control \mathbf{v} se diseña como

$$\mathbf{v} = -\mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{K}_i \int_0^t \tilde{\mathbf{y}} dt \quad (84)$$

donde $\mathbf{K}_p = \text{diag}[k_{p1} \ k_{p2} \ k_{p3}]$ y $\mathbf{K}_i = \text{diag}[k_{i1} \ k_{i2} \ k_{i3}]$ con $k_{i_l} > 0$ y $k_{p_l} > 0$ con $l = 1, 2, 3$ son matrices diagonales de ganancia proporcional e integral, respectivamente.

4.3. Sintonización

El controlador no lineal con estimador de par y el control PI fueron sintonizados utilizando un índice de error absoluto integrado (EAI) con señales de error $\tilde{R}_{GE} = R_{GE} - \hat{R}_{GE}$, $\tilde{R}_{AC} = R_{AC} - \hat{R}_{AC}$ y $\tilde{\omega} = \omega - \hat{\omega}$ con el objetivo de comparar el desempeño de los controladores. Las ganancias de los controladores se obtuvieron minimizando la función de costo siguiente

$$EAI = \int_0^{t_f} (|\tilde{R}_{GE}| + |\tilde{R}_{AC}| + |\tilde{\omega}|) dt \quad (85)$$

La función de costo (85) está en términos de las ganancias $K_{NL} = \{K_1, K_2, K_3, K_4, \Gamma\}$ y $K_{PI} = \{k_{p1}, k_{p2}, k_{p3}, k_{i1}, k_{i2}, k_{i3}\}$ de los controladores no lineal y PI, respectivamente. El tiempo t_f es el tiempo de simulación que se ajustó en 10 segundos para el proceso de sintonización en el que se incluyeron cambios de tipo escalón en las señales de referencia.

Tabla 2: Ganancias de los controladores no lineal y PI

Controlador	Ganancias	EAI
No lineal	$K_1 = 70,224, K_2 = 9,738$ $K_3 = 29,18, K_4 = 483,18, \Gamma = 7,323$	1,12
PI	$k_{p1} = 163,7, k_{p2} = 153,7, k_{p3} = 37,5$ $k_{i1} = 188,2, k_{i2} = 77,5, k_{i3} = 183,6$	2,72

La búsqueda de las ganancias K_{NL} y K_{PI} para cada controlador se realizó con la herramienta de optimización de Matlab con el método de algoritmos genéticos. Se seleccionó el conjunto de ganancias que proporciona el menor índice EAI para cada controlador de forma que no se obtuvieran transitorios en la R_{AC} por debajo del valor estequiométrico 14,5. Un valor de R_{AC} menor a 14,5 refleja un incremento indeseable en emisiones contaminantes. Las ganancias obtenidas se muestran en la tabla 2.

5. Resultados

El algoritmo de control propuesto se verifica en esta sección por medio de simulaciones numéricas realizadas en Matlab usando parámetros de un motor de 6 cilindros mostrados en Outbib et al. (2006) (ver tabla 3) y se compara con un controlador PI. El tiempo de muestreo utilizado fue de 0,001 [s].

Tabla 3: Parámetros del motor diésel

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
p_{th}	43 MJ	η_c	0,9
p_a	100000 Pa	μ	0,285
V_1	$1,5 \times 10^{-3} m^3$	τ	0,15 s
V_2	$1,125 \times 10^{-3} m^3$	c_p	$1012,2 \frac{J}{kg \cdot K}$
V_{cy}	$2,4 \times 10^{-3} m^3$	R	$287 \frac{J}{kg \cdot K}$
T_1	330 K	a_λ	$7,2 \times 10^{-2}$
T_2	800 K	b_λ	$1,8 \times 10^{-2}$
T_a	315 K	c_λ	$-1,7 \times 10^{-4}$
n	6	α_0	$7,73 \times 10^{-1}$
J	$0,15 kg \cdot m^2$	α_1	$-1,54 \times 10^{-3}$
η_t	0,9	α_2	$2,49 \times 10^{-6}$
η_m	0,8		

El control PI obtenido de (78) y (84) se recalcula cada vez que se presenta un cambio en el punto de operación y se aplica al modelo no lineal (17)-(20). El estimador de par de carga no se usó en conjunto con la estrategia lineal PI para mostrar el desempeño de la estrategia de control no lineal con estimador y la estrategia lineal con par conocido. Hay que notar que una desventaja del control por linealización aproximada es que es necesario repetir el proceso de linealización cuando se presenta un cambio de referencia o de otra forma el desempeño del controlador disminuye como se puede apreciar en el intervalo de 30 a 35 [s] en las figuras (3)-(5) en donde no se tomó en cuenta el cambio del punto de operación al realizar la linealización aproximada.

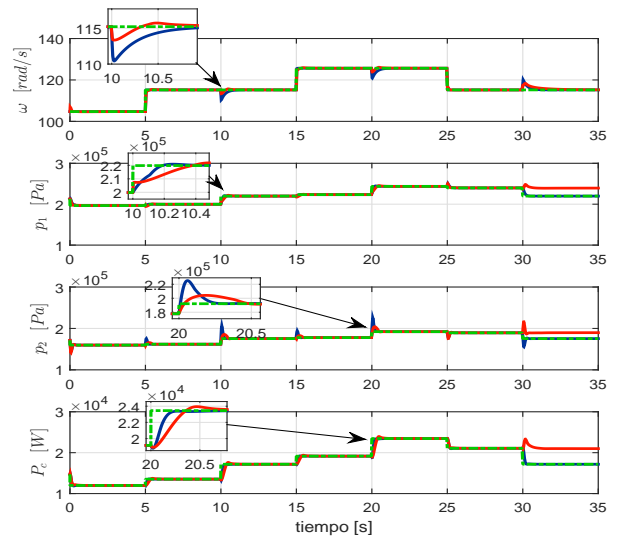


Figura 3: Evolución de las variables de estado con control no lineal (azul), PI (rojo) y señal de referencia (verde).

Se realizaron tres conjuntos de pruebas para verificar el desempeño del controlador-estimador no lineal y del enfoque PI. En la primera prueba del controlador-estimador se aplican cambios de tipo escalón en el par de carga y en la velocidad del motor. El valor de la fracción \tilde{R}_{GE} se ajustó en 0 y la relación \tilde{R}_{AC} fue de 35. Los cambios en el punto de operación de la velocidad se presentan en 5, 15 y 25 [s] como se observa en la figura 3. Los cambios del par de carga se realizan en 10 y

30 [s]. Los cambios del punto de operación en la velocidad y el par de carga provocan una respuesta transitoria en cada uno de los estados, sin embargo, los controladores llevan cada señal a su valor deseado.

La figura 3 presenta la evolución de los estados del modelo del motor con el controlador-estimador no lineal propuesto en lazo cerrado y con el control PI. Las señales de control u_1 , u_2 y u_3 se muestran en la figura 4. Se observa que cambios repentinos en el punto de operación de la velocidad y del par influyen en los flujos u_1 , u_2 y u_3 , los cuales, después de un transitorio llegan a su valor deseado.

El par de carga estimado $\hat{\tau}_L - \Gamma\omega/k_4$ se muestra en la parte superior de la figura 5 en línea continua, mientras el par de carga demandado se muestra en línea discontinua. En la parte media e inferior de la figura 5 se muestra el comportamiento de la fracción R_{GE} y de la relación R_{AC} , las cuales alcanzan su valor deseado después de un breve transitorio. Es notorio que cambios en la velocidad y el par de carga provocan una disminución de manera transitoria en la relación aire combustible. Sin embargo, la respuesta transitoria no cae por debajo de la relación estequiométrica para el combustible diésel, lo cual es importante debido a que un valor cercano o inferior al valor estequiométrico incrementa las emisiones de compuestos HC , CO , CO_2 y PM .

En el segundo conjunto de pruebas se incluyó un término de ruido de Gaussiano como perturbación en el modelo del motor. La velocidad de referencia y el par de carga demandado se mantuvieron constantes, mientras que se aplicaron cambios de tipo escalón en la fracción de \bar{R}_{GE} y en \bar{R}_{AC} .

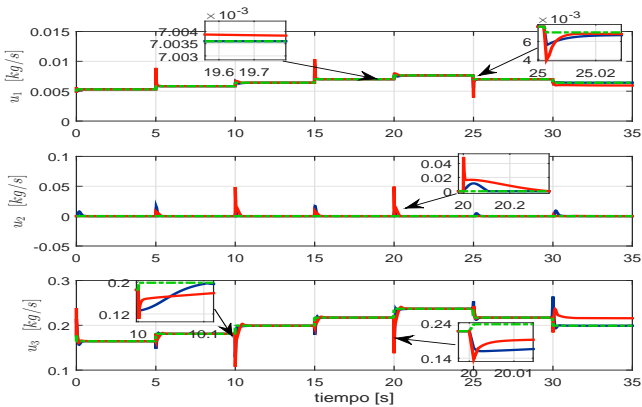


Figura 4: Señales de control no lineal (azul), PI (rojo) y valores deseados (verde).

Las figuras 6-8 presentan las señales del motor bajo el efecto de ruido con los enfoques de control no lineal y lineal PI. La figura 6 presenta la evolución de los estados del sistema. La figura 7 muestra las señales de control. En la parte superior de la figura 8 se muestra el par de carga estimado. En la parte media de la figura 8 se muestra el comportamiento de la fracción de R_{GE} con cambios de tipo escalón. El comportamiento de la relación aire combustible (parte inferior de la figura 8) muestra que la recirculación de gases de escape hacia el colector de admisión reduce la R_{AC} debido a la disminución del aire fresco inyectado.

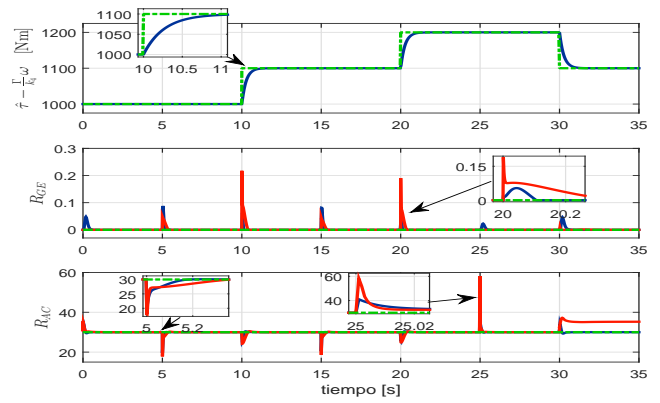


Figura 5: Par de carga estimado (arriba), fracción R_{GE} (en medio) y relación aire-combustible (abajo) con control no lineal (azul), PI (rojo) y señal de referencia (verde).

En el tercer conjunto de simulaciones se verifica el desempeño del esquema del control-estimador propuesto cuando se presenta incertidumbre en los parámetros k_2 y k_6 . Se eligieron estos parámetros debido a que contienen la mayor parte de las constantes del modelo del motor.

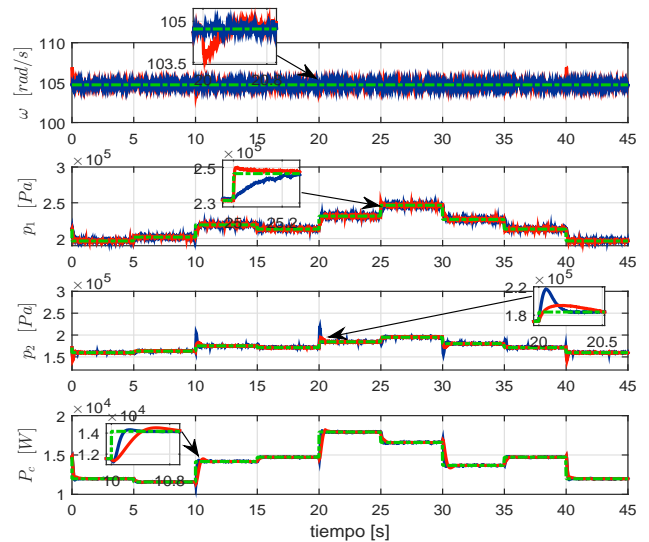


Figura 6: Evolución de las variables de estado con control no lineal (azul), PI (rojo) y señal de referencia (verde).

Las simulaciones numéricas se realizaron manteniendo constante la velocidad angular, el par de carga, la relación aire combustible y la fracción de gases recirculados deseados con el objetivo de observar el comportamiento en estado permanente de todas las variables. En las figuras 9 y 10 se muestra el comportamiento de las variables de estado, las señales de control, la relación R_{AC} , la fracción R_{GE} y el par estimado del sistema (17)-(20) con los controles (38), (41) y (49) y el estimador (56), además, del control PI (78) y (84). Las desviaciones de Δk_2 y Δk_6 respecto a sus valores nominales k_{nom} se indican en la leyenda en la parte inferior derecha de las mismas figuras. Los subíndices NL y PI indican que se utiliza el control no lineal con estimador de par de carga y el control PI, respectivamente. Las figuras 9 y 10 muestran un error en estado permanente en diferentes variables debido a la incertidumbre paramétrica.

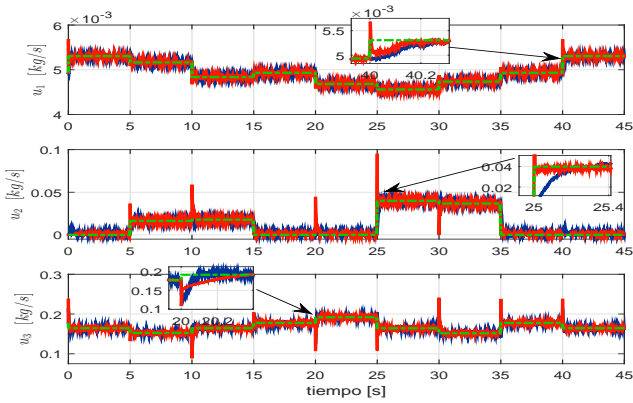


Figura 7: Señales de control no lineal (azul), PI (rojo) y valores deseados (verde).

La tabla 4 resume el desempeño de los controladores no lineal con estimador y lineal PI por medio del índice EAI dado por (85) y el índice de variación total (VT) de las señales de entrada definido como $VT_u = \sum_{i=1}^{\infty} |u_{i+1} - u_i|$ para cada una de las señales de control. Los índices se muestran para cada una de las tres pruebas: (1) sin ruido con tiempo de simulación hasta 30 [s] para no tomar en cuenta el intervalo en el que no se actualiza el punto de operación; (2) con ruido y tiempo de 45 [s] y (3) con incertidumbre paramétrica con simulaciones de 3 [s]. El control no lineal muestra mejor desempeño en términos de error y suavidad en el control (con excepción de u_3) respecto al controlador PI en las pruebas 1 y 2. En la prueba 3 el controlador PI muestra mejor desempeño.

6. Conclusión

En este trabajo se ha propuesto un controlador para la velocidad y el sistema de alimentación de aire de un motor diésel con sistema turbocompresor y de recirculación de gases de escape utilizando una estrategia de retroalimentación estática de los estados, con lo cual no es necesario aumentar el orden del sistema.

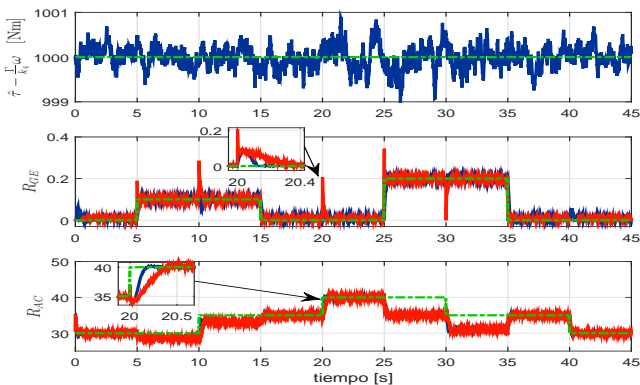


Figura 8: Par de carga estimado (arriba), fracción R_{GE} (en medio) y relación aire-combustible (abajo) con control no lineal (azul), PI (rojo) y señal de referencia (verde).

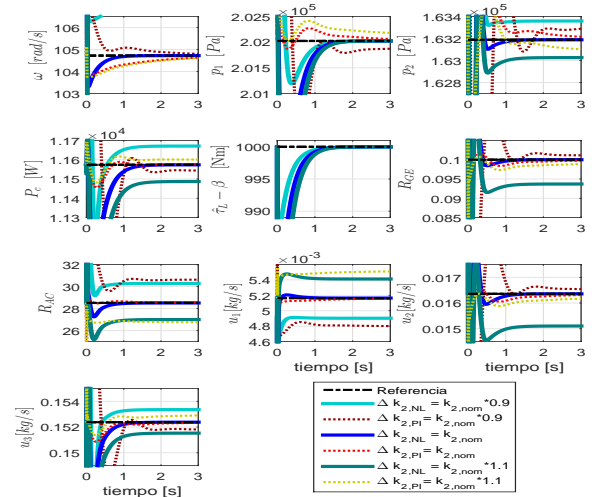


Figura 9: Desempeño del esquema de control bajo incertidumbre en k_2 .

Adicionalmente, se ha propuesto un estimador de par de carga por el método de Inmersión e Invarianza, lo que permite evitar la medición directa del par de carga.

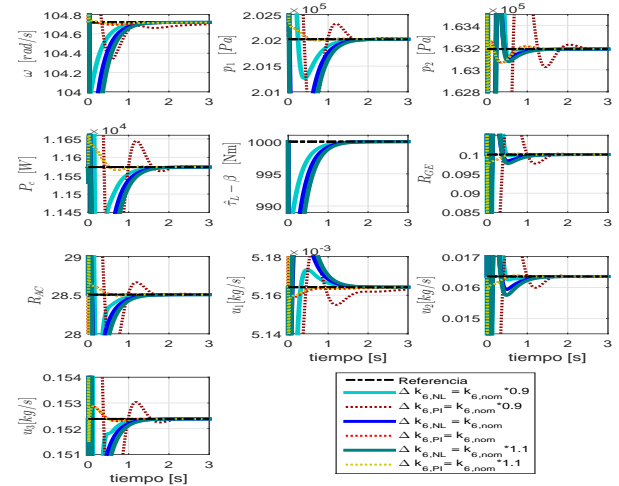


Figura 10: Desempeño del esquema de control bajo incertidumbre en k_6 .

Tabla 4: Índices de desempeño para el MCI con los controladores no lineal (NL) y proporcional integral (PI)

Prueba	Control	EAI	VT_{u_1}	VT_{u_2}	VT_{u_3}
1	NL	5.291	0.0121	0.1316	0.9160
	PI	7.64	0.032	0.254	0.8914
2	NL	70.32	0.147	0.408	97.52
	PI	70.57	0.408	13.26	13.82
3		$EAI_{0,9k_2}$	EAI_{k_2}	EAI_{1,k_2}	
	NL	19.493	7.516	29.6	
	PI	5.5735	8.457	17.4	
		$EAI_{0,9k_6}$	EAI_{k_6}	EAI_{1,k_6}	
	NL	7.7728	7.474	7.49	
	PI	8.5428	7.467	7.47	

El desempeño del control propuesto fue analizado con un estudio en simulaciones numéricas exhaustivo y comparado con un controlador PI. Se muestra que las variables de salida alcanzan las referencias cuando se presentan cambios de tipo escalón en el par de carga o en las referencias y se mejora el desempeño de las señales de error del controlador PI basado en linealización aproximada en ausencia de incertidumbre paramétrica.

Agradecimientos

Este trabajo fue financiado por CONACYT a través de una beca de investigación posdoctoral para el Dr. José Luis Mendoza Soto.

Referencias

- ACEA, 2018. European automobile manufacturers association: Trends in fuel type of new cars between 2016 and 2017, by country. <https://www.acea.be/statistics/article/trends-in-fuel-type-of-new-cars-between-2016-and-2017-by-country> (Consultado el 20 de Octubre del 2018).
- Alieri, V., Conte, G., Pedicini, C., June 2018. Nonlinear model-based multivariable control for air & charging system of diesel engine with short and long route egr valves. *International Journal of Automotive Technology* 19 (3), 405–412.
DOI: <https://doi.org/10.1007/s12239-018-0039-7>
- Astolfi, A., Karagiannis, D., Ortega, R., 2008. *Nonlinear and Adaptive Control with Applications*. Springer-Verlag, London.
- Ayadi, M., Langlois, N., Chafouk, H., Dec 2004. Polynomial control of nonlinear turbocharged diesel engine model. In: *Industrial Technology, 2004. IEEE ICIT '04. 2004 IEEE International Conference on*. Vol. 3. pp. 1384–1389 Vol. 3.
DOI: 10.1109/ICIT.2004.1490763
- Bennett, S., 2010. *Modern Diesel Technology: Diesel Engines*. Delmar Cengage Learning, Canada.
- Dabo, M., Langlois, N., Chafouk, H., June 2009. Dynamic feedback linearization applied to asymptotic tracking: Generalization about the turbocharged diesel engine outputs choice. In: *2009 American Control Conference*. pp. 3458–3463.
DOI: 10.1109/ACC.2009.5160404
- Eriksson, L., Nielsen, L., 2014. *Modeling and Control of Engines and Drivelines*. John Wiley & Sons Ltd, United Kingdom.
- Gupta, H. N., 2009. *Fundamentals of Internal Combustion Engine*. PHI Learning Pvt. Ltd, New Delhi, India.
- Haras, M., Bhatti, A. I., Liaquat, M., Dec 2017. Egr-vgt equipped heavy duty diesel engine calibration and air path control for optimized nitric oxide (NO_x) emissions. In: *2017 11th Asian Control Conference (ASCC)*. pp. 2646–2651.
DOI: 10.1109/ASCC.2017.8287594
- Heywood, J. B., 1988. *Internal Combustion Engine Fundamentals*. McGraw-Hill, U.S.A.
- Hoofman, N., Oliveira, L., Messagie, M., Coosemans, T., Mierlo, J. V., 2016. Environmental analysis of petrol, diesel and electric passenger cars in a Belgian urban setting. *Energies* 9 (2).
URL: <http://www.mdpi.com/1996-1073/9/2/84>
- Ishizuka, S., Kajiwara, I., Sato, J., Hanamura, Y., Hanawa, S., 2017. Model-free adaptive control scheme for egr/vnt control of a diesel engine using the simultaneous perturbation stochastic approximation. *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 39 (1), 114–128.
URL: <https://doi.org/10.1177/0142331215602327>
DOI: 10.1177/0142331215602327
- Jankovic, M., Jankovic, M., Kolmanovsky, I., Mar 2000. Constructive Lyapunov control design for turbocharged diesel engines. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 8 (2), 288–299.
DOI: 10.1109/87.826800
- Kolmanovsky, I., Moraal, P., van Nieuwstadt, M., Stefanopoulou, A., July 1997. Issues in modeling and control of intake flow in variable geometry turbocharged engines. In: *Proc. 18th IFIP Conf. Syst. Modeling Optimization*. Detroit, MI.
- Larsen, M., Jankovic, M., Kokotovic, P. V., 2000. Indirect passivation design for a diesel engine model. In: *Proceedings of the 2000. IEEE International Conference on Control Applications*. Conference Proceedings (Cat. No.00CH37162). pp. 309–314.
DOI: 10.1109/CCA.2000.897442
- Mancini, G., Aspiron, J., Cavina, N., Onder, C., Guzzella, L., 2014. Dynamic feedforward control of a diesel engine based on optimal transient compensation maps. *Energies* 7 (8), 5400–5424.
URL: <http://www.mdpi.com/1996-1073/7/8/5400>
DOI: 10.3390/en7085400
- Mendoza-Soto, J. L., Alvarez-Icaza, L., June 2012. Generalized predictive control of a turbocharged diesel engine. In: *2012 American Control Conference (ACC)*. pp. 5725–5730.
DOI: 10.1109/ACC.2012.6315274
- Mendoza-Soto, J. L., Rodríguez-Cortés, H., Alvarez-Icaza, L., October 2016. Control y estimación de par en un motor diésel con turbocompresor y recirculación de gases de escape. In: *Latin American Conference on Automatic Control*. Medellín, Colombia, pp. 346–353.
- Ortner, P., del Re, L., May 2007. Predictive control of a diesel engine air path. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 15 (3), 449–456.
DOI: 10.1109/TCST.2007.894638
- Outbib, R., Dovifaaz, X., Rachid, A., Ouladsine, M., May 2002. Speed control of a diesel engine: a nonlinear approach. In: *Proceedings of the 2002 American Control Conference (IEEE Cat. No.CH37301)*. Vol. 4. pp. 3293–3294 vol.4.
DOI: 10.1109/ACC.2002.1025299
- Outbib, R., Dovifaaz, X., Rachid, A., Ouladsine, M., 2006. A theoretical control strategy for a diesel engine. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 128 (2), 453–457.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1115/1.2196422>
- Outbib, R., Graton, G., Dovifaaz, X., Younes, R., 2014. Speed control of automotive diesel engines. *International Journal of Control* 87 (4), 812–826.
URL: <https://doi.org/10.1080/00207179.2013.860237>
DOI: 10.1080/00207179.2013.860237
- Park, I., Hong, S., Sunwoo, M., August 2017. Gain-scheduled egr control algorithm for light-duty diesel engines with static-gain parameter modeling. *International Journal of Automotive Technology* 18 (4), 579–587.
DOI: <https://doi.org/10.1007/s12239-017-0058-9>
- Plianos, A., Stobart, R., Oct 2007. Dynamic feedback linearization of diesel engines with intake variable valve actuation. In: *2007 IEEE International Conference on Control Applications*. pp. 455–460.
DOI: 10.1109/CCA.2007.4389273
- Rodríguez, H., Astolfi, A., Ortega, R., 2006. On the construction of static stabilizers and static output trackers for dynamically linearizable systems, related results and applications. *International Journal of Control* 79 (12), 1523–1537.
DOI: 10.1080/00207170600849766
- Sepulchre, R., Janković, M., Kokotović, P., 1997. *Constructive Nonlinear Control*. Springer-Verlag, London.
- Song, Q., Grigoriadis, K. M., June 2003. Diesel engine speed regulation using linear parameter varying control. In: *Proceedings of the 2003 American Control Conference*, 2003. Vol. 1. pp. 779–784 vol.1.
DOI: 10.1109/ACC.2003.1239116
- Upadhyay, D., Utkin, V., Rizzoni, G., 2002. Multivariable control design for intake flow regulation of a diesel engine using sliding mode. *IFAC Proceedings Volumes* 35 (1), 277–282, 15th IFAC World Congress.
DOI: <https://doi.org/10.3182/20020721-6-ES-1901.01514>
- van Nieuwstadt, M. J., Kolmanovsky, I. V., Moraal, P. E., Stefanopoulou, A., Jankovic, M., Jun 2000. Egr-vgt control schemes: experimental comparison for a high-speed diesel engine. *IEEE Control Systems* 20 (3), 63–79.
DOI: 10.1109/37.845039
- Wahlstrom, J., Eriksson, L., Nielsen, L., July 2010. Egr-vgt control and tuning for pumping work minimization and emission control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 18 (4), 993–1003.
DOI: 10.1109/TCST.2009.2031473
- Wang, H., Tian, Y., Bosche, J., Hajjaji, A. E., 2014. Modeling and dynamical feedback control of a vehicle diesel engine speed and air-path. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 136 (6), 061010–061010–7, aSME.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1115/1.4027502>
- Wang, Q.-G., 2003. *Decoupling Control*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany.
- Younes, R., 1993. *Elaboration d un modèle de connaissance du moteur diesel avec turbocompresseur géométrie variable en vue de l'optimisation de ses émissions*. Ph.D. thesis, Thèse de l'Ecole Centrale de Lyon, Lyon.
- Zhao, H., 2007. *HCCI and CAI engines for the automotive industry*. Woodhead Publishing Limited and CRC Press LLC, Cambridge, England.