

## Observador de alta ganancia con zona muerta ajustable para estimar la saturación de agua líquida en pilas de combustible tipo PEM

Cecilia, A. \*, Costa-Castelló, R. \*

*Institut de Robòtica i Informàtica Industrial, CSIC-UPC, Llorens i Artigas 4-6, 08028 Barcelona, Spain*

**To cite this article:** Cecilia, A., Costa-Castelló, R. 2020. High gain observer with dynamic deadzone to estimate liquid water saturation in PEM fuel cells. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 17, 169-180. <https://doi.org/10.4995/riai.2020.12689>

### Resumen

En el campo de las pilas de combustible PEM, la gestión de agua líquida es una de las problemáticas más importantes que afectan a la eficiencia y vida útil del sistema. Las técnicas de control activo y supervisión del agua se ven limitadas por la ausencia de sensores que puedan medir la saturación de agua líquida en línea. Por eso, en este trabajo se presenta el diseño de un observador de estado para la estimación de la saturación de agua líquida en la capa catalizadora del cátodo de una pila de combustible PEM de cátodo abierto. El observador propuesto se basa en técnicas de alta ganancia. Además, se modifica con una función de zona muerta autoajustable con el fin de reducir su sensibilidad al ruido en la medida. Los resultados se han validado mediante simulación numérica y experimentación. Estos muestran que, en ausencia de ruido, el observador propuesto presenta unas prestaciones similares a las de su equivalente sin zona muerta. Además, en presencia de ruido, la zona muerta disminuye significativamente el error de estimación inducido por este.

*Palabras clave:* Observadores de estados, ruido de medida, sistemas no lineales, sistemas de energía renovables

### High gain observer with dynamic deadzone to estimate liquid water saturation in PEM fuel cells

#### Abstract

In the area of PEM fuel cells, water management remains one of the most challenging issues affecting PEMFC efficiency and lifetime. Liquid water active control and supervision techniques are limited by the absence of online sensors that can estimate the liquid water saturation. For this reason, this work presents the design of a state observer to estimate the cathode catalyst layer's liquid water saturation of an open-cathode PEM fuel cell. The proposed observer is based on High-Gain techniques, and is modified with a dynamic dead-zone which reduces the observer's noise sensibility. The results have been validated through numerical simulation and experiments. It is shown that, in the absence of noise, the proposed observer presents a similar performance than its non dead-zone equivalent. Moreover, in the presence of noise, the dead-zone significantly reduces the estimation error induced by it.

*Keywords:* State observers, measurement noise, nonlinear systems, renewable energy systems

### 1. Introducción

En los últimos años, ha aumentado el interés por el desarrollo de tecnologías energéticas renovables debido al constante crecimiento del consumo global de energía, el cambio climático y el temor al agotamiento de las fuentes de energía basadas en

combustibles fósiles. En este contexto, las pilas de combustible de hidrógeno se han establecido como una de las posibles tecnologías para conseguir superar los retos energéticos del futuro (Casteleiro-Roca et al., 2019).

\*Autores para correspondencia: andreu.cecilia@upc.edu y ramon.costa@upc.edu

Una pila de combustible es un dispositivo de tipo electroquímico que transforman la energía química de su combustible en energía eléctrica sin generar contaminantes, tales como  $CO_2$ ,  $NO_x$  o  $S O_x$ . Entre las pilas de combustible, destacan las de membrana de intercambio protónico (PEM) debido a su favorable densidad energética y sus bajas temperaturas de operación. En virtud de estas características, las pilas de combustible PEM han demostrado ser un potencial sustituto de los motores de combustión interna en el sector del transporte (Alaswad et al., 2016).

Las pilas de combustible PEM utilizan un polímero sólido como electrolito que separa sus dos electrodos. El ánodo de la pila se alimenta constantemente con hidrógeno puro. Este hidrógeno se procesa en una capa catalizadora basada en platino, donde los electrones se separan de los protones. Mientras que los protones son transportados al cátodo a través del electrolito, los electrones se conducirían por un circuito externo, generando la potencia eléctrica del sistema. En el lado del cátodo, los protones y electrones se combinan con oxígeno para producir agua. Este oxígeno se puede alimentar a través del electrodo en forma pura o extraído del aire. En la Figura 1 se puede observar un esquema del proceso descrito.

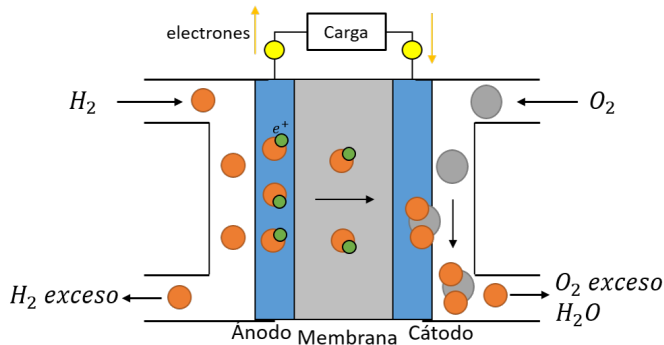


Figura 1: Esquema operación de una pila de combustible de tipo PEM.

Durante la operación de la pila de combustible PEM, se genera y se acumula agua. Este agua no es sólo un subproducto de las reacciones, sino, que es un elemento con un papel importante para la operación de la pila. El electrolito requiere de un mínimo nivel de hidratación para facilitar la conducción de los protones y reducir su degradación (Eikerling, 2006). Sin embargo un exceso de agua estará produciendo problemas tales como: pérdidas de voltaje a altas densidades de corriente, voltaje variante a bajas densidades de corriente y aceleración de la degradación del carbono del catalizador (Owejan et al., 2008) (Eikerling, 2006).

Parece razonable pensar que una operación adecuada de la pila de combustible requiere de un control efectivo del agua. Sin embargo, no existen sensores para medir esta variable en línea. Por ello, se requiere de un sistema que sea capaz de estimar su valor. Una posible opción sería implementar un observador de estados. La hidratación de la pila está altamente relacionada con su temperatura (Mench et al., 2011). Por eso, debería ser posible diseñar un observador que sea capaz de estimar la humidificación a partir de las lecturas de los sensores de temperatura, velocidad del aire y corriente de carga. Además, la implementación de observadores permitiría el desarrollo de nuevas técnicas de control y supervisión del agua de la pila de

combustible PEM. En la literatura, existen diversas propuestas de control activo de la hidratación en pilas PEM (Damour et al., 2015). Sin embargo, estas técnicas requieren del conocimiento de la humidificación del sistema o recurren a representaciones de caja negra. La implementación de observadores posibilitaría el diseño de controladores que podrían mejorar las prestaciones del control de la hidratación (Aligia et al., 2017). Posibles técnicas incluyen, estrategias de estabilización por realimentación de salida (Teel and Praly, 1994), técnicas de regulación con realimentación de salida (Byrnes and Isidori, 2004) y detección de fallos basado en observadores (Martinez-Guerra and Mata-Machuca, 2016).

Sin embargo, los modelos de pilas de combustible suelen presentar estructuras no lineales (Kunusch et al., 2012). Por esta razón, es necesario diseñar un observador que sea capaz de tratar con ellas. En la literatura se pueden encontrar distintos diseños de observador para sistemas no lineales. Algunas técnicas se basan en linealizar el sistema a través de calcular una serie de Taylor de primer orden alrededor de un punto de operación (Atherton, 1992). No obstante, esta estrategia resulta en una solución local al problema de observación con poca robustez si el sistema es altamente no lineal. Otras técnicas se basan en linealizar las dinámicas del error de estimación a través del diseño de la realimentación del observador (Krener and Respondek, 1985) (Sassano and Astolfi, 2019). Estas técnicas presentan buenas prestaciones en presencia de ruido. No obstante, su implementación asume condiciones estructurales muy restrictivas que raramente se satisfacen en los modelos de pilas de combustible. Una tercera técnica son los observadores de modos deslizantes (Yan and Edwards, 2007). Esta técnica presenta la ventaja de ser insensible a cierto tipo de incertidumbre y ha demostrado ser realmente útil para ciertos sistemas de pilas de combustible (Liu et al., 2014) (Pisano et al., 2018). Uno de los principales conflictos de esta estrategia es que su diseño requiere del conocimiento de límites superiores e inferiores de ciertas funciones no lineales y de sus derivadas. Además, se basa en una señal de control discontinua que suele inducir ruido en la estimación.

Otra alternativa es el observador de alta ganancia (OAG) (Khalil, 2017a). Este tipo de observador presenta una gran robustez al mismo tipo de incertidumbre al que es insensible el observador en modos deslizantes. El observador presenta  $n+1$  (donde  $n$  es orden del sistema) parámetros a sintonizar; y su sintonización requiere de la estimación de la constante Lipschitz (este concepto se formaliza en la Definición 4.1) de las funciones no lineales del sistema. Estas características lo denotan como una técnica de observación de gran potencial para las pilas de combustible PEM. No obstante, el OAG es altamente sensible al ruido de los sensores. En consecuencia, una pequeña cantidad de ruido en el sensor de temperatura podría deteriorar significativamente la estimación. Una posible solución sería filtrar la señal a través de un filtro paso bajo. Sin embargo, este añadiría dinámicas en el sistema, cosa que puede ser contraproducente para ciertos problemas de control. Una alternativa desarrollada recientemente, sería añadir una zona muerta artificial al lazo de realimentación que eliminaría la parte del ruido dentro de su amplitud (Cocetti et al., 2019). Esta modificación permitiría reducir la cantidad de ruido que se introduce en el observador, sin añadir dinámicas a la respuesta del sistema. No

obstante, la implementación de una zona muerta estática puede afectar significativamente a las prestaciones del observador. Por eso, se diseña un mecanismo que adapta dinámicamente la amplitud de la zona muerta a la cantidad de ruido. Este trabajo propone la estimación de la saturación de agua líquida a través de un observador de alta ganancia con una zona muerta autoajustable.

El trabajo se divide en las siguientes partes: en la sección 2 se introduce el entorno experimental en el que se validará el observador. En la sección 3 se presenta la representación en espacio de estados del modelo de pila de combustible PEM de cátodo abierto en el que se basa el observador. En la sección 4 se describe el diseño de un observador de alta ganancia. En la sección 5 se presenta los resultados de simulación del observador de alta ganancia. En la sección 6 se modifica el observador con una zona muerta autoajustable. En la sección 7 se presenta los beneficios de este nuevo observador a través de una simulación. En la sección 8 se valida el observador con zona muerta experimentalmente. Finalmente, en la sección 9 se presentan las conclusiones y trabajos futuros.

## 2. Descripción Entorno Experimental

El sistema considerado en este trabajo es la pila de combustible de tipo PEM modelo H-100 de *Horizon Fuel Cell Technologies*. Este modelo (comercialmente disponible) presenta 100 W de potencia, 20 celdas y un cátodo abierto con 22,5 cm<sup>2</sup> de superficie activa. Este cátodo se humidifica de forma automática e incluye un ventilador que se encarga de refrigerar la pila y alimentar de oxígeno el cátodo. El ventilador se alimenta a través de una alimentación externa de 12 V. Además, un sistema de control proporciona el ciclo de trabajo de la modulación por ancho de pulsos (PWM) del ventilador que determina la velocidad de rotación de este, permitiendo controlar la velocidad del aire del cátodo ( $v_{air}$ ). Esta velocidad se mide a través de una sonda (tipo película caliente) modelo EE75 de E+E Elektronik.

En la entrada del ánodo se introduce hidrógeno seco y en la salida del ánodo se incluye una válvula electromagnética que normalmente estará cerrada. Esta válvula permite realizar purgas periódicas en el ánodo, para así reducir la acumulación de gases inertes o de agua. Sin embargo, estas purgas provocan una fluctuación de la presión en el ánodo, y en consecuencia, una variación del voltaje de salida.

La pila de combustible incorpora una serie de termopares tipo K para medir su temperatura ( $T_{fc}$ ). Además, el voltaje total de la pila ( $V$ ) se mide a través de un amplificador de aislamiento y la corriente de carga ( $I$ ) se mide mediante un sensor de efecto hall con tecnología de lazo cerrado, modelo LTS 6NP, marca LEM.

Finalmente, cabe remarcar que la pila de combustible está instalada en el interior de una cámara climática que permite controlar las condiciones ambientales de temperatura, humedad y presión. Las variables de humedad y temperatura ambiente en la salida del cátodo se miden a través de un sensor HMM211 de Vaisala.

En la Figura 2 se puede observar un esquema del sistema de pila de combustible instalado en el laboratorio y en la Figura 3 se muestra una imagen del sistema real.

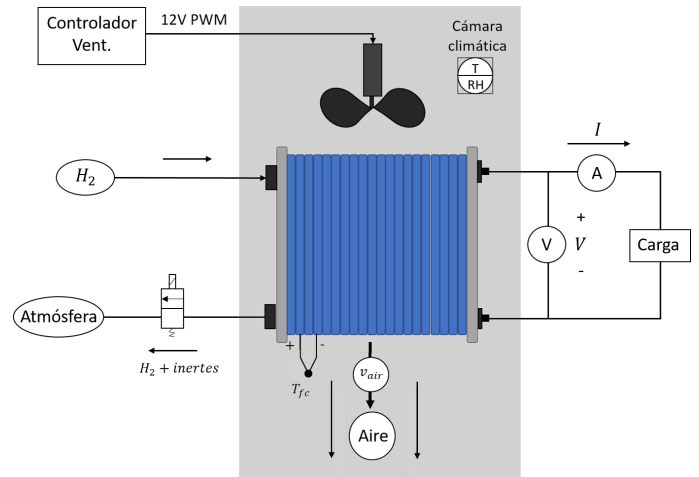


Figura 2: Esquema de la pila de combustible PEM modelo H-100.

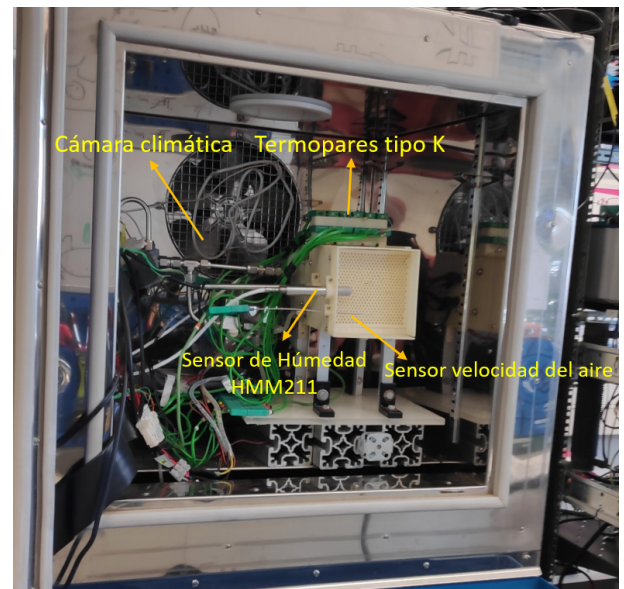


Figura 3: Imagen del entorno experimental de la pila de combustible H-100.

Como se ha explicado anteriormente, la velocidad del aire inducida por el ventilador afecta la temperatura de la pila de combustible,  $T_{fc}$ , y la estequiometría del cátodo,  $\lambda$ , definida como

$$\lambda = \frac{n_{O_2}^{\text{introducidos}}}{n_{O_2}^{\text{consumidos}}} \quad (1)$$

donde  $n_{O_2}^{\text{introducidos}}$  es el número de moles de oxígeno que se introducen en el cátodo y  $n_{O_2}^{\text{consumidos}}$  es el número de moles que consume la reacción de reducción.

Teóricamente, la estequiometría afecta a la corriente de carga de la pila,  $I$ . No obstante, ciertos experimentos muestran que valores mínimos de velocidad de rotación del ventilador garantizan una estequiometría de 20 en la potencia nominal de la pila (Strahl et al., 2014). Es decir, en los puntos de operación de la pila, el efecto de la velocidad del aire sobre la corriente de carga no es significativo. En consecuencia, la velocidad del aire en el cátodo,  $v_{air}$ , se puede usar para controlar la temperatura de la pila,  $T_{fc}$ , y el caudal de hidrógeno seco en el ánodo determina, independientemente de  $v_{air}$ , la corriente de carga de la pila,  $I$ .

### 3. Modelo de la Pila de Combustible de Cátodo Abierto

Para la descripción del comportamiento de la pila, se usa un modelo de pila PEM de cátodo abierto basado en ecuaciones diferenciales ordinarias sin resolución espacial (Strahl et al., 2014). En el apéndice A se incluye una descripción detallada de las constantes y funciones del modelo. Las ecuaciones del sistema se dividen en tres partes: un submodelo térmico, un submodelo del transporte de agua líquida y un submodelo electroquímico. En primer lugar, el submodelo térmico describe la transferencia de calor del sistema a partir de restar el calor total generado por el sistema y la convección forzada por el ventilador.

$$\dot{T}_{fc} = K_1(V_{th} - V)I + K_2(T_{amb} - T_{fc})v_{air} \quad (2)$$

donde  $T_{fc}$  es la temperatura de la pila,  $T_{amb}$  es la temperatura ambiente y  $V_{th}$ ,  $K_1$  y  $K_2$  son constantes que se especifican en el apéndice A.

En segundo lugar, el modelo de transporte de agua líquida describe la variación del contenido de agua líquida en la capa catalítica del cátodo (CCL) a través de restar el agua generada por la reacción de oxidación en el cátodo, el agua evaporada y el agua que abandona la CCL por difusión.

$$\dot{s} = K_3I - K_4f_p(T_{fc})s - f_d(s) \quad (3)$$

donde  $s$  es la saturación de agua líquida en la capa catalizadora del cátodo,  $K_3$  y  $K_4$  son constantes y  $f_p$  y  $f_d$  son funciones no lineales (Strahl et al., 2014), especificadas en el apéndice A.

En tercer lugar, el modelo electroquímico describe la tensión en bornes de la pila a partir de restar al potencial termodinámico reversible,  $V_{th}$ , las pérdidas de activación y óhmicas (Barbir, 2012).

$$V = V_{th} - K_5f_a(T_{fc}, s, I)T_{fc} - K_6I \quad (4)$$

donde  $V$  es la tensión en bornes,  $K_5$ ,  $K_6$  son constantes y  $f_a$  es una función no lineal, especificadas en el apéndice A.

En términos de control, la dinámica de la pila se describe a partir de dos variables de estado: la temperatura de la pila de combustible,  $T_{fc}$ , y la saturación de agua líquida en la capa catalizadora del cátodo,  $s$ . Las variables controlables del modelo son: la velocidad del aire en el cátodo  $v_{air}$ , y la corriente de carga  $I$ .

En este trabajo, se asume que el valor de la corriente de carga,  $I$ , y la temperatura ambiente,  $T_{amb}$ , varían lentamente. De esta forma, sus derivadas se pueden considerar nulas. Además, se puede comprobar que el modelo es afín a la acción del ventilador. Este hecho permite reescribir el sistema en el siguiente formato de estado no lineal:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})v_{air}; \quad y = h(\mathbf{x}) \quad (5)$$

donde el vector de estados,  $\mathbf{x}$ , es,

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} T_{fc} \\ s \end{bmatrix} \quad (6)$$

y las funciones  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{g}$  y  $h$  son,

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} K_1(V_{th} - V)I \\ K_3I - K_4f_p(T_{fc})s - f_d(s) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} K_2(T_{amb} - T_{fc}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$h(\mathbf{x}) = T_{fc} \quad (9)$$

Esta formalización, simplificará la nomenclatura y facilitará los desarrollos en las siguientes secciones.

Finalmente, cabe destacar que el modelo de la pila de combustible se ha validado experimentalmente en trabajos previos a este (Strahl et al., 2014).

### 4. Observador de Alta Ganancia

El objetivo del trabajo es diseñar un observador de alta ganancia que pueda estimar las variables de estado,  $\mathbf{x}$ , del modelo (5) a partir de las medidas de los termopares,  $y = T_{fc}$ . A continuación, se presentarán las nociones básicas sobre la estructura y el diseño de observadores de alta ganancia.

En el diseño del observador de alta ganancia, se asume que el modelo presenta cierta estructura triangular Lipschitz:

$$\dot{\xi} = \mathbf{A}\xi + \Psi(\xi, \mathbf{u}), \quad (10)$$

$$y = \mathbf{C}\xi \quad (11)$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

$$\Psi(\xi, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \psi_1(\xi_1, \mathbf{u}) \\ \psi_2(\xi_1, \xi_2, \mathbf{u}) \\ \vdots \\ \psi_n(\xi, \mathbf{u}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

donde las funciones  $\psi_1, \dots, \psi_n$  son *lipschitzianas*.

**Definición 4.1.** Una función  $f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  es *lipschitz continua* si existe una constante  $L$  tal que:

$$\|f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - f(\mathbf{z}, \mathbf{u})\| \leq L\|\mathbf{x} - \mathbf{z}\| \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{z} \quad (14)$$

En concreto, esta desigualdad se cumplirá si todos los elementos de la jacobiana,  $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ , presentan un valor finito (Khalil, 1995).

De este forma, el vector  $\Psi$  definido en (13) deberá cumplir:

$$\|\Psi(\xi, \mathbf{u}) - \Psi(\mathbf{z}, \mathbf{u})\| \leq c\|\xi - \mathbf{z}\|. \quad (15)$$

En esta estructura, un observador de alta ganancia es una copia de la forma triangular más un factor de realimentación de alta ganancia que depende del error de estimación de salida,  $y - \hat{\xi}_1$  (Khalil, 2017a).

$$\dot{\hat{\xi}} = \mathbf{A}\hat{\xi} + \Psi(\hat{\xi}, \mathbf{u}) + \mathbf{E} \alpha(y - \hat{\xi}_1), \quad (16)$$

$$\hat{y} = \mathbf{C}\hat{\xi} \quad (17)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\varepsilon} & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & \frac{1}{\varepsilon^2} & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\varepsilon^n} \end{bmatrix}; \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

donde  $\hat{\xi}_i$  corresponde a la estimación del estado  $\xi_i$ .

Los parámetros a sintonizar en este observador son las constantes  $\alpha_i$  y la constante  $\varepsilon$ . En primer lugar, los parámetros  $\alpha_i$  influyen en el transitorio del error de estimación, i.e.  $\tilde{\xi}_i \triangleq \xi_i - \hat{\xi}_i$ . En consecuencia, se deben sintonizar tal que todas las raíces del siguiente polinomio presenten parte real negativa,

$$s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n. \quad (19)$$

Asimismo, teóricamente, las raíces de (19) se pueden optimizar para mejorar el transitorio del observador. Sin embargo, no existe una metodología para obtener las “mejores” raíces, aunque se pueden optimizar aplicando técnicas de ubicación de polos (Khalil, 2017a).

En segundo lugar, el parámetro  $\varepsilon$  debe ser un valor positivo menor de 1 y suficientemente pequeño como para dominar la constante Lipschitz de las no linealidades. Además, valores pequeños de  $\varepsilon$  aseguran una convergencia rápida y robusta. No obstante, existen diversos factores que impiden que el valor de  $\varepsilon$  sea arbitrariamente pequeño. Valores demasiado pequeños fomentarán y aumentarán el efecto del *fenómeno de pico* (Esfandiari and Khalil, 1992), que es un incremento significativo del error de estimación durante el transitorio del observador. Además, disminuir el valor de  $\varepsilon$  aumenta significativamente la sensibilidad al ruido del observador (Astolfi et al., 2016), impidiendo la implantación del observador en bastantes casos prácticos. Por este motivo, es de interés encontrar el límite superior de  $\varepsilon$  que asegura la convergencia del observador, para así, no diseñar un valor de  $\varepsilon$  innecesariamente bajo.

Ya que el polinomio (19) es Hurwitz por diseño, existe una matriz simétrica positiva  $\mathbf{P}$  en  $\mathbb{R}^{n \times n}$  tal que (Khalil, 2017a):

$$\mathbf{F}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{F} = -\mathbf{I} \quad (20)$$

donde

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\alpha_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ -\alpha_{n-1} & 0 & \dots & & 1 \\ -\alpha_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Se puede demostrar que el error de estimación convergerá a cero si el valor de  $\varepsilon$  cumple con la siguiente desigualdad (Hassan Hammouri, 2007):

$$\varepsilon < \frac{1}{2c\|\mathbf{P}\|} \quad (22)$$

donde  $c$  es la constante definida en (15).

Con este límite, se tiene una idea clara del valor máximo que debe tener el parámetro  $\varepsilon$  para asegurar estabilidad exponencial global del observador. Es recomendable que  $\varepsilon$  presente el mayor valor posible, para así reducir la sensibilidad al ruido y el fenómeno de pico. En concreto, si el sistema (10) presenta ruido en el sensor, es decir,

$$y = \mathbf{C}\xi + v \quad (23)$$

donde  $v$  representa una señal tal que  $\|v\| \leq \gamma$ , el error de estimación convergirá a la siguiente región (Khalil, 2017b)

$$\|\xi_i - \hat{\xi}_i\| \leq \frac{\gamma}{\varepsilon^{i-1}} \|\mathbf{P}\alpha\| \quad (24)$$

Se puede comprobar que disminuir el valor del parámetro  $\varepsilon$ , aumenta considerablemente el error en la estimación. No obstante,  $\varepsilon$  debería ser diseñado con cierto margen respecto al límite,  $\frac{1}{2c\|\mathbf{P}\|}$ , para asegurar la robustez del observador en presencia de incertidumbre.

## 5. Transformación del modelo

El modelo de pila de combustible considerado (5) no presenta la forma triangular Lipschitz (10) considerada en la anterior sección. Por eso, es necesario construir un difeomorfismo que relacione las dos estructuras.

El modelo de la pila de combustible presenta las siguientes propiedades:

- El modelo es afín al control.
- El modelo es uniformemente observable, en el sentido de ser observable para todas las acciones de control (Bor-nard et al., 1995).
- El modelo autónomo, i.e.  $\mathbf{u} = 0$ , es observable diferencialmente fuerte de orden  $n$  (Gauthier and Kupka, 2001).

**Definición 5.1.** *Un sistema autónomo,  $\mathbf{u} = 0$ , representado por la expresión (5) es observable diferencialmente fuerte de orden  $k$  si el mapa:*

$$\mathbf{x} \mapsto \begin{bmatrix} h(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{f}} h(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{f}}^{k-1} h(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \triangleq \Phi(\mathbf{x}), \quad (25)$$

es inyectivo y presenta una jacobiana  $\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x})$  de rango  $k$ . La operación  $L_{\mathbf{f}} h(\mathbf{x})$  denota la derivada de Lie de la función  $h(\mathbf{x})$  a lo largo de  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  y se calcula como  $L_{\mathbf{f}} h(\mathbf{x}) = \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x})$ .

Estas propiedades permiten que el mapa (25) sea un difeomorfismo entre el modelo del sistema de interés y la forma triangular Lipschitz (10) (Gauthier et al., 1992). En concreto, en el sistema de la pila de combustible (5), el mapa que relaciona las dos estructuras será el siguiente:

$$\Phi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} T_{fc} \\ L_{\mathbf{f}} T_{fc} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

En la forma triangular Lipschitz, teniendo en cuenta los detalles presentados en la anterior sección, se pueden diseñar los parámetros  $\alpha_i$  y  $\varepsilon$  para asegurar la convergencia del error de estimación en las nuevas coordenadas,  $\tilde{\xi}_i \triangleq \xi_i - \hat{\xi}_i$ . Sin embargo, el objetivo es la estimación de los estados en las coordenadas originales  $\mathbf{x}$ . Para eso, es necesario encontrar una inversión del difeomorfismo  $\Phi(\mathbf{x})$ . En la práctica, es difícil encontrar una expresión analítica de esta inversión, y se suele recurrir a la resolución de un problema de optimización del tipo

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\text{mín}} |\Phi(\mathbf{x}) - \hat{\xi}| \quad (27)$$

donde la variable  $\hat{\mathbf{x}}$  representa la estimación de la variable de estado  $\mathbf{x}$ .

Para evitar el alto coste computacional de esta optimización, uno puede implementar el observador directamente en las coordenadas  $\mathbf{x}$ . De esta forma, no es necesario calcular la inversión del mapa  $\Phi(\mathbf{x})$ . En concreto, el observador de alta ganancia



(16) se puede reescribir del siguiente modo (Astolfi and Praly, 2013):

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})v_{air} + \mathbf{v}(\hat{\mathbf{x}}, y) \quad (28)$$

donde

$$\mathbf{v}(\hat{\mathbf{x}}, y) = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}) \right)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\varepsilon} (y - \hat{T}_{fc}) \\ \frac{\alpha_2}{\varepsilon} (y - \hat{T}_{fc}) \end{bmatrix}.$$

Este observador sólo necesita que la jacobiana de  $\Phi(\mathbf{x})$  sea invertible. Específicamente, en el caso bajo estudio, la jacobiana de este mapa presentará la siguiente estructura

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\partial L_f T_{fc}}{\partial T_{fc}}(\mathbf{x}) & \frac{\partial L_f T_{fc}}{\partial s}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (29)$$

Con

$$\det \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}) = \frac{\partial L_f T_{fc}}{\partial s}(\mathbf{x}). \quad (30)$$

Cabe remarcar que el determinante (30) sólo presenta un cero en los puntos  $T_{fc} = 0$ , que equivalen a una temperatura de 0 K. Este punto es físicamente inalcanzable y los estados del observador raramente se acercaran. En consecuencia, la jacobiana será siempre invertible. Sin embargo, la función  $\frac{\partial L_f T_{fc}}{\partial s}(\mathbf{x})$  es singular en los puntos  $s = 0$  y  $s = \bar{s}$ , donde  $\bar{s}$  representa el valor óptimo alcanzable de la saturación de agua líquida (Apéndice A). Estas singularidades pueden inducir problemas numéricos e invalidar la condición Lipschitz (15) cuando la estimación  $\hat{s}$  se acerque a ellas. Por eso, el valor de  $\hat{s}$  se ha saturado en los puntos fuera del dominio  $D := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < s < \bar{s}\}$ .

Notar que, al transformar el modelo, el error de estimación inducido por el ruido (24) define un límite en las nuevas coordenadas  $\xi$ . No obstante, el mapa  $\Phi(\mathbf{x})$  presenta una inversa continua y diferenciable por definición. En consecuencia, la función inversa  $\mathbf{x} = \Phi(\xi)^{-1}$  y sus componentes  $\Phi(\mathbf{x})_i^{-1}$  serán localmente Lipschitz y existirán unas constantes  $L_{\xi_i}$  tal que

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i\| &= \|\Phi(\mathbf{x})_i^{-1} - \Phi(\hat{\mathbf{x}})_i^{-1}\| \\ &\leq L_{\xi_i} \|\xi_i - \hat{\xi}_i\| \leq L_{\xi_i} \frac{1}{\varepsilon^{i-1}} \gamma \|\mathbf{P}\alpha\|. \end{aligned} \quad (31)$$

En el apéndice B se han incluido las ecuaciones que componen la jacobiana (29).

## 6. Simulación del Observador de Alta Ganancia

El comportamiento del observador de alta ganancia (28)-(29) se ha estudiado a través de una serie de simulaciones. En estas, el modelo de la pila de combustible (2)-(4) (Strahl et al., 2014) se usa para analizar los cambios introducidos por diferentes valores de corriente, Figura 4, que provocan una variación de la temperatura y de la saturación de agua líquida. Notar que el incremento de intensidad entre 2270 segundos y 8000 segundos es tan bajo, que la intensidad se puede considerar localmente constante.

Además, el modelo incorpora un controlador PI con *anti windup* (Strahl and Costa-Castelló, 2016) que mediante la acción del ventilador,  $v_{air}$ , mantendrá la temperatura de la pila de combustible cerca de los 310 K.

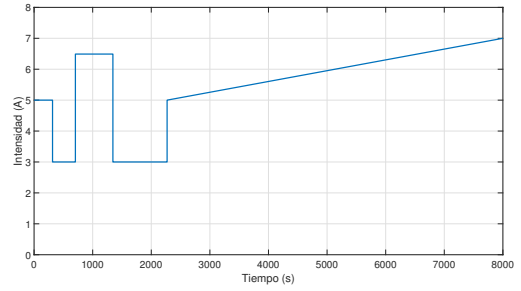


Figura 4: Perfil de intensidad introducida al sistema.

Durante la mayor parte de la simulación, el sensor de temperatura estará libre de ruido. Sin embargo, en un cierto rango temporal, se simulará un fallo en el sensor que introducirá una cierta cantidad de ruido, Figura 5.

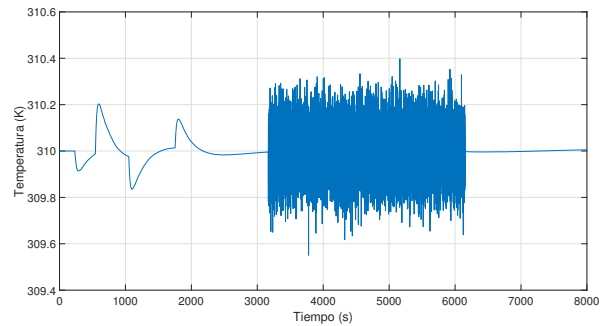


Figura 5: Perfil de temperatura en el sensor del modelo. Se simula un fallo en el sensor que introduce ruido entre el segundo 3240 y el segundo 6715.

En relación con el diseño de los parámetros del observador, una sintonización del parámetro  $\varepsilon$  requiere la constante lipschitz,  $c$ , de la función  $\Psi(\xi, \mathbf{u})$  (15). Esta constante se puede aproximar con el límite superior de la norma 2 de su jacobiana, es decir

$$c \approx \operatorname{argmax}_{\xi} \left\| \frac{\partial \Psi(\xi, \mathbf{u})}{\partial \xi} \right\|_2 \quad (32)$$

A través de análisis numéricos en el rango de operación de la pila de combustible (es decir,  $T_{fc} \in [298, 338] \text{ K}$  y  $s \in [0,01, 0,165] \text{ Kg m}^{-2}$ ), se ha podido estimar la constante de Lipschitz como  $c = 0,0286$ . A partir de este valor, se han diseñado unos parámetros  $\alpha_i$  tal que, según (22), cualquier valor  $\varepsilon \leq 1,74$  asegure la convergencia del observador. No obstante, el modelo del transporte del agua suele presentar una incertidumbre paramétrica significativa. Por eso, el parámetro  $\varepsilon$  se ha diseñado con un margen significativo respecto al límite (22). Así el observador de alta ganancia será robusto a la incertidumbre del modelo. En la Tabla 1 se puede observar el valor de los parámetros del observador simulado.

En la Figura 6 se representa la evolución de la saturación de agua líquida,  $s$ , del modelo y la estimación del observador de alta ganancia. Por un lado, notar que, en ausencia de ruido, la estimación del observador converge rápidamente a los valores del modelo. Por otro lado, en presencia de ruido, el error de estimación aumenta de forma significativa. Este resultado es consecuencia del gran margen que se ha escogido en el límite

(22), para asegurar la robustez del observador. Esta alta sensibilidad podría impedir la implementación del observador en muchas aplicaciones prácticas. Por eso, es de interés modificar el observador para así reducir el efecto del ruido.

Tabla 1: Parámetros del observador

Parámetro	Valor
$\alpha_1$	0,1047
$\alpha_2$	0,0012
$\varepsilon$	0,1

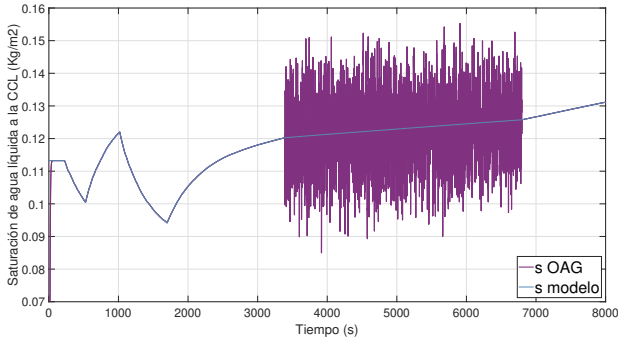


Figura 6: Evolución de la saturación de agua líquida del modelo (azul) y estimación del observador de alta ganancia (morado).

## 7. Observador de Alta Ganancia con Zona Muerta

A través de simulaciones se ha mostrado que el observador de alta ganancia presenta alta sensibilidad al ruido de los sensores, el cual no desestabiliza el observador pero aumenta significativamente su error de estimación. Este es un problema bien conocido en los observadores de alta ganancia (Astolfi et al., 2016). En efecto, el difeomorfismo (25) se basa en diferenciar repetidamente la salida del sistema,  $h(\mathbf{x})$  y cada una de estas derivadas amplifica el efecto del ruido. Además, la sensibilidad del ruido aumenta al disminuir el parámetro  $\varepsilon$  (31).

Una técnica interesante para reducir esta sensibilidad consiste en aplicar una zona muerta artificial en el error entre la salida de los sensores y su estimación (Cocetti et al., 2019). En otras palabras, el observador de alta ganancia se modificaría de la siguiente forma,

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{u} + \mathbf{v}_{dz}(\hat{\mathbf{x}}, y) \quad (33)$$

donde

$$\mathbf{v}_{dz}(\hat{\mathbf{x}}, y) = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}}(\hat{\mathbf{x}}) \right)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\varepsilon} dz_{\sqrt{\sigma}}(y - \hat{T}_{fc}) \\ \frac{\alpha_2}{\varepsilon} dz_{\sqrt{\sigma}}(y - \hat{T}_{fc}) \end{bmatrix}. \quad (34)$$

donde  $dz_{\sqrt{\sigma}}$  representa la función zona muerta, la cual se calcula con la siguiente expresión

$$dz_{\sqrt{\sigma}}(a) = \begin{cases} 0 & \text{si } -\sqrt{\sigma} \leq a \leq \sqrt{\sigma}, \\ a - \sqrt{\sigma} & \text{si } a \geq \sqrt{\sigma}, \\ a + \sqrt{\sigma} & \text{si } a \leq -\sqrt{\sigma} \end{cases} \quad (35)$$

El factor  $\sqrt{\sigma}$  representa la amplitud de la zona muerta.

Una representación gráfica de la función de zona muerta, con  $\sigma = 4$ ,  $\sigma = 9$  y  $\sigma = 16$ , se muestra en la Figura 7.

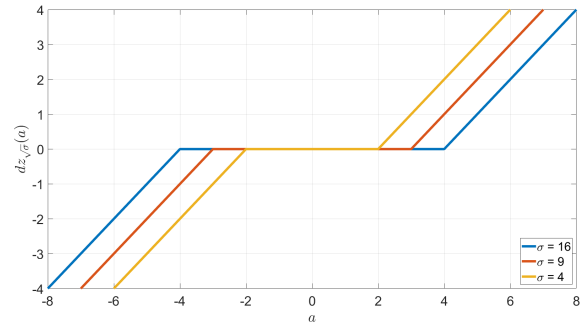


Figura 7: Función zona muerta con  $\sigma = 4$ ,  $\sigma = 9$  y  $\sigma = 16$ .

Esta zona muerta ofrece una corrección nula en las trayectorias alrededor de  $y - h(\hat{\mathbf{x}}) = 0$ . Así, la parte del ruido (23) dentro de la amplitud de la zona muerta se elimina y no llega a introducirse al observador. No obstante, existe un compromiso entre la amplitud,  $\sqrt{\sigma}$ , de la zona muerta y las prestaciones del observador. Por un lado, una amplitud insuficiente no reduciría el ruido y el observador seguiría presentando una alta sensibilidad a este. Por otro, una amplitud demasiado grande, induciría el observador a operar siempre en lazo abierto. Este compromiso complica el diseño de la zona muerta, especialmente en problemas donde la cota superior del ruido puede variar. Una posible solución es ajustar la amplitud de la zona muerta a la cantidad de ruido según la siguiente dinámica de primer orden con  $\lambda \varepsilon$  de constante de tiempo (Cocetti et al., 2019):

$$\frac{1}{\varepsilon} \dot{\sigma} = -\lambda \sigma + R(y - \hat{T}_{fc})^2 \quad (36)$$

La variable  $\hat{T}_{fc}$  es la temperatura estimada por el observador de alta ganancia y los parámetros a sintonizar en esta dinámica son  $\lambda$  y  $R$ . De forma intuitiva, el parámetro  $\lambda$  determina la velocidad de adaptación de la zona muerta y el parámetro  $R$  está relacionado con la cantidad de ruido que se eliminará. En consecuencia, un valor grande de  $\lambda$  junto a un valor pequeño de  $R$  recuperará el observador de alta ganancia sin zona muerta.

Esta interpretación de los parámetros es útil para entender la dinámica de primer orden (36). Sin embargo, se debería sintonizar los parámetros,  $\lambda$  y  $R$ , de manera que las siguientes condiciones se cumplan:

- En ausencia de ruido, el valor de  $\sigma$  debería de converger rápidamente a cero. Así, se recupera el observador de alta ganancia convencional.
- El observador debería ser estable en presencia de ruido.

Estas condiciones se pueden traducir en una inecuación lineal de matrices (LMI) (Cocetti et al., 2019):

$$\mathbf{M} + \mathbf{M}^T < 0 \quad (37)$$

donde

$$\mathbf{M} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{P}\alpha\mathbf{C} + \mathbf{C}^T\mathbf{R}\mathbf{C} & -\mathbf{P}\alpha \\ \mathbf{u}\mathbf{C} & -\mathbf{u} - \lambda \end{bmatrix}, \quad (38)$$

donde  $\mathbf{P}$  es la matriz definida en (20), las matrices  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{C}$  están definidas en (12) y  $u$  es una constante positiva.

Notar que existen múltiples soluciones que cumplen esta LMI. Por ello, es posible aprovechar este grado de libertad y optimizar los parámetros  $\lambda$  y  $R$  en relación a algún criterio. De forma directa, un valor grande de  $R$  provoca una mayor reducción del efecto del ruido en el estacionario. En consecuencia, es de interés implementar el máximo de este parámetro. Además, es importante añadir un valor límite,  $\lambda_{max}$ , de  $\lambda$ , para así impedir diferencias excesivas entre las escalas de tiempo del observador y la dinámica de la zona muerta. Específicamente, los parámetros  $\lambda$  y  $R$  se pueden sintonizar a partir de la siguiente optimización

$$\begin{aligned} \max_{\lambda, u} \quad & R \\ \text{t. q.} \quad & \mathbf{M} + \mathbf{M}^T < 0, \\ & 0 < \lambda < \lambda_{max} \end{aligned} \quad (39)$$

Esta optimización maximiza la cantidad de ruido eliminado y asegura la estabilidad y convergencia de la zona muerta. No obstante, después de computar la optimización, es necesario comprobar que la dinámica resultante de la zona muerta se adecua al ruido en el sensor (23). Por un lado, la amplitud de la zona muerta convergirá a una región definida por los parámetros  $R$ ,  $\lambda$  (36) y el ruido en el sensor,  $v$ . Este hecho se puede comprobar estudiando la función de Lyapunov,  $V = c\sigma^2$ , donde  $c$  es una constante positiva. Teniendo en cuenta la desigualdad (31), la derivada de esta función será

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2c\sigma\dot{\sigma} = -2c\epsilon\lambda\sigma^2 + 2c\sigma\epsilon R(y - \hat{T}_{fc})^2 \\ &= -2c\epsilon\lambda\sigma^2 + 2c\sigma\epsilon R(T_{fc} - \hat{T}_{fc} + v)^2 \\ &\leq -2c\epsilon\lambda\sigma^2 + 2c\sigma\epsilon R L_{\xi_1}^2 \gamma^2 \|\mathbf{P}\boldsymbol{\alpha}\|^2 + 2c\sigma\epsilon R \gamma^2 \\ &\quad + 4c\sigma\epsilon R L_{\xi_1} \|\mathbf{P}\boldsymbol{\alpha}\| \gamma^2. \end{aligned} \quad (40)$$

La función  $\dot{V}$  será negativa en la región definida por

$$\sigma > \frac{R\gamma^2(L_{\xi_1}^2 \|\mathbf{P}\boldsymbol{\alpha}\|^2 + 1 + 2L_{\xi_1} \|\mathbf{P}\boldsymbol{\alpha}\|)}{\lambda}. \quad (41)$$

En consecuencia, la amplitud de la zona muerta convergirá a una región definida por

$$\sqrt{\sigma} \leq c \sqrt{\frac{R\gamma^2(L_{\xi_1}^2 \|\mathbf{P}\boldsymbol{\alpha}\|^2 + 1 + 2L_{\xi_1} \|\mathbf{P}\boldsymbol{\alpha}\|)}{\lambda}}. \quad (42)$$

En segundo lugar, la amplitud de la zona muerta debería ser inferior al límite superior del ruido, es decir,  $\sqrt{\sigma} \leq \gamma$ . Si no, se estaría ampliando innecesariamente la región en la que el observador trabaja en lazo abierto. En conclusión, los parámetros  $\lambda$  y  $R$  obtenidos en la optimización (39) se consideran adecuados al ruido del sensor si la siguiente desigualdad se cumple

$$c \sqrt{\frac{R(L_{\xi_1}^2 \|\mathbf{P}\boldsymbol{\alpha}\|^2 + 1 + 2L_{\xi_1} \|\mathbf{P}\boldsymbol{\alpha}\|)}{\lambda}} \leq 1. \quad (43)$$

Notar que este límite es independiente del límite superior del ruido en el sensor,  $\gamma$ .

## 8. Simulación Observador de Alta Ganancia con Zona Muerta

Para validar el observador de alta ganancia con zona muerta, se ha repetido la simulación introducida en la sección 6. En este contexto, se comparará el observador de alta ganancia con zona muerta con un observador de alta ganancia sin zona muerta pero con los mismos parámetros de  $\alpha_i$  y  $\epsilon$ . Los valores de los parámetros de ambos observadores se representa en la Tabla 2.

Tabla 2: Parámetros del observador

Nombre	Valor
$\alpha_1$	0,1047
$\alpha_2$	0,0012
$\epsilon$	0,1
$\lambda$	10
$R$	8,5678

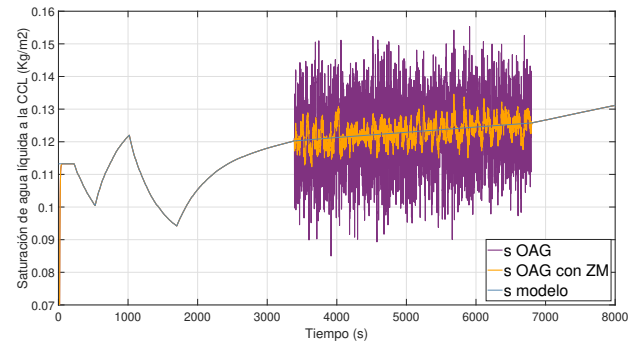


Figura 8: Perfil de saturación de agua líquida del modelo (azul), estimación del observador sin zona muerta (naranja) y estimación del observador con zona muerta (amarillo).

En la Figura 8, se representa la evolución de la saturación de agua líquida del modelo y las respectivas estimaciones de los observadores. En primer lugar, se puede observar que, en ausencia de ruido, la estimación de ambos observadores converge rápidamente a los valores del modelo. Además, el comportamiento del observador con zona muerta es casi idéntico a su equivalente sin zona muerta. De este punto se puede concluir que la presencia de la zona muerta no degrada significativamente el transitorio del observador. En segundo lugar, en presencia de ruido, el error de estimación inducido por el ruido es significativamente menor en el observador con zona muerta. Para presentar cuantitativamente esta reducción se propone calcular la raíz del error cuadrático medio (RECM),

$$RECM(t) = \sqrt{\frac{\sum_0^T (s(t) - \hat{s}(t))^2}{T}} \quad \left[ \frac{kg}{m^2} \right] \quad (44)$$

donde  $T$  es la duración de la simulación.

En el observador de alta ganancia sin zona muerta se ha obtenido un  $RECM$  de  $1,9 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^2$ . En el observador de alta ganancia con zona muerta se ha obtenido un  $RECM$  de  $7,9 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^2$ . En conclusión, la zona muerta ha reducido en un 58 % el  $RECM$ .



## 9. Validación Experimental

La sección anterior ha mostrado la viabilidad y las ventajas del observador de alta ganancia con zona muerta para la estimación de la saturación de agua líquida mediante simulación. En este trabajo, además de validar el observador en entornos de simulación, el observador se ha validado con perfiles experimentales obtenidos en una pila de combustible modelo H-100.

En los experimentos realizados, se ha mantenido constante la corriente de la pila de combustible y se han provocado cambios en la velocidad de rotación del ventilador, que han inducido cambios en la velocidad del aire del cátodo, Figura 9; esta última es controlada a través de la velocidad de rotación del ventilador. En paralelo, los sensores miden los cambios inducidos en la temperatura y tensión en bornes de la pila. Estos perfiles experimentales se han utilizado para validar el observador.

En la Figura 10 se puede observar que la estimación de la temperatura converge a los valores del perfil experimental (error relativo de 0,1254 % a los 8000 segundos). En la Figura 11, se representa la estimación de la saturación de agua líquida por parte del observador. Sin embargo, esta estimación no se puede comparar con ningún perfil experimental, puesto que no existen sensores para medir en línea esta variable. Por eso, se ha usado los valores de tensión en bornes para validar la estimación de la saturación de agua líquida.

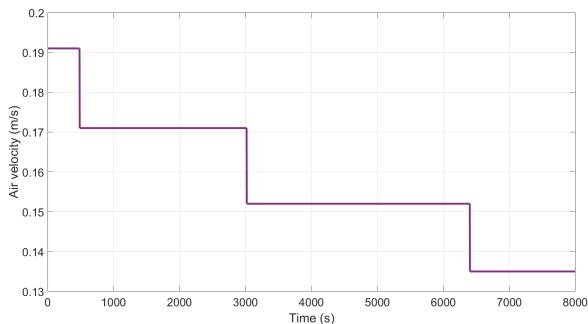


Figura 9: Evolución de la referencia de la velocidad del aire en el cátodo de la pila de combustible H-100.

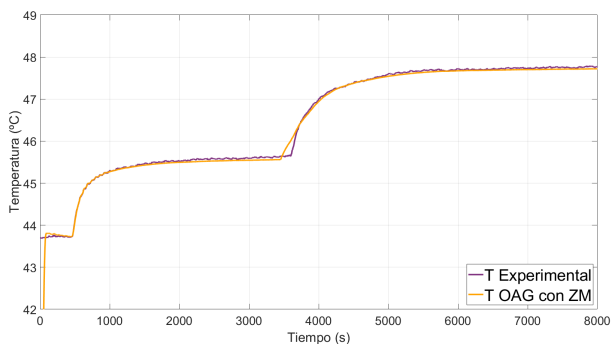


Figura 10: Perfil experimental de temperatura (morado) y estimación del observador de alta ganancia con zona muerta (naranja).

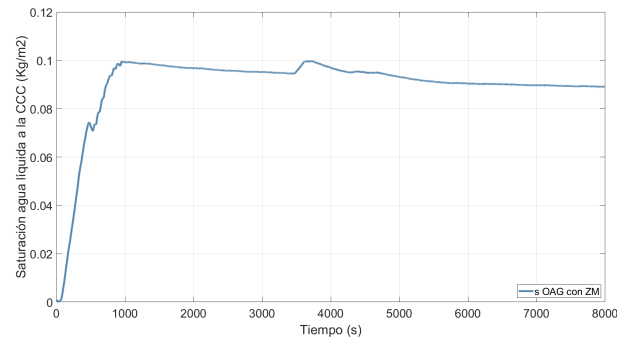


Figura 11: Estimación de la saturación de agua líquida.

El modelo considerado incluye una relación algebraica entre los estados del sistema y la tensión en bornes de la pila (4). Por ello, es posible calcular una estimación de la tensión a través de la estimación de los estados,  $\hat{T}_{fc}$  y  $\hat{\delta}$ . En la Figura 12 se representa el perfil experimental de la tensión en bornes de la pila y su estimación mediante la relación (4). Se puede comprobar que la estimación de la tensión converge al perfil experimental (error relativo de 0,4433 % a los 8000 segundos). En consecuencia, ya que la estimación de la temperatura y la estimación de la tensión en bornes converge a los valores experimentales, si asumimos que el modelo de la pila de combustible describe de forma adecuada la realidad, el observador de alta ganancia con zona muerta será capaz de estimar la saturación de agua líquida de forma adecuada.

Cabe remarcar que las estimaciones de tensión no convergen exactamente al valor experimental medido en los sensores. Esta discrepancia es esperable en todo tipo de sistema de estimación basado en modelo, debido a la inevitable existencia de pequeñas perturbaciones, incertidumbre y ruido. Sin embargo, el error relativo de estimación de la tensión es menor al 0,5 %. En consecuencia, se asume que la estimación de agua líquida es aceptable.

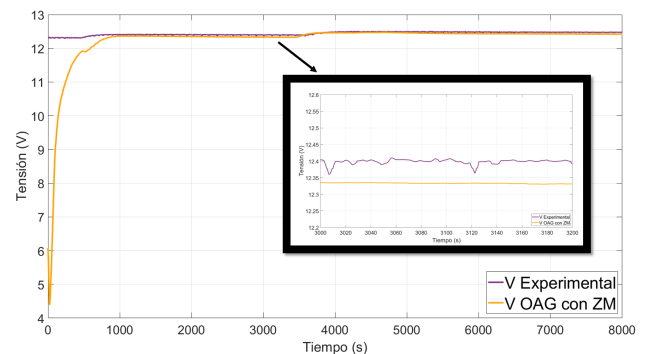


Figura 12: Perfil experimental de tensión en bornes (morado) y estimación de tensión en bornes (naranja)

## 10. Conclusiones

En este trabajo se ha diseñado un observador de alta ganancia para estimar la saturación de agua líquida en la capa catalítica del cátodo de una pila de combustible PEM. La viabilidad de este observador se ha mostrado a través de simulaciones, donde se ha podido comprobar que presenta una alta sensibilidad

al ruido. El error inducido por el ruido de medida se ha reducido mediante la inclusión de una zona muerta autoajustable en la realimentación del observador. A través de simulaciones se ha mostrado que, en ausencia de ruido, el observador de alta ganancia con zona muerta presenta prestaciones similares a su equivalente sin zona muerta y que, en presencia de ruido, el error de estimación inducido por este es reducido de forma significativa. Además, en este trabajo, se ha demostrado la viabilidad del observador en un entorno experimental real.

Futuros trabajos se centrarán, por un lado, en extender estos resultados a modelos de pila de combustible PEM más complejos, que incluyan las dinámicas de los canales y de la membrana. Por otro, se centrarán en implementar este observador en algoritmos de estimación simultánea de estados y parámetros. Además, se podría conseguir una mayor reducción del efecto del ruido con la combinación de la zona muerta con una modificación que sustituye la constante  $\varepsilon$  por cierta función no lineal (Khalil, 2017b). Sin embargo, sería necesario estudiar la interacción entre estas dos modificaciones.

## Agradecimientos

Este proyecto se ha financiado parcialmente por el proyecto DOVELAR (ref. RTI2018-096001-B-C32). Este trabajo se ha realizado con el apoyo de la Agencia Estatal de Investigación española a través del sello de excelencia de María de Maeztu, IRI (MDM-2016-0656). Este trabajo se ha financiado parcialmente por AGAUR of Generalitat de Catalunya a través de la subvención del grupo Advanced Control Systems (SAC) (2017 SGR 482). Este trabajo se ha realizado con el apoyo de ACCIÓ (Operational Program FEDER Catalunya 2014-2020) a través de REFER project (COMRDI15-1-0036-11).

## Referencias

- Alaswad, A., Baroutaji, A., Achour, H., Carton, J., Al Makky, A., Olabi, A. G., 2016. Developments in fuel cell technologies in the transport sector. *International Journal of Hydrogen Energy*. DOI: 10.1016/j.ijhydene.2016.03.164
- Aligia, D. A., Magallán, G. A., Angelo, C. H. D., 2017. Control de tracción para un vehículo eléctrico basado en observadores no lineales. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 15 (1), 112–123. DOI: 10.4995/riai.2017.8736
- Astolfi, D., Marconi, L., Praly, L., Teel, A., 2016. Sensitivity to High-Frequency Measurement Noise of Nonlinear High-Gain Observers. *IFAC-PapersOnLine*. DOI: 10.1016/j.ifacol.2016.10.274
- Astolfi, D., Praly, L., 2013. Output feedback stabilization for SISO nonlinear systems with an observer in the original coordinates. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*. DOI: 10.1109/CDC.2013.6760824
- Atherton, D., 1992. Kalman Filters. In: *Concise Encyclopedia of Modelling & Simulation*. DOI: 10.1016/b978-0-08-036201-4.50088-6
- Barbir, F., 2012. *PEM fuel cells: theory and practice*. Academic Press.
- Bornard, G., Celle-Couenne, F., Gilles, G., 1995. Observability and Observers. In: *Nonlinear Systems- T.1, Modeling and Estimation*. Chapman & Hall, London, pp. 173–217.
- Byrnes, C. I., Isidori, A., Dec 2004. Nonlinear internal models for output regulation. *IEEE Transactions on Automatic Control* 49 (12), 2244–2247. DOI: 10.1109/TAC.2004.838492
- Casteleiro-Roca, J.-L., Barragán, A., Segura, F., Calvo-Rolle, J., Andújar, J., 2019. Sistema híbrido inteligente para la predicción de la tensión de una pila de combustible basada en hidrógeno. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 16 (4), 492–501. DOI: 10.4995/riai.2019.10986
- Cocetti, M., Tarbouriech, S., Zaccarian, L., 2019. High-Gain Dead-Zone Observers for Linear and Nonlinear Plants. *IEEE Control Systems Letters*. DOI: 10.1109/LCSYS.2018.2880931
- Damour, C., Benne, M., Grondin-Perez, B., Chabriat, J.-P., Pollet, B. G., 2015. A novel non-linear model-based control strategy to improve pemfc water management at the flatness-based approach. *International Journal of Hydrogen Energy* 40 (5), 2371 – 2376. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2014.12.052>
- Eikerling, M., 2006. Water management in cathode catalyst layers of PEM fuel cells. *Journal of the Electrochemical Society*. DOI: 10.1149/1.2160435
- Esfandiari, F., Khalil, H. K., 1992. Output feedback stabilization of fully linearizable systems. *International Journal of Control*. DOI: 10.1080/00207179208934355
- Gauthier, J. P., Hammouri, H., Othman, S., 1992. A Simple Observer for Nonlinear Systems Applications to Bioreactors. *IEEE Transactions on Automatic Control*. DOI: 10.1109/9.256352
- Gauthier, J. P., Kupka, I., 2001. Observability concepts. In: *Deterministic Observation Theory and Applications*. Cambridge University Press, pp. 9–19.
- Hassan Hammouri, 2007. *Uniform Observability and Observer Synthesis. In: Nonlinear Observers and Applications*. Springer, Berlin, pp. 35–69.
- Khalil, H. K., 1995. Existence and Uniqueness. In: *Nonlinear Systems*. pp. 67–78.
- Khalil, H. K., 2017a. High-Gain Observers. In: *High-Gain Observers in Nonlinear Feedback Control*. Society of Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, pp. 17–30.
- Khalil, H. K., 2017b. Measurement Noise. In: *High-Gain Observers in Nonlinear Feedback Control*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, pp. 237–276.
- Krener, A. J., Respondek, W., 1985. NONLINEAR OBSERVERS WITH LINEARIZABLE ERROR DYNAMICS. *SIAM Journal on Control and Optimization*. DOI: 10.1137/0323016
- Kunusch, C., Puleston, P., Mayosky, M., 2012. Control-oriented modelling and experimental validation of a PEMFC generation system. In: *Advances in Industrial Control*.
- Liu, J., Laghrouche, S., Ahmed, F. S., Wack, M., 2014. PEM fuel cell air-feed system observer design for automotive applications: An adaptive numerical differentiation approach. *International Journal of Hydrogen Energy*. DOI: 10.1016/j.ijhydene.2014.08.013
- Martinez-Guerra, R., Mata-Machuca, J. L., 2016. Fault detection and diagnosis in nonlinear systems. Springer.
- Mench, M., Kumbur, E. C., Veziroglu, T. N., 2011. Polymer Electrolyte Fuel Cell Degradation. DOI: 10.1016/C2010-0-67819-9
- Mueller, E., Stefanopoulou, A., 05 2006. Analysis, modeling, and validation of the thermal dynamics of a polymer electrolyte membrane fuel cell system. *Journal of Fuel Cell Science and Technology - J FUEL CELL SCI TECHNOL* 3. DOI: 10.1115/1.2173663
- Owejan, J. P., Gagliardo, J. J., Sergi, J. M., Trabold, T. A., 2008. Two-phase flow considerations in PEMFC design and operation. In: *Proceedings of the 6th International Conference on Nanochannels, Microchannels, and Minichannels, ICNMM2008*. DOI: 10.1115/ICNMM2008-62037
- Pisano, A., Salimbeni, D., Usai, E., Rakhtala, S., Noei, A., 2018. Observer-based output feedback control of a PEM fuel cell system by high-order sliding mode technique. DOI: 10.23919/ecc.2013.6669600
- Sassano, M., Astolfi, A., 2019. A local separation principle via dynamic approximate feedback and observer linearization for a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. DOI: 10.1109/TAC.2018.2816107
- Strahl, S., Costa-Castelló, R., 2016. Model-based analysis for the thermal management of open-cathode proton exchange membrane fuel cell systems concerning efficiency and stability. *Journal of Process Control* 47, 201 – 212. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2016.09.004>
- Strahl, S., Husar, A., Puleston, P., Riera, J., 2014. Performance improvement by temperature control of an open-cathode PEM fuel cell system. In: *Fuel Cells*. DOI: 10.1002/fuce.201300211
- Teel, A., Praly, L., 1994. Global stabilizability and observability imply semi-

global stabilizability by output feedback. *Systems Control Letters* 22 (5), 313 – 325.

DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(94\)90029-9](https://doi.org/10.1016/0167-6911(94)90029-9)

Yan, X. G., Edwards, C., 2007. Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer. *Automatica*.

DOI: 10.1016/j.automatica.2007.02.008

### Apéndice A. Detalles modelo de la pila de combustible

En este apéndice se presenta de forma más detallada las funciones y parámetros que componen el modelo de la pila de combustible PEM de cátodo abierto (Strahl et al., 2014).

En relación con el modelo térmico, la pila PEM se considera un bloque sólido con una distribución uniforme de temperatura. En consecuencia, su ratio de transferencia de calor,  $\dot{Q}_{fc}$ , se puede expresar de la siguiente forma

$$\dot{Q}_{fc} = m_{fc} C_{p,fc} \dot{T}_{fc} = \dot{Q}_{tot} - \dot{Q}_{cool} - \dot{Q}_{loss} \quad (A.1)$$

El parámetro  $m_{fc}$  representa la masa de la pila y  $C_{p,fc}$  su capacidad calorífica específica. El factor  $\dot{Q}_{tot}$  representa el ratio de calor generado por las reacciones químicas de la pila de combustible, el cual es la diferencia entre la potencia teórica disponible del hidrógeno y la salida real de potencia eléctrica. En concreto,

$$\dot{Q}_{tot} = I(V_{th} - V) \quad (A.2)$$

donde  $V_{th}$  es el potencial teórico termodinámico reversible.

El factor  $\dot{Q}_{cool}$  representa el calor que se extrae mediante la convección forzada del ventilador. Su valor se ha aproximado a través de la siguiente expresión

$$\dot{Q}_{cool} = \rho_{air} A_{inlet} C_{p,air} (T_{fc} - T_{amb}) v_{air} \quad (A.3)$$

donde  $\rho_{air}$  es la densidad del aire,  $A_{inlet}$  es la sección transversal del colector de entrada del cátodo,  $C_{p,air}$  es la capacidad calorífica específica del aire y  $T_{amb}$  es la temperatura ambiente.

Finalmente, el factor  $\dot{Q}_{loss}$  representa las pérdidas de calor inducidas por convección y radiación. Diversos análisis térmicos (Mueller and Stefanopoulou, 2006) muestran que en pilas de combustible no aisladas estas pérdidas son del orden del 10 % de todo el calor perdido. En este trabajo, la pila de combustible está encapsulada en un soporte plástico. En consecuencia, se asume que  $\dot{Q}_{loss}$  es mínimo y poco significativo. Así, la ecuación de estado de la temperatura se puede escribir de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{T}_{fc} &= \frac{1}{m_{fc} C_{p,fc}} (V_{th} - V) I \\ &+ \frac{1}{m_{fc} C_{p,fc}} \rho_{air} A_{inlet} C_{p,air} (T_{amb} - T_{fc}) v_{air} \\ &= K_1 (V_{th} - V) I + K_2 (T_{amb} - T_{fc}) v_{air} \end{aligned} \quad (A.4)$$

En relación con el modelo de transporte de agua, el balance de masas en la CCL se describe a través de la siguiente expresión

$$K_s \dot{s} = J_{gen} - J_{evap} - J_{diff} \quad (A.5)$$

El factor  $K_s$  es la constante de tiempo de acumulación de agua líquida. El factor  $J_{gen}$  describe la generación de agua por

las reacciones químicas en la CCL, y se puede calcular a través de la ley de Faraday

$$J_{gen} = \frac{M_{H_2O}}{2FA_{geo}} I \quad (A.6)$$

donde  $M_{H_2O}$  es la masa molar del agua,  $F$  la constante de Faraday y  $A_{geo}$  la superficie geométrica del catalizador del cátodo.

El factor  $J_{evap}$  describe el ratio de evaporación del agua en la CCL. La expresión (A.7) describe este ratio a partir de la presión de vapor del agua y la presión de saturación del vapor

$$J_{evap} = K_{evap} \frac{M_{H_2O}}{RT_{fc} A_{pore}} (p^0 e^{-E_a/(k_B T_{fc})} - p_v) s \quad (A.7)$$

donde  $K_{evap}$  es la constante de tiempo de evaporación,  $R$  es la constante de los gases ideales,  $A_{pore}$  es la superficie de los poros por unidad de volumen,  $p^0$  es un factor pre-exponencial,  $k_B$  es la constante de Boltzmann y  $E_a$  es la energía de activación del proceso de evaporación.

Finalmente,  $J_{diff}$  representa el ratio de agua que evacua la CCL por difusión hacia el canal. Esta variable depende de la saturación de agua líquida en la CCL y se puede calcular de la siguiente forma

$$J_{diff} = \sigma \cos \Theta \sqrt{\epsilon_{eff} K_{eff}} \frac{\rho_l}{\mu_l d_{diff}} s^4 (1,42 - 4,24s + 3,79s^2) \quad (A.8)$$

donde  $\sigma$  es la tensión superficial del agua,  $\Theta$  es el ángulo de contacto efectivo del medio de difusión,  $\epsilon_{eff}$  es la porosidad efectiva de la CCL,  $K_{eff}$  es la permeabilidad efectiva de la CCL,  $\rho_l$  es la densidad del agua,  $\mu_l$  es la viscosidad del agua líquida y  $d_{diff}$  es el grosor específico de la CCL.

En consecuencia, la ecuación de estado de la saturación de agua líquida se puede expresar de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \frac{M_{H_2O}}{2K_s F A_{geo}} I - K_{evap} \frac{M_{H_2O}}{K_s R T_{fc} A_{pore}} s (p^0 e^{-E_a/(k_B T_{fc})} - p_v) \\ &- \sigma \cos \Theta \sqrt{\epsilon_{eff} K_{eff}} \frac{\rho_l}{K_s \mu_l d_{diff}} s^4 (1,42 - 4,24s + 3,79s^2) \\ &= K_3 I - K_4 f_p (T_{fc}) s - f_d(s) \end{aligned} \quad (A.9)$$

El modelo electroquímico describe la tensión en bornes de la pila a través de restar al potencial termodinámico reversible, las pérdidas de activación y óhmicas. En concreto,

$$V = V_{th} - \eta_{act} - \eta_{ohm} \quad (A.10)$$

las pérdidas de activación,  $\eta_{act}$ , se pueden calcular a partir de la ecuación de Tafel,

$$\eta_{act} = \frac{n_{cell} R T_{fc}}{2\alpha F} \ln \left( \frac{I}{0,21 A_{geo} i_0^{AECD}(T_{fc}, s)} \right) \quad (A.11)$$

$$i_0^{AECD}(T_{fc}, s) = i_0^{ref} a_c EC SA(s) e^{(-\Delta G^*/(RT_{fc})(1-(T_{fc}/T_{ref})))} \quad (A.12)$$

donde  $n_{cell}$  es el número de celdas de la pila,  $\alpha$  es el coeficiente de transferencia,  $a_c$  es la rugosidad de referencia del electrodo,  $i_0^{ref}$  es la actividad intrínseca catalítica a una temperatura de referencia de  $T_{ref} = 298K$ ,  $\Delta G^*$  es la energía de activación para la reducción del oxígeno y  $EC SA$  es la superficie electroquímica activa del catalizador. El parámetro  $EC SA$  está relacionado con la saturación de agua líquida a través de la siguiente expresión

$$EC SA(s) = 1 - \left( \frac{\bar{s} - s}{\bar{s}} \right)^{1/3} \quad (A.13)$$

donde  $\bar{s}$  es el valor óptimo alcanzable de la saturación de agua líquida a  $I = 9A$  y  $T_{fc} = 309K$ .

Finalmente,  $\eta_{ohm}$  representa las pérdidas óhmicas del sistema y se puede calcular a partir de la resistencia óhmica del sistema,  $R_{ohm}$

$$\eta_{ohm} = R_{ohm}I \quad (A.14)$$

De esta forma, la ecuación de la tensión en bornes de la pila se puede escribir de la siguiente forma

$$V = V_{th} - \frac{n_{cell}RT_{fc}}{2\alpha F} \ln\left(\frac{I}{0,21A_{geo}i_0^{AECD}(T_{fc}, s)}\right) - R_{ohm}I$$

$$= V_{th} - K_5 f_a(T_{fc}, s, I) T_{fc} - K_6 I \quad (A.15)$$

Todas las constantes y su valor para la pila de combustible de tipo PEM modelo H-100 se han resumido en la Tabla A.3.

## Apéndice B. Ecuaciones de la jacobiana $\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x})$

En este apéndice se presentan las ecuaciones que componen la jacobiana (29), siguiendo las constantes y funciones que se han presentado en el apéndice A. Específicamente,

$$\frac{\partial L_{T_{fc}}}{\partial T_{fc}}(\mathbf{x}) = -K_1 K_5 I \left( \frac{G^*}{RT_{fc}} - \ln\left(\frac{I}{0,21A_{geo}i_0^{AECD}(T_{fc}, s)}\right) \right) \quad (B.1)$$

$$\frac{\partial L_{T_{fc}}}{\partial s}(\mathbf{x}) = \frac{-K_1 K_5 T_{fc} I}{3 \left(1 - \left(\frac{\bar{s} - s}{\bar{s}}\right)^{1/3}\right) \left(\frac{\bar{s} - s}{\bar{s}}\right)^{2/3} \bar{s}} \quad (B.2)$$

Tabla A.3: Constantes del modelo pila PEM H-100

Parámetro	Valor	Unidades
$m_{fc}$	0,3	kg
$C_{p,fc}$	1200	$Jkg^{-1}K^{-1}$
$V_{th}$	1,23	V
$\rho_{air}$	1,205	$kg m^{-3}$
$A_{inlet}$	$8,5E - 3$	$m^2$
$C_{p,air}$	1005	$Jkg^{-1}K^{-1}$
$T_{amb}$	298	K
$A_{geo}$	0,00225	$m^2$
$K_s$	1,7460	$Kg m^{-2}$
$K_{evap}$	$8,6E5$	$Kg s^{-1} m^{-2}$
$A_{pore}$	$2E7$	$m^2 m^{-3}$
$p^0$	1,196E11	Pa
$E_a$	0,449	eV
$p_v$	2380	Pa
$\sigma$	0,0625	$N m^{-1}$
$\Theta$	1,5882	rad
$\epsilon_{eff}$	0,5	-
$K_{eff}$	$10E - 15$	$m^2$
$\rho_l$	970	$kg/m^3$
$\mu_l$	$3,517E - 4$	Pa s
$d_{diff}$	$4,1E - 4$	m
$n_{cell}$	20	-
$\alpha$	0,28	-
$a_c$	255	-
$i_0^{ref}$	$5E - 3$	$A m^{-2}$
$\Delta G^*$	70000	J/mol
$R_{ohm}$	0,7	$\Omega$
$\bar{s}$	0,165	$kg m^{-2}$