

Análisis de la capacidad necesaria en los procesos de tratamiento de aguas mediante programación matemática. Un caso de estudio

María Colomina^a, Modesto Pérez-Sánchez^b, Raquel Sanchis^c, Manuel Díaz-Madroño^c

RESUMEN: Uno de los principales problemas de las plantas de tratamiento de agua es el elevado consumo energético al que tienen que hacer frente. Por ello, reducir el consumo energético es objetivo prioritario para dichas instalaciones. Este trabajo propone un modelo de programación matemática para la planificación de la capacidad y gestión de instalaciones depuradoras de agua, que mediante dilución, reduzca el consumo energético en la fase de aireación. Dicho modelo presenta como novedad la inclusión de la variable tiempo, generando un modelo cuasiestacionario, que ha sido aplicado a un caso real de estudio.

Capacity analysis in water treatment using mathematical programming. A case study

ABSTRACT: One of the main problems of the water treatment plants is the high energy consumption they have to face. Therefore, reducing energy consumption is an imperative objective for these facilities. This work proposes a mathematical programming model for the capacity planning and the management of water treatment plants using dilution process that will reduce the energy consumption in the aeration phase. This model presents, as a novelty, the inclusion of the time variable, generating a quasi-stationary model that has been applied to a real case study.

PALABRAS CLAVE / KEYWORDS: Aguas residuales, capacidad, inventario, planificación, programación matemática / *Waste water, capacity, inventory, planning, mathematical programming.*

Clasificación JEL / JEL classification: Q43, Q32, C44, C61.

DOI: <https://doi.org/10.7201/earn.2020.01.02>.

^a Escuela Politécnica Superior de Alcoy, Universitat Politècnica de València. E-mail: maria.colomina@hotmail.es.

^b Dpto. Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente, Universitat Politècnica de València. E-mail: mopesan1@upv.es.

^c Centro de Investigación en Gestión e Ingeniería de Producción. Universitat Politècnica de València. E-mail: rsanchis@cigip.upv; foodiama@cigip.upv.es.

Citar como: Colomina, M., Pérez-Sánchez, M., Sanchis, R. & Díaz-Madroño, M. (2020) “Análisis de la capacidad necesaria en los procesos de tratamiento de aguas mediante programación matemática. Un caso de estudio”. *Economía Agraria y Recursos Naturales*, 20(1), 35-49. doi: <https://doi.org/10.7201/earn.2020.01.02>.

Dirigir correspondencia a: Manuel Díaz-Madroño.

Recibido en abril de 2019. Aceptado en septiembre de 2019.

1. Introducción

En la actualidad, se tiene muy presente el concepto de sostenibilidad, referente a la necesidad de reducir el uso de recursos no renovables, así como de emisiones perjudiciales para el medioambiente. Un claro ejemplo de búsqueda de sostenibilidad es la construcción y uso de plantas de tratamiento de aguas residuales. Estas presentan un claro beneficio respecto a la eliminación de sustancias perjudiciales de aguas que han sido utilizadas ya sea en industrias o en zonas urbanas. Esto conlleva a evitar abocar sustancias peligrosas a ríos y mares y, a su vez, poder reutilizar el agua tratada para otros fines como puede ser el riego de plantaciones. No obstante, también presenta desventajas, pues el proceso de depuración es un gran consumidor de energía, y esta genera emisiones (Stillwell *et al.*, 2010). Además, este tipo de instalaciones, en ocasiones también requiere agua limpia de la red, para poder realizar los tratamientos oportunos, por lo que aparece otro aspecto a optimizar, el uso de agua limpia de red, pues dicha agua es considerada un recurso limitado. Por tanto, la nueva construcción de plantas depuradoras debe buscar un diseño óptimo que permita la eliminación de la máxima cantidad de contaminantes presentes en el agua con el menor consumo de energía y agua limpia de la red. En este caso, la dilución de la carga con agua regenerada en la propia instalación puede ser una alternativa, siempre y cuando se tengan en cuenta los costes de almacenamiento (tanto de construcción como de mantenimiento) (Diaz-Madroño *et al.*, 2018).

Entre las diferentes herramientas a considerar para dar respuesta a la problemática actual, la optimización es una de las claves para reducir el consumo de energía y agua limpia, así como reducir las emisiones de CO₂ en las plantas de tratamiento. Para mejorar la eficiencia, se precisa conocer la relación e influencia entre las variables que afectan al tratamiento de regeneración. Por tanto, el uso de técnicas de optimización que sirvan de soporte a los gestores del sistema puede aumentar la sostenibilidad del mismo. En este sentido, el modelado computacional es una herramienta poderosa para dicho tipo de diseño y control operativo. La programación se ha utilizado para analizar la decisión de gestores dentro de sistemas de hídricos (Berbel & Gutiérrez, 2015). Esta programación busca dar soluciones al contexto actual de creciente escasez en los recursos hídricos y en los ecosistemas dependientes de los mismos (Calatrava & Martínez-Granados, 2012). En la presente investigación se muestra el potencial que presenta la programación matemática dentro de la mejora de la sostenibilidad en plantas depuradoras, tanto en su diseño, como en su explotación, aplicado a un caso real de estudio (Bagajewicz, 2000; Bagajewicz & Savelski, 2001).

Las primeras publicaciones relacionadas con modelos matemáticos que pretenden optimizar el diseño de sistemas de tratamiento de aguas residuales datan del año 1980 (Takama *et al.*, 1980). Destacar que los modelos diseñados para la optimización de redes de tratamiento de aguas residuales encontrados en la bibliografía se basan, mayoritariamente, en casos industriales, especialmente en refinerías de petróleo. Este hecho puede deberse al alto porcentaje de compuestos orgánicos e inorgánicos en los efluentes de estas plantas, pero también es importante resaltar el hecho de que Takama *et al.* (1980) empleasen datos de una refinería en su ejemplo, y que estos

datos son los que sirven de base para el modelado. Tan solo dos de los autores presentes en esta revisión contemplan ejemplos relacionados con el tratamiento de aguas residuales urbanas, Sujak *et al.* (2017); Díaz-Madroñero *et al.* (2018).

En la revisión bibliográfica desarrollada se ha realizado un análisis sobre modelos matemáticos cuya finalidad es la optimización de sistemas de tratamiento de aguas residuales, a través de programación matemática. Para ello, se ha realizado una clasificación en función del tipo de contaminante que admitía el sistema, la estructura de la función objetivo, el enfoque de modelado, la herramienta de desarrollo, el ámbito de aplicación y los beneficios y limitaciones de cada uno. Dentro de los más de 100 artículos analizados, se seleccionaron los 37 artículos más relevantes en el campo objeto de estudio. Del análisis de los artículos anteriores, se han obtenido las siguientes conclusiones: (1) la mayoría de trabajos conciben varios contaminantes en su modelado; (2) el principal objetivo de los autores es el de minimizar los recursos necesarios para el tratamiento de las aguas residuales, ya sea de forma directa o a través de los costes que estos suponen; (3) el enfoque de modelado más común utilizado en la bibliografía es el de programación no lineal entera mixta (MINLP); (4) el software más empleado como herramienta de computación del modelado matemático es GAMS, junto con los *solvers* CONOPT, DICOPT, CPLEX y BARON; (5) se ha observado que la mayoría de autores aplican sus modelos para el tratamiento de aguas residuales provenientes de refinerías de petróleo; (6) las ventajas que más se repiten en los trabajos son, junto con la obtención del óptimo global del sistema, el empleo de variables binarias que determinan el paso de la corriente por las diferentes interconexiones del sistema y la mejora de resultados con respecto a modelados anteriores; y (7) la principal desventaja que presentan los modelados revisados es la consideración de carga de contaminante y caudal constante en la corriente de entrada al sistema.

La presente investigación tiene por objetivo hacer frente a una de las principales desventajas observadas (enumerada anteriormente como (7)) en la revisión bibliográfica. Por tanto, propone un modelo inicial de programación matemática que presenta la novedad que está discretizado en el tiempo para la planificación de la capacidad y gestión de instalaciones depuradoras de agua. La consideración de la variable tiempo abre la posibilidad de contemplar la variación de los parámetros de entrada, especialmente la carga de contaminante recibida. El modelo propuesto está validado en un caso de estudio real. El desarrollo de la investigación tiene por objetivo mejorar la gestión de las estaciones de depuración para reducir el coste de explotación teniendo en cuenta las variaciones temporales en las cargas de contaminante, así como las condiciones de contorno de los diferentes procesos.

2. Programación matemática

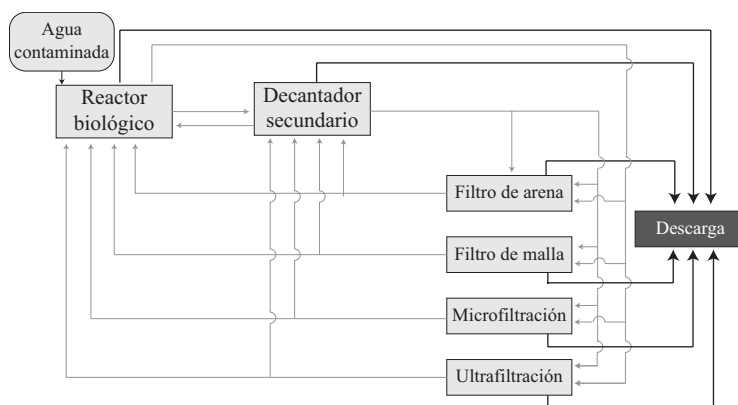
Se ha desarrollado un modelo matemático que permite determinar la capacidad óptima que deben tener los procesos de una depuradora de aguas residuales urbanas, de tal forma que se minimicen tanto los costes de operación, de inversión y el consumo de agua limpia proveniente de fuera del proceso. Para ello, se ha desarrollado el modelo en base a las características de una depuradora de tamaño medio situada

en un municipio de la provincia de Alicante, cuya capacidad de tratamiento ronda los 30.000 t/día. Esta planta consta de dos procesos principales y de cuatro unidades de regeneración. El paso por cada uno de los tratamientos supone la obtención de agua menos contaminada y que puede ser recirculada a tratamientos de anteriores que precisen de esta, para diluir la carga de contaminante que les entra, y de este modo, no tener que emplear agua limpia de la red.

En el Gráfico 1 se muestra un esquema de las posibles conexiones por las cuales puede circular el flujo que se pretende tratar, así como las líneas correspondientes a la descarga, por las cuales se eliminan grandes cantidades de contaminante en forma de fangos. También se representan las salidas del reactor biológico hacia el decantador secundario y las cuatro unidades de regeneración (filtro de arena, de malla, microfiltración y ultrafiltración). Adicionalmente, se detallan las líneas de conexión del decantador secundario y las que salen de las unidades de regeneración hacia los procesos. Cada una de estas líneas presenta un coste diferente, asociado principalmente al coste energético del proceso y el empleado en la conexión entre procesos. Por tanto, el modelado incluye la consideración de que el uso de agua tratada en el filtro de arena es mucho más económico que si se utiliza agua de ultrafiltración. Las unidades de regeneración tienen por objeto el uso de agua para regadío principalmente, y la unidad de ultrafiltración se utiliza para su uso en caso de hortalizas.

GRÁFICO 1

Diagrama de flujo del proceso objeto de estudio



Fuente: Elaboración propia.

El modelo matemático se basa en el modelo inicial de Ramos *et al.* (2014) y la posterior modificación realizada por Díaz-Madroño *et al.* (2018). Al modelo se le ha incorporado la variable tiempo, con la finalidad de ver el funcionamiento del proceso en continuo, y con ella, un parámetro correspondiente al tiempo de residencia,

definido como el tiempo que necesita permanecer el agua en un proceso determinado para conseguir disminuir su concentración en contaminante a valores deseados. Por otra parte, se ha introducido el coste de inversión, correspondiente al coste que supone la construcción de los procesos en función de la capacidad que deban albergar.

El modelo desarrollado a partir de Díaz-Madroñero *et al.* (2018) incluyendo la variable tiempo en los balances y restricciones del sistema, se presenta con una función objetivo compuesta por cuatro aspectos que se pretenden minimizar: el número de conexiones por las cuales pasa el flujo de agua a tratar (Ecuación 1); el consumo de agua limpia de la red (Ecuación 2); la recirculación de agua proveniente de las unidades de regeneración (Ecuación 3); y el coste que supone la inversión con respecto a la capacidad de las instalaciones (Ecuación 4); siendo la suma de todas estas (Ecuación 5) la función objetivo a minimizar.

$$Z_1 = \sum_{i,j \in P, i \neq j, t \in T} cP_{i,j} \cdot yP_{i,j,t} + \sum_{i \in P, t \in T} cw_i \cdot yw_{i,t} + \sum_{i \in P, r \in R, t \in T} cPR_{i,r} \cdot yPR_{i,r,t} \\ + \sum_{i \in P, r \in R, t \in T} cRP_{r,i} \cdot yRP_{r,i,t} + \sum_{r,s \in R, r \neq s, t \in T} cR_{r,s} \cdot yR_{r,s,t} \quad [1]$$

$$Z_2 = \sum_{i \in P, t \in T} Fw_{i,t} \cdot cw_i \quad [2]$$

$$Z_3 = \sum_{i \in P, r \in R, t \in T} FRP_{r,i,t}^w \cdot cRP_{r,i} \quad [3]$$

$$Z_4 = \sum_{i \in P, t \in T} IPV_{i,t} \cdot cI_i \quad [4]$$

donde $yw_{i,t}$: Variable binaria que indica si en el proceso i hay consumo de agua limpia en el periodo t ; $yP_{i,j,t}$: Variable binaria que indica la existencia de flujo entre el proceso i y el proceso j en el periodo t ; $yPR_{i,r,t}$: Variable binaria que indica la existencia de flujo entre el proceso i y la unidad de regeneración r en el periodo t ; $yRP_{r,i,t}$: Variable binaria que indica la existencia de flujo entre la unidad de regeneración r y el proceso i en el periodo t ; $yR_{r,s,t}$: Variable binaria que indica la existencia de flujo entre la unidad de regeneración r y la unidad de regeneración s en el periodo t ; IPV_i : Capacidad de inventario del proceso i (kg).

Sumando todas las ecuaciones anteriores, obtenemos la función objetivo del modelo propuesto:

$$\text{Min } Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 \quad [5]$$

El modelo está sujeto a una serie de condiciones relacionadas con los balances de materia de flujos de los procesos y de las unidades de regeneración, los balances de concentración que determinan el máximo contaminante por volumen de agua que puede pasar de un proceso a otro, la cantidad de fluido que las conducciones de la planta son capaces de transportar por unidad de tiempo y las condiciones de descarga (Díaz-Madroño *et al.*, 2018). En los balances de materia se establece la relación entre el caudal de entrada y de salida de cada uno de ellos, teniendo en cuenta inventarios y tiempos de residencia. Se diferencia entre aquellas correspondientes al agua (w) y las que corresponden al contaminante (c). En todos los casos, se introducen condiciones iniciales con la finalidad de poder hacer funcionar el sistema sin problemas de arranque. Con respecto al espacio disponible para la construcción de la planta, se ha definido una restricción que limita la capacidad máxima que puede albergar el proceso 1. De forma análoga a los balances, las unidades de regeneración presentan restricciones que determinan la relación entre el caudal de entrada y de salida de cada una de ellas, en función de la concentración del contaminante, pero en este caso, sin tener en cuenta inventarios y tiempos de residencia. Relacionado con la descarga, se ha establecido un ratio de descarga, que determina qué porcentaje del contaminante que entra a la planta pasa a la línea de fangos en cada uno de los procesos. Asimismo, se ha introducido una ecuación para los periodos iniciales con la finalidad de que el modelado no tuviese problemas en el arranque. Cabe destacar que se estima una demanda diaria de aproximadamente 19.000 t de agua totalmente tratada para fines agrícolas en la zona, por lo que también se ha definido una restricción indicando que, como mínimo, debe salir esta cantidad por la última unidad de regeneración. Finalmente, se ha establecido un caudal máximo y uno mínimo de flujo que puede pasar por las conexiones del sistema, en función de las dimensiones de las tuberías, donde intervienen las variables binarias que indican el paso o no del flujo por la conducción en un determinado periodo de tiempo.

3. Caso de estudio

El modelo ha sido aplicado a un caso de estudio de una planta depuradora situada en la provincia de Alicante que presenta una entrada de agua residual de 30.000 t/día. Los procesos enumerados en el Gráfico 1 han sido especificados en modelo de acuerdo al Cuadro 1.

CUADRO 1
Nomenclatura de procesos

Etapas	Identificación
Reactor Biológico	Proceso 1 (P1)
Decantador secundario	Proceso 2 (P2)
Filtro de arena	Unidad de Regeneración 1 (UR1)
Filtro de malla	Unidad de Regeneración 2 (UR2)
Microfiltración	Unidad de Regeneración 3 (UR3)
Ultrafiltración	Unidad de Regeneración 4 (UR4)

Fuente: Díaz-Madroñero *et al.* (2018).

El Cuadro 2 muestra la carga de contaminante que entra en la planta () en función del día de la semana en que se produce, mostrando los máximos de entrada en domingo. Se ha determinado que todo el flujo de contaminante que entra a la planta lo hace a través del proceso 1, por el reactor biológico.

CUADRO 2
Carga diaria que entra a la Estación Depuradora de Aguas Residuales (EDAR)

Día	(kg/día)
Lunes	450,0
Martes	382,5
Miércoles	326,3
Jueves	326,3
Viernes	450,0
Sábado	562,5
Domingo	652,5

Fuente: Elaboración propia.

Los costes de operación (obtenidos de la planta en estudio en el año 2017) son de 0,12 €/t para el agua limpia consumida de la red, 0,08 €/t para la línea del proceso 1 al proceso 2. Entre los filtros de arena y de malla el coste es de 0,02 €/t, entre el filtro de arena y microfiltración 0,06€/t, entre filtros de malla y microfiltración 0,05 €/t. El coste de filtro de malla a ultrafiltración es de 0,08 €/t, y el de microfiltración a ultrafiltración de 0,01 €/t. En cuanto a las interconexiones entre procesos, el coste es de 0,08 €/t. Del mismo modo, se definieron los 16 costes de recirculación del agua regenerada (ligados fundamentalmente al coste energético) entre las unidades de regeneración y los procesos. Estos costes varían entre 0,01 y 0,13 €/t. Asimismo, se han estimado los costes de inversión relacionados con el caso de estudio, considerando una vida útil de 20 años. Estos costes son de 0,0009589 €/t en el caso del reactor biológico y de 0,0000799 €/t en el caso del decantador secundario.

Además, se establecen las concentraciones máximas de entrada y salida de cada uno de los procesos y unidades de regeneración. El Cuadro 3 muestra los valores adoptados para cada sistema, estableciéndose un ratio del 10 % de descarga, acorde a la experiencia en la planta caso de estudio.

CUADRO 3

Concentraciones permitidas a las entradas y salidas de los tratamientos

Proceso/Unidad de regeneración	Concentración (ppm)
Concentración de entrada máxima en P1 ($C_{in_1}^{max}$)	175,0
Concentración de entrada máxima en P2 ($C_{in_2}^{max}$)	40,0
Concentración de salida máxima en P1 ($C_{out_1}^{max}$)	20,0
Concentración de salida máxima en P2 ($C_{out_2}^{max}$)	5,0
Concentración de entrada máxima en UR1 (C_{in_1})	5,0
Concentración de entrada máxima en UR2 (C_{in_2})	2,0
Concentración de entrada máxima en UR3 (C_{in_3})	1,0
Concentración de entrada máxima en UR4 (C_{in_4})	0,5
Concentración de salida máxima en UR1 (C_{out_1})	2,0
Concentración de salida máxima en UR2 (C_{out_2})	1,0
Concentración de salida máxima en UR3 (C_{out_3})	0,5
Concentración de salida máxima en UR4 (C_{out_4})	0,0

Fuente: Díaz-Madroño *et al.* (2018) y elaboración propia.

Para llevar a cabo la programación, se ha empleado el software matemático MPL (*Mathematical Programming Language*) (www.maximalsoftware.com) para el modelado computacional del modelo de programación lineal entera propuesto. Se ha utilizado el *solver* ILOG CPLEX para la resolución del modelo y la base de datos Microsoft Access Database para la introducción de los datos y la obtención de los resultados. El modelo fue resuelto en un PC (Intel Core i5, 1.8 GHz, 4Gb RAM). El tiempo computacional fueron 4,86 s, desarrollando 3.901 iteraciones, considerando 3.660 variables, 868 valores enteros, 4.644 restricciones y 14.018 valores diferentes de cero.

4. Resultados y discusión

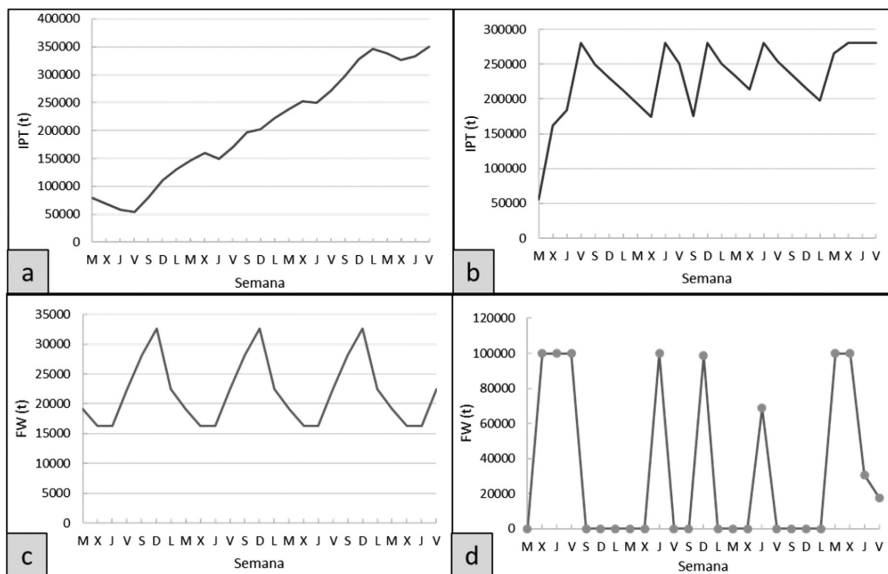
Formulado el modelo y definidos sus datos de entrada, se han simulado un total de 4 semanas eliminando los extremos de la simulación, puesto que el sistema precisa unos periodos iniciales de estabilización, y los últimos no tenían suficientes datos para funcionar correctamente a consecuencia de los tiempos de residencia.

La primera variable que se ha analizado es la capacidad de inventario, aquella que permite determinar las dimensiones óptimas que deberían tener los procesos. En los Gráficos 2.a) y 2.b) se muestra el resultado obtenido tras la simulación. El proceso 1 tiende al valor máximo de inventario permitido, 350.000 toneladas que, teniendo en cuenta la densidad del agua, se pueden tomar como metros cúbicos. Con respecto al proceso 2, la capacidad que precisaría oscila entre 280.000 y 170.000 t, que es ligeramente inferior al primero. Cabe destacar que, a la hora de la construcción de las infraestructuras que contendrán ambos procesos, se deberían tener en cuenta posibles porcentajes de desviación en la carga de entrada y construirlos con una holgura de seguridad.

El segundo análisis realizado se focaliza en el consumo de agua limpia de red que precisa cada uno de los procesos. El Gráfico 2.c) muestra la evolución correspondiente al proceso 1 y como toma valores cíclicos, pudiendo definir el máximo de agua externa que la depuradora puede demandar en un día (32.625 t/día), así también como el mínimo (16.312 t/día). Además, se puede ver que el máximo se produce los domingos, puesto que ese día es el que mayor carga de contaminante entra en la planta según los datos proporcionados por la planta e introducidos en el modelado matemático. En el caso del proceso 2, el Gráfico 2.d), muestra como el consumo de agua limpia de red ya no se comporta de forma cíclica, pues este proceso no demanda agua limpia en la mayor parte de los periodos, pero cuando la precisa, suele tomar el máximo que le permite la restricción de la capacidad máxima de las conducciones, ($Maxf = 100.000 \text{ t/día}$). No obstante, el promedio de agua limpia que entra al proceso 2 en la simulación realizada para cuatro semanas, es de aproximadamente 30.000 t.

GRÁFICO 2

a) Evolución del nivel de inventario total del proceso 1.; b) Evolución del nivel de inventario total del proceso 2.; c) Evolución consumo agua limpia del proceso 1.; d) Evolución del nivel de consumo de agua total del proceso 2



Fuente: Elaboración propia.

La siguiente variable objeto de estudio ha sido el paso de flujo entre procesos. Con los valores introducidos tan solo se ha obtenido paso de fluido del proceso 1 al proceso 2, y no al contrario. En los Gráficos 3.a) y 3.b) se muestran los resultados de forma gráfica. El valor más repetido con respecto al paso de agua es 25.000 t/día, que teniendo en cuenta los valores de concentración máximos permitidos a la salida del proceso 1, suponen un total de contaminante de 500kg, tal y como se detalla en el Gráfico 3.b). Se puede ver que no sigue ningún patrón para el paso de fluido entre el proceso 1 y el proceso 2, sino que es el modelo el que determina cuando el paso de fluido de un proceso a otro es óptimo y en qué cantidad. Se discretiza en “agua” y “contaminante” porque la programación matemática del modelo permite hacerlo. No obstante, se entiende que es un fluido único “contaminado”.

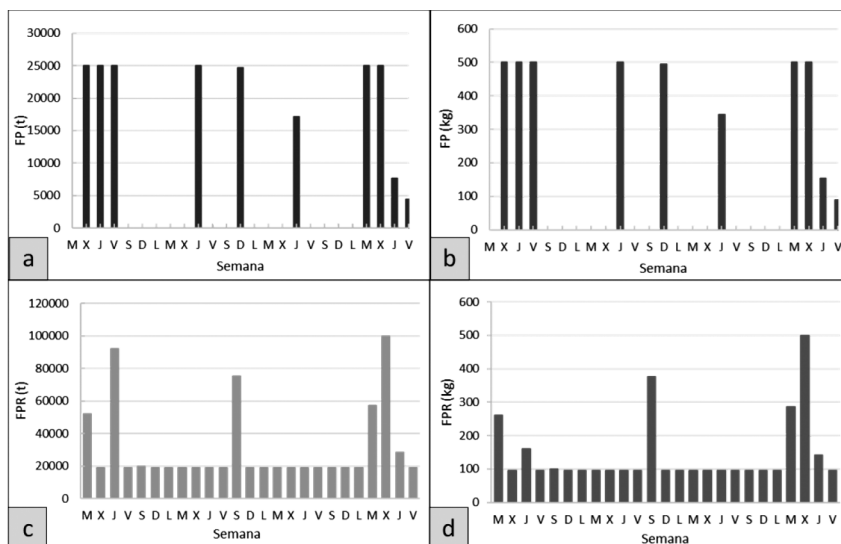
El sistema también permite el flujo de fluido desde cualquier proceso a cualquier unidad de regeneración. No obstante, tras realizar la simulación, el sistema tan solo permite el paso desde el proceso 2 a la unidad de regeneración 1, resultados mostrados en el Gráfico 3.c) y en el Gráfico 3.b). Esto se debe a que, para cumplir las restricciones de concentraciones máximas permitidas a la entrada de las unidades de regeneración posteriores a la primera, los procesos deberían tomar un mayor volu-

men de agua para poder diluir su carga de contaminante, aumentando así el coste de consumo de agua y de inventario de los mismos.

El Gráfico 3c) muestra como la evolución de flujo del proceso 2 a la unidad de regeneración 1 se da en días alternos sin seguir ningún patrón definido en función de las restricciones y teniendo en cuenta la función objetivo, siendo los valores más repetidos 19.000 t/día de agua, valor que coincide con la restricción introducida de cantidad mínima diaria que se ha determinado que deber obtenerse de agua limpia según la demanda agrícola de la zona. Cabe destacar que aparece algún repunte superior en días intermedios como el jueves de la primera semana, el sábado de la segunda semana o el miércoles de la cuarta semana, siendo este último, el máximo valor obtenido para la simulación.

GRÁFICO 3

- a) Evolución del flujo de agua del proceso 1 al proceso 2 a lo largo del tiempo;
 b) Evolución del flujo del contaminante del proceso 1 al proceso 2 a lo largo del tiempo;
 c) Evolución del flujo de agua del proceso 2 a la unidad de regeneración 1;
 d) Evolución del flujo del contaminante del proceso 2 a la unidad de regeneración 1 a lo largo del tiempo



Fuente: Elaboración propia.

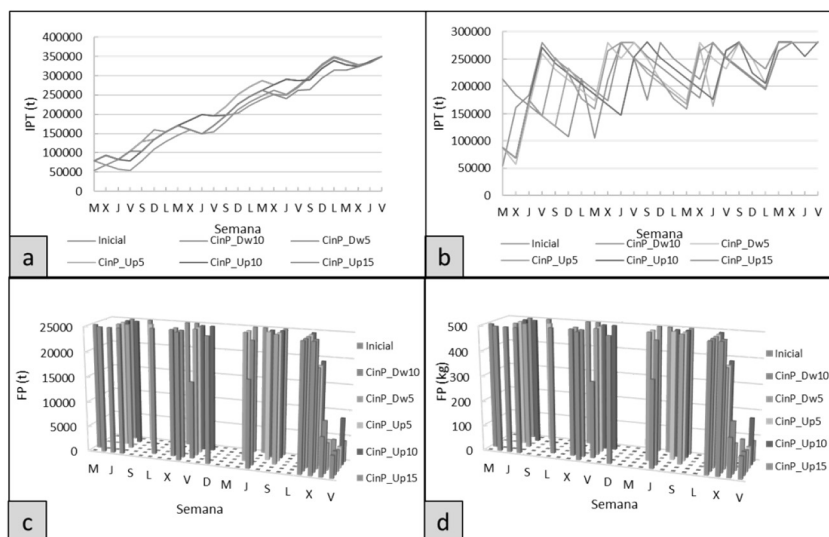
Desarrollado el modelo para los parámetros iniciales de cálculo, se desarrolla el análisis de sensibilidad de comportamiento del mismo, variando los datos de entrada y/o parámetros del sistema. Se ha variado la concentración de entrada máxima per-

mitida a los procesos con respecto a la concentración inicial (Inicial) en un -10 % (C_{inP_Dw10}), -5 % (C_{inP_Dw5}), +5 % (C_{inP_Up5}), +10 % (C_{inP_Up10}) y +15 % (C_{inP_Up15}). Los resultados obtenidos han sido similares a los de la simulación inicial. Los Gráficos 3.a) y 3.b) muestran los resultados obtenidos para el inventario de los procesos, pudiéndose comprobar que todos ellos siguen la misma tendencia que en el caso inicial. En el proceso 1, Gráfico 4.a), todos los casos tienden al máximo posible y en el proceso 2, Gráfico 4.b), los resultados presentan oscilaciones que son mayores al principio y reduciéndose a medida que aumenta el tiempo de simulación, no superando, en ningún caso, las 280.000 t/día.

En relación al flujo que se produce entre procesos, para todas las variaciones de la concentración máxima permitida a la entrada de los procesos, se observa que hay flujo del proceso 1 al proceso 2 pero no en sentido contrario, tal y como sucedía en la simulación inicial. Los Gráficos 4.c) y 4.d) muestran el paso de flujo entre procesos de agua con contaminante, respectivamente. Se observa como en todos los casos se alcanza un valor máximo diario de flujo de agua de 25.000 t, lo cual supone 500 kg de contaminante, existiendo periodos en los cuales el flujo es nulo.

GRÁFICO 4

- a) Evolución de la capacidad del proceso 1 a lo largo del tiempo para cada uno de los casos; b) Evolución de la capacidad del proceso 2 a lo largo del tiempo para cada uno de los casos; c) Evolución del flujo de agua del proceso 1 al proceso 2 a lo largo del tiempo para cada uno de los escenarios; d) Evolución de la capacidad del proceso 2 a lo largo del tiempo para cada uno de los escenarios

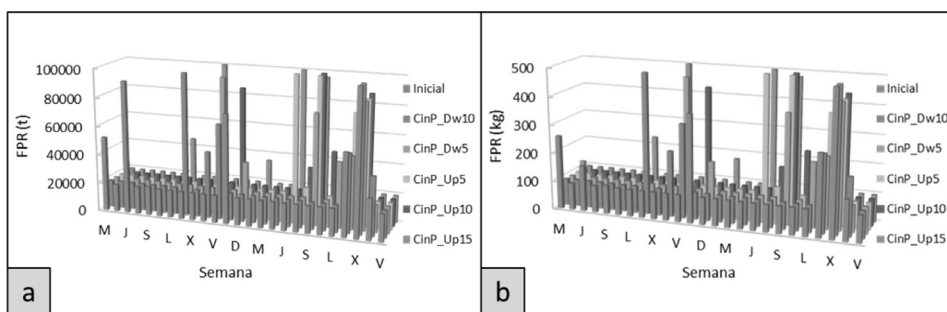


Fuente: Elaboración propia.

La otra variable que no es constante en las simulaciones realizadas es el paso de fluido entre procesos y unidades de regeneración. Al igual que en la simulación inicial, tan solo se produce flujo entre el proceso 2 y la unidad de regeneración 1, sin embargo, este varía en función de la concentración máxima permitida a la entrada de los procesos, tal y como se muestra en los Gráficos 5.a) y 5.b). Asimismo, se muestra como el valor más común de paso de fluido coincide con los del experimento inicial, 19.000 t/día de agua y 95 kg/día de contaminante.

GRÁFICO 5

a) Evolución del flujo de agua del proceso 2 a la unidad de regeneración 1 a lo largo del tiempo para cada uno de los escenarios; b) Evolución del flujo de contaminante del proceso 2 a la unidad de regeneración 1 a lo largo del tiempo para cada uno de los escenarios



Fuente: Elaboración propia.

5. Conclusiones

En la presente investigación se ha propuesto un modelo matemático con el objetivo de analizar todas las variables implicadas en el proceso de depuración de aguas. Asimismo, se ha realizado un estudio de la influencia de dichas variables en el sistema global para, basándose en el modelo desarrollado por Díaz-Madroñero *et al.*, 2018, poder realizar las transformaciones oportunas para alcanzar la solución a la problemática planteada en el caso de estudio. Para la verificación del funcionamiento óptimo del modelo matemático se han llevado a cabo un conjunto de simulaciones que han corroborado su funcionamiento adecuado. Asimismo, dichas simulaciones han proporcionado los siguientes resultados:

Tras los periodos iniciales de la simulación, el sistema consigue llegar a un régimen estable, que muestra periodicidad al haberse simulado varias semanas, siendo la carga de entrada siempre la misma en los mismos días.

Se corrobora que la dilución puede ser una medida sostenible para reducir tanto el consumo energético como de agua limpia, siempre y cuando los costes por incrementar los volúmenes de inventario y distribución se hayan tenido en cuenta.

El modelo matemático propuesto puede utilizarse como una herramienta para regular eficientemente la distribución de flujos, inventario y líneas activas entre procesos y unidades de regeneración, de tal forma que en función del tiempo de permanencia (en procesos y unidades de regeneración), se obtenga la minimización de costes atendiendo a las funciones objetivo establecidas.

Los resultados obtenidos muestran la oscilación de caudales en función de la entrada, lo que permite optimizar la capacidad de las infraestructuras que albergan los procesos y, por lo tanto, fijar las inversiones mínimas a realizar para aumentar la eficiencia de los procesos de depuración, así como conocer la respuesta de los mismos a posibles fluctuaciones en la entrada de la carga contaminante.

En busca del incremento de la sostenibilidad y en la reducción en los costes de explotación de las plantas depuradoras, las futuras líneas de investigación deben continuar estableciendo criterios en los procesos, así como estrategias de optimización, que mejoren los procesos de depuración. Esta mejora repercutirá en un coste menor del agua de regadío y por tanto, en un incremento de los beneficios de las estructuras agrarias.

Referencias

- Bagajewicz, M. (2000). "A review of recent design procedures for water networks in refineries and process plants". *Computers & Chemical Engineering*, 24(9-10), 2093-2113. [http://dx.doi.org/10.1016/S0098-1354\(00\)00579-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0098-1354(00)00579-2).
- Bagajewicz, M.J. & Savelski, M.J. (2001). "On the use of linear models for the design of water utilisation systems in process plants with a single contaminant". *Chemical Engineering Research and Design*, 79(5), 600-610. <http://dx.doi.org/10.1205/02638760152424389>.
- Berbel, J. & Gutiérrez-Martín, C. (2015). "Farmer's subjective elicited water response function for intensive olives and compromise programming method for irrigation supply decision". *Economía Agraria y Recursos Naturales*, 15(2), 51-68. <http://dx.doi.org/10.7201/earn.2015.02.03>.
- Calatrava, J. & Martínez-Granados, D. (2012). "The use value of water in the irrigated agriculture of the Segura basin and in the irrigated areas of the Tajo-Segura transfer (SE Spain)". *Economía Agraria y Recursos Naturales*, 12(1), 5-32. <http://dx.doi.org/10.7201/earn.2012.01.01>.
- Díaz-Madroño, M., Pérez-Sánchez, M., Satorre-Aznar, J.R., López-Jiménez, P.A. & Mula, J. (2018). "Analysis of a wastewater treatment plant using fuzzy goal programming as a management tool: A case study". *Journal of Cleaner Production*, 180, 20-33. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.01.129>.

- Ramos, M.A., Boix, M., Montastruc, L. & Domenech S. (2014). "Multiobjective Optimization Using Goal Programming for Industrial Water Network Design". *Industrial & Engineering Chemistry Research. American Chemical Society*, 53(45), 17722-17735. <http://dx.doi.org/10.1021/ie5025408>.
- Stillwell, A., Hoppock, D. & Webber, M. (2010). "Energy Recovery from Wastewater Treatment Plants in the United States: A Case Study of the Energy-Water Nexus". *Sustainability*, 2(4), 945-962. <http://dx.doi.org/10.3390/su2040945>.
- Sujak, S., Handani, Z.B., Wan Alwi, S.R., Manan, Z.A., Hashim, H. & Jeng Shiun, L. (2017). "A holistic approach for design of Cost-Optimal Water Networks". *Journal of Cleaner Production*, 146, 194-207. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jclepro.2016.06.182>.
- Takama, N., Kuriyama, T., Shiroko, K. & Umeda, T. (1980). "Optimal planning of water allocation in industry". *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 13(6), 478-483. <http://dx.doi.org/10.1252/jcej.13.478>.