

Teleoperación robusta de sistemas mecánicos basada en la estructura de control con compensación activa de perturbaciones

Rosas Almeida D. I., González Solís E.V.*, Raya Díaz G.

Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, Blvd. Benito Juárez, sn., Mexicali, BC, México, CP 21280

To cite this article: Rosas Almeida D.I., González Solís E.V., Raya Díaz G. 2021. Robust teleoperation of mechanical systems based on disturbances active compensation structure. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 18, 208-229. <https://doi.org/10.4995/riai.2021.14433>

Resumen

Se presenta una estrategia de control para garantizar la estabilidad de sistemas de teleoperación formados por mecanismos de n grados de libertad (n GDL), con incertidumbres paramétricas, perturbaciones externas, medición parcial de los vectores de estado y sin el uso de sensores de fuerza. Se asume que los mecanismos se encuentran lo suficientemente cercanos uno del otro, de tal forma que el problema de retardos ocasionados por el medio de comunicación es despreciable. La estrategia se basa en la aplicación de la estructura de control con compensación activa de perturbaciones, la cual incorpora observadores de estado discontinuos y filtros paso bajo que permiten la estimación de las variables de estado y otras señales no medidas, así como los términos de perturbación presentes en ambos sistemas, que permiten la implementación de los controladores. El desempeño de la estrategia de teleoperación se ilustra a través de experimentos con mecanismos de uno y dos grados de libertad.

Palabras clave: Teleoperación, control robusto, estimación de perturbaciones.

Robust teleoperation of mechanical systems based on active disturbances compensation control structure

Abstract

We present a control strategy to guarantee the stability of teleoperation systems formed by mechanical systems of n DOF with parametric uncertainties, external disturbances, a partial measure of state vectors, and without the use of force sensors. We neglected time delays in the communication channel, because we assume that mechanical systems are close enough. The control strategy is based on the disturbances active compensation structure, which incorporates discontinuous state observers and low-pass filters to estimate state variables and all nonmeasured signals needed to implement the controller. The controller is robust such that guarantees the tracking control objective. The teleoperation strategy's performance is illustrated by experiments with mechanical systems of one and two degrees of freedom.

Keywords: Teleoperation, robust control, disturbance estimation.

1. Introducción

Los sistemas de teleoperación surgen de la necesidad del ser humano de realizar tareas de manera remota en entornos peligrosos, para manipular sin riesgo materiales tóxicos, radiactivos y explosivos. Otras aplicaciones son telemedicina, telemantenimiento, educación y entretenimiento (Passenberg et al. (2010)).

Los principales problemas en un sistema teleoperado, considerando los elementos que lo componen son, en primer lugar, las incertidumbres en los modelos de los mecanismos maestro y esclavo, que en la práctica no es posible medirlas con precisión. Por ejemplo, en (Fink (2019)) se propone una estrategia de teleoperación bilateral considerando efectos de fricción interna en los mecanismos, sin embargo se implementa solo a sistemas

*Autor para correspondencia: ernesto.victor.gonzalez.solis@uabc.edu.mx
Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)

de 1GDL. En (Rodríguez-Angeles and Nijmeijer (2004)), se propone la sincronización de dos o más mecanismos de n GDL con incertidumbres paramétricas, disponiendo únicamente de la medición de posiciones. Sin embargo, se validan los resultados en sistemas mecánicos idénticos. En lo que se refiere al problema de la medición parcial del vector de estado, una opción directa es el uso de observadores de estado, sin embargo, éstos dependen del modelo de la planta. En (Sánchez-Sánchez et al. (2019)) se presenta un controlador para seguimiento de trayectorias, que utiliza velocidades estimadas de los mecanismos mediante diferenciación numérica de la posición, cuya ventaja es precisamente que no depende del modelo. Estrategia que pudiera ser adecuada en un sistema de teleoperación donde no se necesite la estimación de perturbaciones externas.

El segundo problema es no tener disponible un modelo del operador humano, debido a que cada persona tiene formas distintas de reacción muscular.

El tercer problema se refiere a los retardos que introducen los canales de comunicación. En (Yang et al. (2019)), (Li et al. (2019)) y (De Lima et al. (2020)) se aborda este problema, el cual se propone resolver a través de control predictivo y estableciendo un criterio de estabilidad basado en la teoría Liapunov-Krasovskii.

El cuarto problema está relacionado con el modelo del ambiente remoto donde interactúa el esclavo, que en ocasiones, es de difícil acceso para el humano. En (Erickson et al. (2003)) se propone representar esta interacción con el ambiente remoto mediante un modelo resorte-amortiguador, y se aporta una estrategia para estimar sus parámetros. Sin embargo, no aborda el problema desde un contexto de teleoperación.

Por último, se presenta el problema de las perturbaciones externas. En el caso del esclavo, se refiere a fuerzas resultantes de su interacción con el ambiente no modelado; en el caso del maestro, se refiere a las fuerzas incluso del mismo operador, por un error o descuido (Chan et al. (2014)). En (Rasouli et al. (2020)) y (Mohammadi et al. (2012)) se proponen estrategias de teleoperación mediante esquemas de control basados en observadores que estiman perturbaciones. Sin embargo, en (Rasouli et al. (2020)) no se implementa en sistemas reales y en (Mohammadi et al. (2012)) se implementa en mecanismos idénticos y los resultados de acoplamiento entre maestro y esclavo presentan un error transitorio considerable. Debido a estas áreas de oportunidad mencionadas anteriormente, la teleoperación bilateral es un tema de investigación vigente.

En este artículo se propone una estrategia de teleoperación bilateral para sistemas mecánicos de n GDL, completamente actuados, con el mismo número de grados de libertad, pero no necesariamente idénticos. Se considera que se cuenta con medición parcial de los vectores de estado, así como la presencia de incertidumbres paramétricas y perturbaciones externas. En el esquema de teleoperación, se considera que los mecanismos se encuentran lo suficientemente cerca, tal que los canales de comunicación no introducen retardos. La estrategia propuesta se basa en la estructura de control con compensación activa de perturbaciones, la cual incluye un observador de estado discontinuo que estima las variables de estado no medibles y, al mismo tiempo, utilizando el principio del control equivalente y de un filtro paso bajo, se estiman perturbaciones y otras señales necesarias para implementar los controladores, como las fuerzas del

ambiente en el esclavo y las fuerzas del operador humano en el maestro. La estrategia incluye un controlador que compensa las perturbaciones y es lo suficientemente robusto para cumplir con el objetivo de control en un entorno experimental a pesar de la presencia de pequeños errores en las estimaciones. Se considera también el efecto de telepresencia, al incorporar un factor que regula la sensibilidad con la que el operador humano percibe las fuerzas provenientes de la interacción del esclavo con el ambiente remoto, mediante una amplificación de la estimación de estas fuerzas. También se considera un factor de escalamiento en el objetivo de control de seguimiento, que es necesario en algunas aplicaciones de sistemas teleoperados donde el movimiento del maestro y del esclavo no necesariamente deben ser de igual magnitud, como en telecirugías por ejemplo. El desempeño de esta estrategia de teleoperación se ilustra a través de dos experimentos con mecanismos de uno y dos grados de libertad, con incertidumbres paramétricas, perturbaciones externas, con medición parcial de los vectores de estado, y sin el uso de sensores de fuerza.

La organización del resto del artículo es la siguiente. En la segunda sección del documento se presenta la definición formal del problema de teleoperación a resolver, así como las definiciones de los conceptos básicos que se utilizan a lo largo del artículo. En la tercera sección se presenta un breve resumen de la estructura de control con compensación activa de perturbaciones. En la sección cuatro se presenta el planteamiento conceptual de la solución del problema de teleoperación, mientras que en la sección cinco se presenta una propuesta para implementar dicha solución conceptual. En la sección seis se presentan los resultados experimentales de aplicar esta estrategia a esquemas de teleoperación formados por mecanismos de uno y dos grados de libertad. Finalmente, en la sección siete se presentan las conclusiones.

2. Definiciones preliminares y planteamiento del problema

Considere el sistema de teleoperación bilateral que se muestra en la Figura 1, el cual está formado por un mecanismo maestro, un mecanismo esclavo, un operador humano, objetos en el ambiente en donde se encuentra el mecanismo esclavo que causan perturbaciones a dicho sistema, y un medio de comunicación ideal que no introduce retardos. En forma analítica, este sistema puede modelarse a través de las ecuaciones

$$M_m(q_m)\ddot{q}_m + C_m(q_m, \dot{q}_m)\dot{q}_m + G_m(q_m) + D_m\dot{q}_m + \gamma_m(\cdot) = \tau_m + F_h(t), \quad (1)$$

$$M_s(q_s)\ddot{q}_s + C_s(q_s, \dot{q}_s)\dot{q}_s + G_s(q_s) + D_s\dot{q}_s + \gamma_s(\cdot) = \tau_s + F_e(t), \quad (2)$$

donde q_j , \dot{q}_j y \ddot{q}_j , para $j = m, s$, son los vectores de posiciones, velocidades y aceleraciones generalizadas, respectivamente, los cuales tienen dimensión n . Con la misma nomenclatura se definen las matrices y vectores, $M_j(q_j)$ es la matriz de inercia, $C_j(q_j, \dot{q}_j)$ es la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis, $G_j(q_j)$ es el vector de pares gravitacionales, D_j es una matriz diagonal que contiene los coeficientes de fricción viscosa en cada una de las articulaciones del mecanismo, τ_j es el vector de fuerzas generalizadas y es el vector de control. Finalmente $\gamma_j(\cdot)$ es un vector de perturbación que incluye perturbaciones

externas y términos producidos por incertidumbres paramétricas, donde cada elemento de este vector puede depender de q_j , \dot{q}_j y \ddot{q}_j y del tiempo t .

En el sistema maestro $F_h(t)$ es el vector de fuerzas generalizadas que el operador humano aplica a dicho mecanismo, mientras que en el sistema esclavo $F_e(t)$ es el vector de fuerzas generalizadas que aplican los objetos que tienen contacto con el sistema esclavo. Es importante mencionar que se considera que los vectores de perturbaciones $\gamma_j(\cdot)$ y los vectores de fuerzas $F_h(t)$ y $F_e(t)$ no son medibles, pero se asume que son acotados, es decir

$$\|\gamma_j(\cdot)\| < \sigma_j, \quad \|F_h(t)\| < \sigma_h, \quad \|F_e(t)\| < \sigma_e,$$

donde σ_j , σ_h y σ_e son constantes conocidas. Si se considera que $q_m = x_{1_m}$, y que $q_s = x_{1_s}$, las representaciones en variables de estados de los sistemas (1) y (2) son

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1_m} &= x_{2_m}, \\ \dot{x}_{2_m} &= M_m^{-1}(x_{1_m})[-C_m(x_{1_m}, x_{2_m})x_{2_m} - G_m(x_{1_m}) - D_mx_{2_m} \\ &\quad + \tau_m - \gamma_m(\cdot) + F_h(t)], \\ y_m &= x_{1_m}, \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1_s} &= x_{2_s}, \\ \dot{x}_{2_s} &= M_s^{-1}(x_{1_s})[-C_s(x_{1_s}, x_{2_s})x_{2_s} - G_s(x_{1_s}) - D_sx_{2_s} \\ &\quad + \tau_s - \gamma_s(\cdot) + F_e(t)], \\ y_s &= x_{1_s}. \end{aligned} \tag{4}$$

El problema de teleoperación que se aborda es el diseño de los vectores de control τ_m y τ_s tal que el vector de posiciones del sistema esclavo q_s converja al vector de posiciones del sistema maestro q_m , es decir

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|q_m - q_s\| = 0, \tag{5}$$

cuando el operador humano manipule al sistema maestro y cuando no lo haga, a pesar de la presencia de perturbaciones $\gamma_m(\cdot)$ y $\gamma_s(\cdot)$, así como de las fuerzas externas $F_h(t)$ y $F_e(t)$, y asumiendo que solo se tiene la medición de los vectores de posición.

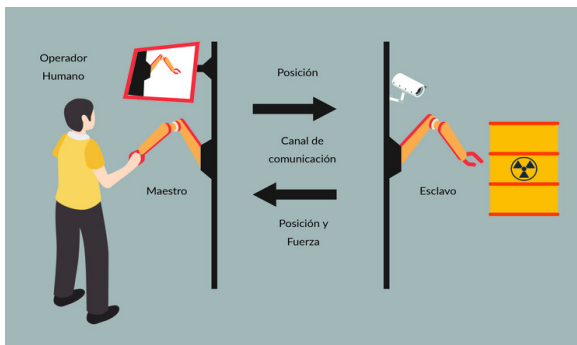


Figura 1: Esquema que muestra el sistema de teleoperación que se aborda en este trabajo.

3. Estructura de control con compensación activa de perturbaciones

La estructura de control con compensación activa de perturbaciones, también conocida como ADRC por sus siglas en inglés, se muestra en la Figura 2. Esta estructura está formada por la planta, un observador de estado discontinuo, un filtro paso bajo y un controlador. En este caso la planta es un sistema mecánico de n GDL completamente actuado, en donde se considera que no se cuenta con la medición del vector de posiciones generalizadas y al mismo tiempo se considera la presencia de incertidumbres paramétricas y perturbaciones externas. El observador de estado tiene la función de estimar el vector de velocidades generalizadas, los términos producidos por las incertidumbres paramétricas y las perturbaciones externas, utilizando el principio del control equivalente. Como se establece en (Utkin (1977)), el control equivalente representa los términos de baja frecuencia del término discontinuo incorporado en el observador de estado, por lo tanto, el filtro paso bajo tiene la función de obtener estos componentes de baja frecuencia y de esta forma estimar los términos de perturbación. El controlador utiliza la salida de la planta, el vector de velocidades generalizadas estimado por el observador, y el control equivalente obtenido a través del filtro, para generar la ley de control. Algunas aplicaciones exitosas de esta estructura de control se pueden ver en (Almeida et al. (2019)).

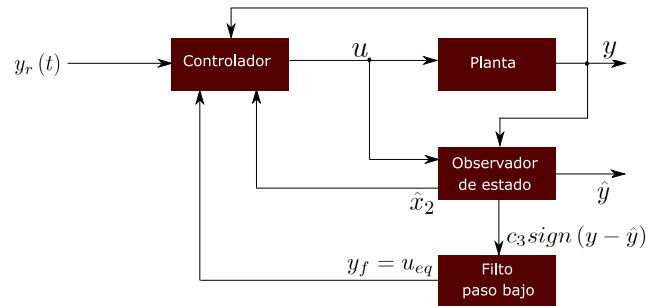


Figura 2: Diagrama a bloques de la estructura de control con compensación activa de perturbaciones (ADRC).

Idealmente el resultado es un sistema de control con buenas propiedades de robustez con una señal libre de componentes de alta frecuencia ya que el controlador no tiene términos discontinuos. Sin embargo, ya que en la práctica la identificación de perturbaciones no es exacta, será necesario incorporar términos que den robustez al sistema en lazo cerrado, como términos discontinuos, lo que puede producir términos de alta frecuencia, pero estos términos tendrán una amplitud mucho menor, comparada con la amplitud que tendrían si no se hace la estimación y la respectiva compensación de las perturbaciones.

En esta sección se muestra el diseño y operación de esta estructura de control en un mecanismo de 1GDL, lo que servirá como base para su aplicación en el sistema de teleoperación.

Considere un sistema mecánico de 1GDL, que representa la planta, descrito por las ecuaciones

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -a_1x_1 - a_2x_2 + \gamma(x_1, x_2, t) + a_3u, \\ y &= x_1, \end{aligned} \tag{6}$$

donde x_1 y x_2 son las variables de estado, u es la entrada de control, y es la salida del sistema, a_1 , a_2 y a_3 son constantes positivas conocidas. Finalmente, $\gamma(x_1, x_2, t)$ es un término de perturbación, una condición es que esta perturbación sea acotada, es decir $\|\gamma(x_1, x_2, t)\| < \sigma$. El observador de estado que se utiliza es el propuesto en (Rosas et al. (2007)), el cual tendrá la siguiente forma

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + c_1(y - \hat{y}), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= -a_1x_1 - a_2\hat{x}_2 + a_3u + c_2(y - \hat{y}) + c_3\text{sign}(y - \hat{y}), \\ \hat{y} &= \hat{x}_1.\end{aligned}$$

Para demostrar la convergencia del estado del observador al estado de la planta y la estimación de las perturbaciones se definen las variables de error $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$ y $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$, cuya dinámica está dada por

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= e_2 - c_1e_1, \\ \dot{e}_2 &= -(a_1 + c_2)e_1 - a_2e_2 - c_3\text{sign}(e_1) + \gamma(x_1, x_2, t),\end{aligned}$$

y haciendo el cambio de variables $z_1 = e_1$ y $z_2 = e_2 - c_1e_1$ se obtiene el sistema

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= -\alpha_1z_1 - \alpha_2z_2 - c_3\text{sign}(z_1) + \gamma(\cdot),\end{aligned}\quad (7)$$

donde $\alpha_1 = a_2c_1 + c_2$, $\alpha_2 = a_2 + c_1$ y $\gamma(\cdot) \equiv \gamma(x_1, x_2, t)$. Definiendo una matriz A como

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 \end{bmatrix},$$

la cual debe tener valores propios complejos conjugados con parte real negativa. Esta matriz tiene asociada una matriz P , la cual es una solución de la ecuación de Lyapunov

$$A^T P + PA = -I,$$

y tiene un valor propio máximo $\lambda_{\max}(P)$ y un valor propio mínimo $\lambda_{\min}(P)$. Si, además, se cumple que

$$c_3 > 2\lambda_{\max}(P) \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \left(\frac{\alpha_1\sigma}{\theta} \right),$$

para algún $0 < \theta < 1$ se demuestra en (Rosas et al. (2007)) que el origen del sistema (8) es un punto de equilibrio asintóticamente estable y, en consecuencia, el estado del observador converge asintóticamente al estado de la planta, por lo que se deben de elegir las constantes c_1 , c_2 y c_3 tal que cumplan todas las condiciones anteriores. Es importante notar que el sistema (8) tiene una superficie de discontinuidad en $z_1 = 0$, y el término $c_3\text{sign}(z_1)$ produce un modo deslizante de segundo orden

$$\ddot{z} = -\alpha_1z_1 - \alpha_2z_2 - u_{eq} + \gamma(\cdot) = 0, \quad (8)$$

cuando $z_1 = z_2 = 0$ se tiene que $u_{eq} = \gamma(\cdot)$.

El control equivalente u_{eq} es la componente de baja frecuencia del término discontinuo $c_3\text{sign}(z_1)$ cuando las trayectorias llegan a la superficie de discontinuidad, el cual se puede recuperar filtrando dicho término (Utkin (1977)). Para tal fin se utiliza el filtro paso bajo de segundo orden dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_2 \\ -\omega_c^2 v_1 - \sqrt{2}\omega_c v_2 + \omega_c^2 u_f \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$y_f = v_1,$$

donde ω_c es la frecuencia de corte del filtro, u_f es la entrada del filtro, que corresponde al término discontinuo y y_f es la salida del filtro que corresponde a la estimación de las perturbaciones $\hat{\gamma}(\cdot)$. Es importante mencionar que no hay un criterio cuantitativo para seleccionar la frecuencia de corte ω_c del filtro.

En lo que respecta al controlador puede utilizarse alguna de las técnicas bien conocidas cuando se considera una planta sin perturbaciones. En este caso se establece que el objetivo de control es el de seguimiento de trayectorias, es decir, diseñar una señal de control u tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y - y_r(t)\| = 0,$$

donde $y_r(t)$ es una referencia que tiene sus primeras dos derivadas bien definidas. Para diseñar el control se definen las variables de error $\varepsilon_1 = x_1 - y_r(t)$ y $\varepsilon_2 = x_2 - \dot{y}_r(t)$, cuya dinámica está dada por

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1 &= \varepsilon_2, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= -a_1\varepsilon_1 - a_2\varepsilon_2 - a_1\dot{y}_r(t) - a_2\ddot{y}_r(t) - \ddot{y}_r(t) + \gamma(\cdot) + a_3u,\end{aligned}\quad (10)$$

entonces se propone un controlador con la forma

$$u = \frac{1}{a_3} (a_1\dot{y}_r(t) + a_2\ddot{y}_r(t) + \ddot{y}_r(t) - k_1\varepsilon_1 - k_2\hat{\varepsilon}_2 - y_f),$$

donde $\hat{\varepsilon}_2 = \hat{x}_2 - \dot{y}_r(t)$. El sistema en lazo cerrado está dado por

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1 &= \varepsilon_2, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= -(a_1 + k_1)\varepsilon_1 - a_2\varepsilon_2 + k_2\hat{\varepsilon}_2 + \gamma(\cdot) - y_f,\end{aligned}$$

si las estimaciones de la velocidad y de las perturbaciones son exactas el sistema en lazo cerrado es un sistema lineal sin perturbaciones, donde la estabilidad del origen puede garantizarse con la propuesta de las ganancias k_1 y k_2 tal que el sistema sea Hurwitz. Sin embargo, en la práctica, todas las estimaciones tienen pequeños errores y los filtros introducen retardos, por lo tanto, se propone un control con la forma

$$u = \frac{1}{a_3} (a_1\dot{y}_r(t) + a_2\ddot{y}_r(t) + \ddot{y}_r(t) - k_1\varepsilon_1 - k_2\hat{\varepsilon}_2 - k_3\text{sign}(\varepsilon_1) - y_f),$$

sustituyendo en (10) se obtiene

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1 &= \varepsilon_2, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= -(a_1 + k_1)\varepsilon_1 - (a_2 + k_2)\varepsilon_2 - k_3\text{sign}(\varepsilon_1) + \rho(\cdot),\end{aligned}\quad (11)$$

donde $\rho(\cdot)$ es un nuevo término de perturbación que representa la diferencia entre los términos estimados y los reales, el cual se considera acotado, es decir $|\rho(\cdot)| < \rho_0$, donde $\rho_0 \ll \delta$. El sistema (11) tiene la misma forma que el sistema (8), por lo que los criterios de selección de las ganancias k_1 , k_2 y k_3 que garantizan la convergencia al origen son las mismas que en ese caso.

Es importante señalar que esta estrategia de diseño del observador y del controlador son escalables a sistemas mecánicos de n GDL ya que estos pueden verse como un conjunto de sistemas de segundo orden no lineales acoplados, esta extensión se encuentra en (Almeida et al. (2011)).

4. Solución conceptual al problema de teleoperación

En esta sección se presenta una solución conceptual al problema de teleoperación establecido en la sección previa, en donde se asume que los vectores de velocidad x_{2_m} , x_{2_s} , los vectores de perturbación $\gamma_m(\cdot)$, $\gamma_s(\cdot)$, las fuerzas externas $F_e(t)$ y las fuerzas del humano $F_h(t)$ están disponibles para implementar el controlador.

Para lograr el objetivo de control establecido en (5), se propone dividir el problema en dos estructuras de control que operan de manera excluyente, llamadas Estructura A y Estructura B.

La Estructura A se define cuando el operador humano no manipula al mecanismo maestro. Aquí el objetivo de control es que los mecanismos permanezcan en la última posición registrada mientras hubo manipulación por parte del operador. Para ello se propone un controlador robusto que resuelva el problema de regulación cuya referencia es la última posición establecida por el operador.

La Estructura B entra en operación cuando el operador manipula el mecanismo maestro. Aquí el objetivo de control consiste en hacer converger, de manera escalada, al vector de posiciones del mecanismo esclavo con el vector de posiciones del mecanismo maestro bajo un esquema de telepresencia, es decir, el operador humano debe percibir, de manera escalada, las fuerzas de reacción del esclavo en su interacción con el entorno remoto.

5. Diseño del controlador para la Estructura A

En la Estructura A se asume que se dispone de la última posición establecida por el operador, tanto en el sistema maestro como en el sistema esclavo, la cual se define como el vector $x_r \in \mathfrak{R}^n$. El objetivo de control para ambos mecanismos se define como

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_{1_m} - x_r\| = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \|x_{1_s} - x_r\| = 0. \quad (12)$$

Para el diseño de los controladores se definen las variables de error $e_{1_m} = x_{1_m} - x_r$, $e_{1_s} = x_{1_s} - x_r$, cuya dinámica está dada por los sistemas siguientes

$$\dot{e}_{1_m} = x_{2_m}, \quad (13)$$

$$\dot{x}_{2_m} = M_m^{-1}(x_{1_m})[-C_m(x_{1_m}, x_{2_m})x_{2_m} - G_m(x_{1_m}) - D_m x_{2_m} - \gamma_m(\cdot) + \tau_m],$$

$$\dot{e}_{1_s} = x_{2_s}, \quad (14)$$

$$\dot{x}_{2_s} = M_s^{-1}(x_{1_s})[-C_s(x_{1_s}, x_{2_s})x_{2_s} - G_s(x_{1_s}) - D_s x_{2_s} - \gamma_s(\cdot) + \tau_s + F_e(t)].$$

Para lograr el objetivo de control establecido en las ecuaciones (12) se proponen los controladores

$$\tau_{m_r} = G_m(x_{1_m}) + \gamma_m(\cdot) + C_m(x_{1_m}, x_{2_m})x_{2_m} + D_m x_{2_m} + M_m(x_{1_m})(-\alpha_{1_m} e_{1_m} - \alpha_{2_m} x_{2_m}), \quad (15)$$

$$\tau_{s_r} = G_s(x_{1_s}) + \gamma_s(\cdot) - F_e(t) + C_s(x_{1_s}, x_{2_s})x_{2_s} + D_s x_{2_s} + M_s(x_{1_s})(-\alpha_{1_s} e_{1_s} - \alpha_{2_s} x_{2_s}), \quad (16)$$

donde $\alpha_{1_j}, \alpha_{2_j} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, para $j = m, s$, son matrices diagonales. Sustituyendo (15) y (16) en (13) y (14) se tiene

$$\dot{e}_{1_m} = x_{2_m}, \quad (17)$$

$$\dot{x}_{2_m} = -\alpha_{1_m} e_{1_m} - \alpha_{2_m} x_{2_m},$$

$$\dot{e}_{1_s} = x_{2_s}, \quad (18)$$

$$\dot{x}_{2_s} = -\alpha_{1_s} e_{1_s} - \alpha_{2_s} x_{2_s}.$$

Seleccionando valores apropiados de las matrices α_{1_j} y α_{2_j} , se garantiza la estabilidad del origen de los sistemas (17) y (18).

6. Diseño del controlador para la Estructura B

En esta estructura se considera que $F_h(t) \neq 0$. El objetivo de control es que el vector de posiciones del sistema esclavo siga, en forma escalada, al vector de posiciones del sistema maestro, es decir

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|Kx_{1_m} - x_{1_s}\| = 0, \quad (19)$$

donde K es la constante de escalamiento, la cual es la misma para todas las articulaciones del mecanismo. Para resolver este problema se definen las variables de error

$$e_1 = Kx_{1_m} - x_{1_s},$$

$$e_2 = Kx_{2_m} - x_{2_s},$$

cuya dinámica está dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ KM_m^{-1}(x_{1_m})\eta_1 - M_s^{-1}(x_{1_s})\eta_2 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

donde

$$\eta_1 = -C_m(x_{1_m}, x_{2_m})x_{2_m} - G_m(x_{1_m}) - D_m x_{2_m} - \gamma_m(\cdot) + \tau_m + F_h(t),$$

$$\eta_2 = -C_s(x_{1_s}, x_{2_s})x_{2_s} - G_s(x_{1_s}) - D_s x_{2_s} - \gamma_s(\cdot) + \tau_s + F_e(t).$$

Para lograr el objetivo de control se proponen los controladores τ_m y τ_s de la siguiente manera. Para el sistema maestro solo se busca compensar el vector de pares gravitacionales y aplicar, de forma escalada, las fuerzas del ambiente en cada articulación del sistema esclavo con la finalidad de establecer la telepresencia, por lo tanto

$$\tau_m = G_m(x_{1_m}) + K_t[\gamma_s(\cdot) - F_e(t)], \quad (21)$$

donde la constante K_t es el factor de escalamiento de la telepresencia.

Por otro lado, el sistema esclavo debe de seguir al sistema maestro, por lo tanto, se propone el control τ_s de la siguiente forma

$$\tau_s = G_s(x_{1_s}) + \gamma_s(\cdot) - F_e(t) + KM_s(x_{1_s})M_m^{-1}(x_{1_m})\eta_3 + \eta_4, \quad (22)$$

donde

$$\eta_3 = [-C_m(x_{1_m}, x_{2_m})x_{2_m} - D_m x_{2_m} + K_t(\gamma_s(\cdot) - F_e(t)) - \gamma_m(\cdot) + F_h(t)],$$

$$\eta_4 = C_s(x_{1_s}, x_{2_s})x_{2_s} + D_s(x_{2_s}) + M_s(x_{1_s})[K_p e_1 + K_v e_2],$$

K_p y $K_v \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales definidas positivas. Sustituyendo los controles (21) y (22) en (20) se tiene el sistema en lazo cerrado

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ -K_p e_1 - K_v e_2 \end{bmatrix},$$

el cual es un sistema lineal con el origen como punto de equilibrio exponencialmente estable si se eligen los valores de las matrices K_p y K_v , tal que el sistema lineal tenga todos sus polos en el semiplano izquierdo del plano complejo. De esta forma se logra el objetivo de control (19). En la práctica, los controladores propuestos en esta sección no pueden implementarse de manera directa, pues como se mencionó, se considera que se cuenta con la medición de todas las señales necesarias. En la siguiente sección se propone una estrategia para implementar las señales de control.

7. Implementación de la solución del problema de teleoperación

En esta sección se presenta una estrategia, basada en la estructura de control con compensación activa de perturbaciones, que permite la implementación de los controladores propuestos en la sección previa. La Figura 3 muestra el diagrama a bloques de los elementos que permiten la implementación de los controladores (15) y (16). Los bloques 1 y 2 corresponden al mecanismo maestro y esclavo, respectivamente, los bloques 3 y 4 corresponden a observadores de estado y filtros paso bajo, los cuales tienen dos funciones; la estimación de los vectores de velocidad y la estimación de los términos de perturbación generados por variaciones paramétricas y perturbaciones externas en cada mecanismo. Por su parte, los bloques 5 y 6 representan las etapas de control robusto para regulación. El diagrama a bloques de la implementación de la Estructura B se muestra en la Figura 4, en este caso los bloques 5 y 6 se encargan de compensar únicamente los vectores de pares gravitacionales. El bloque 7 es una ganancia para escalar las posiciones de los mecanismos. El bloque 8 es un control que establece la teleoperación de los mecanismos. Y finalmente, la retroalimentación a través del bloque 9 permite establecer el esquema de telepresencia, ya que permite regular la sensibilidad con la que el humano percibe las fuerzas provenientes de la interacción del esclavo con el entorno remoto.

8. Estimación de incertidumbres y velocidades mediante observadores de estado robustos

En primer lugar, y como parte fundamental de la estrategia de implementación de los controladores, se diseñan observadores de estados robustos, cuya finalidad es estimar los vectores de velocidades y los vectores de perturbaciones, tanto propias al sistema como externas a él. Se utiliza un observador de estado robusto propuesto en (Rosas et al. (2007)), el cual toma la siguiente forma para los sistemas maestro y esclavo.

$$\begin{aligned} \hat{\dot{x}}_{1_m} &= \hat{x}_{2_m} + C_{1_m}(y_m - \hat{y}_m), \\ \hat{\dot{x}}_{2_m} &= M_m^{-1}(x_{1_m})[-C_m(x_{1_m}, \hat{x}_{2_m})\hat{x}_{2_m} - G_m(x_{1_m}) - D_m\hat{x}_{2_m} + \tau_m] \\ &\quad + C_{2_m}(y_m - \hat{y}_m) + C_{3_m} \text{sign}(y_m - \hat{y}_m), \\ \hat{y}_m &= \hat{x}_{1_m}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \hat{\dot{x}}_{1_s} &= \hat{x}_{2_s} + C_{1_s}(y_s - \hat{y}_s), \\ \hat{\dot{x}}_{2_s} &= M_s^{-1}(x_{1_s})[-C_s(x_{1_s}, \hat{x}_{2_s})\hat{x}_{2_s} - G_s(x_{1_s}) - D_s\hat{x}_{2_s} + \tau_s] \\ &\quad + C_{2_s}(y_s - \hat{y}_s) + C_{3_s} \text{sign}(y_s - \hat{y}_s), \\ \hat{y}_s &= \hat{x}_{1_s}, \end{aligned} \quad (24)$$

donde $\hat{x}_{1_j}, \hat{x}_{2_j} \in \mathfrak{R}^n$, para $j = m, s$, son respectivamente, los vectores de posiciones y velocidades observadas, C_{1_j}, C_{2_j} y $C_{3_j} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales definidas positivas. En base a la demostración de estabilidad y estimación de perturbaciones presentado en (Rosas et al. (2007)), con una adecuada elección de los elementos de las matrices C_{1_j}, C_{2_j} y C_{3_j} se puede garantizar la convergencia asintótica del estado del observador al estado de la planta y , al mismo tiempo, el control equivalente en el observador del sistema maestro es

$$u_{eq_m} = M_m^{-1}(x_{1_m})(-\tilde{\gamma}_m(\cdot) + \tilde{F}_h(t)),$$

mientras que el control equivalente en el observador del sistema esclavo es

$$u_{eq_s} = M_s^{-1}(x_{1_s})(-\tilde{\gamma}_s(\cdot) + \tilde{F}_e(t)).$$

Estos controles equivalentes se recuperan a través del filtro paso bajo (9). En la práctica todos los filtros introducen desfase, por lo que la recuperación del control equivalente no es perfecta, y por tanto siempre hay una diferencia entre las perturbaciones estimadas y las reales.

8.1. Implementación de la Estructura A

Una vez que se encuentran disponibles los términos estimados es posible implementar los controladores definidos en (15) y (16) para la Estructura A como

$$\begin{aligned} \tau_{m_r} &= G_m(x_{1_m}) + C_m(e_{1_m}, \hat{x}_{2_m})\hat{x}_{2_m} + D_m\hat{x}_{2_m} \\ &\quad + M_m(x_{1_m})[-u_{eq_m} - \alpha_{1_m}e_{1_m} - \alpha_{2_m}\hat{x}_{2_m} - K_{ma} \text{sign}(e_{1_m})], \\ \tau_{s_r} &= G_s(x_{1_s}) + C_s(e_{1_s}, \hat{x}_{2_s})\hat{x}_{2_s} + D_s\hat{x}_{2_s} \\ &\quad + M_s(x_{1_s})[-u_{eq_s} - \alpha_{1_s}e_{1_s} - \alpha_{2_s}\hat{x}_{2_s} - K_{sa} \text{sign}(e_{1_s})], \end{aligned} \quad (25)$$

donde se puede notar que se han reemplazado los términos no medidos por sus estimaciones, es importante notar que para la Estructura A, $u_{eq_m} = M_m^{-1}(x_{1_m})[-\tilde{\gamma}_m(\cdot)]$ ya que $F_h(t) = 0$. Además, se incluyen los términos discontinuos para robustecer el sistema en lazo cerrado, donde K_{ma} y $K_{sa} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales definidas positivas. Sustituyendo los controladores (25) y (26) en los sistemas del error (13) y (14) se obtienen los sistemas en lazo cerrado

$$\begin{aligned} \dot{e}_{1_m} &= x_{2_m}, \\ \dot{x}_{2_m} &= -\alpha_{1_m}e_{1_m} - \alpha_{2_m}\hat{x}_{2_m} - K_{ma} \text{sign}(e_{1_m}) + \sigma_m(\cdot), \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_{1_s} &= x_{2_s}, \\ \dot{x}_{2_s} &= -\alpha_{1_s}e_{1_s} - \alpha_{2_s}\hat{x}_{2_s} - K_{sa} \text{sign}(e_{1_s}) + \sigma_s(\cdot). \end{aligned} \quad (28)$$

Aquí los términos $\sigma_m(\cdot)$ y $\sigma_s(\cdot)$ incorporan las diferencias entre los términos reales y los términos estimados, los cuales serán tan pequeños como se haga una buena sintonización del observador de estado y del filtro paso bajo. Los términos discontinuos en los controladores (25) y (26) tienen como objetivo

hacer frente a estos términos que se consideran como perturbaciones acotadas no desvanecentes. Siguiendo los criterios de diseño, para su versión vectorial, mencionados en la sección 3, se puede garantizar la estabilidad asintótica del origen de los sistemas (27) y (28).

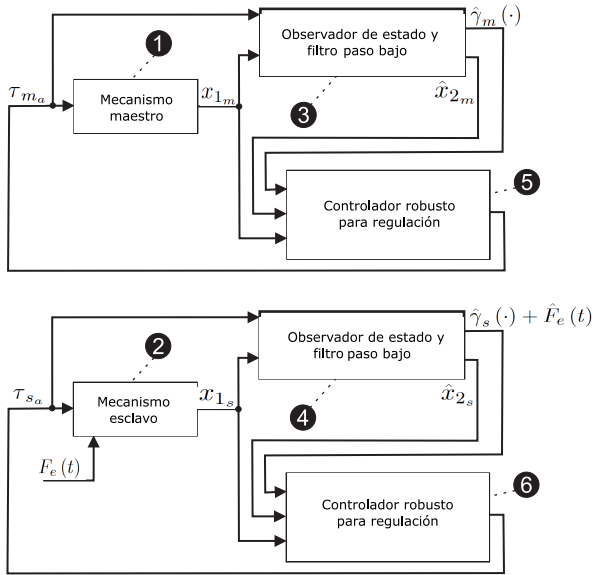


Figura 3: Diagrama a bloques de la implementación de los controladores de la Estructura A.

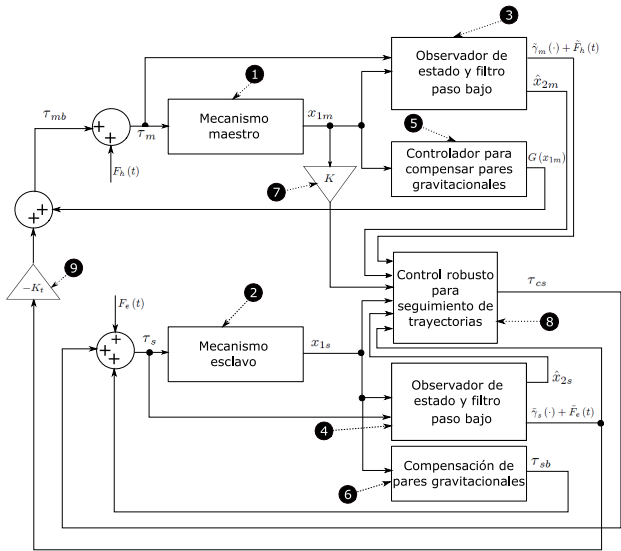


Figura 4: Diagrama a bloques de la implementación de los controladores de la Estructura B.

8.2. Implementación de los controladores de la Estructura B

En el caso de la Estructura B, de manera similar, los controles propuestos en (21) y(22), se implementan como

$$\tau_m = G_m(x_{1_m}) - K_t M_s(x_{1_s}) u_{eq_s}, \tag{29}$$

$$\tau_s = G_s(x_{1_s}) - M_s(x_{1_s}) u_{eq_s} + K M_s(x_{1_s}) M_m^{-1}(x_{1_m}) [\psi] - \eta, \tag{30}$$

donde

$$\psi = -C_m(x_{1_m}, \hat{x}_{2_m}) \hat{x}_{2_m} - D_m \hat{x}_{2_m} - K_t M_s(x_{1_s}) u_{eq_s} - M_m(x_{1_m}) u_{eq_m},$$

$$\eta = [-C_s(x_{1_s}, \hat{x}_{2_s}) \hat{x}_{2_s} - D_s \hat{x}_{2_s}] +$$

$$M_s(x_{1_s}) [K_p e_1 + K_v \hat{e}_2 + K_{sb} \text{sign}(e_{1_s})],$$

$$\hat{e}_2 = K \hat{x}_{2_m} - \hat{x}_{2_s}.$$

En el controlador τ_s se incorpora un término discontinuo, el cual tiene como propósito dar robustez al sistema en lazo cerrado. En teoría, este término podría provocar vibraciones en los mecanismos si su amplitud es alta y su frecuencia de conmutación es baja. Sin embargo, en la práctica los componentes que forman los actuadores y la planta forman un filtro que minimiza dichas oscilaciones.

Sustituyendo los controladores (29) y (30) en el sistema de error (20), se tiene

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ -K_p e_1 - K_v e_2 - K_{sb} \text{sign}(e_1) + \rho(\cdot) \end{bmatrix}, \tag{31}$$

donde $\rho(\cdot)$ es una perturbación acotada no desvanecente que representa las diferencias entre los términos y señales estimadas y las reales.

El sistema (31) tiene la misma forma que el sistema (8), por lo que se siguen los mismos criterios de diseño de las ganancias K_p , K_v y K_{sb} , para garantizar la estabilidad asintótica, y de esta forma resolver el problema de control de la Estructura B.

9. Ilustración del desempeño de la estrategia de teleoperación

En esta sección se muestra el desempeño de la estrategia de teleoperación a través de dos experimentos; en el primero se utilizan dos péndulos simples para formar el sistema de teleoperación, mientras que en el segundo se utilizan dos mecanismos de dos grados de libertad con articulaciones rotacionales.

9.1. Teleoperación de dos péndulos simples

En este primer experimento, se realiza la teleoperación entre dos péndulos que se muestran en la Figura 5, el maestro es el de la derecha, y el esclavo el de la izquierda.

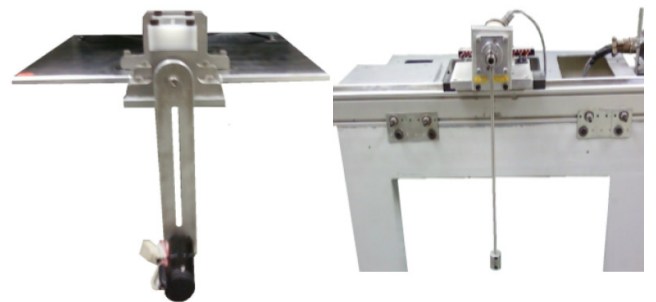


Figura 5: Teleoperación de dos péndulos simples. Izquierda: Esclavo. Derecha: Maestro.

Los modelos de los péndulos están dados por

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1_m} &= x_{2_m}, \\ \dot{x}_{2_m} &= -a_m \sin(x_{1_m}) - b_m x_{2_m} + c_m u_m - d_m \gamma_m(\cdot) + d_m F_h(t), \\ y_m &= x_{1_m},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1_s} &= x_{2_s}, \\ \dot{x}_{2_s} &= -a_s \sin(x_{1_s}) - b_s x_{2_s} + c_s u_s - d_s \gamma_s(\cdot) + d_s F_e(t), \\ y_s &= x_{1_s},\end{aligned}$$

donde $a_j = m_j g l_j / (m_j l_j^2 + J_j)$, $b_j = \delta_j / (m_j l_j^2 + J_j)$, $c_j = k_j / (m_j l_j^2 + J_j)$, $d_j = 1 / (m_j l_j^2 + J_j)$, para $j = m, s$, y cuyos valores nominales son $a_m = 61$, $b_m = 25$, $c_m = 30$, $d_m = 1$, $a_s = 90$, $b_s = 20$, $c_s = 110$, y $d_s = 1$.

Tomando en cuenta estos modelos, los observadores de estado que estiman las velocidades angulares, las perturbaciones y las fuerzas $F_h(t)$ y $F_e(t)$ están definidos de la siguiente forma

$$\dot{\hat{x}}_{1_m} = \hat{x}_{2_m} + c_{1_m}(y_m - \hat{y}_m), \quad (32)$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_{2_m} &= -a_m \sin(x_{1_m}) - b_m \hat{x}_{2_m} + c_m V_m + c_{2_m}(y_m - \hat{y}_m) \\ &+ c_{3_m} \text{sign}(y_m - \hat{y}_m),\end{aligned} \quad (33)$$

$$\hat{y}_m = \hat{x}_{1_m}.$$

$$\dot{\hat{x}}_{1_s} = \hat{x}_{2_s} + c_{1_s}(y_s - \hat{y}_s), \quad (34)$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_{2_s} &= -a_s \sin(x_{1_s}) - b_s \hat{x}_{2_s} + c_s V_s + c_{2_s}(y_s - \hat{y}_s) \\ &+ c_{3_s} \text{sign}(y_s - \hat{y}_s),\end{aligned} \quad (35)$$

$$\hat{y}_s = \hat{x}_{1_s}.$$

Donde el valor de las constantes son $c_{1_m} = 25$, $c_{2_m} = 7$, $c_{3_m} = 40$ para el observador del maestro y $c_{1_s} = 30$, $c_{2_s} = 15$, $c_{3_s} = 28$ para el observador del esclavo. Con la ayuda del filtro paso bajo (9), con una frecuencia de corte $\omega_c = 30 \text{ rad/seg}$, se puede estimar el control equivalente que corresponde a los términos de perturbaciones que deseamos compensar; $u_{eq_m} = -d_m \gamma_m(\cdot) + d_m F_h(t)$, $u_{eq_s} = -d_s \gamma_s(\cdot) + d_s F_e(t)$. Es importante notar que en la Estructura A, $u_{eq_m} = -d_m \gamma_m(\cdot)$ ya que las fuerzas del humano no están presentes.

Para la Estructura A los controladores para los sistemas maestro y esclavo están dados por

$$\begin{aligned}u_m &= \frac{1}{c_m} (a_m \sin(x_{1_m}) + b_m \hat{x}_{2_m} + d_m \hat{y}_m(\cdot) \\ &- \alpha_{1_m} e_{1_m} - \alpha_{2_m} \hat{x}_{2_m} - \alpha_{3_m} \text{sign}(e_{1_m})), \\ u_s &= \frac{1}{c_s} (a_s \sin(x_{1_s}) + b_s \hat{x}_{2_s} + d_s \hat{y}_s(\cdot) \\ &- \alpha_{1_s} e_{1_s} - \alpha_{2_s} \hat{x}_{2_s} - \alpha_{3_s} \text{sign}(e_{1_s})),\end{aligned} \quad (36)$$

donde $e_{1_m} = (x_{1_m} - x_r)$ y $e_{1_s} = (x_{1_s} - x_r)$, x_r es una referencia constante que indica la última posición de los mecanismos, mientras que las ganancias son $\alpha_{1_m} = 100$, $\alpha_{2_m} = 102$, $\alpha_{3_m} = 1$, $\alpha_{1_s} = 50$, $\alpha_{2_s} = 50$ y $\alpha_{3_s} = 1$. Para la Estructura B las señales de control son

$$\begin{aligned}u_m &= \frac{1}{c_m} (a_m \sin(x_{1_m}) - k_t u_{eq_s}), \\ u_s &= \frac{k}{c_s} (b_m \hat{x}_{2_m} + k_t u_{eq_s} - u_{eq_m}) - \frac{1}{c_s} (a_s \sin(x_{1_s}) + b_s \hat{x}_{2_s} - u_{eq_s}) \\ &- \frac{1}{c_s} (k_p e_1 + k_v \hat{e}_2 + k_{sb} \text{sign}(e_1)),\end{aligned}$$

donde $e_1 = kx_{1_m} - x_{1_s}$, $\hat{e}_2 = k\hat{x}_{2_m} - \hat{x}_{2_s}$, y k_t es el factor que determina el efecto de las fuerzas en el ambiente del sistema esclavo sobre el operador, mientras que las ganancias del controlador son $k_p = 100$, $k_v = 25$ y $k_{bs} = 5$.

Los resultados experimentales se muestran en las Figuras 6 a 9. En este conjunto de gráficas el valor del interruptor táctil, el cual define la operación de la Estructura A o la Estructura B, se muestra como una línea punteada de color azul. El experimento tiene una duración total de 90 segundos; la Estructura A se activa en los periodos de tiempo $0 \leq t < 10.6$, $31.4 \leq t < 40.74$ y $t > 83.21$, en el resto del tiempo se encuentra activa la Estructura B.

En la gráfica superior de la Figura 6 se muestra la posición del sistema maestro, línea de color negro, y la posición del sistema esclavo, línea de color rojo, ambas posiciones están en radianes, mientras que la gráfica inferior corresponde al error entre dichas posiciones. Como se puede observar en esta Figura, el desempeño del sistema de teleoperación es adecuado en el intervalo de tiempo $0 \leq t < 62.93$ segundos, durante este intervalo de tiempo no se aplican perturbaciones externas al sistema, por lo que los observadores de estado estiman adecuadamente los términos de perturbación provocados por incertidumbres paramétricas y dinámicas no modeladas, ver Figuras 7 y 8.

En la Figura 7 se muestra el desempeño del observador de estado del sistema maestro. En la gráfica superior se muestra la posición del sistema maestro, línea de color negro, y la posición estimada por el observador, línea de color rojo. En la gráfica de en medio se muestra el error en la estimación de la posición del sistema maestro. En la gráfica inferior, se muestra el término discontinuo que se genera en el observador de estado en función de la diferencia del modelo propuesto y el modelo real del mecanismo maestro, línea de color negro, y el promedio de esa señal discontinua que se obtiene con el filtro paso bajo, que representa una estimación del término de perturbación, debido a incertidumbres paramétricas y dinámicas no modeladas en el sistema maestro, línea de color rojo.

En la Figura 8 se muestra el desempeño del observador de estado del sistema esclavo. En la gráfica superior se muestra la posición del sistema esclavo, línea de color negro, y la posición estimada por el observador, línea de color rojo. En la gráfica de en medio se muestra el error en la estimación de la posición del sistema esclavo. En la gráfica inferior, se muestra el término discontinuo que se genera en el observador de estado en función de la diferencia del modelo propuesto y el modelo real del mecanismo esclavo, línea de color negro, y el promedio de esa señal discontinua que se obtiene con el filtro paso bajo que representa una estimación del término de perturbación, debido a incertidumbres paramétricas y dinámicas no modeladas en el sistema esclavo, línea de color rojo.

Con la finalidad de evidenciar la telepresencia, se colocaron obstrucciones al mecanismo esclavo que limitan su movimiento angular. En el intervalo de tiempo delimitado por las líneas verticales de color verde se retroalimenta la estimación de la perturbación en el mecanismo con una constantes k_t suficientemente alta tal que se pueda observar su efecto en el seguimiento en el sistema maestro, en el periodo de tiempo delimitado por las líneas verticales de color rosa el valor de la constante de k_t es mayor tal que es más evidente el efecto en el sistema maestro la

obstrucción del sistema esclavo. Estas perturbaciones externas son de una magnitud tan grande que detienen el movimiento del mecanismo esclavo, es por eso que afectan al desempeño de los observadores de estado.

Finalmente, en la Figura 9, se muestran las señales de control tanto para el sistema maestro como para el sistema esclavo, aquí se puede observar que las señales de control contienen menos componentes de alta frecuencia cuando la Estructura A está activa, mientras que cuando está activa la Estructura B la señal de control del sistema esclavo contiene componentes de alta frecuencia con mayor amplitud.

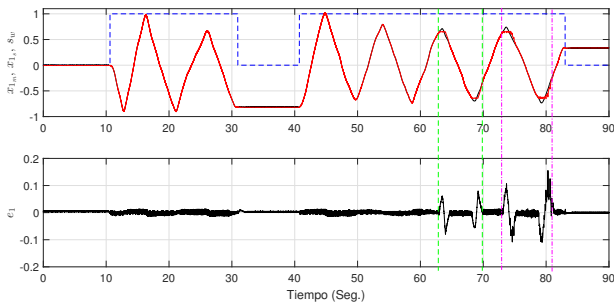


Figura 6: Resultados experimentales de la teleoperación de dos péndulos simples.

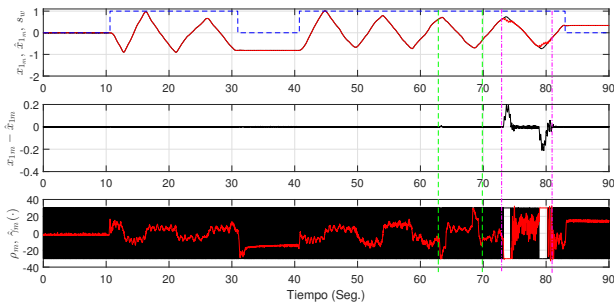


Figura 7: Desempeño del observador de estado en el mecanismo maestro.

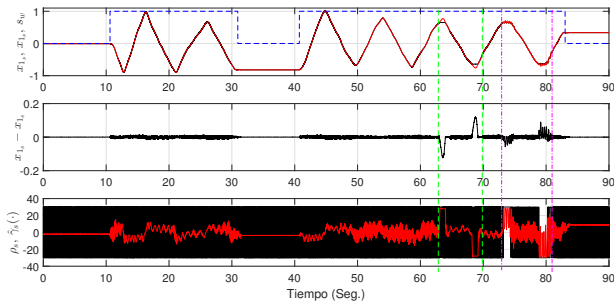


Figura 8: Desempeño del observador de estado en el mecanismo esclavo.

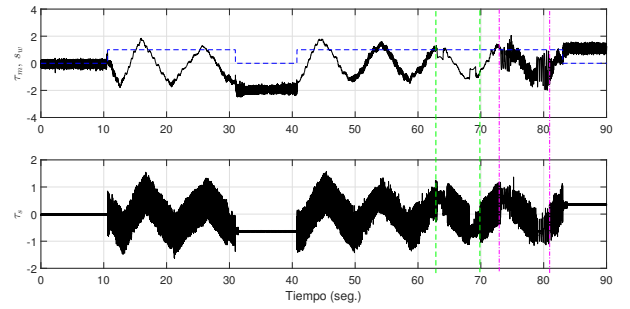


Figura 9: Señales de control del sistema maestro y del sistema esclavo.

9.2. Teleoperación de dos mecanismos de dos grados de libertad

En un segundo experimento el mecanismo maestro está formado por las dos primeras articulaciones de un robot tipo SCARA modelo RSX-3CH, fabricado por la empresa SONY y que se muestra en la Figura 10 (izquierda), estas articulaciones forman un doble péndulo horizontal. Por otra parte, el mecanismo esclavo está formado por las articulaciones 2 y 3 de un robot manipulador modelo RVM-1, fabricado por la empresa Mitsubishi, los cuales forman un doble péndulo vertical, este robot se muestra en la Figura 10 (derecha).

El modelo de cada uno de estos sistemas está dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1m} &= x_{2m}, \\ \dot{x}_{2m} &= M_m^{-1}(x_{1m})[-C_m(x_{1m}, x_{2m})x_{2m} - D_m x_{2m} - \gamma_m(\cdot) \\ &\quad + F_h(t) + \tau_m], \\ y_m &= x_{1m}, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1s} &= x_{2s}, \\ \dot{x}_{2s} &= M_s^{-1}(x_{1s})[-C_s(x_{1s}, x_{2s})x_{2s} - G_s(x_{1s}) - D_s x_{2s} - \gamma_s(\cdot) \\ &\quad + F_e(t) + \tau_s], \\ y_s &= x_{1s}. \end{aligned} \quad (38)$$

Donde $x_{1m} = [x_{11m} \ x_{12m}]^T$ es el vector de posiciones angulares del mecanismo maestro y $x_{2m} = [x_{21m} \ x_{22m}]^T$ es el vector de velocidades, de manera similar para el mecanismo esclavo $x_{1s} \in \mathcal{R}^2$ y $x_{2s} \in \mathcal{R}^2$. Las matrices y vectores de los modelos se definen de la siguiente forma. Para el sistema maestro

$$\begin{aligned} M_m(x_{1m}) &= \begin{bmatrix} M_{11m} & M_{12m} \\ M_{21m} & M_{22m} \end{bmatrix}, \text{ donde} \\ M_{11m} &= m_{1m} l_{c1m}^2 + m_{2m} l_{1m}^2 + m_{2m} l_{c2m}^2 + 2m_{2m} l_{1m} l_{c2m} \cos(x_{12m}) \\ &\quad + I_{1m} + I_{2m}, \\ M_{12m} &= m_{2m} l_{c2m}^2 + m_{2m} l_{1m} l_{c2m} \cos(x_{12m}) + I_{2m}, \\ M_{21m} &= m_{2m} l_{c2m}^2 + m_{2m} l_{1m} l_{c2m} \cos(x_{12m}) + I_{2m}, \\ M_{22m} &= m_{2m} l_{c2m}^2 + I_{2m}. \end{aligned}$$

$$C_m(x_{1_m}, x_{2_m}) = \begin{bmatrix} C_{11_m} & C_{12_m} \\ C_{21_m} & C_{22_m} \end{bmatrix}, \text{ donde}$$

$$C_{11_m} = -2m_{2_m}l_{1_m}l_{c2_m}\sin(x_{12_m})x_{22_m},$$

$$C_{12_m} = -m_{2_m}l_{1_m}l_{c2_m}\sin(x_{12_m})(x_{21_m} + x_{22_m}),$$

$$C_{21_m} = m_{2_m}l_{1_m}l_{c2_m}\sin(x_{12_m})x_{21_m},$$

$$C_{22_m} = 0.$$

$$D_m = \begin{bmatrix} \delta_{1_m} & 0 \\ 0 & \delta_{2_m} \end{bmatrix}, \quad \gamma_m(\cdot) = [\gamma_{1_m}(\cdot) \quad \gamma_{2_m}(\cdot)]^T,$$

$$\tau_m = [\tau_{1_m} \quad \tau_{2_m}]^T, \quad F_h(t) = [F_{1_h}(t) \quad F_{2_h}(t)]^T.$$

Para el sistema esclavo

$$M_s(x_{1_s}) = \begin{bmatrix} M_{11_s} & M_{12_s} \\ M_{21_s} & M_{22_s} \end{bmatrix}, \text{ donde}$$

$$M_{11_s} = m_{1_s}l_{c1_s}^2 + m_{2_s}l_{1_s}^2 + m_{2_s}l_{c2_s}^2 + 2m_{2_s}l_{1_s}l_{c2_s}\cos(x_{12_s}) + I_{1_s} + I_{2_s},$$

$$M_{12_s} = m_{2_s}l_{c2_s}^2 + m_{2_s}l_{1_s}l_{c2_s}\cos(x_{12_s}) + I_{2_s},$$

$$M_{21_s} = m_{2_s}l_{c2_s}^2 + m_{2_s}l_{1_s}l_{c2_s}\cos(x_{12_s}) + I_{2_s},$$

$$M_{22_s} = m_{2_s}l_{c2_s}^2 + I_{2_s}.$$

$$C_s(x_{1_s}, x_{2_s}) = \begin{bmatrix} C_{11_s} & C_{12_s} \\ C_{21_s} & C_{22_s} \end{bmatrix}, \text{ donde}$$

$$C_{11_s} = -2m_{2_s}l_{1_s}l_{c2_s}\sin(x_{12_s})x_{22_s},$$

$$C_{12_s} = -m_{2_s}l_{1_s}l_{c2_s}\sin(x_{12_s})(x_{21_s} + x_{22_s}),$$

$$C_{21_s} = m_{2_s}l_{1_s}l_{c2_s}\sin(x_{12_s})x_{21_s},$$

$$C_{22_s} = 0.$$

$$G(x_{1_s}) = \begin{bmatrix} g_{1_s} \\ g_{2_s} \end{bmatrix}, \text{ donde}$$

$$g_{1_s} = [m_{1_s}l_{c1_s} + m_{2_s}l_{1_s}]g_s\sin(x_{11_s}) + m_{2_s}g_sl_{c2_s}\sin(x_{11_s} + x_{12_s}),$$

$$g_{2_s} = m_{2_s}g_sl_{c2_s}\sin(x_{11_s} + x_{12_s}).$$

$$D_s = \begin{bmatrix} \delta_{1_s} & 0 \\ 0 & \delta_{2_s} \end{bmatrix}, \quad \gamma_s(\cdot) = [\gamma_{1_s}(\cdot) \quad \gamma_{2_s}(\cdot)]^T,$$

$$\tau_s = [\tau_{1_s} \quad \tau_{2_s}]^T, \quad F_e(t) = [F_{1_e}(t) \quad F_{2_e}(t)]^T.$$

Los parámetros nominales de ambos sistemas son los siguientes. Para el sistema maestro $m_{1_m} = 11\text{kg}$, $m_{2_m} = 5.5\text{kg}$, $l_{1_m} = 0.33\text{m}$, $l_{2_m} = 0.25\text{m}$, $l_{c1_m} = 0.15\text{m}$, $l_{c2_m} = 0.15\text{m}$, $I_{1_m} = 0.5\text{kgm}^2$ y $I_{2_m} = 0.8\text{kgm}^2$, mientras los del sistema esclavo son $m_{1_s} = 0.9\text{kg}$, $m_{2_s} = 1\text{kg}$, $l_{1_s} = 0.26\text{m}$, $l_{2_s} = 0.335\text{m}$, $l_{c1_s} = 0.15\text{m}$, $l_{c2_s} = 0.15\text{m}$, $I_{1_s} = 0.5\text{kgm}^2$ y $I_{2_s} = 0.8\text{kgm}^2$. Es importante mencionar que en este sistema solo se tiene medición de las posiciones angulares.



Figura 10: Izquierda: Mecanismo maestro, compuesto de los dos primeros eslabones del robot tipo SCARA. Derecha: Mecanismo esclavo, formado por los eslabones 2 y 3 del robot manipulador RV-M1.

Considerando los modelos de los mecanismos (37) y (38), los observadores tienen la siguiente forma. Para el sistema maestro el observador es

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{1_m} \\ \hat{x}_{2_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{2_m} + C_{1_m}(y_m - \hat{y}_m), \\ M_m^{-1}(x_{1_m})[-C_m(x_{1_m}, \hat{x}_{2_m})\hat{x}_{2_m} - F_{f_m}(\hat{x}_{2_m}) + \tau_m(t)] + \\ C_{2_m}(y_m - \hat{y}_m) + C_{3_m}\text{sign}(y_m - \hat{y}_m), \end{bmatrix},$$

$$\hat{y}_m = \hat{x}_{1_m},$$

mientras que para el sistema esclavo el observador es

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{1_s} \\ \hat{x}_{2_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{2_s} + C_{1_s}(y_s - \hat{y}_s), \\ M_s^{-1}(x_{1_s})[-C_s(x_{1_s}, \hat{x}_{2_s})\hat{x}_{2_s} - G_s(x_{1_s}) - F_{f_s}(\hat{x}_{2_s}) + \\ \tau_s(t)] + C_{2_s}(y_s - \hat{y}_s) + C_{3_s}\text{sign}(y_s - \hat{y}_s), \end{bmatrix},$$

$$\hat{y}_s = \hat{x}_{1_s}.$$

Los parámetros del observador de estado son los siguientes, $c_{11_m} = 50$, $c_{12_m} = 50$, $c_{21_m} = 10$, $c_{22_m} = 12$, $c_{31_m} = 20$, $c_{32_m} = 26$ para el observador del sistema maestro y $c_{11_s} = 70$, $c_{12_s} = 60$, $c_{21_s} = 10$, $c_{22_s} = 10$, $c_{31_s} = 18$ y $c_{32_s} = 15$ para el observador del sistema esclavo. Los controladores de la Estructura A toman la forma

$$\begin{aligned} \tau_m &= \hat{y}_m(\cdot) + C_m(x_{1_m}, \hat{x}_{2_m})\hat{x}_{2_m} + D_m\hat{x}_{2_m} \\ &\quad + M_m(x_{1_m})(-\alpha_{1_m}e_{1_m} - \alpha_{2_m}\hat{x}_{2_m} - K_{ma}\text{sign}(e_{1_m})), \\ \tau_s &= G_s(x_{1_s}) + \hat{y}_s(\cdot) - \hat{F}_e(t) + C_s(x_{1_s}, \hat{x}_{2_s})\hat{e}_{2_s} + D_s\hat{x}_{2_s} \\ &\quad + M_s(x_{1_s})(-\alpha_{1_s}e_{1_s} - \alpha_{2_s}\hat{x}_{2_s} - K_{sa}\text{sign}(e_{1_s})), \end{aligned}$$

donde $\alpha_{11_m} = 600$, $\alpha_{12_m} = 300$, $\alpha_{21_m} = 600$, $\alpha_{22_m} = 300$, $k_{ma1} = 5$ y $k_{ma2} = 5$. Para el mecanismo esclavo $\alpha_{11_s} = 600$, $\alpha_{12_s} = 300$, $\alpha_{21_s} = 600$, $\alpha_{22_s} = 300$, $k_{sa1} = 5$, $k_{sa2} = 5$. Por otro lado, los controladores de la Estructura B son los siguientes

$$\tau_m = K_i(\hat{y}_s(\cdot) - \hat{F}_e(t)), \quad (39)$$

$$\tau_s = G_s(x_{1_s}) + \hat{y}_s(\cdot) - \hat{F}_e(t) + KM_s(x_{1_s})M_m^{-1}(x_{1_s})[u_a] - u_b, \quad (40)$$

donde

$$\begin{aligned} u_a &= -C_m(x_{1_m}, \hat{x}_{2_m})\hat{x}_{2_m} - F_{f_m}(\hat{x}_{2_m}) - \hat{y}_m(\cdot) + K_i(\hat{y}_s(\cdot) \\ &\quad - \hat{F}_e(t)) + \hat{F}_h(t), \\ u_b &= -C_s(x_{1_s}, \hat{x}_{2_s})\hat{x}_{2_s} - F_{f_s}(\hat{x}_{2_s}) \\ &\quad + M_s(x_{1_s})[K_p e_1 + K_v \hat{e}_2 + K_{sb}\text{sign}(e_1)], \end{aligned}$$

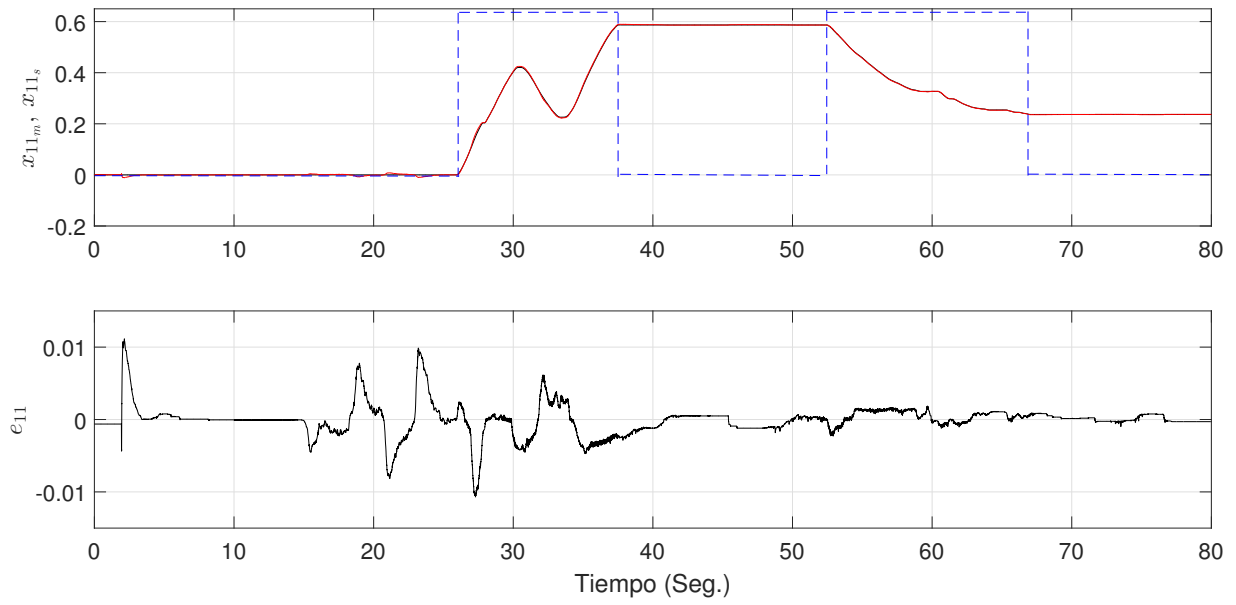


Figura 11: Resultados experimentales de la teleoperación de dos mecanismos de 2GDL; primera articulación.

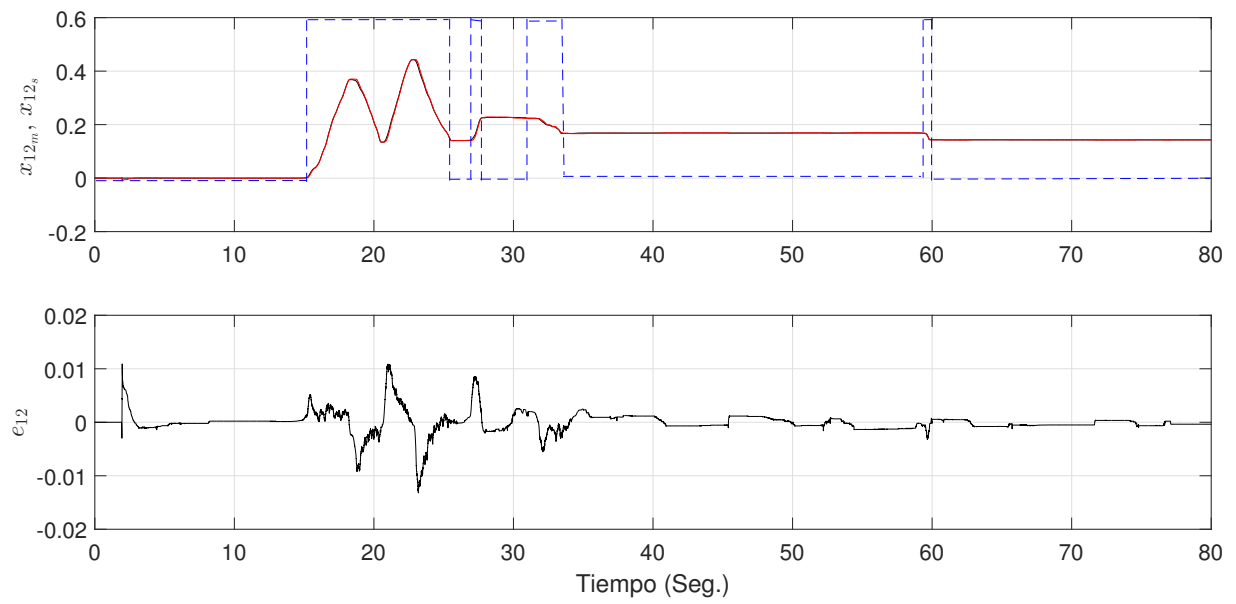


Figura 12: Resultados experimentales de la teleoperación de dos mecanismos de 2GDL; segunda articulación.

donde $e_1 = x_{1s} - x_{1m}$ y $\hat{e}_2 = \hat{x}_{2s} - \hat{x}_{2m}$. Los parámetros de estos controladores son $k_{p1} = k_{p2} = 700$, $k_{v1} = k_{v2} = 100$, y $k_{b1} = k_{b2} = 2$. La matriz que define la sensibilidad tiene valores $k_{t1} = k_{t2} = 0.3$, para controlar la sensibilidad de las fuerzas retroalimentadas y una matriz que define el factor de escalamiento entre el mecanismo esclavo y maestro $K = I$, tal que la relación de movimiento sea directa. En cuanto a la frecuencia de corte de los filtros paso bajo se eligió como $\omega_c = 20$ rad/seg.

Se realizó un experimento con una duración de 80 segundos, en donde se alternaron las estructuras A y B en diferentes instantes de tiempo. En las Figuras 11 y 12 se muestran los resultados de dicho experimento. En ambas figuras la gráfica superior corresponde a la posición del sistema maestro, línea de color negro, y la posición del sistema esclavo, línea en color rojo, ambas posiciones están en radianes, mientras que la gráfica inferior corresponde al error entre dichas posiciones. En este experimento se aplicaron varios cambios entre la Estructura A y la Estructura B, y como se observa, el error entre las posiciones del sistema esclavo y el sistema maestro se mantiene en un valor pequeño, no obstante de no conocer con exactitud los parámetros reales de los mecanismos y las magnitudes de las perturbaciones, por lo que podemos concluir que la técnica de teleoperación que se propone es robusta.

10. Conclusiones

Se ha propuesto una estrategia de control que resuelve el problema de teleoperación bilateral en sistemas mecánicos de n GDL con incertidumbres paramétricas, medición parcial del vector de estado y sin el uso de sensores de fuerza para crear el efecto de telepresencia. Los controladores se basan en la estructura de control con compensación activa de perturbaciones; por lo que la calidad de su desempeño depende fuertemente del desempeño de los observadores de estado que se encargan de estimar los vectores de velocidad y los términos de perturbación en ambos mecanismos que forman el sistema de teleoperación.

A pesar de que en este trabajo no se consideran los retardos ocasionados por un medio de comunicación, pensando en aquellas aplicaciones en donde estos retardos en la comunicación entre maestro y esclavo no son significativos; es posible que el sistema pueda mantener la estabilidad ya que la estructura de control con compensación activa de perturbaciones ha tenido buenos resultados en sistemas neumáticos en donde existen retardos (Rosas et al. (2019)).

Referencias

Almeida, D. I. R., Álvarez, J., Peña, J., 2011. Control structure with disturbance identification for lagrangian systems. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 46, 486–495.
DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2010.08.005

- Almeida, D. I. R., Cárdenas, J. A. C., Díaz, J. d. D. O., Valdez, H. M., 2019. Control robusto de un actuador neumático basado en la estructura de control con compensación activa de perturbaciones para seguimiento de trayectorias. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 16, 138–146.
DOI: 10.4995/riai.2018.9073
- Chan, L., Naghdy, F., Stirling, D., 2014. Application of adaptive controllers in teleoperation systems: A survey. *IEEE Transactions on Human-Machine Systems* 44, 337–352.
DOI: 10.1109/THMS.2014.2303983
- De Lima, M. V., Mozelli, L. A., Neto, A. A., Souza, F. O., 2020. A simple algebraic criterion for stability of bilateral teleoperation systems under time-varying delays. *Mechanical Systems and Signal Processing* 137, 106217.
DOI: 10.1016/j.ymsp.2019.06.035
- Erickson, D., Weber, M., Sharf, I., 2003. Contact stiffness and damping estimation for robotic systems. *The International Journal of Robotics Research* 22, 41–57.
DOI: 10.1177/0278364903022001004
- Fink, N., 2019. Model reference adaptive control for telemanipulation. *Hungarian Journal of Industry and Chemistry* 47, 41–48.
DOI: 10.33927/hjic-2019-07
- Li, Y., Liu, K., He, W., Yin, Y., Johansson, R., Zhang, K., 2019. Bilateral teleoperation of multiple robots under scheduling communication. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*.
DOI: 10.1109/TCST.2019.2923788
- Mohammadi, A., Tavakoli, M., Marquez, H. J., 2012. Control of nonlinear teleoperation systems subject to disturbances and variable time delays. In: Editor (Ed.), 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Vol. II. IEEE, Ch. 7, pp. 3017–3022.
- Passenberg, C., Peer, A., Buss, M., 2010. A survey of environment-, operator-, and task-adapted controllers for teleoperation systems. *Mechatronics* 20, 787–801.
DOI: 10.1016/j.mechatronics.2010.04.005
- Rasouli, P., Forouzantabar, A., Moattari, M., Azadi, M., 2020. Fault-tolerant control of teleoperation systems with flexible-link slave robot and disturbance compensation. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering*, 1–13.
DOI: 10.1007/s40998-020-00309-5
- Rodriguez-Angeles, A., Nijmeijer, H., 2004. Mutual synchronization of robots via estimated state feedback: a cooperative approach. *IEEE Transactions on control systems technology* 12, 542–554.
DOI: 10.1109/TCST.2004.825065
- Rosas, D. I., Álvarez, J., Cantú Cárdenas, J. A., 2019. Application of the active disturbance rejection control structure to improve the controller performance of uncertain pneumatic actuators. *Asian Journal of Control* 21, 99–113.
DOI: 10.1002/asjc.2026
- Rosas, D. I., Álvarez, J., Fridman, L., 2007. Robust observation and identification of ndof lagrangian systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal* 17, 842–861.
DOI: 10.1002/rnc.1156
- Sánchez-Sánchez, P., Gutiérrez-Giles, A., Pliego-Jiménez, J., Arteaga-Pérez, M., 2019. Seguimiento de trayectorias con incertidumbre del modelo usando un diferenciador robusto. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática*. 16, 423–434.
DOI: 10.4995/riai.2019.10265
- Utkin, V., 1977. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic control* 22, 212–222.
DOI: 10.1109/TAC.1977.1101446
- Yang, H., Liu, L., Wang, Y., 2019. Observer-based sliding mode control for bilateral teleoperation with time-varying delays. *Control Engineering Practice* 91, 104097.
DOI: 10.1016/j.conengprac.2019.07.015