

APLICACIÓN DE REDES NEURONALES ARTIFICIALES  
EN EL PROCESADO VERSÁTIL DE SEÑALES  
ELECTROCARDIOGRÁFICAS



UNIVERSIDAD  
POLITECNICA  
DE VALENCIA

DEPARTAMENTO INGENIERÍA ELECTRÓNICA

AUTOR: JORGE MATEO SOTOS  
TUTOR: JOSÉ JOAQUÍN RIETA IBÁÑEZ

JULIO 2012



# Agradecimientos

Me gustaría que estas líneas sirvieran para expresar mi más profundo y sincero agradecimiento a todas aquellas personas que con su ayuda han colaborado en la realización de la presente tesis doctoral, en especial al Dr. D. José Joaquín Rieta director de esta investigación, por la orientación, el seguimiento y la supervisión continúa de la misma, pero sobre todo por la motivación y el apoyo recibido a lo largo de estos años.

También quiero agradecer a César Sánchez la gran oportunidad que me ha dado y la confianza que ha depositado en mí durante estos años, la financiación recibida durante este tiempo, que me ha permitido avanzar en el desarrollo de la Tesis. Agradezco también el haberme dado la posibilidad de formar parte del Grupo de Innovación en Bioingeniería (GIBI) de la Universidad de Castilla-LaMancha. Quisiera hacer extensiva mi gratitud a los compañeros de este grupo por su amistad y colaboración

Especialmente, a mis padres y hermanos por el ánimo continuo que me han mostrado en todo momento.

Ana, gracias por tu infinita paciencia, por tu comprensión, ayuda e inagotable apoyo. Gracias por compartir mis logros, y mi vida.

De verdad, a todos gracias.



# Resumen

Es bien conocida la importancia de la señal electrocardiográfica para el diagnóstico de multitud de enfermedades cardiacas, tanto mediante inspección visual como mediante técnicas actuales de inspección automática. Como en cualquier otra señal, la cantidad de información extraída y la calidad de la misma dependerán de propiedades tales como relación señal-ruido, resolución del conversor analógico-digital, frecuencia de muestreo, etc. Por esta razón, es de gran importancia que la señal ofrezca una 'calidad' adecuada, máxime cuando el diagnóstico de ciertas enfermedades cardiovasculares graves depende de ello. La reducción del ruido en el electrocardiograma (ECG) ha sido uno de los temas más abordados en la bibliografía sobre procesado de señal de ECG. Han sido y son muy diversas las maneras de afrontar el problema y no existe un único método de aplicación universal a todas las fuentes de ruido y todos los casos. En esta tesis doctoral se han estudiado las principales fuentes de ruido que aparecen en el registro del ECG. Algunas de éstas pueden minimizarse en la fase de adquisición de la señal prestando un especial cuidado a ciertas normas o reglas. Sin embargo, otras, como el ruido muscular, o la deriva de la línea base y artefactos, no pueden eliminarse o reducirse al máximo en la fase de adquisición y se hacen necesarias técnicas de procesado de señal a posteriori para su reducción a un nivel aceptable. Una de las primeras opciones es el filtrado de la señal, mediante filtros lineales o no lineales que maximicen la relación señal a ruido como, por ejemplo, el filtro de Wiener. Cuando el espectro de la señal de interés y el ruido se solapan, las técnicas de filtrado dejan de ser eficaces. En ese caso, otra de las técnicas comunes que se aplican es el promediado de señal. Su utilización resulta eficaz siempre y cuando la señal y el ruido a reducir cumplan ciertas condiciones. El filtrado adaptativo ha sido otra de las técnicas que han obtenido resultados aceptables en la reducción del ruido en el ECG, ya que es capaz de adaptarse a los cambios producidos en la señal ECG. Sin embargo y debido a ello, este tipo de filtrado puede producir modificaciones en la información clínica contenida en el ECG. Por otra parte, las técnicas basadas en transformada Wavelet han conseguido una mejora frente al filtrado tradicional pero no reducen completamente la interferencia y la umbralización que se usa en algunas sub-bandas con la intención de eliminar ruido puede afectar a la información clínica de la señal.

En cuanto a patologías cardíacas que podrían contener los ECG bajo análisis existe una en concreto, la fibrilación auricular (FA), que destaca por ser una de las arritmias más comunes y que más ingresos por urgencias en hospitales produce en la actualidad. Hoy en día, el tratamiento y análisis de la FA no es completamente satisfactorio lo que, asociado a los altos niveles de mortandad, reducción de la calidad de vida y elevados costes sanitarios, ha propiciado un gran incremento de la investigación en torno a este tema en los últimos años. Un estudio no invasivo y eficiente de este tipo de arritmias requiere la observación aislada de la actividad auricular, usualmente de menor amplitud y solapada con la actividad ventricular, lo que imposibilita el uso de técnicas de filtrado lineales para separar ambas actividades. En este sentido, las técnicas para la extracción de actividad auricular (AA) más

novedosas como separación ciega de fuentes y cancelación espacio-temporal, presentan un mejor rendimiento que las técnicas clásicas, basadas en la sustracción del complejo medio y que el filtrado adaptativo recurrente, aunque necesitan del uso de la información contenida en varias derivaciones, o bien, registros con una determinada duración para obtener los mejores resultados.

En esta tesis doctoral se abordan dos objetivos principales: por un lado, diseñar sistemas basados en Redes Neuronales Artificiales (RNAs), con sus diferentes tipos, para disminuir las interferencias y ruido en señales de ECG preservando la información clínica y, por otro lado, verificar las posibilidades que ofrecen las redes neuronales, en todas sus variantes, para la extracción de la actividad auricular desde un ECG con FA, como alternativa a las técnicas actuales de cancelación de complejos QRST. Los resultados obtenidos en esta tesis doctoral suponen una mejora en la calidad de la señal ECG, que puede posibilitar un avance en el análisis clínico posterior.

Para validar los resultados, se ha creado una base de datos de registros electrocardiográficos con diferentes tipos de señal; sintetizadas, pseudo-reales y reales. El hecho de contar con una señal de ruido y de AA sintetizada y conocida posibilita la medición de la calidad en la reducción y extracción en términos de correlación entre la señal original y la señal resultante. En todos los casos, la comparación con los resultados obtenidos mediante las técnicas clásicas de reducción de ruido y extracción de AA, ampliamente aceptada por la comunidad científica, servirá como referencia a los métodos propuestos.

# Abstract

The importance of the electrocardiogram for the diagnosis of many heart diseases, both by visual inspection and by current techniques for automatic inspection is well known. As with any other signal, the amount of information extracted and its quality will depend on properties such as signal to noise ratio, resolution analog-digital converter, sampling rate, etc. For this reason, it is of great importance that the signal provides an adequate 'quality', especially when the diagnosis of severe cardiovascular diseases depends on itself. Noise reduction in the electrocardiogram (ECG) has been one of the issues raised in the literature on ECG signal processing. There are very different ways of solve the problem and unfortunately a universally method applicable to all noise sources and all cases does not exist. In this thesis the main sources of noise that appear in the ECG recording have been studied. Some of these can be minimized in the acquisition phase of the signal to provide special care to certain standards or rules. However, others, such as muscle noise, or drift of the baseline and artefacts cannot be eliminated or minimized in the acquisition phase. In this case signal processing techniques for subsequent reduction to an acceptable level are necessary. One of the first options is the filtering of the signal, by linear or nonlinear filter to maximize the signal to noise ratio, for example, with the Wiener filter. When the spectrum of the interest signal and the noise are overlapping the filtering techniques become ineffective. In that case, other common techniques are applied to the signal averaging. Its use is effective as long as the signal and noise fulfil certain conditions. The adaptive filtering is another technique that has achieved acceptable results in the reduction of noise in the ECG, as it is able to adapt to changes in the ECG signal. However, due to this, this type of filtering may cause changes in the clinical information contained in the ECG. On the other hand, techniques based on wavelet transform have achieved an improvement over traditional filtering but not completely reduce interference. The thresholding used in some sub-bands with the intention of eliminating noise can affect the clinical information of the signal.

As for cardiac pathologies that might contain the ECG under analysis there is one in particular, atrial fibrillation (AF). AF is one of the most common arrhythmias and causes the highest number of admissions in the casualty department of hospitals. Frequently, AF is associated with a cardiac pathology but, in most cases, it appears in patients without any detectable disease. Nowadays, the treatment and analysis of AF is not completely satisfactory. And the high levels of morbidity and mortality and associated costs give rise to many scientific works and publications about this topic. An efficient non-invasive study of this type of arrhythmias requires the isolated observation of the registered atrial activity (AA) that usually has low amplitude levels and is overlapped to ventricular activity, which makes the use of lineal filtering techniques impossible. Nowadays, there are several techniques that can extract the AA with a good performance blind source separation (BSS), spatiotemporal cancellation (STC) but poor results are obtained when the number of used reference signals (leads) is less than three, or when the duration of these signals is reduced. On the other hand, classic techniques, such as template match subtraction (TMS) and recurrent adaptive filtering, have developed AA

extraction from only one lead, but these systems are very sensitive to the presence of ectopic complexes.

This thesis doctoral addresses two main objectives: firstly, to design systems based on Artificial Neural Networks with its different types in order to reduce interference and noise in ECG signals preserving the clinical information. The second objective consists in checking the potential of neural networks, in all its forms, for the extraction of atrial activity from the ECG with atrial fibrillation, as an alternative to current techniques for cancellation of QRST complex. The results obtained in this thesis are an improvement in the quality of the ECG signal, which can enable a breakthrough in the subsequent clinical analysis.

A database of artificial signals with several types of signals, synthesized, pseudo real and real AF episodes, has been created to validate the obtained results. The fact that noise signal and atrial activity are known and simulated in the first two types, makes the quality extraction and reduction measure possible, using correlation indexes between the reduction and extracted signal with the original one. The different behaviours of these artificial recordings show the advantages and the limitations of each method in each situation. Finally, all the algorithms have been tested over real signals diagnosed by cardiologists. In all cases, the comparison with results obtained using classical techniques of noise reduction and AA extraction, with the most accepted techniques by the international scientific community, will be a reference for proposed methods.



# Resum

És ben coneguda la importància del senyal electrocardiogràfic per al diagnòstic de multitud de malalties cardíaques, tant mitjançant inspecció visual com a través de tècniques actuals d'inspecció automàtica. Com en qualsevol altre senyal, la quantitat d'informació extreta i la qualitat d'aquesta dependran de propietats com la relació senyal-soroll, resolució del convertidor analògic-digital, freqüència de mostreig, etc. Per aquesta raó, és de gran importància que el senyal oferisca una 'qualitat' adequada, més encara quan el diagnòstic d'algunes malalties cardiovasculars greus depenen d'això. La reducció del soroll en l'electrocardiograma (ECG) ha estat un dels temes més abordats en la bibliografia sobre processament de senyal d'ECG. Han sigut i són molt diverses les maneres d'afrontar el problema i no existeix un únic mètode d'aplicació universal a totes les fonts de soroll i tots els casos. En aquesta tesi doctoral s'han estudiat les principals fonts de soroll que apareixen en el registre de l'ECG. Algunes d'aquestes poden minimitzar-se en la fase d'adquisició del senyal prestant una atenció especial a certes normes o regles. Tanmateix, altres, com el soroll muscular, o la deriva de la línia base i artefactes, no poden eliminar-se o reduir-se al màxim en la fase d'adquisició i es fan necessàries tècniques de processament de senyal a posteriori per a la seua reducció a un nivell acceptable. Una de les primeres opcions és el filtratge del senyal, mitjançant filtres lineals o no lineals que maximitzen la relació senyal a soroll com, per exemple, el filtre de Wiener. Quan l'espectre del senyal d'interès i el soroll se solapen, les tècniques de filtratge deixen de ser eficaços. En aquest cas, una altra de les tècniques comunes que s'apliquen és la mitjana de senyal. La seua utilització resulta eficaç sempre que el senyal i el soroll que s'ha de reduir complisquen certes condicions. El filtratge adaptatiu ha estat una altra de les tècniques que han obtingut resultats acceptables en la reducció del soroll en l'ECG, ja que és capaç d'adaptar-se als canvis produïts en el senyal ECG. Tanmateix, i a causa d'açò, aquest tipus de filtratge pot produir modificacions en la informació clínica continguda en l'ECG. D'altra banda, les tècniques basades en transformada Wavelet han aconseguit una millora davant del filtratge tradicional però no redueixen completament la interferència i la llindarització que s'usa en algunes sub-bandes amb la intenció d'eliminar soroll pot afectar la informació clínica del senyal.

Quant a patologies cardíaques que podrien contenir els ECG sota anàlisi existeix una en concret, la fibril·lació auricular (FA), que destaca per ser una de les arítmies més comunes i que més ingressos per urgències en hospitals produeix en l'actualitat. Hui en dia, el tractament i anàlisi de la FA no és completament satisfactori, cosa que, associat als alts nivells de mortaldat, reducció de la qualitat de vida i elevats costos sanitaris, ha propiciat un gran increment de la investigació al voltant d'aquest tema en els últims anys. Un estudi no invasiu i eficient d'aquest tipus d'arítmies requereix l'observació aïllada de l'activitat auricular, usualment de menor amplitud i solapada amb l'activitat ventricular, cosa que impossibilita l'ús de tècniques de filtratge lineals per a separar ambdues activitats. En aquest sentit, les tècniques per a l'extracció d'activitat auricular (AA) més noves com la separació cega de fonts i cancel·lació espai-temporal, presenten un millor rendiment que les tècniques clàssiques, basades en la

subtracció del complex mitjà i que el filtratge adaptatiu recurrent, encara que necessiten de l'ús de la informació continguda en diverses derivacions, o bé, registres amb una determinada durada per a obtenir els millors resultats.

En aquesta tesi doctoral s'aborden dos objectius principals: d'una banda, dissenyar sistemes basats en Xarxes Neuronals Artificials (XNA), amb els seus diferents tipus, per a disminuir les interferències i soroll en senyals d'ECG preservant la informació clínica i, d'altra banda, verificar les possibilitats que ofereixen les xarxes neuronals, en totes les seues variants, per a l'extracció de l'activitat auricular des d'un ECG amb FA, com a alternativa a les tècniques actuals de cancel·lació de complexos QRST. Els resultats obtinguts en aquesta tesi doctoral suposen una millora en la qualitat del senyal ECG, que pot possibilitar un avanç en l'anàlisi clínica posterior.

Per a validar els resultats, s'ha creat una base de dades de registres electrocardiogràfics amb diferents tipus de senyal; sintetitzats, pseudo-reals i reals. El fet de comptar amb un senyal de soroll i de AA sintetitzat i conegut possibilita la mesura de la qualitat en la reducció i extracció en termes de correlació entre el senyal original i el senyal resultant. En tots els casos, la comparació amb els resultats obtinguts mitjançant les tècniques clàssiques de reducció de soroll i extracció de AA, àmpliament acceptada per la comunitat científica, servirà com a referència als mètodes proposats.

# Índice General

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	2
1.2. Objetivos Generales . . . . .	3
1.3. Organización del Documento. . . . .	4
<b>2. El corazón. Funcionamiento y patologías</b>	<b>7</b>
2.1. Anatomía del corazón . . . . .	8
2.2. El latido cardíaco . . . . .	8
2.3. Sistema de conducción . . . . .	9
2.4. El Electrocardiograma (ECG) . . . . .	12
2.4.1. Derivaciones de extremidades . . . . .	16
2.4.2. Derivaciones de extremidades aumentadas . . . . .	16
2.4.3. Derivaciones precordiales . . . . .	16
2.5. Arritmias cardíacas . . . . .	17
2.5.1. Arritmias ventriculares . . . . .	18
2.5.2. Arritmias supraventriculares . . . . .	19
2.6. Fibrilación auricular . . . . .	19
2.6.1. Clasificación . . . . .	20
2.6.2. Epidemiología e impacto clínico . . . . .	22
2.6.3. Tratamiento . . . . .	23
<b>3. Estado del Arte</b>	<b>25</b>
3.1. Problemática del Ruido en Registros Biomédicos . . . . .	27
3.2. Técnicas para la Reducción de Ruido Muscular . . . . .	28
3.2.1. Métodos basados en técnicas clásicas de filtrado . . . . .	28
3.2.2. Métodos basados en el promedio de latidos . . . . .	29
3.2.3. Métodos basados en filtros adaptativos . . . . .	29
3.2.4. Métodos basados en la transformada Wavelet . . . . .	31
3.2.5. Métodos basados en análisis de componentes independientes . . . . .	33
3.2.6. Métodos basados en filtros Kalman . . . . .	34
3.2.7. Métodos basados en filtros Wiener . . . . .	35
3.3. Técnicas para la Reducción de las Variaciones de la deriva de la Línea Base . . . . .	36
3.3.1. Métodos basados en filtros clásicos . . . . .	37
3.3.2. Métodos basados en filtros adaptativos . . . . .	37
3.3.3. Métodos basados en aproximación mediante funciones . . . . .	38
3.3.4. Métodos basados en filtros variables en el tiempo . . . . .	39
3.3.5. Métodos basados en filtros wavelets . . . . .	40

3.4.	Técnicas para la Reducción de la Interferencia de Red . . . . .	40
3.4.1.	Métodos basados en filtros Notch . . . . .	41
3.4.2.	Métodos basados en filtros adaptativos . . . . .	42
3.4.3.	Otros Métodos . . . . .	43
3.5.	Técnicas de extracción de Actividad Auricular . . . . .	43
3.5.1.	Métodos basados en Template Matching and Subtraction . . . . .	44
3.5.2.	Métodos basados en la cancelación adaptativa de la actividad ventricular . . . . .	44
3.5.3.	Métodos basados en técnicas de cancelación espacio-temporales . . . . .	45
3.5.4.	Métodos basados en el procesado separado de QRS y la onda T . . . . .	45
3.5.5.	Métodos basados en técnicas de cancelación mediante Redes Neuronales . . . . .	46
3.5.6.	Métodos basados en Análisis de Componentes Independientes . . . . .	47
3.5.7.	Métodos basados en Análisis por Componentes Principales . . . . .	48
3.5.8.	Métodos basados en extracción mediante Wavelets . . . . .	48
<b>4.</b>	<b>Materiales</b> . . . . .	<b>51</b>
4.1.	Introducción . . . . .	52
4.2.	Base de datos electrocardiográfica de Physiobank . . . . .	52
4.3.	Señales de ECG sintetizadas . . . . .	54
4.3.1.	Ruido muscular y artefactos . . . . .	55
4.3.2.	Variaciones de línea Base . . . . .	55
4.3.3.	Interferencia de red . . . . .	56
4.3.4.	Fibrilación auricular mediante funciones sinusoidales . . . . .	56
4.3.5.	Fibrilación auricular a partir de segmentos de FA . . . . .	57
4.4.	Configuración final de la Base de Datos . . . . .	58
<b>5.</b>	<b>Redes Neuronales</b> . . . . .	<b>61</b>
5.1.	Redes Neuronales . . . . .	63
5.1.1.	Introducción . . . . .	63
5.2.	Historia de las redes neuronales . . . . .	64
5.3.	Generalidades . . . . .	65
5.3.1.	Definiciones de una red neuronal . . . . .	65
5.3.2.	Ventajas que ofrecen las redes neuronales . . . . .	66
5.4.	Elementos Básicos . . . . .	68
5.4.1.	Elementos básicos que componen una red neuronal. . . . .	68
5.4.2.	Función de entrada (input function) . . . . .	68
5.4.3.	Función de activación . . . . .	69
5.4.4.	Función de salida . . . . .	70
5.5.	Aprendizaje, Validación y Codificación . . . . .	71
5.5.1.	Niveles o capas de una red neuronal . . . . .	71
5.5.2.	Tipos de neuronas artificiales . . . . .	71
5.5.3.	Taxonomía de las redes Neuronales . . . . .	71
5.5.4.	Técnicas de decisión . . . . .	72
5.5.5.	Mecanismos de aprendizaje . . . . .	74
5.5.6.	Elección del conjunto inicial de pesos . . . . .	77
5.5.7.	Detención del proceso de aprendizaje . . . . .	77
5.5.8.	Codificación de los datos de entrada . . . . .	78
5.5.9.	Validación de la red neuronal . . . . .	79
5.5.10.	Cuestiones a resolver al trabajar con una red neuronal . . . . .	79
5.6.	Principales Topologías de las Redes Neuronales . . . . .	79

5.6.1.	Redes monocapa . . . . .	79
5.6.2.	Redes multicapa . . . . .	80
5.6.3.	Conexión entre neuronas . . . . .	80
5.6.4.	Redes de propagación hacia atrás (backpropagation). . . . .	80
5.6.5.	Estructura de la Red Hopfield . . . . .	80
5.6.6.	Asociaciones entre la información de entrada y salida . . . . .	82
5.7.	Aproximación Funcional Mediante Funciones . . . . .	83
5.7.1.	Redes FBR . . . . .	84
5.7.2.	Diseño de Redes de Funciones de Base Radial . . . . .	87
5.7.3.	Cálculo de parámetros de una FBRN mediante métodos numéricos . . . . .	88
5.7.4.	Algoritmos de Clustering . . . . .	91
5.7.5.	Algoritmos para la inicialización de radios de FBRs . . . . .	98
5.7.6.	Métodos evolutivos . . . . .	100
5.8.	Aplicaciones de las redes neuronales . . . . .	101
<b>6.</b>	<b>Métodos</b> . . . . .	<b>105</b>
6.1.	Introducción . . . . .	106
6.2.	Método para la reducción de ruido . . . . .	106
6.2.1.	Sistema Basado en Perturbación Simultánea . . . . .	107
6.2.2.	Sistema Basado en Widrow-Hoff Delta . . . . .	112
6.3.	Método para la reducción del complejo QRST . . . . .	117
6.4.	Método para reducción de latidos ectópicos . . . . .	122
6.5.	Rendimiento de los algoritmos . . . . .	124
6.6.	Análisis de rendimiento de los algoritmos . . . . .	126
6.6.1.	Red Neuronal para la reducción de ruido presente en ECG . . . . .	126
6.6.2.	Red Neuronal para la reducción del complejo QRST . . . . .	129
6.6.3.	Red Neuronal para la disminución del latido ectópico . . . . .	130
<b>7.</b>	<b>Resultados y discusión</b> . . . . .	<b>133</b>
7.1.	Presentación de resultados . . . . .	135
7.2.	Registros de señal ECG con ruido muscular . . . . .	136
7.2.1.	Registro RM-1 . . . . .	136
7.2.2.	Registro RM-2 . . . . .	136
7.2.3.	Registro RM-3 . . . . .	137
7.3.	Registros de señal ECG con deriva de la línea base . . . . .	139
7.3.1.	Registro RB-1 . . . . .	139
7.3.2.	Registro RB-2 . . . . .	140
7.3.3.	Registro RB-3 . . . . .	140
7.4.	Registros de señal ECG con ruido red . . . . .	143
7.4.1.	Registro RRed-1 . . . . .	143
7.4.2.	Registro RRed-2 . . . . .	143
7.4.3.	Registro RRed-3 . . . . .	144
7.5.	Registros de cancelación del QRST . . . . .	146
7.5.1.	Registro QRST1 . . . . .	146
7.5.2.	Registro QRST2 . . . . .	146
7.5.3.	Registro QRST3 . . . . .	148
7.5.4.	Registro QRST4 . . . . .	149
7.6.	Registros de reducción del latido ectópico . . . . .	150
7.6.1.	Registro LE1 . . . . .	150

7.6.2. Registro LE2 . . . . .	151
7.6.3. Registro LE3 . . . . .	151
7.7. Resumen de resultados . . . . .	153
7.8. Discusión . . . . .	163
<b>8. Conclusiones, aportaciones y líneas futuras</b>	<b>167</b>
8.1. Conclusiones . . . . .	168
8.2. Aportaciones . . . . .	169
8.3. Líneas futuras de investigación . . . . .	171
<b>9. Summary of the Doctoral Thesis</b>	<b>173</b>
9.1. Introduction . . . . .	174
9.2. Materials . . . . .	176
9.3. Method . . . . .	179
9.3.1. Application of ANN for versatile preprocessing of ECG . . . . .	179
9.3.2. RBF to Efficient QRST Cancellation . . . . .	181
9.3.3. Performance assessment . . . . .	187
9.4. Results . . . . .	190
9.4.1. Muscle noise . . . . .	191
9.4.2. Baseline noise . . . . .	193
9.4.3. Powerline interference . . . . .	196
9.4.4. Twelve Lead Recordings . . . . .	199
9.4.5. Single Lead Recordings . . . . .	200
9.5. Discussion . . . . .	201
9.6. Conclusion . . . . .	203
<b>Bibliografía</b>	<b>228</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>231</b>
<b>Lista de figuras</b>	<b>236</b>

# Capítulo 1

## Introducción

---

<b>1.1. Motivación . . . . .</b>	<b>2</b>
<b>1.2. Objetivos Generales . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>1.3. Organización del Documento. . . . .</b>	<b>4</b>

---

En este primer capítulo se establece el contexto en el que se desarrolla el presente trabajo, así como los motivos que dieron lugar al mismo. A continuación, tras la presentación de la hipótesis principal, se enumeran los objetivos perseguidos y se realiza un breve resumen del contenido de cada uno de los capítulos, que trata de dar una visión global del trabajo realizado.

## 1.1. Motivación

Esta tesis es fruto del interés por parte de su autor en el estudio de las técnicas de tratamiento automático de señales y la inquietud del departamento de Ingeniería Eléctrica, Automática y Comunicación de la Escuela Politécnica de Cuenca (Universidad de Castilla la Mancha) para avanzar en la investigación, y del Grupo de Innovación en BioIngeniería (Gibi), del cual soy miembro.

Es bien conocida la importancia de la señal electrocardiográfica para el diagnóstico de multitud de enfermedades cardíacas, tanto mediante inspección visual como mediante técnicas actuales de inspección automática. Como en cualquier otra señal, la calidad dependerá de propiedades tales como relación señal-ruido, resolución del conversor analógico-digital, frecuencia de muestreo, etc., la cantidad de información extraída y la calidad de la misma. Por esta razón, es de gran importancia que la señal ofrezca una 'calidad' adecuada, máxime cuando el diagnóstico de ciertas enfermedades cardiovasculares graves depende de ello.

Por otro lado, en la adquisición de registros de larga duración, la cantidad de latidos a examinar por parte del cuerpo médico puede llegar a ser de varios miles, lo cual hace de esta tarea un proceso laborioso y complejo. En los aparatos comerciales destinados al registro portátil de estas señales, denominadas Holter, se lleva a cabo un proceso de agrupamiento de latidos similares para que sólo sea necesario examinar uno representativo de cada grupo, con lo que la reducción en la cantidad de datos es muy significativa, sin pérdida de información. De hecho, estos registros Holter corresponden a registros ambulatorios de 24 ó 48 horas, que posteriormente se transmiten al equipo de análisis a 60 ó 120 veces la velocidad de adquisición. Después se procede a la extracción de los eventos significativos, muchas veces de forma manual. El análisis automático de estas señales constituye un interesante campo de investigación, por la dificultad que entraña su análisis manual. Sin embargo, los métodos utilizados hasta ahora para llevar a cabo esta tarea, y que se describirán en el capítulo 3, no ofrecen resultados suficientemente satisfactorios y es necesario revisar los grupos generados para evitar pérdida de latidos con información importante.

La reducción del ruido en el Electrocardiograma (ECG) ha sido uno de los temas más abordados en la bibliografía sobre procesado del ECG. Han sido y son muy diversas las maneras de afrontar el problema y no existe un único método de aplicación universal a todas las fuentes de ruido [1–3]. Por esta razón, en esta Tesis se pretende abordar un método de filtrado basado en redes neuronales capaz de reducir varios ruidos presentes en el ECG simultáneamente.

De las principales fuentes de ruido que aparecen en el registro del ECG, algunas de éstas pueden minimizarse en la fase de adquisición de la señal prestando un especial cuidado a la hora de la colocación de los electrodos, apantallamiento de la sala, reduciendo el movimiento del paciente, etc. Sin embargo, algunas de ellas, como el ruido muscular y los artefactos, no pueden eliminarse o reducirse al máximo en la fase de adquisición y se hacen necesarias técnicas de procesado de señal a posteriori para su reducción a un nivel aceptable. Una de las primeras opciones es el filtrado de la señal, mediante filtros lineales o no lineales que maximicen la relación señal a ruido [4, 5]. Cuando el espectro de la señal de interés y el ruido se solapan, las técnicas de filtrado dejan de ser eficaces.

Entre las numerosas patologías que pueden ser estudiadas mediante técnicas de procesado de señal avanzadas, la Fibrilación Auricular (FA), una de las arritmias cardíacas más comunes [6], presenta unas características que hacen su estudio complicado debido a la complejidad para su extracción de la señal ECG original [7]. Hasta la fecha los estudios que analizan el mecanismo de funcionamiento asociado a la FA se basan, bien en técnicas invasivas, como los mapas epicárdicos que suministran una caracterización detallada de la actividad eléctrica local, o bien en técnicas no invasivas. Estas últimas pueden requerir el uso de señales de referencia, o



pueden presentar elevada sensibilidad a los cambios morfológicos del complejo QRS [8].

Desde el punto de vista médico, la posibilidad de disponer de herramientas que, a partir de las señales de superficie, puedan enfatizar la actividad auricular (AA) son realmente interesantes, pues pueden permitir el desarrollo de técnicas no invasivas de ayuda al diagnóstico clínico, clasificación entre distintas manifestaciones de FA, detección de patologías, etc [9].

Para poder caracterizar y detectar de forma apropiada la FA en un ECG, es necesaria la extracción o cancelación previa de la actividad ventricular (AV). Los problemas que se encuentran al intentar realizar este procesado son, principalmente, el bajo nivel que presenta la AA y el solapamiento entre las distribuciones espectrales asociadas a las señales provenientes del ventrículo y de la aurícula, que imposibilita el uso de técnicas de filtrado lineales.

Las técnicas para la extracción de AA más novedosas, blind source separation (BSS) [10–14], análisis de componentes principales (PCA) [15,16], técnicas de cancelación espacio-temporales (STC) [8], técnicas de cancelación con redes neuronales artificiales (RNA) [17], presentan un mejor rendimiento que las técnicas clásicas, template matching and subtraction (TMS) [18,19], filtrado adaptativo recurrente [20], etc., aunque necesitan para su implementación el uso de la información contenida en varias derivaciones.

En este trabajo se analizarán algunos de estos métodos con el fin de mejorar la calidad de las señales electrocardiográficas, dentro de lo que se conoce en la literatura especializada como etapa de preprocesamiento para el análisis de la actividad auricular. Además se desarrollará un nuevo método basado en redes neuronales, que posibilitará la reducción de las interferencias y la extracción de la actividad auricular y conseguirá, de esta manera, una mejora sustancial en la calidad de la señal, beneficiando los análisis clínicos posteriores.

## 1.2. Objetivos Generales

Los objetivos generales del presente trabajo son:

- Analizar los principales sistemas de eliminación de ruido en ECG aceptados actualmente por la comunidad científica.
- Estudiar la aplicabilidad de las redes neuronales en el preprocesamiento de la señal ECG y sus comparación con las técnicas de filtrado aceptadas en la comunidad científica para la reducción del ruido muscular, ruido línea base y interferencia de red.
- Estudiar la aplicabilidad de las redes neuronales para la extracción de la actividad auricular desde una señal electrocardiográfica, como alternativa a las técnicas clásicas de extracción de complejos QRST en episodios de FA.

Para llevar a cabo estos objetivos generales será necesario realizar estudios experimentales y comparativos en cada una de las etapas típicas de preprocesamiento. Debido a esto, los objetivos generales han sido subdivididos en otros objetivos más concretos y específicos que permiten obtener resultados válidos para cada una de las etapas, permitiendo realizar un estudio completo del procesamiento de la señal electrocardiográfica. A continuación se enumerarán cada uno de los objetivos parciales:

- Estudio de las características de la señal electrocardiográfica así como de las diferentes ondas que la componen.
- Recopilación de señales electrocardiográficas suficientemente variadas y representativas que permitiesen llevar a cabo un estudio experimental

1. Mediante búsqueda exhaustiva de bases de datos de señales electrocardiográficas de centros de investigación que trabajan en esta temática accesibles a través de Internet
  2. Mediante la confección de una pequeña base de datos de señales electrocardiográficas propia en la que estuvieran presentes los diferentes tipos de ruido poco reflejados en las ya recopiladas
  3. Confeccionar una base de datos documentada y significativa con episodios artificiales, pseudo-reales y reales de fibrilación auricular.
- Estudio y evaluación de las diferentes técnicas existentes en la bibliografía para la mejora de la calidad de la señal electrocardiográfica para un análisis clínico o médico posterior.
    1. Estudio de técnicas para el filtrado del ruido blanco (simulando ruido térmico y muscular)
    2. Estudio de técnicas para el filtrado de la interferencia de la red
    3. Estudio de técnicas para el filtrado de las variaciones de la línea base
    4. Estudio de técnicas para el filtrado del ruido muscular y alta frecuencia
    5. Estudio de técnicas para extracción de la actividad auricular
    6. Estudio de técnicas para cancelación de los latidos ectópicos

### 1.3. Organización del Documento.

Este trabajo está organizado en 8 capítulos, con el siguiente contenido:

- En el capítulo 2 se van a describir someramente las características más importantes de las señales electrocardiográficas, necesarias para comprender algunos aspectos de este trabajo. Debido a que el estudio gira alrededor de la aplicación de métodos no supervisados de preprocesamiento de señales electrocardiográficas y la extracción de la actividad auricular, se lleva a cabo en este capítulo una descripción de este tipo de señales, y de la información que se extrae de ellas, para comprender mejor el resto de capítulos. Es evidente que no se pretende aquí llevar a cabo una exhaustiva descripción de estas señales, lo cual queda fuera del ámbito del estudio pero, al menos, se enumeran las características más importantes.
- En el capítulo 3 se va a realizar una descripción del estado del arte en cuanto al preprocesamiento de señales electrocardiográficas y extracción de la actividad auricular. Se describirán algunos de los métodos clásicos más usuales aplicados a estas señales, en todas las etapas, que cubren desde la adquisición hasta su interpretación, filtrado, etc. Se dispone de multitud de algoritmos y métodos para llevar a cabo esta tarea. Sin embargo, existe una técnica, basada en las redes neuronales, que ofrece una serie de posibilidades que todavía no han sido totalmente exploradas, y que, debido a su gran campo de aplicación, es tratada en este trabajo. Una de las principales ventajas de este sistema consiste en el hecho de que se puede utilizar para cualquier etapa del preprocesamiento, lo cual la hace muy adecuada en equipos de medida portátiles, como es el caso de los grabadores de señal Holter. En concreto, se estudiará la aplicación de las redes neuronales en la reducción del ruido y la extracción de la actividad auricular. También se comprobará su resultado con las técnicas tradicionales.

- En el capítulo 4 se va a describir la base de datos utilizada para la comprobación de los métodos. La cual se ha dividido en bloques dependiendo del objetivo a cumplir, eliminación de ruido, extracción de la actividad auricular o reducción del latido ectópico.
- En el capítulo 5 se van a definir y describir algunas de las características más importantes de las redes neuronales. El fin es facilitar la comprensión de las aportaciones realizadas utilizando estas herramientas en el campo de la reducción del ruido y la extracción de la actividad auricular.
- En el capítulo 6 se va a describir los métodos propuesto, basados en una red neuronal. Este tipo de redes no ha sido utilizado hasta la fecha para la cancelación de los diversos ruido presentes en el ECG y para la extracción de la actividad auricular.
- En el capítulo 7 se va a realizar un análisis cuantitativo de las prestaciones de cada uno de los métodos presentados en los capítulos anteriores y se discute la mejora aportada por ellos.
- En el capítulo 8 se presentan las conclusiones derivadas de los datos obtenidos, aportaciones y líneas futuras.
- Finalmente, capítulo 9. Se expone un resumen de la tesis doctoral en inglés.



## Capítulo 2

# El corazón. Funcionamiento y patologías

---

<b>2.1. Anatomía del corazón</b> . . . . .	<b>8</b>
<b>2.2. El latido cardíaco</b> . . . . .	<b>8</b>
<b>2.3. Sistema de conducción</b> . . . . .	<b>9</b>
<b>2.4. El Electrocardiograma (ECG)</b> . . . . .	<b>12</b>
2.4.1. Derivaciones de extremidades . . . . .	16
2.4.2. Derivaciones de extremidades aumentadas . . . . .	16
2.4.3. Derivaciones precordiales . . . . .	16
<b>2.5. Arritmias cardíacas</b> . . . . .	<b>17</b>
2.5.1. Arritmias ventriculares . . . . .	18
2.5.2. Arritmias supraventriculares . . . . .	19
<b>2.6. Fibrilación auricular</b> . . . . .	<b>19</b>
2.6.1. Clasificación . . . . .	20
2.6.2. Epidemiología e impacto clínico . . . . .	22
2.6.3. Tratamiento . . . . .	23

---

En este capítulo se va a realizar una descripción clásica del funcionamiento del corazón, donde se tendrán en cuenta tanto los aspectos fisiológicos como las formas de onda características de un corazón normal. Asimismo se revisarán las principales características del electrocardiograma estándar (ECG), comentando aspectos del mismo tales como las derivaciones electrocardiográficas o las formas de onda características de un ECG normal. El ECG es el registro extracorpóreo que más información contiene acerca del funcionamiento del corazón. Este hecho se debe a que el ECG posee, por un lado, unas pautas más o menos fijas que no varían demasiado de unos individuos a otros y por otro, un carácter cuasi-periódico de forma que, por sí sólo, es capaz de ofrecer una valiosa información acerca de patologías cardíacas como trastornos del ritmo y/o de la conducción (arritmias, bloqueos, infartos, etc.).

## 2.1. Anatomía del corazón

El corazón pesa entre 200 y 350 gramos y es un poco más grande que una mano cerrada. Al final de una vida larga, el corazón de una persona puede haber latido (es decir, haberse dilatado y contraído) más de 3.500 millones de veces. Cada día, el corazón late un promedio de 100.000 veces, bombeando aproximadamente 7.571 litros de sangre.

El corazón se encuentra entre los pulmones, en el centro del pecho, detrás y levemente a la izquierda del esternón. Una membrana de dos capas, denominada «pericardio», envuelve el corazón como una bolsa. La capa externa del pericardio rodea el nacimiento de los principales vasos sanguíneos del corazón y está unida a la espina dorsal, al diafragma y a otras partes del cuerpo por medio de ligamentos. La capa interna del pericardio está unida al músculo cardíaco. Una capa de líquido separa las dos capas de la membrana, permitiendo que el corazón se mueva al latir a la vez que permanece unido al cuerpo.

El corazón tiene cuatro cavidades. Las cavidades superiores se denominan «aurícula izquierda» (AI) y «aurícula derecha» (AD) y las cavidades inferiores se denominan «ventrículo izquierdo» (VI) y «ventrículo derecho» (VD). Una pared muscular denominada septo interventricular o septum separa las aurículas izquierda y derecha y los ventrículos izquierdo y derecho. El ventrículo izquierdo es la cavidad más grande y fuerte del corazón. Las paredes del ventrículo izquierdo tienen un grosor de poco más de un centímetro, pero tienen la fuerza suficiente para impulsar la sangre a través de la válvula aórtica hacia el resto del cuerpo [21], Figura 2.1.

Las válvulas que controlan el flujo de la sangre por el corazón son cuatro:

1. La válvula tricúspide controla el flujo sanguíneo entre la aurícula derecha y el ventrículo derecho.
2. La válvula pulmonar controla el flujo sanguíneo del ventrículo derecho a las arterias pulmonares, las cuales transportan la sangre a los pulmones para oxigenarla.
3. La válvula mitral permite que la sangre rica en oxígeno proveniente de los pulmones pase de la aurícula izquierda al ventrículo izquierdo.
4. La válvula aórtica permite que la sangre rica en oxígeno pase del ventrículo izquierdo a la aorta, la arteria más grande del cuerpo, la cual transporta la sangre al resto del organismo.

## 2.2. El latido cardíaco

Un latido cardíaco es una acción de bombeo en dos fases que dura aproximadamente un segundo, gracias a la cual el corazón puede mantener el flujo sanguíneo circulante. Este latido se origina en un sistema de conducción especializado y se propaga a través de este sistema a todas las partes del miocardio [21]. A medida que se va acumulando sangre en las cavidades superiores (las aurículas derecha e izquierda), el nódulo sinoauricular (SA) envía una señal eléctrica que estimula la contracción de las aurículas. Esta contracción impulsa sangre a través de las válvulas tricúspide y mitral hacia las cavidades inferiores que se encuentran en reposo (los ventrículos derecho e izquierdo). Esta fase de la acción de bombeo (la más larga) se denomina diástole.

La segunda fase de la acción de bombeo comienza cuando los ventrículos están llenos de sangre. Las señales eléctricas generadas por el nódulo SA se propagan por una vía de conducción eléctrica a los ventrículos estimulando su contracción. Esta fase se denomina sístole. Al cerrarse firmemente las válvulas tricúspide y mitral para impedir el retorno de sangre, se abren las válvulas pulmonar y aórtica. Al mismo tiempo que el ventrículo derecho impulsa

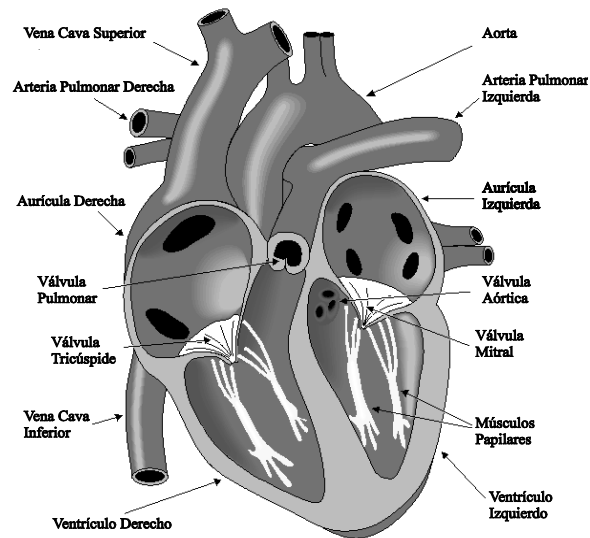


Figura 2.1: La figura representa la anatomía del corazón, donde se observan las cavidades y las válvulas que lo conforman

sangre a los pulmones para oxigenarla, fluye sangre rica en oxígeno del ventrículo izquierdo al corazón y a otras partes del cuerpo.

Cuando la sangre pasa a la arteria pulmonar y la aorta, los ventrículos se relajan y las válvulas pulmonar y aórtica se cierran. Al reducirse la presión en los ventrículos, se abren las válvulas tricúspide y mitral y el ciclo comienza otra vez. Esta serie de contracciones se repite constantemente, aumentando en momentos de esfuerzo y disminuyendo en momentos de reposo [22].

## 2.3. Sistema de conducción

La estimulación de una célula muscular aumenta la permeabilidad de su membrana produciendo una serie de cambios iónicos a través de la misma [21, 23]. El registro de este fenómeno se corresponde con una curva que se denomina potencial de acción transmembrana (PAT), Figura 2.2, y que consta de las siguientes partes y fases:

- **Despolarización (activación) o fase 0:** Entrada súbita de  $\text{Ca}^{++}$  y  $\text{Na}^{++}$  al interior de la célula.
- **Repolarización (recuperación):**
  1. Fase 1 e inicio de la fase 2: Persiste la entrada de  $\text{Ca}^{++}$  y  $\text{Na}^{++}$  y se inicia la salida de  $\text{K}^{+}$  al exterior de la célula.
  2. Final de la fase 2 y fase 3: La salida de  $\text{K}^{+}$  es máxima. Se inicia el restablecimiento del equilibrio iónico inicial.
  3. Fase 4: Se restablece el equilibrio iónico inicial mediante un mecanismo de transporte activo.

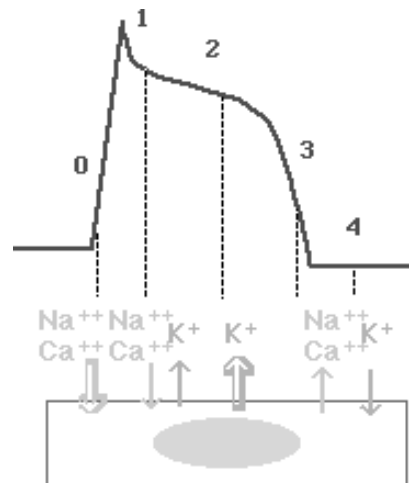


Figura 2.2: Gráfica del potencial de acción de la célula contráctil miocárdica ventricular. Las flechas indican los principales movimientos de iones a través de la membrana celular

Estos potenciales de acción son los responsables de la generación del latido cardíaco en conjunción con el sistema de conducción formado por el nodo SA, las vías auriculares internodales, el nodo auriculoventricular (nodo AV), el Haz de His y sus ramas, y el sistema de Purkinje, Figura 2.3. La conjunción entre este conjunto de fibras especializadas en la conducción de potenciales de acción y las fibras musculares del corazón (miocardio) posibilita la contracción de las aurículas y los ventrículos en las sístoles respectivas [24].

En condiciones normales los impulsos se originan en el nodo SA. Este nodo se caracteriza por estar formado por un tejido autoexcitable, esto es, tras cada potencial de acción no se alcanza un potencial de reposo sino que, sin necesidad de ningún estímulo externo, el potencial comienza a recuperarse de forma lineal hasta alcanzar de nuevo el umbral de disparo y generar otro potencial de acción. Este proceso se produce aproximadamente a un ritmo de un ciclo por segundo, 1 Hz. El sistema neurovegetativo se encarga de regular el ritmo cardíaco modificando la pendiente del potencial del nodo SA, ajustando la frecuencia del latido a las necesidades en cada momento. El nodo SA es, por tanto, el marcapasos cardíaco y su frecuencia de descarga determina la frecuencia a la que late el corazón. Tanto la pendiente de subida del potencial de acción del nodo SA, como su umbral de disparo, influyen notablemente en la frecuencia cardíaca (mayor pendiente, mayor frecuencia).

La secuencia de potenciales de acción generados en el nodo SA se propaga a las aurículas a través de fibras mucho más gruesas que provocan la contracción de éstas durante la sístole auricular. Además, los potenciales se propagan hacia los ventrículos a través de las vías internodales hasta alcanzar el nodo AV, tejido también autoexcitable pero con una frecuencia de activación menor, en el que se produce el retardo necesario para provocar la sincronización temporal entre las sístoles auricular y ventricular, consiguiéndose así que la contracción de los ventrículos no comience hasta que las aurículas hayan sido totalmente vaciadas.

La salida del nodo AV se conecta con el Haz de His, constituido por fibras de conducción especializadas. El haz se divide en dos ramas que discurren por las paredes del septum. De ambas ramas del haz surgen las fibras de Purkinje, fibras gruesas de propagación rápida similares funcionalmente a axones neuronales que invaden el miocardio en ramificaciones sucesivas. La finalidad de este sistema de propagación es que la excitación llegue casi simultáneamente a todo el miocardio con objeto de obtener una contracción organizada y eficaz.



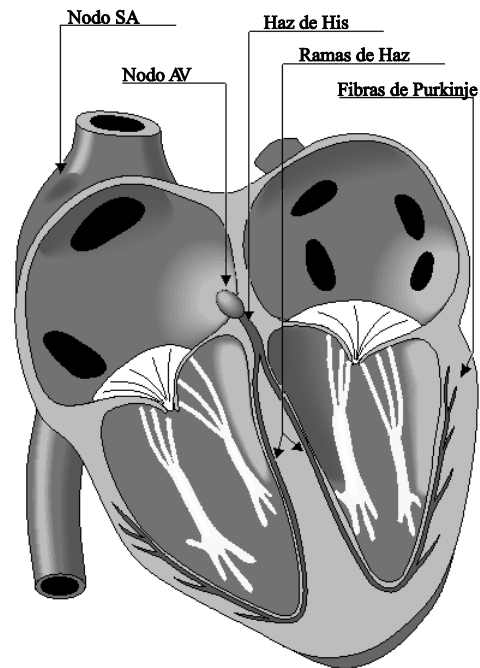


Figura 2.3: Estructura genérica del sistema de control nervioso del corazón [21]

Las fibras de Purkinje están en conexión con las fibras musculares del miocardio por medio de uniones muy semejantes a las neuromusculares, transmitiendo al músculo los impulsos que provocan finalmente la contracción del corazón. Una vez atravesado el nodo AV, la propagación del impulso en toda la región ventricular se realiza a una velocidad muy alta. Cuando las fibras de Purkinje han transmitido el impulso a la parte inferior de las paredes ventriculares (endocardio), la activación simultánea de un gran número de fibras del miocardio origina la formación de un frente de onda que se propaga hacia las paredes exteriores de los ventrículos (epicardio). Tras la despolarización de cada fibra muscular del miocardio, tiene lugar la repolarización de cada célula que, por sí sola, no es ningún fenómeno de propagación, si bien, puesto que el impulso de acción es más corto en el epicardio que en el endocardio, la terminación de la actividad y el proceso de repolarización celular sigue una propagación desde el epicardio hacia el endocardio [21,25]. En la Figura 2.4 se muestra un esquema con los distintos potenciales de acción originados en el corazón.

Puesto que la frecuencia de latido intrínseca del nodo SA es la más rápida de todas, dicho ritmo fuerza la frecuencia de activación de todo el corazón. En caso de que la conexión entre el nodo SA y el nodo AV falle, entonces éste último generará impulsos con su frecuencia intrínseca. Igualmente, si el sistema de conducción falla en el haz de His, los ventrículos se contraerán siguiendo el impulso que genera la región ventricular de mayor frecuencia intrínseca.

Los retardos entre los potenciales de acción de las diferentes fibras del sistema de conducción están *calculados* por la naturaleza de forma óptima para que la contracción de todas las fibras del músculo sea organizada y prácticamente simultánea. Además, el orden de magnitud del periodo refractario de los sistemas de conducción y de las propias fibras garantiza la ausencia de retornos indeseables de los potenciales de acción y de la contracción asociada, esto es, el frente de onda que propaga el impulso a través del miocardio avanza sólo hacia delante, sin que

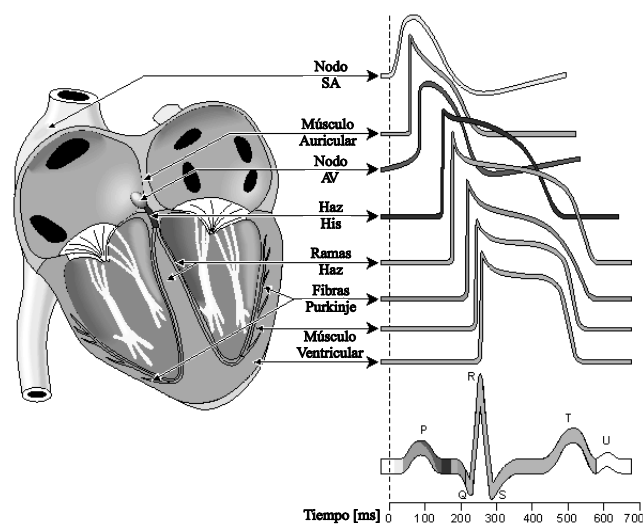


Figura 2.4: Sistema de conducción del corazón. En la figura se muestran los potenciales de acción transmembrana para los nodos SA y AV, otras partes del sistema de conducción y los músculos auricular y ventricular junto con la correlación con la actividad eléctrica registrada, el electrocardiograma (ECG). Los potenciales de acción y el ECG se alinean en el mismo eje de tiempo pero con diferentes puntos de origen (0) sobre la escala vertical

las células que van siendo excitadas puedan a su vez re-excitar a las que les precedían creando un sistema de oscilación realimentado. Cuando, en condiciones patológicas, esto no ocurre, se generan diversos tipos de arritmias que, en las peores condiciones, pueden derivar en fibrilación ventricular, lo que produce la muerte del paciente a menos que sea adecuadamente revertida en pocos minutos.

## 2.4. El Electrocardiograma (ECG)

Debido a que los líquidos corporales son buenos conductores, las fluctuaciones en el potencial que representan la suma de los potenciales de acción de las fibras de miocardio pueden ser registrados extracelularmente [2, 26]. El electrocardiograma (ECG) es el registro de dichos potenciales y se atribuye al fisiólogo inglés Augustus D. Waller la publicación, en 1887, del primer electrocardiograma humano [27], pero es opinión generalizada que la moderna electrocardiografía nace con el fisiólogo holandés Willem Einthoven (1860-1927) quién dedicó veinte años de su vida a perfeccionar el nuevo método electrofisiológico. Einthoven fue, por ejemplo, el primero en usar el término *elektrocardiogram*, en un artículo de 1893 sobre los nuevos métodos de investigación clínica [28], y quien, en 1895, tras corregir mediante una fórmula de su invención las ondas registradas A, B, C y D (nombradas, como era costumbre, con las primeras letras del alfabeto), describió las cinco ondas electrocardiográficas básicas, que bautizó con letras de la segunda mitad del alfabeto: P, Q, R, S y T, exactamente igual a como hoy se sigue haciendo [29]. En 1901 inventó el galvanómetro de hilo [30, 31], primer electrocardiógrafo de utilidad clínica, que le valdría el Premio Nobel de medicina y fisiología en 1924. En 1912 calculó el eje eléctrico del corazón y expuso la ley del triángulo equilátero que se llama «Triángulo de Einthoven» Figura 2.5, formado por sus tres derivaciones clásicas I, II y III [32].

Un ECG normal consta de una serie de lóbulos u ondas, las cuales se asocian a los procesos

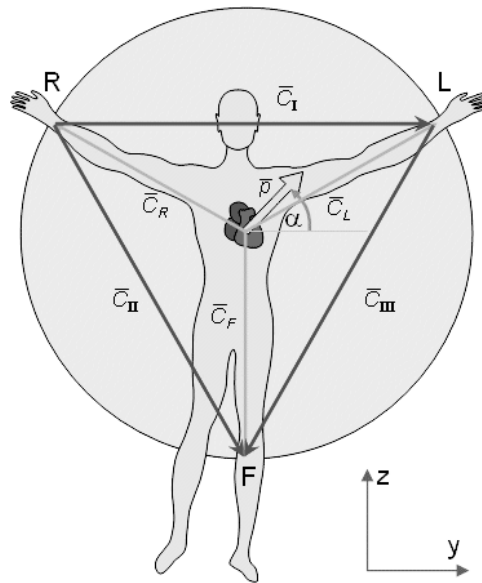


Figura 2.5: Esquema del triángulo de Einthoven, constituido por las raíces de los miembros superiores y la pierna izquierda.

de despolarización y repolarización de diferentes zonas cardíacas. Cuando ninguno de estos procesos está activo, el ECG no registra nada, es lo que se denomina la línea isoeleétrica o línea base y corresponde a las fases isoeleétricas del ciclo cardíaco, esto es, las fases en las cuales no existe actividad eléctrica en el corazón. Estas fases son la diástole y la diástasis, durante las cuales todas las células del corazón permanecen polarizadas.

El ECG puede ser registrado usando un electrodo activo conectado a un electrodo indiferente de potencial cero (unipolar) o entre dos electrodos activos (bipolar). En un conductor de volumen, la suma de los potenciales en los vértices del triángulo equilátero con una fuente de corriente en el centro es cero en todo instante. Puede construirse aproximadamente un triángulo (Triángulo de Einthoven) con el corazón en su centro colocando electrodos en ambos brazos y en la pierna izquierda. Éstas son tres derivaciones estándar de los miembros que se usan en electrocardiografía. Si estos electrodos son conectados a un terminal común, denominado «Centro Terminal de Wilson», se obtiene un electrodo indiferente que está casi a potencial cero. La despolarización que se desplaza hacia un electrodo activo en un conductor de volumen produce una deflexión positiva, mientras que la despolarización que se mueve en la dirección opuesta produce una deflexión negativa. La forma de onda de un ECG normal se representa en la Figura 2.6.

Por convenio, se inscribe una deflexión hacia arriba cuando el electrodo activo se vuelve positivo en relación al electrodo indiferente y una deflexión hacia abajo cuando se vuelve negativo.

El trazado del electrocardiograma tiene una nomenclatura específica para definir sus patrones característicos:

- ONDA: deflexión negativa o positiva sobre la línea basal. Ejemplos: onda P, onda T, etc.
- SEGMENTO: distancia entre dos ondas. Ejemplos: segmento ST.
- INTERVALO: duración de una onda más un segmento. Ejemplo: intervalo QT.

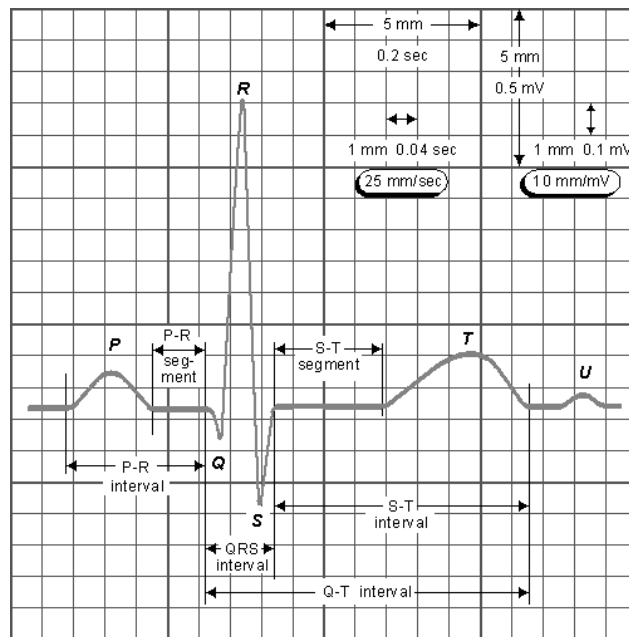


Figura 2.6: Latido normal de la señal ECG con las características temporales más significativas

- **COMPLEJO:** grupo de ondas sin intervalos o segmentos entre ellas. Ejemplo: complejo QRS.

El significado electrofisiológico de cada una de las ondas e intervalos presentes en el ECG se puede resumir a continuación [26].

**Onda P :** Representa la despolarización de la aurícula. Su duración normal es de 0.1 seg. La forma depende de la localización de los electrodos (derivación). Un aumento del voltaje o de la duración de esta onda indica una anomalía auricular. La ausencia de esta onda ocurre en una parada del nodo sinusal, y en el bloqueo sinoauricular (situación en la que sí se despolariza el nodo sinusal, pero no se transmite el impulso a las células de la aurícula contiguas.)

**Complejo QRS :** Representa la despolarización de los ventrículos. Está formado por las ondas Q, R y S, aunque se pueden presentar otras denominadas R' y S'. Su duración es de aproximadamente 100ms.

**Onda Q :** Se trata de la primera onda del complejo, con una deflexión negativa. Su duración usual es de 40 mseg. A menudo suele no visualizarse. Se vincula a la necrosis miocárdica.

**Onda R :** Es la primera deflexión positiva del complejo y suele presentar un voltaje más elevado que el resto de las ondas del ECG (salvo casos excepcionales) con una amplitud entre 6 y 8 mvolts.

**Onda S :** Se trata de una deflexión negativa que sigue a la onda R. En ocasiones puede no visualizarse.

**Onda T** : Representa la repolarización de los ventrículos. La onda T normal es asimétrica en sus ramas y está redondeada en su vértice. La pendiente de la rama inicial es más suave que la de la rama terminal. Las anomalías de esta onda pueden indicar enfermedades cardíacas primarias, aunque hay casos de personas sanas con las mismas anomalías. Se trata de un fenómeno eléctrico estrictamente, ya que no hay actividad mecánica. Existe un símil de la onda T que representaría la repolarización auricular, pero se encuentra solapada por el complejo QRS.

**Onda U** : Tiene un origen fisiológico poco claro, se cree que es debida a la repolarización lenta de los músculos papilares.

**Segmento PR** : Corresponde a la línea isoelectrica entre el comienzo de la onda P y la deflexión inicial del complejo QRS. La duración normal de este segmento está entre 120 y 210 ms, dependiendo de la frecuencia cardíaca.

**Segmento ST** : Es el intervalo entre el final del complejo QRS y el inicio de la onda T. Representa el tiempo durante el que los ventrículos permanecen en estado activado y puede iniciarse la repolarización ventricular. Normalmente el segmento ST es isoelectrico, aunque puede estar también ligeramente desviado. Una desviación elevada a menudo representa un infarto de miocardio, una pericarditis aguda o una miocarditis. Duración típica: 240 ms.

**Intervalo PP** : Corresponde al intervalo de tiempo entre el comienzo de la onda P y el comienzo de la siguiente onda P.

**Intervalo RR** : Corresponde al intervalo de tiempo entre la onda R de un complejo QRS y la onda R del siguiente complejo QRS. Duración típica: 600-1000 ms.

**Intervalo QRS** : Corresponde al intervalo de tiempo entre el comienzo de la onda Q y el final de la onda S, dentro del mismo complejo QRS. Es un indicador del tiempo de conducción intraventricular. Duración típica: 60-100 ms.

**Intervalo QT** : Intervalo temporal comprendido entre el inicio del complejo QRS hasta el final de la onda T. Se define como la expresión eléctrica de toda sístole ventricular, ya que en él se llevan a cabo la despolarización y repolarización de los ventrículos. Su duración depende de la frecuencia cardíaca y suele durar entre 300 y 400 mseg.

Para finalizar, se podría decir que todo el intervalo comprendido entre el final de la onda T y el principio de la onda P corresponde a la línea base.

Se pueden imaginar infinitas disposiciones de los electrodos de medida sobre la superficie corporal, que darían lugar a otras tantas derivaciones electrocardiográficas diferentes. Sin embargo, sólo un número reducido de ellas se utilizan habitualmente en clínica. Estas derivaciones surgen a partir de las definiciones y estudios realizados por Einthoven. En primer lugar, el investigador belga postuló que en las extremidades del cuerpo humano, debido a su forma larga y delgada, era razonable pensar que no habría corrientes electromagnéticas significativas que, partiendo del torso, entrasen en las extremidades. Esta afirmación permitía suponer que el potencial en las muñecas era el mismo que en la parte superior del brazo y que en los tobillos era el mismo que en la parte alta de los muslos. De este modo, se asumía que la posición funcional de medida de potenciales en ambos brazos y la pierna izquierda podía hacerse corresponder con puntos del dorso y que, además, tenían una relación clara dado que eran los vértices de un triángulo equilátero.

### 2.4.1. Derivaciones de extremidades

Son las derivaciones cronológicamente más antiguas y fueron definidas por Einthoven en sus trabajos de principios de siglo como las diferencias de potencial entre los vértices de su triángulo tomados por parejas, lo cual ha dado lugar a lo que hoy día se denomina derivaciones estándar I, II y III [21].

I, II y III registran las diferencias de potencial entre la extremidad superior izquierda (LA) y la extremidad superior derecha (RA), la extremidad inferior izquierda (LF) y la extremidad superior derecha (RA), y la extremidad inferior izquierda (LF) y la extremidad superior izquierda (LA) respectivamente, Figura 2.7.

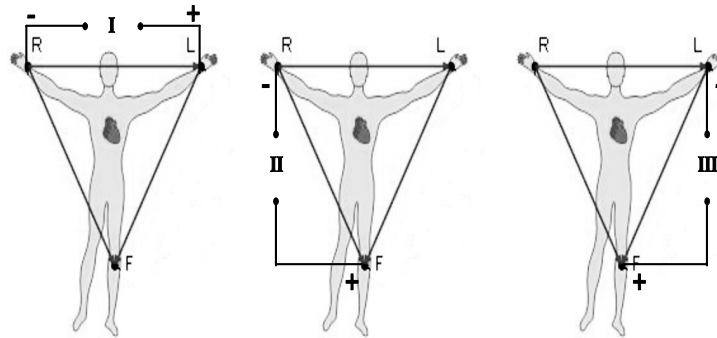


Figura 2.7: Esquema de situación de las derivaciones de extremidades

### 2.4.2. Derivaciones de extremidades aumentadas

Es posible obtener otras derivaciones adicionales de extremidades (VR, VL y VF) midiendo la diferencia de potencial entre el electrodo de cada derivación y la Central Terminal de Wilson. Este punto es considerado como referencia de potenciales y se forma mediante la conexión de una resistencia de 5 k $\Omega$  desde cada electrodo de las derivaciones de las extremidades al punto común (central terminal CT). Desde un punto de vista geométrico, e incluso vectorcardiográfico, se puede comprobar que la CT se encuentra en el centro del triángulo de Einthoven. En 1942 Goldberger observó que estas señales podían aumentarse en amplitud cortocircuitando la resistencia, del conjunto que tres que forman la CT, correspondiente a la extremidad que se está midiendo. De esta forma se obtienen las Derivaciones Aumentadas de Goldberger, designadas como aVR, aVL y aVF, Figura 2.8 [21].

### 2.4.3. Derivaciones precordiales

Con la intención de medir los potenciales cercanos al corazón, Wilson introdujo las derivaciones precordiales, esto es, derivaciones unipolares que miden la tensión entre puntos situados a lo largo del hemotórax y la CT de Wilson. Se intenta con ello obtener registros parecidos a los monopulares, en los cuales el electrodo indiferente se sitúa idealmente en el infinito. Existen seis posiciones normalizadas para el electrodo positivo (explorador) que definen otras tantas derivaciones precordiales, Figura 2.9 [21].

- V1: IV espacio intercostal, borde derecho del esternón.
- V2: IV espacio intercostal, borde izquierdo del esternón.

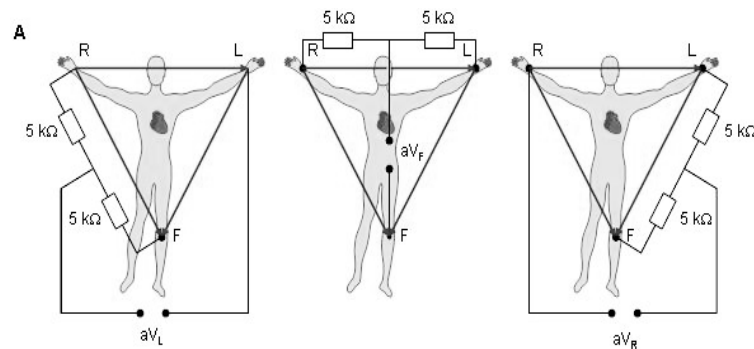


Figura 2.8: La figura representa la situación de las derivaciones de extremidades aumentadas

- V3: Punto equidistante entre V2 y V4.
- V4: V espacio intercostal, sobre la línea medioclavicular.
- V5: V espacio intercostal, línea axilar anterior izquierda.
- V6: V espacio intercostal, línea axilar media.

La forma exacta de las señales electrocardiográficas puede variar sensiblemente de unos individuos a otros (incluso tratándose de pacientes sin ninguna cardiopatía). Esto es debido, fundamentalmente, a que la posición del corazón dentro del tórax influye sobremanera en el ECG, [25,33].

El registro clínico más comúnmente utilizado es el que se denomina ECG estándar y comprende las 12 derivaciones presentadas anteriormente, esto es, las tres derivaciones de extremidades o de Einthoven (I,II, III), las tres derivaciones aumentadas o de Goldberger (aVR, aVL, aVF) y las seis derivaciones precordiales (V1-V6). De estas derivaciones, las seis primeras se obtienen solamente de tres puntos de medida, por tanto, cualquier pareja de de dos derivaciones de este grupo, contienen la misma información que las cuatro restantes.

## 2.5. Arritmias cardiacas

Toda irregularidad en el ritmo natural del corazón se denomina arritmia. Cualquiera puede sentir latidos irregulares en algún momento de su vida, y estas palpitaciones leves e infrecuentes son inofensivas. En otros casos, sin embargo, estas patologías pueden ser recurrentes y precisan atención médica, [34].

Las arritmias pueden dividirse en dos categorías: ventriculares (producidas en los ventrículos) y supraventriculares (producidas principalmente en las aurículas). Las arritmias también se definen según la velocidad de los latidos. La bradicardia es un pulso muy lento, es decir, una frecuencia cardíaca inferior a los 60 latidos por minuto. Se produce cuando el impulso eléctrico que estimula la contracción del corazón no se genera en el marcapasos natural del corazón, el nodo SA, o no es enviado a los ventrículos por las vías correctas. Por otro lado, la taquicardia es un pulso muy rápido, es decir, una frecuencia cardíaca superior a los 100 latidos por minuto. Hay muchos tipos diferentes de taquicardia, según dónde se origine el ritmo acelerado. Si se origina en los ventrículos, se denomina taquicardia ventricular. Si se origina por encima de los ventrículos, se denomina taquicardia supraventricular [35].

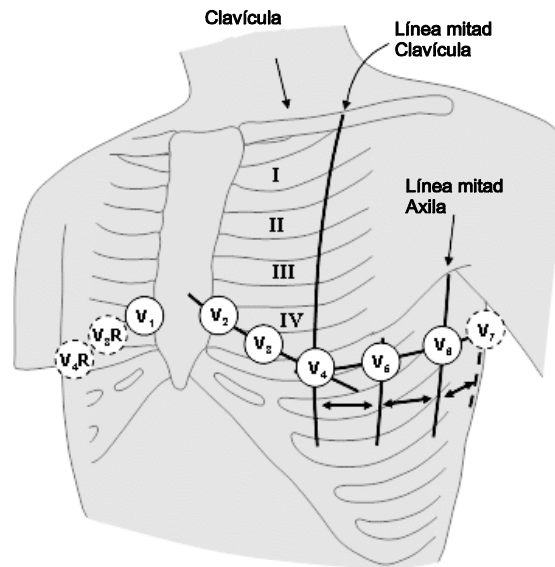


Figura 2.9: Esquema de situación de las derivaciones precordiales

### 2.5.1. Arritmias ventriculares

#### Taquicardia ventricular

La taquicardia ventricular se origina cuando el nódulo SA ya no controla el latido de los ventrículos, sino que otras zonas a lo largo de la vía de conducción eléctrica inferior asumen la función de marcapasos. Como la nueva señal no se desplaza por el músculo cardíaco por la vía normal, el músculo cardíaco no late de forma normal. Se aceleran los latidos del corazón y el paciente siente palpitaciones. Este ritmo irregular puede producir una extrema falta de aliento, mareo o desmayo (síncope).

#### Fibrilación ventricular

La arritmia más grave es la fibrilación ventricular, que podría definirse como latidos irregulares no controlados. En lugar de tener una sola pulsación a destiempo de los ventrículos, es posible que varios impulsos se originen al mismo tiempo en diferentes lugares, todos ellos estimulando al corazón a latir. De este modo, se producen latidos mucho más rápidos y desordenados que pueden alcanzar los 300 latidos por minuto. A causa de estos latidos caóticos, el corazón bombea muy poca sangre al cerebro y al resto del organismo, y es posible que la persona se desmaye. Es necesario obtener asistencia médica inmediatamente. Si es posible iniciar medidas de reanimación cardiopulmonar (RCP) o administrar descargas eléctricas para restablecer el ritmo normal del corazón, es posible que el corazón no sufra un daño muy grave. Las personas que sufren de alguna enfermedad cardiovascular o que tienen antecedentes de ataques cardíacos tienen el mayor riesgo de padecer fibrilación ventricular.

#### Contracciones ventriculares prematuras

Un tipo menos grave de arritmia ventricular es la contracción ventricular prematura (CVP). Como su nombre lo indica, el problema se debe a que los ventrículos se contraen antes



de lo debido, fuera de la secuencia que les corresponde. Las CVP (a veces denominadas «latidos ventriculares prematuros») generalmente no son peligrosas y a menudo no necesitan tratamiento. Pero si el paciente sufre de alguna enfermedad cardiovascular o tiene antecedentes de taquicardia ventricular, las CVP pueden producir una arritmia más grave. Aunque la mayoría de las CVP se producen rápidamente y sin advertencia, también pueden ser ocasionadas por la cafeína que contiene el café, el té, las gaseosas y el chocolate. Algunos tipos de medicamentos de venta libre para la tos y los catarros también pueden ocasionar CVP.

### **2.5.2. Arritmias supraventriculares**

Las arritmias supraventriculares se producen en las cavidades superiores del corazón. En general, las arritmias supraventriculares, también denominadas arritmias auriculares, no son tan graves como las ventriculares. En algunos casos, ni siquiera necesitan tratamiento. Como las CVP, las arritmias auriculares pueden ser causadas por diversos factores, como por ejemplo, el tabaco, el alcohol, la cafeína y los medicamentos para la tos y los catarros. El trastorno también puede deberse a la cardiopatía reumática o a una tiroides hiperactiva (hipertiroidismo).

#### **Taquicardia supraventricular**

La taquicardia supraventricular es una frecuencia cardíaca regular pero elevada, superior a los 150 latidos por minuto, que se origina en las aurículas. A diferencia de otros tipos de arritmia, la taquicardia supraventricular no se origina en el nodo SA [35].

#### **Fibrilación auricular**

La fibrilación auricular es un punto relevante de esta tesis que será tratado a continuación en un punto independiente.

#### **Síndrome de Wolff-Parkinson-White**

El síndrome de Wolff-Parkinson-White (WPW) es un grupo de anomalías ocasionadas por vías de conducción adicionales entre las aurículas y los ventrículos. Debido a estas vías de conducción adicionales, las señales eléctricas llegan a los ventrículos antes de lo debido y regresan a las aurículas. El resultado es una frecuencia cardíaca muy elevada.

#### **Flutter auricular**

El aleteo o flutter auricular se produce cuando las aurículas laten muy rápido, haciendo que los ventrículos latan también de manera ineficiente.

#### **Contracciones supraventriculares prematuras**

También se las denomina contracciones auriculares prematuras (CAP) y se producen cuando las aurículas se contraen antes de lo debido, ocasionando un ritmo cardíaco irregular.

## **2.6. Fibrilación auricular**

La fibrilación auricular (FA) es una de las arritmias más comunes y que más ingresos por urgencias en hospitales produce en la actualidad [36].

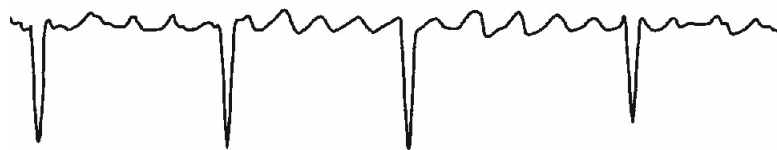


Figura 2.10: Detalle de ondas 'f' en derivación con episodio de fibrilación auricular

Normalmente, la FA se asocia con una patología cardíaca pero, en multitud de casos, aparece en pacientes sin ninguna disfunción cardíaca detectada. En la actualidad, el tratamiento y análisis de la de la FA no es completamente satisfactorio lo que, asociado a los altos niveles de mortandad, reducción de la calidad de vida y elevados costes sanitarios, ha propiciado un gran incremento de publicaciones y trabajos de investigación en torno a este tema [7,37].

La FA es un tipo de taquiarritmia supraventricular caracterizada por la ausencia de sístole auricular y por la descoordinación de la activación auricular con la consiguiente degradación del funcionamiento mecánico de este órgano. Desde un punto de vista electrocardiográfico, una de las características de esta patología es la ausencia de ondas P antes del complejo QRS, las cuales son remplazadas por fluctuaciones de la línea base a lo largo del ciclo cardíaco. Estas fluctuaciones, conocidas como ondas 'f', varían constantemente de tamaño, orientación y longitud y están asociadas a un ritmo cardíaco irregular, Figuras 2.11 y 2.10.

La fibrilación auricular puede aparecer de forma aislada o en asociación con otras arritmias, principalmente flutter auricular (FIA) y taquicardia auricular. La primera de ellas puede aparecer durante el tratamiento con agentes antiarrítmicos para la prevención de FA recurrente, un clasificación de FA que se presentará en secciones posteriores. El FIA es un tipo de arritmia más "organizada" que la FA y caracterizada por la presencia en el ECG de unas ondas con forma de diente de sierra, particularmente visibles en las derivaciones II, II y aVF. Aunque se pueden distinguir varios tipos de FIA no existe una nomenclatura estándar aceptada de forma general. El FIA puede degenerar en FA, la FA puede iniciar el FIA o incluso pueden existir casos en los que el ECG puede alternar entre ambas arritmias, reflejando los cambios de activación de la aurícula. Del mismo modo, algunas taquicardias auriculares pueden activar un episodio de FA.

### 2.6.1. Clasificación

La FA adopta múltiples formas de presentación clínica, por lo que hay muchas clasificaciones posibles de la misma; según se asocie o no a cardiopatía estructural; sea sintomática o asintomática; en base al patrón temporal de presentación, paroxística o crónica; por su mecanismo de producción, reentrada o focal; por influencia del sistema nervioso, adrenérgica o vagal; etc. En la Tabla 2.1 se puede apreciar un resumen de esta posible clasificación.

Actualmente existe un renovado interés en lo que concierne a la FA, avalado por un gran número de publicaciones dedicadas a su estudio y tratamiento, pero en las que se emplean distintas nomenclaturas para referirse a un mismo tipo de FA o se la define de forma diferente, lo que crea un estado de confusión en la comunidad científica. Por ejemplo, la FA aguda puede referirse a la causada por una patología aguda y curable, o a la FA que se presenta por primera

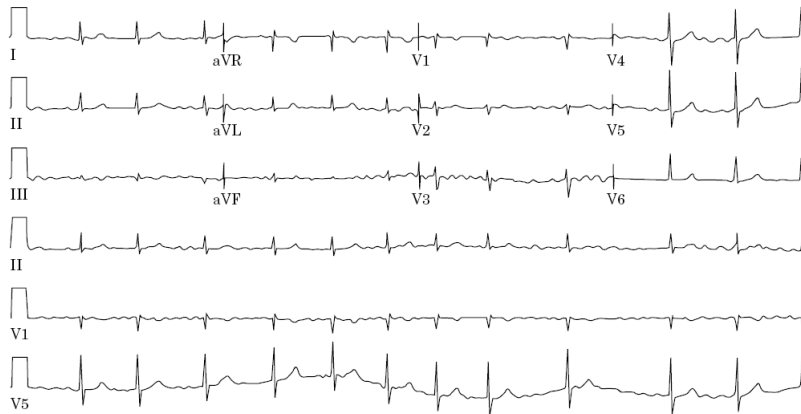


Figura 2.11: ECG estándar de 12 derivaciones con episodio de FA

Tabla 2.1: Fibrilación auricular: formas de presentación.

Substrato	Idiopática	Cardiopatía
Clínica	Asintomática	Sintomática
Respuesta ventricular	Rápida	Lenta
Patrón temporal	Paroxística	Crónica
Influencia del SNV	Vagal	Adrenérgica
Mecanismo	Focal	Reentradas

vez y revierte espontáneamente. La FA paroxística, se la denomina también como transitoria, intermitente, recurrente, etc.; o la FA crónica, como permanente o establecida. Las diferentes nomenclaturas que se pueden encontrar actualmente serían las siguientes:

- Aguda/episódica
- FA paroxística/transitoria/intermitente/recurrente
- FA persistente/prolongada
- FA permanente/establecida/crónica
- FA reciente comienzo/de descubrimiento reciente

Como se ve existe la necesidad de una clasificación sistemática, que sea clínicamente útil, se emplee una nomenclatura uniforme y que, a su vez, clasifique a los distintos subtipos de pacientes en orden a un manejo terapéutico específico. En la bibliografía actual se suele dividir a la FA en dos tipos: paroxística, que se refiere a episodios cortos y autolimitados; y crónica, cuando los episodios son de larga duración o permanecen de forma definitiva. Pero estos términos no tienen un significado coherente y su definición puede variar de un autor a otro. A continuación se muestra la clasificación más empleada en la actualidad y recomendada por la *American Heart Association (AHA)*, el *American College of Cardiology (ACC)* y la *European Society of Cardiology (ESC)*.

**Clasificación ACC/AHA/ESC.** Es la clasificación más usada y recomendada en la actualidad.

Distingue tres tipos de episodios de FA, paroxística, persistente y permanente en base a la duración de los mismos y la forma de finalización. Existe una pequeña matización a esta clasificación; cuando un paciente ha tenido 2 o más episodios de, la FA es considerada recurrente. Si la arritmia termina espontáneamente, la FA recurrente se denomina paroxística, si no es así se denomina persistente. Esta terminología es aplicada a episodios de FA de duración superior a 30 segundos y no relacionados con causas reversibles. Esto es, la FA que aparece en situaciones de infarto de miocardio, pericarditis, miocarditis, hipertiroidismo, cirugía cardíaca, embolias pulmonares y neumonías es considerada fuera de esta clasificación al entender que la recurrencia de la arritmia es menos posible, una vez resuelto el problema que la ha originado. Por último, el término FA aislada es aplicado a individuos con edades inferiores a 60 años sin evidencias clínicas de patologías cardiopulmonares [38].

- **Paroxística:** episodios autolimitados de duración inferior a 7 días aunque la mayoría están por debajo de las 24 horas. Revierte espontáneamente.
- **Persistente:** episodios de duración normalmente superior a 7 días. Revierten únicamente con tratamiento farmacológico o cardioversión eléctrica. Puede aparecer como culminación de episodios recurrentes de FA paroxística o como primera presentación de la arritmia. También incluye casos de FA de larga duración (más de 1 año) en los que la cardioversión no ha sido indicada y que acaban convirtiéndose en FA permanente.
- **Permanente:** episodios con ritmo constante en FA. El restablecimiento a ritmo sinusal ha sido imposible o no está indicado.

### 2.6.2. Epidemiología e impacto clínico

Se puede afirmar que la FA es la arritmia sostenida más común en la práctica clínica actualmente. Desgraciadamente la información que se tiene sobre su incidencia y prevalencia en la población general no es del todo clara, ya que los datos obtenidos de los registros clínicos están sujetos a la influencia de numerosos factores que tienden a introducir algo de "ruido" en la información final. Analizando los datos tomados de los cuatro estudios con mayor tamaño muestral (Cardiovascular Health Study [CHS] [39], Framingham Heart Study [FHS] [40], Western Australia Study [41] y Rochester MN Study [42]), la prevalencia global de la FA en la población general se encuentra en torno al 1,5-6,2 % [38,43]. Por grupos etarios es, aproximadamente, del 0,2 – 0,3 % en 25-35 años, 3 – 4 % en 55-60 años y 5 – 9 % en mayores de 65 años, llegando al 10 % en la década de los 80. Por sexos está en torno al 2,8 % en mujeres y 5,9 % en varones entre 65-69 años, llegando a 6,7 % en mujeres y 8,0 % en varones de 80 ó más años. Aunque la probabilidad de padecer una FA es 1,5 veces mayor en hombres que en mujeres, la mayor supervivencia de éstas hace que cuenten con la mayor cantidad de casos de FA (53 % ) [36,38,43].

Como factores de riesgo independientes para el desarrollo de FA se incluye el sexo varón, la hipertensión, la diabetes mellitus, la insuficiencia cardíaca y la enfermedad valvular. El infarto de miocardio constituye un factor de riesgo independiente para el desarrollo de FA sólo en varones, con una probabilidad de un 40 % superior en este grupo de pacientes. Variables ecocardiográficas como la dilatación de la aurícula izquierda, la hipertrofia ventricular izquierda, y la disfunción sistólica también están asociadas con el desarrollo de una FA. Debido a su alta prevalencia, la hipertensión arterial es responsable de la mayor parte de los casos de FA en la población (en torno al 50 – 60 %) más que cualquiera de los factores de riesgo ya descritos.

Datos del estudio Framingham nos indican que la FA en pacientes sin evidencia de cardiopatía, ni funcional ni estructural, comprende el 15 % de todos los casos, con un pico en su prevalencia en individuos con edades comprendidas entre los 60-79 años [40].

### 2.6.3. Tratamiento

Las principales líneas de trabajo en el tratamiento de pacientes con FA están relacionadas con la arritmia en sí misma, donde la investigación todavía no es demasiado extensa en algunas áreas, y con la prevención de tromboembolismos asociados, donde la información clínica es más abundante posibilitando la existencia de recomendaciones con un alto nivel de evidencias previas [44].

En pacientes con FA persistente, existen dos métodos fundamentales para el tratamiento de esta disfunción, aunque el limitado número de registros existentes no nos permite sugerir la superioridad de una técnica sobre otra. Uno es el restablecimiento del ritmo sinusal y el otro el control de la frecuencia cardíaca, a continuación se detallan cada uno de ellos.

#### Restablecimiento y mantenimiento del ritmo sinusal

La cardioversión es una terapia elegida, a menudo, como opción para el restablecimiento del ritmo sinusal en pacientes con FA persistente. En ocasiones, sin embargo, es la única posibilidad, como por ejemplo cuando la arritmia es la causa principal de un infarto de corazón, estados de hipotensión, angina de pecho, etc. Existe un riesgo asociado de tromboembolismo, especialmente en aquellas arritmias con duraciones superiores a 48 horas. La cardioversión se puede conseguir de las siguientes formas [36]:

- Cardioversión farmacológica. Es una técnica sencilla, a menudo, utilizada como paso previo a una cardioversión eléctrica y que puede realizarse en casa. El principal riesgo es la toxicidad de los fármacos antiarrítmicos. Es la más efectiva cuando se aplica en el plazo de siete días después de haberse iniciado el episodio de FA.
- Cardioversión eléctrica. Es mucho más efectiva que la anterior aunque requiere la sedación o anestesia del paciente. Básicamente consiste en una descarga eléctrica sincronizada con la actividad intrínseca del corazón, usualmente mediante la detección previa de la onda R. Este tipo de cardioversión es utilizada para el tratamiento de todos los ritmos cardíacos anormales, exceptuando el de fibrilación auricular (FA). Es importante hacer notar que el término desfibrilador implica una descarga eléctrica asíncrona, la cual es apropiada para la corrección de la FV pero no para la FA. Técnicamente la cardioversión puede realizarse con un catéter intravenoso o a través de marcapasos o desfibriladores implantados convenientemente programados.

El mantenimiento del ritmo sinusal es especialmente relevante en casos de FA paroxística o persistente. El principal objetivo es la supresión de los síntomas y algunas veces la prevención de taquicardias inducidas por cardiomiopatías debidas a FA. No existen datos que puedan indicar fehacientemente si el mantenimiento del ritmo puede prevenir los trombos, infartos de corazón o la muerte. Puesto que los factores clínicos que predisponen a un paciente a una FA recurrente (como por ejemplo la avanzada edad, historial de infartos, hipertensión, agrandamiento de la aurícula izquierda, disfunciones en ventrículos izquierdo, etc.) son también factores de riesgo para tromboembolismos, el riesgo de infarto puede no verse reducido por la corrección del ritmo. El mantenimiento del ritmo se puede conseguir de las siguientes formas [36,45]:

- **Mantenimiento farmacológico.** Principalmente indicado en pacientes con síntomas molestos relacionados con FA paroxística o episodios recurrentes después de una cardioversión y que pueden tolerar fármacos antiarrítmicos. La eficacia de los fármacos actuales es limitada.
- **Mantenimiento no farmacológico.** Se puede distinguir las siguientes estrategias terapéuticas [45]:
  - **Ablación quirúrgica.** A partir del mapeado de episodios de Fa en animales y humanos el equipo de Cox y colaboradores desarrolló una técnica que controla esta arritmia en el 90 % de los casos seleccionados, denominada operación Cox-Maze o laberinto de Cox. Con esta terapia, los cirujanos realizan pequeñas incisiones en la aurícula, creando tejido de cicatriz que actúa como una barrera contra los impulsos eléctricos anormales que causan la fibrilación auricular.
  - **Ablación por catéter.** Tras el éxito de las terapias quirúrgicas, se han desarrollado diferentes terapias con catéter con resultados similares. Cuando el origen de la FA puede ser localizado, generalmente en el ostium de las venas pulmonares se puede realizar la ablación de dicho foco, pudiendo evitar la recurrencia hasta en un 90 % de los casos. Cuando el origen de la FA no es local estas terapias no son tan efectivas.
  - **Desfibriladores auriculares implantados y marcapasos.** Aunque su uso clínico como posibles terapias para la supresión de FA no han sido validados, existen investigaciones recientes basadas en el control del ritmo auricular mediante descargas eléctricas realizadas por dispositivos implantados. Sin embargo, las técnicas de ablación descritas anteriormente proporcionan mejores niveles de eficacia con menores niveles de riesgos asumidos.

### **Control de frecuencia cardíaca**

El principal objetivo de esta técnica es reducir la respuesta ventricular a una frecuencia cardíaca aceptable durante el reposo y el ejercicio que cause alivio o reducción de los síntomas, sin intentar la cardioversión a ritmo sinusal. La desventaja de controlar solamente la frecuencia cardíaca es que, aunque el control de la frecuencia ventricular como primera estrategia de tratamiento en la FA está extensamente usada en la práctica médica, la óptima y adecuada frecuencia para la FA está indefinida y una evaluación a largo plazo del control de la misma por los fármacos comunes no ha sido investigado sistemáticamente. Por otro lado, el largo tiempo de anticoagulación es obligatorio en los pacientes en los que sólo se controla la frecuencia cardíaca. Al igual que en los casos anteriores, el control de frecuencia cardíaca puede realizarse a través de fármacos o bien a través de técnicas de ablación del nodo AV combinadas con la implantación de marcapasos permanentes [46–48].

# Capítulo 3

## Estado del Arte

---

<b>3.1. Problemática del Ruido en Registros Biomédicos</b>	<b>27</b>
<b>3.2. Técnicas para la Reducción de Ruido Muscular</b>	<b>28</b>
3.2.1. Métodos basados en técnicas clásicas de filtrado	28
3.2.2. Métodos basados en el promedio de latidos	29
3.2.3. Métodos basados en filtros adaptativos	29
3.2.4. Métodos basados en la transformada Wavelet	31
3.2.5. Métodos basados en análisis de componentes independientes	33
3.2.6. Métodos basados en filtros Kalman	34
3.2.7. Métodos basados en filtros Wiener	35
<b>3.3. Técnicas para la Reducción de las Variaciones de la deriva de la Línea Base</b>	<b>36</b>
3.3.1. Métodos basados en filtros clásicos	37
3.3.2. Métodos basados en filtros adaptativos	37
3.3.3. Métodos basados en aproximación mediante funciones	38
3.3.4. Métodos basados en filtros variables en el tiempo	39
3.3.5. Métodos basados en filtros wavelets	40
<b>3.4. Técnicas para la Reducción de la Interferencia de Red</b>	<b>40</b>
3.4.1. Métodos basados en filtros Notch	41
3.4.2. Métodos basados en filtros adaptativos	42
3.4.3. Otros Métodos	43
<b>3.5. Técnicas de extracción de Actividad Auricular</b>	<b>43</b>
3.5.1. Métodos basados en Template Matching and Subtraction	44
3.5.2. Métodos basados en la cancelación adaptativa de la actividad ventricular	44
3.5.3. Métodos basados en técnicas de cancelación espacio-temporales	45
3.5.4. Métodos basados en el procesado separado de QRS y la onda T	45
3.5.5. Métodos basados en técnicas de cancelación mediante Redes Neuronales	46
3.5.6. Métodos basados en Análisis de Componentes Independientes	47
3.5.7. Métodos basados en Análisis por Componentes Principales	48
3.5.8. Métodos basados en extracción mediante Wavelets	48

---

En este capítulo se realiza una revisión bibliográfica de los métodos y técnicas más importantes y ampliamente aceptados que se aplican en la actualidad a las señales electrocardiográficas para su preprocesamiento. De esta manera, se podrá contextualizar mejor las aportaciones realizadas en esta tesis doctoral en alguna de las etapas que se describirán en este mismo capítulo. La elevada cantidad y variedad de métodos propuestos a lo largo de los últimos años es debida a la gran complejidad que encierra, en algunos casos, extraer reglas para implementar algoritmos que reflejen el conocimiento médico en algunos campos y la necesidad de disponer, por ello, de señales con el menor ruido posible.



### 3.1. Problemática del Ruido en Registros Biomédicos

En la señal ECG, como en la mayoría de las señales biomédicas, la presencia de ruido es un problema común y difícilmente evitable ya que no se puede aislar el sistema cardiovascular de otros sistemas adyacentes tanto fisiológicos como de adquisición [1,49]. La reducción del ruido en el ECG ha sido uno de los temas más abordados en la bibliografía sobre procesado del ECG. Han sido y son muy diversas las maneras de afrontar el problema y no existe un único método de aplicación universal a todas las fuentes de ruido.

Como en cualquier sistema de procesado de señales, la primera etapa consiste en la adquisición de la propia señal. En la práctica, esta adquisición de la señal se realiza mediante diferentes circuitos electrónicos. Las señales utilizadas en este trabajo provienen mayoritariamente de la base de datos de PhysioBank [50], excepto las pertenecientes a la base de datos propia, en las cuales se sintetizaron señales con diferentes tipos de ruido.

Una vez la señal es adquirida, ésta todavía no debe utilizarse para el diagnóstico ya que presenta una serie de elementos ajenos a la propia señal debido a varios factores:

- Ruido Muscular y Artefactos, los cuales son debidos al registro de la actividad de los músculos más cercanos, y al movimiento del electrodo o del paciente respectivamente.
- Interferencia de la red (50/60 Hz), la cual se debe a la presencia de dispositivos de instrumentación cercanos al paciente conectados a la red eléctrica.
- Variaciones de la línea base, las cuales aparecen principalmente por la respiración del paciente, y se caracterizan por componentes de baja frecuencia.

Estos elementos deben ser aislados y minimizados para que las siguientes fases pertenecientes a un proceso de análisis visual o automático ofrezcan unos resultados con una precisión satisfactoria. Cada uno de estos elementos se puede estudiar por separado. Así, la señal adquirida podrá ser representada como la combinación de todos estos elementos, de la forma descrita en la ecuación siguiente

$$y[n] = x[n] + m[n] + r[n] + b[n], \quad (3.1)$$

donde  $y[n]$  representa la señal discreta adquirida,  $x[n]$  la señal electrocardiográfica real producida por la actividad cardiaca que se desea registrar,  $m[n]$  el ruido producido por movimiento muscular y artefactos,  $r[n]$  la interferencia de la red eléctrica y  $b[n]$  las variaciones de la línea base. En todos los casos  $n$  representa el índice temporal discreto. La Figura 3.1 muestra un ejemplo de señal de ECG con varios ruidos.

El objetivo de los algoritmos de preprocesamiento es reducir al máximo  $m[n]$ ,  $r[n]$  y  $b[n]$  para que la señal obtenida  $y[n]$  sea lo más parecida a la señal real  $x[n]$ .

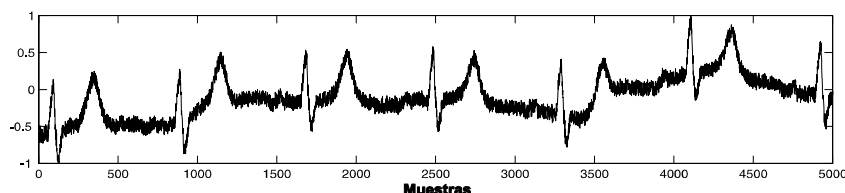


Figura 3.1: Señal electrocardiográfica con ruido superpuesto. En este caso el ruido corresponde a la actividad muscular y variación de la línea base.

En los siguientes apartados se exponen brevemente los principales métodos de reducción del ruido presente en el ECG que se pueden encontrar en la literatura especializada. Así mismo, se presentan clasificados según el tipo de ruido que eliminan.

## 3.2. Técnicas para la Reducción de Ruido Muscular

Como ya se ha comentado anteriormente, el ruido muscular es producido debido a la actividad de los músculos más cercanos al corazón [1–3]. Sus componentes frecuenciales llegan hasta 500 Hz y un filtrado paso bajo es la forma más usual de atenuación de las componentes frecuenciales superiores a las de la señal ECG.

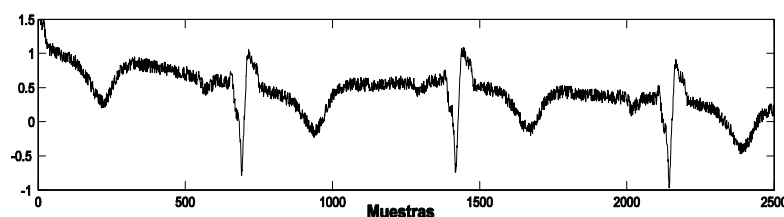


Figura 3.2: Señal ECG con ruido muscular

Estas componentes de alta frecuencia pueden dificultar una interpretación visual o un análisis automático de la señal electrocardiográfica. Por tanto, uno de los pasos en el procesado de la señal electrocardiográfica será la reducción de las interferencias de ruido muscular y artefactos.

A continuación, se describen las técnicas más comunes que se pueden encontrar para reducir el ruido muscular y de artefactos.

### 3.2.1. Métodos basados en técnicas clásicas de filtrado

Uno de los métodos más usuales de reducción del ruido presente en una señal lo constituye el uso de filtros paso bajo. Éste es un método genérico de reducción del ruido de una señal [51, 52], teniendo en cuenta que sus componentes frecuenciales están por encima (aunque en algunos casos también pueden solaparse) de las de la señal. Estos filtros se diseñan utilizando las técnicas clásicas de diseño de filtros digitales [4, 5, 53]. Por su escasa selectividad, sobre todo utilizando pocos coeficientes, los resultados que se obtienen indican que no son unos óptimos métodos para cancelar ruido en registro ECG.

Por ejemplo, Ahlstrom [54] describe dos filtros paso bajo para eliminar el ruido de alta frecuencia, uno de ellos de primer orden, y el otro de segundo orden. Las ecuaciones de los filtros de primer orden son:

$$H(Z) = \frac{(1 - z^{-m})}{(1 - z^{-1})}. \quad (3.2)$$

El problema relacionado con estos filtros es la presencia de lóbulos secundarios y poca selectividad. Para mejorar estos aspectos se puede utilizar el filtro de segundo orden también propuesto por Ahlstrom [54]:

$$H(z) = \frac{(1 - z^{-4})^2}{(1 - z^{-1})^2}. \quad (3.3)$$

Este tipo de filtros presenta varios problemas: si la señal presenta varios tipos de ruido el resultado no es el esperado y no filtra la señal correctamente, además distorsiona la señal si los valores de ruido son elevados y únicamente cancela el ruido blanco si sus valores no son muy elevados. Con el fin de eliminar el ruido en la señal del ECG y aumentar la eficiencia del diagnóstico, existen métodos basados en el filtrado morfológico, como el presentado por Taouli [55]. Estos filtros morfológicos son transformaciones lineales de señales que localmente modifican las características geométricas de éstas. Se derivan de las operaciones básicas de un método para el análisis de la señal, llamada morfología matemática, que fue presentado por Serra [56]. Otros sistemas se basan en filtros de subespacio, en los cuales se busca una predicción para poder separar el subespacio del ruido y el subespacio de la señal de ECG [57]. Freddy [58] propone un filtrado predictivo basado en filtros de respuesta al impulso finita (FIR) para la reducción del ruido muscular en registros de ECG. Por su parte, [59] desarrolla un sistema basado en un filtro de residuo. El algoritmo propuesto explota la característica de periodicidad en registro ECG para el filtrado con una cantidad mínima de distorsión. Este sistema utiliza el promedio de la señal en el tiempo para encontrar la parte estacionaria de la señal [59]. Por último, Gaydecki [60] describe varias estructuras para la reducción de ruido mediante filtros IIR y FIR implementadas en un DSP. En el capítulo de resultados, se muestran las comparaciones realizadas con estos métodos para la reducción de ruido.

### 3.2.2. Métodos basados en el promedio de latidos

Aprovechando la semejanza entre los latidos de estas señales, su semiperiodicidad, y si la señal es de suficiente duración para poder contar con una cantidad relativamente elevada de periodos, se puede hacer un promedio de varios latidos semejantes para reducir el ruido. Este método exige en primer lugar la aplicación de un algoritmo para dividir el registro en sus latidos componentes [61], y además la utilización de alguna función de alineamiento temporal para poder sumar los latidos con distinta duración.

El promediado temporal de latidos es una técnica que se utiliza para mejorar la relación señal a ruido de las señales electrocardiográficas de alta resolución. Para ello se hace uso de su característica repetitiva y de la no correlación entre el ruido y la señal. El uso del promediado requiere un punto de sincronismo como referencia, ya que el desalineamiento de las señales a promediar produce un efecto indeseable de filtrado paso bajo. En el trabajo [62] se presenta un método para llevar a cabo este alineamiento. Para ello se utiliza un filtro interpolador de ventana de Blackman, con factores entre 1 y 10. Se estudian 5 métodos de alineamiento usando ruido blanco e interferencia de la red de 50Hz. Este método reduce la varianza del alineamiento en hasta 0.5ms, respecto al promedio directo. Kotas [63] presenta otro sistema para la reducción de ruido mediante la sincronización en tiempo y basado en las proyecciones espacio estado, este sistema conserva la variabilidad de la morfología de los latidos del corazón.

### 3.2.3. Métodos basados en filtros adaptativos

Un filtro adaptativo es un filtro cuyos coeficientes varían con el tiempo [20, 64–66]. Diseñar un filtro adaptativo consistirá en determinar la regla de variación de los coeficientes. Las características fundamentales de estos sistemas adaptativos son: automáticamente se adaptan de acuerdo al entorno cambiante y pueden ser entrenados para funcionar de forma óptima.

El algoritmo LMS pertenece a la familia de los algoritmos de gradiente estocástico. Con el término “estocástico” se pretende distinguir este algoritmo del Steepest Descent, que utiliza un gradiente determinista para el cálculo de los coeficientes del filtro. Una característica importante

del LMS es su simplicidad. No requiere medidas de las funciones de correlación, ni tampoco inversión de la matriz de autocorrelación.

El LMS comprende dos procesos básicos:

- Un proceso de filtrado, que implica el cálculo de la salida generada por un filtro transversal, y la generación de una estimación del error comparando esta salida con la respuesta deseada.
- Un proceso adaptativo, que realiza el ajuste automático de los coeficientes del filtro de acuerdo con la estimación del error.

Si fuera posible obtener medidas exactas del vector gradiente  $\nabla\xi(n)$  en cada iteración  $n$ , y se dispusiese del parámetro  $m$  adecuadamente elegido, el vector de pesos del filtro convergería a la solución óptima de Wiener. Pero en la realidad no disponemos de estas medidas exactas del vector gradiente, ya que no se conoce la matriz de autocorrelación de la señal de entrada al filtro ni el vector de correlación cruzada entre esta señal de entrada al filtro y la respuesta deseada. Por tanto, el vector gradiente ha de ser estimado a partir de los datos.

La manera más sencilla de estimar el vector gradiente consiste en sustituir en la expresión

$$\nabla\xi(n) = -2p + 2Rw(n), \quad (3.4)$$

$R$  y  $p$  por estimaciones instantáneas constituidas por los valores de señal de entrada al filtro y por la respuesta deseada, es decir

$$\hat{R}(n) = x(n)x^H(n) \quad \hat{p}(n) = x(n)d^*(n), \quad (3.5)$$

y se obtiene así una estimación instantánea del vector gradiente.

$$\hat{\nabla}\xi(n) = -2x(n)d^*(n) + 2x(n)x^H(n)w(n). \quad (3.6)$$

Esta estimación puede verse como el resultado de aplicar el operador gradiente  $\nabla$  al error instantáneo  $|e(n)|^2$ . Si se sustituye la estimación del vector gradiente en la ecuación de actualización de los pesos utilizada en el algoritmo Steepest-Descent  $\{w(n+1) = w(n) - (1/2)\mu(-\hat{\nabla}\xi(n))\}$  se obtiene la relación recursiva siguiente:

$$w(n+1) = w(n) + \mu x(n) [d^*(n) - x^H(n)]. \quad (3.7)$$

Se puede expresar esta solución con las siguientes relaciones:

Salida del filtro

$$y(n) = w^H(n)x(n). \quad (3.8)$$

Estimación del error

$$e(n) = d(n) - y(n). \quad (3.9)$$

Adaptación de los pesos del filtro

$$w(n+1) = w(n) + \mu x(n)e^*(n). \quad (3.10)$$

Existen varios métodos que con filtrado adaptativo consiguen cancelar parte de ruido de ECG. Olmos [66] propone un sistema adaptativo de bloque (BLMS) basado en una estimación del gradiente bloque, en el cual el vector de coeficientes se actualiza una vez por cada ocurrencia. Este sistema se propuso para mejorar el sistema LMS para señales estacionarias. Otro sistema adaptativo basado en filtros tiempo-frecuencia fue presentado por Urban [67], para este tipo de filtros es necesaria una señal con múltiples derivaciones. Yufeng [68] presenta un sistema para la reducción de ruido adaptativo normalizado. Un método basado en recursive least square (RLS) es planteado por Sansone [69], el cual aporta una convergencia más rápida con respecto a algoritmos basados en LMS. Finalmente Rahman describe diversas estructuras de filtro adaptativo basadas en el algoritmo normalized signed regressor LMS (NSRLMS) [70] y [71] presenta un algoritmo adaptativo nonlinear signed regressor LMS (ENSRLMS). Los resultados de la comparación entre el método propuesto y los filtros adaptativos, vienen reflejados en el capítulo de resultados.

### 3.2.4. Métodos basados en la transformada Wavelet

La transformada Wavelet es una herramienta matemática cuyo uso se ha extendido enormemente en los últimos 20 años en el procesado de señales, incluyendo por supuesto las señales biológicas. En esta sección se lleva a cabo una breve descripción de esta técnica y las aportaciones en su aplicación a la reducción de ruido de la señal electrocardiográfica. Se realiza únicamente la descripción de los aspectos de la transformada Wavelet más relevantes para la presente tesis. Para mayor información sobre la Transformada Wavelet se pueden consultar los trabajos [72,73].

Algunos ejemplos claros son el procesado multiresolución (usado en visión por computador), codificación sub-banda (desarrollado para la compresión de imágenes y voz), la expansión por series de wavelet (perteneciente al ámbito de la matemática aplicada), y tantos otros que han sido reconocidos ya simplemente como diferentes puntos de vista de una misma teoría [74,75]. La transformada wavelet (WT) resulta de especial interés en el caso de análisis de señales no estacionarias, ya que proporciona una alternativa a técnicas como la *Transformada de Fourier a Corto Plazo* o la *Transformada Gabor*. La diferencia básica con estas técnicas clásicas que utilizan un enventanado simple es que la WT utiliza *ventanas estrechas* a altas frecuencias y *ventanas anchas* a bajas frecuencias [74,75].

En el área de la ingeniería biomédica, donde abundan señales no estacionarias, el desarrollo del análisis wavelet ha sido considerable. Según se ha descrito en el capítulo 2, el ECG es una medida de la actividad eléctrica asociada al corazón. El estudio de la señal electrocardiográfica puede llegar a ser muy complejo debido a los cambios morfológicos en el tiempo asociados a condiciones fisiológicas diversas y a la presencia de ruido. Las principales aplicaciones que se pueden encontrar en la literatura actual se han centrado en aspectos tales como detección de puntos característicos y anomalías [76–78], compresión del ECG [79, 80], eliminación de ruidos [81–84], análisis de ritmo cardíaco [85], detección y clasificación de arritmias cardíacas [86,87], etc. En general, se podría afirmar que aquellas aplicaciones wavelet basadas en detección de puntos, análisis de ritmo y clasificación intentan encontrar patrones de comportamiento a través de la observación de las descomposiciones, o reconstrucciones en su caso, obtenidas a diferentes escalas y con diferentes familias de funciones. Por otro lado, las técnicas de eliminación de ruido se basan en la umbralización de las energías obtenidas a través de cada coeficiente. Por último, las técnicas de compresión, tanto en el caso concreto del ECG como en otras aplicaciones que se comentaran en los siguientes apartados, utilizan la búsqueda del mejor árbol de descomposición como esquema para conseguir reconstruir fielmente las señales consideradas únicamente a partir de un reducido número del conjunto de coeficientes

obtenidos.

El proceso genérico para reducir el ruido de una señal utilizando la WT es tomar los coeficientes de la aproximación wavelet, aplicar un umbral, y calcular la IWT para obtener la reconstrucción de la señal sin ruido [88]. Se intenta identificar los componentes que contienen el ruido y reconstruir la señal sin dichos coeficientes. De una manera detallada, los pasos a seguir son:

1. Escoger una Wavelet, un nivel, y calcular la descomposición Wavelet de la señal  $s$  en el nivel  $J$ .
2. Aplicar un umbral a los coeficientes de detalle, del nivel 1 al  $J$ . El cálculo de este umbral y la forma de aplicarlo, determinará el resultado del proceso. El umbral será de la forma  $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_J]$ .
3. Reconstruir la señal, basándose en los coeficientes de la aproximación y los coeficientes modificados del detalle.

Las condiciones exigibles a este proceso de reducción del ruido son que se minimice el error cuadrático medio (o lo que es lo mismo, que maximice la SNR resultante), y que la señal obtenida sea al menos tan suave como la señal inicial [89], para evitar que, aunque se cumpla la primera condición, aparezcan picos en la señal resultante, que se pueden confundir con información presente en la señal, o puede dar lugar a que se eliminen puntos característicos del ECG.

Existen algunos métodos propuestos [82, 90–94] para la reducción del ruido basándose en los requisitos mencionados. La diferencia entre ellos es la forma de calcular el umbral, y la manera de aplicarlo a los coeficientes del detalle. En cuanto al cálculo del umbral, la mayoría se basan en modificaciones del propuesto por Donoho [89], que viene dado por la expresión  $\delta = \sqrt{2 \log(N)} \hat{\sigma}$ , siendo  $N$  el número de coeficientes del detalle considerado, y  $\hat{\sigma}$  una estimación del nivel de ruido obtenida a partir de ciertos cálculos [89]. El problema de estos métodos es que son demasiado conservadores y los resultados obtenidos en señales con alto nivel de ruido no son muy satisfactorios [95].

Una vez conocido este valor de  $\hat{\sigma}$ , ya se puede calcular el umbral  $\delta$ . La forma de aplicar este umbral a los coeficientes puede ser lineal o no lineal. En general, esta última ofrece mejores resultados [96], pudiendo a su vez dividirse en soft-thresholding o hardthresholding.

Uno de los trabajos más representativos de esta técnica es el presentado en [97], que sirve de base para la mayoría de los restantes. En éste se establecen los principios básicos para aplicar esta herramienta a la reducción del ruido. Otros autores también han desarrollado modificaciones de la transformada wavelet para la disminución de ruido. Inoue [90] describe un método iterativo basado en la transformada Wavelet, añadiendo técnicas vectoriales de proyección sobre conjuntos y así evitar el solapamiento que existe entre los filtros de la transformación, lo cual provoca que la umbralización no sea la ideal. Algunas modificaciones a la umbralización para aplicar el método en algunos casos en el que el ruido no corresponde a ruido blanco gaussiano, tal como se supone en la mayoría de ocasiones han sido descritas por Berkner [98]. Otro método basado en la umbralización es el propuesto por Krozaitis [99], donde se utiliza un método basado en la correlación de tercer orden para seleccionar el umbral, con lo cual se consigue que la SNR obtenida sea más constante respecto al umbral escogido, aunque en algunos casos los resultados obtenidos son peores que con el método clásico. Coifman [100] utiliza un método iterativo basado en la selección de la mejor descomposición de una señal utilizando la transformada Wavelet, a partir de la medida de la entropía obtenida variando la familia de Wavelets. Donghui [101] desarrolla también un método basado en Wavelets,

mediante la elección de un umbral para seleccionar el nivel de descomposición que mejor cancela la interferencia. También las emplea para eliminar ruido de alta frecuencia, mediante técnicas empíricas de Bayes. Por su parte, [102] elabora un método en cascada en el cual se evalúa la Energía de Ratio para decidir las transformadas a realizar. En este trabajo [103], Kabir presenta un método de eliminación de ruido de ECG empleando algoritmos basados en “empirical mode decomposition” y la transformada wavelet, proponiendo un umbral adaptativo que se emplea para los coeficientes wavelet antes de la reconstrucción de la señal del ECG. Por último Celka describe una combinación entre la transformada wavelet y analiza las componentes principales para la reducción de ruido en ECG [104]. De nuevo, los resultados obtenidos por los métodos basados en Wavelet vienen mostrados en el capítulo 7.

### 3.2.5. Métodos basados en análisis de componentes independientes

El análisis de componentes independientes, en adelante ICA, fue presentado en 1986 por Jeanny Herault y Christian Jutten en Utah como una red neuronal basada en la ley de aprendizaje de Hebb capaz de realizar una separación ciega de señales. En concreto, este algoritmo trata de separar un número determinado de señales estadísticamente independientes a partir un número idéntico de señales de entrada que son suma lineal de las primeras [105–108].

Durante la adquisición de señales de cualquier naturaleza, los registros no reflejan la información que en un principio contenían las señales por sí mismas, aisladas, sino que se produce una superposición de las mismas que impide reconocer en los registros las señales que fueron originales, siendo éstas además desconocidas [105]. Al llevar a cabo esta adquisición, las señales se registran de forma no invasiva sobre el cuerpo, es decir, los sensores miden la actividad eléctrica que hay en esta superficie, a este nivel. Es por ello que la actividad eléctrica registrada no coincide con la actividad eléctrica original, ya que desde las fuentes que han originado las señales hasta el punto en el que se han registrado, la señal eléctrica se ha transmitido y ha atravesado diferentes medios. Es aquí donde resulta de utilidad la técnica ICA, ya que a partir de las señales de ECG grabadas, ICA es capaz de estimar las componentes independientes que las han originado.

Matemáticamente se puede expresar el problema a resolver como

$$x = Ws, \quad (3.11)$$

donde la matriz  $W$  es la matriz de mezcla o de pesos que combina las fuentes independientes para dar lugar a las señales medidas, los registros de EEG son

$$x = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\} \quad (3.12)$$

y las fuentes que han originado la actividad cerebral recogida se muestran como

$$s = \{s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)\}. \quad (3.13)$$

Es suficiente asumir que las componentes  $s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)$  son estadísticamente independientes para cada instante  $t$  [105].

Otra restricción que se impone para realizar ICA es que las componentes independientes deben seguir distribuciones no gaussianas. La razón de esta exigencia viene dictada por el Teorema Central del Límite, que dice que la distribución estadística que sigue la combinación lineal de variables aleatorias independientes tiende a una distribución gaussiana. Por lo tanto, cuanto menos gaussiana resulte la distribución, más se acercará la variable a ser una componente independiente [105].

Diversos autores han propuesto sistemas basados en ICA para la reducción de ruido. James aplica la técnica de ICA para la cancelación de ruido en registros de EEG [109], Jung también filtro el ruido de artefactos en EEG mediante ICA [110]. He implementa prueba esta técnica en registro de ECG con tres derivaciones [111]. Taigang propone un sistema ICA para detectar y reducir diferentes tipos de ruido presentes en el ECG [112], una dificultad con la aplicación de ICA es la determinación del orden de los componentes independientes. Esta técnica basada en simples parámetros estadísticos se propone para resolver ese problema. Chawla [113, 114] desarrolla un método para separar el ruido y la señal ECG basado en PCA e ICA. Los índices de rendimiento de PCA también los utilizó para evaluar las variaciones del complejo QRS, segmentos y sus errores. En este estudio se aplican ICA para aislar los artefactos de movimiento [115]. Se estudian dos procedimientos, La primera técnica se basa en un enfoque en el dominio de la frecuencia de separación de mezcla convolutiva. El segundo se basa en la limitación temporal de ICA que permite la estimación de una única componente cercana a una señal de referencia en particular.

### 3.2.6. Métodos basados en filtros Kalman

El filtro de Kalman es un conjunto de ecuaciones matemáticas que proveen una solución recursiva eficiente del método de mínimos cuadrados [116]. Esta solución permite calcular un estimador lineal, insesgado y óptimo del estado de un proceso en cada momento del tiempo con base a la información disponible en el momento  $t - 1$ , y actualizar, con la información adicional disponible en el momento  $t$ , dichas estimaciones. Este filtro es el principal algoritmo para estimar sistemas dinámicos especificados en la forma de estado-espacio (State-space) [116]. Para un sistema discreto no lineal con el vector de estado  $x_k$  y de observación  $y_k$ , la dinámica del modelo se puede formular como sigue

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= f(x_k, w_k, k) \\ y_k &= g(x_k, v_k, k),\end{aligned}\tag{3.14}$$

donde  $w_k$  y  $v_k$  son los procesos de medición y ruido respectivamente, con las matrices de covarianza  $Q_k = E\{w_k w_k^T\}$  y  $R_k = E\{v_k v_k^T\}$ .

La estimación del estado inicial del estado  $x_0$  se define como  $x_0 = E\{x_0\}$  con

$$P_0 = E\{(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^T\}.\tag{3.15}$$

El filtro de Kalman es un algoritmo de procesamiento de datos óptimo recursivo. Óptimo porque minimiza un criterio determinado y porque incorpora toda la información que se le suministra para determinar el filtrado. Recursivo porque no precisa mantener los datos previos, lo que facilita su implementación en sistemas de procesamiento en tiempo real. Por último, algoritmo de procesamiento de datos, ya que es un filtro, pensado para sistemas discretos. El objetivo del filtro de Kalman es estimar los estados de una manera óptima, de manera que se minimiza el índice del error cuadrático medio [117].

El sistema se puede representar con la Figura 3.3.

De manera que su evolución es expresada en espacio de estados por

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + v(k) \\ y(k) &= Cx(k) + w(k)\end{aligned}\tag{3.16}$$



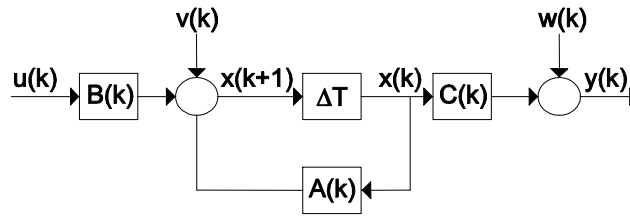


Figura 3.3: La figura representa el esquema general de un filtro de Kalman

Siendo  $x(k)$  el estado,  $y(k)$  la salida u observación del sistema,  $w(k)$  el proceso estocástico asociado a la medida,  $v(k)$  el proceso estocástico asociado al sistema y  $A, B, C$  las matrices determinísticas que definen la dinámica del sistema.

Las matrices de covarianza  $Q(k)$  y  $R(k)$  son diagonales y por tanto simétricas. En el sistema real se puede observar el valor de  $y(k)$  de manera directa con los sensores adecuados. Esta medida incorporará una serie de incertidumbres asociadas: la incertidumbre del sensor y la del sistema. Por otro lado solo se podrá acceder al valor  $y(k)$ . En caso de necesitar la evolución completa del estado  $x(k)$  y/o de precisar el valor de la observación ajena a las variaciones provocadas a la incertidumbre, tendremos que estimar de alguna manera indirecta sus valores.

El filtro de Kalman propone un método para obtener un estimador óptimo del estado. Si suponemos que  $\hat{x}(k)$  es la estimación en el instante  $k$  del estado. El filtro de Kalman buscará obtener ese valor de estimación de manera que se minimice el error cuadrático medio. Definiendo el error como la diferencia entre el valor real del estado y la estimación

$$e(k) = x(k) - \hat{x}(k). \quad (3.17)$$

El objetivo, por tanto, será minimizar

$$P(n) = E\{e(n) \cdot e^T(n)\}. \quad (3.18)$$

A la matriz  $P(n)$  se la conoce como matriz de covarianza del error. Dependiendo del valor que tome  $n$  en la ecuación (3.18), se tendrá distintas representaciones del filtro de Kalman. El objetivo del filtrado Kalman consiste en determinar los valores de  $\hat{x}(k+1)$  a partir de las medidas contaminadas de la observación  $y(k+1)$  para que la matriz  $P(k+1)$  sea mínima [117].

Existen varios métodos que utilizan estos algoritmos. Diversi introduce un sistema basado en una extensión de filtros Kalman para la reducción de ruidos simétricos con varianza mínima [118]. Sameni se basa en una extensión de los filtros Kalman mediante el uso de filtros bayesianos, mejorando con ellos el funcionamiento de un filtro de Kalman clásico [119, 120]. Aydin propone un sistema para la mejora de la reducción de los errores geométricos y de ruido en señales biomédicas mediante un filtro Kalman, estima las variaciones de ruido en el Filtro de Kalman mediante el uso de un algoritmo basado en el residuo y de otro basado en maximización de expectativas [121]. El método descrito por Vullings [122] se basa en un filtro adaptativo de Kalman, en el cual la estimación de la adaptación del proceso y de medición de la covarianza del ruido se realiza mediante la maximización de la evidencia de la función bayesiana.

### 3.2.7. Métodos basados en filtros Wiener

El problema de filtrar una señal  $x(t)$  (señal de entrada al filtro), se ha entendido tradicionalmente en términos frecuenciales. Es decir, excesivamente influenciado por el

dominio de la frecuencia donde la comprensión mejora. Todo el proceso de  $x(t)$ , para obtener  $y(t)$  (salida del filtro), se entendía en términos de si esta última es una versión paso bajo, paso banda o paso alto de la original. Si bien el diseño del filtro de Wiener suele tener lugar en el diseño temporal, mucha de la comprensión de sistemas y diseños va ligada a su representación frecuencial [123]. Por esta razón, este apartado se va a ocupar de la forma de trabajar del filtro de Wiener en dicho dominio. Esta descripción en frecuencia enriquece el conocimiento del filtro y, lo que es más importante, permite establecer de antemano su interés ante un escenario y una referencia dada. Para comprender la forma de trabajar del filtro de Wiener en frecuencia es necesario extender las ecuaciones de diseño para un filtro de respuesta impulsional infinita, en lugar del caso FIR causal. A continuación se describen las ecuaciones de diseño de un filtro de Wiener tipo FIR de  $Q$  coeficientes [123]

$$\sum_{q=0}^{Q-1} h^*(q)r_{xx}(l-q) = r_{dx}(l) \quad l = 0, \dots, Q-1. \quad (3.19)$$

Cuando la ecuación anterior incluye un filtro cuya respuesta se extiende de  $-\infty$  a  $+\infty$  el comportamiento del filtro de Wiener en frecuencia viene dado por la expresión

$$H(w)S_x(-w) = S_{xd}(-w) \quad \Leftrightarrow \quad H^*(-w)S_x(w) = S_{dx}(w). \quad (3.20)$$

Siendo  $H(w)$  la respuesta en frecuencia (si bien estrictamente hablando y dado que se trata de un sistema discreto se debería escribir  $H(\exp(jwT))$ , siendo  $T$  el periodo de muestreo),  $S_x(w)$  es la densidad espectral de la entrada, y  $S_{xd}(w)$  es la densidad espectral cruzada de los datos con la referencia. La ecuación (3.20) justifica que, estimando las dos densidades espectrales con un procedimiento como WOSA (weighting overlapping spectrum averaging) pueda estimarse el filtro de Wiener por el cociente de ambas [123].

Diversos autores han desarrollado aplicaciones basadas en estos sistemas. Melten [124] utiliza un filtrado Wiener para reducir la influencia del ruido muscular en Espectroscopía, dicho método probado para eliminar el mismo ruido en la señal ECG, no consigue los mismos valores de cancelación, pero reduce considerablemente el efecto. Otro autor utiliza un filtro Wiener para eliminar ruido de artefactos en ECG en unión con el filtro Wavelet [125]. En este artículo [83], Suresh basándose en un filtrado Wiener, consigue reducir la influencia del ruido muscular mediante una mejora en la elección de los coeficientes. Finalmente cabe destacar a [126], el cual trabaja en la unión de un filtro FIR Wiener y “empirical mode decomposition” para la reducción ruido en registros de ECG .

### 3.3. Técnicas para la Reducción de las Variaciones de la deriva de la Línea Base

Las variaciones de la línea base se producen debido a múltiples factores como, por ejemplo, al movimiento del paciente durante la adquisición del electrocardiograma, la respiración, y cambios en la impedancia de los electrodos [1–3]. Estas variaciones suponen una interferencia de baja frecuencia y de cierta amplitud que debe ser reducida para no alterar el resultado de procesos posteriores. Por ejemplo, la Figura 3.4 muestra una señal electrocardiográfica con deriva de la línea base.

Estas componentes de baja frecuencia pueden inducir a un error cuando se realiza una interpretación visual o análisis automático de la señal electrocardiográfica. El contenido frecuencial de estas variaciones normalmente está en el rango 0 a 0.5Hz, aunque en el test de

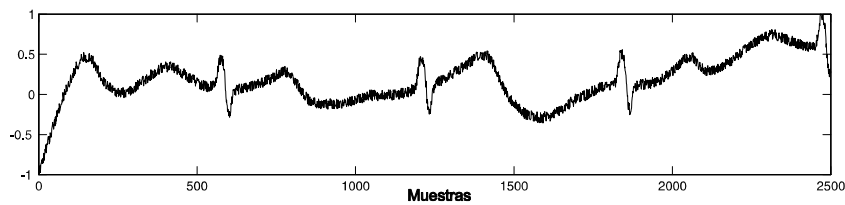


Figura 3.4: Señal ECG con variaciones de la línea base.

esfuerzo el rango frecuencial es mayor. Por tanto, el primer paso en el procesado de la señal electrocardiográfica es la reducción de las variaciones en la línea base.

En los siguientes apartados se describen las técnicas más comunes que se pueden encontrar en la literatura especializada para reducir la deriva de la línea base.

### 3.3.1. Métodos basados en filtros clásicos

Una primera solución podría ser la utilización de filtros paso banda de  $0,5Hz$  a  $100Hz$ , o de paso alto con una frecuencia de corte de  $0.5Hz$ , ya que estas interferencias normalmente tienen un contenido frecuencial por debajo de este valor. Sin embargo, esto no cumple las especificaciones de la American Heart Association [127], ya que se modifican componentes de baja frecuencia como el segmento ST. Además, los filtros lineales tienen un elevado coste computacional, y para conseguir una banda estrecha es necesario un elevado número de coeficientes [128]. Si se utilizan filtros IIR serán necesarios menos coeficientes, pero no tienen fase lineal, por lo que distorsionarán la señal.

Por ejemplo, Ahlstrom [54] propone un conjunto de filtros digitales a aplicar en todas las etapas de preprocesado de la señal ECG. Entre ellos se propone un filtro para reducir las variaciones de la línea base. Este filtro es un filtro paso alto IIR, con una frecuencia de corte de  $0.5Hz$ . Otros autores proponen diferentes estructuras de filtrado, como por ejemplo Jacek, que utiliza un banco de filtros no lineales [129], o Luo que describe diferentes filtros IIR [5] y Rangayyan y Leif que comentan los tipos de filtrado de baja frecuencia para señales biomédicas [1,3]. Estos sistemas se han implementado y los valores obtenidos de la comparación se muestran en el capítulo de resultados.

### 3.3.2. Métodos basados en filtros adaptativos

Con respecto al estado del arte en los métodos basados en filtros adaptativos, comentar a Laguna [130], que describe un método para la reducción de la línea base usando esta técnica de filtrado adaptativo. Para ello se propone un filtrado adaptativo en cascada de dos pasos. El primero consiste en un filtrado adaptativo constante, y el segundo es un filtrado tomando como referencia los instantes de aparición de cada latido. En ambos se utiliza el algoritmo LMS. El primer filtrado pretende eliminar la componente DC y las frecuencias menores que aquellas donde aparece el segmento ST. Después de esto y teniendo en cuenta el comportamiento repetitivo del ECG, se aplica un filtrado adaptativo con impulsos correlados, adecuado para la estimación de señales periódicas o de señales que se repiten por bloques en el tiempo. Este filtrado elimina el remanente de las variaciones en la línea base que no estén correladas con el QRS para así preservar las componentes del QRS que sí lo estén. Rahman [70] por su parte, describe un sistema basado en el algoritmo normalized signed regressor LMS(NSRLMS) para la disminución de ruido línea base en registros de ECG, según los datos mostrados este sistema mejora la reducción de la línea base frente a un sistema LMS tradicional. Este mismo autor

presenta también un algoritmo adaptativo nonlinear signed regressor LMS (ENSRLMS) más recientemente con el mismo objetivo [71]. Por último mencionar a otro autor [131] que utiliza el algoritmo de LMS en combinación con la transformada de Fourier para la reducción de interferencias de baja frecuencia. En el capítulo de Resultados, se muestran las comparaciones realizadas entre el método propuesto y los filtros adaptativos para la cancelación de la deriva de la línea base.

### 3.3.3. Métodos basados en aproximación mediante funciones

Respecto a los métodos de aproximación mediante funciones, hay que decir que éstos son más exactos, permiten variaciones en la línea base de mayor frecuencia, aunque su coste computacional es mayor. En [127] se explica un método para la reducción de la línea base mediante aproximación de la señal con splines cúbicos. Este método se basa en la interpolación entre los niveles isoelectrónicos estimados en los intervalos P-R. De esta forma, su precisión dependerá en gran medida de la precisión en la selección de los puntos adecuados, la cual muchas veces no es la más conveniente por la dificultad inherente a la localización de éstos. Otro inconveniente es que el método pierde prestaciones cuando los puntos entre los cuales se interpola están relativamente distanciados.

La estimación de la línea base en un intervalo  $[0, T_1]$  se realiza mediante un polinomio de orden 3 de la forma descrita en la ecuación

$$y(t) = y'''(0)\frac{t^3}{6} + y'(0)\frac{t^2}{2} + y'(0)t + y(0). \quad (3.21)$$

Para obtener los correspondientes coeficientes de esta ecuación, se aplican una serie de restricciones en los puntos inicial y final de cada uno de los periodos estimados. Estas restricciones son

$$\begin{aligned} y(0) &= y_0 \\ y'(0) &= y'_0, \end{aligned} \quad (3.22)$$

donde  $y_0$  se obtiene de ciertas condiciones de inicialización. En el punto final se debe verificar que

$$y(T_1) = y_1 \text{ (las curvas deben estar enlazadas)}, \quad (3.23)$$

y por criterios de estabilidad

$$y'(T_1) = \frac{y_2 - y_0}{T_2}, \quad (3.24)$$

de donde

$$y'(t) = y'''(0)t^2 + y''(0)t + y'(0), \quad (3.25)$$

Una vez se calcula  $y(t)$ , ésta se resta de la señal original para eliminar la estimación de la línea base.

En cuanto a la aproximación mediante polinomios, en [132] se describe un método utilizando polinomios de Chebyshev, muy parecido al utilizado con la aproximación mediante Wavelets [133]. Para ello se basa en el hecho de que cualquier función continua puede ser aproximada por un conjunto de funciones polinómicas  $\{\phi_k(t) \mid k = 0, 1, \dots, n\}$ , donde el subíndice  $k$  representa el grado del polinomio. En este caso el objetivo final es aproximar la línea base  $B(t)$  de la forma

$$B(t) = c_0\phi_0(t) + c_1\phi_1(t) + c_2\phi_2(t) + \dots + c_n\phi_n(t) = \sum_{k=0}^n c_k\phi_k(t). \quad (3.26)$$

El conjunto de funciones escogido corresponde a los polinomios de Chebyshev definidos como

$$T_k(t) = \cos(k \cos^{-1}(t)), \quad -1 \leq t \leq 1, \quad (3.27)$$

con lo cual en la ecuación (3.26) se sustituye  $\phi_k(t)$  por  $T_k(t)$ .

El objetivo de este método consiste en obtener los coeficientes y las funciones que ofrezcan la mejor aproximación de la señal. Una vez logrado esto, se calcula la curva resultante y se resta de la señal electrocardiográfica inicial para eliminar las variaciones de la línea base. Por otro lado, cabe mencionar a Dong [134], el cual propone una descomposición en unas funciones que representan los modos oscilatorios de la señal ECG.

### 3.3.4. Métodos basados en filtros variables en el tiempo

En este caso la frecuencia de corte va variando según el análisis de las componentes frecuenciales de cada latido respecto a un promedio de los mismos. Como ejemplo de este caso se puede considerar el trabajo de [135]. En éste se parte de la expresión de un filtro patrón, el cual puede cambiar su frecuencia de corte de forma simple variando alguno de sus parámetros. Para seleccionar dicha frecuencia de corte, en [135] se presentan dos métodos. En un primer método se adapta la frecuencia de corte al nivel de línea base presente en la señal, que ha sido estimada a partir del error entre la salida del filtro actual, y la salida producida por el filtro de frecuencia de corte máxima. En el segundo método, la frecuencia de corte se estima a partir de la longitud del intervalo RR de entre 5 y 10 latidos anteriores al latido bajo estudio.

Una aplicación basada en el método de los filtros variantes en el tiempo es descrita en [135]. En él se parte de una detección previa del complejo QRS y se considera la señal electrocardiográfica  $y[n]$  como la suma del ciclo cardíaco  $x[n]$ , variaciones de la línea base  $b[n]$ , y ruido de alta frecuencia  $r[n]$ , tal como se expresa en la siguiente ecuación

$$y[n] = x[n] + b[n] + r[n]. \quad (3.28)$$

El objetivo de esta técnica es conseguir una buena estimación de  $x[n]$ , reduciendo al máximo la influencia de  $b[n]$  y  $r[n]$ . Para ello, se introduce una nueva señal resultante de restar a la ecuación (3.28). la estimación de un latido  $\hat{x}[n]$ :

$$y_b[n] = (x[n] - \hat{x}[n]) + b[n] + r[n]. \quad (3.29)$$

Suponiendo que dicha estimación del latido es suficientemente precisa, se puede también estimar la línea base utilizando un filtro variante en el tiempo de la forma:

$$\hat{b}[n] = h[k, l(k)] * y_b[n] = \sum_{j=-\infty}^{\infty} h[k, l(k)] y_b[k - j], \quad (3.30)$$

con lo que la señal corregida se obtiene mediante la siguiente ecuación

$$y[n] = y[n] - \hat{b}[n] = x[n] + (b[n] - \hat{b}[n]) + r[n]. \quad (3.31)$$

Antes de aplicar las ecuaciones (3.28) a (3.31), se debe determinar el filtro de frecuencia de corte variable, que sigue la estructura definida en la ecuación que se muestra a continuación

$$h_{lp}[k, l] = \left\{ \begin{array}{l} c[k] \left( \varpi_0 + l \left( \frac{\varpi_1 - \varpi_0}{L} \right) \right), k = 0 \\ c[k] \sin \left( \varpi_0 + l \left( \frac{\varpi_1 - \varpi_0}{L} \right) \right), 1 \leq |K| \leq m \\ 0, e.c.o.c \end{array} \right\}, \quad (3.32)$$

siendo  $m$  la duración del filtro. El coeficiente  $c[k]$  viene dado por la ecuación (3.33):

$$c[k] = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\pi}, k = 0 \\ \frac{h_t[k]}{\sin[\varpi_t k]}, k \neq 0 \end{array} \right\}, \quad (3.33)$$

donde  $h_t[k]$  es un filtro patrón.

La selección concreta del filtro se realiza según el nivel de la línea base (variación de la frecuencia de corte) o a partir de la longitud del intervalo R-R, con lo cual quedaría completado el algoritmo. Pilar [136] lleva a cabo un estudio comparativo entre distintos métodos de reducción de las variaciones de la línea base de una señal electrocardiográfica, en el cual se concluye que para interferencias de baja frecuencia el método que ofrece mejores resultados es el basado en splines cúbicos, y para interferencias de alta frecuencia el filtrado adaptativo.

### 3.3.5. Métodos basados en filtros wavelets

A continuación se describen las publicaciones más relevantes en cuanto a la reducción de línea base mediante sistemas basados en la transformada wavelet. Donghui [101], tal y como se ha comentado anteriormente, utiliza un método basado en Wavelets donde se realiza una elección de un umbral para seleccionar el nivel de descomposición que mejor cancela la interferencia. Sayadi [137, 138] explica la transformada Bionic Wavelet para la cancelación de este ruido, además de proponer un método adaptativo para conseguir una mayor eliminación. Por otro lado, Lisheng [102, 139] propone un filtrado en cascada en varios pasos. El primero consiste en una descomposición wavelet de la señal original donde se evalúa un parámetro de Energía de Ratio el cual está relacionado con la aproximación 1 y el coeficiente 6 de dicha descomposición. Una vez calculado el valor, si supera el umbral de 50 dB, se realiza un filtrado Wavelet. El siguiente paso consistiría en aplicar Splines Cubicos, de tal forma que la señal pasara por diferentes bloques. Finalmente, Xin [140] se basa en las diferentes escalas de la transformada wavelet para seleccionar las más idóneas para un filtrado de línea base. Como en el caso anterior, este tipo de filtros se ha comparado con el sistema propuesto y los valores se pueden observar en el capítulo 7.

## 3.4. Técnicas para la Reducción de la Interferencia de Red

Otro efecto que aparece con relativa frecuencia en señales electrocardiográficas, y en general, en cualquier señal biomédica, es la superposición de una interferencia debido a la señal de la red eléctrica [1–3], como se muestra en la Figura 3.5.

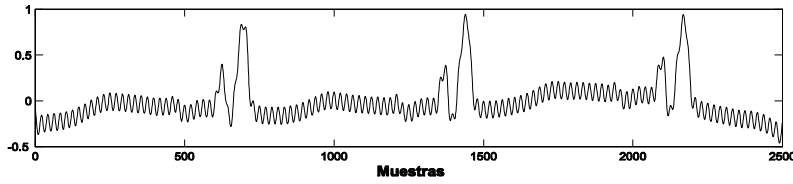


Figura 3.5: Señal electrocardiográfica con interferencia de la red superpuesta. Esta interferencia tiene una frecuencia de 50Hz (Europa) aproximadamente, aunque puede tener ciertas fluctuaciones.

### 3.4.1. Métodos basados en filtros Notch

Para reducir su efecto, existen una serie de técnicas [1–3, 51] basadas principalmente en el diseño de filtros digitales de distintos tipos. Por ejemplo, se pueden utilizar filtros elimina banda centrados a la frecuencia de la interferencia ( $50Hz/60Hz$ ) y con un ancho de banda lo suficientemente estrecho como para no afectar al resto de componentes de la señal.

Chang y Pei [141–143] describen unos métodos para reducir la interferencia de red en el dominio del tiempo utilizando un filtros IIR notch. Para ello, se parte de la expresión de un filtro IIR de segundo orden, dada en la ecuación (3.34):

$$Y(z) = \frac{1}{2} \frac{(1 + a_2) - 2a_1z^{-1} + (1 + a_2)z^{-2}}{1 - a_{-1}z^{-1} + a_2z^{-2}} X(z), \quad (3.34)$$

cuyos coeficientes se calculan mediante las expresiones:

$$a_1 = \frac{2 \cos(\varpi_0)}{1 + \tan\left(\frac{\Omega}{2}\right)} \quad (3.35)$$

$$a_2 = \frac{1 - \tan\left(\frac{\Omega}{2}\right)}{1 + \tan\left(\frac{\Omega}{2}\right)}, \quad (3.36)$$

donde  $\varpi_0 = 2\pi \left(\frac{f_d}{f_s}\right)$ , siendo  $f_s$  la frecuencia de muestreo,  $f_d$  la frecuencia de la interferencia que se desea eliminar, y  $\Omega = 2\pi \left(\frac{BW}{f_s}\right)$ , con  $BW$  representando el ancho de banda de la porción de espectro a filtrar. Para filtrar la señal se debe proceder calculando en primer lugar el valor de los parámetros  $a_1$  y  $a_2$ , seguidamente se elige arbitrariamente los valores iniciales y finalmente se calcula para todas las muestras la ecuación (3.34).

Otros autores basándose en estructuras de filtros notch han modificado los sistemas anteriores. Por ejemplo Tseng, que mediante un filtro FIR notch [144] y otro IIR [145] intenta conseguir una mayor reducción de la interferencia de red y por otro lado, Jacek [146], que presenta un nuevo concepto de filtro digital notch IIR, cuyo factor de calidad cambia con el tiempo. Debido a un cambio temporal en el valor del factor de calidad, el transitorio puede reducirse considerablemente. Los resultados de la comparación entre el método propuesto y los filtros notch, vienen reflejados en el capítulo de resultados.

### 3.4.2. Métodos basados en filtros adaptativos

El método anterior presenta un inconveniente, la frecuencia de red no es exactamente de  $50Hz/60Hz$ , sino que presenta variaciones (se supone una distribución gaussiana [147]) [142] y en un filtrado clásico Notch no se tiene en cuenta.

El método utilizado para diseñar un filtro que se adapte a las variaciones de la frecuencia de la red, es el de emplazamiento de polos y ceros en el círculo unidad. El objetivo es ir cambiando los coeficientes del filtro para que se cumpla un criterio de optimización. La expresión genérica de este filtro es:

$$y[n] = \sum_{i=0}^N a_i x[n-i] - \sum_{j=1}^N b_j y[n-j], \quad (3.37)$$

con los coeficientes variando según:

$$\begin{aligned} a_i[n+1] &= a_i[n] + \mu e[n] x[n-i] \\ b_j[n+1] &= b_j[n] + \eta e[n] y[n-j]. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Un inconveniente que presentan los filtros Notch consiste en que cuando se aplica este filtro se produce un transitorio al comienzo de la señal que añade ruido a ésta. Para evitarlo, en [141] también se describe una modificación del anterior algoritmo basada en realizar un cálculo matricial previo con las  $k$  muestras iniciales de la señal  $x[n]$  para calcular las  $k$  primeras muestras de  $y[n]$  y posteriormente se utiliza el método inicial para calcular la salida a partir de la muestra  $k+1$ .

Otros autores, se ayudan también de un filtro adaptativo notch [147] como un método para quitar la interferencia de red de una señal ECG:

$$H(z) = \frac{1 - 2 \cos(\omega_0) z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos(\omega_0) z^{-1} + r^2 z^{-2}}. \quad (3.39)$$

Donde  $\omega_0$  es la frecuencia angular correspondiente a la frecuencia central de interferencia y la anchura del filtro es  $2 \text{radianes} \cdot (1-r)$  a  $-3dB$ , con  $r < 1$  para que el filtro sea estable. Por lo tanto el factor  $Q$  del filtro es

$$Q = \frac{\omega_0}{2(1-r)}. \quad (3.40)$$

El filtro adaptativo considerado es caracterizado por una función de la transferencia de segundo orden.

$$H(z) = \frac{1 + \alpha}{2} \frac{1 - 2\beta(k)z^{-1} + z^{-2}}{1 - \beta(k)(1 + \alpha)z^{-1} + z^{-2}}. \quad (3.41)$$

Los coeficientes  $\beta(k)$  y  $\alpha$  están relacionados con la frecuencia del filtro notch  $\omega_0$  y  $-3dB$  atenuación en el ancho de banda  $\Omega$  por

$$\begin{aligned} \beta(k) &= \cos(\omega_0) \\ \alpha &= \frac{1 - \tan(\Omega/2)}{1 + \tan(\Omega/2)}. \end{aligned} \quad (3.42)$$



La frecuencia de la senoide desconocida  $w_s$ , el algoritmo de adaptación simplificado viene dado por:

$$\beta(k+1) = \beta(k) + \mu y(k)x(k), \quad (3.43)$$

donde  $\mu$  es el paso de adaptación,  $y(k)$  es la salida del filtro y  $x(k)$  es una señal adaptada.

En cuanto al estado del arte en este tipo de métodos, hay que destacar a Alireza, que presenta un sistema adaptativo basado en una estructura de bloques [148], ofreciendo una estructura robusta y demostrando que tienen un alto grado de inmunidad frente al ruido externo. Por otro lado Ching [149] crea un filtro notch adaptativo mediante un algoritmo least mean squares (LMS) además de proponer un nuevo método para extraer información entre la señal de red y en polo del filtro notch. Otro autor como Martens [150], propone un sistema adaptable para la reducción de la interferencia de red de la frecuencia fundamental y sus armónicos. El método hace un seguimiento de la amplitud, la fase y la frecuencia en todos los componentes de la interferencia, con una desviación de la señal de red de 4Hz. Yue [151] se basa en un filtro recursive least-squares (RLS) adaptativo notch para la reducción de la interferencia de red y Costa [152] en una versión modificada del variable step size (VSS) least mean square (LMS) algoritmo propuesto originalmente por Kwong y Johnston [153]. El rendimiento del este algoritmo, denominado noise resilient variable step size (NRVSS), es superior a su predecesor en cuanto a la reducción de la interferencia de red. Este autor tiene otra modificación en el cual añade la capacidad de reducir los armónicos de la señal de red [154]. De nuevo, los resultados de los filtros Notch adaptativos vienen mostrados en el capítulo 7.

### 3.4.3. Otros Métodos

En cuanto a este tipo de métodos, cabe mencionar a Poornachandra [155], que sugiere un sistema basado en la transformada Wavelet para disminuir la interferencia red. O bien por otro lado a Huang, que propone un sistema basado en la Transformada S, que es una modificación de la transformada wavelet para la reducción de este tipo de ruido [156].

## 3.5. Técnicas de extracción de Actividad Auricular

Para poder caracterizar y detectar la FA en un registro de ECG es necesaria la extracción o cancelación previa de la actividad ventricular, esto es, el complejo QRS y la onda T. Los problemas que se encuentran al intentar realizar este procesado son, principalmente, el bajo nivel que presenta la actividad auricular (AA) y el posible solape entre las distribuciones espectrales asociadas a las señales provenientes del ventrículo y de la aurícula, que imposibilita el uso de técnicas de filtrado lineales.

Con estas premisas se podría intentar dividir las técnicas de procesado actuales, para la caracterización y extracción de las componentes de la señal electrocardiográfica correspondientes a la actividad auricular, en dos grandes grupos: métodos tradicionales basados en la cancelación del complejo QRST y métodos basados en la extracción de la actividad auricular sin necesidad de una cancelación explícita del complejo QRST. Estudios [157–160] han demostrado que este tipo de técnicas son válidas para la posterior caracterización de la AA resultante, al no observarse modificaciones importantes en el espectro de la señal después de la extracción o cancelación. También se ha de tener en cuenta que la morfología del QRS suele estar sujeta a pequeños cambios causados por la respiración, el movimiento del paciente, etc., [161, 162].

### 3.5.1. Métodos basados en Template Matching and Subtraction

Parte de las técnicas ABS (Averaged Beat Subtraction), en las cuales se realiza el cálculo de un complejo promedio de los presentes en el registro y mediante una alineación temporal se sustrae a cada complejo original el promediado, resultando una señal residual que se corresponde con la AA [9, 18, 19, 163–165].

Inicialmente, el registro se divide en segmentos de 4 segundos a los que se les sustrae el valor medio del voltaje, minimizando las fluctuaciones de la línea basal. A continuación se realiza la detección del punto fiducial mediante la técnica de Pan-Tompkins [166]. Una vez detectado el pico R en todos los segmentos, se construye un complejo medio. Los complejos presentes en el registro son alineados respecto al pico R y se promedian, resultando un complejo común a los existentes en el ECG. Este paso presenta un problema: el complejo medio también posee actividad auricular, lo que los autores denominan actividad auricular correlada [36], de modo que no se consigue modelar una actividad ventricular pura. La longitud del complejo medio se establece como el intervalo RR mínimo de todos los detectados, fijándose el punto fiducial a un 30 % del inicio del intervalo.

Una vez calculado el complejo medio, se alinea temporalmente el complejo promediado con cada uno de los originales, de nuevo respecto de la onda R, y se realiza la sustracción, quedando la señal de AA. Un problema muy común de TMS se produce cuando el complejo a promediar es mayor que el espacio reservado para el complejo medio, el mínimo intervalo RR, resultando una cancelación con artefactos y complejos truncados. Se trata de una de las técnicas más usadas por otros autores como referencia para la validación y comparación de nuevos algoritmos [18, 19, 22, 158, 163, 164].

Una variante de esta técnica, es *Complex Detection and Subtraction via Wavelet* (CDSW) [167], que consta de dos etapas básicas. En la primera etapa de CDSW, los puntos y ondas características del registro son identificados mediante una descomposición con transformada wavelet, combinada con cancelación de ruido, en la que la señal obtenida a partir de los coeficientes de detalle es reconstruida, normalizada y elevada al cuadrado. En la segunda etapa, se determina la frecuencia dominante ( $F_{pm}$ ) detectada en los fragmentos de señal correspondientes a las ondas  $f$ , aplicando, a los intervalos RR asociados, un proceso de filtrado adaptativo en la banda  $[F_{pm} - 0,6, F_{pm} + 0,6]$  Hz. Promediando la señal obtenida con el complejo medio resultante de la aplicación de la técnica clásica TMS, se obtiene un registro con la AA mínima que, sustraído al registro original, proporciona la AA esperada. En el capítulo de resultados, se muestran las comparaciones realizadas entre el método propuesto y las técnicas TMS para la extracción de la AA.

### 3.5.2. Métodos basados en la cancelación adaptativa de la actividad ventricular

La señal del ECG presenta un alto grado de redundancia temporal que puede ser explotada para la cancelación de la actividad ventricular. La forma de onda QRST generalmente exhibe un patrón recurrente, aunque pueden aparecer en los registros de ECG diferentes morfologías QRST así como variaciones menores dentro de su forma de onda [168]. Estos cambios pueden ser causados por la respiración, el movimiento del paciente, etc, y, por tanto, el residuo del QRST y el ruido están a menudo presentes en la AA estimada [161]. Esto afecta a técnicas como TMS que utilizan el promedio de los latidos. Debido a ello, Alcaraz [162] propone una técnica que se basa en la cancelación adaptativa del valor singular (adaptive singular value cancelation (ASVC)) de cada latido para solucionar ese problema. El método es capaz de anular los complejos QRS en registros de FA de una sola derivación. ASVC extrae la señal de AA

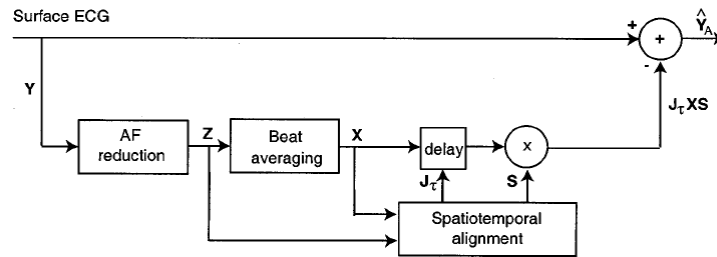


Figura 3.6: Cancelación Espacio-Temporal. La señal de AA es extraída del ECG mediante la sustracción de complejo medio alineado. La señal intermedia  $Z$  se usa para reducir la influencia de la FA en el proceso de cancelación, según Stridh et al [170]

cancelando la AV mediante la explotación de la información mutua disponible en el conjunto de latidos ECG bajo tratamiento.

### 3.5.3. Métodos basados en técnicas de cancelación espacio-temporales

Es una de las técnicas con mayor impacto en la actualidad junto a TMS, en lo que a extracción de AA se refiere. Tiene en cuenta distintas transformaciones que combinan la información de varias derivaciones para así minimizar el error en el ECG residual resultante de la cancelación de los complejos, debido a cambios en el eje eléctrico del corazón, por ejemplo provocados por la respiración o por cambios en la posición del cuerpo [8, 169]. El esquema de funcionamiento se corresponde con la Figura 3.6:

La idea básica consiste en interpretar una derivación electrocardiográfica según la expresión  $Y = Y_{aa} + Y_{av} + N$ , donde  $Y_{aa}$  representa la señal producida en la aurícula,  $Y_{av}$  la producida en el ventrículo y  $N$  un cierto nivel de ruido. Si se modela una señal muy aproximada a  $Y_{av}$  y se consigue minimizar el ruido, tras una sustracción, se estará obteniendo la señal de AA. Inicialmente, se reduce la presencia de FA en la derivación mediante un proceso llamado *AF reduction*, que consiste tomar las ondas «f» adyacentes a cada complejo, tanto a su izquierda como a su derecha, promediarlas y restarlas al complejo en cuestión, de manera que se minimiza cierta cantidad de FA. Una vez reducida la presencia de FA, se calcula un complejo promedio mediante técnicas ABS convencionales, que se denomina  $X$  en las ecuaciones asociadas a esta técnica.

Para compensar las variaciones en el eje eléctrico y en la amplitud de las derivaciones, se define una matriz de alineación espacial, denominada  $S$ . Con el objetivo de corregir la posición temporal entre el complejo promedio  $X$  y cada uno de los complejos, se introduce en la ecuación una matriz que produce desplazamientos temporales,  $J_t$ . Los coeficientes de las matrices  $S$  y  $J_t$  dependen de una serie de parámetros iterativos que pretenden minimizar el error en la sustracción, creando una aproximación más cercana a la actividad ventricular pura que se define como  $Y_{av} = J_t X S$ , de manera que restando la actividad ventricular  $Y_{av}$  modelada a la derivación original, se obtendrá la AA [8, 169].

### 3.5.4. Métodos basados en el procesado separado de QRS y la onda T

La idea de procesar el complejo QRS y la onda T con los promedios por separado fue sugerida inicialmente por Waktare [171], perfeccionándose y evaluándose más tarde por Lemay [165]. Una motivación importante para perseguir el procesamiento separado es que la forma de

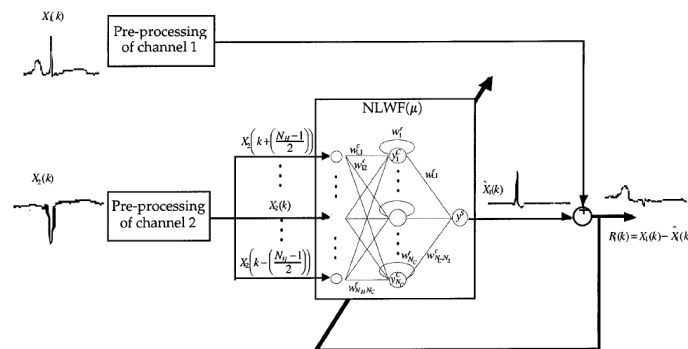


Figura 3.7: Esquema de cancelación de AV basado en Red Neuronal Artificial con Retardo Temporal Dinámico según Vaquez et al. [17]

la onda de repolarización cambia en relación con la frecuencia cardíaca mientras que la forma de la onda de despolarización se mantiene sin cambios.

Con este enfoque, el promedio del latido  $X$  se descompone en dos submatrices que contienen las muestras promediadas del QRS y los intervalos de JQ, respectivamente. El intervalo de JQ se inicia en el punto J y termina en el inicio de Q del latido posterior. De este modo, los dos intervalos pueden ser procesados de manera diferente con respecto a los intervalos de latidos para incluir un promedio del latido. Una desventaja del procesamiento separado de QRS y T es que las discontinuidades pueden ocurrir en los límites. No obstante, este problema puede ser solventado con un filtrado paso-bajo [165].

### 3.5.5. Métodos basados en técnicas de cancelación mediante Redes Neuronales

El uso de redes neuronales para la detección de patrones en señales biomédicas está ampliamente extendido en la actualidad [172–175]. En el caso del análisis del ECG, y en concreto para la extracción de AA, destaca el método basado en el uso de Red Neuronal Artificial con Retardo Temporal Dinámico (RNARTD) [17]. Esta técnica estima una función de transferencia no-lineal y variante en el tiempo, entre dos canales del ECG para sintetizar una derivación con actividad ventricular pura. Esta derivación es luego sustraída del ECG original para conseguir una señal residual de actividad auricular optimizada. El esquema a seguir se representa en la Figura 3.7, donde los preprocesados únicamente consisten en la eliminación de la deriva de la línea base.

En el estudio referido se presentan unos indicadores cuantitativos del grado de atenuación de la actividad ventricular y por tanto del rendimiento del algoritmo. Estos indicadores se calculan como la relación señal ruido estimada a partir de las potencias definidas sobre una ventana de longitud finita en torno a un evento localizado de las actividades auriculares y ventriculares.

Los resultados se presentan en forma de señales extraídas y relación señal ruido. Se obtienen mejores resultados que con las técnicas de filtrado adaptativo recurrente de Thakor [176], que es la utilizada como comparación. Si bien los resultados preliminares auguraban un buen desarrollo de este tipo de esquemas de extracción, la bibliografía actual no presenta líneas de investigación en este sentido, por lo que el resto de técnicas presentadas en este apartado han de considerarse como las referencias básicas por su probado reconocimiento científico.

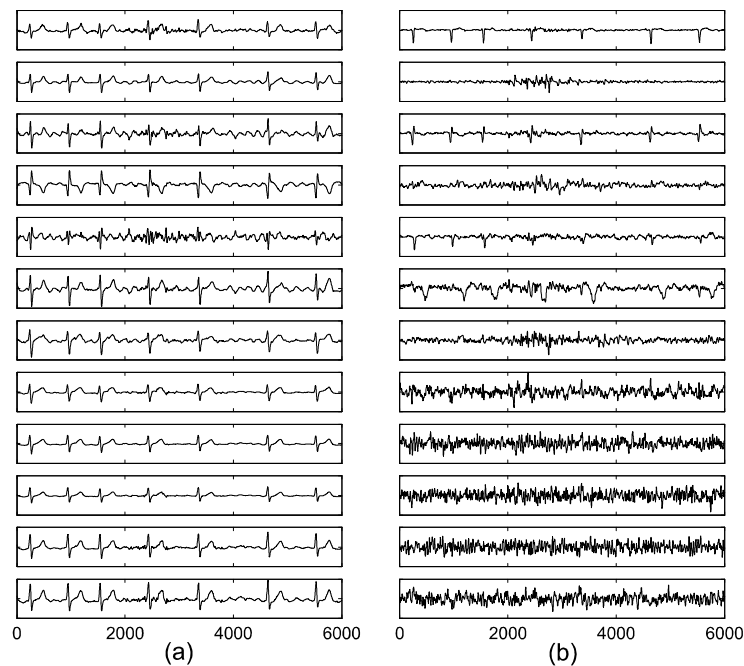


Figura 3.8: Entradas (a) y salidas (b) de un sistema ICA correspondientes a ECG de 12 derivaciones con FA según Rieta et al. [177].

### 3.5.6. Métodos basados en Análisis de Componentes Independientes

Si se asume que la actividad auricular y ventricular están generadas por fuentes bioeléctricas física (y por lo tanto estadísticamente) independientes [10, 11, 14], el problema de la cancelación de la actividad ventricular se convierte en un problema de Separación Ciega de Fuentes donde las contribuciones de las fuentes auricular y ventricular aparecen mezcladas en las señales registradas por los electrodos. La separación entre las fuentes se puede realizar explotando la diversidad espacial que introducen las observaciones en cada electrodo, Figura 3.8, [11, 177], o bien, explotando la información espacial y temporal contenida en los registros ECG, Figura 3.9, [168].

Estos estudios, centrados en la extracción de la AA, asumen por lo general un modelo ICA de mezcla correlativa instantánea sin ruido (aplicable al caso de FA según se ha demostrado [11]) y presentan medidas de correlación entre la señal esperada y la obtenida en la práctica como medidores del rendimiento del algoritmo, así como medidas de la concentración espectral en la banda típica asociada a la FA. Vayá presentó una modificación del modelo con una mezcla no instantánea [10].

Es importante notar que la señal extraída en este caso es la actividad resultante de la contribución en todos los sensores considerados de la fuente original, la aurícula en nuestro caso concreto. Esta particularidad supone una diferenciación respecto al resto de métodos actuales que debe ser tomada en cuenta para la valoración de los resultados obtenidos. La misma consideración puede ser realizada para la siguiente técnica, el análisis por componentes principales.

Otra interesante variante de estos métodos ICA, en conjunción con una etapa de eliminación de ruido y descomposición mediante wavelet, ha sido presentada recientemente como técnica

de extracción fetal de ECG [178] y como técnica de refuerzo de actividad auricular en registros de FA en tiempo real [179]. Aunque los resultados son preliminares, estos planteamientos constituyen una de las principales líneas futuras planteadas a partir de esta tesis. La metodología general que siguen estas técnicas consiste en segmentar los registros de entrada en fragmentos con un número determinado de muestras. Los coeficientes wavelet se obtienen a partir de estos fragmentos y un algoritmo ICA de gradiente natural (NGA) separa las señales transformadas de forma secuencial, obteniendo un vector de señales estimadas cuya transformada wavelet inversa representa el conjunto de señales estimadas Figura 3.10. Llinares presentó varios algoritmos de extracción de la actividad auricular basados en ICA. Se centran en la extracción, para ECG de varias derivaciones, de una señal que maximiza la potencia espectral en una banda estrecha correspondiente al pico principal de frecuencia de la señal auricular y, al mismo tiempo, se desacopla con el resto de la señal biológica y no biológica registradas en el ECG [12, 13]. Otro autor [14] propone una estimación de la actividad auricular basado un filtrado espacial y caracterizando la señal auricular en banda estrecha. Después de transformar las observaciones en el dominio de la frecuencia, se recurre al método maximal variance in the conditional distribution tails (MaxViT). El método Max-ViT calcula el filtro de extracción mediante la maximización de un criterio de la condición de un indicador asociado con la presencia de la fuente de interés. En el contexto de la extracción de AA, el indicador de presencia corresponde a la concentración de salida de la señal espectral en la banda de FA.

### 3.5.7. Métodos basados en Análisis por Componentes Principales

Esta técnica plantea la separación en base a un caso típico de PCA en el que se consideran diferentes componentes originadas por actividades biológicas distintas de las que se intentará minimizar la información mutua en diferentes latidos cardíacos, previamente localizados e identificados [15, 16]. En concreto las componentes consideradas son el subespacio ventricular (asociada a los complejos QRST), varias componentes que conforman el denominado subespacio auricular y varias componentes asociadas al ruido. Los resultados han sido obtenidos sobre una base de datos con registros artificiales y reales de los que únicamente se ha considerado una derivación. Esta técnica evita, por tanto, el uso de múltiples derivaciones lo que supone una ventaja frente a ICA-BSS y cancelación espacio temporal. Además, al contrario de lo que ocurre con TMS, el rendimiento no se ve afectado con las variaciones temporales en la forma de onda de los complejos.

Estudios previos [157, 180] también han demostrado la utilidad de PCA como método de extracción en el caso de un ECG estándar de 12 derivaciones.

Las principales limitaciones de este tipo de técnicas vienen derivadas del hecho de que consideran ciertas restricciones geométricas de la matriz de mezcla, solamente asumibles si la posición de los electrodos de medida es forzada, así como la asunción de fuentes con distribuciones gaussianas, lo que, en principio, no se adaptaría a la formulación del problema para FA.

### 3.5.8. Métodos basados en extracción mediante Wavelets

Permite unir los análisis en el tiempo y en la frecuencia, descomponiendo las señales en bloques básicos con determinadas características que permiten caracterizar parámetros locales y globales de la señal original. Tiene una implementación sencilla basada en un banco de filtros en cascada y es bastante eficiente desde el punto de vista computacional.

Representa una idea novedosa en lo que a método de extracción de AA se refiere [181, 182]. Existen estudios con cierta similitud, basados en la extracción de la actividad fetal del ECG

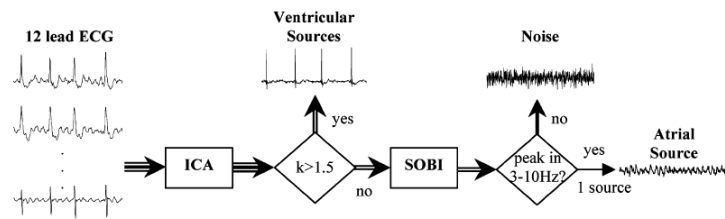


Figura 3.9: Esquema para estimación de actividad auricular en taquiarritmias auriculares mediante *Spatiotemporal BSS* según Castells et al. [168].

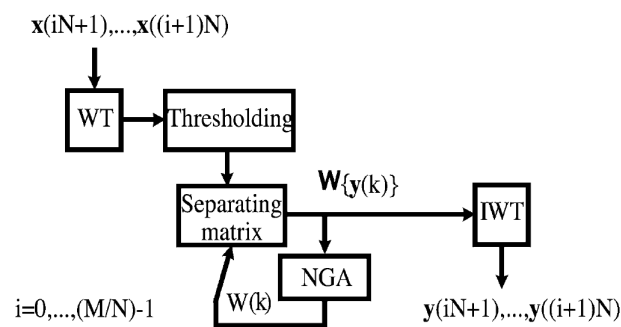


Figura 3.10: Diagrama de separación NGA-Wavelet según Jafari et al [178]. La señal de entrada  $x(t)$  se divide en  $i$  fragmentos de  $N$  muestras cada uno. Después de una etapa de eliminación de ruidos mediante wavelet (WT) se realiza la separación con NGA para posteriormente realizar la transformada wavelet inversa (IWT).

mezclando técnicas BSS en el dominio wavelet [178], o bien, a través de la transformada continua wavelet [183]. En principio para el análisis sólo es necesaria una derivación, al igual que ocurría con el método por componentes principales, lo que supondría una ventaja frente a las técnicas BSS y RNARTD, de elevado rendimiento, pero que requieren al menos dos derivaciones.





# Capítulo 4

## Materiales

---

<b>4.1. Introducción</b> . . . . .	<b>52</b>
<b>4.2. Base de datos electrocardiográfica de Physiobank</b> . . . . .	<b>52</b>
<b>4.3. Señales de ECG sintetizadas</b> . . . . .	<b>54</b>
4.3.1. Ruido muscular y artefactos . . . . .	55
4.3.2. Variaciones de línea Base . . . . .	55
4.3.3. Interferencia de red . . . . .	56
4.3.4. Fibrilación auricular mediante funciones sinusoidales . . . . .	56
4.3.5. Fibrilación auricular a partir de segmentos de FA . . . . .	57
<b>4.4. Configuración final de la Base de Datos</b> . . . . .	<b>58</b>

---

La valoración de la eficacia de cualquier técnica de procesado del ECG pasa por la existencia de una base de datos de señales electrocardiográficas suficientemente amplia y validada. En este capítulo se hace un breve repaso a las bases usadas antes de describir las técnicas propuestas para la cancelación de ruido en el ECG y la reducción del complejo QRST. Estas señales reales, junto a los registros artificiales creados, conforman el material electrocardiográfico que será utilizado a partir del capítulo siguiente.

## 4.1. Introducción

La validación de cualquier tratamiento automatizado de señales electrocardiográficas requiere su aplicación a un conjunto suficientemente amplio de estas señales, las cuales, además, deberán cubrir el abanico más general posible de patologías, derivaciones, condiciones de registro, etc., correspondientes a situaciones reales.

En general, las características exigibles a estas bases de datos serán las que aparecen a continuación [184,185].

1. Deberán contener señales representativas. Para llevar a cabo test de analizadores de señales electrocardiográficas es necesario disponer de un gran conjunto de señales reales.
2. Deberán contener señales estándar, es decir, señales utilizadas por un amplio sector de la comunidad científica relacionada con el tratamiento de señales electrocardiográficas. No tiene sentido llevar a cabo comparaciones entre distintos algoritmos o sistemas si éstos no han sido aplicados al mismo conjunto de datos, ya que los resultados que se obtienen dependen en muchas ocasiones del conjunto de datos empleado.
3. Deberán contener señales con anotaciones. Normalmente, cada complejo QRS, ha sido manualmente anotado por dos o más cardiólogos, trabajando de forma independiente. Estas anotaciones sirven de referencia para comparar los resultados producidos por cierto método automático de procesamiento, y los producidos según el estándar de los cardiólogos.
4. Deberán contener señales almacenadas en formato digital accesibles a programas informáticos. De esta forma, es posible llevar a cabo un test completamente automático y reproducible, permitiendo comparar resultados frente a modificaciones en los algoritmos.
5. Los parámetros de las señales, como  $f_s$  (frecuencia de muestreo), ganancia (amplitud), etc, deberán ser conocidos.

Estas bases de datos permitirán una evaluación de los métodos desarrollados reproducible, automática, cuantitativa, y estándar. En algunos casos, será admisible la utilización de señales sintéticas que realcen ciertos aspectos a estudiar o simplemente permitan controlar mejor las características de las muestras.

A través del MIT (Massachusetts Institute of Technology) se pueden consultar los registros de diferentes bases de datos, con lo cual todas las señales a utilizar se pueden obtener de la misma fuente. De la misma manera, con el paso del tiempo se han ido añadiendo registros pertenecientes a otras patologías, y de mayor duración, llegando incluso a registros de hasta 24h.

De esta manera, utilizando la base de datos del MIT se dispone de un conjunto de señales suficientemente amplio para llevar a cabo pruebas muy representativas, además de contar con un formato de datos abierto y común a todas ellas, lo que reduce considerablemente el esfuerzo de desarrollo de aplicaciones.

Estas van a ser las principales razones por lo que va a ser la fuente utilizada en los experimentos que validan los métodos propuestos en la presente tesis doctoral.

## 4.2. Base de datos electrocardiográfica de Physiobank

El MIT es una de las principales fuentes de señales electrocardiográficas a nivel mundial. En esta base de datos se han incluido señales representativas de un conjunto muy amplio de

patologías, además de ficheros de etiquetas realizados por expertos con el fin de servir de patrón para evaluar algoritmos aplicados a la señal electrocardiográfica.

Para la utilización de las señales de esta base de datos, se debe adquirir el CD-ROM de la misma, o descargar a través de la web algunos de los registros. Desde 1999, con el apoyo del «*National Center for Research Resources of the National Institutes of Health*», esta última posibilidad se realiza a través de Physionet [186]. A continuación se describen brevemente las bases de datos que se han utilizado. Estos registros son sólo un pequeño ejemplo del elevado número de señales de distintas características y origen, que pueden ser consultadas de forma gratuita a través de este servicio.

**MIT-BIH Arrhythmia Database.** Contiene 48 fragmentos de 30 minutos correspondientes a registros ambulatorios de dos canales con diferentes tipos de arritmias (Fibrilación auricular, Flutter auricular, etc.). La frecuencia de muestreo es de 360Hz, con 11bits de resolución y un rango de 10mV. Desde febrero de 2005, a través de Physionet, se pueden obtener los 48 registros.

**AF Termination Challenge Database.** Base de datos creada para el «*PhysioNet Computers in Cardiology Challenge 2004*». Consiste en un conjunto de 30 registros de aprendizaje y dos conjuntos de test de 20 y 30 registros respectivamente. Cada registro contiene dos derivaciones de 1 minuto de duración con episodios de FA sostenida o FA que revierte espontáneamente.

**Intracardiac Atrial Fibrillation Database.** Colección de registros de alta resolución correspondientes a 8 pacientes con FA o FluA. Cada registro contiene dos señales superficiales de ECG y 5 señales internas obtenidas simultáneamente.

**MIT-BIH Atrial Fibrillation Database.** Consiste en 23 de las 25 señales de esta base de datos con registros de 10 horas muestreados a 250 Hz y 12 bits de resolución. Los archivos de anotación contienen anotaciones de los tipos: FA (fibrilación auricular), AFL (flutter auricular), J (ritmo de la unión AV), y N (utilizado para indicar todos los otros ritmos).

**MIT-BIH Normal Sinus Rhythm Database.** Además de 18 episodios de ritmo sinusal, también incluye registros con complejos ectópicos.

**MIT-BIH Supraventricular Arrhythmia Database.** 78 registros de media hora elegidos para complementar los ejemplos de arritmias supraventriculares que aparecen en la «*MIT-BIH Arrhythmia Database*».

**PAF Prediction Challenge Database.** Base de datos creada para el «*Computers in Cardiology Challenge 2001*» con el objetivo de desarrollar métodos automatizados para la predicción de la fibrilación auricular paroxística (FAP). Consiste en 100 conjuntos de registros cada uno de los cuales incluye un par de señales de 30 minutos. Aproximadamente la mitad de los pacientes tienen FAP inmediatamente después de uno de los registros mostrados.

**MIT-BIH Noise Stress Test Database.** Doce grabaciones de media hora de ECG y 3 grabaciones de media hora de ruido típicas de grabaciones en ambulatorios de ECG. Las grabaciones de ECG fueron creadas agregando cantidades calibradas de ruido a las grabaciones limpias de ECG de la base de datos de la arritmia de MIT-BIH.

**Long-Term AF Database** Un conjunto de 84 registros de larga duración (24 horas) de ECG de pacientes con fibrilación auricular paroxística o sostenida. Cada registro contiene dos señales de ECG y un conjunto de anotaciones sin auditar. Un subconjunto de los registros

incluye un manual de las anotaciones de las terminaciones de los episodios de FA, con una duración de al menos un minuto.

**St. Petersburg Institute of Cardiologicial Technics, Arrhythmia Database** 75 horas y media de registros extraídos de 32 pacientes con registros Holter, sometidos a pruebas para enfermedad de arterias coronarias, con referencia a ficheros de anotaciones que contienen más de 175.000 anotaciones.

### 4.3. Señales de ECG sintetizadas

Puesto que en este estudio se quiere analizar la posibilidad de cancelación de las interferencias en la señal electrocardiográfica y la extracción de actividad auricular, se elaborará un conjunto de señales sintéticas en las que la citada interferencia sea conocida y simulada, según los estudios y recomendaciones de algunos autores [168, 170]. Si sólo se utilizaran señales reales no se dispondría de un patrón que sirviera como referencia para la comparación, dificultando, por tanto, la evaluación de los métodos. El hecho de conocer de antemano la forma y comportamiento de la señal ECG permite evaluar más rápida y eficientemente la validez de la técnica empleada.

Se parte de registros correspondientes a ritmos sinusales a los que se añade, mediante combinación lineal, la señal simulada y los diferentes tipos de ruido a eliminar, además de la actividad auricular. Posteriormente también se analizarán señales reales de ECG para comprobar la eficiencia del método. De este modo, se obtendrá tres tipos de registros de ECG; por un lado, ECG simulados, por otro ECG reales y por último, registros de ECG con diferentes ruidos añadidos. Para el estudio, también se analizarán episodios de fibrilación auricular para comprobar la eficiencia del método. Se cuenta para ellos con señales de FA simulada y real. En los siguientes apartados se describirán brevemente los métodos de obtención de cada una de ellas.

Los registros de ritmo sinusal se tomarán de las series 100, principalmente, y 200 de la *MIT-BIH Arrhythmia Database* descrita previamente, así como de la *MIT-BIH Atrial Fibrillation Database*, *MIT-BIH Challenge del congreso internacional Computers in Cardiology* y de la *MIT-BIH Noise Stress Test Database*. Cada uno de estos ficheros contiene señales muestreadas a 360 Hz y entre 1 a 30 minutos de duración. Todos ellos cuentan con información sobre la derivación registrada, edad del paciente, sexo y posible administración de fármacos en su caso. En cada registro aparecen anotaciones de puntos significativos, cambios de ritmo y calidad de las señales registradas.

También se han considerado registros de ritmo sinusal sintéticos creados con al herramienta «ECGSYN» desarrollado por McSharry y Clifford [187, 188] y que se puede obtener a través de PhysioNet. «ECGSYN» genera una señal de ECG sintética a través de la configuración de una serie de parámetros como el ritmo cardíaco medio, número de latidos, frecuencia de muestreo, morfología de los puntos característicos, desviación estándar del intervalo RR, etc. A través de un modelo basado en ecuaciones diferenciales, esta función matemática reproduce muchas de las características del ECG incluyendo aspectos tales como las variaciones morfológicas y temporales entre complejo y complejo, efectos de la respiración, modulación de la onda R, etc. El total control de estos parámetros de forma sencilla a través del paquete informático de procesado *Matlab* y a través de la aplicación JAVA disponible, Figura 4.1, hace especialmente interesante su uso en la aplicación que nos ocupa.

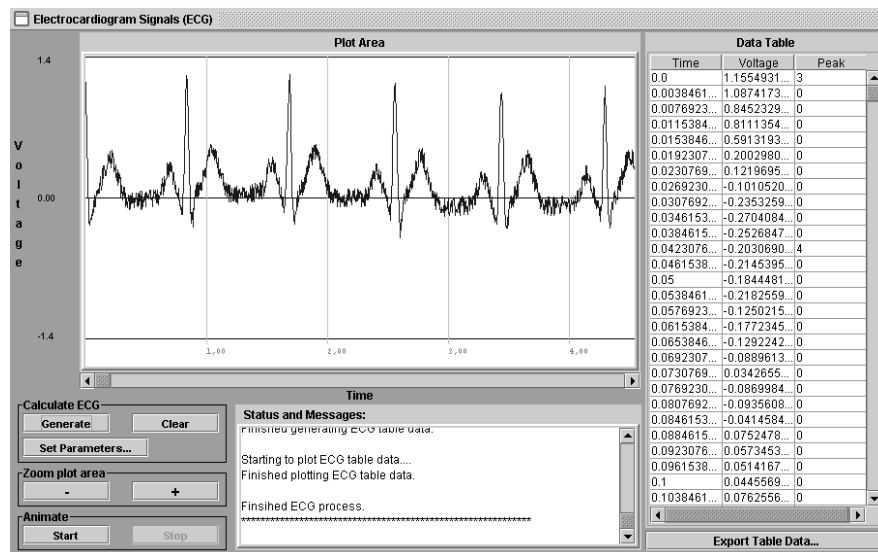


Figura 4.1: Derivación artificial obtenida con la aplicación Java de ECGSYN [187]

#### 4.3.1. Ruido muscular y artefactos

Este primer método para la generación de señales con ruido muscular se ha conseguido a partir de la base de datos Physionet [50], y según la ecuación (4.1) obteniéndose una señal de ECG con diferentes tipos de ruido. Se han utilizado diferentes amplitudes y desfases, para conseguir distintos tipos de registros.

$$y[n] = x[n] + A_m m[n] + A_b b[n] + A_r r[n] + A_n n[n], \quad (4.1)$$

donde  $x[n]$  representa la señal ECG (sintética y real),  $A_m$  es la amplitud que modifica al ruido muscular  $m[n]$ ,  $A_b$  es la amplitud que ajusta al ruido de línea base  $b[n]$ ,  $A_r$  es la amplitud que multiplica a la interferencia de red  $r[n]$  y  $A_n$  es la amplitud que particulariza el ruido blanco  $n[n]$ . Para generar las diferentes señales con únicamente ruido muscular, el valor de  $A_m$  fue modificado con el fin de obtener un margen de  $SNR$  entre  $-5dB$  y  $30dB$ . Los valores de  $A_b$  y  $A_r$  fueron nulos.

Para el caso del ruido de artefactos se partió de igual manera de la ecuación (4.1), pero en este caso  $m[n]$  era el ruido de artefactos con diferentes amplitudes proveniente de la base de datos de PhysioBank [50].

#### 4.3.2. Variaciones de línea Base

Para este tipo de ruido y mediante la ecuación (4.1), se ajustó el valor de la amplitud  $A_b$  para conseguir también un margen de  $SNR$  entre  $-5dB$  y  $30dB$ . La señal  $b(n)$  se creó con diferentes ajustes para obtener una mayor variedad posible.

1. Variaciones en la línea base formadas por líneas rectas. El objetivo de estas señales es observar el comportamiento del método en el caso singular que la señal no presente variaciones en la línea base (pendiente 0), y en los casos en que el nivel vaya variando con el tiempo (pendientes 0.25 y 0.5).

2. Variaciones en la línea base formadas por ruido blanco gaussiano. Este caso sería el más parecido al caso real, en el que las variaciones en la línea base no corresponden a ninguna función, sino que están compuestas por señales aleatorias. Para generar artificialmente estas señales se filtra ruido blanco gaussiano con un filtro paso bajo de 0.5 Hz, con una ventana de anchura 1/5 de la duración total de la señal.
3. Variaciones en la línea base formadas por la señal seno. Estas variaciones se pueden ajustar a casos reales, en los que el paciente realice movimientos más o menos rítmicos como caminar o respirar profundamente durante la adquisición de la señal. La variación de la frecuencia de la señal seno estuvo comprendida entre 0 y 0.5 Hz.
4. Variaciones en la línea base formadas por dos tonos. Esta señal se ha incorporado al análisis con el objeto de estudiar el comportamiento del método propuesto frente a interferencias con varias componentes frecuenciales de la misma amplitud. La frecuencia que corresponde a uno es el doble de la del otro. El margen de frecuencias estuvo comprendido entre 0 y 0.5Hz
5. Variaciones de la señal bw obtenida de Physiobank.

### 4.3.3. Interferencia de red

La interferencia de red consiste en una señal cercana a 50Hz / 60Hz que se agrega al registro del ECG. En el método propuesto, se parte de la ecuación (4.1), con unos valores de  $A_m$  y  $A_b$  nulos.

$$r[n] = \sin(nt(k) + \Phi h(k)). \quad (4.2)$$

La señal de interferencia de red se construyó mediante la ecuación (4.2), donde  $t(k)$  y  $h(k)$  representan la modificación de la frecuencia y de la fase respectivamente de la señal seno.  $A_r$  la amplitud de la señal seno en la ecuación (4.1) se modificó con el fin de obtener un margen de  $SNR$  entre  $-5dB$  y  $30dB$ .

### 4.3.4. Fibrilación auricular mediante funciones sinusoidales

Este primer método para la generación de episodios de FA artificial añade a registros de ritmo sinusal (NSR) una señal sinusoidal modulada en amplitud y frecuencia [170], a semejanza de las ondas  $f$  que aparecen en episodios típicos de FA. Básicamente consiste en una senoide con sus  $M-1$  armónicos, en la que se introducen unas variaciones temporales en amplitud y longitud del ciclo, así como variaciones en la frecuencia fundamental y en su fase, simulando un comportamiento no estacionario. La actividad auricular de la derivación  $l$ -ésima se puede expresar matemáticamente como sigue:

$$y_l(n) = - \sum a_{l,i}(n) \sin(i\theta(n)) \quad n = 1, \dots, N. \quad (4.3)$$

En la ecuación (4.3),  $a_{l,i}(n)$  proporciona una forma de onda de diente de sierra con amplitud  $a_l$ , modulación en amplitud definida por  $\Delta a_l$ , modulación en frecuencia definida por  $f_a$  y frecuencia de muestreo  $F_s$ , tal y como aparece a continuación:

$$a_{l,i}(n) = \frac{2}{i\pi} \left( a_l + \Delta a_l \sin \left( 2\pi \frac{f_a}{F_s} n \right) \right). \quad (4.4)$$

Por otro lado, la modulación frecuencial requerida viene definida por la expresión de  $\theta(n)$ , supuesta una frecuencia central  $f_0$  a la que se aplica una variación en frecuencia a partir del valor  $f_f$  con desviación máxima  $\Delta f$ , según se refleja en la ecuación (4.5).

$$\theta(n) = 2\pi \frac{f_0}{F_s} + \frac{\Delta f}{f_f} \sin \left( 2\pi \frac{f_f}{F_s} n \right). \quad (4.5)$$

En base a las ecuaciones (4.3), (4.4) y (4.5), se pueden definir diferentes modelos de ondas fibrilatorias en función de la longitud de los ciclos, amplitudes y armónicos utilizados. El modelo utilizado en nuestro caso es el definido por Stridh [170] como Caso A y responde a los parámetros que aparecen en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Parámetros definidos para la simulación de FA según Stridh [170].

Parámetro	Valor
Frecuencia ( $f_0$ )	6 Hz
Variación frecuencial ( $\Delta f$ )	0.2 Hz
Modulación frecuencial ( $f_f$ )	0.1 Hz
Número de armónicos ( $M$ )	5
Amplitud ( $a_l$ ) [ $V_1 V_2 V_3$ ]	[150 75 45] $\mu V$
Modulación con amplitud ( $\Delta a_l$ ) [ $V_1 V_2 V_3$ ]	[50 25 15] $\mu V$
Modulación amplitud con frecuencia ( $f_a$ )	0.008 Hz

#### 4.3.5. Fibrilación auricular a partir de segmentos de FA

La idea de esta segunda técnica es crear episodios de FA pseudo-reales combinando un episodio NSR con ondas  $f$  extraídas de episodios reales de FA [162, 189]. Una primera aproximación podría consistir en obtener la actividad auricular desde un episodio de FA mediante técnicas de cancelación del complejo QRST, como pueden ser (Template Match Subtraction) [18] o (Spatio Temporal Cancellation) [8, 169]. Sin embargo, estudios [168] han demostrado que la existencia de complejos residuales tras la etapa de cancelación realizada por estos métodos puede ser una limitación determinante. Además de estos, se ha de destacar que el complejo QRST sufre cambios debidos a la respiración, movimiento del paciente, etc lo cual implica la aparición de un complejo QRS residual y ruido [161, 162], siendo necesario buscar nuevas alternativas como la que se presenta a continuación.

La idea es extraer fragmentos o segmentos de la derivación electrocardiográfica entre los intervalos T-Q donde la actividad auricular en episodios de FA es más visible, uniendo finalmente los segmentos extraídos mediante extrapolación para conseguir una señal continua. El método de extrapolación es sencillo y consiste en repetir ciclos de ondas  $f$  previos y posteriores a un complejo en sustitución de dichos complejos con una ponderación adecuada [162, 189].

Obviamente, la señal obtenida de esta forma no se corresponde de forma exacta con la AA pero mantiene las características generales que interesan en este estudio. Una de las limitaciones de esta técnica deriva del hecho de que los episodios de ritmo sinusal y FA deben pertenecer al mismo paciente y deben de haber sido registrados en una misma sesión, pues, en otro caso la posición de los electrodos y la matriz de mezcla que origina el registro serán distintas. Esta limitación es de especial importancia en la aplicación de los algoritmos basados en técnicas BSS sobre estas señales.

## 4.4. Configuración final de la Base de Datos

Antes de aplicar los esquemas de preprocesado desarrollados en los capítulos siguientes es conveniente organizar la base de datos [22, 190].

En el caso del ECG las líneas básicas de este procesado previo, más aceptadas en la bibliografía actual, son: el tratamiento de la línea base (variaciones de baja frecuencia debidas a la respiración y a los movimientos del paciente durante el proceso de adquisición [191, 192]), eliminación del ruido de alta frecuencia (originado por los amplificadores que componen el sistema y interferencias electromagnéticas y ruido muscular [193, 194]) y eliminación de la frecuencia de red (interferencia típica en señales biomédicas propia de la red eléctrica [195, 196]). La forma más sencilla de conseguir la eliminación de estos artefactos es el filtrado previo en la banda 0.5-70 Hz, que elimina problemas de baja y alta frecuencia (variación de la línea basal e interferencias respectivamente), seguido de un filtrado adaptativo que elimine la frecuencia de red sin modificar el contenido espectral de la señal.

La configuración final de la base de datos utilizada aparece resumida en la Tabla 4.2. Se parte de doscientos registros sintéticos, generados con ECGsync en los cuáles se ha tenido en cuenta los diferentes tipos de ruido. Se ha trabajado también con señales reales sin ruido añadido y con señales reales con un incremento de ruido, ya que había algunas de éstas con un filtrado previo en la etapa de adquisición. En cuanto al estudio de la FA, se han utilizado para la construcción de la base de datos tanto registros reales como registros con FA simulados. La Figura 4.2 muestra un ejemplo de tres registros con ruido muscular en el primero, línea base en el segundo e interferencia de red para el tercer registro. Todas las señales utilizadas, han sido muestreadas a 1 kHz. Destacar también que, aunque la diferenciación entre las señales es siempre mayor al tratar con pacientes distintos, la larga duración de algunos de los registros ha permitido extraer episodios del mismo paciente muy alejados temporalmente y con la suficiente variación de circunstancias como para poder considerarlos como registros útiles de cara a la comprobación de la eficacia de cada método.

Tabla 4.2: Base de datos de registros

	Nº de registros	Tiempo medio(seg)
Sintéticas	200	1549
Reales	200	1400
FA	100	1049
FA sintéticas	100	1049



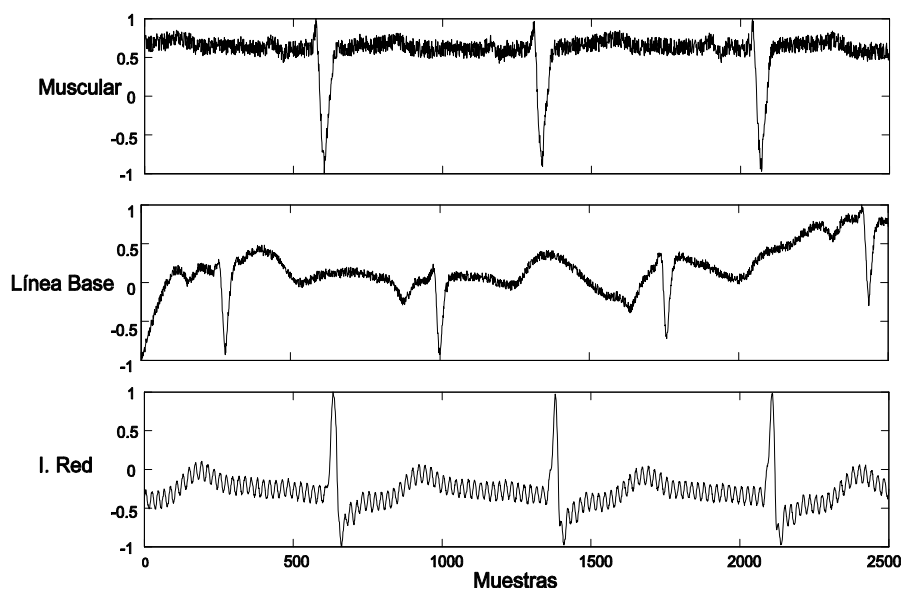


Figura 4.2: Ejemplo de señales reales de la base de datos Physiobank con diferentes ruidos



# Capítulo 5

## Redes Neuronales

---

<b>5.1. Redes Neuronales</b> . . . . .	<b>63</b>
5.1.1. Introducción . . . . .	63
<b>5.2. Historia de las redes neuronales</b> . . . . .	<b>64</b>
<b>5.3. Generalidades</b> . . . . .	<b>65</b>
5.3.1. Definiciones de una red neuronal . . . . .	65
5.3.2. Ventajas que ofrecen las redes neuronales . . . . .	66
<b>5.4. Elementos Básicos</b> . . . . .	<b>68</b>
5.4.1. Elementos básicos que componen una red neuronal. . . . .	68
5.4.2. Función de entrada (input function) . . . . .	68
5.4.3. Función de activación . . . . .	69
5.4.4. Función de salida . . . . .	70
<b>5.5. Aprendizaje, Validación y Codificación</b> . . . . .	<b>71</b>
5.5.1. Niveles o capas de una red neuronal . . . . .	71
5.5.2. Tipos de neuronas artificiales . . . . .	71
5.5.3. Taxonomía de las redes Neuronales . . . . .	71
5.5.4. Técnicas de decisión . . . . .	72
5.5.5. Mecanismos de aprendizaje . . . . .	74
5.5.6. Elección del conjunto inicial de pesos . . . . .	77
5.5.7. Detención del proceso de aprendizaje . . . . .	77
5.5.8. Codificación de los datos de entrada . . . . .	78
5.5.9. Validación de la red neuronal . . . . .	79
5.5.10. Cuestiones a resolver al trabajar con una red neuronal . . . . .	79
<b>5.6. Principales Topologías de las Redes Neuronales</b> . . . . .	<b>79</b>
5.6.1. Redes monocapa . . . . .	79
5.6.2. Redes multicapa . . . . .	80
5.6.3. Conexión entre neuronas . . . . .	80
5.6.4. Redes de propagación hacia atrás (backpropagation). . . . .	80
5.6.5. Estructura de la Red Hopfield . . . . .	80
5.6.6. Asociaciones entre la información de entrada y salida . . . . .	82
<b>5.7. Aproximación Funcional Mediante Funciones</b> . . . . .	<b>83</b>

---

5.7.1. Redes FBR . . . . .	84
5.7.2. Diseño de Redes de Funciones de Base Radial . . . . .	87
5.7.3. Cálculo de parámetros de una FBRN mediante métodos numéricos . . . . .	88
5.7.4. Algoritmos de Clustering . . . . .	91
5.7.5. Algoritmos para la inicialización de radios de FBRs . . . . .	98
5.7.6. Métodos evolutivos . . . . .	100
<b>5.8. Aplicaciones de las redes neuronales . . . . .</b>	<b>101</b>

---

Las redes neuronales pueden ser desarrolladas tanto en software como en hardware y con ellas se pueden construir sistemas capaces de aprender, de adaptarse a condiciones variantes, o inclusive si se dispone de una colección suficientemente grande de datos, es capaz de predecir el estado futuro de algunos modelos, de recuperar a partir de un conjunto de mezclas, las señales originales que han producido estas mezclas. Las Redes Neuronales (Neural Networks) son utilizadas para la predicción, la minería de datos (data mining), el reconocimiento de patrones y los sistemas de control adaptativo. Estas técnicas son adecuadas para enfrentar problemas que hasta ahora eran resueltos sólo por el cerebro humano y resultaban difíciles o imposibles para las máquinas lógicas secuenciales. Un procesamiento paralelo realizado por un gran número de elementos altamente interconectados, es la clave de su funcionamiento.

## 5.1. Redes Neuronales

### 5.1.1. Introducción

El hombre se ha caracterizado siempre por su búsqueda constante de nuevas vías para mejorar sus condiciones de vida. Estos esfuerzos le han servido para reducir el trabajo en aquellas operaciones en las que la fuerza juega un papel primordial. Los progresos obtenidos han permitido dirigir estos esfuerzos a otros campos, como por ejemplo, a la construcción de máquinas calculadoras que ayuden a resolver de forma automática y rápida determinadas operaciones que resultan tediosas cuando se realizan a mano.

Uno de los primeros en acometer esta empresa fue Charles Babbage, quien trató infructuosamente de construir una máquina capaz de resolver problemas matemáticos. Posteriormente otros tantos intentaron construir máquinas similares, pero no fue hasta la Segunda Guerra Mundial, cuando ya se disponía de instrumentos electrónicos, que se empezaron a recoger los primeros frutos. En 1946 se construyó la primera computadora electrónica, ENIAC. Desde entonces los desarrollos en este campo han tenido un auge espectacular.

Estas máquinas permiten implementar fácilmente algoritmos para resolver multitud de problemas que antes resultaban engorrosos de resolver. Sin embargo, se observa una limitación importante: ¿qué ocurre cuando el problema que se quiere resolver no admite un tratamiento algorítmico, como es el caso, por ejemplo, de la clasificación de objetos por rasgos comunes? Este ejemplo demuestra que la construcción de nuevas máquinas más versátiles requiere un enfoque del problema desde otro punto de vista. Los desarrollos actuales de los científicos se dirigen al estudio de las capacidades humanas como una fuente de nuevas ideas para el diseño de las nuevas máquinas. Así, la inteligencia artificial es un intento por descubrir y describir aspectos de la inteligencia humana que pueden ser simulados mediante máquinas. Esta disciplina se ha desarrollado fuertemente en los últimos años teniendo aplicación en algunos campos como visión artificial, demostración de teoremas, procesamiento de información expresada mediante lenguajes humanos... etc.

Las redes neuronales [197–200] son más que otra forma de emular ciertas características propias de los humanos, como la capacidad de memorizar y de asociar hechos. Si se examinan con atención aquellos problemas que no pueden expresarse a través de un algoritmo, se observará que todos ellos tienen una característica en común: la experiencia. El hombre es capaz de resolver estas situaciones acudiendo a la experiencia acumulada. Así, parece claro que una forma de aproximarse al problema consista en la construcción de sistemas que sean capaces de reproducir esta característica humana. En definitiva, las redes neuronales no son más que un modelo artificial y simplificado del cerebro humano, que es el ejemplo más perfecto del que se dispone para un sistema que es capaz de adquirir conocimiento a través de la experiencia. Una red neuronal es “un nuevo sistema para el tratamiento de la información, cuya unidad básica de procesamiento está inspirada en la célula fundamental del sistema nervioso humano: la neurona”.

Todos los procesos del cuerpo humano se relacionan en alguna u otra forma con la (in)actividad de estas neuronas. Las mismas son un componente relativamente simple del ser humano, pero cuando millares de ellas se conectan en forma conjunta se hacen muy poderosas.

Lo que básicamente ocurre en una neurona biológica es lo siguiente: la neurona es estimulada o excitada a través de sus entradas (inputs) y cuando se alcanza un cierto umbral, la neurona se dispara o activa, pasando una señal hacia el axon. Posteriores investigaciones condujeron al descubrimiento de que estos procesos son el resultado de eventos electroquímicos.

Como ya se sabe, el pensamiento tiene lugar en el cerebro, que consta de billones de

neuronas interconectadas. Así, el secreto de la "inteligencia" -sin importar como se defina- se sitúa dentro de estas neuronas interconectadas y de su interacción. También, es bien conocido que los humanos son capaces de aprender. Aprendizaje significa que aquellos problemas que inicialmente no pueden resolverse, pueden ser resueltos después de obtener más información acerca del problema. Las Redes Neuronales consisten en unidades de procesamiento que intercambian datos o información. Se utilizan para reconocer patrones, incluyendo imágenes, manuscritos y secuencias de tiempo (por ejemplo: tendencias financieras). Tienen capacidad de aprender y mejorar su funcionamiento.

Una primera clasificación de los modelos de redes neuronales podría ser, atendiendo a su similitud con la realidad biológica:

1. El modelo de tipo biológico. Este comprende las redes que tratan de simular los sistemas neuronales biológicos, así como las funciones auditivas o algunas funciones básicas de la visión.
2. El modelo dirigido a aplicación. Este modelo no tiene por qué guardar similitud con los sistemas biológicos. Su arquitectura está fuertemente ligada a las necesidades de las aplicaciones para la que es diseñada.

## 5.2. Historia de las redes neuronales

1936 - Alan Turing. Fue el primero en estudiar el cerebro como una forma de ver el mundo de la computación. Sin embargo, los primeros teóricos que concibieron los fundamentos de la computación neuronal fueron Warren McCulloch, un neurofisiólogo, y Walter Pitts, un matemático, quienes, en 1943, lanzaron una teoría acerca de la forma de trabajar de las neuronas (Un Cálculo Lógico de la Inminente Idea de la Actividad Nerviosa - Boletín de Matemática Biofísica 5: 115-133). Ellos modelaron una red neuronal simple mediante circuitos eléctricos.

1949 - Donald Hebb. Fue el primero en explicar los procesos del aprendizaje (que es el elemento básico de la inteligencia humana) desde un punto de vista psicológico, desarrollando una regla de como el aprendizaje ocurría. Aun hoy, éste es el fundamento de la mayoría de las funciones de aprendizaje que pueden hallarse en una red neuronal. Su idea fue que el aprendizaje ocurría cuando ciertos cambios en una neurona eran activados. También intentó encontrar semejanzas entre el aprendizaje y la actividad nerviosa. Los trabajos de Hebb formaron las bases de la Teoría de las Redes Neuronales.

1950 - Karl Lashley. En sus series de ensayos, encontró que la información no era almacenada en forma centralizada en el cerebro sino que era distribuida encima de él.

1956 - Congreso de Dartmouth. Este Congreso frecuentemente se menciona para indicar el nacimiento de la inteligencia artificial.

1957 - Frank Rosenblatt. Comenzó el desarrollo del Perceptron. Esta es la red neuronal más antigua; utilizándose hoy en día para aplicación como identificador de patrones. Este modelo era capaz de generalizar, es decir, después de haber aprendido una serie de patrones podía reconocer otros similares, aunque no se le hubiesen presentado en el entrenamiento. Sin embargo, tenía una serie de limitaciones, por ejemplo, su incapacidad para resolver el problema de la función OR-exclusiva y, en general, era incapaz de clasificar clases no separables linealmente.

- 1959 - Frank Rosenblatt: Principios de Neurodinámica. En este libro confirmó que, bajo ciertas condiciones, el aprendizaje del Perceptron convergía hacia un estado finito (Teorema de Convergencia del Perceptron).
- 1960 - Bernard Widroff/Marcian Hoff. Desarrollaron el modelo Adaline (ADaptative LINear Elements). Esta fue la primera red neuronal aplicada a un problema real (filtros adaptativos para eliminar ecos en las líneas telefónicas) que se ha utilizado comercialmente durante varias décadas.
- 1961 - Karl Steinbeck: Die Lernmatrix. Red neuronal para simples realizaciones técnicas (memoria asociativa).
- 1969 - Marvin Minsky/Seymour Papert. En este año casi se produjo la “muerte abrupta” de las Redes Neuronales; ya que Minsky y Papert probaron (matemáticamente) que el Perceptrons no era capaz de resolver problemas relativamente fáciles, tales como el aprendizaje de una función no-lineal. Esto demostró que el Perceptron era muy débil, dado que las funciones no-lineales son extensamente empleadas en computación y en los problemas del mundo real.
- 1974 - Paul Werbos. Desarrolló la idea básica del algoritmo de aprendizaje de propagación hacia atrás (backpropagation); cuyo significado quedó definitivamente aclarado en 1985.
- 1977 - Stephen Grossberg: Teoría de Resonancia Adaptada (TRA). La Teoría de Resonancia Adaptada es una arquitectura de red que se diferencia de todas las demás previamente inventadas. La misma simula otras habilidades del cerebro: memoria a largo y corto plazo.
- 1985 - John Hopfield. Provocó el renacimiento de las redes neuronales con su libro: “Computación neuronal de decisiones en problemas de optimización.”
- 1986 - David Rumelhart/G. Hinton. Redescubrieron el algoritmo de aprendizaje de propagación hacia atrás (backpropagation).
- A partir de 1986, el panorama fue alentador con respecto a las investigaciones y el desarrollo de las redes neuronales. En la actualidad, son numerosos los trabajos que se realizan y publican cada año, las aplicaciones nuevas que surgen (sobre todo en el área de control) y las empresas que lanzan al mercado productos nuevos, tanto hardware como software (sobre todo para simulación).

## 5.3. Generalidades

### 5.3.1. Definiciones de una red neuronal

Existen numerosas formas de definir a las redes neuronales; desde las definiciones cortas y genéricas hasta las que intentan explicar más detalladamente qué son las redes neuronales [197,201]. Por ejemplo:

1. Una nueva forma de computación, inspirada en modelos biológicos.
2. Un modelo matemático compuesto por un gran número de elementos procesales organizados en niveles.

3. Un sistema de computación compuesto por un gran número de elementos simples, elementos de procesos muy interconectados, los cuales procesan información por medio de su estado dinámico como respuesta a entradas externas.
4. Redes neuronales artificiales son redes interconectadas masivamente en paralelo de elementos simples (usualmente adaptativos) y con organización jerárquica, las cuales intentan interactuar con los objetos del mundo real del mismo modo que lo hace el sistema nervioso biológico.

### 5.3.2. Ventajas que ofrecen las redes neuronales

Debido a su constitución y a sus fundamentos, las redes neuronales artificiales presentan un gran número de características semejantes a las del cerebro. Por ejemplo, son capaces de aprender de la experiencia, de generalizar de casos anteriores a nuevos casos, de abstraer características esenciales a partir de entradas que representan información irrelevante, etc. Esto hace que ofrezcan numerosas ventajas y que este tipo de tecnología se esté aplicando en múltiples áreas. Entre las ventajas se incluyen:

#### Aprendizaje adaptativo

La capacidad de aprendizaje adaptativo [202] es una de las características más atractivas de redes neuronales. Esto es, aprenden a llevar a cabo ciertas tareas mediante un entrenamiento con ejemplos ilustrativos.

Como las redes neuronales pueden aprender a diferenciar patrones mediante ejemplos y entrenamientos, no es necesario elaborar modelos a priori ni necesidad de especificar funciones de distribución de probabilidad.

Las redes neuronales son sistemas dinámicos autoadaptativos. Son adaptables debido a la capacidad de autoajuste de los elementos procesales (neuronas) que componen el sistema. Son dinámicos, pues son capaces de estar constantemente cambiando para adaptarse a las nuevas condiciones.

En el proceso de aprendizaje, los enlaces ponderados de las neuronas se ajustan de manera que se obtengan ciertos resultados específicos. Una red neuronal no necesita un algoritmo para resolver un problema, ya que ella puede generar su propia distribución de pesos en los enlaces mediante el aprendizaje. También existen redes que continúan aprendiendo a lo largo de su vida, después de completado su período de entrenamiento.

La función del diseñador es únicamente la obtención de la arquitectura apropiada. No es problema del diseñador el cómo la red aprenderá a discriminar. Sin embargo, sí es necesario que desarrolle un buen algoritmo de aprendizaje que le proporcione a la red la capacidad de discriminar, mediante un entrenamiento con patrones.

#### Auto-organización

Las redes neuronales emplean su capacidad de aprendizaje adaptativo para autoorganizar la información que reciben durante el aprendizaje y/o la operación. Mientras que el aprendizaje es la modificación de cada elemento procesal, la autoorganización consiste en la modificación de la red neuronal completa para llevar a cabo un objetivo específico.

Cuando las redes neuronales se usan para reconocer ciertas clases de patrones, ellas autoorganizan la información usada. Por ejemplo, la red llamada *backpropagation*, creará su propia representación característica, mediante la cual puede reconocer ciertos patrones.



Esta autoorganización provoca la generalización: facultad de las redes neuronales de responder apropiadamente cuando se les presentan datos o situaciones a las que no había sido expuesta anteriormente. El sistema puede generalizar la entrada para obtener una respuesta. Esta característica es muy importante cuando se tiene que solucionar problemas en los cuales la información de entrada no es muy clara; además permite que el sistema dé una solución, incluso cuando la información de entrada está especificada de forma incompleta.

### **Tolerancia a fallos**

Las redes neuronales fueron los primeros métodos computacionales con la capacidad inherente de tolerancia a fallos. Comparados con los sistemas computacionales tradicionales, los cuales pierden su funcionalidad cuando sufren un pequeño error de memoria, en las redes neuronales, si se produce un fallo en un número no muy grande de neuronas y aunque el comportamiento del sistema se ve influenciado, no sufre una caída repentina.

Hay dos aspectos distintos respecto a la tolerancia a fallos:

a) Las redes pueden aprender a reconocer patrones con ruido, distorsionados o incompletos. Esta es una tolerancia a fallos respecto a los datos.

b) Las redes pueden seguir realizando su función (con cierta degradación) aunque se destruya parte de la red.

La razón por la que las redes neuronales son tolerantes a los fallos es que tienen su información distribuida en las conexiones entre neuronas, existiendo cierto grado de redundancia en este tipo de almacenamiento. La mayoría de los ordenadores algorítmicos y sistemas de recuperación de datos almacenan cada pieza de información en un espacio único, localizado y direccionable. En cambio, las redes neuronales almacenan información no localizada. Por lo tanto, la mayoría de las interconexiones entre los nodos de la red tendrán sus valores en función de los estímulos recibidos, y se generará un patrón de salida que represente la información almacenada.

### **Operación en tiempo real**

Una de las mayores prioridades, casi en la totalidad de las áreas de aplicación, es la necesidad de realizar procesos con datos de forma muy rápida. Las redes neuronales se adaptan bien a esto debido a su implementación paralela. Para que la mayoría de las redes puedan operar en un entorno de tiempo real, la necesidad de cambio en los pesos de las conexiones o entrenamiento es mínimo.

### **Fácil inserción dentro de la tecnología existente**

Una red individual puede ser entrenada para desarrollar una única y bien definida tarea (tareas complejas, que hagan múltiples selecciones de patrones, requerirán sistemas de redes interconectadas). Con las herramientas computacionales existentes (no del tipo PC), una red puede ser rápidamente entrenada, comprobada, verificada y trasladada a una implementación hardware de bajo coste. Por lo tanto, no se presentan dificultades para la inserción de redes neuronales en aplicaciones específicas, por ejemplo de control, dentro de los sistemas existentes. De esta manera, las redes neuronales se pueden utilizar para mejorar sistemas en forma incremental y cada paso puede ser evaluado antes de acometer un desarrollo más amplio.

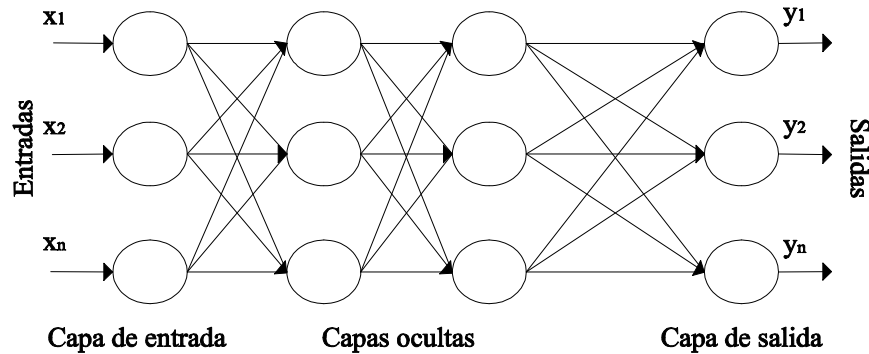


Figura 5.1: Ejemplo de una red neuronal totalmente conectada

## 5.4. Elementos Básicos

### 5.4.1. Elementos básicos que componen una red neuronal.

A continuación se puede ver, en la Figura 5.1, un esquema de una red neuronal.

La misma está constituida por neuronas interconectadas y arregladas en tres capas (esto último puede variar). Los datos entran por medio de la “capa de entrada”, pasan a través de la “capa oculta” y salen por la “capa de salida”. Cabe mencionar que la capa oculta puede estar constituida por varias capas.

Mientras una neurona es muy pequeña en sí misma, cuando se combinan cientos, miles o millones de ellas pueden resolver problemas muy complejos. Por ejemplo el cerebro humano se compone de billones de tales neuronas.

### 5.4.2. Función de entrada (input function)

La neurona trata a muchos valores de entrada como si fueran uno solo; esto recibe el nombre de entrada global. Por lo tanto, ahora se enfrenta al problema de cómo se pueden combinar estas simples entradas ( $in_{i1}, in_{i2}, \dots$ ) dentro de la entrada global,  $g_{ini}$ . Esto se logra a través de la función de entrada, la cual se calcula a partir del vector entrada. La función de entrada puede describirse como sigue

$$input_i = (in_{i1} \bullet w_{i1}) * (in_{i2} \bullet w_{i2}) * \dots (in_{in} \bullet w_{in}), \quad (5.1)$$

donde  $*$  representa al operador apropiado (por ejemplo: máximo, sumatoria, productoria, etc.),  $n$  al número de entradas a la neurona  $N_i$  y  $w_i$  al peso.

Los valores de entrada se multiplican por los pesos ajustados anteriormente a la neurona. Por consiguiente, los pesos que generalmente no están restringidos cambian la medida de influencia que tienen los valores de entrada. Es decir, que permiten que un gran valor de entrada tenga solamente una pequeña influencia, si estos son lo suficientemente pequeños.

La nomenclatura utilizada en la Figura 5.2 es la siguiente:  $in_{i1}$  = entrada número 1 a la neurona  $N_i$ ;  $w_{i1}$  = peso correspondiente a  $in_{i1}$ ;  $in_{i2}$  = entrada número 2 a la neurona  $N_i$ ;  $w_{i2}$  = peso correspondiente a  $in_{i2}$ ; y  $out_i$  = salida de la neurona  $N_i$ . El conjunto de todas las  $n$  entradas  $in_i = (in_{i1}, in_{i2}, \dots, in_{in})$  es comúnmente llamado “vector entrada”.

Algunas de las funciones de entrada más comúnmente utilizadas y conocidas son:

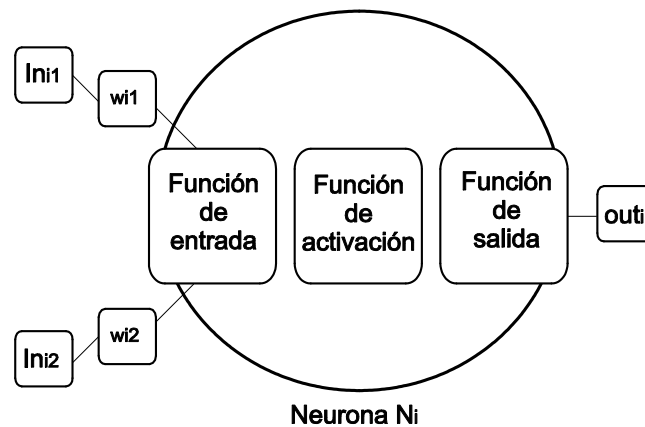


Figura 5.2: Ejemplo de una neurona con dos entradas y una salida

1. Sumatorio de las entradas pesadas: es la suma de todos los valores de entrada a la neurona, multiplicados por sus correspondientes pesos.

$$\sum_j (n_{ij} w_{ij}), \text{ con } j = 1, 2, \dots, n \quad (5.2)$$

2. Producto de las entradas pesadas: es el producto de todos los valores de entrada a la neurona, multiplicados por sus correspondientes pesos.

$$\prod_j (n_{ij} w_{ij}), \text{ con } j = 1, 2, \dots, n \quad (5.3)$$

3. Máximo de las entradas pesadas: solamente toma en consideración el valor de entrada más fuerte, previamente multiplicado por su peso correspondiente.

$$Max_j (n_{ij} w_{ij}), \text{ con } j = 1, 2, \dots, n \quad (5.4)$$

### 5.4.3. Función de activación

Una neurona biológica puede estar activa (excitada) o inactiva (no excitada); es decir, que tiene un “estado de activación”. Las neuronas artificiales también tienen diferentes estados de activación; algunas de ellas solamente dos, al igual que las biológicas, pero otras pueden tomar cualquier valor dentro de un conjunto determinado.

La función de activación calcula el estado de actividad de una neurona; transformando la entrada global (menos el umbral,  $\theta_i$ ) en un valor (estado) de activación, cuyo rango normalmente va de (0 a 1) o de (-1 a 1). Esto es así, porque una neurona puede estar totalmente inactiva (0 o -1) o activa (1).

La función de activación, es una función de la entrada global ( $g_{in_i}$ ) menos el umbral ( $\theta_i$ ). Las funciones de activación utilizadas se detallan a continuación:

1. Función lineal:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & x \leq -1/a \\ a * x & -1/a < x < 1/a \\ 1 & x \geq 1/a \end{cases} \quad (5.5)$$

con  $x = gin_i - \theta_i$ , y  $a > 0$ .

Los valores de salida obtenidos por medio de esta función de activación serán:  $a \bullet (gin_i - \theta_i)$ , cuando el argumento de  $(gin_i - \theta_i)$  esté comprendido dentro del rango  $(-1/a, 1/a)$ . Por encima o por debajo de esta zona se fija la salida en 1 o -1, respectivamente. Cuando  $a = 1$  (siendo que la misma afecta la pendiente de la gráfica), la salida es igual a la entrada.

1. Función sigmoidea:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-gx}}, \text{ con } x = gin_i - \theta_i \quad (5.6)$$

Los valores de salida que proporciona esta función están comprendidos dentro de un rango que va de 0 a 1. Al modificar el valor de  $g$  se ve afectada la pendiente de la función de activación.

3 Función tangente hiperbólica:

$$f(x) = \frac{e^{gx} - e^{-gx}}{e^{gx} + e^{-gx}}, \text{ con } x = gin_i - \theta_i \quad (5.7)$$

Los valores de salida de la función tangente hiperbólica están comprendidos dentro de un rango que va de -1 a 1. Al modificar el valor de  $g$  se ve afectada la pendiente de la función de activación.

Para explicar porque se utilizan estas funciones de activación se suele emplear la analogía a la aceleración de un automóvil. Cuando un auto inicia su movimiento necesita una potencia elevada para comenzar a acelerar. Pero al ir tomando velocidad, este demanda un menor incremento de dicha potencia para mantener la aceleración. Al llegar a altas velocidades, nuevamente un amplio incremento en la potencia es necesario para obtener una pequeña ganancia de velocidad. En resumen, en ambos extremos del rango de aceleración de un automóvil se demanda una mayor potencia para la aceleración que en la mitad de dicho rango.

#### 5.4.4. Función de salida

El último componente que una neurona necesita es la función de salida. El valor resultante de esta función es la salida de la neurona  $i$  (out $_i$ ); por ende, la función de salida determina que valor se transfiere a las neuronas vinculadas. Si la función de activación está por debajo de un umbral determinado, ninguna salida se pasa a la neurona subsiguiente. Normalmente, no cualquier valor es permitido como una entrada para una neurona, por lo tanto, los valores de salida están comprendidos en el rango  $[0, 1]$  o  $[-1, 1]$ . También pueden ser binarios  $\{0, 1\}$  o  $\{-1, 1\}$ .

Dos de las funciones de salida más comunes son:

1. Identidad: este es el tipo de función más sencillo, tal que la salida es la misma que la entrada.
2. Binaria:  $\begin{cases} 1 & \text{si } act_i \geq \xi_i \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$  donde  $\xi_i$  es el umbral

## 5.5. Aprendizaje, Validación y Codificación

### 5.5.1. Niveles o capas de una red neuronal

La distribución de neuronas dentro de la red se realiza formando niveles o capas, con un número determinado de dichas neuronas en cada una de ellas. A partir de su situación dentro de la red, se pueden distinguir tres tipos de capas:

- De entrada: es la capa que recibe directamente la información proveniente de las fuentes externas de la red.
- Ocultas: son internas a la red y no tienen contacto directo con el entorno exterior. El número de niveles ocultos puede estar entre cero y un número elevado. Las neuronas de las capas ocultas pueden estar interconectadas de distintas maneras, lo que determina, junto con su número, las distintas topologías de redes neuronales.
- De salidas: transfieren información de la red hacia el exterior.

En la Figura 5.1 se puede ver el ejemplo de la estructura de una posible red multicapa, en la que cada nodo o neurona únicamente está conectada con neuronas de un nivel superior. Notar que hay más conexiones que neuronas en sí; en este sentido, se dice que una red es totalmente conectada si todas las salidas desde un nivel llegan a todos y cada uno de los nodos del nivel siguiente.

### 5.5.2. Tipos de neuronas artificiales

Las neuronas artificiales se pueden clasificar de acuerdo a los valores que pueden tomar. Por ahora es suficiente distinguir entre dos tipos principales:

1. Neuronas binarias.
2. Neuronas reales.

Las neuronas binarias solamente pueden tomar valores dentro del intervalo  $\{0, 1\}$  o  $\{-1, 1\}$ , mientras que las neuronas reales pueden hacerlo dentro del rango  $[0, 1]$  o  $[-1, 1]$ . Los pesos normalmente no están restringidos a un cierto intervalo, aunque para aplicaciones específicas puede ser esto necesario.

### 5.5.3. Taxonomía de las redes Neuronales

Existen dos fases en toda aplicación de las redes neuronales: la fase de aprendizaje o entrenamiento y la fase de prueba. En la fase de entrenamiento, se usa un conjunto de datos o patrones de entrenamiento para determinar los pesos (parámetros de diseño) que definen el modelo neuronal. Una vez entrenado este modelo, se usará en la llamada fase de prueba o funcionamiento directo, en la que se procesan los patrones de prueba que constituyen la entrada habitual de la red, analizándose de esta manera las prestaciones definitivas de la red.

Fase de Prueba: los parámetros de diseño de la red neuronal se han obtenido a partir de unos patrones representativos de las entradas que se denominan patrones de entrenamiento. Los resultados pueden ser tanto calculados de una vez como adaptados iterativamente, según el tipo de red neuronal, y en función de las ecuaciones dinámicas de prueba. Una vez calculados los pesos de la red, los valores de las neuronas de la última capa, se comparan con la salida deseada para determinar la validez del diseño.

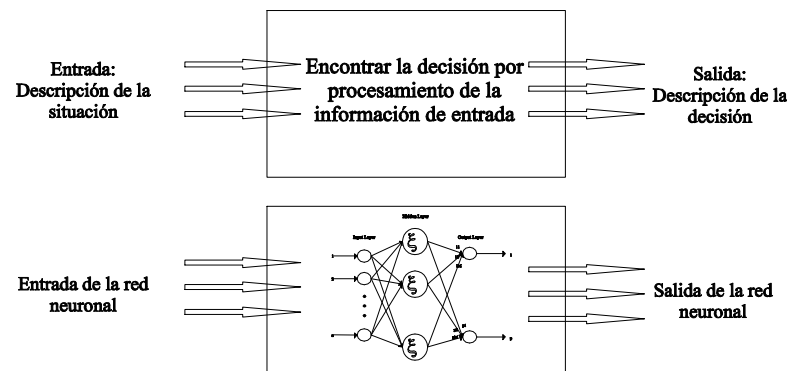


Figura 5.3: Esquema del proceso de decisión.

Fase de Aprendizaje: una característica de las redes neuronales es su capacidad de aprender. Aprenden por la actualización o cambio de los pesos sinápticos que caracterizan a las conexiones. Los pesos son adaptados de acuerdo a la información extraída de los patrones de entrenamiento nuevos que se van presentando. Normalmente, los pesos óptimos se obtienen optimizando (minimizando o maximizando) alguna "función de energía". Por ejemplo, un criterio popular en el entrenamiento supervisado es minimizar el least-square-error (error cuadrático medio) entre el valor del maestro y el valor de salida actual.

Las aplicaciones del mundo real deben acometer dos tipos diferentes de requisitos en el procesado. En un caso, se requiere la prueba en tiempo real pero el entrenamiento ha de realizarse "fuera de línea". En otras ocasiones, se requieren los dos procesos, el de prueba y el de entrenamiento en tiempo real. Estos dos requisitos implican velocidades de proceso muy diferentes, que afectan a los algoritmos y hardware usados.

Atendiendo al tipo de entrenamiento, una posible taxonomía de las redes neuronales se muestra en la tabla 5.1.

Tabla 5.1: Atendiendo al tipo de entrenamiento

Fijo	No Supervisado	Supervisado
Red de Hamming	Mapa de características	Basadas en decisión
Red de Hopfield	Aprendizaje competitivo	Perceptrón
		ADALINE (LMS)
		Perceptrón Multicapa
		Modelos Temporales Dinámicos
		Modelos Ocultos de Markov

#### 5.5.4. Técnicas de decisión

En general, el proceso de decisión puede ser caracterizado como se muestra en el diagrama de la Figura 5.3.

Lo mismo ocurre cuando se utiliza una red neuronal como un sistema de sostén de decisiones. La salida de la red neuronal es directa o indirectamente la solución al problema o la

decisión a tomar. Por ejemplo: si uno desea determinar si un cliente, el cual está preguntando por la solicitud de un crédito, es un buen candidato (lo que significa que es confiable, o sea, que puede devolver el crédito solicitado), se podrían tomar en consideración variables o atributos tales como “antecedentes de créditos, pasivo, garantías y ganancias”. Las variables o atributos pertenecientes a un cliente específico son las entradas al proceso de decisión. El resultado de tal proceso podría ser una decisión similar a la siguiente: “cliente bueno” o “cliente malo”.

Los atributos expuestos en la Tabla 5.2 serán tomados en cuenta para el caso del puntaje para un crédito:

Tabla 5.2: Atributos que serán tomados en cuenta

Abreviación	Nombre	Valores
A1	Historia de Créditos	Malo; Desconocida; Buena
A2	Pasivo	Alto; Bajo
A3	Garantía	Ninguna; Adecuada
A4	Ganancia	1 (baja); 2 (adecuada); 3 (alta)

A menudo las reglas que muestran la lógica (o falta de lógica) sobre las que se basan las decisiones no son tan obvias. Por lo tanto, una persona que no conoce mucho acerca del sujeto que solicita el préstamo, no puede tomar una decisión correcta. Notar que aquí los valores son más bien simbólicos que numéricos. Las redes neuronales reales necesitan entradas numéricas, pero por el momento se utilizarán entradas simbólicas para facilitar el entendimiento.

En la Tabla 5.3 se presenta un conjunto de datos de anteriores situaciones de decisión, cada una de ellas caracterizada por diferentes valores de las variables de entrada, con su respectiva decisión (0 es un cliente bueno, 1 uno promedio y 2 uno malo).

Tabla 5.3: Conjunto de datos de situaciones de decisión

Nº	A1	A2	A3	A4	Clase
01	malo	alto	ninguno	1	2
02	conocido	alto	ninguno	2	2
03	conocido	bajo	ninguno	2	1
04	conocido	bajo	ninguno	1	2
05	conocido	bajo	ninguno	3	0
06	conocido	bajo	adecuado	3	0
07	malo	bajo	ninguno	1	2
08	malo	bajo	adecuado	3	1
09	bueno	bajo	ninguno	3	0
10	bueno	alto	adecuado	3	0
11	bueno	alto	ninguno	1	2
12	bueno	alto	ninguno	2	1
13	bueno	alto	ninguno	3	0
14	bueno	alto	ninguno	2	2

Dentro de esta base de datos yace el procedimiento de decisión, o en otras palabras, la regla de decisión que conforma las bases para el problema de decisión: “puntaje para un crédito”.

La pregunta a contestar ahora es: ¿puede encontrarse una estructura o regla de decisión en este conjunto de datos? La respuesta es si, las redes neuronales pueden hallar una regla de decisión a través de un conjunto de datos como el presentado en la Tabla 5.3.

### 5.5.5. Mecanismos de aprendizaje

Se ha visto que los datos de entrada se procesan a través de la red neuronal con el propósito de lograr una salida. También se dijo que las redes neuronales extraen generalizaciones desde un conjunto determinado de ejemplos anteriores de tales problemas de decisión. Una red neuronal debe aprender a calcular la salida correcta para cada constelación (arreglo o vector) de entrada en el conjunto de ejemplos. Este proceso de aprendizaje se denomina: proceso de entrenamiento o acondicionamiento. El conjunto de datos (o conjunto de ejemplos) sobre el cual este proceso se basa es, por ende, llamado: conjunto de datos de entrenamiento.

Si la topología de la red y las diferentes funciones de cada neurona (entrada, activación y salida) no pueden cambiar durante el aprendizaje, mientras que los pesos sobre cada una de las conexiones sí pueden hacerlo; el aprendizaje de una red neuronal significa: adaptación de los pesos.

En otras palabras el aprendizaje es el proceso por el cual una red neuronal modifica sus pesos en respuesta a una información de entrada. Los cambios que se producen durante el mismo se reducen a la destrucción, modificación y creación de conexiones entre las neuronas. En los sistemas biológicos existe una continua destrucción y creación de conexiones entre las neuronas. En los modelos de redes neuronales artificiales, la creación de una nueva conexión implica que el peso de la misma pasa a tener un valor distinto de cero. De la misma manera, una conexión se destruye cuando su peso pasa a ser cero.

Durante el proceso de aprendizaje, los pesos de las conexiones de la red sufren modificaciones, por lo tanto, se puede afirmar que este proceso ha terminado (la red ha aprendido) cuando los valores de los pesos permanecen estables ( $dw_{ij}/dt = 0$ ).

Un aspecto importante respecto al aprendizaje de las redes neuronales es el conocer cómo se modifican los valores de los pesos, es decir, cuáles son los criterios que se siguen para cambiar el valor asignado a las conexiones cuando se pretende que la red aprenda una nueva información.

Hay dos métodos de aprendizaje importantes que pueden distinguirse:

1. Aprendizaje supervisado.
2. Aprendizaje no supervisado.

Otro criterio que se puede utilizar para diferenciar las reglas de aprendizaje se basa en considerar si la red puede aprender durante su funcionamiento habitual o si el aprendizaje supone la desconexión de la red, es decir, su inhabilitación hasta que el proceso termine. En el primer caso, se trataría de un aprendizaje on line, mientras que el segundo es lo que se conoce como off line.

Cuando el aprendizaje es off line, se distingue entre una fase de aprendizaje o entrenamiento y una fase de operación o funcionamiento, existiendo un conjunto de datos de entrenamiento y un conjunto de datos de test o prueba, que serán utilizados en la correspondiente fase. Además, los pesos de las conexiones permanecen fijos después que termina la etapa de entrenamiento de la red. Debido precisamente a su carácter estático, estos sistemas no presentan problemas de estabilidad en su funcionamiento.

Una generalización de la fórmula o regla para decir los cambios en los pesos es la siguiente:

$$PesoNuevo = PesoViejo + CambiodePeso. \quad (5.8)$$



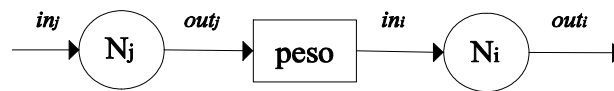


Figura 5.4: Influencia de la salida de la neurona  $N_j$  en la entrada de la neurona  $N_i$ .

Matemáticamente esto es:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \Delta w_{ij}(t), \quad (5.9)$$

donde  $t$  hace referencia a la etapa de aprendizaje,  $w_{ij}(t+1)$  al peso nuevo y  $w_{ij}(t)$  al peso viejo.

### Aprendizaje supervisado

El aprendizaje supervisado se caracteriza porque el proceso de aprendizaje se realiza mediante un entrenamiento controlado por un agente externo (supervisor, maestro) que determina la respuesta que debería generar la red a partir de una entrada determinada. El supervisor controla la salida de la red y en caso de que ésta no coincida con la deseada, se procederá a modificar los pesos de las conexiones, con el fin de conseguir que la salida obtenida se aproxime a la deseada.

En este tipo de aprendizaje se suelen considerar, a su vez, tres formas de llevarlo a cabo, que dan lugar a los siguientes aprendizajes supervisados.

1. **Aprendizaje por corrección de error.** Consiste en ajustar los pesos de las conexiones de la red en función de la diferencia entre los valores deseados y los obtenidos a la salida de la red, es decir, en función del error cometido en la salida. Un ejemplo de este tipo de algoritmos lo constituye la regla de aprendizaje del Perceptron, utilizada en el entrenamiento de la red del mismo nombre que desarrolló Rosenblatt en 1958 [203]. Esta es una regla muy simple, para cada neurona en la capa de salida se le calcula la desviación a la salida objetivo como el error,  $\delta$ . El cual luego se utiliza para cambiar los pesos sobre la conexión de la neurona precedente. El cambio de los pesos por medio de la regla de aprendizaje del Perceptron se realiza según la siguiente regla

$$\Delta w_{ij} = \sigma * out_j * (a_{qi} - out_i), \quad (5.10)$$

donde:  $a_{qi}$  es la salida deseada/objetivo de la neurona de salida  $N_i$ ,  $\delta_i = (a_{qi} - out_i)$  la desviación objetivo de la neurona  $N_i$  y  $\sigma$  el aprendizaje.

La salida de la neurona  $N_j(out_j)$  se utiliza, porque este valor influye en la entrada global y, por ende, en la activación y luego en la salida de la neurona  $N_i$ . Esto es semejante a un "efecto en cadena". Ver Figura 5.4

Otro algoritmo muy conocido y que pertenece a esta clasificación es la regla de aprendizaje Delta o regla del mínimo error cuadrado (LMS Error: Least Mean Squared Error), que también utiliza la desviación a la salida objetivo, pero toma en consideración a todas las neuronas predecesoras que tiene la neurona de salida. Esto permite cuantificar el error global cometido en cualquier momento durante el proceso de entrenamiento de la red, lo cual es importante, ya que cuanto más información se tenga sobre el error cometido, más rápido se puede aprender. Luego el error calculado ( $\delta$ ) es igualmente repartido entre las conexiones de las neuronas predecesoras.

Por último se debe mencionar la regla de aprendizaje de propagación hacia atrás o de backpropagation, también conocido como regla LMS multicapa, la cual es una

generalización de la regla de aprendizaje Delta. Esta es la primera regla de aprendizaje que permitió realizar cambios sobre los pesos en las conexiones de la capa oculta.

## 2. Aprendizaje por refuerzo

Se trata de un aprendizaje supervisado, más lento que el anterior, que se basa en la idea de no disponer de un ejemplo completo del comportamiento deseado, es decir, de no indicar durante el entrenamiento exactamente la salida que se desea que proporcione la red ante una determinada entrada.

En el aprendizaje por refuerzo la función del supervisor se reduce a indicar mediante una señal de refuerzo si la salida obtenida en la red se ajusta a la deseada (éxito = +1 o fracaso = -1), y en función de ello se ajustan los pesos basándose en un mecanismo de probabilidades. Se podría decir que en este tipo de aprendizaje la función del supervisor se asemeja más a la de un crítico (que opina sobre la respuesta de la red) que a la de un maestro (que indica a la red la respuesta concreta que debe generar), como ocurría en el caso de supervisión por corrección del error.

## 3. Aprendizaje estocástico

Consiste básicamente en realizar cambios aleatorios en los valores de los pesos de las conexiones de la red y evaluar su efecto a partir del objetivo deseado y de distribuciones de probabilidad.

En el aprendizaje estocástico se suele hacer una analogía en términos termodinámicos, asociando a la red neuronal con un sólido físico que tiene cierto estado energético. En el caso de la red, la energía de la misma representaría el grado de estabilidad de la red, de tal forma que el estado de mínima energía correspondería a una situación en la que los pesos de las conexiones consiguen que su funcionamiento sea el que más se ajusta al objetivo deseado.

Según lo anterior, el aprendizaje consistiría en realizar un cambio aleatorio de los valores de los pesos y determinar la energía de la red (habitualmente la función energía es una función de Liapunov). Si la energía es menor después del cambio, es decir, si el comportamiento de la red se acerca al deseado, se acepta el cambio; si, por el contrario, la energía no es menor, se aceptaría el cambio en función de una determinada y preestablecida distribución de probabilidades.

## Aprendizaje no supervisado

Las redes con aprendizaje no supervisado (también conocido como autosupervisado) no requieren influencia externa para ajustar los pesos de las conexiones entre sus neuronas. La red no recibe ninguna información por parte del entorno que le indique si la salida generada en respuesta a una determinada entrada es o no correcta.

Estas redes deben encontrar las características, regularidades, correlaciones o categorías que se puedan establecer entre los datos que se presenten en su entrada. Existen varias posibilidades en cuanto a la interpretación de la salida de estas redes, que dependen de su estructura y del algoritmo de aprendizaje empleado.

En algunos casos, la salida representa el grado de familiaridad o similitud entre la información que se le está presentando en la entrada y las informaciones que se le han mostrado hasta entonces (en el pasado). En otro caso, podría realizar una clusterización (clustering) o establecimiento de categorías, indicando la red a la salida a qué categoría pertenece la información presentada a la entrada, siendo la propia red quien debe encontrar las categorías apropiadas a partir de las correlaciones entre las informaciones presentadas.

En cuanto a los algoritmos de aprendizaje no supervisado, en general se suelen considerar dos tipos, que dan lugar a los siguientes aprendizajes:

1. **Aprendizaje hebbiano.** Esta regla de aprendizaje es la base de muchas otras, la cual pretende medir la familiaridad o extraer características de los datos de entrada. El fundamento es una suposición bastante simple: si dos neuronas  $N_i$  y  $N_j$  toman el mismo estado simultáneamente (ambas activas o ambas inactivas), el peso de la conexión entre ambas se incrementa. Las entradas y salidas permitidas a la neurona son:  $\{-1, 1\}$  o  $\{0, 1\}$  (neuronas binarias). Esto puede explicarse porque la regla de aprendizaje de Hebb se originó a partir de la neurona biológica clásica, que solamente puede tener dos estados: activa o inactiva.
2. **Aprendizaje competitivo y comparativo.** Se orienta a la clusterización o clasificación de los datos de entrada. Como característica principal del aprendizaje competitivo se puede decir que, si un patrón nuevo se determina que pertenece a una clase reconocida previamente, entonces la inclusión de este nuevo patrón a esta clase matizará la representación de la misma. Si el patrón de entrada se determinó que no pertenece a ninguna de las clases reconocidas anteriormente, entonces la estructura y los pesos de la red neuronal serán ajustados para reconocer la nueva clase.

### 5.5.6. Elección del conjunto inicial de pesos

Antes de comenzar el proceso de entrenamiento se debe determinar un estado inicial, lo que significa: escoger un conjunto inicial de pesos para las diversas conexiones entre las neuronas de la red neuronal. Esto puede realizarse por varios criterios; por ejemplo uno de ellos es otorgar un peso aleatorio a cada conexión, encontrándose los mismos dentro de un cierto intervalo. Generalmente un intervalo del tipo  $[-n, n]$ , donde  $n$  es un número natural positivo.

Cabe mencionar que durante el transcurso del entrenamiento los pesos no se encuentran restringidos a dicho intervalo.

### 5.5.7. Detención del proceso de aprendizaje

Para determinar cuándo se detendrá el proceso de aprendizaje, es necesario establecer una condición de detención.

Normalmente el entrenamiento se detiene cuando el cálculo del error cuadrado sobre todos los ejemplos de entrenamiento ha alcanzado un mínimo o cuando para cada uno de los ejemplos dados, el error observado está por debajo de un determinado umbral. Ya que para controlar este proceso, la mayor parte de las herramientas de las redes neuronales muestran estos errores utilizando gráficos especiales; los cuales no son utilizados para el aprendizaje, si no que solamente para dar un indicio del proceso en sí mismo.

Otra condición de detención del aprendizaje puede ser cuando un cierto número de ciclos y/o pasos de entrenamiento hayan sido completamente corridos.

Luego de alcanzarse la condición de detención, los pesos no se volverán a cambiar. Entonces se puede decir que la transformación de los datos de entrada a los de salida está resuelta. Esto se puede interpretar como una función  $f$  oculta en el conjunto de la red neuronal. Esta función es exactamente la "instrucción" de cómo la salida será calculada a partir de una constelación (vector) de entrada.

El orden en que los ejemplos de entrenamiento se presentan a la red neuronal es otro tema importante. En general se ha observado que en la mayoría de los casos es beneficioso realizarlo en forma aleatoria.

### 5.5.8. Codificación de los datos de entrada

Los datos tienen que ser codificados, o sea, deben hallarse valores apropiados para representar las características simbólicas (alto, bajo, adecuado, etc.).

Se distinguen dos tipos de variables a ser codificadas:

1. Variables o atributos numéricos (frecuentemente llamadas continuas).
2. Variables o atributos simbólicos (frecuentemente llamados discretos).

Un atributo numérico es aquel que puede tomar cualquier valor dentro de un cierto intervalo  $[a, b]$ ; donde  $a$  puede ser  $-\infty$  (menos infinito) y  $b$ ,  $\infty$  (infinito). Por ejemplo el peso puede medirse en libras; entonces cualquier valor entre  $[0, \infty)$  está permitido. Ahora si los pesos son dados por un cierto número de términos, semejantes a: alto o bajo; entonces el atributo se denomina simbólico. Por lo tanto, dividiendo el intervalo  $[a, b]$  de una variable numérica dentro de subintervalos, se puede confeccionar un atributo continuo pseudodiscreto.

A continuación, en los siguientes apartados serán descritos en detalle dos procesos de codificación; asumiendo que todas las entradas se transforman dentro del intervalo  $[0, 1]$  o  $\{0, 1\}$  (la extensión a  $[-1, 1]$  o  $\{-1, 1\}$  es fácil).

1. **Codificación de los atributos numéricos.** Los datos son codificados dentro de un intervalo,  $[0, 0 + \text{buffer de baja}, 1, 0 - \text{buffer de alta}]$ , por medio de una función lineal. Los buffer (amortiguadores) son necesarios, especialmente cuando se trabaja con series de tiempo, porque a menudo puede observarse que una variable numérica cae por debajo del valor mínimo presenciado hasta el momento, o por encima del máximo. Por medio de esta manera de codificación se conduce a un conjunto de valores por encima de 0,0 y por debajo de 1,0, cuando se utiliza un salto de 0,0 a 1,0
2. **Codificación de los atributos simbólicos.** Cada atributo simbólico que se codifica, se adjunta a una neurona en la capa de entrada. Si hay  $n$  valores simbólicos,  $n$  neuronas serán necesarias, cada una de ellas con un conjunto de entradas permitido:  $\{0, 1\}$  (o  $\{-1, 1\}$ ). Por este motivo, se utilizan neuronas binarias.

Resumen de los procedimientos de codificación

Tabla 5.4: Procedimientos de codificación

Nombre	Valores	Procedimiento de Codificación	neuronas
Variables numéricas	Numéricos	Función de transformación lineal	1
Variables simbólicas sin orden con orden	$n$ valores simbólicos	Cada valor simbólico se corresponde con una neurona de entrada binaria	$n$
		Cada valor simbólico se codifica como un segmento del intervalo de codificación	1
Variables pseudodiscretas	Numéricos pero dividido dentro de $T$ subintervalos	Cada subintervalo corresponde a una neurona binaria	$T$

### 5.5.9. Validación de la red neuronal

Después del proceso de entrenamiento los pesos de las conexiones en la red neuronal quedan fijos. Como paso siguiente se debe comprobar si la red neuronal puede resolver nuevos problemas, del tipo general, para los que ha sido entrenada. Por lo tanto, con el propósito de validar la red neuronal se requiere de otro conjunto de datos, denominado conjunto de validación o testeo.

Cada ejemplo del conjunto de evaluación contiene los valores de las variables de entrada, con su correspondiente solución tomada; pero ahora esta solución no se le es otorgada a la red neuronal. Luego se compara la solución calculada para cada ejemplo de validación con la solución conocida.

El nuevo ejemplo utilizado para la validación se identifica como  $E_u$  y su correspondiente salida correcta como  $A_u$  ( $u$  indica incógnita, en inglés). Ahora el problema es que hay que decidir cuando la salida de la red neuronal ha de considerarse como correcta.

### 5.5.10. Cuestiones a resolver al trabajar con una red neuronal

Muchos problemas aparecen cuando se trabaja con redes neuronales. Primeramente se debe analizar el dominio del problema y decidir a que clase pertenece. Luego debe decidirse si una red neuronal es adecuada para resolver dicho problema. Esto es lo que se llama: etapa preliminar. Concluida esta etapa, las siguientes preguntas han de responderse:

a-Origen de los datos.

¿Qué datos son de importancia para la situación del problema definido?

¿Qué variables son relevantes?

¿De dónde pueden obtenerse los datos? b- Preparación y codificación de los datos.

¿Cómo preparar y codificar los datos? c-Topología de la red (dependiendo parcialmente del ítem b-).

¿Qué tipo de red debe escogerse?

¿Cuántas capas ocultas y con cuántas neuronas son necesarias?

¿Cuántas neuronas en la capa de salida (según la codificación escogida)?

¿Qué tipos de neuronas deben escogerse?

¿Qué regla de aprendizaje escoger? d- Decisiones concernientes al proceso de aprendizaje.

¿Cuántos ciclos de aprendizaje?

¿Qué inicialización para los pesos?

## 5.6. Principales Topologías de las Redes Neuronales

La topología o arquitectura de una red neuronal consiste en la organización y disposición de las neuronas en la misma, formando capas o agrupaciones de neuronas más o menos alejadas de la entrada y salida de dicha red. En este sentido, los parámetros fundamentales de la red son: el número de capas, el número de neuronas por capa, el grado de conectividad y el tipo de conexiones entre neuronas.

### 5.6.1. Redes monocapa

En las redes monocapa, se establecen conexiones entre las neuronas que pertenecen a la única capa que constituye la red. Las redes monocapas se utilizan generalmente en tareas

relacionadas con lo que se conoce como autoasociación (regenerar información de entrada que se presenta a la red de forma incompleta o distorsionada).

### 5.6.2. Redes multicapa

Las redes multicapas son aquellas que disponen de un conjunto de neuronas agrupadas en varios (2, 3, etc.) niveles o capas. En estos casos, una forma para distinguir la capa a la que pertenece una neurona, consistiría en fijarse en el origen de las señales que recibe a la entrada y el destino de la señal de salida. Normalmente, todas las neuronas de una capa reciben señales de entrada desde otra capa anterior (la cual está más cerca a la entrada de la red), y envían señales de salida a una capa posterior (que está más cerca a la salida de la red). A estas conexiones se las denomina conexiones hacia adelante o feedforward.

Sin embargo, en un gran número de estas redes también existe la posibilidad de conectar la salida de las neuronas de capas posteriores a la entrada de capas anteriores; a estas conexiones se las denomina conexiones hacia atrás o feedback.

Estas dos posibilidades permiten distinguir entre dos tipos de redes con múltiples capas: las redes con conexiones hacia adelante o redes feedforward, y las redes que disponen de conexiones tanto hacia adelante como hacia atrás o redes feedforward/feedback.

### 5.6.3. Conexión entre neuronas

La conectividad entre los nodos de una red neuronal está relacionada con la forma en que las salidas de las neuronas están canalizadas para convertirse en entradas de otras neuronas. La señal de salida de un nodo puede ser una entrada de otro elemento de proceso, o incluso ser una entrada de sí mismo (conexión autorrecurrente).

Cuando ninguna salida de las neuronas es entrada de neuronas del mismo nivel o de niveles precedentes, la red se describe como de conexión hacia adelante (ver Figura 5.1). Cuando las salidas pueden ser conectadas como entradas de neuronas de niveles previos o del mismo nivel, incluyéndose ellas mismas, la red es de conexión hacia atrás.

Las redes de propagación hacia atrás que tienen lazos cerrados son llamadas: sistemas recurrentes.

### 5.6.4. Redes de propagación hacia atrás (backpropagation).

El nombre de backpropagation resulta de la forma en que el error es propagado hacia atrás a través de la red neuronal, en otras palabras el error se propaga hacia atrás desde la capa de salida. Esto permite que los pesos sobre las conexiones de las neuronas ubicadas en las capas ocultas cambien durante el entrenamiento.

El cambio de los pesos en las conexiones de las neuronas además de influir sobre la entrada global, influye en la activación y por consiguiente en la salida de una neurona. Por lo tanto, es de gran utilidad considerar las variaciones de la función activación al modificarse el valor de los pesos. Esto se llama sensibilidad de la función activación, de acuerdo al cambio en los pesos.

### 5.6.5. Estructura de la Red Hopfield

La Red Hopfield es recurrente y completamente interconectada. Funciona como una memoria asociativa no lineal, que puede almacenar internamente patrones presentados de forma incompleta o con ruido. De esta forma puede ser usada como una herramienta de optimización; también se han utilizado en aplicaciones de segmentación y restauración de imágenes y optimización combinatoria.

La Red Hopfield consta de un número de neuronas simétrica e íntegramente conectadas, como ya se mencionó anteriormente. Esto significa que si existe una conexión desde la neurona  $N_i$  a la neurona  $N_j$ , también existe la conexión desde  $N_j$  a  $N_i$ ; ambas exhibiendo el mismo peso ( $w_{ij} = w_{ji}$ ). Vale aclarar que la conexión de una neurona con sí misma no está permitida.

El conjunto permitido de valores de entrada y salida es  $\{0, 1\}$  (o en alguna oportunidad  $\{-1, 1\}$ ); o sea, es un conjunto binario. De esta manera todas las neuronas en una Red Hopfield son binarias, tomando solamente uno de los dos estados posibles: activo (1) o inactivo (-1 o 0).

Las Redes Hopfield se emplean para reconocer patrones. Después que el aprendizaje haya llegado a su fin, la red neuronal debe ser capaz de dar una salida correcta para cada patrón de entrada dado, aun cuando éste sea ruidoso.

La clave del aprendizaje Hopfield es que si un patrón que tiene que ser aprendido se conoce, los pesos sobre cada conexión de la red neuronal pueden ser calculados. En esta circunstancia, solamente el estado de las neuronas cambia durante el proceso de aprendizaje. Este cálculo garantiza que cada patrón aprendido corresponda a un mínimo de la función energía.

Es importante entender que para este tipo de redes la definición de aprendizaje es diferente al dado anteriormente, donde aprendizaje significaba simplemente la adaptación de los pesos. En una Red Hopfield los pesos se pueden calcular y se mantienen fijos durante el aprendizaje de los patrones. Solamente cambia el estado de las neuronas.

Para calcular el peso de una conexión cualquiera,  $w_{ij}$  (y por simetría para la conexión  $w_{ji}$ ), en una Red Hopfield se utiliza la siguiente ecuación

$$w_{ij} = \sum_{q=1}^Q (2 * e_{qi} - 1) * (2 * e_{qj} - 1), \quad i \neq j, \quad (5.11)$$

siendo  $Q$  el número de patrones y  $e_{qi}$  la entrada a la neurona  $N_i$ .

Generalmente es aconsejable trabajar con esta ecuación cuando los patrones que se han de aprender no son muy semejantes unos a otros, y si el número de ceros y unos son similares para todos los patrones. Con respecto al número de ceros y unos, el umbral de cada neurona puede utilizarse para regular esto, distinguiéndose así dos casos posibles:

a-Si hay más 0s que 1s el umbral tiene que disminuirse, porque que las neuronas tienen una probabilidad más alta para hacerse inactivas que para hacerse activas.

b-Si hay más 1s que 0s el umbral tiene que incrementarse, porque las neuronas tienen una probabilidad más alta para hacerse activas que para hacerse inactivas.

### Simulated Annealing aplicada a una Red Hopfield

En muchos problemas, la tarea no es justamente encontrar cualquier mínimo local, sino la de encontrar el óptimo global. Lo que significa que para una entrada determinada se debe encontrar una salida que resulte en un mínimo de la función energía. Utilizando una Red Hopfield, se encuentra que un mínimo yace cerca del vector de entrada dado, porque la energía decrece paso a paso. El cual puede ser un mínimo local.

En una Red Hopfield todos los mínimos locales son un estado estable. Un problema similar se origina en termodinámica durante el proceso de cristalización. Durante un enfriamiento lento, el cristal crece con una estructura casi perfecta, ya que cada átomo tiene bastante tiempo para saltar a otra posición dentro de la cuadrícula, de tal forma que la energía total del cristal decrezca. Para realizar dicho salto se necesita energía, es decir, que si el cristal tiene la energía suficiente (si su temperatura es aun bastante alta), todos los átomos disponen de una chance para cambiar su posición. Pero para permitir que esto ocurra la energía de un átomo tiene que incrementarse por un corto tiempo, de lo contrario el átomo descansaría en su vieja posición.

Tener una chance se puede interpretar como “hay una probabilidad”. Esta probabilidad depende de la activación que un átomo muestra a una determinada temperatura y tiempo del sistema.

Utilizando esta técnica donde el cristal comienza a una temperatura elevada y que luego decrece paso a paso, se les da a los átomos una posibilidad de cambiar sus estados independientemente de la activación, por medio de un incremento en la energía de los mismos de un paso a otro. Cuando la temperatura se reduce, la cuadrícula vibra menos, y el sistema (la cuadrícula) alcanza un estado estable; haciéndose gradualmente más dificultoso para un átomo encontrar la energía para saltar a otra posición. Esta es la idea de Simulated Annealing, que luego se aplica a la Red Hopfield cuando se intenta encontrar un óptimo global.

A grandes rasgos se describe que una Simulated Annealing trabaja de esta manera:

a-Escoger cualquier neurona.

b- Calcular  $d = \text{gin}_i - \theta_i$ .

c- Calcular  $P_i = \frac{1}{1 + e^{-d/T}}$  (probabilidad)

d-Generar un número aleatorio  $r$ , con  $1 \geq r \geq 0$

e- Si  $(P_i \geq r)$  el conjunto  $out_i$  a 1  
de otra manera el conjunto  $out_i$  a 0

f- Disminuye  $T$ . Volver al paso a-.

El algoritmo se detiene cuando se alcanza algún criterio de detención; por ejemplo si la temperatura llega a su límite inferior o si el número de ciclos alcanza su límite superior.

La premisa fundamental de este método es que el problema de optimización puede formularse como una función energética. Por lo tanto hallar el óptimo global implica encontrar el mínimo de dicha función energética. La misma tiene un aspecto genérico de esta forma

$$E = -0,5 * \sum_i \sum_j (w_{ij} * out_i * out_j) + \sum (\theta_i * out_i). \quad (5.12)$$

Se han logrado exitosas aplicaciones de Simulated Annealing, principalmente concernientes a los problemas de optimización combinatoria. El cual no puede resolverse fácilmente por métodos estadísticos o analíticos. Por último una diferenciación muy importante es que en una Simulated Annealing la energía puede disminuir en un paso y crecer en el otro, pero en una Red Hopfield la energía solamente puede disminuir paso a paso.

### 5.6.6. Asociaciones entre la información de entrada y salida

Ya se sabe que las redes neuronales son sistemas que almacenan cierta información aprendida. Esta información se registra de forma distribuida en los pesos asociados a las conexiones entre neuronas. Por tanto, puede imaginarse una red como cierto tipo de memoria que almacena datos de forma estable, datos que se grabarán en dicha memoria como consecuencia del aprendizaje de la red y que podrán ser leídos a la salida como respuesta a cierta información de entrada, comportándose entonces la red como lo que habitualmente se conoce por memoria asociativa: cuando se aplica un estímulo (dato de entrada) la red responde con una salida asociada a dicha información de entrada.

Existen dos formas primarias de realizar esta asociación entre entradas/salidas que se corresponden con la naturaleza de la información almacenada en la red. Una primera sería la denominada heteroasociación, que se refiere al caso en el que la red aprende parejas de datos  $[(A1,B1), (A2, B2), \dots (AN,BN)]$ , de tal forma que cuando se presente cierta información de entrada  $A_i$ , deberá responder generando la correspondiente salida asociada  $B_i$ . La segunda se conoce como autoasociación, donde la red aprende ciertas informaciones  $A1, A2, \dots, AN$ ; de



tal forma que cuando se le presenta una información de entrada realizará una autocorrelación, respondiendo con uno de los datos almacenados, el más parecido al de entrada.

Estos dos mecanismos de asociación dan lugar a dos tipos de redes neuronales: las redes heteroasociativas y las autoasociativas. Una red heteroasociativa podría considerarse como aquella que computa cierta función, que en la mayoría de los casos no podría expresarse analíticamente, entre un conjunto de entradas y un conjunto de salidas, correspondiendo a cada posible entrada una determinada salida. Por otra parte, una red autoasociativa es una red cuya principal misión es reconstruir una determinada información de entrada que se presente incompleta o distorsionada (le asocia el dato almacenado más parecido).

En realidad estos dos tipos de modelos de redes no son diferentes en principio, porque una red heteroasociativa puede siempre ser reducida a una asociativa mediante la concatenación de una información de entrada y su salida (respuesta) asociada, para obtener la información de entrada de la red autoasociativa equivalente. También puede conseguirse que una red autoasociativa se comporte como heteroasociativa, simplemente presentando, como entrada parcial de la autoasociativa, la información de entrada para la heteroasociativa y haciendo que la red complete la información para producir lo que sería la salida de la red heteroasociativa equivalente.

### **Redes heteroasociativas**

Las redes heteroasociativas, al asociar informaciones de entrada con diferentes informaciones de salida, precisan al menos de dos capas, una para captar y retener la información de entrada y otra para mantener la salida con la información asociada. Si esto no fuese así, se perdería la información inicial al obtenerse el dato asociado {3}, lo cual no debe ocurrir, ya que en el proceso de obtención de la salida se puede necesitar acceder varias veces a esta información que, por tanto, deberá permanecer en la capa de entrada.

En cuanto a su conectividad, pueden ser del tipo con conexión hacia adelante (o feedforward) o con conexión hacia atrás (feedforward/feedback), o bien con conexiones laterales.

### **Redes autoasociativas**

Una red autoasociativa asocia una información de entrada con el ejemplar más parecido de los almacenados conocidos por la red. Estos tipos de redes pueden implementarse con una sola capa de neuronas. Esta capa comenzará reteniendo la información inicial a la entrada, y terminará representando la información autoasociada. Si se quiere mantener la información de entrada y salida, se deberían añadir capas adicionales, sin embargo, la funcionalidad de la red puede conseguirse en una sola capa.

En cuanto a su conectividad, existen de conexiones laterales y, en algunos casos, conexiones autorrecurrentes.

## **5.7. Aproximación Funcional Mediante Funciones**

En este apartado se hace referencia a los conceptos generales de las Redes de Funciones de Base Radial (FBR), ya que se han elegido como el elemento para la extracción de la actividad auricular en registros de ECG. Esta descripción comienza, detallando las bases estructurales y de funcionamiento de estas redes, continuando con un estudio de las propiedades que las caracterizan. Dado que nuestro objetivo es diseñar y optimizar este tipo de redes, en una

segunda parte, se hará un repaso de los métodos que se han utilizado en la bibliografía para este fin.

En esta descripción, no sólo se incluirán aquellos que están más relacionados con el Softcomputing o tengan más características bioinspiradas, sino que también se detallarán métodos más numéricos, para de esta manera, tener una visión más completa de este campo y poder aplicar, un algoritmo de diseño y optimización más adecuado.

### 5.7.1. Redes FBR

Una función de Base Radial (FBR),  $\phi$ , se puede expresar como

$$\phi_i(\bar{x}) = \phi(\|\bar{x} - \bar{c}_i\| / d_i). \quad (5.13)$$

Ésta se caracteriza porque su salida es simétrica, y se incrementa (o decrementa) de forma monótona, con respecto a un centro,  $\bar{c}_i$ , donde de forma general  $\bar{c}_i \in \mathbb{R}^n$ .  $d_i \in \mathbb{R}$  es un factor de escala para  $\|\bar{x} - \bar{c}_i\|$  o radio y como  $\|\cdot\|$  se suele escoger la norma Euclídea en  $\mathbb{R}^n$ .

Para determinar la forma de una FBR existen distintas posibilidades, las más usuales se encuentran en la Tabla 5.5.

Tabla 5.5: Posibles elecciones para  $\phi$

$\phi(x)$	Nombre
$X$	Función lineal
$x^3$	Función cúbica
$Exp(-x^2)$	Función Gaussiana
$x^2 \log(x)$	Función Spline
$(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$	Función Multicuadrática
$(x^2 + 1)^{-\frac{1}{2}}$	Función inversa Multicuadrática

Rojas [204] hace un estudio sobre las distintas formas que puede adoptar una FBR a la hora de formar parte de una Red de Funciones de Base Radial. En ese trabajo se concluye que una FBR con forma gaussiana es una de las mejores elecciones.

La Figura 5.5 muestra la forma de las funciones base gaussiana y multicuadrática, con los parámetros  $c = 0$  y  $r = 1$ .

Una Red de Funciones de Base Radial (FBRN) es una red hacia adelante (feedforward network) que contiene tres capas: las entradas, la capa oculta, el/los nodo/s de salida. Cada neurona de la capa oculta se caracteriza por que su salida viene dada por una FBR. La activación de estas funciones es proporcional a la cercanía, medida por la norma euclídea, entre el patrón de entrada y centro  $c_i$  correspondiente. Si el patrón de entrada está cerca del centro de una FBR, la salida de ésta se acercará a 1, en caso contrario se acercará a 0.

A partir de [205] y cuando una FBRN se utiliza en interpolación, aproximación de funciones o predicción de series temporales, consta de un solo nodo de salida que implementa una combinación lineal de las FBRs, por las que está compuesta. Por tanto la salida de la red se expresará de la siguiente manera

$$f(\bar{x}) = \sum_{j=1}^m w_j \phi_j(\bar{x}), \quad (5.14)$$

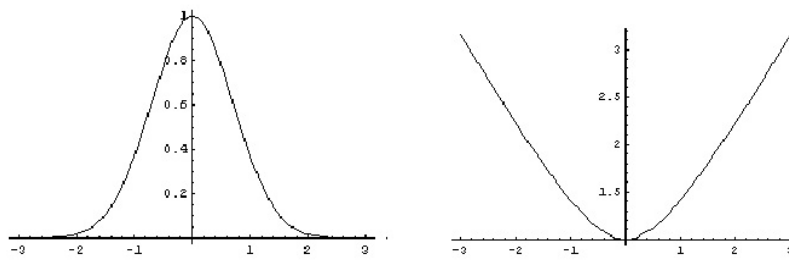


Figura 5.5: FBRs gaussiana y mutlicuadrática con  $c = 0$  y  $r = 1$ .

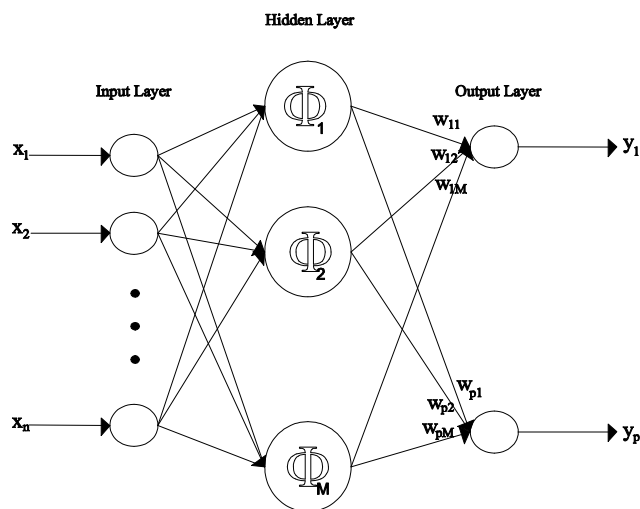


Figura 5.6: Arquitectura de la red neuronal de Funciones de Base Radial

donde  $w_j$  es el peso asociado a la neurona  $j$ . Este tipo de FBRN, se muestra en la Figura 5.6, y será la que se utilizará en esta tesis. En cuanto a la elección concreta de la forma para las FBR, la más utilizada en estos casos es la gaussiana.

Haciendo un poco de historia, uno de los primeros trabajos que utiliza la superposición de funciones gaussianas se realiza a principios de los sesenta por [206]. Después se demuestran las propiedades de estas a la hora de interpolar y aproximar funciones [205, 207]. Más tarde, se renueva el interés por estas al hacerse las primeras implementaciones de redes neuronales [208–210].

Parte de ese interés se debía a las analogías con los campos receptivos localizados encontrados en muchas estructuras biológicas. Esto motivó el trabajo con funciones de forma de campana (gaussianas), que se activaban en la vecindad de un punto.

Las propiedades de aproximador universal de la ecuación (5.14) se demuestran en [211–213]. En la actualidad las FBRN, son uno de los modelos de red más usados en problemas de aproximación y clasificación, gracias a sus características.

Los primeros problemas a los que se aplican las Redes de Funciones de Base Radial son la interpolación exacta y la aproximación de funciones.

### Interpolación exacta

El problema de la interpolación exacta se formula de la siguiente manera: dado un conjunto de vectores de entrada  $\bar{x} \in \mathbb{R}^d$ , y su salida  $y \in \mathbb{R}$ , encontrar una función continua que

$$h(\bar{x}_i) = y_i \quad i = 1, \dots, n. \quad (5.15)$$

La solución a este problema utilizando FBRs, consistiría en elegir un conjunto de  $n$  funciones base, centradas en los  $n$  puntos de datos, y usar la fórmula

$$h(\bar{x}_i) = \sum_{i=1}^m w_i \phi_i(\|\bar{x} - \bar{x}_i\|) \quad i = 1, \dots, n. \quad (5.16)$$

Para conseguir una solución exacta, será necesario resolver las  $n$  ecuaciones lineales del sistema siguiente

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \cdots & \phi_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix}, \quad (5.17)$$

donde se determinará el valor de los pesos y

$$\phi_{ij} = \phi_i(\|\bar{x}_i - \bar{x}_j\|) \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (5.18)$$

La ecuación (5.17) se expresa de forma compacta como

$$\Phi \bar{w} = \bar{y}. \quad (5.19)$$

Según el trabajo [214], existen muchos tipos de formas para la FBRs, como gaussianas, splines o inversas multicuadráticas, para las que se puede resolver la ecuación siguiente y de esta manera conseguir una interpolación exacta.

El vector de pesos se determinaría

$$\bar{w} = \Phi^{-1} \bar{y}. \quad (5.20)$$

También estos estudios muestran que muchas características de la función interpolada son relativamente insensibles a la forma de la función de la FBR. Sin embargo una de las formas más utilizadas son las gaussianas, ya que su respuesta localizada ayuda en el proceso de aprendizaje, además de demostrar otras características beneficiosas [204, 208].

### Aproximación funcional

En una gran mayoría de situaciones, no es recomendable realizar una interpolación exacta. Una de estas situaciones, sería por ejemplo cuando existe ruido, entonces la función de interpolación que pasara por los datos, podría conllevar sobre-entrenamiento y por tanto una pobre generalización. Otra razón, es que para garantizar una interpolación exacta, el número de funciones base requerido es igual al número de patrones en el conjunto de entrenamiento.

Por lo tanto, si el número de patrones es muy alto, el establecer la función de interpolación puede ser muy costoso. En los trabajos [205, 209] se obtiene un modelo, basado en FBR, para la aproximación y generalización funcional modificando el procedimiento de interpolación exacta. Este modelo obtiene una aproximación suave a los datos, a partir de un número reducido de funciones base. El número de funciones base depende de la complejidad de la función a aproximar antes que del tamaño del conjunto de datos.

Las principales modificaciones inciden en los siguientes aspectos:

Número de funciones base: El número de funciones base  $m$  es casi siempre menor que  $n$ .

Centros de las funciones base: Los centros de las funciones se determinan como parte de un proceso de entrenamiento, en vez de en función de un conjunto de patrones de entrada.

Radios de las funciones base: El proceso de entrenamiento también adaptará el valor del radio de cada función base, antes que asignar el mismo radio a todas las funciones base.

Introducción de un parámetro de adaptación (bias): De forma opcional se puede introducir un parámetro de adaptación para compensar la diferencia, si existe, entre la media de los datos de activación de las funciones base y los correspondientes valores a aproximar.

Aplicando estas modificaciones al proceso de interpolación exacta, y si se empieza introduciendo el parámetro de adaptación, la salida de la red quedaría como

$$f(x) = w_0 + \sum_{j=1}^m w_j \phi_j(x). \quad (5.21)$$

El parámetro de adaptación  $w_0$ , se puede incorporar en la sumatoria de la ecuación anterior, introduciendo una función base extra,  $\phi_0$  y estableciendo su salida al valor constante 1, con lo que quedaría

$$f(x) = \sum_{j=0}^m w_j \phi_j(x). \quad (5.22)$$

Kowalski [211] prueba que la superposición lineal de funciones base gaussianas, donde los radios se tratan como parámetros ajustables, es un aproximador universal. Otros autores [212, 213] muestran que sólo con leves restricciones en la forma de las funciones base, estas propiedades en la aproximación se mantienen. Sin embargo en los trabajos, no se ofrecen datos ni sobre el número de funciones base a introducir, ni sobre procedimientos para construir la red. De todas formas, si se ofrecen fundamentos teóricos en los que apoyar las aplicaciones prácticas.

Así por ejemplo, según [210], una FBRN posee la propiedad de mejor aproximador, lo que quiere decir que existe un único conjunto de parámetros que consigue la mejor aproximación de una función determinada. Esta propiedad, por ejemplo, no la muestran los perceptrones multicapa.

## 5.7.2. Diseño de Redes de Funciones de Base Radial

### Conceptos y técnicas básicas

Según la ecuación (5.14), para diseñar una FBRN, se tendrán que determinar varios parámetros como el tipo de funciones base  $\phi$ , el número de estas,  $m$ , su radio,  $d_i$ , la localización de su vector de centros  $\bar{c}_i$ , pesos,  $w_i$ , asociados a las neuronas.

Como tipo de funciones base se usarán las gaussianas, viniendo también predefinido en muchas ocasiones, el número de estas funciones, que va a intervenir en la red. Esto implica que, normalmente y cuando se diseña una FBRN, se aporten estrategias para el establecimiento de los conjuntos de radios, centros y pesos de una red.

Como punto de partida, y para diseñar una FBRN, se pueden utilizar técnicas de gradiente descendiente. De la misma manera que se usan en el diseño de otras redes, éstas realizan la

actualización de parámetros de forma iterativa, cada vez que se muestra un patrón del conjunto de entrenamiento. Para esto se define una función de costo a minimizar

$$e = \sum_{i=0}^n (y_i - f(x_i))^2. \quad (5.23)$$

Así, y si se usan funciones gaussianas, se pueden utilizar las siguientes ecuaciones [215], para actualizar los conjuntos de parámetros

$$\Delta w_j = \alpha_1 (y_i - f(\bar{x}_i)) \phi(\bar{x}_i), \quad (5.24)$$

$$\Delta \bar{c}_j = \frac{\alpha_2 ((y_i - f(\bar{x}_i)) \phi(\bar{x}_i) \|\bar{x}_i - \bar{c}_j\| w_j}{d_j^2}, \quad (5.25)$$

$$\Delta d_j = \frac{\alpha_3 ((y_i - f(\bar{x}_i)) \phi(\bar{x}_i) \|\bar{x}_i - \bar{c}_j\|^2 w_j}{d_j^3}, \quad (5.26)$$

donde  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  definen la variación a realizar o la velocidad del aprendizaje. Estas ecuaciones representan una particularización del algoritmo LMS para las FBRNs.

### 5.7.3. Cálculo de parámetros de una FBRN mediante métodos numéricos

En este apartado se van a presentar algunos de los métodos más usados para la determinación de los pesos de una RBFN mediante métodos matemáticos. Hay que tener en cuenta que una RBFN es una red simple en cuanto a su estructura, ya que posee una sola capa oculta, y que su salida se puede expresar de forma lineal. Esto implica, que el problema de la determinación de un conjunto de parámetros de una RBFN pueda ser enunciado muchas veces, como la resolución de un sistema de ecuaciones.

El siguiente apartado describe una serie de métodos utilizados para la determinación de los pesos de una red, en la que el resto de los parámetros ya están fijados. Por último se hará referencia a los métodos de regularización.

#### Cálculo de los pesos de una RBFN mediante métodos numéricos

Estos métodos se usarían cuando estuvieran ya establecidos, mediante algún otro algoritmo de diseño, los parámetros que definen a las distintas FBR. En este caso se parte de que el problema consiste encontrar los pesos en la expresión (5.14), pudiéndose expresar como

$$\bar{y} = \Phi \bar{w}, \quad (5.27)$$

si se tienen en cuenta todas las muestras del conjunto de patrones.

Esto implica que los métodos que se utilizarán a continuación para determinar el vector  $\bar{w}$ , son métodos usados en la literatura para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Concretamente los métodos que más se han utilizado para esta tarea en el campo del diseño de las FBRN son la descomposición de Cholesky, la descomposición en valores singulares (SVD) y el método de los mínimos cuadrados ortogonales (OLS).

### Descomposición de Cholesky

La descomposición de Cholesky [216,217] es el más rápido de los tres métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales pero solo se puede aplicar a sistemas descritos por una matriz cuadrada, simétrica y definida positiva. El sistema de ecuaciones (5.27) a resolver habría que transformarlo antes ya que la matriz  $\Phi$  no cumple ninguna de las restricciones anteriores [218].

Cuando se realizan las transformaciones, la matriz de activación debe verificar otra serie de condiciones, cuyo cumplimiento depende de las características de las FBR que haya definidas. Así las FBR deberían estar colocadas de forma que se cubra todo el espacio de entrada y ser linealmente independientes. Esto implica que redes con funciones base "mal colocadas", bien porque alguna no se active con ningún punto de entrenamiento o porque exista demasiado solapamiento entre las mismas, pueden producir matrices de activación singulares que el método de Cholesky sería incapaz de resolver, o bien casi singulares, para las que el método anterior proporcionaría una solución indeseable.

### Descomposición en valores singulares

La descomposición en valores singulares (Singular Value Decomposition, SVD) [216] es un primer método para solucionar el problema de que existan FBR mal colocadas, algo que por otro lado es normal que ocurra durante el diseño de una FBRN. Como se ha mencionado en estos casos se producen matrices de activación singular o casi singulares. Ocurre que en la matriz de activación cuando dos funciones son casi idénticas, se producen dos columnas prácticamente iguales, mientras que si una función base no se activa para casi ningún punto se producirá una columna casi nula en  $\Phi$ .

La descomposición en valores singulares facilita una solución para cualquier sistema de ecuaciones, con la que se obtiene una reducción del error. Además el método muestra que, si se elimina de la red alguna función base cuyo valor singular asociado tuviera una magnitud pequeña el error de aproximación no se vería prácticamente afectado, y al ser la red más pequeña se gana simplicidad y se pueden conseguir mejoras en la aproximación. Este suele ser otro de los usos del método SVD, es decir la identificación en una red, de funciones base que aportan poco al funcionamiento general de ésta [218].

El inconveniente que plantea es que la forma en que selecciona las funciones base más importantes de la red no tiene en cuenta la salida esperada del sistema para cada vector de entrada, de forma que si en una red existieran dos funciones base muy solapadas, probablemente sacrificaría a una de las dos sin importar la influencia que dicha modificación tenga en el error de aproximación de la red.

### El método de los mínimos cuadrados ortogonales

Otra posibilidad para resolver el sistema de ecuaciones planteando es el algoritmo mínimos cuadrados ortogonales (OLS). Este método, al igual que el anterior, es aplicable aunque las funciones base estén "mal colocadas", es decir que pueda existir alguna FBR que no se active con ningún punto de entrenamiento o que exista demasiado solapamiento entre algunas de éstas. Además no tiene tampoco el inconveniente del método anterior. Este inconveniente consistía en que al intentar detectar funciones base poco útiles para la red y encontrarse con funciones base muy solapadas, se eliminaría seguramente alguna de éstas, aunque ésta tuviera importancia en el error de aproximación obtenido por la red.

El método OLS es un algoritmo iterativo que selecciona en cada iteración la columna de la matriz de activación  $\Phi$  que más contribuya a la disminución del error de aproximación al modelo. Así este va transformando las columnas de la matriz de activación  $\Phi$  en un conjunto de

vectores ortogonales. A estas columnas se les aplica otra serie de operaciones hasta obtener unos coeficientes que se denominan radios de reducción del error. Este radio proporciona una forma simple de escoger un conjunto de regresores importantes de forma directa. Dichos regresores se corresponden con las funciones base más importantes de la red y si se decide reducir el modelo a  $r$  funciones base ( $r < m$ ), se deben seleccionar las  $r$  funciones base con un mayor radio de reducción del error.

Posteriormente se han presentado hibridaciones del método OLS con técnicas de regularización [219] produciendo el algoritmo ROLS [220], e hibridaciones de este último con algoritmos genéticos [218,220].

### La técnica de la regularización

La regularización [219] es una técnica que favorece unas soluciones sobre otras añadiendo un término de penalización a la función de costo o en nuestro caso a la función de error a minimizar. Dependiendo de la función de costo y del término de penalización añadido, se definen diferentes técnicas para solucionar problemas. Entre estas se podría destacar por su importancia la regresión límite (ridge regression).

Una de las herramientas más importantes de las que se utilizan en la técnica de la regularización es la matriz de proyección  $P$ , que se define como

$$P = I_n - \Phi A^{-1} \Phi^T, \quad (5.28)$$

donde  $I_n$  es la matriz identidad con dimensión  $n$  y  $A = \Phi^T \Phi$ .  $P$  es una matriz que representa la proyección de vectores de un espacio  $n$ -dimensional, donde  $n$  era el número de patrones del conjunto de entrenamiento en un subespacio  $m$ -dimensional donde  $m$  es el conjunto de funciones base. En función de esta matriz se van a poder definir muchos conceptos importantes, como por ejemplo los relacionados con la reducción del error, con los efectos de la inclusión o eliminación de funciones base, etc.

### Regresión límite

La técnica de la regresión límite (ridge regression) [221] utiliza el concepto de regularización consistente en incluir un término de penalización en la función de error a minimizar. Así, la función de costo a minimizar que se define es

$$C = \sum_{i=1}^n (y_i - f(\bar{x}_i))^2 + \lambda \sum_{j=1}^m w_j^2, \quad (5.29)$$

donde  $\lambda$  es el parámetro de regulación. Con la inclusión de este término está claro que se penalizarán redes con pesos muy altos, también dependiendo del valor de  $\lambda$ . El objetivo final será obtener una red con una salida suave, al tener los pesos de ésta un valor bajo o moderado. Con estas premisas y usando la matriz de proyección se define el vector de pesos óptimo como

$$\bar{w} = A^{-1} \Phi^T \bar{y} \quad (5.30)$$

siendo ahora  $A$

$$A = \Phi^T \Phi + \lambda I_n. \quad (5.31)$$



#### 5.7.4. Algoritmos de Clustering

Los algoritmos de clustering se desarrollaron inicialmente como técnica de clasificación [222], luego se han aplicado en los campos de los sistemas difusos y redes neuronales artificiales [223, 224].

Un algoritmo tradicional de clustering va a intentar dividir un conjunto de vectores  $X = \{\bar{x}_i : i = 1, \dots, n\}$ , en un número  $c$ , determinado a priori, de subconjuntos o grupos que van a proporcionar una partición de Voroni  $P = [P_1, \dots, P_c]$ , donde para cada grupo (cluster)  $P_j$ , se definirá un vector representante o prototipo  $\bar{p}_j$ . Los vectores se agruparán en estos grupos en función de la definición de alguna o varias características.

Dentro del campo de diseño de una FBRN, estos algoritmos se encuadrarían dentro de una fase de preproceso de datos de entrada de la red. Concretamente, el objetivo de esta fase sería intentar revelar la estructura interna de este conjunto de datos de entrada, agrupando o identificando grupos de estos datos que tengan una o varias características comunes. Una vez realizada esta fase, lo normal sería insertar una FBR en el centro geométrico de cada uno de los grupos identificados. La determinación de las FBR insertadas termina con el establecimiento de un radio para de cada una ellas, relacionado con el espacio ocupado por el grupo en el que se encuentran ubicadas.

De todas formas es importante resaltar que los algoritmos de clustering no se suelen contemplar como estrategia única en el diseño de una FBRN. Así lo normal es que estos formen parte de una fase inicial a la hora de diseñar una red de este tipo. Tal y como se ha comentado, esta primera fase se suele corresponder con un estudio preliminar de las características del conjunto de datos, que sirve para realizar una primera determinación o inicialización de los centros, e incluso radios de las FBR. De este modo, el proceso de diseño se complementaría con otras estrategias que refinan mucho más los parámetros finales de las FBR en particular y de la FBRN en general.

Dentro de los algoritmos de clustering se puede establecer una clasificación en la que se distinguirían los siguientes tipos:

1. Algoritmos de clustering no supervisados: en este tipo de algoritmos la característica común es que el mecanismo de aprendizaje (asignación de grupos) no tiene en cuenta ninguna información aportada por la/s variable/s de salida.
2. Algoritmos de clustering supervisados: se introducen para mejorar a los algoritmos de clustering no supervisados y se caracterizan porque van a tener en cuenta la información de que suministren la/s variable/s de salida. Esta mejora, parece razonable ya que las redes neuronales pretenden modelar las relaciones entre las entradas y salidas de los conjuntos de entrenamiento. La forma utilizar esta información que aportan la/s variable/s depende del algoritmo en sí, como se describirá a continuación.

Seguidamente se describirán algunos de los algoritmos de clustering más importantes. De estos algoritmos el algoritmo de las  $c$  medias, el algoritmo de las  $c$  medias difuso y el algoritmo ELBG, se clasifican como algoritmos de clustering no supervisados. Por otro lado el algoritmo de clustering difuso condicional, el algoritmo de estimación de grupos alternantes y el algoritmo de clustering para aproximación de funciones se clasifican como algoritmos de clustering supervisados.

##### Algoritmo de las $c$ medias

Una primera aproximación a los algoritmos de clustering, fue el propuesto inicialmente por [225] y conocido como algoritmo de las  $c$  medias (ó K means algorithm). Esta técnica,

mostrada en la tabla 5.6 realiza una partición del conjunto de vectores en  $c$  grupos. En este caso, se establece como característica de referencia para formar los grupos la distancia entre los vectores. Así, se define como función objetivo a minimizar  $J$  como

$$J = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^n \|\bar{x}_i - \bar{p}_j\|, \quad (5.32)$$

donde  $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$  son los vectores a agrupar, y  $\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_c$  serían los representantes o prototipos de cada partición o grupo  $P_1, \dots, P_c$ ,  $\|\cdot\|$  sería la distancia euclídea. Además se define una función de pertenencia  $\mu_{P_j}(\bar{x}_i)$  del vector de entrada  $\bar{x}_i$ , al grupo representado por el prototipo  $\bar{p}_j$ , que está definida en el rango de salida  $\{0,1\}$ , como

$$\mu_{P_j}(\bar{x}_i) = \begin{cases} 1 & \|\bar{x}_i - \bar{p}_j\|^2 < \|\bar{x}_i - \bar{p}_l\|^2 \quad \forall l \neq j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}. \quad (5.33)$$

Esta función de pertenencia produce una partición de Voronoi  $P$  del conjunto de vectores de entrada de la forma

$$P = \bigcup_{j=1}^m P_j \quad \text{con} \quad C \cap C = 0 \quad \forall j \neq i \quad (5.34)$$

donde  $P_j$  se define como

$$P_j = \{\bar{x}_i : \mu_{P_j}(\bar{x}_i) = 1\}. \quad (5.35)$$

Como se deduce cada uno de los vectores de entrada sólo va a ser asignado a un único grupo. Así una partición se va a poder describir mediante la matriz de partición  $\mathcal{U}$  de dimensión  $c \times n$ , cuyos elementos son las funciones de pertenencia  $\mu_{P_j}(\bar{x}_i)$ .

De este modo se cumple que

$$\mathcal{U} = \left\{ \mu \in \{0, 1\} \mid \sum_{i=1}^c \mu_{P_i}(\bar{x}_k) = 1 \quad \forall k \quad \text{y} \quad 0 < \sum_{k=1}^n \mu_{P_i}(\bar{x}_k) < n \quad \forall i \right\}. \quad (5.36)$$

Concretamente el algoritmo empezaría con una serie de inicializaciones generales, entre las que destaca la asignación aleatoria de los prototipos  $\bar{p}_j$  de las particiones. Después se entra en el ciclo principal del algoritmo donde inicialmente se determinará a que partición pertenece cada vector  $\mu_{P_j}(\bar{x}_i)$  utilizando (5.33). A continuación se vuelven a recalcular los prototipos de las particiones utilizando

$$\bar{p}_j = \frac{\sum_{i=1}^c \mu_{P_j}(\bar{x}_i) \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^c \mu_{P_j}(\bar{x}_i)}. \quad (5.37)$$

La condición de parada del algoritmo consiste en chequear la distorsión  $\delta$  de la partición actual, con la partición de la partición de la iteración anterior  $\delta_{ant}$ . De modo que si el cambio es menor que un  $\varepsilon$ , prefijado, se terminará el algoritmo. El valor  $\delta$  se calcula como

$$\delta = \sum_{j=1}^c \delta_j, \quad (5.38)$$

Tabla 5.6: Algoritmo de las c-medias

1.	Realizar la asignación $\delta = \infty$
2.	Asignar aleatoriamente el conjunto inicial de prototipos
3.	Asignar $\delta_{ant} = \delta$
4.	Calcular las funciones de pertenencia usando (5.33)
5.	Calcular los prototipos mediante (5.37)
6.	Calcular $\delta$ usando (5.38)
7.	Si $ \delta_{ant} - \delta  / \delta < \varepsilon$ entonces terminar, si no volver a 3.

donde  $\delta_j$ , es la distorsión producida en cada cluster y se calcula de la siguiente manera

$$\delta_j = \sum_{\bar{x}_i \in P_j} \|\bar{x}_i - \bar{p}_j\|^2. \quad (5.39)$$

Como se ha comentado, este algoritmo muestra la estructura interna del conjunto de datos de entrada. De este modo datos similares, o que estén cerca geoméricamente pertenecerán al mismo grupo, mientras que será difícil que un dato lejano al prototipo de un grupo, formase parte de él.

En cualquier caso el algoritmo muestra una serie de inconvenientes como son:

1. Puede acabar con varios prototipos idénticos.
2. Como solución final encuentra el mínimo local más cercano en el espacio a la partición inicial.

Evidentemente, el más serio de los inconvenientes es el último, ya que como se deduce, la solución final, no solo va a depender de la partición inicial sino que además no asegura llegar a la partición más óptima.

### Algoritmo de las c medias difuso

El algoritmo de las c medias difuso (fuzzy c means algorithm) fue propuesto por [223] y es una generalización del algoritmo de las c medias. La principal modificación que se hace es con respecto a los valores que la función de pertenencia  $\mu$  puede alcanzar. Así, mientras en el algoritmo de las c medias la función  $\mu$  estaba definida en el rango  $\{0, 1\}$ , ahora cada grupo se considera como un conjunto difuso, por lo que  $\mu$  se define en el rango  $[0, 1]$ . Esto implica, que un vector de entrada pueda ser asignado a varios grupos, con valores de pertenencia distintos, que informarán de la cercanía del vector de entrada a sus respectivos prototipos.

Como salida se devuelve un conjunto de c prototipos, cada uno de los cuales es el prototipo de los vectores de entrada que han sido asignados al grupo que representa. Los pasos del algoritmo de las c medias difuso son básicamente iguales a los del algoritmo de las c medias mostrados en el algoritmo mostrado en la tabla 5.6, cambiando sólo el cálculo de algunas funciones. En principio la función de pertenencia del vector de entrada  $\bar{x}_i$ , al grupo

representado por el prototipo  $\bar{p}_j$ , vendría dada por la siguiente ecuación

$$\mu_{P_j}(\bar{x}_i) = \frac{1}{\sum_{i=1}^c \left( \frac{\|\bar{x}_k - \bar{p}_i\|}{\|\bar{x}_k - \bar{p}_j\|} \right)^{\frac{2}{\rho-1}}}. \quad (5.40)$$

Como se observa, además de los parámetros que se manejaban en el algoritmo anterior, ahora se introduce un nuevo parámetro  $\rho$  que indica el grado de "difusión" de la partición del conjunto de entrada. Así, si  $\rho \rightarrow 1$ , la partición obtenida se aproxima a una partición nítida conseguida con el algoritmo anterior, mientras que si  $\rho \rightarrow \infty$ , el algoritmo produce una partición en la que todos los puntos pertenecen a todos los grupos. Mientras que la matriz de partición  $U$  quedaría ahora de la siguiente forma

$$U = \left\{ \mu \in \{0, 1\} \mid \sum_{i=1}^c \mu_{P_i}(\bar{x}_k) = 1 \quad \forall k \quad y \quad 0 < \sum_{k=1}^n \mu_{P_i}(\bar{x}_k) < n \quad \forall i \right\}. \quad (5.41)$$

La ecuación para el cálculo de los prototipos también cambia para adaptarse a la forma de la nueva función de pertenencia, quedando

$$\bar{p}_j = \frac{\sum_{i=1}^c \mu_{P_j}(\bar{x}_i)^\rho \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^c \mu_{P_j}(\bar{x}_i)^\rho}. \quad (5.42)$$

La distorsión se sigue calculando igual que en (5.38)

De todas formas el algoritmo presenta los siguientes inconvenientes:

1. Pueden aparecer de nuevo grupos idénticos.
2. De nuevo, el algoritmo termina en el mínimo local más cercano a la partición inicial.

Como se observa, aunque desaparezca el inconveniente de crear grupos vacíos, se siguen manteniendo, los otros dos problemas. Aunque también hay que resaltar que, con respecto al algoritmo anterior, este algoritmo es más costoso en tiempo de ejecución debido al incremento de cómputo que aparece en las nuevas fórmulas.

### Algoritmo ELBG

Con este algoritmo se pretenden solucionar los problemas que presentan los algoritmos anteriores. Estos problemas son debidos principalmente a que estos algoritmos sólo producen cambios locales, hasta alcanzar el mínimo local más próximo al punto de partida. Como ejemplo se va a partir de una situación como la que se muestra, en la que los círculos blancos indicarían los vectores  $\bar{x}_i$ , mientras que los negros indicarían la disposición inicial de los prototipos  $\bar{p}_j$ .

En este caso el prototipo aislado no se movería en todo el proceso mientras, ya que no está influenciado por ningún vector de entrada. Por otro lado si a la zona donde se encuentra el prototipo,  $\bar{p}_1$  se traslada algún prototipo, incluso de la zona donde se encuentran los prototipos  $\bar{p}_2, \bar{p}_3$ , se produciría un mejor resultado ya que el conjunto de entrada, quedaría mejor cubierto, tal como se puede observar en la Figura 5.7. El problema es que debido al funcionamiento local de los algoritmos anteriores, esto tampoco va a ocurrir.

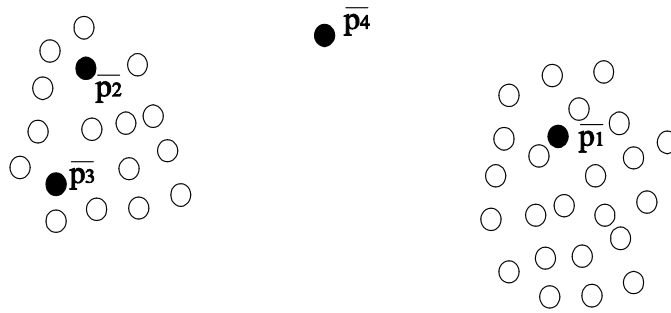


Figura 5.7: Ejemplo de prototipos mal colocados

El algoritmo ELBG propuesto por [218, 226] intenta aportar una solución a estos inconvenientes. Este algoritmo es una extensión del de las  $c$  medias y se basa en el teorema de distorsión total enunciado por [227] que dice que: "Cada grupo hace una contribución igual a la distorsión total en una cuantización óptima de alta resolución".

Basándose en este teorema se define el concepto de utilidad de un prototipo  $\bar{p}_j$  como

$$u_j = \frac{\delta_j}{\bar{\delta}}, \quad (5.43)$$

dónde  $\bar{\delta}$ , representa la distorsión media de la partición

$$\bar{\delta} = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c \delta_i. \quad (5.44)$$

El teorema de la distorsión total implica que en una partición óptima del conjunto de entrada, todos los clusters tendrían una utilidad igual. Así el algoritmo ELBG tratará de llegar a esta condición, mediante migraciones de prototipos con utilidad menor que 1, a grupos donde los prototipos tengan una utilidad mayor que 1.

Tabla 5.7: Rutina de migración de prototipos en ELBG

1.	Alojar en el grupo de llegada tanto el nuevo prototipo como el prototipo actual de ese grupo.
2.	Recalcular posiciones de los prototipos para generar dos grupos.
3.	Recalcular posiciones de los prototipos en zonas de salida.

En general y para realizar la migración de un prototipo que tiene baja utilidad a un grupo que tiene mayor utilidad se realizarían los pasos mostrados en la tabla 5.7.

El primer paso consistiría en calcular una posición inicial dentro del grupo de llegada  $P_b$ , tanto para el prototipo que llega  $\bar{P}_a$ , como para el actual  $\bar{P}_b$ . para esto se considera al paralelepípedo que contiene al grupo  $P_b$ , alojando a  $\bar{P}_a$  y  $\bar{P}_b$ , en su diagonal principal. Para esto la diagonal se divide en tres segmentos de forma que el segmento central tenga una longitud igual al doble de la longitud de los otros dos segmentos y se colocan los prototipos en los extremos del segmento central. Después de realizar esta primera inicialización de los prototipos  $\bar{P}_a$  y  $\bar{P}_b$ , se ajustan aplicando el algoritmo de la  $c$  medias de forma local la grupo  $P_b$ , dividiéndolo en los grupos  $P'_a$  y  $P'_b$ .

El último paso consiste en fusionar los grupos  $P_a$  y  $P_c$  en un nuevo grupo  $P_c$  y actualizar  $\bar{P}_c$  teniendo en cuenta los puntos de las dos particiones a fusionar. Cuando acaba el proceso de migración, se compara la distorsión de los grupos afectados antes del desplazamiento

$$\delta_{ant} = \delta_a + \delta_b + \delta_c, \quad (5.45)$$

con su distorsión después del desplazamiento:

$$\delta_{pos} = \delta'_a + \delta'_b + \delta'_c. \quad (5.46)$$

Con este algoritmo ya se resuelven los inconvenientes de los algoritmos anteriores.

### Algoritmo de clustering difuso condicional

Este es el primer algoritmo, de los descritos, que se considera como un algoritmo supervisado. Esto supone que al realizar la partición en grupos, no sólo se tienen en cuenta las variables de entrada, sino también la/s de salida.

Las bases del algoritmo de clustering difuso condicional (Condiciona Fuzzy Clustering Algorithm) [228] se encuentran en el algoritmo de las  $c$  medias difuso, suponiendo una extensión de éste. La parte condicional del mecanismo de agrupación, reside en las variables de salida  $y_1, \dots, y_n$  de las correspondientes variables de entrada. Es decir la variable de salida  $y_k$  del vector de entrada  $\bar{x}_k$ , describe el nivel en que este vector interviene en la construcción del grupo. Esto se realiza definiendo, una etiqueta lingüística en el espacio de salida, que se va a corresponder con un conjunto difuso  $B$ ,  $B: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ . De este modo  $y_k = B(f_k)$ , donde  $f_k$  es la salida de la red para el vector  $\bar{x}_k$ , expresa el grado de pertenencia de  $y_k$  a  $B$ .

El problema de agrupamiento se reformula como "Agrupar los datos considerando que  $y$  es  $B$ ". La forma en que  $y_k$  se asocia a las funciones de pertenencia de la variable  $\bar{x}_k$ ,  $\mu_{p_1}(\bar{x}_k), \dots, \mu_{p_c}(\bar{x}_k)$  no es única. Sin embargo si se tiene que cumplir que  $f_k$  se distribuya aditivamente a lo largo de las entradas de la columna  $k$  de la matriz de partición, lo que significa que

$$\sum_{i=1}^c \mu_{p_i}(\bar{x}_k) = f_k \quad k = 1, \dots, n. \quad (5.47)$$

Esto implica que si el vector de entrada  $\bar{x}_k$ , es poco significativo en el contexto del conjunto difuso  $B$ , entonces  $B(f_k) = 0$ , lo que implica que ese patrón de entrada será excluido del proceso de clustering o agrupamiento ya que  $\mu_{p_i}(\bar{x}_k)$  para cualquier valor de  $i$ . Por otro lado si  $B(f_k) = 1$ , el vector de entrada  $\bar{x}_k$ , contribuirá de forma máxima al proceso de clustering. Estos cambios implican que las matrices de partición queden

$$U = \left\{ \mu \in \{0, 1\} \mid \sum_{i=1}^c \mu_{P_i}(\bar{x}_k) = f_k \quad \forall k \quad y \quad 0 < \sum_{k=1}^n \mu_{P_i}(\bar{x}_k) < n \quad \forall i \right\}, \quad (5.48)$$

$$\mu_{P_j}(\bar{x}_i) = \frac{f_k}{\sum_{i=1}^c \left( \frac{\|\bar{x}_k - \bar{p}_i\|}{\|\bar{x}_k - \bar{p}_j\|} \right)^{\frac{2}{\rho-1}}}. \quad (5.49)$$

Una importante consecuencia de este método es que se reduce el costo computacional al dividir el problema original, en una serie de problemas condicionados por el contexto.

### Algoritmo de estimación de grupos alternante

En los algoritmos de clustering presentados hasta ahora, existe una determinación inicial de los parámetros que caracterizan los métodos, como por ejemplo, la forma de las funciones de pertenencia, la actualización de los prototipos de los grupos, etc. En [229] se presenta el algoritmo estimación de grupos alternante (Alternating Cluster Estimation ACE) o una herramienta donde los parámetros citados anteriormente se pueden estimar directamente por el usuario.

En [229] se presentan ejemplos del modelo donde no se impone como restricción la optimización de una función objetivo en particular. Así, si el usuario selecciona ecuaciones que no están relacionadas con una función objetivo, las funciones de pertenencia y los grupos se obtienen actualizando alternativamente conjuntos de parámetros.

Así el concepto de función objetivo se remplaza por un nuevo concepto denominado estimación de grupos alternantes. Las funciones de pertenencia que aquí se proponen se inspiran en sistemas usados en sistemas neuro-difusos.

### Algoritmo de clustering para aproximación de funciones

La mayoría de los métodos presentados anteriormente, han sido diseñados para la resolución de problemas de clasificación, esto hace que no se adapten bien al problema de la aproximación de funciones. Algunas de las diferencias [230] más importantes, que se resaltan entre estos problemas son:

1. El espacio de salida de ambos problemas es muy diferente. Mientras en clasificación se puede considerar como discreto (conjunto de etiquetas), en aproximación de funciones es continuo.
2. En la aproximación de funciones no se persigue una coincidencia máxima entre la salida del modelo y la salida objetivo, sino que se tolera cierto error. Sin embargo en problemas de clasificación si se persigue esta coincidencia.
3. En los problemas de clasificación no se tienen en cuenta propiedades de interpolación que si se tienen en cuenta en la aproximación de funciones.

El algoritmo de clustering para aproximación de funciones (Clustering for Function Approximation) [230], describe un método que va a incorporar una serie de características que van a ayudar en la tarea de la aproximación de funciones.

De todas formas su objetivo final no será un modelo de aproximación tan exacto como por ejemplo se puede conseguir utilizando métodos matemáticos de minimización tradicionales como: el del gradiente conjugado, Newton-Rapson o Levenberg-Marquardt [231]. Estos pueden conseguir soluciones prácticamente óptimas si parten de un conjunto de parámetros inicial adecuado. Así el objetivo de este algoritmo será obtener una configuración lo más cerca posible del óptimo global.

Una de las bases de este algoritmo será partir del análisis de la variabilidad de la variable de salida. Así, en zonas donde función se mantenga constante, introducirá sólo un prototipo, mientras que en zonas donde la función sea más variable será necesario introducir más prototipos.

Para conseguir un compromiso entre estos parámetros se siguen los pasos mostrados en el algoritmo mostrado en la tabla 5.8.

Tabla 5.8: Algoritmo de clustering para aproximación de funciones

1.	Realizar la asignación $\delta = \infty$
2.	Asignar aleatoriamente el conjunto inicial de prototipos
3.	Asignar $\delta_{ant} = \delta$
4.	Calcular las funciones de pertenencia usando (5.33)
5.	Calcular los prototipos mediante (5.37)
6.	Calcular $\delta_j$ usando (5.50)
7.	Calcular $\delta$ usando (5.38)
8.	Realizar migración
9.	Si $ \delta_{ant} - \delta /\delta < \varepsilon$ entonces terminar, si no volver a 3.

Como se puede observar este algoritmo utiliza elementos tanto del algoritmo de las  $c$  medias como del algoritmo ELBG. Así y tras una inicialización aleatoria se entra en el bucle principal donde, al igual que en el algoritmo de las  $c$  medias, se realiza el cálculo de  $\mu_{P_j}(\bar{x}_i)$  y de  $\bar{p}_j$  como en el algoritmo de las  $c$  medias. Después y para calcular  $\delta_j$ , un elemento del algoritmo ELBG, utilizaría la siguiente expresión

$$\delta_j = \sum_{i:\mu_{ij}=1}^n \|\bar{x}_i - \bar{p}_j\|^2 \cdot (f(\bar{x}_i) - f(\bar{p}_j))^2, \quad (5.50)$$

donde  $f(\bar{p}_j)$  es la media de la salida de la función objetivo para todos los vectores de entrada o entrenamiento que pertenecen al grupo  $P_j$

$$f(P_j) = \frac{\sum_{\bar{x}_i \in P_j} f(\bar{x}_i)}{|P(j)|}. \quad (5.51)$$

Una vez calculados los valores  $\delta_j, \delta$  se calcula como en ecuación (5.38). En el último paso del ciclo se realizaría una migración de prototipos de forma similar a como se ha descrito para el algoritmo ELBG.

### 5.7.5. Algoritmos para la inicialización de radios de FBRs

Para la determinación del radio inicial de una FBR existen varias técnicas clásicas. La misión de estas técnicas será encontrar unos valores iniciales para los radios de las funciones base, de forma que se cubra convenientemente el espacio de entrada. Estos métodos se caracterizan porque se usan una vez que se ha fijado el centro de la función base a tratar con respecto a los centros del resto de las FBR. Otra característica de estos métodos es que suelen trabajar con la distancia, normalmente euclídea, entre las FBR.

Conviene decir que estas técnicas no sólo se pueden tener en cuenta la hora de diseñar una primera fase de inicialización. Se pueden usar como referencia, cuando se introducen FBR en fases posteriores, para las que normalmente habrá que establecer un radio. Si se hace una recopilación del funcionamiento de estos algoritmos, la primera solución, consistiría en el establecimiento de un radio similar para todas las funciones base.

Esta técnica, a pesar de su simplicidad se ha probado suficiente para obtener un aproximador universal en [212, 213]. Sin embargo parece más lógico establecer un radio



individual y adaptado para cada función base. En [232], se demuestra que con esta variante se mejoran las prestaciones. El objetivo que persigue esta segunda opción, es conseguir cierto grado de solapamiento entre las funciones base vecinas para que interpolen de forma suave y continua las regiones del espacio de entrada que representan.

Entre las heurísticas más usadas se encuentran:

#### Heurística de los k vecinos más cercanos (KNN):

Esta heurística fija el radio de cada función base a un valor igual, a la distancia media a los centros de k funciones base más cercanas [209]. Esta heurística pasa a ser la heurística del vecino más cercano si  $k = 1$ .

#### Heurística de la distancia media de los vectores de entrada más cercanos (CIV):

En este caso se determina el radio de la FBR j-ésima de acuerdo con la siguiente ecuación

$$d_j = \frac{\sum_{\bar{x}_i \in C_j} \bar{x}_i}{|C_j|}, \quad (5.52)$$

donde  $C_j$  es el conjunto de vectores de entrada que están más cerca de  $\bar{c}_j$  que de cualquier otro centro y  $|C_j|$  representa el número de vectores que lo componen. Esta heurística produce menor solapamiento que la anterior aunque  $k = 1$ .

#### Algoritmos incrementales/decrementales

En este apartado se describirán los conocidos como métodos incrementales y/o decrementales. Un método se define como incremental cuando partiendo de una red prácticamente sin neuronas, va a ir agregándolas siguiendo algún criterio. Por el contrario un método se define como decremental cuando parte de una red compleja en cuanto su número de neuronas, y las va eliminando siguiendo también algunas directrices.

En este apartado se comenzará con la descripción del algoritmo RAN (Resource Allocation Network), para continuar después con sus posteriores modificaciones. El algoritmo RAN [233] intenta mejorar la investigación en el diseño de FBRN que había hasta la fecha. En esta época por ejemplo los trabajos [209] consistían en utilizar un algoritmo de clustering, como por ejemplo el de las c medias (descrito anteriormente), para determinar los centros de las FBR. El radio de una FBR determinada, se establecía a partir del cálculo de la FBR más cercana a ésta, mientras que para determinar los pesos se utilizaba el típico algoritmo LMS.

El método RAN es un método incremental, que por lo tanto parte de un número bajo de FBR y que utiliza información local para ir añadiendo FBR, y así alcanzar el diseño FBRN. La información local que se analiza cíclicamente son las muestras o patrones  $(\bar{x}_k, y_k)$  del conjunto de entrenamiento. Dada una muestra, si se verifica que se cumplen dos condiciones, se introducirá una nueva FBR.

La primera condición que se tiene que verificar es que

$$\|\bar{x}_k - \bar{c}_n\| > \delta(t), \quad (5.53)$$

donde  $\bar{x}_k$  es el vector de entrada actual,  $\bar{c}_n$  es el centro de la FBR  $\phi_n$  más cercana según la distancia euclídea  $\|\cdot\|$ , el vector  $\bar{x}_k$  y  $\delta(t)$  es un umbral de resolución variable con el número de patrones que se han presentado, donde  $t$  indica el número de patrón actual. Inicialmente  $\delta(t) = \delta_{max}$ , es decir el valor máximo que puede tomar y puede ser igual al tamaño del espacio

de entrada. La distancia  $\delta(t)$ , va disminuyendo hasta que alcanza un valor  $\delta_{min}$ . En general y para disminuir el valor de  $\delta(t)$  se utiliza la siguiente expresión

$$\delta(t) = \text{máx}[\delta_{max} \exp(-t/\tau), \delta_{min}], \quad (5.54)$$

donde  $\tau$  es una constante.

La segunda condición que se tiene que verificar es que la diferencia entre la salida de la red  $f(\bar{x}_k)$ , y el valor objetivo dado el patrón  $y_k$ , sea superior a un determinado valor, es decir

$$|y_k - f(\bar{x}_k)| > \varepsilon, \quad (5.55)$$

donde  $\varepsilon$  es un umbral que va a representar la precisión de la salida de la red

Si no se cumplen las condiciones anteriores entonces se utilizan algoritmos tipo LMS para ajustar los pesos y centros de la red. Con esto el sistema comenzaría ofreciendo una representación de la función con mucho error con respecto a la original, para luego ir refiriendo mediante la inclusión de FBR con menor radio.

### 5.7.6. Métodos evolutivos

A continuación se describirán unos métodos que utilizan una estrategia evolutiva para el diseño de una FBRN. El primer método utilizará un algoritmo genético para el diseño de la red. El segundo método utiliza también como base un algoritmo genético, pero lo complementa con otras técnicas típicas en el desarrollo de redes neuronales como por ejemplo algoritmos de clustering, técnicas SVD, OLS, minimización de error, etc.

#### Una estrategia genética

En [234] se presenta un típico algoritmo genético. Una característica que diferencia a este método, es que un registro no se representa mediante cadenas de bits o vectores de reales, si no que utiliza una serie de objetos predefinidos. Otras características de este método es que el tamaño de los registros es fijo, se usa selección tipo tournament y un remplazo elitista. Para calcular los pesos se utiliza SVD. El algoritmo termina cuando se alcanzan un determinado número de iteraciones.

Los principales pasos de éste se muestran en la tabla 5.9. Los operadores utilizados y el cálculo de la función de evaluación se muestran en los siguientes apartados.

#### Operadores utilizados

Los operadores que se utilizan son:

1. Operador de cruce binario: este operador trabaja cogiendo una serie consecutiva de neuronas de cada uno de los padres e intercambiándolas. No es necesario que estas secuencias de neuronas sean de igual tamaño.
2. Operador de mutación de centros: este operador cambia en un porcentaje los elementos del vector centro de una neurona. Para esto se suma a cada uno de estos elementos un valor aleatorio que sigue una función de probabilidad gaussiana de media cero y desviación 0.1.
3. Operador de mutación radios: consiste en la suma de un valor aleatorio, que sigue una función de probabilidad igual que la definida anteriormente, una FBR de una determinada red.

4. Operador de inclusión de funciones base: este operador duplica cada una de las neuronas con una probabilidad dada (la misma para todas). Cuando una neurona se duplica los valores del centro y del radio se modifican mediante una función gaussiana.
5. Operador de eliminación de funciones base: elimina un número aleatorio de funciones base.

Tabla 5.9: Pasos principales de un algoritmo genético típico

1.	Inicialización
2.	Repetir mientras no se cumpla condición
	a) Seleccionar registros
	b) Eliminar al resto de registros
	c) Generar nuevos registros mediante el operador cruce
	d) Aplicar el resto de operadores a los nuevos registros
	e) Calcular el peso de los nuevos registros usando SVD
	f) Eliminar neuronas cuyos pesos sean muy cercanos a cero
	g) Evaluar las redes

### Función de evaluación

Como función de evaluación o función que calcula el valor de adaptación de un registro/red se usa

$$V.A. = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n-1} (y_i - f(x_i))^2}{n}}}. \quad (5.56)$$

Los valores que se pasan para el cálculo de esta función son los relativos a un conjunto de validación con el que no se ha estado entrenando.

### Un método evolutivo multiobjetivo

En [218] se describe un algoritmo evolutivo multiobjetivo para el diseño y optimización de los parámetros de una FBRN a partir de un conjunto de datos de entrenamiento. Las FBRN diseñadas se aplican al problema de la aproximación de funciones.

La base es un algoritmo evolutivo, concretamente un genético. El valor de adaptación que se establece para cada registro es la raíz cuadrada del error cuadrático medio normalizado. Una vez que los registros han sido evaluados se usa una técnica multiobjetivo, que trata las soluciones en función de dos objetivos: complejidad y error de una red. Con esto el algoritmo puede optimizar redes con distinto número de funciones base a la vez.

## 5.8. Aplicaciones de las redes neuronales

Las redes neuronales pueden utilizarse en un gran número y variedad de aplicaciones, tanto comerciales como militares.

Se pueden desarrollar redes neuronales en un periodo de tiempo razonable, con la capacidad de realizar tareas concretas mejor que otras tecnologías. Cuando se implementan mediante hardware (redes neuronales en chips VLSI), presentan una alta tolerancia a fallos del sistema y proporcionan un alto grado de paralelismo en el procesamiento de datos. Esto posibilita la inserción de redes neuronales de bajo coste en sistemas existentes y recientemente desarrollados.

Hay muchos tipos diferentes de redes neuronales; cada uno de los cuales tiene una aplicación particular más apropiada. Algunas aplicaciones comerciales son:

Biología [235–242]:

- Aprender más acerca del cerebro y otros sistemas animales.
- Obtención de modelos.

- ...

Empresa [243–248], :

- Evaluación de probabilidad.
- Identificación de candidatos para posiciones específica.
- Explotación de bases de datos.
- Control de la red eléctrica.
- Optimización del flujo del tránsito controlando convenientemente la temporización

de los semáforos.

- Modelado de sistemas para automatización y control.

- ...

Medio ambiente [249–253]:

- Analizar tendencias y patrones.
- Previsión del tiempo.

- ...

Finanzas [254–258]:

- Previsión de la evolución de los precios.
- Valoración del riesgo de los créditos.
- Identificación de falsificaciones.
- Interpretación de firmas.

- ...

Ingeniería [259–270]:

- Robots automatizados y sistemas de control (visión artificial y sensores de presión, temperatura, gas, sistemas de interconexión, etc.).

- Procesado de señal.
- Reconocimiento de formas.
- Desarrollo de aplicaciones de microondas.

- ...

Medicina [271–278]:

- Diagnóstico y tratamiento a partir de síntomas y/o de datos analíticos (electrocardiograma, encefalogramas, análisis sanguíneo, etc.).

- Monitorización en cirugías.
- Predicción de reacciones adversas en los medicamentos.
- Entendimiento de la causa de los ataques cardíacos.

- ...

Militares [279–284]:

- Clasificación de las señales de radar.
- Creación de armas inteligentes.
- Optimización del uso de recursos escasos.

- Reconocimiento y seguimiento en el tiro al blanco, localización de minas.
- ...

La mayoría de estas aplicaciones consisten en realizar un reconocimiento de patrones, como ser: buscar un patrón en una serie de ejemplos, clasificar patrones, completar una señal a partir de valores parciales o reconstruir el patrón correcto partiendo de uno distorsionado. Sin embargo, está creciendo el uso de redes neuronales en distintos tipos de sistemas de control.

Desde el punto de vista de los casos de aplicación, la ventaja de las redes neuronales reside en el procesado paralelo, adaptativo y no lineal.

El dominio de aplicación de las redes neuronales también se lo puede clasificar de la siguiente forma: asociación y clasificación, regeneración de patrones, regresión y generalización, y optimización.

### **Asociación y clasificación**

En esta aplicación, los patrones de entrada estáticos o señales temporales deben ser clasificadas o reconocidas. Idealmente, un clasificador debería ser entrenado para que cuando se le presente una versión distorsionada ligeramente del patrón, pueda ser reconocida correctamente sin problemas. De la misma forma, la red debería presentar cierta inmunidad contra el ruido, esto es, debería ser capaz de recuperar una señal "limpia" de ambientes o canales ruidosos. Esto es fundamental en las aplicaciones holográficas, asociativas o regenerativas.

Asociación: de especial interés son las dos clases de asociación: autoasociación y heteroasociación. Como ya se mencionó en apartados anteriores, el problema de la autoasociación es recuperar un patrón enteramente, dada una información parcial del patrón deseado. La heteroasociación es recuperar un conjunto de patrones B, dado un patrón de ese conjunto. Los pesos en las redes asociativas son a menudo predeterminados basados en la regla de Hebb. Normalmente, la autocorrelación del conjunto de patrones almacenado determina los pesos en las redes autoasociativas. Por otro lado, la correlación cruzada de muchas parejas de patrones se usa para determinar los pesos de la red de heteroasociación.

Clasificación no Supervisada: para esta aplicación, los pesos sinápticos de la red son entrenados por la regla de aprendizaje no supervisado, esto es, la red adapta los pesos y verifica el resultado basándose únicamente en los patrones de entrada.

Clasificación Supervisada: esta clasificación adopta algunas formas del criterio de interpolación o aproximación. En muchas aplicaciones de clasificación, por ejemplo, reconocimiento de voz, los datos de entrenamiento consisten de pares de patrones de entrada y salida. En este caso, es conveniente adoptar las redes Supervisadas, como las bien conocidas y estudiadas redes de retropropagación. Este tipo de redes son apropiadas para las aplicaciones que tienen una gran cantidad de clases con límites de separación complejos.

### **Regeneración de patrones**

En muchos problemas de clasificación, una cuestión a solucionar es la recuperación de información, esto es, recuperar el patrón original dada solamente una información parcial. Hay dos clases de problemas: temporales y estáticos. El uso apropiado de la información contextual es la llave para tener éxito en el reconocimiento.

### **Regeneración y generalización**

El objetivo de la generalización es dar una respuesta correcta a la salida para un estímulo de entrada que no ha sido entrenado con anterioridad. El sistema debe inducir la característica

saliente del estímulo a la entrada y detectar la regularidad. Tal habilidad para el descubrimiento de esa regularidad es crítica en muchas aplicaciones. Esto hace que el sistema funcione eficazmente en todo el espacio, incluso cuando ha sido entrenado por un conjunto limitado de ejemplos.

### **Optimización**

Las Redes Neuronales son herramientas interesantes para la optimización de aplicaciones, que normalmente implican la búsqueda del mínimo absoluto de una función de energía. Para algunas aplicaciones, la función de energía es fácilmente deducible; pero en otras, sin embargo, se obtiene de ciertos criterios de coste y limitaciones especiales.

# Capítulo 6

## Métodos

---

<b>6.1. Introducción</b>	<b>106</b>
<b>6.2. Método para la reducción de ruido</b>	<b>106</b>
6.2.1. Sistema Basado en Perturbación Simultánea	107
6.2.2. Sistema Basado en Widrow-Hoff Delta	112
<b>6.3. Método para la reducción del complejo QRST</b>	<b>117</b>
<b>6.4. Método para reducción de latidos ectópicos</b>	<b>122</b>
<b>6.5. Rendimiento de los algoritmos</b>	<b>124</b>
<b>6.6. Análisis de rendimiento de los algoritmos</b>	<b>126</b>
6.6.1. Red Neuronal para la reducción de ruido presente en ECG	126
6.6.2. Red Neuronal para la reducción del complejo QRST	129
6.6.3. Red Neuronal para la disminución del latido ectópico	130

---

Se presentan a continuación las metodologías desarrolladas basadas en redes neuronales para la reducción de las interferencias mencionadas en capítulos anteriores y para la extracción de la actividad auricular.

## 6.1. Introducción

En esta sección se describirán, de forma detallada y justificada, los procedimientos llevados a cabo para la obtención de los resultados que se presentarán en capítulos posteriores. Se han propuesto dos sistemas diferentes de aprendizaje para la red neuronal para su función como filtro, uno de ellos basado en *Perturbación Simultánea* y el otro en *LMS*. En esta sección, también se desarrolla la estructura de la red necesaria para la extracción de la actividad auricular y para la disminución de los latidos ectópicos, donde se desarrolla el método de aprendizaje elegido en cada caso.

## 6.2. Método para la reducción de ruido

La red neuronal perceptron multicapas (MLP) usando el algoritmo de back-propagation ha sido aplicada a la solución de diversos problemas prácticos [201, 285–287]. El perceptron multicapas consiste en al menos tres capas: Una capa de entrada, una o más capas ocultas y una capa de salida. Aquí el número de neuronas de las capas de entrada y salida depende de cada aplicación en particular. Sin embargo, aunque el funcionamiento de la red depende en forma importante del número de nodos en las capas ocultas, no existe aun un método fiable que permita determinar con precisión el número óptimo de éstos, aun para alguna o algunas aplicaciones en particular.

Una manera de estimar el número óptimo de nodos en la capa oculta es detener el entrenamiento después de un cierto número de iteraciones y determinar cuántos patrones fueron propiamente reconocidos con el número actual de neuronas usadas en la capa oculta. Si el resultado de esta prueba no es satisfactorio se agregarán una o más neuronas en la capa oculta para mejorar el desempeño de la red. Sin embargo, desafortunadamente en estos casos la red tiene que ser entrenada completamente [287].

Una alternativa que parece más atractiva es el desarrollo de redes crecientes en las cuales se van agregando nodos en la capa oculta en forma sistemática durante el proceso de aprendizaje. Con esta idea han sido propuestas diversas estructuras tales como la red cascada-correlación [288], así como las redes neuronales crecientes [289–292]. Estas redes han sido aplicadas en la solución de diversos problemas [293].

El algoritmo de adaptación más comúnmente empleado para adaptar una red neuronal es el algoritmo de back-propagation. Sin embargo, aunque el comportamiento de este algoritmo es bien conocido, éste requiere el cálculo de la primera derivada de la función de error cuadrático con respecto a todos los pesos de la red, lo cual, dada la configuración del perceptron y otras redes neuronales implica el empleo de la regla de la cadena ya que el error de salida no es una función explícita de los pesos de la capa de entrada, lo cual, en general, representa una alta complejidad computacional dado el gran número de multiplicaciones y sumas requeridas, así como la evaluación de funciones sigmoideas presentes en cada nodo [285]. Esto sugiere la necesidad de desarrollar mecanismos que permitan la estimación de las derivadas del error cuadrático medio con respecto a los pesos de la red, requeridas durante la etapa de entrenamiento de las redes neuronales, con una complejidad computacional.

Con el fin de proponer soluciones a dos de los principales problemas presentes en los MLP, esto es la optimización del número de nodos de la capa oculta y la reducción de la complejidad computacional, ésta tesis propone una red neuronal creciente en la cual se optimizan tanto el número de nodos de la capa oculta, como los pesos de red. En el sistema propuesto se optimiza el número de nodos de la red agregando un nodo a la capa oculta después de un determinado número de iteraciones, conservando constantes los pesos que conectan la capa de entrada con



la capa oculta los cuales han sido previamente estimados.

Por su parte para reducir la complejidad computacional durante el proceso de aprendizaje, se emplea un algoritmo de aprendizaje basado en el método de perturbación simultánea [294–300], en la cual se sustituye el mecanismo convencional para estimar la primera derivada del error cuadrático medio, basado en la regla de la cadena, [287] por una aproximación de la primera derivada obtenida, a partir de su definición, mediante la evaluación de la salida de la red con sus pesos actuales y el valor de la salida de la red con sus pesos perturbados en forma aleatoria por medio de una matriz de números aleatorios pequeños, en forma tal que la aproximación corresponda a la definición matemática de la derivada de una función. Posteriormente, usando esta aproximación los pesos de la red son modificados por medio de un algoritmo basado en Widrow Hoff Delta.

De lo anterior se desprende que usando perturbación simultánea solo se requiere evaluar dos veces la salida de la red y un número de divisiones igual al número de coeficientes de la red para estimar los gradientes instantáneos reduciéndose así la complejidad computacional del sistema.

### 6.2.1. Sistema Basado en Perturbación Simultánea

Antecedentes: Al mismo tiempo que Frank Rosenblatt trabajaba en el modelo del Perceptrón Bernard Widrow y su estudiante Marcian Hoff introdujeron el modelo de la red Adaline y su regla de aprendizaje llamada algoritmo LMS (Least Mean Square). La red Adaline ha sido ampliamente utilizada en el procesamiento de señales; para valorar el real aporte de esta red en ese campo, se detallarán un poco las herramientas hasta ahora empleadas en los procesos de filtrado.

A comienzos del estudio de las comunicaciones electrónicas, se diseñaban filtros analógicos empleando circuitos RLC (Resistencias, Inductores, Condensadores) para eliminar el ruido en las señales empleadas de comunicaciones; este procesamiento se ha transformado en una técnica de múltiples facetas, destacándose en la actualidad el uso de procesadores digitales de señales (DSP), que pueden llevar a cabo los mismos tipos de aplicaciones de filtrado ejecutando filtros de convolución realizados mediante programación convencional, en cualquier lenguaje de programación conocido.

La red Adaline es similar al Perceptrón, excepto en su función de transferencia, la cual es una función de tipo lineal en lugar de un limitador fuerte como en el caso del Perceptrón. La red Adaline presenta la misma limitación del Perceptrón en cuanto al tipo de problemas que pueden resolver, ambas redes pueden solo resolver problemas linealmente separables, sin embargo el algoritmo LMS es más potente que la regla de aprendizaje del Perceptrón ya que minimiza el error cuadrático medio, la regla sirvió de inspiración para el desarrollo de otros algoritmos, este es el gran aporte de esta red.

El término Adaline es una sigla, sin embargo su significado cambió ligeramente a finales de los años sesenta cuando decayó el estudio de las redes neuronales, inicialmente se llamaba ADaptive LInear NEuron (Neurona Lineal Adaptiva), para pasar después a ser Adaptive LInear Element (Elemento Lineal Adaptivo), este cambio se debió a que la Adaline es un dispositivo que consta de un único elemento de procesamiento, como tal no es técnicamente una red neuronal.

El elemento de procesamiento realiza la suma de los productos de los vectores de entrada y de pesos, y aplica una función de salida para obtener un único valor de salida, el cual debido a su función de transferencia lineal será +1 si la sumatoria es positiva o -1 si la salida de la sumatoria es negativa. En términos generales la salida de la red está dada por

$$a = W^T p. \quad (6.1)$$

En este caso, la salida es la función unidad al igual que la función de activación; el uso de la función identidad como función de salida y como función de activación significa que la salida es igual a la activación, que es la misma entrada neta al elemento.

El Adaline es Adaptivo en el sentido de que existe un procedimiento bien definido para modificar los pesos con objeto de hacer posible que el dispositivo proporcione el valor de salida correcto para la entrada dada; el significado de correcto para efectos del valor de salida depende de la función de tratamiento de señales que esté siendo llevada a cabo por el dispositivo. El Adaline es Lineal porque la salida es una función lineal sencilla de los valores de la entrada. Es una neurona tan solo en el sentido (muy limitado) del PE. También se podría decir que el Adaline es un Elemento Lineal, evitando por completo la definición como neurona.

### Estructura de la red

El sistema propuesto consiste inicialmente de una estructura sencilla similar a la red neuronal [201, 286] ADALINE como se muestra en la Figura 6.1, la cual es utilizada como estructura inicial [289]. Se sabe que esta estructura ADALINE es capaz de resolver problemas relativamente sencillos, donde las superficies de separación son no-lineales [301].

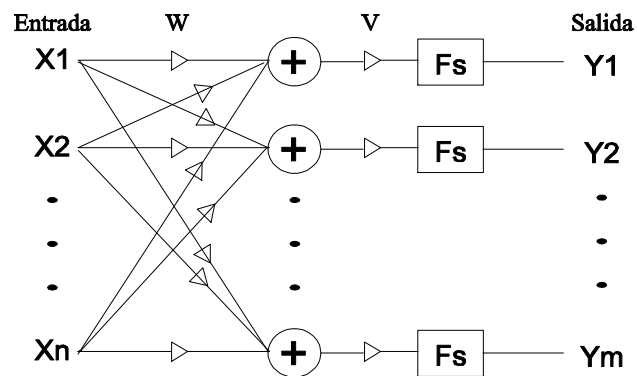


Figura 6.1: Etapa inicial de la red neuronal propuesta

Una vez que la red ha convergido, si el funcionamiento obtenido por el sistema no es el requerido, se agrega una neurona en la capa oculta, como se muestra en la Figura 6.2. En este caso se congelan los pesos, previamente entrenados, que conectan la capa de entrada con los nodos de la capa oculta adaptándose únicamente los pesos que conectan la capa oculta con la capa de salida, así como los pesos que conectan la capa de entrada con la neurona agregada en la capa oculta.

Una vez entrenada la red, se vuelve a evaluar su funcionamiento y en su caso se agrega una nueva neurona en la capa oculta. Seguidamente se entrenan nuevamente los pesos que conectan la capa oculta con la de salida, así como los pesos que conectan la capa de entrada con la nueva neurona agregada en la capa oculta, conservando si variación los pesos ya calculados que conectan la capa de entrada con el resto de las neuronas la capa oculta. Este procedimiento se repite hasta obtener el funcionamiento deseado, convirtiéndose en una red neuronal del tipo adaline multicapas (Madeline), con una capa oculta, la cual tiene la capacidad de resolver el tipo

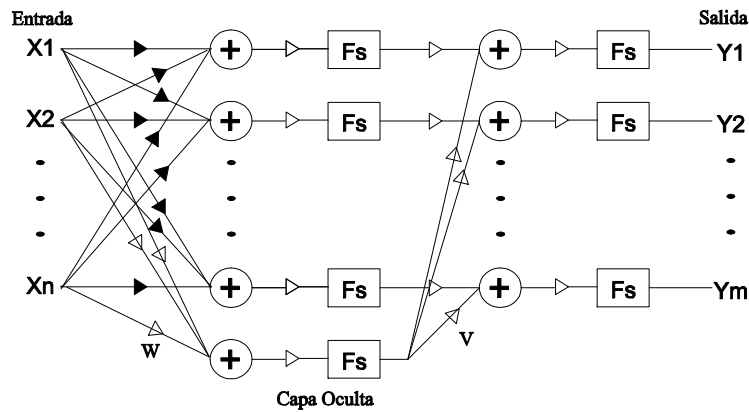


Figura 6.2: Red neuronal propuesta con una neurona agregada en la capa oculta. Los coeficientes en negro permanecen constantes

de problemas que pueden ser resueltos con una red neuronal del tipo perceptron multicapas con una capa oculta.

Esta nueva estructura tiene una característica especial: crece mientras aprende, lo que significa que las neuronas en la capa oculta son una por una añadidas y sus pesos adaptados mientras que los pesos de la capa de entrada que han sido previamente adaptados se congelan para conservar el aprendizaje de la red previamente obtenido. Este mecanismo, aunque en ocasiones podría producir redes neuronales con un número sub-óptimo de neuronas en la capa oculta, permite estimar de manera aproximada el tamaño de la red requerido para llevar a cabo una determinada operación sin tener que entrenar completamente la red neuronal cada vez que se agrega una neurona en la capa oculta. Así, las neuronas que han sido añadidas permiten un buen funcionamiento de la red en general.

En todas las etapas la red neuronal es adaptada usando el método de perturbación simultánea el cual ha sido probado y ha mostrado buenos resultados. En la Figura 6.3 se puede observar el sistema propuesto con más de una neurona añadida en la capa oculta.

Siendo  $X = (x_i)$  el vector de entrada,  $Y = (y_i)$  el vector de salida,  $W = (w_{ij})$  la matriz de pesos entre la capa de entrada y la capa oculta,  $V = (v_{ij})$  la matriz de pesos entre la capa oculta y la capa de salida, y  $C$  y  $D$  son los vectores de perturbación que consisten en números aleatorios con media cero distribuidos en el intervalo  $[-0,01, 0,01]$  exceptuando aquellos comprendidos en el intervalo  $[-0,001, 0,001]$ . Así mismo, se define el error  $e_i(t)$  como la diferencia entre la salida deseada ( $d_i(t)$ ) y salida actual ( $y_i(t)$ ).

$$e_i(t) = d_i(t) - y_i(t). \quad (6.2)$$

Se crearán  $H$  redes posibles con un número determinado de neuronas ocultas para inicializar los pesos  $W$  y  $V$  con un número aleatorio distribuido uniformemente entre el intervalo  $[-1,1]$ . Para cada red candidata, después se calcula la suma de las covarianzas mediante la ecuación 6.3, donde  $y_{j,p}$  es la salida  $j$  para la iteración  $t$ . El parámetro  $\bar{y}_j$  es la media de las salidas  $j$ ,  $e_{k,t}$  es el error de salida  $k$  para la iteración  $t$  y  $\bar{e}_k$  es la media del error de salida.

Después de esto, se selecciona la red con la máxima covarianza  $F_j$  como la mejor para ser entrenada con esta técnica de perturbación simultánea.

$$F_j = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{M-1} \left| \sum_{t=1}^N (y_{j,t} - \bar{y}_j) - (e_{k,t} - \bar{e}_k) \right|, \quad j = 1, \dots, H. \quad (6.3)$$

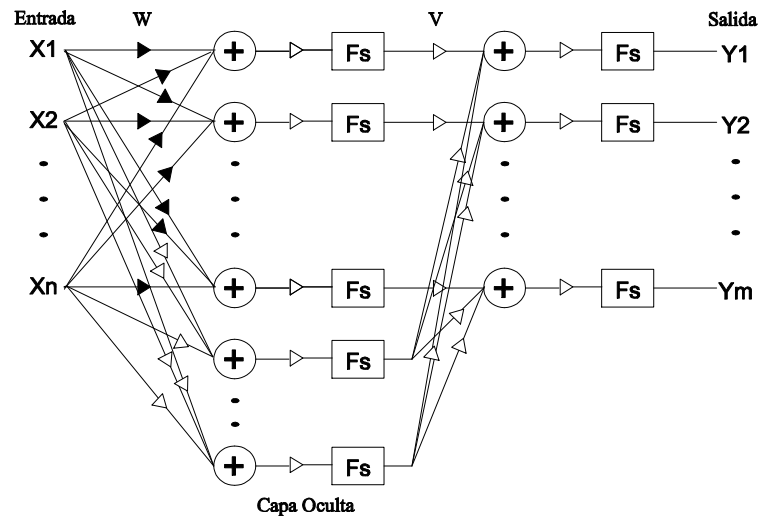


Figura 6.3: Red neuronal propuesta con dos neuronas agregadas en la capa oculta. Los coeficientes en negro permanecen constantes

### Algoritmo de Aprendizaje

El método de perturbación simultánea fue introducido por Spall [296], el cual ha reportado aplicaciones de éste método en diversos problemas de optimización, aproximación estocástica, control adaptable, redes neuronales, etc. [297, 298], habiendo probado que el método de perturbación simultánea puede ser superior que las técnicas convencionales de optimización cuando el cálculo de las derivadas es complejo. Otros autores [294, 295, 297, 298, 302] han publicado también resultados del método de perturbación simultánea aplicado para el entrenamiento de redes neuronales, controladores, etc. en donde los resultados obtenidos con el método de perturbación simultánea se comparan favorablemente con los obtenidos con el método retropropagación en el cual se aplica usualmente el método del gradiente como regla de aprendizaje. Así, para adaptar los pesos del sistema se necesita estimar el gradiente de la función de error, lo que implica que primeramente se debe estimar el gradiente de la función a minimizar, esto es

$$\nabla \cong \frac{\partial J(w)}{\partial w}. \quad (6.4)$$

Siendo  $J(w)$ , la función de error

$$J(w) = \frac{1}{2} (y - y_d)^2 \quad (6.5)$$

se obtiene,

$$\frac{\partial J(w)}{\partial w} = \frac{\partial J(w)}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial w} = \varepsilon \frac{\partial f(u)}{\partial w} \quad (6.6)$$

$$\frac{\partial J(w)}{\partial w} = \varepsilon \frac{\partial f(u)}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial w}, \quad (6.7)$$

donde

$$\varepsilon = (y - y_d). \quad (6.8)$$

Usando la ecuación 6.8 es posible medir el error entre la salida actual  $y$  y la salida deseada  $y_d$ . Por otro lado, la aproximación de diferencias es un procedimiento bien conocido para obtener la derivada de una función, por lo cual se puede utilizar esta aproximación para reducir la complejidad que implica la estimación de las derivadas por medio de la regla de la cadena en el algoritmo de back-propagation [287]. Así a la  $i$ -ésima componente del vector de pesos, se le agrega una perturbación  $c$  de manera que el vector  $w$  se define como [296]

$$w^i = (w^1, \dots, w^1 + c, \dots, w^n)^T. \quad (6.9)$$

Primeramente se aplicará ésta aproximación de diferencias para obtener  $\frac{\partial J(w)}{\partial w^i}$  para todos los pesos de la red. Esto es, usando la aproximación de la derivada se pueden actualizar los pesos de la red neuronal mediante la relación

$$\frac{\partial J(w)}{\partial w^i} \approx \frac{J(w^i) - J(w)}{c}. \quad (6.10)$$

Dado que la salida de la red neuronal,  $Y$ , la es una función del vector de pesos, se obtiene

$$\frac{\partial J(w)}{\partial w^i} \approx \frac{f(Y(w^i)) - f(Y(w))}{c}. \quad (6.11)$$

Sin embargo la idea descrita arriba, la cual es muy simple, necesita muchas más operaciones hacia delante de la red neuronal convencional, ya que se debe evaluar  $J(w^i)$  para todos los pesos de la red con el fin de obtener la cantidad modificada para todos los pesos. Así que no se puede esperar un buen funcionamiento general para todos los pesos adaptados de manera individual. Para eliminar esta dificultad se introdujo a continuación la perturbación simultánea en la cual todos los pesos de la red se perturban simultáneamente [297] como se indica en la ecuación 6.12. Así la  $i$ -ésima componente de la cantidad modificada correspondiente a la iteración  $i$ -ésima de los pesos esta dada por

$$\Delta w_t^i = \frac{Y(W_t + C_t, V_t + D_t) - Y(W_t, V_t)}{c_t^i}, \quad (6.12)$$

donde  $C_t$  y  $D_t$  son los vectores de perturbación que consisten de números aleatorios con media cero distribuidos en el intervalo  $[-0,01, 0,01]$  exceptuando aquellos comprendidos en el intervalo  $[-0,001, 0,001]$ , ya que estos últimos valores agregan muy pequeñas perturbaciones a todos los pesos y podrían provocar inestabilidad al estar en el denominador de la ecuación 6.12. Aquí  $Y(W_t, V_t)$  es la función de salida de la red neuronal con todos los pesos asociados a las conexiones de la red, y  $Y(W_t + C_t, V_t + D_t)$  es la función de salida cuando todos los pesos de la red están perturbados, simultáneamente por los vectores de perturbación los cuales se adicionan simultáneamente a los pesos.

Las propiedades que deben satisfacer los vectores de perturbación se describen a continuación. Primeramente se define el vector de perturbación  $C_t$  el cual añaden pequeñas perturbaciones a todos los pesos.

$$C_t = [c_t^1, c_t^2, \dots, c_t^n]^T \quad (6.13)$$

donde la variable  $t$  denota la iteración. Aquí el vector de perturbación tiene las siguientes propiedades:

1.  $c_t^n$  es un número aleatorio distribuido uniformemente en el intervalo  $[-C_{\max}, C_{\max}]$ , sin incluir el intervalo  $[-C_{\min}, C_{\min}]$  el cual es independiente del tiempo  $t$  y  $i = 1, \dots, n$ .
2.  $E[c_t] = 0$
3.  $E[c_t^i, c_t^j] = \begin{cases} 0, & \text{if } i \neq j \\ \sigma^2, & \text{if } i = j \end{cases}$
4.  $E$  denota el operar esperado y  $\sigma^2$  es la varianza de la perturbación  $c_t^n$ .

Ahora se puede estimar el coeficiente de la primera derivada del error cuadrático con respecto a los pesos de la red neuronal por medio de la siguiente expresión

$$\Delta w_t^i = \varepsilon_t \frac{f(Y(w_t + c_t)) - f(Y(w_t))}{c_t^i}, \quad (6.14)$$

donde  $e = (y - y_d)$ , es el error de estimación el cual puede ser fácilmente medido, y así en esta regla de aprendizaje solo  $\frac{\partial f}{\partial w}$  es estimada por la perturbación simultánea usando la ecuación 6.14. Los pesos de la red neuronal son adaptados usando la siguiente regla de aprendizaje

$$w_{t+1} = w_t - \alpha \Delta w_t, \quad (6.15)$$

donde  $\alpha$  es el coeficiente de convergencia el cual es un valor positivo. La función de error es medida usando el operador hacia delante de la red neuronal la cual es aplicada a todos los patrones de entrada. Entonces pequeñas perturbaciones son simultáneamente añadidas a todos los pesos y el valor de la función de error es observado. Las proyecciones para la convergencia del algoritmo de perturbación simultánea han sido demostradas por Spall [296, 298]. Esta regla de aprendizaje es usada para adaptar los pesos de la neurona agregada en la capa oculta, así como los pesos que conectan las neuronas de la capa oculta con las de la capa de salida.

### 6.2.2. Sistema Basado en Widrow-Hoff Delta

La estructura de este sistema cambia ligeramente de la anterior. En este caso, entre la etapa intermedia y la etapa de salida existen unas variables llamadas ganancias, que son las que va a adaptar el algoritmo Widrow-Hoff Delta, también ajustará los valores de los pesos. La Figura 6.4 muestra la estructura inicial.

Igual que el método anterior, una vez entrenada la red, se vuelve a evaluar su funcionamiento y en su caso se agrega una nueva neurona en la capa oculta. Seguidamente se entrenan nuevamente los pesos que conectan la capa oculta con la de entrada, así como las ganancias que conectan la capa de salida con la nueva neurona agregada en la capa oculta, conservando si variación los pesos ya calculados que conectan la capa de entrada con el resto de las neuronas la capa oculta. Este procedimiento se repite hasta obtener el funcionamiento deseado. En este caso no se tienen pesos que conectan la etapa oculta con la capa de salida

Esta nueva estructura tiene una característica especial: crece mientras aprende, lo que significa que las neuronas en la capa oculta son una por una agregadas y sus ganancias adaptadas mientras que los pesos de la capa de entrada que han sido previamente adaptados, se congelan para conservar el aprendizaje de la red previamente obtenido.

En todas las etapas la red neuronal es adaptada usando el método de Widrow-Hoff Delta. En la Figura 6.3 se puede observar el sistema propuesto con más de una neurona añadida en la capa oculta.

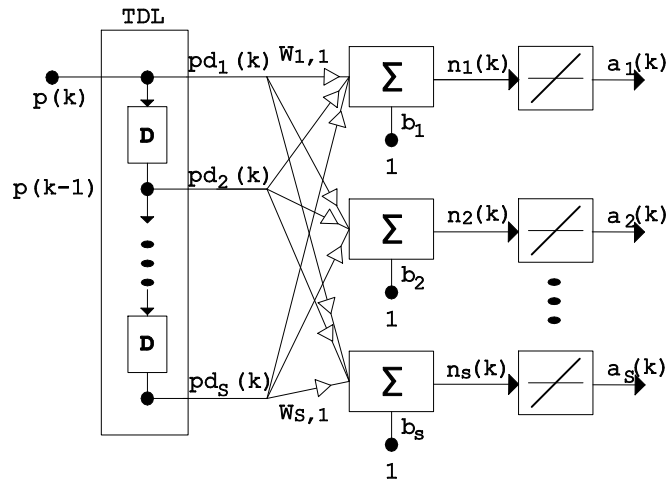
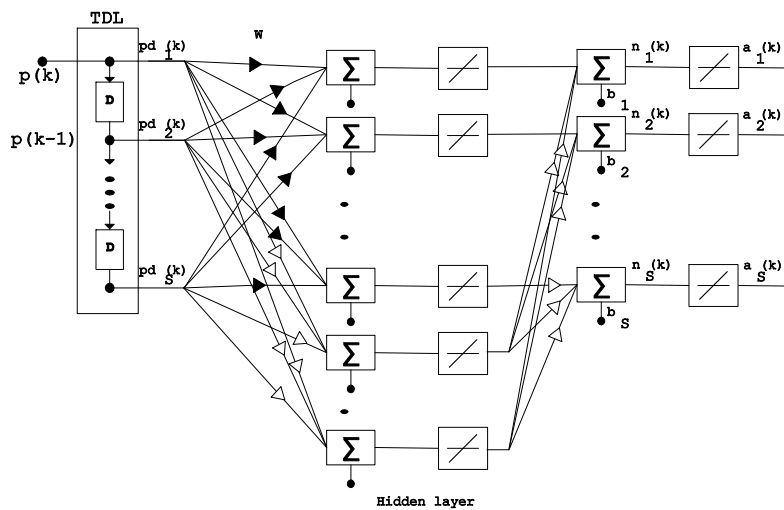


Figura 6.4: Etapa inicial de la red neuronal propuesta



### Regla de aprendizaje

La red Adaline es una red de aprendizaje supervisado que necesita conocer de antemano los valores asociados a cada entrada. Los pares de entrada/salida tienen la siguiente forma:

$$\{p_1, t_1\}, \{p_2, t_2\}, \dots, \{p_Q, t_Q\}. \quad (6.16)$$

Donde  $p_Q$  es la entrada a la red y  $t_Q$  es su correspondiente salida deseada, cuando una entrada  $p$  es presentada a la red, la salida de la red es comparada con el valor de  $t$  que le es asociado.

El algoritmo LMS se deriva de la regla Widrow-Hoff Delta [303], la que en términos generales para un proceso de actualización de los pesos de una red Adaline, se deduce de la siguiente manera, de acuerdo al procedimiento descrito [64, 301, 304].

$$W(k+1) = W(k) + \alpha \frac{e(k)p(k)}{|p(k)|^2}. \quad (6.17)$$

En el cual  $k$  representa la iteración actual del proceso de actualización,  $W(k+1)$  es el siguiente valor que tomará el vector de pesos y  $W(k)$  es el valor actual del vector de pesos. El error actual  $e(k)$  es definido como la diferencia entre la respuesta deseada  $t(k)$  y la salida de la red  $a(k) = W^T(k)p(k)$  antes de la actualización

$$e(k) = t(k) - W^T(k)p(k). \quad (6.18)$$

La variación del error en cada iteración es representada por

$$\Delta e(k) = \Delta(t(k) - W^T(k)p(k)) = -p^T(k) * W(k). \quad (6.19)$$

En concordancia con la ecuación 6.17 la actualización de los pesos, teniendo en cuenta el error es

$$\Delta W(k) = W(k+1) - W(k) = \alpha \frac{e(k)p(k)}{|p(k)|^2}. \quad (6.20)$$

Combinando las ecuaciones 6.20 y 6.19, se obtiene

$$\Delta e(k) = -\alpha \frac{e(k)p^T(k)p(k)}{|p(k)|^2} = -\alpha e(k). \quad (6.21)$$

De esta forma, el error es reducido por un factor mientras los pesos van cambiando a medida que se presenta un valor de entrada. Cada vez que se presenta un nuevo patrón el ciclo de actualización inicia nuevamente; el siguiente error es reducido por un factor  $\alpha$ , y el proceso continua. Los valores iniciales del vector de pesos son usualmente escogidos como cero y se actualizan hasta que el algoritmo alcance convergencia.

La elección de  $\alpha$  controla la estabilidad y velocidad de la convergencia del proceso de entrenamiento como puede verse en la ecuación 6.21; si se escoge un valor muy pequeño de  $\alpha$ , el algoritmo pierde velocidad y tarda mucho en alcanzar convergencia, si por el contrario se toma un valor muy grande, el algoritmo pierde estabilidad y se torna oscilante alrededor del valor de convergencia. Para patrones de entrada independientes en el tiempo, la estabilidad es garantizada para valores de  $\alpha$  que varíen entre

$$0 < \alpha < 2. \quad (6.22)$$



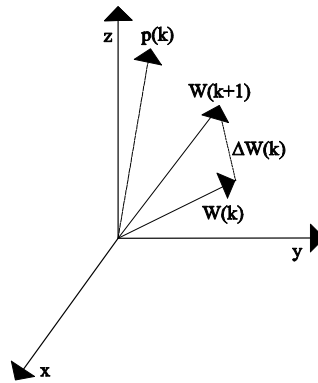


Figura 6.5: Actualización de pesos del algoritmo LMS

Si se fija  $\alpha$  en un valor mayor a 1 el error es innecesariamente sobre-corregido, por lo tanto un rango de valores prácticos para el ritmo de aprendizaje es

$$0,1 < \alpha < 1. \quad (6.23)$$

Este algoritmo es auto-normalizado en el sentido que la elección de  $\alpha$  no depende de la magnitud de las señales de entrada; cada peso actualizado es colineal con los parámetros de entrada y su magnitud es inversamente proporcional a  $|p(k)|^2$ .

Una descripción geométrica del proceso de actualización de pesos en la regla Widrow-Hoff delta o algoritmo LMS, se describe en la Figura 6.5

De acuerdo a la ecuación 6.20,  $W(k+1)$  equivale la suma de  $W(k)$  y  $\Delta W(k)$ , además  $\Delta W(k)$  es paralelo con el vector de entrada  $p(k)$ . De la ecuación 6.19, el cambio en el error es igual al producto negativo de  $p(k)$  y  $\Delta W(k)$ , como el algoritmo LMS selecciona a  $\Delta W(k)$  de tal forma que sea colineal con  $p(k)$ , el cambio en el error deseado se calcula con la menor magnitud  $\Delta W(k)$  de posible, empleando el principio de mínima perturbación.

Extendiendo el algoritmo a la actualización de las ganancias, se tiene

$$b(k+1) = b(k) + \alpha e(k). \quad (6.24)$$

El algoritmo Widrow-Hoff Delta corrige el error y si todos los patrones de entrada son de igual longitud, la actualización de pesos y ganancias tiende a minimizar el error cuadrático medio, ésta es la principal propiedad de este algoritmo.

En el algoritmo Widrow-Hoff Delta, los valores de los incrementos  $\Delta W(k)$  y  $\Delta b(k)$  se calculan con base en las derivadas parciales de la función del error cuadrático medio con respecto a pesos y ganancias respectivamente.

Para explicar el cálculo del error cuadrático medio se considerará una red Adaline y se empleará un algoritmo de pasos descendientes aproximado, como el que utilizaron Widrow y Hoff; con este algoritmo calculando el gradiente en cada iteración (gradiente instantáneo) y no el gradiente verdadero, la función para el error cuadrático medio es

$$e^2(k) = (t(k) - a(k))^2. \quad (6.25)$$

En la ecuación 6.25  $t(k)$  representa la salida esperada en la iteración  $k$  y  $a(k)$  representa la salida de la red; el error cuadrático esperado ha sido remplazado por el error cuadrático en la iteración  $k$ , por lo tanto en cada iteración se tiene un gradiente del error de la siguiente forma

$$[\nabla e^2(k)]_j = \frac{\partial e^2(k)}{\partial w_{i,j}} = 2e(k) \frac{\partial e(k)}{\partial w_{i,j}} \text{ para } j = 1, 2, \dots, R \quad (6.26)$$

y

$$[\nabla e^2(k)]_{R+1} = \frac{\partial e^2(k)}{\partial b} = 2e(k) \frac{\partial e(k)}{\partial b}. \quad (6.27)$$

Los primeros  $R$  elementos del error son derivadas parciales con respecto a los pesos de la red, mientras que los elementos restantes son derivadas parciales con respecto a las ganancias

Se evaluará primero la derivada parcial de  $e(k)$  con respecto a  $w_{i,j}$

$$\frac{\partial e(k)}{\partial w_{i,j}} = \frac{\partial [t(k) - (w^T * p(k) + b)]}{\partial w_{i,j}} = \frac{\partial \left[ t(k) - \left[ \sum_{i=1}^R w_{1,i} p_i(k) + b \right] \right]}{\partial w_{i,j}}. \quad (6.28)$$

Donde  $p_i(k)$  es el  $i$ -ésimo elemento del vector de entrada en la  $k$ -ésima iteración, esto puede simplificarse así

$$\frac{\partial e(k)}{\partial w_{i,j}} = -p_j(k). \quad (6.29)$$

De manera similar se obtiene el elemento final del gradiente, correspondiente a la derivada parcial del error con respecto a la ganancia

$$\frac{\partial e(k)}{\partial b} = -1. \quad (6.30)$$

En esta ecuación pueden verse las ventajas de la simplificación del error cuadrático medio al poder ser calculado por medio del error en la iteración  $k$ , y así para calcular el error se necesita solo multiplicar el error por el número de entradas.

La aproximación de  $\nabla e(k)$  encontrada en la ecuación 6.26 es remplazada en la ecuación 9.4 que define el proceso de actualización de pesos para el algoritmo Widrow-Hoff Delta; después de haber evaluado las derivadas parciales el proceso de actualización puede expresarse como sigue

$$w(k+1) = w(k) + 2\alpha e(k)p(k) \quad (6.31)$$

$$b(k+1) = b(k) + 2\alpha e(k). \quad (6.32)$$

Ahora  $t(k)$  y  $w(k)$  son términos independientes. Las ecuaciones 6.31 y 6.32 conforman la regla de actualización de parámetros empleada por una red Adaline, el coeficiente de aprendizaje  $\alpha$  se tomó constante durante el proceso de deducción del algoritmo.

En forma matricial el algoritmo de actualización para pesos y ganancias para la red Adaline, se expresa como

$$W(k+1) = W(k) + 2\alpha e(k)p(k) \quad (6.33)$$

$$b(k+1) = b(k) + 2\alpha e(k). \quad (6.34)$$

De los dos métodos de aprendizaje propuestos, con el sistema de aprendizaje Widrow-Hoff Delta se han conseguido unos resultados mejores, tanto en tiempo computacional como en

correlaciones. Los tiempos de procesamiento se han realizado con un ordenador de sobremesa intel core 2 duo a 2.4 GHz con 4 Gb de RAM. En la siguiente tablas 6.1 y 6.2 muestran dichos resultados, en los cuáles se puede apreciar que el Ruido de Artefactos y trabajando con Perturbación Simultánea, es el peor parado en cuanto a valor de correlación cruzada se refiere, no siendo así con el método de aprendizaje Widrow-Hoff Delta. Sin embargo, éste último método, en general da unos valores mayores de correlación cruzada, mejorando el anterior. En cuanto a tiempos de procesado, ambos métodos dan resultados parecidos. Con todo ello, y para la presentación de los resultados se ha elegido el método de aprendizaje Widrow-Hoff Delta como el más apropiado.

Tabla 6.1: Correlación cruzada de los diferentes ruidos para los dos sistemas propuestos

Correlación Cruzada	Perturbación Simultánea	Widrow-Hoff Delta
Ruido Muscular	0.984	0.987
Ruido Artefactos	0.982	0.985
Ruido Red	0.984	0.984
Ruido Línea Base	0.984	0.988

Tabla 6.2: Tiempo de procesaso para los diferentes ruidos de los dos sistemas propuestos

Tiempo (s)	Perturbación Simultánea	Widrow-Hoff Delta
Ruido Muscular	0.12	0.11
Ruido Artefactos	0.12	0.12
Ruido Red	0.15	0.15
Ruido Línea Base	0.4	0.4

### 6.3. Método para la reducción del complejo QRST

Las redes FBR son modelos de aproximación de funciones que se pueden entrenar con ejemplos para conseguir un correcto funcionamiento [220, 305]. De hecho, los modelos de función de base radial están estrechamente relacionados con los modelos de aproximación de funciones. Bajo ciertas condiciones en las funciones de base radial [306, 307], las redes neuronales FBR son capaces de aproximar arbitrariamente bien cualquier función [308]. El rendimiento de una FBR depende del número de centros, de las funciones de base radial y sus formas, y del método utilizado para el aprendizaje. Los centros de las FBR son a menudo determinados por el algoritmo de agrupamiento K-means [224, 266, 309].

En esta Tesis, se presenta un método de cancelación QRST utilizando una red neuronal basada en funciones de base radial (FBR). Esta red FBR se ha implementado como una estructura jerárquica en capas. Se inicia con un pequeño número de FBRs y luego se agregan nuevas FBRs si el error de aproximación es más grande que un umbral predeterminado y no hay FBR existentes que pueden representar de manera eficiente la correspondiente entrada. Por otra parte, algunas de las FBRs existente puede ser eliminadas si el error de aproximación es pequeño y están satisfechas otras condiciones [212, 310]. Se implementa la estrategia de adaptación de la matriz de pesos de la red FBR utilizando el método de Lyapunov. Nuestro enfoque de aproximación propuesto garantiza la acotación uniforme del error de aproximación final, que se demuestra con el segundo método de Lyapunov. Nuestro enfoque también es capaz

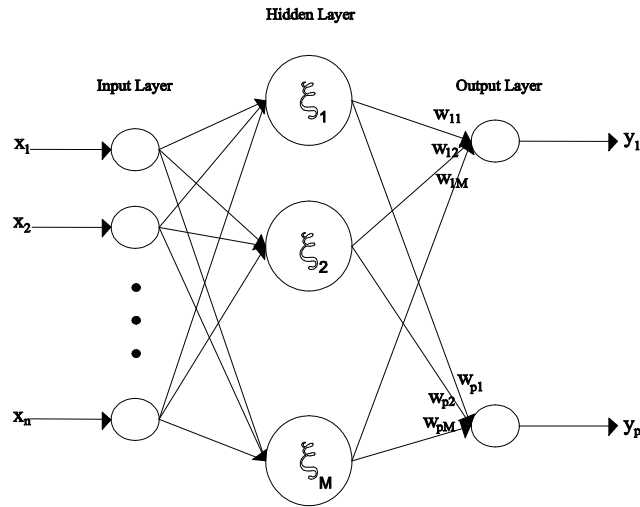


Figura 6.6: Arquitectura de la red neuronal propuesta

de lograr la estabilidad asintótica uniforme del error de aproximación si la red FBR puede capturar perfectamente la dinámica de las incertidumbres. Diferentes tipos de FBRs se han empleado para el objetivo marcado, la cancelación de los complejos QRS. Las implementaciones mediante gaussiana FBR (GFBR) y raised-coseno FBR (RCFBR) son discutidas y comparadas a lo largo de esta sección. Aunque la red GFBR posee la propiedad de aproximación universal, el entrenamiento de la red y la evaluación siguen consumiendo mucho tiempo. Por otro lado, RCFBR se propone debido a su soporte compacto [311]. La propiedad de soporte compacto permite el entrenamiento mucho más rápido de la red y la evaluación de salida, así como la complejidad de la red y la dimensión del espacio de entrada. [267]

La Figura 6.6 muestra la estructura de la red FBR propuesta, que consiste en una capa de entrada, una capa de salida, y una capa oculta. Para la entrada de datos  $x = [x_1 \dots x_n]^T$ , la respuesta general a la  $k^{th}$  salida de la neurona  $1 \leq k \leq p$  tiene la forma

$$\begin{aligned}
 y_k &= \sum_{j=1}^M w_{kj} \xi_j(x; c_{(j)}, \sigma_{(j)}) = \\
 &= \sum_{j=1}^M w_{kj} \prod_{i=1}^n \phi\left(\frac{|x_i - c_{i(j)}|}{\sigma_{i(j)}}\right),
 \end{aligned} \tag{6.35}$$

donde  $w_{kj}$  es el peso de la  $j^{th}$  neurona oculta a la  $k^{th}$  neurona de salida. A continuación, se explica cada una de las partes de la ecuación (6.35).  $\xi_j(x) = \xi_j(x; c_{(j)}, \sigma_{(j)})$ , se refiere a la FBR ubicado en la  $j^{th}$  neurona oculta. El vector  $c_{(j)} = [c_{1(j)} \dots c_{n(j)}]$  es el centro de  $\xi_j(x)$ , y el parámetro  $\sigma_{i(j)}$ ,  $i = 1, \dots, n$  es el radio o la anchura de  $\xi_j(x)$  en la  $i^{th}$  coordenada. Por último,  $\phi : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+$  es la función de activación, que caracteriza la forma de la FBR, donde  $\mathbb{R}^+$  es el conjunto de números reales no negativos. Por lo general, la función de activación está construida de modo que sea radialmente simétrica. El mayor valor de  $\phi$  se obtiene cuando  $x_i = c_{i(j)}$ , mientras que el valor de  $\phi$  se desvanece o se vuelve muy pequeño cuando  $|x_i - c_{i(j)}|$  se hace grande.  $w_k = [w_{k1} \dots w_{kM}]^T$  es el vector de pesos para  $k^{th}$  neurona de salida y  $\xi(x) = [\xi_1(x) \dots \xi_M(x)]^T$ . Finalmente, la expresión de la respuesta de la  $k^{th}$  neurona de salida quedaría

como  $y_k = w_k^T \xi(x)$ , y el vector de salida de la red FBR se puede representar como  $y = W\xi(x)$ , donde  $y = [y_1 \dots y_p]^T$  y  $W^T = [w_1 \dots w_p]$ . El sistema propuesto ha utilizado las funciones de activación gaussiana y coseno mostradas en la ecuación (6.36 y 6.37) respectivamente [312], con ellas se han obtenido los mejores resultados en comparación con las diferentes funciones de base radial (exponencial, cuadrática, etc.) [306,307,313].

En cuanto a las dos diferentes implementaciones mencionadas de FBRs, el GFBR se caracteriza por la función de activación siguiente

$$\xi_G(x) = \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (6.36)$$

mientras que el RCFBR es un soporte compacto FBR, en una dimensión (1-D) RCFBR se define como

$$\xi_{RC}(x) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi(x-c)}{\sigma}\right)\right), \quad \text{if } |x-c| \leq \sigma \\ 0, \quad \text{if } |x-c| > \sigma \end{array} \right\} \quad (6.37)$$

El soporte de esta función es el conjunto compacto  $[(c-\sigma)(c+\sigma)]$ , que tiene una longitud de dos veces su radio de  $\sigma$ . En el espacio n-dimensional, la RCFBR centrado en el punto  $c = [c_1, \dots, c_n]$  con el radio  $\sigma = [\sigma_1, \dots, \sigma_n]$  se ha representado también como el producto de 1-D RCFBRs.

Se considera el  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$  el mapeo implementado por el sistema propuesto

$$\hat{y}_i = f\left(w_{i,o} + \sum_{j=1}^c w_{i,j} g_j\left(\|x - v_j\|^2\right)\right) \quad 1 < i < p, \quad (6.38)$$

donde  $f(\cdot)$  es una función no decreciente, continua y diferenciable. Nuestro modelo en la ecuación. (6.38) describe una red neuronal de funciones de base radial con entradas de  $\mathbb{R}^n$ ,  $c$  funciones de base radial, y  $p$  unidades de salida si  $g_j(x^2) = \phi_j(x)$ , y  $\phi_j(x)$  son funciones de base radial. En tal caso, la respuesta de la red neuronal de funciones de base radial con entradas de vectores  $x_k$  es:

$$\hat{y}_{i,k} = f\left(\sum_{j=1}^c w_{i,j} h_{j,k}\right) \quad 1 < i < p, \quad (6.39)$$

donde  $h_{0,k} = 1, \forall k$ , y  $h_{j,k}$  representa la respuesta de la función de base radial ubicada en  $j^{th}$  prototipo  $v_j$  para el vector de entrada  $x_k$ , es decir,  $h_{j,k} = g_j\left(\|x - v_j\|^2\right), 1 < j < c$ .

### Entrenamiento de la red

La propuesta de red neuronal FBR ha sido entrenada para el mapa  $x_k \in \mathbb{R}$  en  $y_k = [y_{1,k}, y_{2,k} \dots y_{p,k}]^T \in \mathbb{R}$ , donde los pares de vectores  $(x_k, y_k), 1 \leq k \leq M$  forman el conjunto de entrenamiento. Si  $x_k \in \mathbb{R}$  es la entrada a una red neuronal de funciones de base radial, su respuesta es  $\hat{y}_k = [\hat{y}_{1,k}, \hat{y}_{2,k} \dots \hat{y}_{p,k}]^T$ , donde  $\hat{y}_{i,k}$  es la respuesta real de la salida de la unidad  $i$ -ésima  $x_k$  a dado por  $\hat{y}_{i,k} = f(w_i^T h_k)$ , donde  $h_k = [h_{0,k}, h_{1,k} \dots h_{c,k}]^T$   $h_{0,k} = 1, 1 \leq k \leq M$ ,  $h_{j,k} = g_j(\|x_k - v_j\|^2), 1 \leq j \leq c$ , con  $g_j(x) = (g_{j,0}(x))^{1/(1-m)}$  donde  $g_{j,0}$  es el generador de funciones lineales y  $w_i = [w_{i,0}, w_{i,1} \dots w_{i,c}]^T$  el vector de pesos [313].

El entrenamiento de una red neuronal FBR por gradiente descendente requiere que las regiones activas de la FBRs disponibles cubran completamente el espacio de entrada. La

definición de la región activa indica, que la probabilidad de una cobertura completa del espacio de entrada de las regiones activas de las funciones de base radial, mejora considerablemente a medida que los valores de  $\{a_j\}$  aumentan. Se espera que la actualización de  $\{a_j\}$  durante el proceso de aprendizaje permita la implementación de una asignación de entrada - salida deseada por FBR con un número relativamente pequeño de FBRs. Esto se debe al hecho de que la reducción del número de FBRs puede ser compensado durante el aprendizaje mediante el aumento de los valores de  $\{a_j\}$ , que se espera amplíen las correspondientes regiones activas de la FBRs. Reduciendo el número de FBRs se espera que mejore la capacidad de generalización de la correspondiente red neuronal FBR. Existen dos tipos de algoritmos de entrenamiento que han sido elegidos, se muestran a continuación.

### Algoritmos de aprendizaje por lotes

La propuesta de la red neuronal FBR ha sido entrenada por el algoritmo de aprendizaje por lotes [313], que se ha desarrollado mediante el uso de gradiente descendente para minimizar el error ( $E$ )

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^p (y_{i,k} - \hat{y}_{i,k})^2. \quad (6.40)$$

La red propuesta ha sido entrenada por un algoritmo de gradiente descendente en una secuencia de ciclos de adaptación [314], donde un ciclo de adaptación consiste en la actualización de todos los parámetros ajustables de la red. Un ciclo de adaptación se inicia mediante el incremento de cada vector de pesos  $w_i$ ,  $1 \leq i \leq p$ , por la cantidad  $\Delta w_i = -\alpha \nabla_{w_i} E$  como [315,316]

$$w_i + \Delta w_i = w_i + \alpha \sum_{k=1}^M \varepsilon_{i,k}^0 h_k, \quad (6.41)$$

donde  $\alpha$  es la tasa de aprendizaje y  $\varepsilon_{i,k}^0$  es el error de salida, dado por

$$\varepsilon_{i,k}^0 = f'(\bar{y}_{i,k})(y_{i,k} - \hat{y}_{i,k}). \quad (6.42)$$

Después de la actualización de estos vectores de peso, cada prototipo  $v_j$ ,  $1 \leq j \leq c$ , se incrementa en una cantidad  $\Delta v_j = -\alpha \nabla_{v_j} E$  [313] como

$$v_j + \Delta v_j = v_j + \alpha \sum_{k=1}^M \varepsilon_{j,k}^h (x_k - v_j), \quad (6.43)$$

donde  $\alpha$  es la tasa de aprendizaje y  $\varepsilon_{j,k}^h$  es el error de la unidad oculta, definida de la siguiente manera

$$\varepsilon_{j,k}^h = \frac{2}{m-1} (h_{j,k})^m g'_{j,0} \left( \|x_k - v_j\|^2 \right) \sum_{i=1}^p \varepsilon_{i,k}^0 w_{i,j}. \quad (6.44)$$

Si  $g_{j,0} = 1 + \delta_j x$ , entonces  $g'_{j,0} \left( \|x_k - v_j\|^2 \right) = \delta_j$ . El error de la unidad oculta que corresponde a las redes neuronales FBR se ha obtenido a partir de (6.44) para  $m = 3$  y  $\delta_j = 1/a_j^2$  como

$$\varepsilon_{j,k}^h = \left( \frac{h_{j,k}^3}{a_j^2} \right) \sum_{i=1}^p \varepsilon_{i,k}^0 w_{i,j}. \quad (6.45)$$

El entrenamiento de red neuronal propuesta también incluye las actualizaciones de la distancia de referencia  $a_j$ ,  $1 \leq j \leq c$ , que se ha incrementado en una cantidad  $\Delta a_j = -\eta \partial E / \partial a_j$  como

$$a_j + \Delta a_j = a_j + \left( \frac{\eta}{a_j} \right) \sum_{k=1}^M h_{j,k} (1 - h_{j,k}^2) \varepsilon_{j,k}^h, \quad (6.46)$$

donde  $\eta$  es la tasa de aprendizaje y  $\varepsilon_{j,k}^h$  se define en (6.45).

### Algoritmos de aprendizaje secuencial

La red neuronal FBR propuesta ha sido también entrenada "on-line" mediante algoritmos de aprendizaje secuencial, que se ha desarrollado mediante el uso de gradiente descendente para minimizar el error  $E$ .

$$E_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p (y_{i,k} - \hat{y}_{i,k})^2, \quad (6.47)$$

para  $k = 1, 2, \dots, M$ . Después de un ejemplo  $(x_k, y_k)$ ,  $1 \leq k \leq M$ , se presenta a la red neuronal FBR, la nueva estimación  $w_{i,k}$  de cada vector de pesos  $w_i$ ,  $1 \leq i \leq p$ , se obtiene mediante el incremento de su estimación actual  $w_{i,k-1}$  por una cantidad  $\Delta w_{i,k} = -\alpha \nabla_{w_i} E_k$  como

$$w_{i,k} = w_{i,k-1} + \Delta w_{i,k} = w_{i,k-1} + \alpha \varepsilon_{i,k}^0 w_{i,j}, \quad (6.48)$$

donde  $\alpha$  es la tasa de aprendizaje y  $\varepsilon_{i,k}^0$  es el error de unidad de salida definido en (6.42). Después de la actualización de todos los vectores de peso  $w_i$ ,  $1 \leq i \leq p$ , la nueva estimación  $v_{j,k}$  de cada prototipo  $v_j$ ,  $1 \leq j \leq c$ , se ha obtenido mediante el incremento de su estimación actual  $v_{j,k-1}$  por la cantidad  $\Delta v_{j,k} = -\alpha \nabla_{v_j} E_k$  de la siguiente manera

$$v_{j,k} = v_{j,k-1} + \Delta v_{j,k} = v_{j,k-1} + \alpha \varepsilon_{j,k}^h (x_k - v_{j,k-1}), \quad (6.49)$$

donde  $\alpha$  es la tasa de aprendizaje y  $\varepsilon_{j,k}^h$  es el error de la unidad oculta se define en (6.45). El error de la unidad oculta de las redes neuronales FBR se da en (6.45). Finalmente, la nueva estimación  $a_{j,k}$  de cada distancia de referencia  $a_j$ ,  $1 \leq j \leq c$ , se ha obtenido mediante el incremento de su actual estimación  $a_{j,k-1}$  por la cantidad  $\Delta a_{j,k} = -\eta \partial E_k / \partial a_j$  como

$$a_{j,k} = a_{j,k-1} + \Delta a_{j,k} \quad (6.50)$$

$$a_{j,k} = a_{j,k-1} + \left( \frac{\eta}{a_{j,k-1}} \right) h_{j,k} (1 - h_{j,k}^2) \varepsilon_{j,k}^h. \quad (6.51)$$

Un ciclo de adaptación se ha completado después de la presentación secuencial de la red neuronal FBR de todos los ejemplos incluidos en el conjunto de entrenamiento.

## 6.4. Método para reducción de latidos ectópicos

El rendimiento de una red neuronal de función de base radial depende de la cantidad y los centros de las funciones de base radial, sus formas, y el método utilizado para el aprendizaje de la asignación entrada - salida [306, 307]. Una de las características de estas funciones es que cualquier función puede ser aproximada por una combinación lineal de funciones de base radial (es decir,  $f(x) \approx \sum w_j \xi_j(x)$ ). Entonces, es posible hacer una combinación lineal de este tipo de datos que se aproximan a la función que generó los datos. Para lograr este enfoque, en esta Tesis se ha utilizado una regresión en varias funciones de base radial [317, 318].

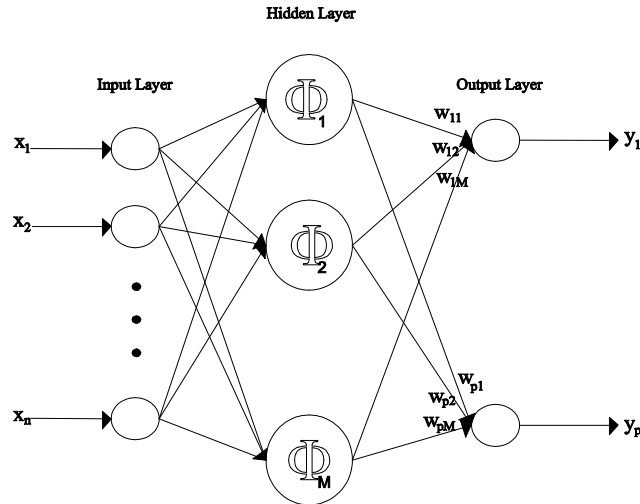


Figura 6.7: Arquitectura de una red neuronal de base radial

En el escenario de clasificación de una red neuronal se realiza una asignación de un espacio de entrada continua  $X (= \mathbb{R}^d)$  en un conjunto finito de clases  $Y = \{p_1, \dots, p_t\}$ . En la fase de entrenamiento de los parámetros de la red se determina a partir de un conjunto finito de entrenamiento:  $S = \{(x^\mu, p^\mu) \mid \mu = 1, \dots, N\}$ , cada vector de características  $x^\mu \in \mathbb{R}^d$  se etiqueta con su pertenencia a una clase  $p^\mu \in Y$ . En la fase de recuerdo además las observaciones sin etiqueta  $x \in \mathbb{R}^d$  se presentan a la red que estima que su pertenencia a la clase  $p$ .

En este algoritmo se parte de funciones de base radial de Gauss [305] del tipo

$$\phi_j(x) = \exp\left(-\frac{\|x - c_j\|^2}{2\sigma_j^2}\right), \quad (6.52)$$

donde  $x$  es el  $d$ -dimensional vector de entrada con elementos  $x_i \in \mathbb{R}$ , y  $c_j \in \mathbb{R}^d$  es el vector de centros de la función de base  $\phi_j$  y tiene elementos  $c_{ji} \in \mathbb{R}$ ,  $\|\cdot\|$  denota la norma euclidiana. La asignación de funciones de base radial de redes neuronales con  $M$  funciones base es entonces

$$y_k(x) = \sum_{j=1}^M w_{kj} \phi_j(x) + w_{k0}, \quad (6.53)$$

donde  $w_{k0}$  denota las bias, que pueden ser absorbidos por la suma mediante la inclusión de una función base extra  $\phi_0$  cuya activación es igual a 1. Esta asignación se puede representar como el diagrama de red de la Figura 6.7 con las funciones de base radial en la capa oculta



y el sumatorio lineal en la capa de salida. En nuestro escenario de clasificación el número de unidades de salida se corresponde con el número de clases (1 de codificación). La categorización se realiza mediante la asignación del vector de entrada  $x$  de la clase de la unidad de salida con la máxima activación.

La clasificación de datos se lleva a cabo con las redes FBR construidos con el algoritmo de aprendizaje propuesto. Se asume que los objetos de interés se distribuyen en un espacio vectorial  $m$ -dimensional y  $f_t$  denota la función de densidad de probabilidad que corresponde a la distribución de la clase- $t$  objetos en el espacio vectorial  $m$ -dimensional. El algoritmo de aprendizaje propuesto construye una subred FBR para la aproximación de la función densidad de probabilidad de una clase de objetos en el conjunto de datos de entrenamiento [319]. La forma general de la función de la red FBR basada en aproximadores es la siguiente

$$\hat{f}_t(x) = \sum_{c_j \in S_\mu} w_j \exp\left(-\frac{\|x - c_j\|^2}{2\sigma_j^2}\right). \quad (6.54)$$

Con FBR basadas en funciones de aproximación, un nuevo objeto con clase desconocida  $x$  se prevé que pertenecen a la clase que le da el valor máximo de las funciones de verosimilitud, que se definen como

$$L_j(x) = \frac{|S_\mu|}{|S|} \hat{f}_t(x), \quad (6.55)$$

donde  $S_\mu$  es el conjunto de muestras de entrenamiento de la clase y  $S$  es el conjunto de muestras de entrenamiento de todas las clases.

La cuestión esencial del algoritmo de aprendizaje es la construcción de la red FBR basado en funciones de aproximación. Se va a abordar la manera de estimar el valor de la función densidad de probabilidad en una muestra de entrenamiento. Se supone que la densidad de muestreo es suficientemente alta [319]. Luego, por la ley de grandes números en las estadísticas, se puede estimar el valor de la función de densidad de probabilidad  $f_t(\cdot)$  en una clase de prueba- $t$   $c_j$  de la siguiente manera

$$f_t(c_j) \approx \frac{(k_1 + 1)}{|S_\mu|} \left[ \frac{R(c_j)^m \pi^{\frac{m}{2}}}{\Gamma\left(\frac{m}{2} + 1\right)} \right]^{-1}, \quad (6.56)$$

donde  $R(c_j)$  es la distancia máxima entre su más cercano y las muestras de entrenamiento de la misma clase,  $\frac{R(c_j)^m \pi^{\frac{m}{2}}}{\Gamma\left(\frac{m}{2} + 1\right)}$  es el volumen de una hiperesfera de radio  $R(c_j)$  en un espacio vectorial  $m$ -dimensional;  $\Gamma(\cdot)$  es la función Gamma y  $k_1$  es un parámetro a ser asignado a través de la validación cruzada o por el usuario.

Para la clasificación de los latidos ectópicos se aplicó la colección de descriptores morfológicos QRS utilizados por Christov [320]. Se probó el rendimiento de los métodos de clasificación mediante la definición de dos clases, que cuentan con todos los comportamientos del QRS (clase 1: latidos normales (LN), contracciones ventriculares prematuras (CVP), bloqueos de rama izquierda (BRI), bloqueos de rama derecha (BRD), latidos estimulados (LES) y clase 2: latidos ectópicos (LE)), así como en la dependencia de los contenidos y el tamaño del conjunto de aprendizaje.

## 6.5. Rendimiento de los algoritmos

El rendimiento de los algoritmos presentados se realiza en base al cálculo de una serie de índices. Puesto que se cuenta con señales artificiales, con ruido conocido, y señales reales, sin ningún conocimiento de las mismas, es necesario considerar un tratamiento distinto para cada caso. A continuación se definen los índices utilizados como medidores del rendimiento de cada algoritmo.

- **Correlación cruzada (CC).** Cuantifica el grado de semejanza entre la señal de salida  $\hat{x}[n]$  y la señal original  $x[n]$  según la siguiente expresión. Estas medidas de semejanza serán aplicadas tanto en el dominio temporal como en el dominio espectral.

$$R_{xy}(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y[k-n] \text{ para } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6.57)$$

- **Error Cuadrático Medio (RMS).** El error cuadrático medio nos da la medida de las diferencias en promedio entre los valores esperados y los valores reales. Donde  $x[n]$  representa la señal real o sintética, antes de sumarle el ruido, y  $\hat{x}[n]$  es la salida del filtro para cada caso.

$$RMS = E\{\hat{x}[n] - x[n]\}^2 \quad (6.58)$$

- **Relación señal interferencia (SIR).** Relaciona la señal original con la señal después del filtrado. Este caso solo se utilizará con señales sintéticas, ya que se dispone de la señal sin ningún tipo de ruido. Donde  $x_{in}$  representa la entrada al sistema,  $x_{out}$  la salida y  $x$  la señal original sin ruido.

$$SIR = 20 \log \left( \sqrt{\frac{E\{|x_{in} - x|^2\}}{E\{|x_{out} - x|^2\}}} \right) \quad (6.59)$$

En el caso de señales artificiales los tres índices propuestos, podrán ser utilizados, mientras que en el caso de señales reales únicamente la AC y RMS servirán como medidores del rendimiento. La falta de referencias conocidas en este último caso plantea la necesidad de definir la medida de la calidad en la extracción mediante parámetros alternativos.

Para las señales reales de ECG la AA es desconocida. El rendimiento de los algoritmos se evaluó mediante la división del electrocardiograma en los segmentos auriculares y ventriculares. Un segmento del ventrículo izquierdo se define como un intervalo de tiempo de 150 ms con el pico R (despolarización ventricular) en su centro. Este intervalo fue lo suficientemente amplio como para incluir a todas las morfologías del QRS. Por otro lado, los segmentos auricular se compone de las partes restantes entre los segmentos del ventrículo del electrocardiograma [321].

- **Despolarización ventricular (VDR).** Dentro de los segmentos ventriculares, el rendimiento se evaluó mediante la estimación de este parámetro, es decir, la reducción de latido a latido de la amplitud del pico R que el algoritmo bajo evaluación es capaz de lograr. Por lo tanto, la VDR fue un vector de valores definidos como

$$VDR(dB) = 10 \log (R_{ECG}/R_{VR}), \quad (6.60)$$

donde  $R_{ECG}$  es la amplitud del pico R en la señal original del ECG y  $R_{VR}$  es la amplitud residual del pico R del ECG después de la reducción de la actividad ventricular. Altos valores positivos de  $VDR$  indicará un buen funcionamiento del algoritmo. Valores cercanos a cero se asocia con el bajo rendimiento y los valores negativos indican reducción de errores, porque el pico es más grande que antes.

- **Similitud ( $S$ ).** En cuanto a los segmentos auriculares, el rendimiento se evaluó midiendo el grado de similitud ( $S$ ) de la forma de onda. Este índice fue evaluado por la estimación de la CC, para cada segmento auricular, entre el original ECG y el ventrículo resultante reducido. A partir de entonces, la similitud fue un vector de valores definidos como

$$S = C_{ECG,VR} / \sigma_{ECG} \sigma_{VR}, \quad (6.61)$$

donde  $C_{ECG,VR}$  es la covarianza de los dos segmentos auricular bajo evaluación (original y ventrículo reducido), y  $\sigma_{ECG}$  y  $\sigma_{VR}$  son sus desviaciones estándar, respectivamente. La similitud se proporciona información sobre cómo los algoritmos de reducción ventricular preservar la forma de onda auricular en los intervalos en que AA debe permanecer sin cambios. Tanto para los segmentos del ventrículo y la aurícula, los índices de rendimiento se calcula sobre una base latido a latido, proporcionando información detallada de las metodologías de evaluación [321].

- **Reducción del latido ectópico (RLE).** El rendimiento de los métodos estudiados se probó mediante los datos clínicos de Physionet. Éste se evaluó a través de la estimación de la reducción del latido ectópico (RLE), es decir, la reducción latido a latido de la amplitud del pico ectópico que el método bajo evaluación es capaz de lograr. Por lo tanto, el RLE fue un vector de valores definidos de la siguiente manera

$$RLE(dB) = 10 \log (R_{ECG} / R_{EL}), \quad (6.62)$$

donde  $R_{ECG}$  es la amplitud del R-pico de la señal original del ECG, y  $R_{EL}$  es la amplitud de pico del latido ectópico residual.

- La fiabilidad del método para el reconocimiento de latidos ectópicos fue estimada por dos índices estadísticos: sensibilidad ( $Se$ ) y especificidad ( $Sp$ )

$$Se = \frac{TP}{TP + FN}, \quad Sp = \frac{TN}{TN + FP}, \quad (6.63)$$

donde TP es el número de las clasificaciones de verdaderos positivos (por latidos ectópicos clasificados en el grupo 2 'LVEs'); TN es el número de las clasificaciones de verdaderos negativos (para los latidos LN, CVP, BRI, BRD y LES clasificados en el grupo 1 'LVNs'); FP es el número de las clasificaciones de falsos positivos para los tiempos LN, CVP, BRI, BRD y LES clasificados en el grupo 2 'LVEs'); FN es el número de las clasificaciones de falsos negativos (por latidos ectópicos clasificados en el grupo 1 'LVNs').

Finalizada la descripción de la metodología aplicada, así como la definición de los parámetros que definirán el rendimiento de los algoritmos, se está en disposición de presentar, en el siguiente capítulo, los resultados obtenidos de la aplicación de las técnicas presentadas sobre los registros electrocardiográficos que conforman la base de datos.

## 6.6. Análisis de rendimiento de los algoritmos

En esta sección se presentan las distintas redes neuronales seleccionadas, con el conjunto de datos comentados en la sección de materiales. Estos resultados son un resumen de las diferentes topologías y características de los sistemas implantados y ponen de manifiesto la posibilidad de mejorar los sistemas tradicionales de filtrado y reducción de complejos QRS. En una primera parte se describen los resultados obtenidos para la reducción de interferencias en señales de ECG. Seguidamente se muestran los resultados alcanzados para la reducción del complejo QRST y del latido ectópico.

### 6.6.1. Red Neuronal para la reducción de ruido presente en ECG

La tabla 6.3 muestra un resumen de las estructuras implementadas. En ellas el número de neuronas en cada capa fueron modificadas. La estructura 2 arrojó un valor de error menor. Por esta razón, esta estructura fue elegida para la reducción de los diferentes ruidos. Las estructuras 3 y 4 producían un mayor error debido al sobreentrenamiento de la red, que aprende demasiados patrones de ruido y por lo tanto aumenta el error. Finalmente, la estructura 1 es incapaz de llegar a un valor óptimo [287]. Independientemente de la estructura utilizada ANN, su entrenamiento se hizo en una sola operación que comprende la primera parte de la base de datos de la señal (50% de las grabaciones), incluyendo todos los tipos de ruido que pueden estar presentes en el ECG

La mejor estructura de las cuatro propuestas fue utilizada para la reducción de ruido de la señal del ECG. La función sigmoidea fue elegido como función de activación con el fin de continuar con el entrenamiento de la red, ya que esta función proporciona una mejor adaptación, tal y como se puede ver en la tabla 6.4.

El número óptimo de nodos ocultos y ritmo de aprendizaje se determinaron experimentalmente para cada estructura de RNA. Después, las estructuras propuestas fueron entrenadas por el conjunto de entrenamiento, se pusieron a prueba en primer lugar con señales reales de ECG. Para el criterio de parada de todas las redes, el número máximo de iteraciones que se estableció fue 10,000 y el valor de error deseado (MSE) de 0,001. La tabla 6.4 muestra un resumen del rendimiento del entrenamiento y el test de cada uno de las RNA con las estructuras propuestas para el número óptimo de nodos ocultos y ritmo de aprendizaje. Como se muestra en la tabla, el proceso de entrenamiento para la función sigmoidea se completó en un menor número de iteraciones (8800 iteraciones) para el modelo de RNA3. Además, el resultado del proceso de test con la base de datos de ECG, para RNA3 con la función de activación sigmoidea se obtuvo el valor más bajo de error (0,024%). Como consecuencia de ello, el mejor rendimiento del entrenamiento se obtuvo con RNA3.

Por otra parte algunas técnicas han permitido aproximarse a la solución de muchos problemas de control debido su capacidad de generalización. Generalización es el nombre que recibe una característica de las redes neuronales artificiales. Es decir, si una red neuronal se entrena con un número suficiente de patrones, y luego frente a un patrón que no pertenece a al grupo con el que se la entrenó (una situación nueva), da una salida correcta (que resuelve la situación), entonces se dice que la red generaliza bien. En aplicaciones donde el objetivo es crear un sistema capaz de generalizar adecuadamente el funcionamiento, es necesario tener en cuenta el problema del sobre-entrenamiento. Este surge en sistemas complejos cuando la capacidad de la red supera ampliamente los parámetros libres necesarios. Con el fin de evitar este problema, se utilizó una técnica de validación cruzada capaz de verificar la presencia de un exceso de entrenamiento y seleccionar los parámetros óptimos para minimizar el error de generalización [322]. En este sentido, en la Figura 6.8 se muestra el estudio de correlación

Tabla 6.3: Resumen del error de entrenamiento y el error de test calculados para diferentes estructuras de redes neuronales

Estructuras RNA	Arquitectura Óptima	Error Entrenamiento (%)	Error Test (%)	Iteración Máxima
Estructura1	20:30:20	0.340	0.456	10000
Estructura2	30:30:30	0.123	0.150	10000
Estructura3	50:50:50	0.234	0.287	10000
Estructura4	100:100:100	0.404	0.534	10000

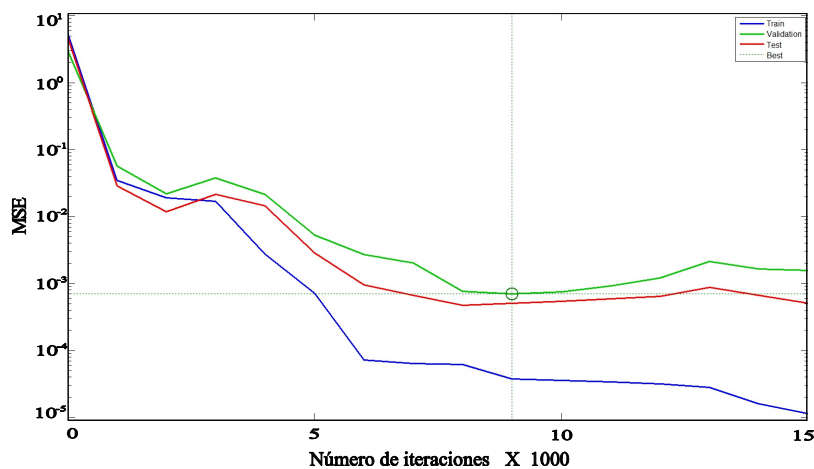


Figura 6.8: Correlación Cruzada obtenida para RNA3. La primera línea muestra la evolución del MSE para la fase de entrenamiento, en esta fase, se han utilizado las señales del grupo 1. La segunda línea muestra la evolución del MSE para la fase de validación, en esta fase, se han usado las señales del grupo 2. La última línea muestra la evolución del MSE para la fase de test, en esta fase, se han empleado las señales del grupo 3. — Representa el punto óptimo.

cruzada de ANN3, que ha sido seleccionada por su mejor adaptación al problema. En esta Figura se obtiene un punto óptimo de entrenamiento. Como se dijo antes, el entrenamiento de la red se realizó con el 40% de las señales de base de datos elegidas al azar. A continuación, el segundo grupo (30%) ayudó a validar el funcionamiento neuronal correcto. Y, por último, el tercer grupo (30%) se utilizó para comparar la ANN con otros métodos.

Tabla 6.4: Análisis de rendimiento de las estructuras RNA1, RNA2, RNA3 y RNA4 con función de activación lineal, función de activación sinusoidal, y la función de activación sigmoidea. Esta tabla muestra los valores de error de entrenamiento y error de test

Función de activación Lineal					
Estructura	Arquitectura	Ritmo	Error	Error	Iteración
RNA	Óptima	Aprendizaje	Entrenamiento (%)	Test (%)	Máxima
RNA1	30:30:30	0,5	0.072	0.086	9750
RNA2	30:35:30	0.4	0.051	0.062	9300
RNA3	30:45:30	0,3	0.032	0.034	8800
RNA4	30:55:30	0,45	0.046	0.058	9500
Función de activación Sinusoidal					
Estructura	Arquitectura	Ritmo	Error	Error	Iteración
RNA	Óptima	Aprendizaje	Entrenamiento (%)	Test (%)	Máxima
RNA1	30:30:30	0,5	0.072	0.086	9750
RNA2	30:35:30	0.4	0.051	0.062	9300
RNA3	30:45:30	0,3	0.032	0.034	8800
RNA4	30:55:30	0,45	0.046	0.058	9500
Función de activación Sigmoidea					
Estructura	Arquitectura	Ritmo	Error	Error	Iteración
RNA	Óptima	Aprendizaje	Entrenamiento (%)	Test (%)	Máxima
RNA1	30:30:30	0,5	0.040	0.049	9860
RNA2	30:35:30	0.45	0.037	0.047	9100
RNA3	30:45:30	0,35	0.021	0.024	8600
RNA4	30:55:30	0,45	0.029	0.032	9250

### 6.6.2. Red Neuronal para la reducción del complejo QRST

El rendimiento de la RCFBR fue evaluado y comparado con la red neuronal Feedforward (FFNN) con unidades ocultas sigmoideas y las redes neuronales FBR con función Gaussiana. Las redes neuronales convencionales de función de base radial fueron entrenadas por un esquema de aprendizaje híbrido similar a la propuesta por parte de Moody y Darken [209]. Los centros de las FBR se determinaron de acuerdo con un procedimiento de supervisión basándose en el algoritmo de  $k$ -medias. Los anchos de las GFBR se calcularon de acuerdo con el prototipo heurística más cercano [224]. Los centros de las FBR fueron corregidos durante el proceso de aprendizaje supervisado. Las FBR fueron entrenadas por un procedimiento totalmente supervisado basado en gradiente descendente [315,316]. Este procedimiento implicó la actualización de los pesos y los centros  $\{v_j\}$  de las funciones de base radial. La tasa de aprendizaje  $\eta$  utilizada para actualizar las distancias de referencia  $\{a_j\}$  era en un orden de magnitud menor que la tasa de aprendizaje usada para actualizar los pesos de salida y los prototipos.

Tabla 6.5: Análisis de los diferentes parámetros utilizados para el entrenamiento de la red. Donde  $N$  representa el número medio de ciclos de adaptación necesarios para el entrenamiento de FBR con  $c$  diferentes funciones de base radial y FFNNs con  $n$  unidades ocultas para la cancelación de QRST, y el porcentaje de error que se produce en promedio en el conjunto de entrenamiento ( $E_{tr}$ ) y el conjunto de pruebas ( $E_{ts}$ ). El número entre paréntesis representan la desviación estándar

Feedforward RNAs				
$n_h$	20	25	30	35
$N$	204,5	217,9	221,6	224,8
$E_{tr}(\sigma_{tr})$	12,34(1.28)	11,02(1.17)	10,24(1.35)	10,02(1.09)
$E_{ts}(\sigma_{ts})$	13,23(1.32)	12,34(1.23)	11,56(1.26)	11,17(1.12)
Gaussiana FBR				
$c$	8	10	12	14
$N$	357,7	368,9	371,6	384,8
$E_{tr}(\sigma_{tr})$	11,02(1.16)	10,67(1.21)	10,23(1.07)	9,65(1.02)
$E_{ts}(\sigma_{ts})$	11,54(1.19)	11,02(1.24)	11,67(1.11)	10,12(1.09)
Coseno FBR				
$c$	8	10	12	14
$N$	204,5	217,9	221,6	224,8
$E_{tr}(\sigma_{tr})$	2,89(0.72)	2,12(0.56)	2,03(0.51)	1,87(0.47)
$E_{ts}(\sigma_{ts})$	2,97(0.81)	2,23(0.58)	2,10(0.52)	1,96(0.50)

Los resultados de estos experimentos se resumen en la tabla 6.5, que muestra el número de ciclos de adaptación necesarias para el entrenamiento de la red neuronal, y el porcentaje de errores que se producen en promedio por las redes neuronales implementadas en los conjuntos de entrenamiento y pruebas, como se mencionó anteriormente. De acuerdo a la tabla 6.5, las redes RCFBR produjeron el menor porcentaje de errores en ambos conjuntos de entrenamiento y pruebas entre todos los modelos FBR probado en los experimentos. Las diferencias de rendimiento entre los modelos de FBR se hicieron más importantes cuando disminuía el número de FBR.

Tal como se ha comentado en el caso anterior en necesario comprobar si la red alcanza un

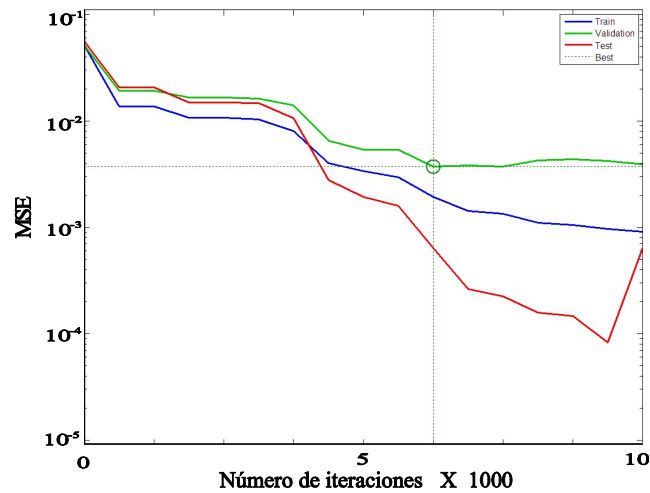


Figura 6.9: Correlación Cruzada obtenida para la red propuesta. La primera línea muestra la evolución del MSE para la fase de entrenamiento, en esta fase, se han utilizado las señales del grupo 1. La segunda línea muestra la evolución del MSE para la fase de validación, en esta fase, se han usado las señales del grupo 2. La última línea muestra la evolución del MSE para la fase de test, en esta fase, se han empleado las señales del grupo 3. — Representa el punto óptimo.

punto óptimo de entrenamiento. Para ello se realizó el estudio de la correlación cruzada. La Figura 6.9 muestra el resumen de dicho estudio, donde se observa que la red consigue alcanzar dicho punto y por lo tanto puede decirse que generaliza su funcionamiento [305,322].

### 6.6.3. Red Neuronal para la disminución del latido ectópico

La red para la clasificación de los latidos ectópicos ventriculares fue entrenada y evaluada con registros ECG independientes para asegurar una mayor imparcialidad y precisión en los resultados obtenidos.

La tabla 6.6 lista los resultados de entrenamiento y validación para el método propuesto con diferente número de neuronas y la Figura 6.10 muestra la superficie de decisión final. FBR ofrece el mejor rendimiento de clasificación con 25 neuronas. La tabla 6.7 contiene los índices estadísticos calculados para el entrenamiento de la base de datos, incluyendo los valores de especificidad  $Sp$  para las respectivas anotaciones en el Grupo 1 'LVNs' y los valores de sensibilidad ( $Se$ ) de los latidos que pertenecen al Grupo 2' LVEs'. En la tabla anterior, se han comparado los métodos de clasificación basado en: la estimación de la morfología y las características del intervalo RR con clasificador de discriminantes lineales [323], la estimación de las características de la morfología basadas en redes neuronales clasificadoras [320] y la estimación de las características de la morfología con redes de clasificación con  $Kth$  vecino más cercano [323,324].



Tabla 6.6: Comparación de los valores de sensibilidad ( $Se$ ) para diferentes estructuras FBR

Número de neuronas	Entrenamiento - $Se$ (%)	Test - $Se$ (%)
15	88.23	87.23
20	95.17	95.05
25	99.21	99.10
30	99.11	99.09

Tabla 6.7: Resumen de resultados proporcionados por la comparación entre diferentes métodos de clasificación de latidos ectópicos

	$Sp$ (%)	$Se$ (%)
Chazal[2]	98.8	77.7
Christov an Bortolan[1]	99.7	98.5
Christov et al [11]	99.13	96.27
FBR	99.4	99.1

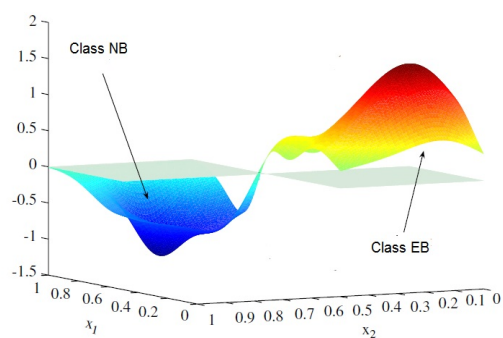


Figura 6.10: Superficie de decisión después de actualizar los parámetros de red.



# Capítulo 7

## Resultados y discusión

---

<b>7.1. Presentación de resultados</b> . . . . .	<b>135</b>
<b>7.2. Registros de señal ECG con ruido muscular</b> . . . . .	<b>136</b>
7.2.1. Registro RM-1 . . . . .	136
7.2.2. Registro RM-2 . . . . .	136
7.2.3. Registro RM-3 . . . . .	137
<b>7.3. Registros de señal ECG con deriva de la línea base</b> . . . . .	<b>139</b>
7.3.1. Registro RB-1 . . . . .	139
7.3.2. Registro RB-2 . . . . .	140
7.3.3. Registro RB-3 . . . . .	140
<b>7.4. Registros de señal ECG con ruido red</b> . . . . .	<b>143</b>
7.4.1. Registro RRed-1 . . . . .	143
7.4.2. Registro RRed-2 . . . . .	143
7.4.3. Registro RRed-3 . . . . .	144
<b>7.5. Registros de cancelación del QRST</b> . . . . .	<b>146</b>
7.5.1. Registro QRST1 . . . . .	146
7.5.2. Registro QRST2 . . . . .	146
7.5.3. Registro QRST3 . . . . .	148
7.5.4. Registro QRST4 . . . . .	149
<b>7.6. Registros de reducción del latido ectópico</b> . . . . .	<b>150</b>
7.6.1. Registro LE1 . . . . .	150
7.6.2. Registro LE2 . . . . .	151
7.6.3. Registro LE3 . . . . .	151
<b>7.7. Resumen de resultados</b> . . . . .	<b>153</b>
<b>7.8. Discusión</b> . . . . .	<b>163</b>

---

Todas las metodologías presentadas en la sección anterior han sido aplicadas a los registros de la base de datos propuesta. Los resultados se presentarán en cuatro secciones según los tipos interferencia seleccionados, esto es, ruido muscular, de alta frecuencia, línea base y de red y en dos secciones más para la reducción del complejo QRST y del latido ectópico. El motivo de esta división es el de analizar detalladamente el comportamiento de las metodologías propuestas bajo distintas condiciones, para, de

este modo, detectar posibles anomalías. La primera parte del capítulo presenta de forma gráfica los resultados obtenidos para los registros de la base de datos divididos según la tipología mencionada. En la segunda parte, se resumen los resultados obtenidos con valor medio y desviación estándar para la totalidad de registros, lo que posibilitará la discusión de los mismos y la definición de las limitaciones del presente estudio.

## 7.1. Presentación de resultados

El presente capítulo está dividido en dos bloques fundamentales. En el primero de ellos se presentarán de forma gráfica los resultados correspondientes a los registros de la base de datos desglosados, según las tipologías de señal propuestas, de la siguiente forma:

1. Ruido Muscular: 3 registros. La denominación para los mismos es «RMx», siendo «x» el número de registro seleccionado.
2. Ruido de Red: 3 registros. La denominación para los mismos es «RBx», siendo «x» el número de registro seleccionado.
3. Ruido Línea Base: 3 registros. La denominación para los mismos es «RRx», siendo «x» el número de registro seleccionado.
4. Cancelación del QRS: 4 registros. La denominación para los mismos es «QRSTx», siendo «x» el número de registro seleccionado.
5. Cancelación de los latidos ectópicos: 3 registro. La denominación para los mismos es «LEx», siendo «x» el número de registro seleccionado.

Para los tres primeros puntos (1, 2, 3), señales con ruido, se mostrarán dos gráficas. La primera de ellas muestra las derivaciones originales de partida y las señales filtradas por las técnicas filtrado FIR, LMS, Wavelets y Redes Neuronales. El motivo de incluir los algoritmos clásicos FIR, LMS y Wavelets deriva del hecho de una necesaria validación con otras técnicas aceptadas en la comunidad científica internacional. La elección de Red Neuronal radica en los buenos resultados que esta técnica obtiene en el caso de ruidos presentes en la señal ECG. La segunda gráfica presentada muestra el espectro frecuencial de cada una de las señales obtenidas según el método de Welch-WOSA.

Para los puntos (4, 5). Se muestran una gráfica que contiene una derivación. En ella se puede ver el resultado obtenido por los métodos tradicionales.

En el segundo bloque que conforma este capítulo se presenta un resumen en forma de tablas, divididas según las tipologías de registro usadas, que engloban los parámetros extraídos de cada una de las señales estudiadas y, al mismo tiempo, permiten realizar comparaciones, generalizar resultados y realizar la discusión de los mismos. Los parámetros extraídos han sido calculados igualmente para las técnicas de filtrado como para las técnicas de cancelación del QRS.

## 7.2. Registros de señal ECG con ruido muscular

Antes de presentar los resultados gráficos que aparecen al final de la sección, se comentarán brevemente algunas de las circunstancias más notables apreciadas en los mismos. Esto es, características electrocardiográficas de las derivaciones originales, comparación de las formas de onda obtenidas y comparación de las densidades espectrales y parámetros calculados.

Los registros seleccionados corresponden a episodios de ritmo sinusal de pacientes diferentes a los que se ha añadido una señal con ruido muscular, obtenido de Physionet. Para evaluar el rendimiento de los distintos sistemas, se incluye en primer lugar, una tabla con los resultados de la correlación cruzada y por otro lado una gráfica en el dominio temporal.

En todos los casos se ha utilizado un solo sistema de filtrado, ninguno de ellos en cascada. Además, se ha comprobado que utilizando varios métodos en cascada, se conseguía una disminución de ruido. No obstante la señal de salida presentaba distorsión. La técnica propuesta al ser un único paso mejora los tiempos de procesado.

### 7.2.1. Registro RM-1

#### Electrocardiograma

En este caso, se está ante una señal real. Se observa la modificación del ECG y de la línea de base debido a la presencia de ruido muscular.

#### Resultados de los Métodos

Los resultados obtenidos por RNA son realmente buenos, disminuye considerablemente el efecto del ruido muscular y de alta frecuencia. Se aprecian problemas en la reducción mediante un filtrado FIR. El sistema LMS disminuye el ruido presente en a señal si consigue adaptarse. Con la estructura Wavelet se mejoran los resultados de los dos anteriores métodos, pero sin la eliminación completa del mismo. El mejor resultado se consigue sin embargo con el método propuesto, consiguiendo además no distorsionar la señal original. Se puede apreciar en la tabla 7.1 los datos obtenidos para la correlación temporal y espectral donde RNA presenta unos valores más cercanos a la unidad. Los valores de SIR son mayores para el método propuesto. Recordamos que el valor de SIR es otro parámetro que nos ayuda a medir la eficacia de cada método. En la Figura 7.1, se observa que el ruido va disminuyendo conforme pasamos del método FIR , LMS, Wavelet hasta RNA, siendo éste último el que mejor señal nos proporciona.

Tabla 7.1: Resultados del ejemplo de señal RM-1

	FIR	LMS	Wavelet	RNA
Correlación Cruzada (tiempo)	0.91	0.92	0.93	0.98
Correlación Cruzada (espectro)	0.922	0.932	0.941	0.987
SIR	10.9	12.2	13.4	17.5

### 7.2.2. Registro RM-2

#### Electrocardiograma

Para este caso se aprecia la modificación de la línea base y el ruido muscular. En este caso la gráfica se ha elegido con un número menor de muestras para observar la solución de cada método. Para este ejemplo se ha estudiado una señal real a la que se ha añadido ruido muscular.

### Resultados de los Métodos

Los resultados obtenidos por el método propuesto siguen superando a los sistemas tradicionales de filtrado. Se aprecian los mismos problemas que en la Figura anterior para los diferentes métodos. Alguno como FIR y Wavelet producen un cambio de altura en el complejo QRS. En este caso la RNA propuesta consigue cancelar también la modificación de la línea base sin distorsionar la señal original. Se puede observar en la tabla 7.2 los datos obtenidos para la correlación temporal como para la correlación espectral, donde RNA presenta unos valores más cercanos a la unidad. Y un valor más elevado para el parámetro SIR.

Tabla 7.2: Resultados del ejemplo de señal RM-2

	FIR	LMS	Wavelet	RNA
Correlación Cruzada (tiempo)	0.89	0.91	0.92	0.97
Correlación Cruzada (espectro)	0.902	0.918	0.931	0.988
SIR	9.8	11.1	12.4	14.1

### 7.2.3. Registro RM-3

#### Electrocardiograma

Se observa con nitidez la forma de onda modificada por el efecto del ruido línea base en la señal sintética, además se ha añadido ruido de alta frecuencia. Este caso también se trabaja con una señal real. La línea base se debe a una variación del eje horizontal de la señal, que provoca un mal funcionamiento de los sistemas de cancelación de ruido debido a la modificación de umbrales (Wavelet) y distorsiona la ECG original. Se ha seleccionado un número mayor de muestras para visualizar mejor el efecto de la línea base.

### Resultados de los Métodos

Los resultados de los métodos, mostrados en la tabla 7.3, reafirman el método propuesto, ya que sus valores son los más cercanos a la unidad. Para este ejemplo particular, se aprecia que los sistemas LMS consiguen reducir su efecto en las primeras muestras, pero no completamente del registro. El parámetro SIR muestra un valor más elevado para RNA.

Tabla 7.3: Resultados del ejemplo de señal RM-3

	FIR	LMS	Wavelet	RNA
Correlación Cruzada (tiempo)	0.88	0.90	0.94	0.97
Correlación Cruzada (espectro)	0.892	0.913	0.942	0.981
SIR	9.2	10.3	14.2	17.2

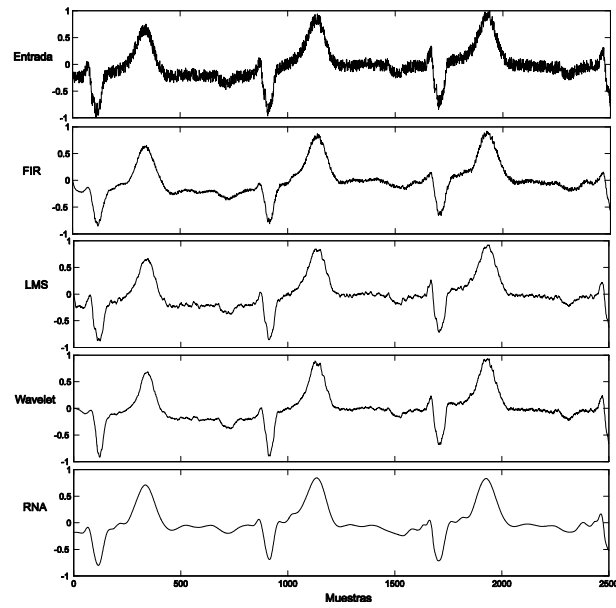


Figura 7.1: Comparación de reducción de ruido muscular en el ejemplo RM-1 con los métodos tradicionales y RNA

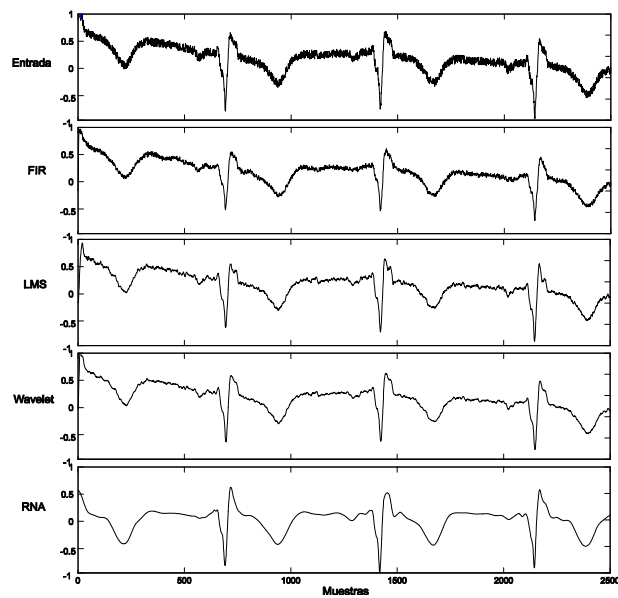


Figura 7.2: Ejemplo RM-2 de cancelación de ruido muscular en una señal de ECG, comparación con los métodos vistos en el capítulo 3



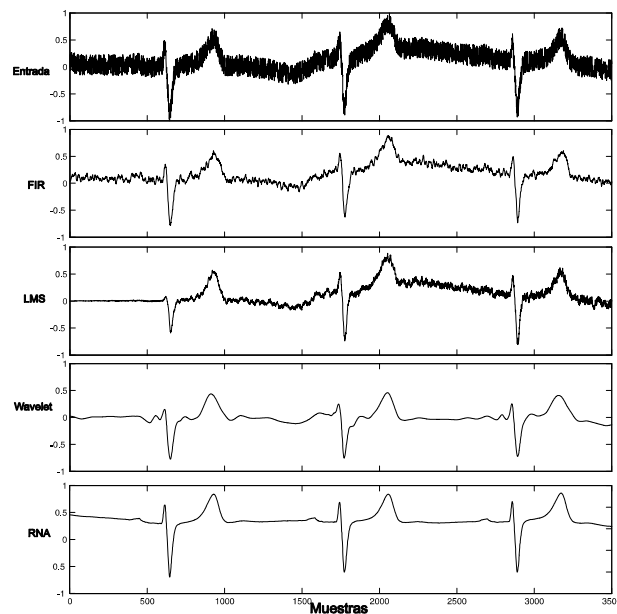


Figura 7.3: La figura muestra la señal de ECG con ruido muscular y la señal obtenida con diferentes métodos de filtrado, ejemplo RM-3

## 7.3. Registros de señal ECG con deriva de la línea base

Los registros seleccionados corresponden a episodios de ritmo sinusal de pacientes diferentes a los que se ha añadido una señal con ruido línea base, obtenido de Physionet. Para evaluar el rendimiento de los distintos sistemas, se incluye en primer lugar, la gráfica en función del tiempo y además la de densidad espectral de los casos más representativos.

### 7.3.1. Registro RB-1

#### Electrocardiograma

Se observa una ligera elevación al final del registro, producido por la modificación de la línea base. Se vuelve a estudiar una señal de ECG real.

#### Resultados de los Métodos

Buen rendimiento del sistema RNA en general. El resto de métodos presenta peores resultados, debido a que la señal de entrada tiene ruido de alta frecuencia, que dificulta el buen funcionamiento de Wavelet y LMS. En este caso (LMS y Wavelet) no eliminan el ruido pero tampoco distorsionan la señal. De nuevo, los datos correspondientes a ambas correlaciones, se presentan en la tabla 7.4. El patrón de resultados es similar a los anteriores, donde RNA obtiene unos valores próximos a uno (para las correlaciones) y un mayor valor de SIR.

Tabla 7.4: Resultados señal RB-3

	FIR	LMS	Wavelet	RNA
Correlación Cruzada (tiempo)	0.90	0.91	0.94	0.97
Correlación Cruzada (espectro)	0.912	0.917	0.949	0.979
SIR	10.2	10.9	13.7	17.3

### 7.3.2. Registro RB-2

#### Electrocardiograma

Se observa un cambio en la línea horizontal del ECG además de un aumento de ruido de alta frecuencia, se trata de una señal real. Para este caso la ventana de visualización se ha ampliado para ver el efecto de la línea base en una mayor porción del registro.

#### Resultados de los Métodos

Debido al ruido presente en el ECG, LMS no consigue adaptarse y por lo tanto no logra una buena reducción de la línea de base. FIR, sólo disminuye el efecto de ruido y la reducción de la línea base es mínima. Wavelet consigue un ligero suavizado de la señal, pero no elimina por completo la modificación de la línea horizontal. El sistema propuesto en cambio, es capaz de reducir los dos tipos de ruidos superpuestos. RNA continúa siendo el método que mejor trata a la señal, donde sus valores de correlación tanto temporal como espectral y SIR son mayores que en los otros métodos (Tabla 7.5).

Tabla 7.5: Resultados señal RB-4

	FIR	LMS	Wavelet	RNA
Correlación Cruzada (tiempo)	0.88	0.80	0.91	0.96
Correlación Cruzada (espectro)	0.892	0.821	0.924	0.975
SIR	9.2	8.9	11.2	15.8

### 7.3.3. Registro RB-3

#### Electrocardiograma

En este caso se ha ampliado también la ventana de la gráfica, para una mayor observación del efecto. El registro sufre un cambio en la línea horizontal desde el principio, y continúa en toda la señal real.

#### Resultados de los Métodos

Con el método propuesto, se alcanza una buena disminución de la deriva de la línea base además de la reducción del ruido presente en este registro. LMS distorsiona la señal y reduce la amplitud de la deriva de la línea de base. Wavelet consigue suprimir la línea de base pero introduce pequeños picos en el ECG. El método FIR no cancela el efecto. Se puede observar en la tabla 7.6 los datos obtenidos para la correlación temporal como para la correlación espectral. RNA presenta unos valores más cercanos a la unidad. En ella también aparece el parámetro SIR, donde el sistema basado en redes neuronales obtiene unos resultados más elevados.

Tabla 7.6: Resultados señal RB-5

	FIR	LMS	Wavelet	RNA
Correlación Cruzada (tiempo)	0.90	0.93	0.94	0.98
Correlación Cruzada (espectro)	0.913	0.943	0.951	0.988
SIR	10.4	13.1	14.1	17.8

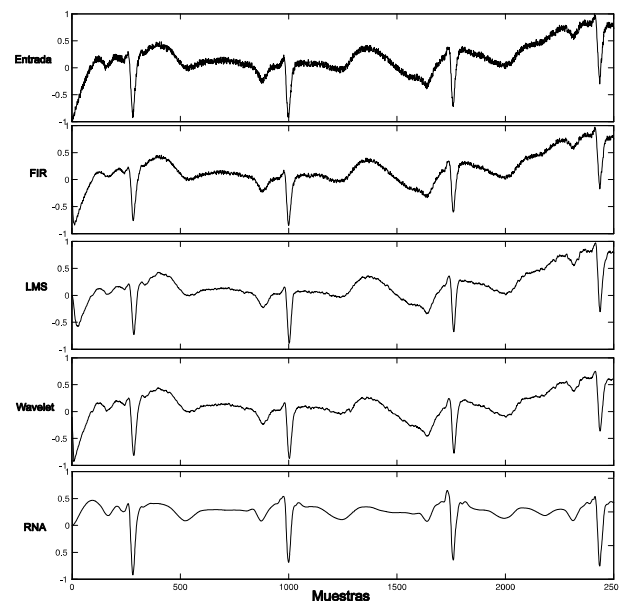


Figura 7.4: Comparación de reducción de deriva de la línea base en el ejemplo RB-1 con los métodos tradicionales y RNA

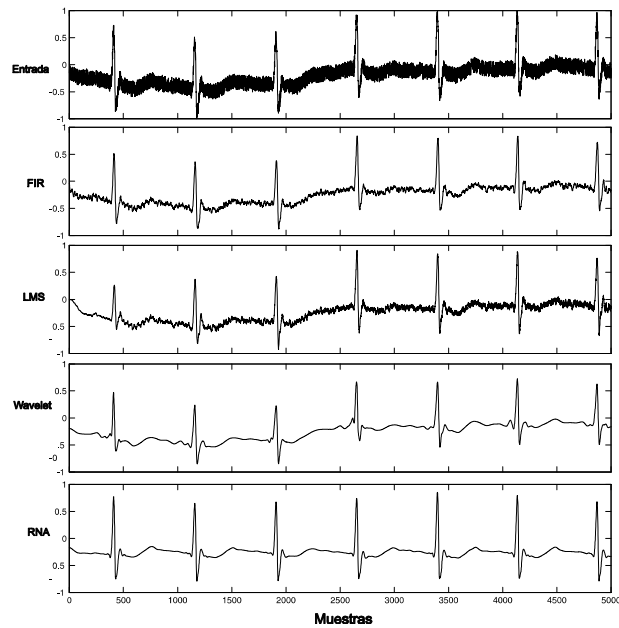


Figura 7.5: Ejemplo RB-2 de cancelación de deriva de la línea base en una señal de ECG, comparación con los métodos vistos en el capítulo 3

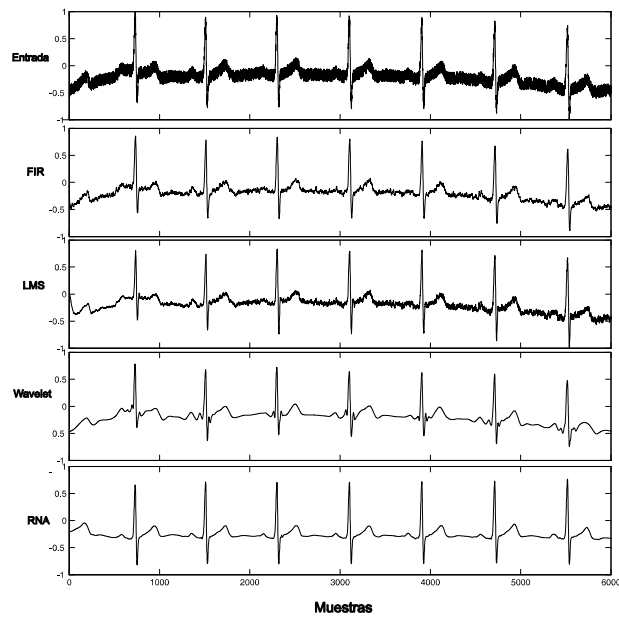


Figura 7.6: La figura muestra la señal de ECG con deriva de la línea base y la señal obtenida con diferentes métodos de filtrado, ejemplo RB-3

## 7.4. Registros de señal ECG con ruido red

Del mismo modo que en el caso anterior, antes de presentar los resultados gráficos de estos registros, se comentarán brevemente algunas de las circunstancias más notables apreciadas en los mismos.

Los registros seleccionados corresponden a episodios de ritmo sinusal de pacientes con diferentes patologías a los que se ha añadido una señal de red. Para evaluar el rendimiento de los distintos sistemas, se ha variado la frecuencia de la señal de red. Debido a que en casos reales presenta oscilaciones. En la densidad espectral de potencia, se puede apreciar el pico de la frecuencia de red.

### 7.4.1. Registro RRed-1

#### Electrocardiograma

Se observa con nitidez la forma de onda modificada por el efecto del ruido de red. Es una interferencia de 50 Hz, que produce una modificación sustancial del ECG, complicando su análisis clínico. Se trata de un registro real.

#### Resultados de los Métodos

Para este caso los Filtros Notch y Notch Adaptativo empiezan a cancelar bien la señal de interferencia, pero cuando sufre alguna modificación de frecuencia ya no consiguen eliminarla. Se observa en la tabla 7.7 como RNA consigue superar en todos los parámetros (correlación temporal, correlación espectral y SIR) a los filtros Notch.

Tabla 7.7: Resultados señal RRed-2

	F. Notch	F. Notch Adaptativo	RNA
Correlación Cruzada (tiempo)	0.86	0.90	0.97
Correlación Cruzada (espectro)	0.871	0.913	0.981
SIR	8.8	10.3	17.3

### 7.4.2. Registro RRed-2

#### Electrocardiograma

Se trata de una señal real, a la que se le han sumado dos senos, uno de 49 Hz y otro de 51 Hz, simulando la situación real de oscilaciones de la señal de red. Se puede observar el efecto de dicha suma en el ECG.

#### Resultados de los Métodos

Tanto el Notch como el Notch adaptativo, consiguen eliminar la parte de la interferencia, sin embargo la mayor fluctuación no es posible ser atenuada por estos filtros. El método propuesto consigue sin embargo, eliminar la interferencia de ambos valores (mayor y menor). De nuevo, los datos correspondientes a ambas correlaciones, se presentan en la tabla 7.8. El patrón de resultados es similar a los anteriores, donde RNA obtiene unos valores próximos a uno. En cuanto al valor de SIR vuelve a ser RNA el más elevado.

Tabla 7.8: Resultados señal RRed-4

	F. Notch	F. Notch Adaptativo	RNA
Correlación Cruzada (tiempo)	0.87	0.89	0.96
Correlación Cruzada (espectro)	0.882	0.901	0.972
SIR	8.8	9.7	15.9

### 7.4.3. Registro RRed-3

#### Electrocardiograma

En este caso, a la señal sintética de AA se le ha sumado una señal modulada en FM con frecuencia fundamental de 50 Hz. Presenta modificación en la frecuencia de 1,5 Hz.

#### Resultados de los Métodos

Aunque con el filtro Notch adaptativo se consigue filtrar la señal real, no se llega a eliminar la interferencia. Notch no cancela en todo el registro la interferencia, mientras que filtro propuesto se adapta a las modificaciones. En la tabla 7.9 se aprecia el parámetro SIR el cuál muestra que el sistema basado en redes neuronales es el que mejores resultados consigue. Además también supera, en valores, a los otros métodos tanto en la correlación temporal y espectral.

Tabla 7.9: Resultados señal RRed-5

	F. Notch	F. Notch Adaptativo	RNA
Correlación Cruzada (tiempo)	0.84	0.90	0.96
Correlación Cruzada (espectro)	0.856	0.911	0.969
SIR	8.1	10.1	15.6

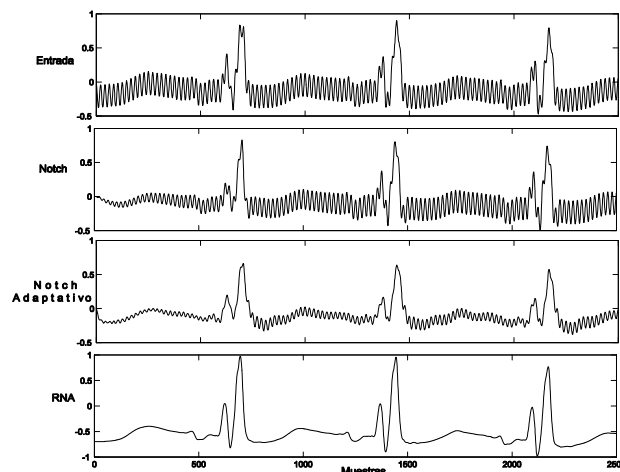


Figura 7.7: Ejemplo RRed-1 de corrección de interferencia de red en registros de ECG

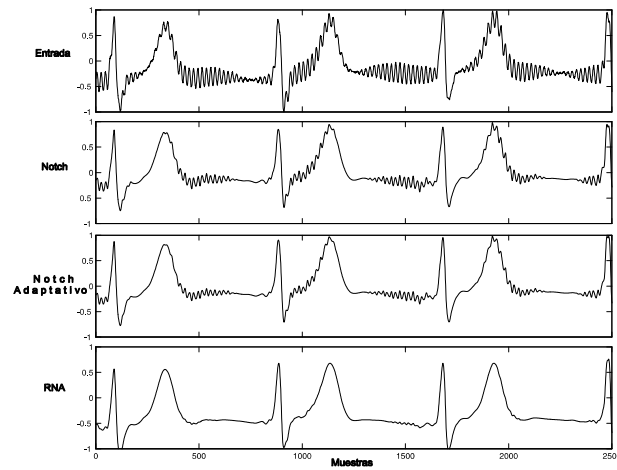


Figura 7.8: La figura muestra el resultado de la reducción de la interferencia de red para el método propuesto y para filtros Notch. Ejemplo RRed-2.

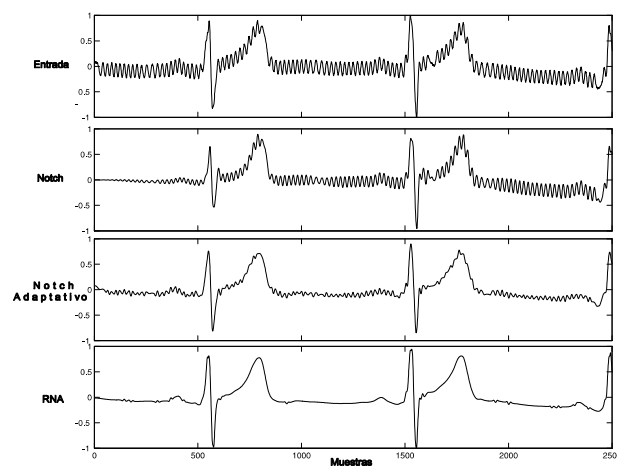


Figura 7.9: Comparación de reducción de interferencia de red en el ejemplo RRed-3 con los métodos tradicionales y RNA

## 7.5. Registros de cancelación del QRST

Del mismo modo que en el caso anterior, antes de presentar los resultados gráficos de estos registros, se comentarán brevemente algunas de las circunstancias más notables apreciadas en los mismos. Los registros seleccionados corresponden a episodios de fibrilación auricular de pacientes diferentes con distintas circunstancias que resultan de interés y registro sintéticos en los cuales la actividad auricular ha sido añadida.

### 7.5.1. Registro QRST1

#### Electrocardiograma

Las ondas de fibrilación auricular “*f*” sí son visibles de forma notable en el registro sintético de ECG. Para esta grabación sintética se disponía de 12 derivaciones. Los intervalos R-R son muy estables a lo largo del episodio considerado.

#### Resultados de los Métodos

Tal como se puede apreciar la extracción auricular mediante el método PCA no consigue una completa reducción del complejo QRST. Tanto los métodos basados en ICA como en STC mejoran la señal obtenida pero difiere de la señal sintética original. El sistema que consigue extraer una señal perfectamente identificable con la añadida y una menor interferencia en la actividad auricular es el sistema basado en FBR. Los resultados para este ejemplo, se presenta en la tabla 7.10 donde FBR consigue uno mejores valores en los diferentes parámetros.

Tabla 7.10: Los resultados proporcionados por la comparación entre el PCA, ICA, STC y RBF para el ejemplo mostrado.

Method	CC	MSE	VDR	S
PCA	0,798	0,687	2,013	0,776
ICA	0,825	0,503	3,131	0,854
STC	0,876	0,484	4,306	0,895
FBR	0,971	0,298	6,417	0,988

### 7.5.2. Registro QRST2

#### Electrocardiograma

En este caso, se ha utilizado una señal sintética con una sola derivación a la cual se le ha añadido la actividad auricular. Se puede observar que los intervalos R-R no son estables.

#### Resultados de los Métodos

Las irregularidades de la señal resultante provocan una notoria poca eficacia en la extracción realizada por ABS. El mismo razonamiento podría ser aplicable a ASVC, aunque en este caso la AA sí presenta unas ondas fibrilatorias claramente marcadas. El comportamiento de RNA en este caso es más estable y alcanza una mayor semejanza con la actividad auricular original. Los resultados obtenidos se visualizan en la tabla 7.11.



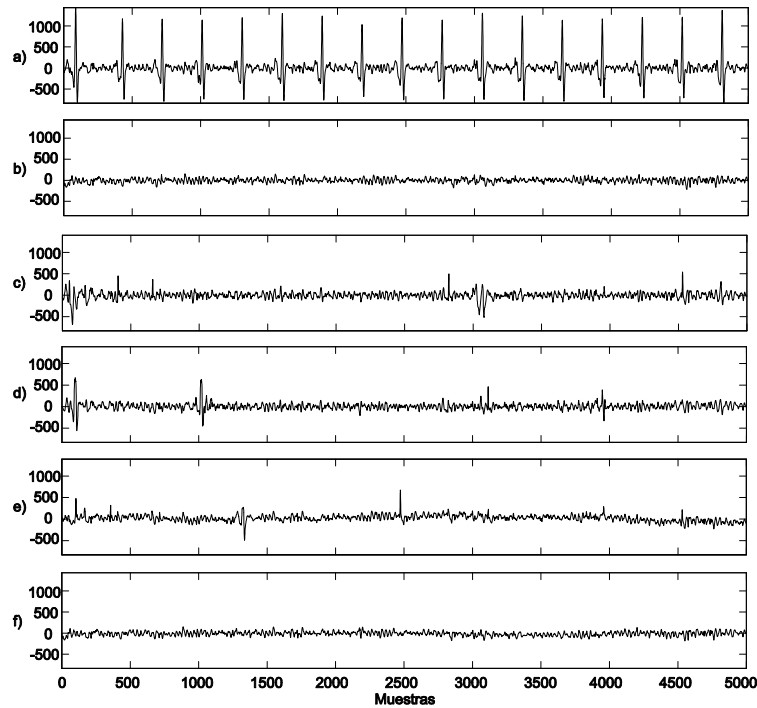


Figura 7.10: Ejemplo QRST1 de señal sintética de fibrilación auricular de doce derivaciones. (a) Señal ECG (b) AA original añadida al ECG, (c) Registro de AA obtenidos con PCA, (d) Registro de AA obtenidos con ICA, (e) Registro de AA obtenidos con STC y (f) Señal AA mediante FBR

Tabla 7.11: Los resultados proporcionados por la comparación entre los sistemas ABS, ASVC y RBF para el ejemplo analizado

Method	CC	MSE	VDR	S
ABS	0,822	0,576	3,263	0,861
ASVC	0,925	0,437	4,789	0,932
RBF	0,961	0,305	6,402	0,987

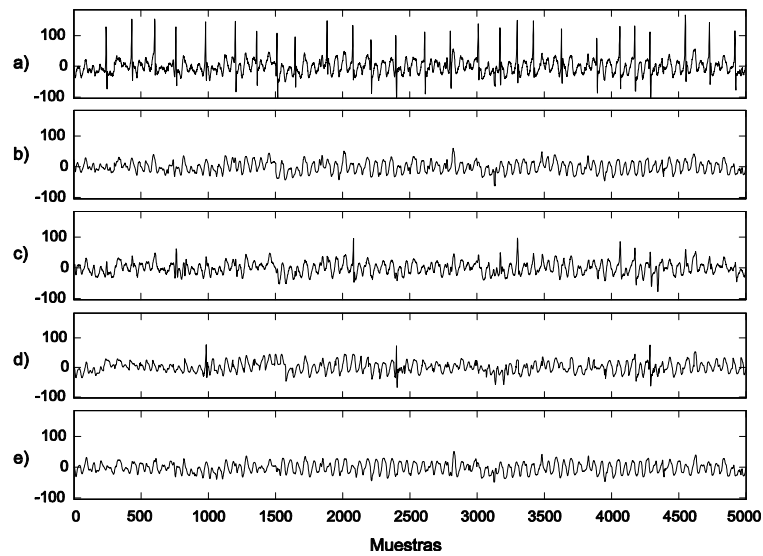


Figura 7.11: Comparación de técnicas de cancelación de la actividad ventricular para registros sintéticos de una derivación, ejemplo QRST2. (a) Registro original, (b) Señal de AA añadida, (c) Señal proporcionada mediante el método ABS, (d) Señal obtenida por ASVC y (e) AA resultante después de aplicar FBR

### 7.5.3. Registro QRST3

#### Electrocardiograma

En este caso, se trata de una señal real de fibrilación auricular. En este ejemplo de ECG se observan perfectamente las ondas fibrilatorias.

#### Resultados de los Métodos

La elevada amplitud de las ondas fibrilatorias favorece el rendimiento de la técnica basada en la red neuronal, como ya se ha comprobado en ocasiones anteriores PCA e ICA siguen mostrando sus limitaciones mientras que STC muestra una señal con una mejor extracción que las dos técnicas anteriores. Se puede observar en la tabla 7.12 los datos obtenidos para VDR y S.

Tabla 7.12: Los resultados proporcionados por la comparación entre el PCA, ICA, STC y RBF para el ejemplo mostrado.

Method	VDR	S
PCA	2,017	0,708
ICA	3,161	0,803
STC	4,130	0,857
RBF	6,326	0,981

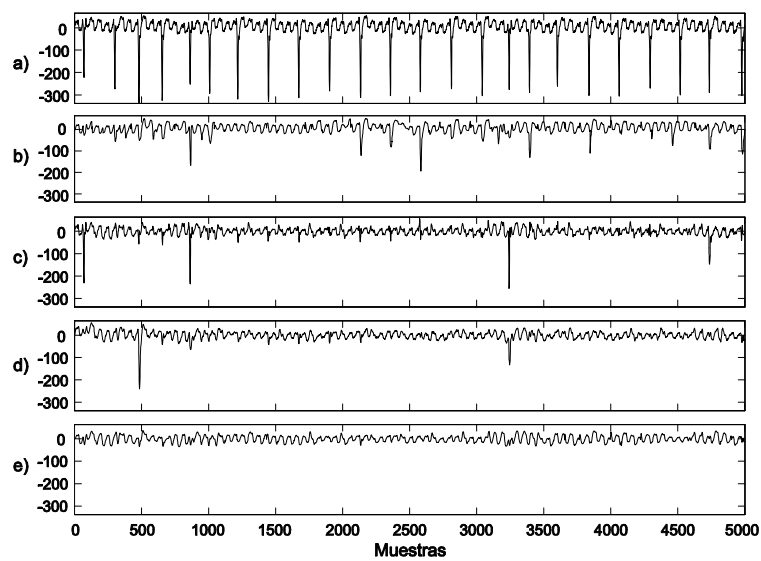


Figura 7.12: Comparación del rendimiento para registros reales de FA con doce derivaciones, ejemplo QRST3. (a) Grabación original, AA obtenida por (b) PCA, (c) ICA, (c) STC y (d) por el método propuesto (FBR)

#### 7.5.4. Registro QRST4

##### Electrocardiograma

Se observa con nitidez la forma de onda en diente de sierra con picos acentuados característica de la actividad auricular. La estructura de las ondas "f" es muy uniforme. La variabilidad del intervalo R-R es mínima.

##### Resultados de los Métodos

Al contrario de lo que se podría esperar, a la vista de los resultados obtenidos anteriormente, la señal extraída con ABS presenta perturbaciones posiblemente provocadas por una deficiente detección del complejo medio. Estas circunstancias no se observan en el método propuesto que en este caso claramente obtiene un mejor rendimiento. Se puede apreciar en la tabla 7.13 los datos resultantes para este ejemplo.

Tabla 7.13: Los resultados proporcionados por la comparación entre los sistemas ABS, ASVC y RBF para el ejemplo analizado

Method	VDR	S
ABS	3,168	0,806
ASVC	4,967	0,947
RBF	6,347	0,982

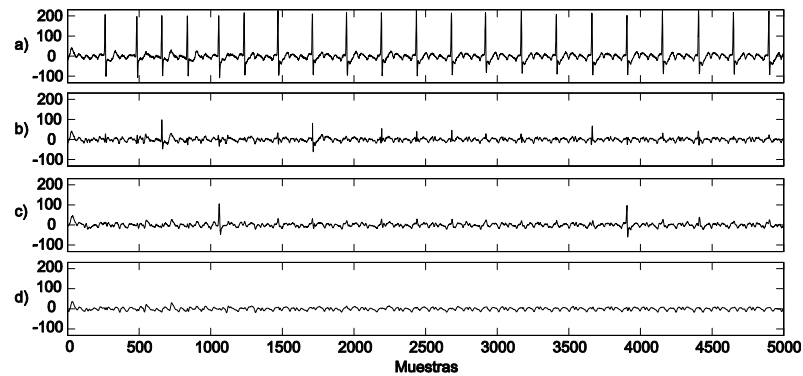


Figura 7.13: Ejemplo QRST4 de un registro real de ECG con fibrilación auricular con un sola derivación. (a) ECG grabado. AA estimada con (b) TMS, (c) ASVC y (d) FBR.

## 7.6. Registros de reducción del latido ectópico

Del mismo modo que en el caso anterior, antes de presentar los resultados gráficos de estos registros, se comentarán brevemente algunas de las circunstancias más notables apreciadas en los mismos.

Los registros seleccionados corresponden a episodios de fibrilación auricular. Para evaluar el rendimiento de los distintos sistemas, se ha variado la frecuencia de la señal de red. Debido a que en casos reales presenta oscilaciones. En la densidad espectral de potencia, se puede apreciar el pico de la frecuencia de red.

### 7.6.1. Registro LE1

#### Electrocardiograma

En este ejemplo se observa con nitidez la forma de onda del latido ectópico. La estructura del complejo QRS es muy uniforme. La variabilidad del intervalo R-R es mínima.

#### Resultado del Método

Tal como se puede observar el sistema propuesto consigue una buena detección del latido ectópico y una disminución de dicha interferencia. En este caso los latido ectópicos del registro no eran uniformes.

Tabla 7.14: Resultados obtenido para la cancelación del latido ectópico por FBR

	FBR
EBR	7.02

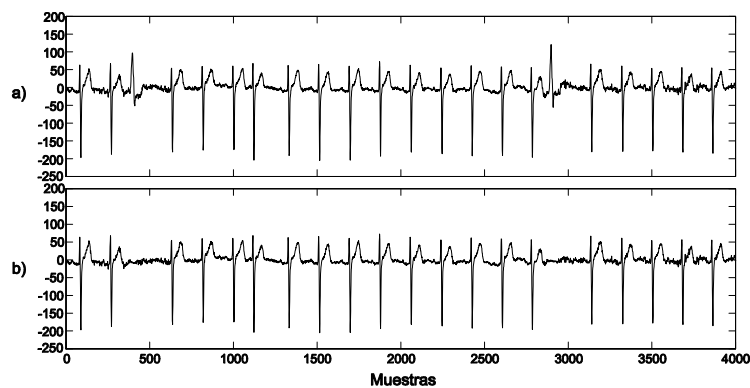


Figura 7.14: Ejemplo LE1 de comparación entre la señal original (a) de ECG y la señal obtenida después de la cancelación del latido ectópico por el método propuesto (b).

## 7.6.2. Registro LE2

### Electrocardiograma

Se observa con nitidez la forma de onda en diente de sierra con picos acentuados característica de la actividad auricular destacando también los dos latidos ectópicos. Se puede observar que los intervalos R-R son bastante estables.

### Resultado del Método

Igual que en el ejemplo anterior, la red propuesta obtiene una buena clasificación de los latidos y debido a ello se produce una correcta reducción de dicha interferencia. El resto de la señal no se ve alterada por el sistema de cancelación de latidos ectópicos.

Tabla 7.15: Resultados obtenido para la cancelación del latido ectópico por FBR

	FBR
EBR	7.31

## 7.6.3. Registro LE3

### Electrocardiograma

Muestra otro ejemplo de latido ectópico con características diferentes a los anteriores. La variabilidad del intervalo R-R es pequeña.

### Resultado del Método

Tal y como se ha visto en los ejemplos anteriores, el sistema propuesto consigue también una buena disminución del latido ectópico, dejando el registro resultante preparado para cualquier análisis posterior.

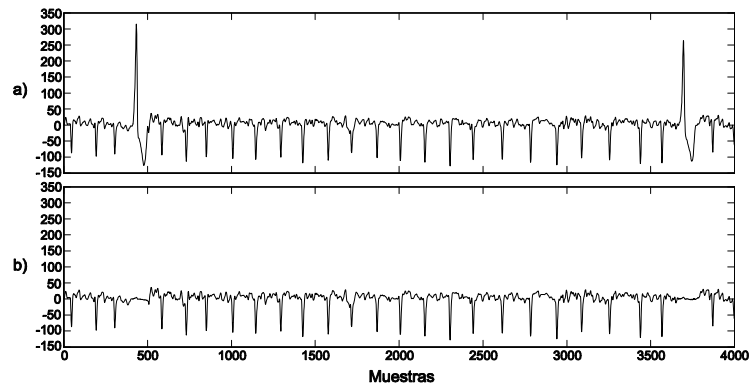


Figura 7.15: Ejemplo LE2 muestra el resultado de aplicar el método implementado (b) a la señal ECG (a)

Tabla 7.16: Resultados obtenido para la cancelación del latido ectópico por FBR

	FBR
EBR	7.18

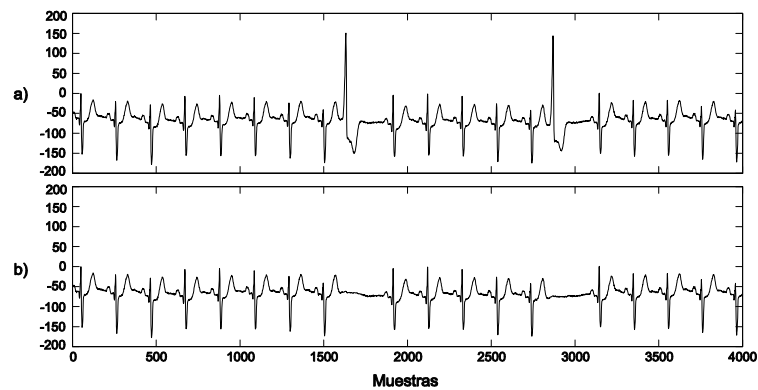


Figura 7.16: Otro ejemplo (LE3) de cancelación del latido ectópico. (a) señal original y (b) registro obtenido después de la disminución del LE por el método propuesto

## 7.7. Resumen de resultados

En las siguientes páginas aparecen las tablas resumen de los resultados obtenidos para todos los registros presentes en la base de datos. Para poder realizar un análisis en detalle de los mismos se han dividido en tablas según el tipo de registro considerado y el ruido presente en la señal. De este modo, las tablas 7.17, 7.18, 7.20, 7.19 y 7.21 corresponden a los registros de ECG con ruido muscular, las tablas 7.22, 7.24, 7.25 y 7.26 corresponden a los de registros de ECG con ruido línea base y las tablas 7.28, 7.29, 7.31 y 7.32 corresponden a los de registros de ECG con ruido de red .

Como se ha trabajado con señales con ruido añadido, se ha realizado la correlación cruzada entre la señal de salida del filtrado y la señal antes de añadir ruido. En todos los casos se ha usado la misma forma de calcular la correlación cruzada. Además se muestra la correlación espectral para todos los casos.

En la tablas 7.17, 7.18, 7.20, 7.19, 7.21 se puede apreciar una mejora del método propuesto frente a los métodos estudiados. Dicha mejora aumenta cuando la señal de ECG presenta diversos ruidos simultáneos.

Tabla 7.17: Resultados de correlación cruzada y SIR para señales ECG con ruido artefactos.

Artefactos					
Métodos	Temporal		Espectral		SIR
	Sintéticas	Reales	Sintéticas	Reales	Sintéticas
FIR	$0,91 \pm 0,04$	$0,90 \pm 0,04$	$0,92 \pm 0,04$	$0,91 \pm 0,03$	$12,2 \pm 0,4$
LMS	$0,74 \pm 0,21$	$0,73 \pm 0,21$	$0,75 \pm 0,22$	$0,74 \pm 0,22$	$7,8 \pm 2,3$
Wavelet	$0,93 \pm 0,04$	$0,91 \pm 0,04$	$0,94 \pm 0,04$	$0,92 \pm 0,04$	$13,2 \pm 0,6$
RNA	$0,98 \pm 0,02$	$0,97 \pm 0,02$	$0,98 \pm 0,02$	$0,98 \pm 0,02$	$17,5 \pm 0,3$

Tabla 7.18: Resultados de correlación cruzada y SIR para señales ECG con ruido muscular

Muscular					
Métodos	Temporal		Espectral		SIR
	Sintéticas	Reales	Sintéticas	Reales	Sintéticas
FIR	$0,92 \pm 0,04$	$0,91 \pm 0,04$	$0,92 \pm 0,04$	$0,91 \pm 0,03$	$12,2 \pm 0,4$
LMS	$0,73 \pm 0,21$	$0,72 \pm 0,21$	$0,75 \pm 0,22$	$0,74 \pm 0,22$	$7,2 \pm 2,3$
Wavelet	$0,93 \pm 0,04$	$0,92 \pm 0,04$	$0,94 \pm 0,04$	$0,92 \pm 0,04$	$13,4 \pm 0,6$
RNA	$0,98 \pm 0,02$	$0,97 \pm 0,02$	$0,98 \pm 0,02$	$0,98 \pm 0,02$	$17,6 \pm 0,3$

Las siguientes tablas 7.22 y 7.23 muestran los valores de correlación cruzada media, SIR y error cuadrático medio respectivamente, para señales reales con ruido añadido de línea base. Como se puede observar en la tabla 7.23 la columna de la izquierda indica la frecuencia en Hz del tono sumado a la señal ECG para simular la línea base. Conforme la señal aumenta de frecuencia el método propuesto consigue mejores resultados frente a los tres métodos estudiados para eliminar este ruido. La Tabla 7.22 muestra la correlación, calculada como en los apartados anteriores, en esta tabla se observa una mejora con el sistema propuesto.

Tabla 7.19: Señales ECG con ruido artefactos mas ruido blanco

Ruido artefactos y ruido blanco					
Métodos	Temporal		Espectral		SIR
	Sintéticas	Reales	Sintéticas	Reales	Sintéticas
FIR	0,89 ± 0,04	0,88 ± 0,04	0,90 ± 0,04	0,89 ± 0,03	9,8 ± 0,6
LMS	0,73 ± 0,21	0,71 ± 0,21	0,74 ± 0,22	0,72 ± 0,22	6,8 ± 2,4
Wavelet	0,91 ± 0,04	0,89 ± 0,04	0,92 ± 0,04	0,90 ± 0,04	11,8 ± 0,9
RNA	0,97 ± 0,02	0,96 ± 0,02	0,98 ± 0,02	0,97 ± 0,02	16,8 ± 0,5

Tabla 7.20: Señales ECG con ruido muscular mas ruido blanco

Ruido muscular y ruido blanco					
Métodos	Temporal		Espectral		SIR
	Sintéticas	Reales	Sintéticas	Reales	Sintéticas
FIR	0,90 ± 0,04	0,89 ± 0,04	0,91 ± 0,04	0,89 ± 0,03	10,1 ± 0,7
LMS	0,72 ± 0,21	0,71 ± 0,21	0,74 ± 0,22	0,72 ± 0,22	6,4 ± 2,2
Wavelet	0,92 ± 0,04	0,90 ± 0,04	0,93 ± 0,04	0,91 ± 0,04	12,2 ± 0,9
RNA	0,98 ± 0,02	0,97 ± 0,02	0,98 ± 0,02	0,97 ± 0,02	17,3 ± 0,5

Tabla 7.21: Señales ECG con ruido muscular y artefactos

Ruido muscular y artefactos					
Métodos	Temporal		Espectral		SIR
	Sintéticas	Reales	Sintéticas	Reales	Sintéticas
FIR	0,85 ± 0,04	0,82 ± 0,04	0,86 ± 0,04	0,83 ± 0,03	7,6 ± 0,5
LMS	0,69 ± 0,21	0,66 ± 0,21	0,70 ± 0,22	0,67 ± 0,22	5,6 ± 2,2
Wavelet	0,87 ± 0,04	0,85 ± 0,04	0,88 ± 0,04	0,86 ± 0,04	8,7 ± 0,6
RNA	0,96 ± 0,02	0,94 ± 0,02	0,97 ± 0,02	0,95 ± 0,02	14,9 ± 0,6

Tabla 7.22: Señales ECG con ruido línea base

Línea Base					
Métodos	Temporal		Espectral		SIR
	Sintéticas	Reales	Sintéticas	Reales	Sintéticas
FIR	0,89 ± 0,04	0,88 ± 0,04	0,90 ± 0,04	0,89 ± 0,03	10,2 ± 0,7
LMS	0,75 ± 0,22	0,73 ± 0,24	0,76 ± 0,25	0,74 ± 0,25	6,9 ± 2,2
Wavelet	0,93 ± 0,04	0,91 ± 0,04	0,94 ± 0,04	0,92 ± 0,04	12,8 ± 0,7
RNA	0,98 ± 0,02	0,97 ± 0,02	0,98 ± 0,02	0,98 ± 0,02	17,2 ± 0,5



Tabla 7.23: Señales ECG con ruido línea base, RMS

Frecuencia (Hz)	Error (RMS)			
	FIR	LMS	Wavelet	RNA
0.001	16.2905	8.265	0.1925	0.1783
0.002	16.2905	8.265	0.1925	0.1783
0.004	16.2905	8.265	0.1925	0.1783
0.006	16.2905	8.265	0.1925	0.1783
0.008	16.2905	8.265	0.1925	0.1783
0.01	16.2905	8.265	0.1925	0.1783
0.02	16.2905	8.265	0.1925	0.1783
0.04	60.3718	71.143	81.6736	0.1792
0.06	82.7154	98.926	114.8956	0.2312
0.08	100.7143	103.881	106.8076	0.2689
0.1	100.3474	100.434	100.2799	0.2915
0.2	148.2557	140.115	161.7339	1.3564
0.4	198.6372	220.018	168.2658	1.3869
0.6	222.8529	251.285	187.2354	1.4567
0.8	247.5349	310.123	198.2357	2.3567
1	261.4199	333.554	214.4471	2.9843
2	289.1847	332.896	227.3681	3.4567
4	298.0021	348.118	241.9946	4.2657

En las siguientes tablas 7.24, 7.25, 7.26 y 7.27 se muestra la correlación cruzada y SIR para señales sintéticas y reales+ruido, en cada una de ellas con diferentes ruido añadidos a la señal ECG con ruido línea base. Para observar el efecto que produce una señal ECG en la cuál están presentes diferentes tipos de ruido. Se puede apreciar la mejora conseguida con el sistema basado en RNA.

Tabla 7.24: Señales ECG con ruido línea base y ruido blanco

Línea Base y ruido blanco					
Métodos	Temporal		Espectral		SIR
	Sintéticas	Reales	Sintéticas	Reales	Sintéticas
FIR	0,87 ± 0,04	0,85 ± 0,04	0,88 ± 0,04	0,86 ± 0,03	8,8 ± 0,7
LMS	0,73 ± 0,22	0,71 ± 0,24	0,74 ± 0,23	0,72 ± 0,23	6,8 ± 2,2
Wavelet	0,90 ± 0,04	0,89 ± 0,04	0,91 ± 0,04	0,90 ± 0,04	10,8 ± 0,7
RNA	0,97 ± 0,02	0,95 ± 0,02	0,98 ± 0,02	0,96 ± 0,02	16,2 ± 0,5

Las tablas 7.28 y 7.29 presentan las correlación cruzada y SIR de las señales ECG para ruido de red. Se puede apreciar que el método desarrollado consigue, también, unos mejores resultados.

Tabla 7.25: Señales ECG con ruido línea base y ruido muscular

Línea Base y ruido muscular					
Métodos	Temporal		Espectral		SIR
	Sintéticas	Reales	Sintéticas	Reales	Sintéticas
FIR	0,85 ± 0,04	0,82 ± 0,04	0,86 ± 0,04	0,83 ± 0,03	8,6 ± 0,5
LMS	0,71 ± 0,21	0,70 ± 0,21	0,72 ± 0,22	0,71 ± 0,22	6,0 ± 2,2
Wavelet	0,87 ± 0,04	0,84 ± 0,04	0,88 ± 0,04	0,85 ± 0,04	8,9 ± 0,5
RNA	0,96 ± 0,02	0,95 ± 0,02	0,97 ± 0,02	0,96 ± 0,02	16,1 ± 0,8

Tabla 7.26: Señales ECG con ruido línea base y ruido de artefactos

Línea Base y artefactos					
Métodos	Temporal		Espectral		SIR
	Sintéticas	Reales	Sintéticas	Reales	Sintéticas
FIR	0,84 ± 0,05	0,81 ± 0,05	0,86 ± 0,04	0,83 ± 0,03	7,8 ± 0,5
LMS	0,72 ± 0,21	0,71 ± 0,23	0,73 ± 0,23	0,72 ± 0,23	6,2 ± 2,3
Wavelet	0,86 ± 0,05	0,84 ± 0,05	0,88 ± 0,04	0,85 ± 0,04	8,8 ± 0,5
RNA	0,96 ± 0,02	0,95 ± 0,02	0,97 ± 0,02	0,96 ± 0,02	15,9 ± 0,7

Tabla 7.27: Señales ECG con ruido línea base, ruido de artefactos y ruido muscular

Línea Base, ruido de artefactos y ruido muscular					
Métodos	Temporal		Espectral		SIR
	Sintéticas	Reales	Sintéticas	Reales	Sintéticas
FIR	0,82 ± 0,03	0,80 ± 0,03	0,83 ± 0,04	0,81 ± 0,03	7,1 ± 0,5
LMS	0,70 ± 0,22	0,68 ± 0,22	0,71 ± 0,23	0,70 ± 0,23	5,8 ± 2,4
Wavelet	0,84 ± 0,06	0,82 ± 0,05	0,85 ± 0,04	0,83 ± 0,04	8,1 ± 0,4
RNA	0,95 ± 0,02	0,94 ± 0,02	0,97 ± 0,02	0,96 ± 0,02	14,4 ± 0,6

Tabla 7.28: Señales ECG con ruido red

Interferencia de Red					
Métodos	Temporal		Espectral		SIR
	Sintéticas	Reales	Sintéticas	Reales	Sintéticas
F. Notch	0,92 ± 0,04	0,91 ± 0,04	0,93 ± 0,04	0,92 ± 0,04	11,2 ± 0,8
FNA	0,94 ± 0,05	0,92 ± 0,05	0,95 ± 0,04	0,95 ± 0,04	13,7 ± 0,4
RNA	0,96 ± 0,02	0,95 ± 0,02	0,97 ± 0,04	0,96 ± 0,04	15,3 ± 0,6

Tabla 7.29: Señales ECG con ruido red y ruido blanco

Interferencia de Red y ruido blanco					
Métodos	Temporal		Espectral		SIR
	Sintéticas	Reales	Sintéticas	Reales	Sintéticas
F. Notch	0,89 ± 0,04	0,88 ± 0,04	0,90 ± 0,04	0,89 ± 0,04	9,2 ± 0,7
FNA	0,92 ± 0,05	0,90 ± 0,05	0,93 ± 0,04	0,91 ± 0,04	12,1 ± 0,5
RNA	0,95 ± 0,02	0,94 ± 0,02	0,96 ± 0,04	0,95 ± 0,04	14,8 ± 0,6

Las siguientes tablas muestran 7.30, 7.31 y 7.32 el error cuadrático medio para un filtrado Notch, Notch Adaptativo y método propuesto, respectivamente. Las Figuras 7.17, 7.18 y 7.19 presentan de una manera gráfica los resultados. En ellos se comprobó que los tres métodos consiguen eliminar la interferencia de red, si está centrada en 50 Hz. Conforme la vamos modificando (una modulación en frecuencia de 1.5 Hz, o con tonos de diferente frecuencia) los valores obtenidos por un filtrado Notch no son tan buenos. El filtrado adaptativo reduce parte de la interferencia de red cuando sufre la variación de frecuencia fundamental (50Hz/60Hz), pero el que mejor consigue disminuir su efecto es el método propuesto.

Tabla 7.30: Resultados de filtrado red para diferentes BW (Hz) mediante un filtro Notch

Bw(Hz)	48.5(Hz)	49(Hz)	49.5(Hz)	50(Hz)	50.5(Hz)	51(Hz)	51.5(Hz)
0.2	50	48	45	3	45	47.5	49.6
0.3	49	47.5	44	5	41	46.5	48.7
0.4	48.5	46.5	38	4	35	45	48
0.5	47	46	34	3	33.5	46.5	47.5
0.6	46.5	45.25	29	4	28	45.5	47
0.7	46.2	44.55	28.5	2	27.5	44.5	46.25
0.8	45.6	43.85	27.5	3	26	44	45.2
0.9	45.1	43.15	26	2	25.4	43	44.95
1	44.2	42.45	25.5	3	24	42	43.8
1.1	44.1	41.75	23	2	23.1	41.5	43.65
1.2	43.6	41.05	23	3	22.5	41.2	43
1.3	42.9	40.35	22.5	2	22.4	41	42.35
1.4	42.1	39.65	20.5	2	20.6	40.5	41.7
1.5	41.8	38.95	20	2	19.4	39	41.05

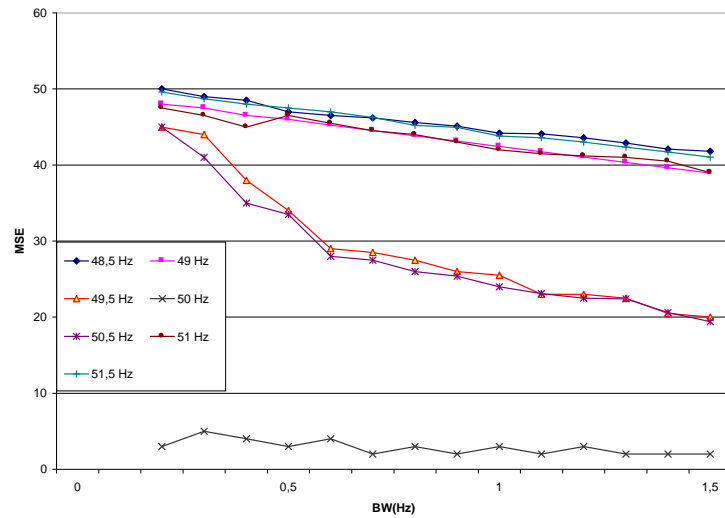


Figura 7.17: La gráfica representa el error cuadrático medio utilizando un filtrado Notch

Tabla 7.31: Resultados de filtrado red para diferentes BW (Hz) mediante un filtro Notch Adaptativo

Bw(Hz)	48.5(Hz)	49(Hz)	49.5(Hz)	50(Hz)	50.5(Hz)	51(Hz)	51.5(Hz)
0.2	21	20	19.5	0.9	19.4	19.8	21.5
0.3	20.5	19.5	19	0.8	19.2	19.3	21
0.4	21.3	20.7	19.9	1.25	19.6	20	21.6
0.5	23.4	22.7	21.8	1.32	21.7	21.9	23.6
0.6	24.5	23.6	22	1.16	21.8	22.9	24.8
0.7	26.4	25.8	23.4	1.32	23	24.9	26.7
0.8	27.5	26.9	25.4	1.23	24.9	27	28
0.9	28.4	28	26.9	1.9	26	27.9	28.6
1	29	28.8	27.3	1.11	27	28.4	29.4
1.1	29.3	29.4	28	1.09	27.8	29.6	29.8
1.2	29.6	29.5	28.5	0.9	28.3	29.8	30
1.3	30	30.1	28.9	1.6	28.8	30	30.2
1.4	30.5	30.2	29	1.25	29.1	30.1	30.8
1.5	31.6	30.4	29.5	2.1	29.2	30.6	31.9

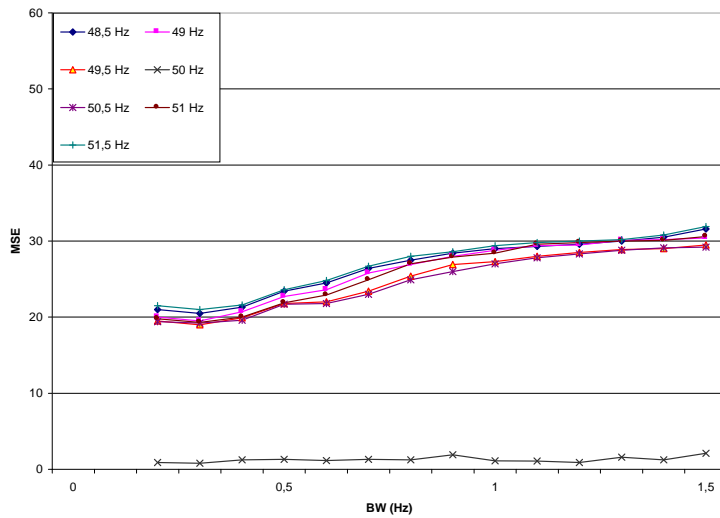


Figura 7.18: La gráfica representa el error cuadrático medio utilizando un filtrado Notch Adaptativo

Tabla 7.32: Resultados de filtrado red para diferentes BW (Hz) mediante la Red Neuronal propuesta

Bw(Hz)	48.5(Hz)	49(Hz)	49.5(Hz)	50(Hz)	50.5(Hz)	51(Hz)	51.5(Hz)
0.2	50	48	45	3	45	47.5	49.6
0.3	49	47.5	44	5	41	46.5	48.7
0.4	48.5	46.5	38	4	35	45	48
0.5	47	46	34	3	33.5	46.5	47.5
0.6	46.5	45.25	29	4	28	45.5	47
0.7	46.2	44.55	28.5	2	27.5	44.5	46.25
0.8	45.6	43.85	27.5	3	26	44	45.2
0.9	45.1	43.15	26	2	25.4	43	44.95
1	44.2	42.45	25.5	3	24	42	43.8
1.1	44.1	41.75	23	2	23.1	41.5	43.65
1.2	43.6	41.05	23	3	22.5	41.2	43
1.3	42.9	40.35	22.5	2	22.4	41	42.35
1.4	42.1	39.65	20.5	2	20.6	40.5	41.7
1.5	41.8	38.95	20	2	19.4	39	41.05

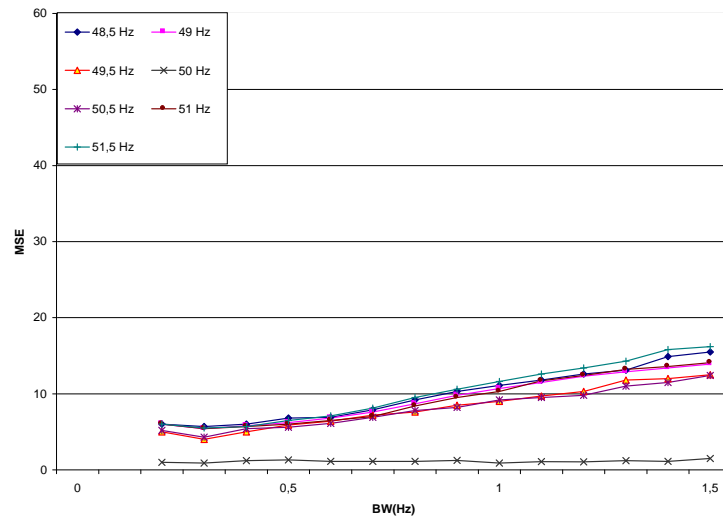


Figura 7.19: La gráfica representa el error cuadrático medio utilizando RNA

Las siguientes tablas muestran los resultados obtenidos para la cancelación del complejo QRST con los diferentes métodos existentes en la literatura. Debido a que se tiene señales con AA simulada, real, con dos derivaciones y doce derivaciones se ha realizado una separación para cada tipo de señal, debido a ello hemos obtenido cuatro tablas. El MSE normalizado, CC, VDR y S entre el original y la estimación de AA se utilizaron para evaluar el desempeño del método propuesto FBR en comparación con el PCA, ICA, STC, ASCV y ABS métodos haciendo uso de señales sintetizadas. La tabla 7.33 se resumen los valores obtenidos de estos parámetros para cada segmento de análisis de los registros de ECG simulados con doce derivaciones y la tabla 7.34 con una derivación. Se produjeron diferencias significativas entre el FBR y el resto de métodos para todos los parámetros estudiados y los registros analizados. PCA, ICA, STC, ABS, ASCV y FBR metodologías se aplicaron también a los registros de ECG reales. Dado que la AA original en un registro ECG real es desconocida, el coeficiente de CC y MSE no son utilizados en este caso. Como consecuencia de ello, sólo el VDR y S de los segmentos de la aurícula se calcularon. Los valores obtenidos de estos parámetros se presentan en las tablas 7.35 y la ficha 7.36 de doce derivaciones y una derivación, respectivamente. De la misma manera que con señales sintéticas, la AA obtenidos con FBR presenta menor residuo ventricular y una mayor similitud entre los segmentos de auricular que los obtenidos con otros métodos. Por otra parte, el residuo ventricular presenta ligeras variaciones y la similitud aumenta considerablemente cuando la duración de la grabación se incrementa. En este caso, también se han obtenido diferencias significativas entre FBR y el resto sistemas analizados para todos los parámetros estudiados.

Tabla 7.33: Los resultados proporcionados por la comparación entre el PCA, ICA, STC y RBF mediante señales simuladas de FA con doce derivaciones. Los valores indican la media  $\pm$  desviación estándar.

Métodos	CC	MSE	VDR	S
PCA	0,821 $\pm$ 0,032	0,602 $\pm$ 0,105	2,124 $\pm$ 0,491	0,801 $\pm$ 0,017
ICA	0,884 $\pm$ 0,045	0,491 $\pm$ 0,121	3,342 $\pm$ 0,512	0,886 $\pm$ 0,021
STC	0,901 $\pm$ 0,033	0,467 $\pm$ 0,106	4,437 $\pm$ 0,402	0,908 $\pm$ 0,041
RBF	0,962 $\pm$ 0,038	0,302 $\pm$ 0,071	6,395 $\pm$ 0,321	0,987 $\pm$ 0,011

Tabla 7.34: Los resultados proporcionados por la comparación entre los sistemas ABS, ASVC y RBF mediante señales simuladas de FA con una derivación. Los valores indican la media  $\pm$  desviación estándar.

Métodos	CC	MSE	VDR	S
ABS	0,865 $\pm$ 0,042	0,525 $\pm$ 0,101	3,276 $\pm$ 0,521	0,864 $\pm$ 0,019
ASVC	0,922 $\pm$ 0,031	0,416 $\pm$ 0,121	4,965 $\pm$ 0,389	0,958 $\pm$ 0,023
RBF	0,958 $\pm$ 0,038	0,311 $\pm$ 0,078	6,361 $\pm$ 0,321	0,983 $\pm$ 0,012

Tabla 7.35: Los resultados proporcionados por la comparación entre el PCA, ICA, STC y RBF mediante señales reales de FA con doce derivaciones. Los valores indican la media  $\pm$  desviación estándar.

Métodos	VDR	S
PCA	2,051 $\pm$ 0,482	0,768 $\pm$ 0,015
ICA	3,172 $\pm$ 0,571	0,843 $\pm$ 0,026
STC	4,149 $\pm$ 0,316	0,874 $\pm$ 0,033
RBF	6,157 $\pm$ 0,334	0,978 $\pm$ 0,012

Tabla 7.36: Los resultados proporcionados por la comparación entre los sistemas ABS, ASVC y RBF mediante señales reales de FA con una derivación. Los valores indican la media  $\pm$  desviación estándar.

Métodos	VDR	S
ABS	3,204 $\pm$ 0,564	0,824 $\pm$ 0,022
ASVC	4,718 $\pm$ 0,403	0,953 $\pm$ 0,017
RBF	6,135 $\pm$ 0,316	0,978 $\pm$ 0,015

El método para la cancelación de los latidos ectópicos ha sido comparado con los sistemas basados en el TMS. La tabla 7.37 resume los valores obtenidos de la EBR para el registro del ECG. Se produjeron diferencias significativas entre FBR y TMS para todos los registros analizados.

Tabla 7.37: Resumen de resultados obtenido por la comparación entre TMS y FBR para registros de ECG. Los valores indican la media  $\pm$  desviación estándar.

	TMS	RBFNN
EBR	4.05 $\pm$ 2.13	7.23 $\pm$ 2.18



## 7.8. **Discusión**

Tras la presentación y discusión parcial de ejemplos representativos y el resumen global de resultados, esta sección pretende mostrar la discusión global del comportamiento de los métodos presentados para cada objetivo planteado.

- El primero de ellos consistía en la reducción de ruido e interferencias en la señal ECG. Para validar las prestaciones de este nuevo método se ha realizado un análisis comparativo respecto a unas técnicas muy conocidas y que ofrecen muy buenos resultados, como el método basado en la transformada Wavelet, el filtrado FIR y el filtrado adaptativo LMS. Los casos estudiados abarcan un amplio rango de situaciones, siendo las más típicas las basadas en el ruido muscular, artefactos, variación de la línea base. Para el tratamiento de la interferencia de red se ha comparado con las técnicas más aceptadas, filtrado Notch y filtrado Notch Adaptativo, nombradas en el capítulo 3.

La dependencia del tipo de ruido condiciona enormemente el comportamiento de los métodos estudiados salvo para el caso del sistema propuesto [325]. A continuación se procede a una explicación breve de los resultados obtenidos.

1. Línea base. En todos los casos se ha repetido la misma tendencia. En las frecuencias muy bajas, el método basado en Wavelet ofrecía buenos resultados. Sin embargo, los resultados obtenidos con RNA eran algo mejores, Tabla 7.23. Conforme aumenta la frecuencia de la línea base, el método desarrollado ofrece mejores resultados, con lo cual se puede decir que el rango de las variaciones cubierto es mayor. Hay que tener en cuenta que resultados de MSE mayores de 50 pueden no ser interesantes por la distorsión de la señal. El método basado en el uso de un filtro paso alto no es recomendable. Si se añade otro tipo de ruido a la señal (muscular, blanco...) se nota más diferencia entre los métodos, debido principalmente a que no consiguen eliminar la fluctuación de pequeña frecuencia. De las tablas 7.22, 7.23, 7.24, 7.25, 7.26 y 7.27 se observan las diferencias entre los métodos estudiados. Éstas aumentan cuando la señal ECG lleva incluidos diversos ruidos diferentes. Como se puede observar en las Figuras 7.4, 7.5 y 7.6 el método propuesto elimina el efecto producido por la deriva de la línea horizontal. Wavelet consigue resultados que se acercan al sistema basado en ANN, siempre que la señal no presente otro tipo de ruido que dificulte la eliminación. El método LMS debido al ruido presente, no consigue adaptarse y por ello no cancela la línea base. Las estructuras basadas en filtrado FIR, son las que peores resultados obtienen, estas estructuras eliminan bastante bien el ruido blanco. Como se ha comentado anteriormente, si se realiza un filtrado en cascada con varios métodos, la señal resultante presenta más distorsión que la que se obtiene con RNA.
2. Ruido Muscular. Se aprecian más diferencias entre los distintos métodos debido a la modificación sustancial de la señal ECG. Para este ruido existen métodos como FIR y LMS que dependen mucho del registro a analizar, y para ciertos casos no se consigue reducir dicha interferencia. Además si los métodos adaptativos (LMS) no llegan a converger, producen una distorsión de la señal original, modificando amplitudes y anchura del registro ECG. Las tablas 7.17, 7.18, 7.20, 7.19 y 7.21 muestran los resultados entre los distintos métodos. Si no se limita a registros con un solo ruido, la diferencia aumenta, ya que las técnicas tradicionales de filtrado (Wavelet, FIR, LMS) prácticamente reducen el ruido blanco y el resto no consiguen disminuirlo totalmente. De las Figuras 7.1, 7.2 y 7.3 se puede observar el efecto del

ruido muscular. Si la señal sólo tiene ese ruido, el método de Wavelet proporciona un resultado aceptable. Pero en cambio, si presenta deriva de la línea base no se logra reducir por completo dicho ruido. El resto de sistemas presentados (FIR, LMS) obtienen peores resultados. Igual que para el caso de ruido línea base, un filtrado en cascada con varios métodos produce mayor distorsión de la señal.

3. Interferencia de Red. En este caso se ha probado con sistemas diferentes a los anteriores, debido a las características de la señal de red.

Dicha señal presenta ciertas oscilaciones alrededor de su frecuencia fundamental (50 Hz / 60 Hz). Debido a eso las técnicas de filtrado clásico FIR, Wavelet no consiguen unos buenos resultados. Para ello se ha trabajado con filtros Notch y Notch Adaptativos debido a la oscilación de la señal de red. Se ha comprobado RNA con estas dos técnicas; si la frecuencia de red no sufre fluctuaciones, los tres métodos disminuyen el efecto de dicha interferencia, pero si se modifica, el sistema propuesto corrige ese efecto. En las Figuras 7.17, 7.18 y 7.19 se puede visualizar el MSE de cada uno de los métodos para diferentes frecuencias de red. Se ha introducido variaciones de la frecuencia de la señal seno, para simular las oscilaciones de la red eléctrica. Las tablas 7.30, 7.31 y 7.32 muestran los valores. En la Figura 7.7 se puede observar el efecto producido por la interferencia de red en el ECG. En ellas no se ha introducido otro tipo de ruido, porque entonces con los filtros notch no se hubiese obtenido ninguna mejora, ya que ellos al ser selectivos no eliminan el resto de ruidos.

- El segundo de los objetivos marcados buscaba la extracción de la actividad auricular. La evaluación no invasiva de la onda de fibrilación auricular y en particular la frecuencia de fibrilación está ganando aceptación como una herramienta para la caracterización de la arritmia en pacientes individuales y para evaluar el impacto de diferentes estrategias de tratamiento [326–329]. El Análisis de la onda de fibrilación auricular directamente de registros de ECG es muy limitado ya que la señal auricular se ve ocultada por la actividad ventricular. Diferentes algoritmos para la extracción de la señal de la fibrilación auricular en el ECG están disponibles [11, 19, 162, 326].

En esta tesis, se propone una técnica efectiva para la cancelación del complejo QRS y se aplica a los registros de ECG. Dicha técnica incorpora una arquitectura de red FBR que puede agregar o quitar FBRs dinámicamente en función del error de aproximación actual. La estructura de la red FBR varía en el tiempo con el fin de controlar la complejidad de la red y la eficiencia computacional. Se utilizó una generalización del segundo método de Lyapunov para probar el rendimiento de la red FBR propuesta. Dos FBRs diferentes (GFBR y RCFBR) se utilizan. Aunque la red GFBR tiene la propiedad de aproximación universal, por lo general requiere de un esfuerzo de cálculo mayor, especialmente para los sistemas de orden superior. La propiedad de soporte compacto de la RCFBR permite una rápida evaluación de la producción y el entrenamiento de la red. La elección de un número adecuado de nodos ocultos es importante en aplicaciones de FBR. Este número tiene que tener en cuenta el número y la complejidad de los grupos de ECG para análisis de sus características, así como el número de casos disponibles para el entrenamiento ECG. El número óptimo de nodos ocultos y ritmo de entrenamiento se determinaron experimentalmente para cada estructura de FBR. La red FBRs propuesta fue entrenada y testeada para comprobar la robustez de este modelo y para encontrar una red FBR que consiguiera el mejor rendimiento y la menor carga computacional. La eficacia del método propuesto se ilustra con ejemplos diferentes. Diferentes estructuras para un rendimiento óptimo de la ANN han sido analizadas. La tabla 6.5 muestra un resumen de las diferentes estructuras de ANN implementadas. La red basada en RCFBR consigue un error inferior

tanto en el conjunto de entrenamiento ( $E_{tr}$ ) y en el conjunto de pruebas ( $E_{ts}$ ). La Figura 6.9 presenta la gráfica de correlación cruzada de la red propuesta, en el que la red alcanza el punto óptimo de entrenamiento. Esta ANN ha sido principalmente elegida por su capacidad de adaptación a las no-lineales y las características variables en el tiempo del complejo QRST. El rendimiento de este método depende de la cantidad y variedad de señales que se han elegido para el entrenamiento.

De las distintas técnicas propuestas para disminuir el complejo QRS y la onda T en las señales de ECG con AF, se han seleccionado varias de ellas para ser comparadas con la técnica basada en FBR. Las Tablas 7.33, 7.34, 7.35 y 7.36 junto con las Figuras 7.10, 7.11, 7.12 y 7.13 muestran cómo el sistema basado en FBR logra una significativa reducción en el complejo QRS. Se ha encontrado que ANN mejora todos los resultados obtenidos por otros sistemas, disminuyendo significativamente el complejo QRS. El método ABS supone que, en el mismo paciente, complejos ventriculares suelen mostrar un número limitado de formas. Una plantilla media de estos distintos complejos se utiliza para restar la actividad ventricular. Este método se basa en el supuesto de que el latido promedio puede representar aproximadamente cada latido individual. Sin embargo, la morfología del QRS suele estar sujeto a pequeños cambios causados por la respiración, el movimiento del paciente, etc. En consecuencia, tanto vestigios del QRST como ruido suelen estar presentes en la actividad auricular estimada. Debido a esto, no se logra una reducción completa cuando hay alteraciones en la morfología del QRS. Por otra parte, el STC hace uso de la propiedad de que las actividades auriculares y ventriculares están desacopladas en el tiempo una con la otra. En esta estrategia, los latidos promedio de derivaciones contiguas son combinados matemáticamente con el latido promedio de la derivación analizada con el fin de suprimir las alteraciones del eje eléctrico y producir una cancelación óptima. Sin embargo al menos un minuto de señal es necesario para una adecuada cancelación del complejo QRS, por lo tanto en sistemas de ECG de corta duración este método no se recomienda. Una modificación ha sido introducida por Lemay [165] en la que el complejo QRS y la onda T se procesaban de forma independiente. Sin embargo, las mejoras introducidas por estas técnicas se reducen notablemente cuando solo se dispone de registros de ECG con pocas derivaciones. Otros métodos permiten la cancelación de la actividad ventricular en cortos episodios de FA, con una longitud mínima de un ciclo cardíaco completo. Sin embargo, este método también necesita tantas derivaciones como sea posible para estimar la morfología dominante de la onda T en cada latido [330, 331]. Otros autores presentan una estrategia en la que se explota la dependencia temporal de la AA [15], utilizando análisis de componentes principales, para estimar la AA de registros de una sola derivación. Las principales características de las actividades auricular y ventricular son extraídas, y son determinadas las señales de varias bases de cada subespacio. Por último, la AA se reconstruye de nuevo exclusivamente de las señales base que forman el subespacio auricular. Los algoritmos basados en el PCA e ICA explotan la propiedad de que las actividades auricular y ventricular se originan a partir de fuentes bioeléctricas diferentes y desacopladas. Además, STC obtiene la señal auricular de una derivación específica ECG, mientras que el PCA e ICA consiguen una señal auricular a partir de más derivaciones. Con respecto a ICA, el experimento con varias derivaciones reduce el residuo ventricular pero la similitud se reduce notablemente.

En conjunto, estos resultados demuestran que el método propuesto puede servir como una nueva herramienta para lograr una reducción eficiente del complejo QRST. En este sentido, una cuestión relevante que se debe abordar es el estudio del procedimiento de cancelación. Aunque las técnicas tradicionales pueden ser utilizadas para la eliminación

de QRS del ECG en la fibrilación auricular, el exceso de cancelación puede eliminar o distorsionar la información médica relevante. Por el contrario, los resultados de este estudio sugieren que la información clínica se mantiene mediante la selección de un modelo flexible dinámico para el ECG con una actualización de adaptación de los parámetros del modelo basado en FBR.

Y para finalizar en esta tesis doctoral se ha presentado también una red FBR para la clasificación de los latidos ectópicos. En este estudio se ha mostrado cómo el aprendizaje seleccionado puede aplicarse con éxito a la tarea de clasificación e identificación de dichos latidos, produciendo la reducción de ellos en los registros de ECG. El método propuesto se evaluó mediante un gran conjunto de datos, que se puede considerar muy similar a las condiciones que se encuentran en el entorno clínico. La alta sensibilidad lograda para el Grupo2 'EVs' y alta especificidad para todas las anotaciones del Grupo 1 'HNB', demuestran que el conjunto de parámetros utilizados es una implementación fiable para el reconocimiento automático. Los resultados 7.14, 7.15, 7.16 y 7.37 han demostrado que FBR es capaz de obtener una representación muy exacta de ECG, proporcionando así una reducción de alta calidad del latido ectópico para registros de ECG con una sola derivación.

## Capítulo 8

# Conclusiones, aportaciones y líneas futuras

---

8.1. Conclusiones . . . . .	168
8.2. Aportaciones . . . . .	169
8.3. Líneas futuras de investigación . . . . .	171

---

Tras la presentación de los métodos propuestos, los resultados obtenidos y la discusión de los mismos, este capítulo final aborda las conclusiones extraídas de la valoración de los puntos anteriores. También se realiza un breve repaso de las aportaciones generadas por esta investigación, así como las líneas futuras de actuación derivadas de las conclusiones expuestas.

## 8.1. Conclusiones

En la presente tesis doctoral se ha realizado el estudio y la aplicación de los diferentes métodos para la disminución de ruido con sus diferentes variantes y el desarrollo de un nuevo algoritmo basado en Redes Neuronales. Las conclusiones derivadas de los resultados obtenidos son las siguientes:

- Se ha demostrado la reducción de diversos ruidos que afectan a la señal de ECG. Se ha estudiado la derivación I, por ser una de las señales de referencia, no siendo el método propuesto dependiente del tipo de derivación elegida. El proceso puede realizarse con éxito mediante técnicas basadas en redes neuronales para cualquier derivación.
  - Se ha demostrado que los métodos FIR, LMS y Wavelet como técnica aislada, no son capaces de cancelar todos los tipos de ruidos, siendo necesarios varios procesos en cascada con un mayor coste computacional y produciendo una mayor distorsión de la señal.
- Se ha conseguido unificar en un único método el preprocesado de la señal ECG, con lo cuál se elimina el proceso en cascada, disminuyendo cada tipo de ruido de forma separada por cada sistema. Además se reduce la distorsión ya que evita pasar por varios sistemas.
- Se ha validado empíricamente la viabilidad del método propuesto como técnica de reducción de ruido ECG mediante la realización de dos etapas:
  - Se ha confeccionado una base de datos sintéticos, pseudo-reales y reales de ECG con diferentes ruidos que han permitido estudiar el comportamiento en distintas situaciones de los algoritmos asociados a cada método.
  - Se han comparado los resultados obtenidos, en el dominio temporal y frecuencial, con otras técnicas clásicas de filtrado como FIR, LMS, Wavelet, etc., ampliamente aceptadas por la comunidad científica internacional.
- Se ha demostrado que la extracción de la actividad auricular en episodios de fibrilación auricular, puede realizarse con éxito mediante técnicas basadas en redes neuronales en este problema concreto.
  - Se ha comprobado que la presencia de comportamientos no esperados en la zona de complejos QRS de las señales auriculares extraídas es mínimo, a diferencia de lo que ocurre con otras técnicas clásicas, muy sensibles a la presencia de componentes ectópicos en los registros ECG.
  - Se ha demostrado que FBR, como técnica aislada, es capaz de extraer la actividad auricular a partir de una sola derivación.
- Se ha validado empíricamente la viabilidad del método propuesto como técnica de extracción de actividad auricular mediante la realización de dos etapas:
  - Se ha confeccionado una base de datos documentada y significativa con episodios artificiales, pseudo-reales y reales de fibrilación auricular que han permitido estudiar el comportamiento en distintas situaciones de los algoritmos asociados a cada método.

- Se han comparado los resultados obtenidos, con otras técnicas clásicas de extracción de la actividad auricular, ampliamente aceptadas por la comunidad científica internacional.

Con todo lo anterior, el método propuesto en esta tesis, resulta idóneo para la disminución de diferentes tipos de ruido presentes en un registro de ECG.

La dependencia del tipo de ruido condiciona enormemente el comportamiento de los métodos estudiados salvo para el caso del sistema desarrollado, ventaja significativa ya que la señal real a estudiar siempre lleva añadidos uno o más ruidos.

## 8.2. Aportaciones

Las principales aportaciones derivadas del trabajo de investigación presentado son las siguientes:

**Publicaciones:** Los resultados preliminares de esta investigación fueron presentados por primera vez en el congreso nacional de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, celebrado en Pamplona en noviembre de 2006 [332] y, posteriormente, en diversos congresos. En este trabajo se abordaban y discutían las posibilidades como técnica de cancelación de ruido muscular, artefactos, línea base y ruido de red de los métodos basados en redes neuronales, validándose los resultados obtenidos mediante la utilización de señales artificiales y reales. También se han incluido las aportaciones centradas en la extracción de la actividad auricular y reducción del latido ectópico.

El modelo RNA ha sido presentado internacionalmente como método genérico en los congresos internacionales en el área de la aplicaciones de redes neuronales [333, 334], y en entornos científicos [335–338].

Las referencias citadas se resumen a continuación:

- [339]: Mateo, Jorge; Rieta, José Joaquín. Radial Basis Function Neural Networks Applied to Efficient QRST Cancellation in Atrial Fibrillation. *Computers in biology and medicine*. En revisión.
- [325]: Mateo, Jorge; Rieta, José Joaquín. Application of artificial neural networks for versatile preprocessing of electrocardiogram recordings. *Journal of Medical Engineering & Technology*, 2012. Vol. 36. Number: 2. Pag. 90-101.
- [340]: Mateo, Jorge; Torres, Ana; Rieta, José Joaquín. Aplicación de funciones de base radial para la cancelación de latidos ectópicos en registros de ECG. En XXIV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, 2011.
- [341]: Mateo, Jorge; Torres, Ana; Rieta, José Joaquín. An Efficient Method for Ectopic Beats Cancellation Based on Radial Basis Function. En 33rd Annual International Conference of the IEEE EMBS, 2011. Pag. 6947-6950. Vol. 33.
- [342]: Mateo, Jorge; Torres, Ana; Sánchez, César; Rieta, José Joaquín. Cancelación del QRST en registros de FA mediante redes neuronales basadas en funciones de base radial. En XXVIII Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, 2010.
- [343]: Mateo, Jorge; Torres, Ana; Sánchez, César; Rieta, José Joaquín. Neural Network Based Canceller for Powerline Interference in ECG Signals. En *Computers in Cardiology*, 2010: IEEE, 2010. Pag 1011–1014. Vol. 37.

- [344]: Mateo, Jorge; Rieta, José Joaquín; Torres, Ana; Sánchez, Cesar. Sistema Basado en Perturbación Simultánea para la Disminución de Ruido Muscular Presente en el Electrocardiograma. En XXIII Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio URSI 2008.
- [345]: Mateo, Jorge; Sánchez, César; Cervigon, Raquel; Rieta, José Joaquín. Reducción de interferencia de red mediante Widrow-Hoff Delta en registros de ECG. En XXVI Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, 2008.
- [346]: Mateo, Jorge; Rieta, José Joaquín; Torres, Ana; Cervigon, Raquel; Sánchez, Cesar. Neural Network Based Canceller for Powerline Interference in ECG Signals. En *Computers in Cardiology*, 2008: IEEE, 2008. Pag 1073–1076. Vol. 35.
- [347]: Mateo, Jorge; Sánchez, César; Cervigon, Raquel; Vayá, Carlos; Blas, José Manuel. A Noise Reduction Algorithm in Biomedical Signals using Neural Networks. En *International Technology, Education and Development Conference*, 2007. 1-6. Vol. 1.
- [335]: Mateo, Jorge; Sánchez, César; Alcaraz, Raúl; Vayá, Carlos; Rieta Ibáñez, José Joaquín. Neural networks based approach to remove baseline drift in biomedical signals. En *11th Mediterranean Conference on Medical and Biological Engineering and Computing*, 2007; 90-93. Vol 16.
- [333]: Mateo, Jorge; Sánchez, Cesar; Vaya, Carlos; Cervigon, Raquel; Rieta, José Joaquín. A Learning Based Widrow-Hoff Delta Algorithm for Noise Reduction in Biomedical Signals. En *Lecture Notes in Computer Science (LNCS 4127)*. Springer. ISBN: 978-3-540-73052-1, 2007; 377–386.
- [334]: Mateo, Jorge; Blas, José Manuel, Torres, Ana María; Sánchez, César . Removal of Muscular and Artefacts Noise from the ECG by a Neural Network. En *5th IEEE International Conference on Industrial Informatics*, 2007. Pag. 687-692. Vol. 2.
- [336]: Mateo, Jorge; Rieta, José Joaquín; Cervigon, Raquel; Vayá, Carlos; Sánchez, Cesar. A New Adaptive Approach to Remove Baseline Wander from ECG Recordings Using Madeline Structure. En *Computers in Cardiology*, 2007: IEEE, 2007. Pag 533-536. Vol. 34.
- [337]: Mateo, Jorge; Sánchez, César; Cervigon, Raquel; Vayá, Carlos; Rieta, José Joaquín. Eliminación de la Línea Base en el ECG Mediante un Sistema de Aprendizaje Neuronal Basado en Perturbación Simultánea. En *XXV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica*, 2007.
- [338]: Mateo, Jorge; Sánchez, César; Rieta, José Joaquín. Reducción de Ruido Muscular en Registros ECG Utilizando Redes Neuronales. En *XXV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica*, 2007.
- [332]: Mateo, Jorge; Sánchez, César; Alcaraz, Raúl; Vayá, Carlos; Rieta, José Joaquín . Métodos de Preprocesado en Análisis Electrocardiográfico: Problemática y Evaluación de Soluciones . En *XXIV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica*, 2006; 543-546.

**Colaboraciones:** dentro del área que abarca este documento, y en el tiempo transcurrido en su desarrollo, se han realizado colaboraciones con otros investigadores del grupo de Innovación en Bioingeniería de la Universidad de Castilla la Mancha, del cuál el autor del presente trabajo es miembro.

Las referencias más representativas se resumen a continuación:



- [348]: R. Cervigón, J. Moreno, F. Castells, J. Mateo, C. Sánchez, J. Pérez-Villacastín, J. Millet. Anesthesia with propofol slows atrial fibrillation dominant frequencies. *Computers in biology and medicine*, 2008, Vol. 38 issue 7 Pages 792-798
- [349]: Cervigon, Raquel; Castell, F.; Moreno, J; Mateo, J; Sánchez, C; Millet J. Wavelet Variance Differences in Atrial Fibrillation during Anaesthetic Effect. En *Computers in Cardiology*, 2008: IEEE, 2008. 621-624. Vol 35.
- [350]: C. Vayá, JJ. Rieta, J. Mateo, and C. Sánchez. Poincaré plots of time-frequency parameters applied to the prediction of atrial fibrillation termination. En *Computers in Cardiology*, 2007. IEEE, 2007. 569-572. Vol. 34.
- [351]: Cervigon, Raquel; Moreno, J; Heneghan, C; Mateo, Jorge; Sánchez, César. Effects of Anaesthesia on Atrial Fibrillation Organization during Catheter Ablation Procedure. En *Computers in Cardiology*, 2007: IEEE, 2007. 411-414. Vol 34.
- [352]: Torres, A. M., Quintana, S., Cascón, J; Mateo, J. Modelo de simulación con el programa LIMA, de un mapa de ruido aplicado a la ciudad de Cuenca. En XXII Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio URSI 2007.
- [353]: Cervigon, Raquel; Sánchez, César; Mateo, Jorge; Alcaraz, Raúl; Millet, José. Sample Entropy Analysis of Electrocardiograms to Characterize Recurrent Atrial Fibrillation. En 11th Mediterranean Conference on Medical and Biological Engineering and Computing. 2007; 54-57. Vol. 16
- [354]: Cervigon, Raquel; Alcaraz, Raúl; Vaya, Carlos; Mateo, Jorge; Sánchez, César. Aplicación de la Entropía Muestral para la predicción de recurrencias en Fibrilación Auricular. En XXIV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, 2006; 451-454
- [355]: Alcaraz, Raúl; Rieta, José Joaquín; Mateo, Jorge; Vaya, Carlos; Sánchez, César. Análisis de Reversión en Episodios de Fibrilación Auricular Mediante Entropía Muestral Wavelet. En XXIV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, 2006; 339-342.
- [356]: Vaya, Carlos; Rieta, Jose Joaquin; Alcaraz, Raúl; Mateo, Jorge; Sánchez, César. Clasificación de la fibrilación auricular mediante análisis de complejidad en el dominio tiempo-frecuencia . En XXIV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, 2006; 25-28.
- [357]: Cervigon, Raquel; Alcaraz, Raúl; Mateo, Jorge; Sánchez, Cesar. Evaluación del efecto anestésico en la fibrilación auricular mediante la transformada wavelet. En XXI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio URSI 2006.
- [358]: Alcaraz, Raúl; Bueno, Emilio; Mateo, Jorge; Vaya, Carlos; Blas, Jose Manuel. Algoritmos Basados en la Detección de la Amplitud y la Fase de Armónicos para la Mejora de la Calidad de la Señal de Red Eléctrica. En XXI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio URSI 2006.

### 8.3. Líneas futuras de investigación

La definición que algunos expertos dan de la fibrilación auricular, la arritmia irregularmente irregular, da una idea de la complejidad que conlleva el estudio de la misma y de la imposibilidad de abarcar en un solo trabajo de tesis doctoral todos los aspectos posibles y derivados de la misma. Por ello, es indudable que todos los métodos y técnicas propuestas

puedan ser ampliados y perfeccionados en base a unas determinadas líneas de trabajo, como pueden ser las siguientes:

- Profundizar en las posibilidades de las redes neuronales como método de reducción de ruido en diferentes señales. Estudiar más registros de ECG con diferentes patologías y ver el efecto que el sistema produce en ellos. Desarrollar aplicaciones clínicas como sistemas de cancelación.
- Incorporación a los algoritmos desarrollados, de un procedimiento automático que utilice operadores genéticos para la selección de variables de entrada, discriminando aquellas que no aporten la suficiente información.
- La paralelización de los algoritmos propuestos, para hacerlos viables en el caso de que el elevado número de datos a procesar requieran tiempos de ejecución inaceptables dados los límites de tiempo real planteados.
- Evaluar los efectos de los métodos de extracción auricular después de realizar un filtrado. Investigar la mejora de los métodos predictivos cuando la señal a analizar presenta menos interferencias.
- Utilizar los métodos basados en redes neuronales para la obtención de parámetros que puedan predecir la muerte súbita en pacientes con Fibrilación Auricular. Los resultados preliminares que parecen ofrecer los sistemas neuronales hacen albergar esperanzas al respecto.
- Un campo de investigación novedoso, sería la construcción de nuevas funciones de base radial con soporte compacto, que puedan ser utilizadas en el registro de señales biomédicas.
- Desarrollar nuevos métodos de adaptabilidad asociados a RNA en función de las características del objetivo a analizar.
- Definir nuevos indicadores que aporten información clara y fiable sobre la calidad de la extracción de la señal en los métodos analizados y sus equivalentes, aún cuando no se disponga de señales de referencia.

Cada uno de los citados puntos anteriores constituye un nuevo trabajo con entidad suficiente para justificar una investigación más profunda, así como el inicio de nuevas tesis doctorales en el apasionante campo científico que supone el estudio de señales electrocardiográficas mediante herramientas de procesado avanzado.

## Capítulo 9

# Summary of the Doctoral Thesis

---

<b>9.1. Introduction</b>	<b>174</b>
<b>9.2. Materials</b>	<b>176</b>
<b>9.3. Method</b>	<b>179</b>
9.3.1. Application of ANN for versatile preprocessing of ECG	179
9.3.2. RBF to Efficient QRST Cancellation	181
9.3.3. Performance assessment	187
<b>9.4. Results</b>	<b>190</b>
9.4.1. Muscle noise	191
9.4.2. Baseline noise	193
9.4.3. Powerline interference	196
9.4.4. Twelve Lead Recordings	199
9.4.5. Single Lead Recordings	200
<b>9.5. Discussion</b>	<b>201</b>
<b>9.6. Conclusion</b>	<b>203</b>

---

This chapter presents the summary of the thesis doctoral which has two main objectives: firstly, to design systems based on Artificial Neural Networks with its different types in order to reduce interference and noise in ECG signals preserving the clinical information. The second objective consists in checking the potential of neural networks, in all its forms, for the extraction of atrial activity from the ECG with atrial fibrillation.

## 9.1. Introduction

The electrocardiogram (ECG) is the recording of the electrical cardiac activity and is extensively used to diagnose heart diseases. When the ECG is recorded, this process is usually contaminated by many kinds of noise [1]. The predominant contaminating noise includes baseline wandering, powerline interference and muscle noise. Baseline drift is usually caused by either patient breathing or patient movement itself and can be modeled by low frequency noise. Examples of powerline environmental interference are those caused by 50 or 60 Hz power supply lines, radiation from lights, and radio-frequency emissions from nearby medical devices [68]. Muscle noise is caused by electrical activity of contracting muscles. The overall shape of this interfering activity depends on the degree of muscle contraction: a weak contraction produces a train of low amplitude spikes, while an increase in contraction strength decreases the interspike distance so that the electromyographic interference exhibits the properties of a continuously varying signal [1].

Given that the ECG is contaminated by different noises, extraction of information to support clinical diagnosis from noisy measurements has been one of the traditional concerns in biomedical signal processing. Moreover, this operation needs reliable techniques to preserve the diagnostic information of the recorded signal. One of the common approaches to deal with the problem of noise is the application of adaptive filtering (AF) which has been widely used for noise cancellation in the ECG [67,68]. Moreover, bayesian filtering [120], digital filtering [4] and independent component analysis (ICA) [111] have also been used to extract a noise-free signal from the noisy ECG. In the recent past, wavelet denoising methods have also received a lot of attention for signals which have multi-resolution characteristics, such as ECG [84]. In these cases, the ECG model is essentially based on its frequency content and, to some degree, the localization of the ECG fiducial points on time. Finally, filters based in Artificial Neural Networks (ANN), that simulate the systems listed above, have been also used [359].

Given that the different kind of noises in the ECG have been independently studied in several previous works, a state of the art review of each separated technique will be introduced next. Regarding muscle noise, techniques based on FIR filters [4, 5], adaptive filters [67], empirical mode decomposition [360], filters based on function transform [119], and singular value decomposition [83] have been used in order to reduce this kind of noise. One common drawback of these filters is their incomplete interference reduction and the introduction of some distortion in the output signal.

On the other hand, recent contributions to baseline wandering removal have proposed a wide range of different techniques, these being: nonlinear filter banks [129], advanced average [59], wavelet denoising [137], adaptive filtering [68] and empirical mode decomposition [361]. Moreover, some researchers tried to suppress baseline wander by means of high pass filtering [1], which introduces either nonlinear phase distortion or amplitude distortion. In order to preserve phase information, FIR digital filtering has been preferred in these situations [5].

Finally, for the case of powerline interference removal, the most extended procedure has been notch filtering tuned to the powerline nominal frequency [1,145]. The notch filter (NF) has two main traits. On the one hand, is able to reject a 50Hz narrow frequency and, on the other, can maintain the remaining spectrum without hardly any change. However, this solution is not robust under frequency variations of the interfering signal, which happens unavoidably within a low-quality environment [362]. Therefore, although this solution is easy to be implemented at low cost, it produces undesirable signal distortion and cannot eliminate completely the interference [362]. Other more effective solution to reduce powerline interference has been based on adaptive filtering [363]. The technique does not disturb the ECG frequency spectrum but requires a reference signal [129, 362]. In order to solve this problem, different adaptive

structures have also been proposed [150]. These systems are automatically able to adjust their parameters to obtain the best performance under a variable interference. Finally, other proposed techniques that can be mentioned for minimizing the effect of powerline interference are wavelet denoising [155] and automated gain adaptation [364].

All the aforementioned filtering methods, despite their performance, reduce different noises in a separate fashion. As a consequence, for muscle, powerline and baseline noise three different and consecutive filtering steps must be applied to the ECG. The present thesis introduces a new method able to reduce all the ECG interfering signals in only one step, with low ECG distortion and high noise reduction. The proposed system, is based on a growing artificial neural network (ANN) allowing the optimization of both the number of neurons in the hidden layer and the coefficient matrices (weights and bias). These matrices have been optimized according to the Widrow–Hoff delta algorithm [301].

In order to evaluate the proposed methodology under different conditions, a variety of noise types were added to the ECG signals. The interfering signals were muscle, baseline and powerline noise which were superimposed to synthetic and real ECG recordings. The proposed method has been compared by means of different parameters to the following methods: (i) adaptive filtering based on least mean square (LMS) [66,362]. The BLMS algorithm was derived using the steepest descent strategy with block gradient estimation to minimize the mean square error. A value of the forgetting factor  $\lambda = 0,9$  was chosen. (ii) Wavelet transform based filtering [137], in which the multiadaptive bionic wavelet transform (MABWT) was used. Through this scheme, low pass noisy interference effects on the ECG baseline will be removed as a direct task. (iii) Notch filtering [145] in which the polynomial denominator of the IIR transfer function is determined by using an iterative scheme in which optimal pole placements are found by solving a standard quadratic programming problem. For stability, the pole radius in the single notch filter design is specified by the designer, and in the multiple notch filter design, is constrained by using the implications of Rouché's theorem. Values of pole  $r = 0,8$  and  $w_{ni} = 0,1\pi$  were chosen. (iv) Adaptive filter based on notch filter (NFA) [149] where a method for extracting information on the distance between the frequency of the input sinusoid and the zero of the notch was proposed. Five notches, namely, a main notch and four pilot notches were used. The pilot notches were used to analyze the gradient estimates at the same sampling instance but at several frequency points as the main notch. The weight update algorithm was the least mean power algorithm with  $p = 2$ . The outermost pilots had  $\alpha_h = \alpha_l = 2^{-3}$ . The innermost pilots had  $\alpha_h = \alpha_l = 2^{-5}$ . The value of  $r$  was 0,9. (v) Finally, a filter based on the FIR structure [5] was used to remove baseline wander making use of bidirectional high-pass filtering with 0.5 Hz cut-off frequency and to remove muscle noise through bidirectional low-pass filtering with cut-off frequency of 70 Hz. The results demonstrate how this new method can maintain the original shape of the ECG signal in very low signal-to-noise ratio conditions, where the cardiac signal is contaminated by noise. The proposed method has three important advantages: First of all, different noise types can be reduced in only one step; secondly, a low distortion of the signal is achieved; and thirdly, the training of the ANN was made in a single operation, thus comprising all the noise types that can be present in the ECG. As a consequence, the system can be applied to a wide range of biomedical signals in which the interfering noise could present similar characteristics.

As for cardiac pathologies contained in ECG analyzed in this thesis, there is one in particular, atrial fibrillation (AF). AF is a common arrhythmia with a prevalence of approximately 0.4–1.0 % in the general population [6], which increases with age, thus being present in 5 % of those older than 65, and 10 % of those older than 70 [7]. AF is associated with an increased risk of stroke and mortality, as well as impaired exercise tolerance, fatigue, and heart failure [365]. The diagnosis of AF, as such, has been based mainly on visual inspection of the surface electrocardiogram

(ECG) [9]. However, due to the atrial activity (AA) reduced amplitude, in contrast to the much higher amplitude of the ventricular activity (VA), that is, the QRS and the T wave, the cancellation of VA is mandatory to study AF from surface recordings [19]. This step would facilitate the extraction of AA under the best conditions, which is crucial to understand the electrophysiological processes underlying AF, such as refractory periods, autonomic response, drug effects, etc. [9]. The extraction of the AA during AF requires nonlinear signal processing since spectra of atrial and ventricular activities overlap and, in consequence, they cannot be separated by simple linear filtering [11]. Different approaches are generally used to perform this task: source separation algorithms and template matching and subtraction (TMS) or its variants. Source separation algorithms try to find uncorrelated components within a multi-lead ECG using principal component analysis (PCA) [15, 326], or to find independent components in a linear mixture using independent component analysis (ICA) [11]. The algorithms based on PCA or ICA exploit the property that the atrial and ventricular activities are originated from different and uncoupled bioelectric sources. PCA has been employed to monitor the effects of drugs [326] and assess the effects of linear left atrial ablation [366]. Instantaneous and convolutive ICA has been applied in order to obtain ECG signals devoid of VA involvement [10, 11, 14]. On the other hand, systems based on neural networks have also been used with limited success [17].

The methods based on standard or improved TMS assume that, for the same patient, ventricular complexes generally exhibit a limited number of forms. An average template of these distinct complexes is then used to subtract the VA [19]. This method relies on the assumption that the average beat can represent approximately each individual beat. However, QRST morphology is often subject to minor changes caused by respiration, patient movement, etc, and, therefore, QRST residua and noise are often present in the estimated AA or remainder ECG [161]. To solve this problem, different improvements have been presented, like the spatiotemporal QRST cancellation [8], where the average beats of adjacent leads are mathematically combined with the average beat of the analyzed lead. In this way, the method is able to suppress the electrical axis alterations and yield optimal cancellation. A modification has been introduced by Lemay et al [165] in which the QRS complex and the T wave are separately processed. However, the improvement introduced by these techniques is notably reduced when only single-lead ECG recordings are available. In this respect, to overcome the aforementioned shortcomings, an adaptive QRST cancellation method based on adaptive singular value cancellation has been applied to each single beat in [162].

In this thesis, a new QRST cancellation method based on a Radial Basis Function (RBF) neural network, is proposed. The system can be applied both to single and multi-lead ECG recordings. The proposed RBF network has been developed like a hierarchically layered structure. It starts with a small number of RBFs and then adds new RBFs if the approximation error is larger than some predetermined threshold and there is no existing RBF that can efficiently represent the current input. The adaptation strategy for the weight matrix of the RBF network is developed using the Lyapunov approach. Different types of RBFs can be employed by the proposed self-organizing RBF network. The implementations using Gaussian and Cosine RBF are compared with the widely applied TMS technique for QRST cancellation. Through the proposed system, ECG recordings with one and 12 leads have been used. However, once the network is trained, it can be used for any number of leads.

## 9.2. Materials

In this study, two types of signals were used. On the one hand, real recordings from the Physionet database [50] and, on the other, synthesized signals. The final sampling frequency of

all the recordings was 1kHz in order to improve time accuracy. For those cases where the original signals had lower sampling frequencies, a cubic splines interpolation was applied to resample the recording up to 1kHz.

The synthesized recordings were generated making use of the McSharry et Al. software [367]. This model has a variable number of free parameters which can be adapted to many normal and abnormal ECGs. The dynamic model consists on a set of nonlinear dynamic state equations in the cartesian coordinates, which can be expressed as:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = \rho x - wy \\ \dot{y} = \rho y + wx \\ \dot{z} = - \sum_{i \in \{P;Q;R;S;T\}} a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - (z - z_0) \end{array} \right\} \quad (9.1)$$

where  $x$ ,  $y$ , and  $z$  are the state variables,  $\rho = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\Delta \theta_i = (\theta - \theta_i) \bmod(2\pi)$ ,  $\theta = \text{atan2}(y, x)$  is the four quadrant arctangent of the elements of  $x$  and  $y$ , with  $-\pi \leq \text{atan2}(y, x) \leq \pi$ , and  $w$  is the angular velocity of the trajectory as it moves around the limit cycle in the  $x - y$  plane. The  $a_i$ ,  $b_i$ , and  $\theta_i$  terms in (9.1) correspond to amplitude, width, and center parameters of the Gaussian terms of the equation. The chosen parameter values were taken from [367, 368] and are listed in table 9.1. In the model, the ECG baseline wander was modeled with the parameter  $z_0$ , assuming to be a relatively low amplitude sinusoidal component coupled with the respiratory frequency.

Tabla 9.1: Parameters of the synthetic ECG model in (9.1)

Index(i)	P	Q	R	S	T
$\theta_i(\text{rads})$	$-\pi/3$	$-\pi/12$	0	$\pi/12$	$\pi/2$
$a_i$	1,2	-5,0	30	-7,5	0,75
$b_i$	0,25	0,1	0,1	0,1	0,4

Regarding the real signals from Physionet they were composed of the MIT-BIH Noise Stress Test database, PAF Prediction Challenge database, the MIT-BIH Normal Sinus Rhythm database, MIT-BIH Atrial Fibrillation database and MIT-BIH Arrhythmia database [50].

The baseline wander (in record "bw"), muscle (EMG) artifact (in record "ma"), and electrode motion Artifact (in record "em") were obtained from the MIT-BIH Noise Stress Test database. These noises were added both to real and synthetic signals. Regarding real recordings, two possibilities were considered. On the one hand, if the signal was noisy itself, then the noise was previously reduced and, later, additional noise was superimposed. On the other, if the signal was clean, the noise was directly added. The powerline interference was added through the generation of a sinusoidal signal with a variation of 3% on its fundamental frequency [150].

In addition, new kind of noises were added to all these signals, these being white noise and colored noise. Although there are different ways of generating colored noise, the method reported by Sameni et al [119] was chosen. The signal color was modeled by a single parameter which represents the slope of a spectral density function which decreases monotonically with frequency  $S(f) \propto \frac{1}{f^\beta}$ , where  $f$  is the frequency and  $\beta$  is the measure of noise color. Depending on the chosen  $\beta$ , different types of noise can be generated: white noise ( $\beta = 0$ ), pink noise ( $\beta = 1$ ) or flicker noise; and brown noise ( $\beta = 2$ ).

The ECG signal with added noise can be expressed as

$$p(n) = t(n) + A \cdot n(n) \quad (9.2)$$

where  $t(n)$ ,  $n(n)$  and  $A$  denote the clean recording, the noise signal and the noise amplitude respectively. White, baseline, powerline and muscle noise were sequentially added to each recording. Amplitude  $A$  was modified in order to obtain a  $SNR$  margin between  $-5dB$  and  $30dB$ . Obviously, the main aim was to estimate the clean signal  $t(n)$  from the noisy signal  $p(n)$ . For this study, 100 real recordings (Time 1049s) and 100 synthetic recordings (Time 106s) were employed. In order to have each signal with one different noise, the noise added to each signal was generated randomly and each signal had a different noise added by a different noise realization.

All the signals were classified in three groups. The first group comprised 50 % of the signals randomly selected, which were employed to network training. The second group (20 %) helped to validate the proper ANN working. Finally, the third group (30 %) was used to compare the ANN proposed system with other previously proposed systems deeply accepted by the scientific community.

In the present thesis both real and synthesized recordings were also used to analyze FA. Real recordings were taken from the AF database available in PhysioBank [50] and simulated signals were created from real AA and VA as will be later described. Simulated signals were needed in order to assess a robust comparison between estimated and original AA. For real signals, fifty recordings from different databases (MIT-BIH Atrial Fibrillation Database, Long-Term AF Database, MIT-BIH Arrhythmia Database, AF Termination Challenge Database...) were selected from PhysioBank with different types of QRST morphologies. If the signals were noisy themselves, then the noise was previously reduced [325].

The set of synthesized signals was composed of fifty recordings with twelve leads and fifty recordings with two leads, that were created following the methodology described in [162] by combining real AA and VA. The parts used to synthesize the signals were taken from recordings different from the set composing the real signals database. The AA was obtained from the smooth concatenation of successive TQ segments extracted from real AF recordings, as described in [162,189]. The VA was extracted from normal sinus rhythm ECG recordings after P-wave cancellation as described in [15]. In addition, with the aim of creating simulated AF signals as similar to real AF recordings as possible, some variations in the signal were introduced. The QRS complex amplitude and width and the RR intervals were randomly varied following the specific characteristics of real AF recordings. More concretely, the QRST complex amplitude was randomly reduced or enlarged between 0 % and 20 % of its original size. On the other hand, the QRS width was randomly varied between 340 and 420 ms making use of different upsampling and downsampling factors. Finally, the TQ intervals were randomly reduced or enlarged in order to obtain a 40 % of variability in the RR intervals with respect to their mean value. To reduce a TQ interval, consecutive samples were removed. In contrast, in order to expand the TQ interval, a linear combination of the three preceding TQ intervals was introduced in the middle of the considered interval [162]. As aforesaid, signals with two and twelve leads were synthesized, in such a way that the method is able to work in the two types of scenarios.

All the signals were classified in three groups. The first group comprised 40 % of the signals randomly selected, which were employed for network training. The second group (25 %) helped to validate the proper RBF-based system operation. Finally, the third group (35 %) was used to compare the ANN proposed system with other previously proposed methods deeply accepted by the scientific community.



## 9.3. Method

### 9.3.1. Application of ANN for versatile preprocessing of ECG

The proposed system consists on a structure which is similar to the artificial neural network [287] adaline (adaptive linear element), which was used as initial structure. Adaline involves a sum of products by means of using the input, weight vectors and bias vectors. An adaptive operation means that there is a mechanism by which  $w_i$  and  $b_i$  can be adjusted, usually iteratively, to achieve correct values. Regarding adaline, Widrow introduced the delta rule in order to adjust the weights and bias [301]. On every input, the network output differs from the expected target value  $t_Q$  by  $(t_Q - y_Q)$ , where  $y_Q$  is the current output for this pattern. The delta rule is using a cost or error function which is based on these differences so that weights can be adjusted.

The new structure has a special characteristic: it is growing while it is learning. The network structure was initially made up of three layers, these being, an input layer, one hidden layer (made up of 30 neurons) and an output layer. Once the network was trained, its work will be re-evaluated and, if necessary, a new neuron will be added to the hidden layer [292]. This procedure will be repeated until the achievement of the expected results. The ANN was adapted using the Widrow–Hoff delta algorithm in order to obtain the best results. The training and initialization processes used in this work followed the indications made by Maeda [295]. Finally, the network inputs were fed with the noisy signal sequentially as described by Widrow in [301].

Regarding the initialization process, the network was built by a hidden layer network that used a sigmoid activation function. In general, a sigmoid function is real-valued and differentiable; having either a non-negative or non-positive first derivative which is bell shaped. Sigmoid functions are often used in neural networks to introduce nonlinearity in the model and/or to clamp signals to within a specified range. A number of candidate networks ( $H$ ) were created that contained a number of hidden neurons in order to initiate network learning. The value of  $H$  was decided by a test [64]. For each candidate network, the sum of the absolute values of the covariances was calculated as

$$F_j = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{M-1} \left| \sum_{p=1}^N (y_{j,p} - \bar{y}_j) (e_{k,p} - \bar{e}_k) \right|, \quad j = 1, \dots, H, \quad (9.3)$$

where  $y_{j,p}$  is the output of the  $j$ th candidate network for the  $p$ th training pattern. The parameter  $\bar{y}_j$  is the mean of the  $j$ th hidden unit outputs,  $e_{k,p}$  is the output error at the  $k$ th output unit for the  $p$ th training pattern, and  $\bar{e}_k$  is the mean of the output errors at the  $k$ th output unit. The network with the maximum covariance  $F_j$  was selected as the most promising network to be initialized and was trained using the Widrow–Hoff delta rule method. An optimum value of  $H = 30$  was obtained. Regarding network training, as stated before, the first group comprising 50% of the signals in the database was selected. After training, the ANN was validated for correct operation with the second group of signals.

#### Learning algorithm using the Widrow–Hoff Delta rule

The proposed network was based on a supervised learning which needs to know the associated values in each input  $\{p_1, t_1\}, \{p_2, t_2\}, \dots, \{p_Q, t_Q\}$ , where  $Q$  is an indicator of the signal number,  $p_Q$  is the network input, and  $t_Q$  is its corresponding expected output (targets). When the input  $p$  is presented to the proposed network, the network output is compared with the corresponding expected output,  $t$ , associated to it. The proposed network updating process was made following the procedure described in [301] and can be expressed as

$$w(k+1) = w(k) + \alpha \frac{e(k)p(k)}{|p(k)|^2} \quad (9.4)$$

where  $k$  shows the current iteration of the updated process,  $w(k+1)$  is the next value which will be assigned to the vector weights, and  $w(k)$  is the current value of the vector weights. The current error  $e(k)$  has been defined as the difference between the expected output  $t(k)$  and the network output  $a(k) = w^T(k)p(k)$  before its updating process:

$$e(k) = t(k) - w^T(k)p(k) \quad (9.5)$$

and finally  $\Delta e(k)$  can be obtained as [301]:

$$\Delta e(k) = -\alpha \frac{e(k)p^T(k)p(k)}{|p(k)|^2} = -\alpha e(k) \quad (9.6)$$

Within this process, the error will be reduced by a concrete factor  $\alpha$ , while weights are changing as soon as a new input value is introduced to the ANN. Once a new pattern has been added, the upgrading cycle restarts again. The initial values of the weights vector were chosen between  $[-1, 1]$  and updated until the algorithm obtains convergence. The choice of  $\alpha$  monitors both the stability and the convergence speed in the training process as the equation (9.6) shows. If a very small value of  $\alpha$  were chosen, the algorithm slows down and takes a long time to achieve convergence. On the contrary, for very large values of  $\alpha$ , the algorithm loses stability and begins to oscillate around the convergence value [301]. However, a range of practical values for  $\alpha$  are:  $0,1 < \alpha < 1$ . In this work, the best result was obtained with a value of  $\alpha = 0,35$ . Finally, the present algorithm is self-normalizing, i.e., the choice of  $\alpha$  does not depend on the magnitude of the input signals [369].

On the other hand, the value of  $\Delta w(k)$  and  $\Delta b(k)$  has been calculated based on the partial derivatives of the mean square error (MSE) function [301], according to weights and bias, respectively. Once the partial derivatives were evaluated, the updating process can be expressed as

$$w(k+1) = w(k) + 2\alpha e(k)p(k) \quad (9.7)$$

$$b(k+1) = b(k) + 2\alpha e(k) \quad (9.8)$$

The initial adaline structure is made up of three layers: An input layer (30 neurons), an output layer (30 neurons) and a hidden layer (30 neurons), where successive neurons were added to its hidden layer. The best results were obtained when 15 neurons were added to the hidden layer. In case of adding more than 15 neurons, there was no improvement of both the computational load and the noise reduction.

### Training results

The table 9.2 shows a summary of the structures that were studied. In them the number of neurons in each layer was modified. The structure 2 yielded a lower error value. For this reason, this structure was chosen to deal with the different noises. The structures 3 and 4 produce a greater error due to overtraining of the network which learns too many patterns and thereby increases the error. Finally, the structure 1 is unable to reach an optimum value [287]. Regardless of the ANN structure used, their training was made in a single operation comprising the first

part of the signal database (50 % of the recordings), thus including all the noise types that can be present in the ECG.

Later, the best four ANN models were proposed for noise reduction of ECG signal using MATLAB software package. The sigmoid function was chosen as activation function in order to continue the training of the network because this function provided a better adaptation as shown in Table 9.3.

The optimum number of hidden nodes and learning rate were experimentally determined for each ANN structure. After the proposed structures were trained by the training set, they were firstly tested with real ECG recordings. For the stopping criterion of all the networks, maximum number of iterations was set to 10000 and the desired error value (MSE) was set to 0,001. Table 9.3 shows the training and test performance summary of each ANN with the proposed structures for optimum number of hidden nodes and learning rate. As shown in the table, the training process for sigmoid function was completed in a lower number of iterations (8800 iterations) for the ANN3 model. In addition, as a result of the test process using the ECG database, the lowest error value of 0,024 % was also obtained for ANN3 with the sigmoid activation function. As a consequence, the best training performance was obtained with ANN3.

Tabla 9.2: Summary of the training error and test error values calculated for different ANN structures.

Structure ANN	Optimum Architecture	Training Error (%)	Test Error (%)	Maximum Iteration
Structure1	20:30:20	0.340	0.456	10000
Structure2	30:30:30	0.123	0.150	10000
Structure3	50:50:50	0.234	0.287	10000
Structure4	100:100:100	0.404	0.534	10000

In applications where the goal is to create a system able to properly generalize in unseen examples, the problem of overtraining has emerged. This arises in overcomplex or overspecified systems when the capacity of the network significantly exceeds the needed free parameters. In order to avoid this problem, a cross-validation technique able to check the presence of overtraining and select optimal parameters to minimize the generalization error was used [322]. To this respect, Figure 9.1 shows the cross-correlation study for ANN3, which has been selected because of its better adaptation to the problem. In this figure an optimum point of the training is obtained. As stated before, the network training comprised 50 % of the signal database randomly chosen. Next, the second group (20 %) helped to validate the proper neural working. And, finally, the third group (30 %) was used to compare the ANN with other methods.

### 9.3.2. RBF to Efficient QRST Cancellation

Artificial Neural Networks (ANN) are a type of non-linear processing systems ideally suited to a wide range of tasks, especially those in which there is no existing algorithm for task completion. An ANN consists of a collection of highly interconnected processing elements that transform a set of inputs into a set of desired outputs [305]. The result of the transformation is determined by the characteristics of the elements and the weights associated with the interconnections among them. By modifying the connections between the nodes, the network is able to adapt to the desired outputs. The goal is to choose the weights of the network that

Tabla 9.3: Optimum results of ANN1, ANN2, ANN3 and ANN4 structures with linear activation function, sinusoidal activation function, and sigmoid activation function. This table shows training error and test error values

Linear activation function					
Structure ANN	Optimum Architecture	Learning Rate	Training Error (%)	Test Error (%)	Maximum Iteration
ANN1	30:30:30	0,5	0.072	0.086	9750
ANN2	30:35:30	0.4	0.051	0.062	9300
ANN3	30:45:30	0,3	0.032	0.034	8800
ANN4	30:55:30	0,45	0.046	0.058	9500
Sinusoidal activation function					
Structure ANN	Optimum Architecture	Learning Rate	Training Error (%)	Test Error (%)	Maximum Iteration
ANN1	30:30:30	0,5	0.072	0.086	9750
ANN2	30:35:30	0.4	0.051	0.062	9300
ANN3	30:45:30	0,3	0.032	0.034	8800
ANN4	30:55:30	0,45	0.046	0.058	9500
Sigmoid activation function					
Structure ANN	Optimum Architecture	Learning Rate	Training Error (%)	Test Error (%)	Maximum Iteration
ANN1	30:30:30	0,5	0.040	0.049	9860
ANN2	30:35:30	0.45	0.037	0.047	9100
ANN3	30:45:30	0,35	0.021	0.024	8600
ANN4	30:55:30	0,45	0.029	0.032	9250

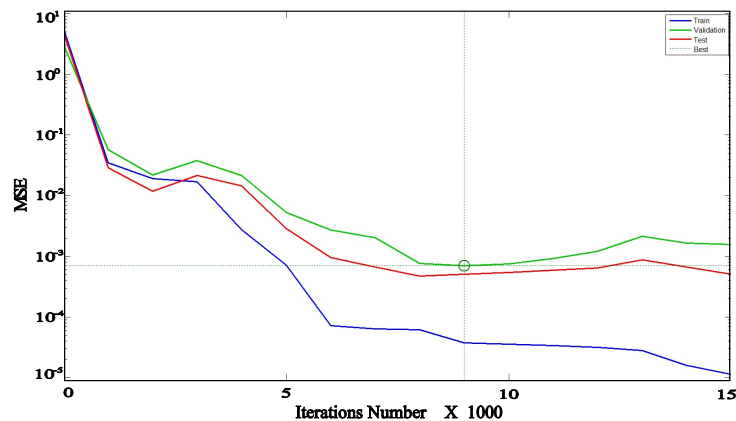


Figura 9.1: Cross correlation graph obtained for the ANN3. The first line shows the evolution of the MSE for the training phase, in this phase, the signals of group 1 have been used. The second line shows the evolution of the MSE for the validation phase, in this phase, the signals of group 2 have been used. The last line shows the evolution of the MSE for the test phase, in this phase, the signals of group 3 have been used. — represents optimum point

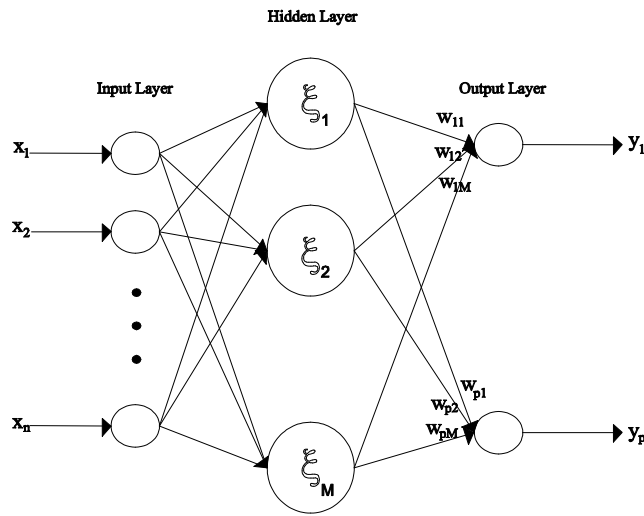


Figura 9.2: Architecture of RBF neural network

achieve a desired input/output relationship, known as training the network [370].

RBF neural networks are function approximation models that can be trained by means of examples to implement a desired input–output mapping [220, 305]. In fact, RBF models are closely related to function approximation models used to perform interpolation [214]. Under certain mild conditions, RBF neural networks are capable of approximating arbitrarily well any function [308]. The performance of a RBF depends on the number and centers of the radial basis functions, their shapes, and the method used for learning the input–output mapping. The centers of the RBF are often determined by the k-means clustering algorithm [309].

The proposed RBF network in the present work has a hierarchically layered structure. It starts with a small number of RBFs and then adds new RBFs if the approximation error is larger than some predetermined threshold and there is no existing RBF that can efficiently represent the current input. Moreover, some of the existing RBFs can be removed if the approximation error is small and other conditions still are satisfied [310]. The adaptation strategy for the weight matrix of the RBF network is developed using the Lyapunov approach. The proposed approximation strategy guarantees uniform ultimate boundedness of the approximation error, which is proved using the second Lyapunov method. Furthermore, is also capable of achieving uniform asymptotic stability of the approximation error if the RBF network can capture the dynamics of uncertainties perfectly. Different types of RBFs have been employed to develop the proposed QRST complex cancellation. The implementations using Gaussian RBF (GRBF) and raised-cosine RBF (RCRBF) are discussed and compared. Although the GRBF network possesses the property of universal approximation, the network’s training and output evaluation are still time consuming. This is because the GRBF has the unbounded support and thus each RBF has non-zero output over the whole input space. On the other hand, the RCRBF is proposed because of its compact support [311]. The property of compact support enables much faster network training and output evaluation as the complexity of the network and the dimensionality of the input space increase [267].

The proposed RBF network structure is shown in Figure. 9.2, which consists of one input layer, one output layer, and one hidden layer. For the given input  $x = [x_1 \dots x_n]^T$ , the overall response at the  $k^{th}$  output neuron  $1 \leq k \leq p$  has the form

$$y_k = \sum_{j=1}^M w_{kj} \xi_j(x; c_{(j)}, \sigma_{(j)}) = \sum_{j=1}^M w_{kj} \prod_{i=1}^n \phi\left(\frac{|x_i - c_{i(j)}|}{\sigma_{i(j)}}\right), \quad (9.9)$$

where  $w_{kj}$  is the weight from the  $k^{th}$  hidden neuron to the  $j^{th}$  output neuron. In the following, the notation  $\xi_j(x) = \xi_j(x; c_{(j)}, \sigma_{(j)})$  will be used, which refers to the RBF located at the  $j^{th}$  hidden neuron. The vector  $c_{(j)} = [c_{1(j)} \dots c_{n(j)}]$  is the center of  $\xi_j(x)$ , and the parameter  $\sigma_{i(j)}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , is the radius or the width of  $\xi_j(x)$  in the  $i^{th}$  coordinate. Finally,  $\phi : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+$  is the activation function, which characterizes the shape of the RBF, where  $\mathbb{R}^+$  is the set of non-negative real numbers. Usually, the activation function  $\phi$  is constructed so that it is radially symmetric. The largest value of  $\phi$  is obtained when  $x_i = c_{i(j)}$ , whereas the value of  $\phi$  vanishes or becomes very small when  $|x_i - c_{i(j)}|$  becomes large. Let  $w_k = [w_{k1} \dots w_{kM}]^T$  be the weight vector for the  $k^{th}$  output neuron. Then the expression for the response of the  $k^{th}$  output neuron can be rewritten as  $y_k = w_k^T \xi(x)$ , and the output vector of the proposed RBF network can be represented as  $y = W \xi(x)$ , where  $y = [y_1 \dots y_p]^T$  and  $W^T = [w_1 \dots w_p]$  [306,309].

Regarding the two aforesaid different implementations of RBFs, the GRBF is characterized by the following activation function

$$\xi_G(x) = \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (9.10)$$

whereas the RCRBF is a compact support RBF where the one dimension (1-D) RCRBF is defined as

$$\xi_{RC}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi(x-c)}{\sigma}\right)\right), & \text{if } |x-c| \leq \sigma \\ 0 & \text{if } |x-c| > \sigma \end{cases}. \quad (9.11)$$

The support of this function is the compact set  $[(c-\sigma)(c+\sigma)]$ , which has length twice of its radius  $\sigma$ . In the  $n$ -dimensional space, the RCRBF centered at the  $c = [c_1, \dots, c_n]$  with the radius  $\sigma = [\sigma_1, \dots, \sigma_n]$  has been also represented as the product of 1-D RCRBFs. Finally, the nonlinear continuous-time dynamical systems considered in this paper are modeled by the following equation

$$\hat{y}_i = f\left(w_{i,o} + \sum_{j=1}^c w_{i,j} g_j\left(\|x - v_j\|^2\right)\right), \quad 1 < i < p \quad (9.12)$$

where  $f(\cdot)$  is a non-decreasing, continuous and differentiable function. The our model in eq. (9.12) describes an radial basis function neural network with inputs from  $\mathbb{R}^n$ ,  $c$  radial basis functions, and  $p$  output units if  $g_j(x^2) = \phi_j(x)$ , and  $\phi_j(x)$  are radial basis functions. In such a case, the response of the radial basis function neural network to the input vector  $x_k$  is

$$\hat{y}_{i,k} = f\left(\sum_{j=1}^c w_{i,j} h_{j,k}\right), \quad 1 < i < p, \quad (9.13)$$

where  $h_{0,k} = 1, \forall k$ , and  $h_{j,k}$  represents the response of the radial basis function located at the  $j^{th}$  prototype  $v_j$  to the input vector  $x_k$ , that is,  $h_{j,k} = g_j\left(\|x - v_j\|^2\right)$ ,  $1 < j < c$ . So far, the description of cancellation QRST system has been defined. In the next section, the RBF training will be explained and demonstrated.

### Training of the Radial Basis Function Neural Network

The proposed RBF neural network has been trained to map  $x_k \in \mathbb{R}$  into  $y_k = [y_{1,k}, y_{2,k} \dots y_{p,k}]^T \in \mathbb{R}$ , where the vector pairs  $(x_k, y_k)$  represent the training set with  $k$  between 1 to  $M$ . If  $x_k \in \mathbb{R}$  is the input to a radial basis function neural network, its response is  $\hat{y}_k = [\hat{y}_{1,k}, \hat{y}_{2,k} \dots \hat{y}_{p,k}]^T$ , where

$$\hat{y}_{i,k} = f(w_i^T h_k), \quad (9.14)$$

is the actual response of the  $i$ th output unit  $x_k$ , with

$$\begin{aligned} h_k &= [h_{0,k}, h_{1,k} \dots h_{c,k}]^T, \quad h_{0,k} = 1, \quad 1 \leq k \leq M, \\ h_{j,k} &= g_j(\|x_k - v_j\|^2), \quad 1 \leq j \leq c, \\ g_j(x) &= (g_{j,0}(x))^{1/(1-m)}, \end{aligned} \quad (9.15)$$

where  $g_{j,0}$  is the linear generator function and  $w_i = [w_{i,0}, w_{i,1} \dots w_{i,c}]^T$  the weights vector [313].

Training of a RBF neural network by gradient descent requires that the active regions of the available RBFs cover completely the input space. The definition of the active region indicates that the likelihood of complete coverage of the input space by active regions of radial basis functions improves considerably as the values of  $\{a_j\}$  increase. Thus, the training process can be facilitated by updating the reference distances  $\{a_j\}$  based on the requirements of the desired input–output mapping [305,370]. It is expected that updating  $\{a_j\}$  during the learning process would allow the implementation of a desired input–output mapping by cosine RBF neural networks with a relatively small number of RBFs. This is due to the fact that the reduction of the number of RBFs can be compensated during learning by increasing the values of  $\{a_j\}$ , which is expected to expand the active regions of the corresponding RBFs. Reducing the number of RBFs is expected to improve the generalization ability of the corresponding cosine RBF neural network [309,315,316]. Two types of training algorithms have been chosen, as shown below.

**Batch Learning Algorithms** The proposed RBF neural network has been trained by batch learning algorithms [313], which have been developed by using gradient descent to minimize the error ( $E$ ) following the sequel expression

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^p (y_{i,k} - \hat{y}_{i,k})^2. \quad (9.16)$$

This network has been trained by a gradient descent algorithm in a sequence of adaptation cycles [314], where an adaptation cycle involves the update of all adjustable parameters of the network. An adaptation cycle begins by increasing each weight vector  $w_i$ ,  $1 \leq i \leq p$ , by the amount  $\Delta w_i = -\alpha \nabla_{w_i} E$  as [315,316]

$$w_i + \Delta w_i = w_i + \alpha \sum_{k=1}^M \varepsilon_{i,k}^0 h_k, \quad (9.17)$$

where  $\alpha$  is the learning rate and  $\varepsilon_{i,k}^0$  is the output unit error, given as

$$\varepsilon_{i,k}^0 = f'(\bar{y}_{i,k})(y_{i,k} - \hat{y}_{i,k}). \quad (9.18)$$

Following the update of these weight vectors, each prototype  $v_j$ ,  $1 \leq j \leq c$ , is increased by an amount  $\Delta v_j = -\alpha \nabla_{v_j} E$  [313] as

$$v_j + \Delta v_j = v_j + \alpha \sum_{k=1}^M \varepsilon_{j,k}^h (x_k - v_j), \quad (9.19)$$

where  $\alpha$  is the learning rate and  $\varepsilon_{j,k}^h$  is the hidden unit error, defined as

$$\varepsilon_{j,k}^h = \frac{2}{m-1} (h_{j,k})^m g'_{j,0} \left( \|x_k - v_j\|^2 \right) \sum_{i=1}^p \varepsilon_{i,k}^0 w_{i,j}. \quad (9.20)$$

If  $g_{j,0} = 1 + \delta_j x$ , then  $g'_{j,0} \left( \|x_k - v_j\|^2 \right) = \delta_j$ , the hidden unit error corresponding to the RBF neural network has been obtained from (9.20) for  $m = 3$  and  $\delta_j = 1/a_j^2$  as

$$\varepsilon_{j,k}^h = \left( \frac{h_{j,k}^3}{a_j^2} \right) \sum_{i=1}^p \varepsilon_{i,k}^0 w_{i,j}. \quad (9.21)$$

Training of RBF neural networks also involves updates of the reference distances  $a_j$ ,  $1 \leq j \leq c$ , which has been increased by an amount  $\Delta a_j = -\eta \partial E / \partial a_j$  as

$$a_j + \Delta a_j = a_j + \left( \frac{\eta}{a_j} \right) \sum_{k=1}^M h_{j,k} (1 - h_{j,k}^2) \varepsilon_{j,k}^h, \quad (9.22)$$

where  $\eta$  is the learning rate and  $\varepsilon_{j,k}^h$  is defined in (9.21).

**Sequential Learning Algorithms** The proposed RBF neural network has been also trained “on-line” by sequential learning algorithms, which have been developed by using gradient descent to minimize  $E$  with the expression

$$E_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p (y_{i,k} - \hat{y}_{i,k})^2, \quad (9.23)$$

for  $k = 1, 2, \dots, M$ . After an example  $(x_k, y_k)$ ,  $1 \leq k \leq M$ , is presented to the RBF neural network, the new estimate  $w_{i,k}$  of each weight vector  $w_i$ ,  $1 \leq i \leq p$ , is obtained by increasing its current estimate  $w_{i,k-1}$  by an amount  $\Delta w_{i,k} = -\alpha \nabla_{w_i} E_k$  as

$$w_{i,k} = w_{i,k-1} + \Delta w_{i,k} = w_{i,k-1} + \alpha \varepsilon_{i,k}^0 w_{i,j}, \quad (9.24)$$

where  $\alpha$  is the learning rate and  $\varepsilon_{i,k}^0$  is the output unit error defined in (9.18). Following the update of all the weight vectors  $w_i$ ,  $1 \leq i \leq p$ , the new estimate  $v_{j,k}$  of each prototype  $v_j$ ,  $1 \leq j \leq c$ , has been obtained by increasing its current estimate  $v_{j,k-1}$  by the amount  $\Delta v_{j,k} = -\alpha \nabla_{v_j} E_k$  as

$$v_{j,k} = v_{j,k-1} + \Delta v_{j,k} = v_{j,k-1} + \alpha \varepsilon_{j,k}^h (x_k - v_{j,k-1}), \quad (9.25)$$

where  $\alpha$  is the learning rate and  $\varepsilon_{j,k}^h$  is the hidden unit error defined in (9.21). The hidden unit error for RBF neural networks is given in (9.21). Finally, the new estimate  $a_{j,k}$  of each reference distance  $a_j$ ,  $1 \leq j \leq c$ , has been obtained by increasing its current estimate  $a_{j,k-1}$  by the amount  $\Delta a_{j,k} = -\eta \partial E_k / \partial a_j$  as



$$a_{j,k} = a_{j,k-1} + \Delta a_{j,k} \quad (9.26)$$

$$a_{j,k} = a_{j,k-1} + \left( \frac{\eta}{a_{j,k-1}} \right) h_{j,k} (1 - h_{j,k}^2) \varepsilon_{j,k}^h, \quad (9.27)$$

thereafter, an adaptation cycle is completed in this case after the sequential presentation, to the RBF neural network, of all the examples included in the training set.

### Experimental results

The performance of RCRBF neural networks was evaluated and compared with that of Feedforward Neural Networks (FFNN) with sigmoid hidden units and conventional RBF neural networks with GRBF. Conventional radial basis function neural networks were trained by a hybrid learning scheme similar to that proposed by Moody and Darken [209]. The centers of the RBF were determined according to an unsupervised procedure relying on the  $k$ -means algorithm. The widths of the GRBF were computed according to the nearest heuristic prototype [224]. The centers of the RBF were fixed during the supervised learning process. Radial basis function neural networks were trained by a fully supervised procedure based on gradient descent [315, 316]. This procedure involved the update of the output weights and the centers  $\{v_j\}$  of the radial basis functions. The learning rate  $\eta$  used to update the reference distances  $\{a_j\}$  was one order of magnitude lower than the learning rate used to update the output weights and the prototypes.

The results of these experiments are summarized in Table 9.4, which shows the number of adaptation cycles required for training the neural networks mentioned above, and the percentage of errors produced on average by the trained neural networks on the training and testing sets. According to Table 9.4, RCRBF networks produced the smallest percentage of errors on both training and testing sets among all the RBF models tested in the experiments. The performance differences among RBF models became more significant as the number of RBFs decreased.

In applications where the goal is to create a system that generalizes well in unseen examples, the problem of over-training has emerged. This arises in over-complex or over-specified systems when the capacity of the network significantly exceeds the needed free parameters. In order to avoid this problem, cross-validation technique to check the presence of over-training and select optimal parameters in order to minimize the generalization error has been used [305]. Figure 9.3 shows the cross-correlation study for RCRBF, which has been selected because of its better adaptation to the problem. In this figure an optimum training point is obtained.

#### 9.3.3. Performance assessment

The proposed method was thoroughly tested and compared with the previously published noise reduction techniques, using the quantitative measures of performance that will be next described. The FIR filter [5], adaptive filter [66], wavelet filter [137], notch filter [145] and notch adaptive filter [149] techniques were implemented by making use of the details mentioned in the respective literature.

The noise reduction was computed by comparing the estimated and the original ECG in terms of the cross-correlation (CC) and mean square error (MSE). The cross-correlation index measures the similarities between two signals, and becomes 1 in the case of perfect matching and 0 in the case of completely different and unrelated signals:

$$CC = E[y(k) \cdot t(k)] \quad (9.28)$$

Tabla 9.4: Average number  $N$  of adaptation cycles required for training various RBF with  $c$  radial basis functions and FFNNs with  $n$  hidden units to QRST cancellation and percentage of average error produced on the training set ( $E_{tr}$ ) and the testing set ( $E_{ts}$ ). The number in parentheses represent the standard deviation

Feedforward NNs				
$n_h$	20	25	30	35
$N$	204,5	217,9	221,6	224,8
$E_{tr}(\sigma_{tr})$	12,34(1.28)	11,02(1.17)	10,24(1.35)	10,02(1.09)
$E_{ts}(\sigma_{ts})$	13,23(1.32)	12,34(1.23)	11,56(1.26)	11,17(1.12)
Gaussian RBF NNs				
$c$	8	10	12	14
$N$	357,7	368,9	371,6	384,8
$E_{tr}(\sigma_{tr})$	11,02(1.16)	10,67(1.21)	10,23(1.07)	9,65(1.02)
$E_{ts}(\sigma_{ts})$	11,54(1.19)	11,02(1.24)	11,67(1.11)	10,12(1.09)
Cosine RBF				
$c$	8	10	12	14
$N$	204,5	217,9	221,6	224,8
$E_{tr}(\sigma_{tr})$	2,89(0.72)	2,12(0.56)	2,03(0.51)	1,87(0.47)
$E_{ts}(\sigma_{ts})$	2,97(0.81)	2,23(0.58)	2,10(0.52)	1,96(0.50)

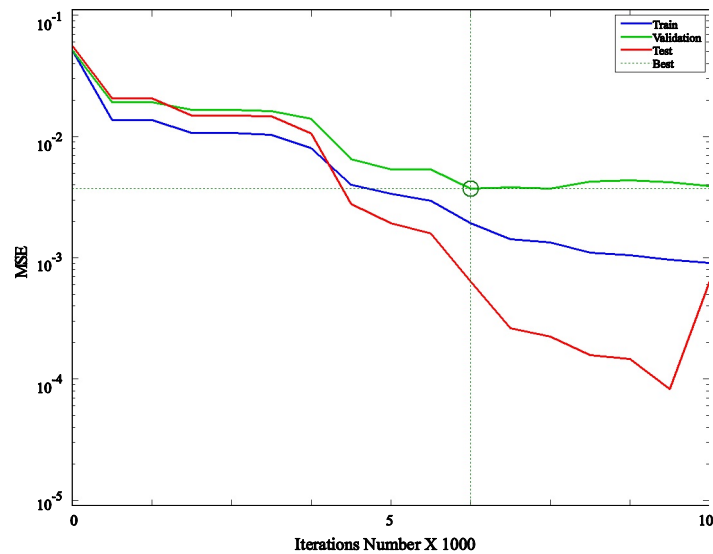


Figura 9.3: Cross correlation graph obtained for the RCRBF. Blue shows the evolution of the MSE for the training phase, in this phase, the signals of group 1 have been used. Green shows the evolution of the MSE for the validation phase, in this phase, the signals of group 2 have been used. Red shows the evolution of the MSE for the test phase, in this phase, the signals of group 3 have been used. — represents optimum point.

where  $E[\cdot]$  is the expectation operator of  $y$  and  $t$ , respectively. On the other hand, the MSE is defined as

$$MSE = \sqrt{\sum (t(k) - y(k))^2} \quad (9.29)$$

In order to analyze the effect of noise, the signal to interference ratio (SIR) was used. This parameter is defined as

$$SIR = 20 \log \left( \sqrt{\frac{E\{(p-t)^2\}}{E\{(y-t)^2\}}} \right) \quad (9.30)$$

where  $p$  shows the input signal to the system;  $y$  the output and  $t$  the original recording without noise. This parameter has been used to evaluate both the output signals and the distortion.

To reinforce the validation of results the SNR Improvements (SNRI) was used, because it has been widely accepted in the community [68, 119]. The SNRI is defined as the output SNR of the filter (in decibels) minus the input SNR (in decibels), hence, if we define the SNR as

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{|P_{signal}|}{|P_{noise}|} \right) \quad (9.31)$$

where the factor  $P_{noise}$  is defined as the power of  $n(k)$ , where  $n(k) = p(k) - t(k)$ . For synthetic signals this value is calculated directly by knowing the noise signal  $n(k)$  and, for real signals,  $n(k) = p(k) - t(k)$ . Now, it is possible to define the SNRI as

$$SNRI(dB) = SNR_{out}(dB) - SNR_{in}(dB) \quad (9.32)$$

Negative SNRI indicates apparently a degradation of the SNR input which, eventually, was caused by the filtering procedure.

The proposed method was thoroughly tested and compared with the most widely used method for QRST cancellation, i.e., the TMS technique, using the quantitative measures of performance that will be next described. The TMS algorithm was implemented following the description in [19]. In summary, the method was based on the cancellation of each QRST complex through the subtraction of an average QRST template computed over the recording under analysis [18].

Regarding synthesized recordings, the AA estimation performance was computed by comparing the estimated and the original atrial activities in terms of the cross-correlation (CC) [15] and mean square error (MSE) [165]. The cross-correlation measures the similarities between two signals. CC becomes 1 in the case of perfect matching and 0 in the case of unrelated signals, therefore it can be defined as

$$CC_{AA} = \frac{C_{AA, \widehat{AA}}}{\sigma_{AA} \sigma_{\widehat{AA}}}, \quad (9.33)$$

where  $C_{AA, \widehat{AA}}$  is the covariance between the original and the estimated AA, being  $\sigma_{AA}$  and  $\sigma_{\widehat{AA}}$  their standard deviations, respectively.

On the other hand, the normalized mean square error is defined as

$$MSE_{AA} = \sqrt{\frac{\sum (AA - \widehat{AA})^2}{\sum (AA)^2}}, \quad (9.34)$$

where  $AA$  and  $\widehat{AA}$  represent the same as in Eq.(9.33).

To evaluate the method's performance on real signals, it has to be remarked that the original AA on the ECG was obviously unknown. As a consequence, the only evidence for a successful ventricular complex cancellation was the absence of QRST residua. Unfortunately, there are no available parameters able to robustly quantify the existence of ventricular residua in the extracted AA. Indeed, each previous work where this aspect has been studied presents different parameters that have been proposed by their authors. Therefore, performance on real signals was evaluated following a previous work in which the ECGs were divided into atrial and ventricular segments [321]. A ventricular segment was defined as a time interval of 150 ms with the R-peak (ventricular depolarization) at its center. This interval was wide enough to include all the QRS morphologies. On the other hand, the atrial segments were composed of the remaining parts between ventricular segments of the electrocardiogram [321].

Within the ventricular segments, performance was evaluated by estimating the ventricular depolarization reduction (VDR), i.e., the beat-by-beat reduction of the R-peak amplitude that the algorithm under evaluation is able to achieve. Therefore, VDR was a vector of values defined as

$$VDR(dB) = 10 \log \left( \frac{R_{ECG}}{R_{VR}} \right), \quad (9.35)$$

where  $R_{ECG}$  is the R-peak amplitude of the original ECG, and  $R_{VR}$  is the residual R-peak amplitude of the electrocardiogram after ventricular activity reduction. High positive values of VDR will indicate good performance of the algorithm. Values close to zero are associated with poor performance and negative values indicate reduction errors because the peak is larger than before.

Regarding the atrial segments, the performance was evaluated by measuring the waveform degree of similarity ( $S$ ). This index was defined as the cross correlation between the original and the estimated AA for each atrial segment. Hence, its definition follows Eq.(9.33) but the CC is computed only on the atrial segments and not in the whole ECG as before. Thereafter, similarity was a vector of values defined as

$$S = \frac{C_{AS, \widehat{AS}}}{\sigma_{AS} \sigma_{\widehat{AS}}}, \quad (9.36)$$

where  $C_{AS, \widehat{AS}}$  is the covariance of the two atrial segments under evaluation (original and estimated), and  $\sigma_{AS}$  and  $\sigma_{\widehat{AS}}$  are their standard deviations, respectively. The similarity will provide information about how QRST cancellation algorithms preserve the atrial waveform in those intervals where the AA should remain unchanged. Both for ventricular and atrial segments, performance indices were computed on a beat-by-beat basis, thus providing detailed information of the evaluated methodologies [321].

## 9.4. Results

As indicated previously and in order to evaluate all the method's performance, the third group in the database, comprising 30% of the signals, was used. As a guarantee for results, the whole procedure was repeated all over ECG recordings, where a different noise  $n(k)$  was used each time as the input  $t(k)$  in Equation (9.2). First of all, the ANN was compared to those systems based on wavelet, FIR and AF so that the reduction of muscle and baseline noise was evaluated. Finally, NF, NFA and ANN were compared in the removal of powerline interference. At this point it has to be remarked that the network and the training were unique. In this respect, given that half of the analyzed database was used to train the system with all the possible kinds

of noise, the ANN is able to give a generalized response that can handle simultaneously the different kind of noises present in real ECG recordings.

On the other hand, several recordings were also considered to compare the performance between the proposed RBF approach and TMS for QRST cancellation. Firstly the method was tested with signals of twelve leads and, later, with single lead recordings.

### 9.4.1. Muscle noise

In order to analyze muscle noise, the parameters CC, SIR and SNRI were calculated. The ANN-based method was able to improve the results with respect to the other systems, as can be observed in Table 9.5. The table shows average values  $\pm$  standard deviation. As can be observed, the ANN is able to reach the closest result to 1 in CC. Furthermore, the SIR value achieved by the other methods is lower than the ANN. Therefore, the proposed system outperforms the results obtained by the other methods. Spectral correlation has been calculated by means of 8192 points within FFT.

Tabla 9.5: Average values of CC (temporal and spectral) and SIR obtained with FIR, AF, wavelet and ANN for muscle noise.

Methods	CC(time)	CC(spectral)	SIR
FIR	0,91 $\pm$ 0,04	0,92 $\pm$ 0,03	13,2 $\pm$ 0,3
AF	0,58 $\pm$ 0,36	0,60 $\pm$ 0,35	5,8 $\pm$ 6,23
Wavelet	0,92 $\pm$ 0,03	0,94 $\pm$ 0,02	15,2 $\pm$ 0,3
ANN	0,96 $\pm$ 0,03	0,97 $\pm$ 0,02	18,2 $\pm$ 0,3

In Figure 9.4, the results for muscle noise removal yielded by FIR, AF, wavelet and the proposed ANN, have been represented making use of a synthesized noisy signal with 8dB of SNR. As can be observed, the ANN strategy is able to follow the original signal very precisely. On the other hand, the Wavelet method overcomes AF and FIR-based systems. Despite all, these last methods contain some large waves which do not appear in the original ECG. Finally, when white noise was added to the muscle noise, the differences among the four above mentioned techniques increased.

Tabla 9.6: Average values of CC (temporal and spectral) and SIR obtained with FIR, AF, wavelet and ANN for muscle noise and white noise.

Methods	CC(time)	CC(spectral)	SIR
FIR	0,88 $\pm$ 0,05	0,89 $\pm$ 0,03	10,2 $\pm$ 0,7
AF	0,58 $\pm$ 0,34	0,59 $\pm$ 0,36	5,2 $\pm$ 6,15
Wavelet	0,89 $\pm$ 0,04	0,91 $\pm$ 0,04	12,2 $\pm$ 0,9
ANN	0,96 $\pm$ 0,03	0,97 $\pm$ 0,02	18,1 $\pm$ 0,4

Figures 9.5 and 9.6 show the computed SNRI and SD, respectively, for the muscle noise removal study. First of all, the ANN-based strategy keeps SNRI positive until 30dB. Secondly,

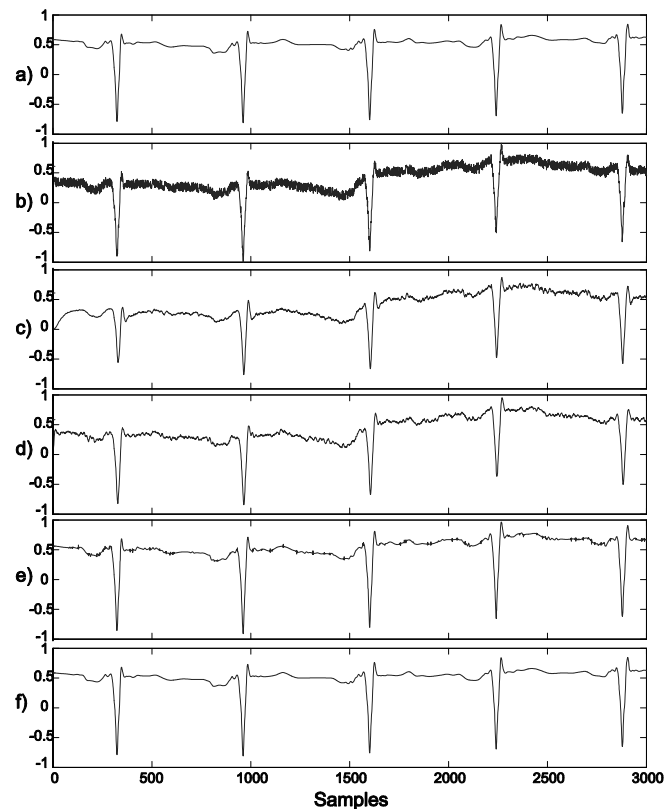


Figura 9.4: Comparison of the muscle noise removal by ANN and traditional techniques. a) Original recording without processing. b) Input signal of 8 dB muscle noise used to compare the different methods. c) Filtering results for muscle noise with the FIR method. d) Filtering results for muscle noise with the AF method. e) Filtering results for muscle noise with the Wavelet method. f) Filtering results for muscle noise with the ANN method. Axes are normalized from -1 to 1

ANN avoids the degradation of the SNR input. Regarding SNR inputs which are below to 10dB, FIR, AF and wavelet are methods that degrade the SNR input.

Concerning the conventional methods, the wavelet based method overcomes both the FIR filter and the AF. According to these plots, SD (see Figure 9.6) is proving that wavelet outperformed the other traditional methods but, at the same time, the least deviation of all of them was obtained by the ANN.

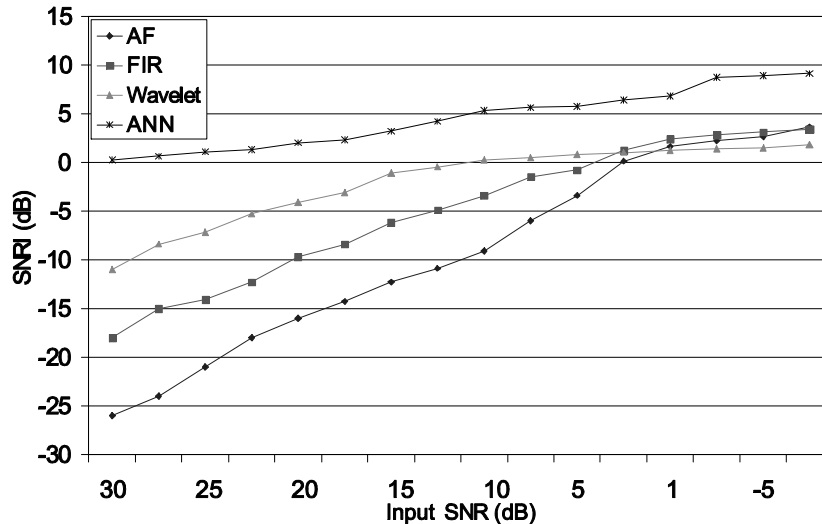


Figure 9.5: Comparison of the muscle noise removal. The figure shows the mean of the filter output SNRI versus different input SNRs of AF, FIR, Wavelet and ANN

### 9.4.2. Baseline noise

Performance of the proposed ANN-based system to deal with the problem of baseline noise was compared to the standard filtering techniques. The FIR, AF, wavelet and ANN differences computed via MSE are presented in Table 9.7 for different SNRs and baseline frequencies. SNR were generally calculated over the second half of the filtering process, so that the filters transient effects could not affect SNR calculations.

When the baseline frequency is 0.1 Hz, the wavelet method seems to be the more robust. However, as the baseline frequency increases and the SNR decreases, the ANN system is able to reach the lowest error, thus preserving information of the ECG recording in the best way. The eventual distortion that the system may introduce to the recording is quite reduced and does not affect either pulse diagnosis efficiency or pulse pattern recognition. As a way of conclusion, baseline noise will be completely removed by means of the ANN method.

Table 9.8, displays the average results for both cross correlation and SIR in the case of baseline noise. As can be observed, ANN outperforms traditional systems. Only the wavelet-based method is positioned close to the ANN values.

Figure 9.7 plots an example of the results for FIR, AF, wavelet and ANN obtained in baseline removal of a wandering signal with 8dB in SNR. As can be appreciated, the ANN is able to track the original signal in a rather low input SNR scenario. As it has already been proved, ANN reduces considerably the baseline noise, whereas wavelet overcomes the results for AF and FIR.

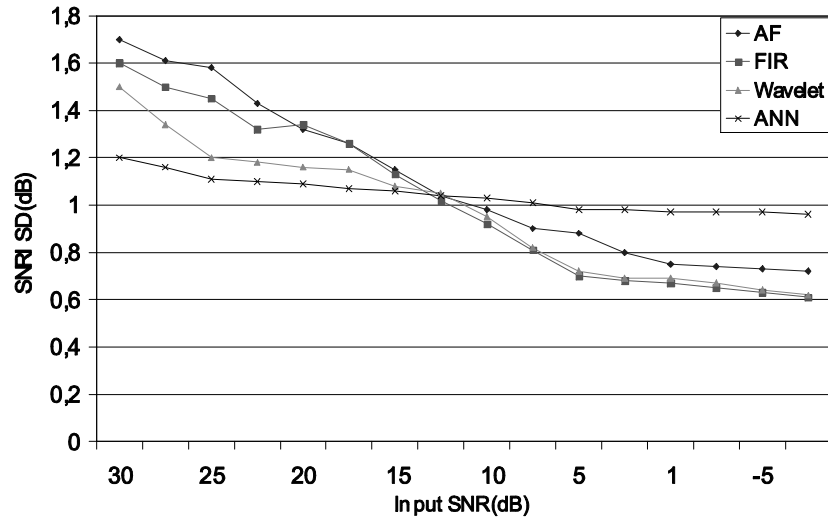


Figura 9.6: Comparison of the muscle noise removal. The figure shows the standard deviation (SD) of the filter output SNRI versus different input SNRs of AF, FIR, Wavelet and ANN

Tabla 9.7: Comparison of the MSE between ANN and other methods filtering baseline noise (The % is an indicator of percentage)

Frequency		0.1 Hz			0.2 Hz		
SNR(dB)		0.8	-5.2	-8.7	0.8	-5.2	-8.7
Error	FIR	0.04	0.06	0.9	0.43	0.08	5.8
%	AF	0.03	0.05	0.8	0.31	0.06	5.2
	Wavelet	0.01	0.03	0.3	0.1	0.03	4.9
	ANN	0.1	0.3	0.5	0.2	0.3	0.5
Frequency		0.4 Hz			0.5 Hz		
SNR(dB)		0.8	-5.2	-8.7	6.8	0.8	-2.8
Error	FIR	8.6	37	167	34	65	121
%	AF	6.7	28	146	28	56	98
	Wavelet	3.8	19	112	21	46	82
	ANN	0.2	0.4	0.7	0.8	1.3	2.8

Tabla 9.8: Average values of CC (temporal and spectral) and SIR obtained with FIR, AF, wavelet and ANN for baseline noise

Methods	CC(time)	CC(spectral)	SIR
FIR	0,89 <sup>±</sup> 0,03	0,91 <sup>±</sup> 0,03	13,2 <sup>±</sup> 0,3
AF	0,62 <sup>±</sup> 0,32	0,64 <sup>±</sup> 0,35	5,8 <sup>±</sup> 2,23
Wavelet	0,92 <sup>±</sup> 0,02	0,93 <sup>±</sup> 0,02	16,2 <sup>±</sup> 0,3
ANN	0,97 <sup>±</sup> 0,02	0,98 <sup>±</sup> 0,02	19,2 <sup>±</sup> 0,3



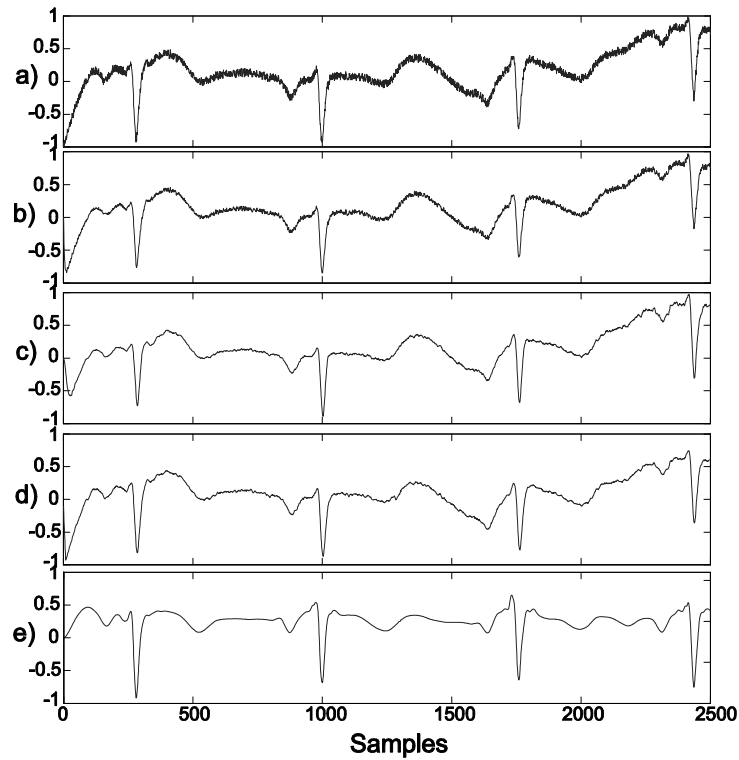


Figura 9.7: Comparison of the baseline noise removal by ANN and traditional techniques. a) Original recording without processing. b) Input signal of 8 dB baseline noise used to compare the different methods. c) Filtering results for baseline noise with the FIR method. d) Filtering results for baseline noise with the AF method. e) Filtering results for baseline noise with the Wavelet method. f) Filtering results for baseline noise with the ANN method. Axes are normalized from -1 to 1.

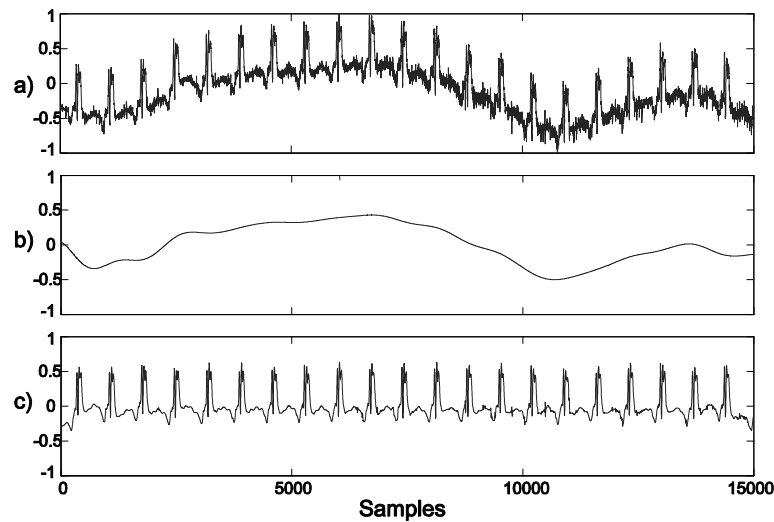


Figura 9.8: Filtering results for baseline noise removal: (a) Original, (b) Estimated baseline, and (c) ANN. Axes are normalized from -1 to 1

In Figure 9.8, an example of baseline noise removal has been illustrated for the ANN system. As can be observed, the proposed system achieves the expected baseline removal effect and, on the other hand, is able to reduce the different kind of noises which had been produced during the acquisition process.

In the case of adding some white noise to the baseline noise, more differences will be observed among the different techniques which had already been tested (see Figure 9.7). On the one hand, ANN reduces noise and causes a low modification of the ECG signal. Moreover, wavelet is the second method in performance, whereas the adaptive methods such as AF, have dependency on the ECG recording and, therefore, its result is more variable. Finally, intermediate values in performance were obtained by means of FIR methods.

### 9.4.3. Powerline interference

In this section, the ANN-based system was compared with the standard filtering techniques NF and NFA to evaluate powerline interference reduction performance. The powerline interference was a simulated 50 Hz sinusoidal in which the central frequency was randomly varied between 48.5 Hz and 51.5 Hz. The MSE was computed through Equation (9.29) and the obtained results are plotted in Figure 9.9. As can be observed, the MSE is minimum for all the systems when the powerline frequency is exactly 50Hz. In the case of NF, MSE increases notably when the sinusoid wanders its frequency away from 50Hz. In fact, this is the system with the highest error in this case. Regarding NFA, the error is more controlled than for NF when the frequency is different from 50Hz. Finally, ANN presents the best behavior, both for 50Hz and for the remaining frequencies. In this case, the MSE is quite small and remains nearly constant even in the case of significant variations of the powerline frequency. Figure 9.9 also shows that MSE is larger when the bandwidth is increased for ANN and NFA. On the contrary, it decreases slightly for NF because a wider bandwidth will overlap with the frequency of 50Hz, in which this system performs quite good.

Figure 9.10 plots two examples of the results obtained for powerline interference removal in the case of NF, NFA and ANN method. The synthesized input signal has a SNR of 8dB. As can

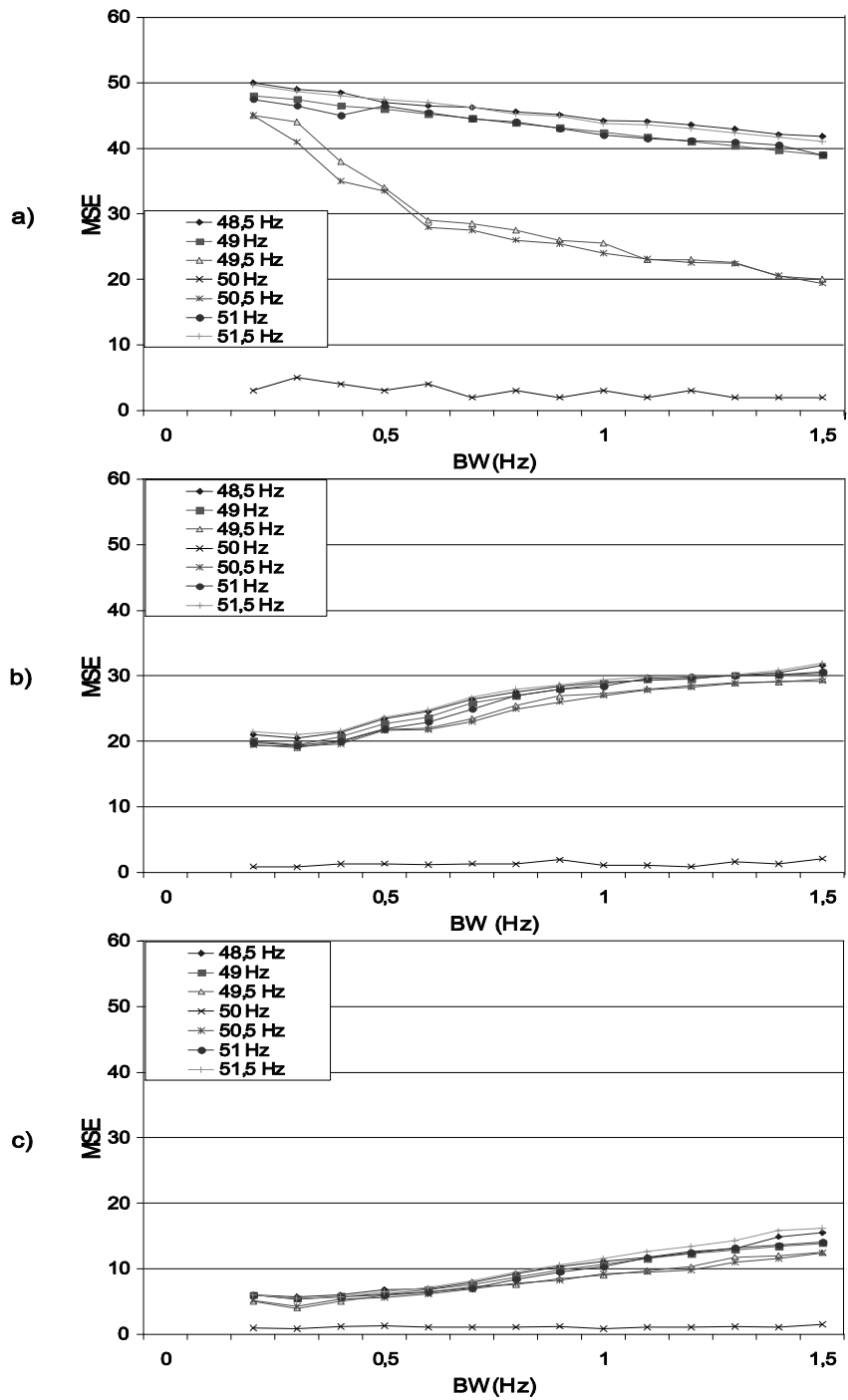


Figura 9.9: Comparison of the powerline interference removal. The figure shows mean square error vs Bandwidth for a NE, for a NFA and ANN at different frequencies

be seen, the ANN methodology is able to, on the one hand, follow the original signal pattern very precisely and, on the other hand, reduce the powerline interference notably better than the other techniques.

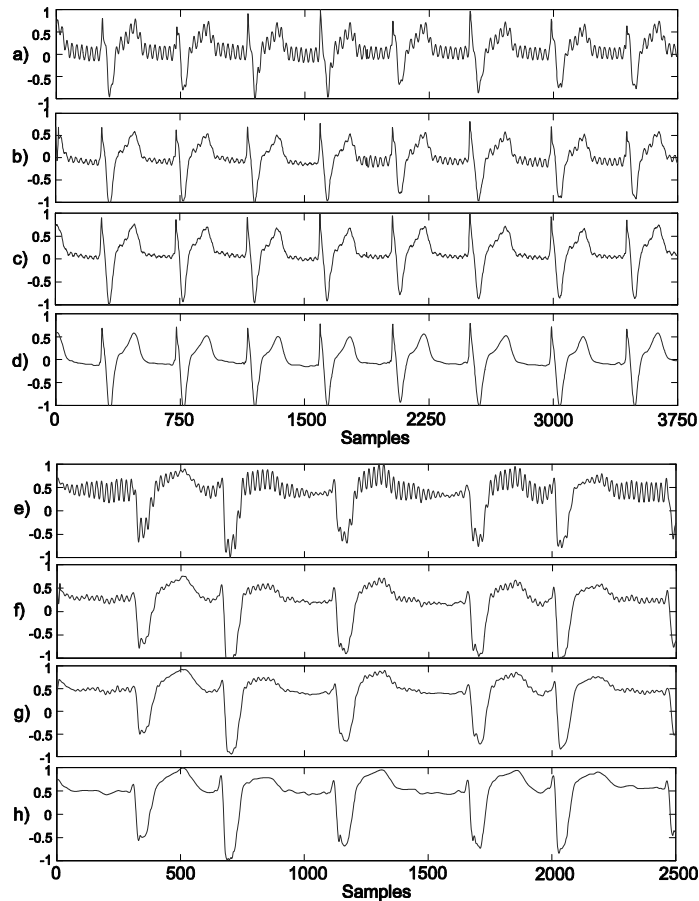


Figura 9.10: Comparison of the powerline interference removal by ANN and traditional techniques (signal 1): (a) Input Signal, (b) Filtering results for powerline interference with the NF method, (c) Filtering results for powerline interference with the NFA method, (d) Filtering results for powerline interference with the ANN method and filtering results (signal 2): (e) Input Signal, (f) Filtering results for powerline interference with the NF method, (g) Filtering results for powerline interference with the NFA method and (h) Filtering results for powerline interference with the ANN method. Axes are normalized from -1 to 1.

Finally, in order to evaluate the whole performance of the proposed ANN, a set of ECGs with all the types of noise was selected and introduced to the ANN system and to the resulting system of cascading three evaluated methods, each one of them, specialized in removing baseline wander, muscle noise and powerline interference. The three systems were chosen as a function of their previous performance. Hence, the Wavelet filter was selected both for muscle noise and baseline noise removal, whereas NFA was selected for powerline interference cancellation. Figure 9 plots the comparison between the two systems. In this case, this is a real ECG with atrial fibrillation, in which the P wave of the ECG is not present and is replaced by fibrillatory waves that can be seen, initially, masked with the noise. As can be observed, the

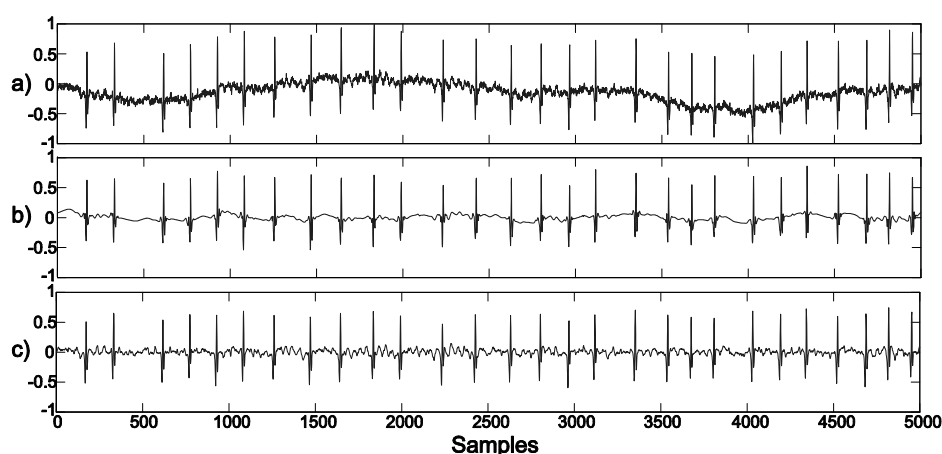


Figura 9.11: Comparison of muscle, baseline noise and powerline interference removal by ANN and traditional techniques. a) Original recording b) Filtering results with the cascade methods c) Filtering results with the ANN method. Axes are normalized from -1 to 1.

ANN system is able to remove the noise and allows to clearly appreciate the fibrillatory waves. On the contrary, the cascade system removes part of the noise, but clearly affects the original ECG signal waveform, thus distorting the final result and turning any other later analysis, such as QRS detection, atrial fibrillation analysis, etc., more difficult.

Tabla 9.9: Average results for both cross correlation and SIR for cascade methods and ANN when the signal contains muscle noise, baseline noise and powerline interference simultaneously

Methods	CC(time)	CC(spectral)	SIR
Cascade	$0,86 \pm 0,04$	$0,91 \pm 0,03$	$14,2 \pm 0,7$
ANN	$0,96 \pm 0,07$	$0,97 \pm 0,07$	$17,6 \pm 0,5$

Finally, Table 9.9 displays the average results for both cross correlation and SIR for the cascade method and ANN. As shown, the proposed ANN obtains the best values in any of the analyzed items because of its ability to remove different noises and, at the same time, preserve the original signal waveform without distortion, as can be appreciated in the example of Figure 9.11. In order to generalize every noise filtering, as explained in section 9.3.1, the cross-validation strategy was used to check the presence of overtraining and select optimal parameters in order to minimize the generalization error [322].

#### 9.4.4. Twelve Lead Recordings

Both methodologies were first applied to the simulated AF recordings. The cross-correlation and the normalized mean square error between original and estimated AA signals, together with the ventricular residue and the similarity between atrial segments of the ECG and the estimated AA, were used to compare the performance of both methods. Table 9.10 summarizes the average obtained values of these parameters for the set of twelve leads ECGs. Given that the original AA in a real ECG is unknown, the CC coefficient and MSE were useless in this

case. As a consequence, only VDR of the ventricular segments and S of the atrial segments were computed. Note that remarkable differences between RBF and TMS are reported for all the studied parameters and the analyzed recordings.

Tabla 9.10: Average results provided by the comparison between TMS and RBF obtained for synthesized and real AF recordings with twelve leads. Values indicate mean  $\pm$  standard deviation.

Method		CC	MSE	VDR	S
Simulated	TMS	$0,864 \pm 0,041$	$0,577 \pm 0,097$	$3,326 \pm 0,561$	$0,858 \pm 0,015$
AF signals	RBF	$0,962 \pm 0,038$	$0,302 \pm 0,071$	$6,395 \pm 0,321$	$0,987 \pm 0,011$
Real	TMS	–	–	$3,298 \pm 0,425$	$0,808 \pm 0,017$
AF signals	RBF	–	–	$6,157 \pm 0,334$	$0,978 \pm 0,012$

As a graphical summary, Figure 9.12 shows the estimated AA signals corresponding to a real AF recording with twelve leads when TMS and RBF methods are applied. As can be appreciated, the estimated AA through RBF matches the original AA with more fidelity than the TMS method. This fact agrees with the CC index and the MSE mean values presented in Table 9.10. In addition, it can be observed that the AA extracted by TMS presents QRST residua of larger amplitude, which is coherent with the computed VDR average value. In addition, another relevant observation is the absence of sudden transitions into the AA segments provided by RBF. This result justifies the higher similarity values obtained with RBF. In contrast, the AA obtained with TMS present notable sudden transitions.

#### 9.4.5. Single Lead Recordings

For the case of single-lead ECGs, the obtained results are summarized in Table 9.11. In the same way as with twelve leads, the AA obtained with RBF presents lower ventricular residue and higher similarity between atrial segments than those obtained with TMS. Moreover, the ventricular residue presents slight variations and the similarity increases considerably when the recording length is increased. Significant differences between RBF and TMS were also obtained for all the studied parameters. An example applied to a real single-lead recording is shown in Figure 9.13, which presents the ECG of a patient in AF and the corresponding AA signals provided by TMS and RBF. This Figure proves how the proposed method achieves a better AA extraction and a better QRST complex reduction maintaining the atrial signal characteristics.

Tabla 9.11: Average results provided by the comparison between TMS and RBF obtained for simulated and real AF recordings with one lead. Values indicate mean  $\pm$  standard deviation.

Method		CC	MSE	VDR	S
Simulated	TMS	$0,855 \pm 0,043$	$0,521 \pm 0,098$	$3,269 \pm 0,524$	$0,851 \pm 0,017$
AF signals	RBF	$0,958 \pm 0,038$	$0,311 \pm 0,078$	$6,261 \pm 0,321$	$0,983 \pm 0,012$
Real	TMS	–	–	$3,195 \pm 0,567$	$0,819 \pm 0,020$
AF signals	RBF	–	–	$6,135 \pm 0,316$	$0,971 \pm 0,015$

In view of the results, remark that the RBF-based method considers dynamics in the QRST waveform and, thereafter, a more accurate cancellation template is obtained. As a consequence,

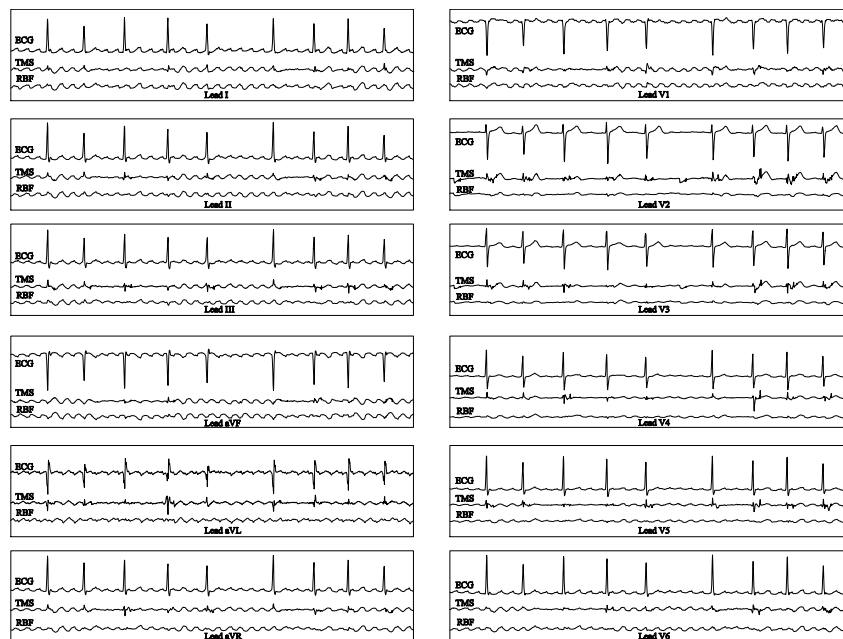


Figure 9.12: Cancellation example of a real twelve leads AF ECG. Each panel contains the corresponding lead where the original ECG, together with the resulting AA from TMS and the RBF-based ANN are presented

it behaves more robustly in those ECGs with variable QRST morphologies. In contrast, the AA estimated by other methods will be, unavoidably, more contaminated by QRST residua.

## 9.5. Discussion

In this thesis, a new ANN model to reduce different types of noise in ECG signals has been proposed. Different structures for optimal performance of ANN have been analyzed. Table 9.3 and Figure 9.1 have shown how the ANN3 gets the most appropriate values to the targets. Different activation functions have been used in these models (see Table 9.3). The Sigmoid function was used as activation function in ANN3 given than the better adaptation to the target was obtained. The choice of the appropriate number of hidden nodes is important in ANN

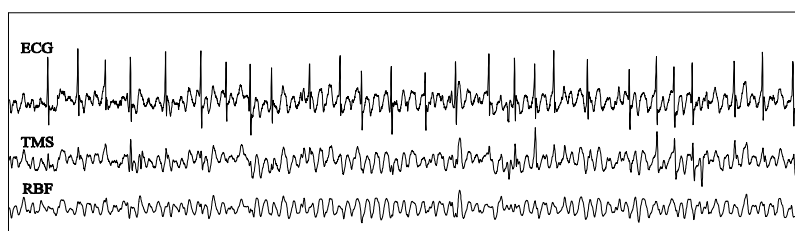


Figure 9.13: Cancellation performance comparison for a real single-lead ECG in AF. The panel shows the original ECG together with the resulting AA through the application of TMS and the RBF-based ANN

applications. This number has to take into account the number and complexity of the ECG clusters in the features space as well as the number of available ECG cases for training. The optimum number of hidden nodes and learning rate were experimentally determined for each ANN structure. The proposed ANNs were trained by the training data set and tested by the test data set to prove robustness of these models and to find the ANN with best performance.

During last years, numerous techniques have been proposed to reject different kinds of noise in ECG signals, including FIR filtering [5], AF [66], wavelet [137], NF [128] and NFA [149]. However, optimized results have not yet been obtained. In addition, these conventional filtering techniques can contain large ripples that do not correspond to the original ECG. The proposed ANN improves all results obtained by FIR filter [128], AF [66] or wavelet [137], significantly reducing the interference. Moreover, SNRI evolution was more constant with ANN and more linear because the proposed method introduced the lowest distortion to the signal. With baseline noise, ANN achieved higher SIR and CC values and a smaller MSE, thus reducing the noise remarkably. The ANN also achieved better reduction of powerline interference than the methods based on NF [145] and NFA [149]. Apart from this improvement, ANN presented the lowest MSE values in comparison with the other tested methods. The proposed ANN has been mainly chosen because its adaptability to the nonlinear and time-varying features of the noise in ECG recordings. Anyway, the performance of the method depends on the proper number and variety of signals that are chosen for training.

Taken together, the presented results demonstrate that the proposed ANN approach can serve as a new framework for achieving an efficiently filtered ECG signal which, obviously, could be used for later studies in the best conditions [1]. Another relevant issue is properly studying the filtering procedure. Though traditional filtering techniques can be used as tools for noise removal from the ECG, over-filtering signals can remove or distort relevant clinical information. On the contrary, the results of this study suggest that clinical information can be maintained by selecting a flexible dynamic model for the ECG and an adaptive update of the model parameters.

On the other hand, in this thesis an effective technique for QRST complex cancellation has been also proposed and applied to ECG recordings. The technique incorporates a RBF network architecture that can add or remove RBFs dynamically depending on the current approximation error. The structure of the RBF network varies over time in order to control the network complexity that is just sufficient for the approximation so that the computational efficiency is ensured. A generalization of the second method of Lyapunov to prove the guaranteed performance of the proposed RBF network has been used. Two different RBFs (GRBF and RCRBF) have been implemented and their performance summarized in Table 9.4. The network based in RCRBF achieved lower error both on the training set ( $E_{tr}$ ) and the testing set ( $E_{ts}$ ). Figure 9.1 presents the cross correlation graph for the proposed network, in which the network achieves an optimum training point. This RBF has been mainly chosen because its adaptability to the non-linear and time-varying features of the QRST complex.

Non-invasive assessment of the atrial fibrillatory waves and particularly the fibrillation frequency is gaining acceptance as a tool for characterizing the arrhythmia in individual patients and for assessing the impact of different treatment strategies [326–329]. However, analysis of the atrial fibrillatory waves directly from the ECG is very limited because the atrial signal is largely obscured by the ventricular activity. During last years, numerous algorithms have been proposed to extract the atrial fibrillation signal from the ECG [8, 11, 19, 162, 326]. The most extended and established is TMS [19]. This method assumes that, for the same patient, ventricular complexes generally exhibit a limited number of shapes. As a consequence, the average beat can represent approximately each individual beat. This average beat is then used to subtract the VA from each single beat. However, QRST morphology is often subject to minor



changes caused by respiration, patient movement, etc, and, therefore, QRST residua and noise are often present in the estimated AA. Due to this, when there are alterations in the QRST morphology a complete reduction is not achieved. As a way to improve TMS, the average beats of adjacent leads could mathematically be combined with the average beat of the analyzed lead in order to suppress the electrical axis alterations and produce improved reduction. This is the core of the spatiotemporal cancellation method [8]. However, at least, one minute of signal is necessary for proper QRST cancellation, therefore in ambulatory ECG systems of short duration recording the method is not recommended. A modification of the aforesaid algorithm has been recently introduced by Lemay [165] in which the QRS complex and the T wave are separately processed. However, the improvement introduced by these techniques is notably reduced when single-lead ECG recordings are only available. Other authors presented a strategy in which the temporal dependence of the AA was exploited [15], using principal component analysis, to estimate the AA from single-lead ECG recordings. The main features of ventricular and atrial activities are extracted, and several basis signals for each subspace are determined. Finally, the AA is reconstructed back exclusively from the basis signals that formed the atrial subspace. The algorithms based on PCA or ICA exploit the property that the atrial and ventricular activities originate from different and uncoupled bioelectric sources [11]. From the different techniques proposed to cancel out the QRST complex in ECGs with AF, TMS has been selected for comparison with the proposed RBF-based technique because is the most widely used technique in the literature. This study was validated using recordings from PhysioBank in order to give standardization and accessibility to the study. Tables 9.10 and 9.11 have shown how RBF gets the most appropriate values to the targets. Furthermore, Figures 9.12 and 9.13 also demonstrated how the RBF-based system achieves a significant cancellation of the QRST complex in different scenarios.

Taken together, these results demonstrate that the proposed approach can serve as a new framework to achieve efficient QRST cancellation. The RBF method has shown that accurate AA extraction can be provided both single and multi-lead ECG recordings. It has been found that the system works more efficiently if the ECG recording contain several leads. This is because a lot of leads carry more information about the signal that helps the neural network to get a better approximation of the function. Thus, the QRST complex reduction is more effective. Besides, the RBF works with multi-lead signals in a parallel fashion. Though traditional techniques can be used for QRST removal from the ECG in AF, over-cancellation can remove or distort relevant medical information. On the contrary, the results of this study suggest that clinical information can be preserved by selecting a flexible dynamic model for the ECG with an adaptive update of the RBF-based model parameters. Such information will provide optimal information about the electrophysiological phenomena surrounding AF, thus leading to improved diagnosis and treatments.

## 9.6. Conclusion

This work demonstrates how ANN has been used to remove muscle noise, baseline noise and powerline interference from ECG signals in only one step. Throughout all the stages, the ANN-based method has been adapted making use of the Widrow–Hoff delta algorithm. Furthermore, the training of the ANN was made in a single operation, thus comprising all the noise types that can be present in the ECG. The resulting system, on the one hand, has obtained better values of CC and SIR than the other tested methods and, on the other, a more stable value of SNRI. The proposed ANN can be applied to a wide number of ECG recording situations, such as multichannel ECG or long-term holter monitoring. In all these practical cases,

the ANN-based system has provided outperforming results, thus facilitating a more proper clinical analysis for medical professional use. As a way of conclusion, suffice is to say that the ANN based approach obtains both more signal reduction and low distortion of the signal results in comparison with the systems based on FIR, AF, Wavelets, NF and NFA. The system could also be applied to a wide range of biomedical signals with interfering noise of similar characteristics.

The present thesis also introduced a RBF-based neural network applied to QRS-T cancellation in ECG AF recordings. Throughout all the stages, the RBF has been adapted through the Lyapunov approach, which has been improved in order to achieve optimal results. This has allowed to get a very accurate VA representation, thus providing high quality AA extraction. The proposed method can be applied to a wide number of ECG recording situations, such as long-term holter monitoring, short multichannel ambulatory ECGs. In all these practical cases, the RBF-based system has provided outperforming results, both in QRST reduction and low atrial activity distortion, thus facilitating a more proper clinical analysis for medical professional use.

# Bibliografía

- [1] L. Sörnmo, P. Laguna, *Bioelectrical Signal Processing in Cardiac and Neurological Applications*, Elsevier Academic Press, 2005.
- [2] J. Bronzino, *The Biomedical Engineering Handbook*, 2nd Ed, CRC Press, Springer, 2000.
- [3] R. M. Rangayyan, *Biomedical Signal Analysis: A Case-Study Approach*, IEEE Press Series in Biomedical Engineering, 2002.
- [4] D. Wei, E. Harasawa, H. Hosaka, A low-distortion filter method to reject muscle noise in multi-lead electrocardiogram systems, *Front Med Biol Eng.* 9 (4) (1999) 315–330.
- [5] S. Luo, P. Johnston, A review of electrocardiogram filtering, *Journal of Electrocardiology* 43 (6) (2010) 486–496.
- [6] W. Kannel, R. Abbott, D. Savage, P. Mcnamara, Epidemiologic features of chronic atrial-fibrillation the framingham-study n, *Engl. J. Med* 306 (1982) 1018–1022.
- [7] V. Fuster, et al, *Acc/aha/esc 2006 guidelines for the management of patients with atrial fibrillation: a report of the american college of cardiology, American Heart Association Task Force on practice guidelines and the European Society of Cardiology committee for practice guidelines developed in collaboration with the european heart rhythm association and the heart rhythm society* *Europace* 8 (2006) 651–745.
- [8] M. Stridh, L. Sörnmo, Spatiotemporal qrst cancellation techniques for analysis of atrial fibrillation, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 48 (2001) 105–111.
- [9] A. Bollmann, D. Husser, L. Mainardi, F. Lombardi, P. Langley, A. Murray, J. Rieta, J. Millet, S. B. Olsson, M. Stridh, L. Sörnmo, Analysis of surface electrocardiograms in atrial fibrillation: techniques, research, and clinical applications, *Europace* 8 (2006) 911–926.
- [10] C. Vayá, J. Rieta, C. Sánchez, D. Moratal, Convolutional blind source separation algorithms applied to the electrocardiogram of atrial fibrillation: Study of performance, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 54 (8) (2007) 1530–1533.
- [11] J. Rieta, F. Castells, C. Sánchez, V. Zarzoso, J. Millet, Atrial activity extraction for atrial fibrillation analysis using blind source separation, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 51 (2004) 1176–1186.
- [12] R. Llinares, J. Igual, Application of constrained independent component analysis algorithms in electrocardiogram arrhythmias, *Artificial intelligence in medicine* 47 (2) (2009) 121–133.

- [13] R. Llinares, J. Igual, J. M. Borrás, A fixed point algorithm for extracting the atrial activity in the frequency domain, *Computers in Biology and Medicine* 40 (2010) 943–949.
- [14] R. Phlypo, V. Zarzoso, I. Lemahieu, Atrial activity estimation from atrial fibrillation ecgs by blind source extraction based on a conditional maximum likelihood approach, *Medical and Biological Engineering and Computing* 48 (2010) 483–488.
- [15] F. Castells, C. Mora, J. Rieta, D. Moratal-Pérez, J. Millet, Estimation of atrial fibrillatory wave from single-lead atrial fibrillation electrocardiograms using principal component analysis concepts, *Med. Biol. Eng. Comput.* 43 (5) (2005) 557–560.
- [16] F. Castells, P. Laguna, L. Sörnmo, A. Bollmann, J. M. Roig, Principal component analysis in ecg signal processing, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* 2007 (2007) 21.
- [17] C. Vasquez, A. Hernandez, F. Mora, G. Carrault, G. Passariello, Atrial activity enhancement by wiener filtering using an artificial neural network, *IEEE Trans. Biomedical Engineering* 48 (8) (2001) 940–944.
- [18] S. Shkurovich, A. V. Sahakian, S. Swiryn, Detection of atrial activity from high-voltage leads of implantable ventricular defibrillators using a cancellation technique, *IEEE Trans. Biomed. Eng* 45 (2) (1998) 229–234.
- [19] J. Slocum, A. Sahakian, S. Swiryn, Diagnosis of atrial fibrillation from surface electrocardiograms based on computer-detected atrial activity, *J Electrocardiol* 25 (1) (1992) 1–8.
- [20] N. V. Thakor, Y. Zhu, Application of adaptive filtering to ECG analysis: Noise cancellation and arrhythmia detection, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 38 (8) (1991) 785–794.
- [21] J. Malmivuo, R. Plonsey, *Bioelectromagnetism: Principles and Applications of Bioelectric and Biomagnetic Fields*, Oxford University Press, 1995.
- [22] J. Rieta, Estimación de la actividad auricular en episodios de fibrilación auricular mediante separación ciega de fuentes, Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Valencia, ISBN: 84-95943-387 (2003).
- [23] V. Fuster, R. W. Alexander, R. A. O'Rourke, *Hurst's The Heart*, McGraw Hill, 2004.
- [24] D. Kilpatrick, P. Johnson, Origin of the electrocardiogram, *IEEE, Eng. Med. Biol. Magazine* 13 (4) (1994) 479–486.
- [25] J. M. Ferrero, J. M. J. Ferrero, J. Saiz, A. Arnau, *Bioelectrónica: Señales Bioeléctricas*, Servicio Publicaciones UPV, 1994.
- [26] A. B. de Luna, *Electrocardiografía Clínica*, Espaxs, 1999.
- [27] A. Waller, A demonstration on man of electromotive changes accompanying the heart's beat, *J Physiol* 8 (1887) 229–234.
- [28] W. Einthoven, Nieuwe methoden voor klinisch onderzoek, *Ned. Tijdschr Geneesk* 29 (2) (1893) 263–286.
- [29] W. Einthoven, Über die form des menschlichen electrocardiogramms, *Pflügers Archiv European Journal of Physiology* 60 (3-4) (1895) 101–123.

- [30] W. Einthoven, Un nouveau galvanomètre, *Arch Néerl Sci Exactes Nat* 6 (1901) 625–633.
- [31] S. S. Barold, Willem einthoven and the birth of clinical electrocardiography a hundred years ago, *Card. Electrophysiol Rev.* 7 (1) (2003) 99–104.
- [32] W. Einthoven, The different forms of the human electrocardiogram and their signification, *Lancet* 1 (1912) 853–861.
- [33] M. A. García, R. Moreno, *Electrocardiografía Básica. Cómo leer electrocardiogramas*, McGraw-Hill, 1999.
- [34] J. Almendral, E. Marin, O. Medina, R. Peinado, L. Perez, R. Ruiz, X. Vinolas, Practice guidelines of the Spanish Society of Cardiology on cardiac arrhythmias, *Rev. Esp. Cardiol.* 3 (54) (2001) 307–367.
- [35] V. Fuster, R. W. Alexander, R. A. O'Rourke, *Hurst's The Heart*, McGraw Hill, 2007.
- [36] S. Nattel, L. Opie, Controversies in atrial fibrillation, *Lancet* 367 (9506) (2006) 262–272.
- [37] R. H. Falk, Medical progress: Atrial fibrillation, *New England Journal of Medicine* 344 (14) (2001) 1067–1078.
- [38] V. Fuster, L. E. Ryden, R. W. Asinger, D. S. Cannom, et al., ACC/AHA/ESC guidelines for the management of patients with atrial fibrillation, *Journal of the American College of Cardiology* 38 (4) (2001) 1266/I–1266/LXX.
- [39] C. D. Furberg, B. M. Psaty, T. A. Manolio, J. M. Gardin, V. E. Smith, P. M. Rautaharju, Prevalence of atrial fibrillation in elderly subjects (the Cardiological Health Study ), *Am. J. Cardiol.* 74 (1994) 236–241.
- [40] P. Wolf, R. Abbott, W. Kannel, Atrial fibrillation as an independent risk factor for stroke: the Framingham heart study, *Stroke* 22 (1991) 983–988.
- [41] F. Lake, K. Cullen, N. de Klerk, M. M. Call, D. Rosman, Atrial fibrillation and mortality in an elderly population, *Aust. NZ J. Med.* 19 (1989) 321–326.
- [42] S. Philips, J. Whisnant, W. O. WM, R. Frye, Prevalence of cardiovascular disease and diabetes mellitus in residents of rochester, Minnesota *Mayo Clin. Proc.* 65 (1990) 344–359.
- [43] F. Candel, M. Matesanz, F. C. et al., Prevalence of atrial fibrillation and relationated factors in a population in the centre Madrid, *An. Med. Interna* 21 (10) (2004) 17–22.
- [44] Surgical treatment of atrial fibrillation: Predictors of late recurrence, *The Journal of Thoracic and Cardiovascular Surgery* 129 (1) (2005) 104–111.
- [45] F. Morady, H. Oral, A. Chugh, F. Pelosi, F. Bogun, E. Good, K. Jongnarangsin, T. Crawford, R. Latchamsetty.
- [46] The AF-CHF trial investigators. Rationale and design of a study assessing treatment strategies of atrial fibrillation in patients with heart failure: The atrial fibrillation and congestive heart failure AF-CHF trial, *Am. Heart J.* 144 (2002) 597–607.
- [47] The AFFIRM investigators. A comparison of rate control and rhythm control in patients with atrial fibrillation, *N. Engl. J. Med.* 347 (23) (2002) 1825–1833.

- [48] S. Al-Khatib, L. Shaw, K. Lee, C. O'Connor, R. Califf, Is rhythm control superior to rate control in patients with atrial fibrillation and congestive heart failure?, *Am Heart J* 94 (6) (2004) 797–800.
- [49] J. G. Webster, *Medical Instrumentation. Application and Design*, Houghton Mifflin, Boston, 1992.
- [50] A. L. Goldberger, L. A. Amaral, L. Glass, J. M. Hausdorff, P. C. Ivanov, R. G. Mark, J. E. Mietus, G. B. Moody, C.-K. Peng, H. E. Stanley, PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a new research resource for complex physiologic signals, *Circulation* 101 (23) (2000 (June 13)) e215–e220, *circulation Electronic Pages*: <http://circ.ahajournals.org/cgi/content/full/101/23/e215>.
- [51] A. Oppenheim, R. W. Schaffer, *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice-Hall International, 1989.
- [52] S. J. Orfanidis, *Introduction to Signal Processing*, Prentice Hall: Upper Saddle River, 1996.
- [53] J. M. Leski, Robust weighted averaging, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 49 (8) (2002) 796–804.
- [54] M. L. Ahlstrom, J. Tompkins, Digital filters for real-time ECG signal processing using microprocessors, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 32 (9) (1985) 708–713.
- [55] S. Taouli, F. Bereksi-Reguig, Noise and baseline wandering suppression of ecg signals by morphological filter, *J Med Eng Technol* 34 (2) (2010) 87–96.
- [56] J. Serra, L. Vincent, An overview of morphological filtering, in: *Circuits, Systems and Signal Processing*, 1992, pp. 47–108.
- [57] X. Hu, V. Nenow, A single-lead ECG enhancement algorithm using a regularized data-driven filter, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 53 (2) (2006) 347–351.
- [58] F. Odille, C. Pasquier, R. Abächerli, P.-A. Vuissoz, G. P. Zientara, J. Felblinger, Noise cancellation signal processing method and computer system for improved real-time electrocardiogram artifact correction, *IEEE Trans Biome Eng* 54 (4) (2007) 630–640.
- [59] S. Irvanian, L. Tung, A novel algorithm for cardiac biosignal filtering based on filtered residue method, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 49 (11) (2002) 1310–1317.
- [60] P. Gaydecki, A real time programmable digital filter for biomedical signal enhancement incorporating a high-level design interface, *Physiol Meas* 21 (1) (2000) 187–196.
- [61] M. Okada, A digital filter for the QRS complex detection, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 26 (12) (1979) 700–703.
- [62] B. Simon, L. Sörnmo, P. Laguna, Mejora en el alineamiento de registros ECG usando interpolación, XIV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica (1996) 49–51.
- [63] M. Kotas, Projective filtering of time-aligned ecg beats, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 51 (7) (2004) 1129–1139.
- [64] M. T. M. Zi-Qin Wang, J. L. Schiano, LMS learning algorithms: Misconceptions and new results on convergence, *IEEE Trans. on Neural Networks* 11 (1) (2000) 47–56.

- [65] S. Olmos, P. Laguna, Steady-state MSE convergence of LMS adaptive filters with deterministic reference inputs with applications to biomedical signals, *IEEE Trans. Sign. Proces.* 48 (8) (2000) 2229–2241.
- [66] S. Olmos, L. Sörnmo, P. Laguna, Block adaptive filters with deterministic reference inputs for event-related signals: Blms and brls, *IEEE Trans. Sign. Proces.* 50 (5) (2002) 1102–1112.
- [67] U. Wiklund, M. K. and Nils Östlund, L. Berglin, K. Lindcrantz, S. Karlsson, L. Sandjö, Adaptive spatio-temporal filtering of disturbed ECGs: a multi-channel approach to heartbeat detection in smart clothing, *Medical and Biological Engineering and Computing* 45 (6) (2007) 515–523.
- [68] Y. Wu, R. M. Rangayyan, Y. Zhou, S.-C. Ng, Filtering electrocardiographic signals using an unbiased and normalized adaptive noise reduction system, *Medical Eng & Physics* 31 (2009) 17–26.
- [69] M. Sansone, L. Mirarchi, M. Bracale, Adaptive removal of gradients-induced artefacts on ecg in mri: a performance analysis of rls filtering, *Med. Biol. Eng. Comput.* 48 (2010) 475–482.
- [70] M. Z. U. Rahman, R. A. Shaik, D. K. Reddy, Efficient sign based normalized adaptive filtering techniques for cancelation of artifacts in ecg signals: Application to wireless biotelemetry, *Signal Processing* 91 (2011) 225–239.
- [71] M. Z. U. Rahman, R. A. Shaik, D. K. Reddy, Efficient and simplified adaptive noise cancelers for ecg sensor based remote health monitoring, *IEEE Sensors Journal* 12 (3) (2012) 566–573.
- [72] M. Unser, Wavelets, statistics, and biomedical applications, *Proceedings of the 8th IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal and Array Processing* (1996) 244–249.
- [73] A. Graps, An introduction to wavelets, *IEEE Computational Science and Engineering* 2 (2) (1996) 1–18.
- [74] H. Stark, *Wavelets and Signal Processing. An Application-Based Introduction*, Springer, 2005.
- [75] J. Hogan, J. Lakey, *Time-Frequency and Time-Scale Methods, Applied Numerical Harmonic Analysis*, Springer Verlag, 2005.
- [76] J. P. Martinez, R. Almeida, S. Olmos, A. P. Rocha, P. Laguna, A wavelet-based ECG delineator: Evaluation on standard databases, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 51 (4) (2004) 570–581.
- [77] M. Vai, L. Zhou, Beat-to-beat ECG ventricular late potentials variance detection by filter bank and wavelet transform as beat-sequence filter, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 51 (8) (2004) 1407–1413.
- [78] C. Li, C. Zheng, C. Tai, Detection of ECG characteristic points using the wavelet transform, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 42 (1995) 21–28.
- [79] B. Rajoub, An efficient algorithm for the compression of ECG signals using the wavelet transforms, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 49 (4) (2002) 355–362.

- [80] M. Hilton, Wavelet and wavelet packet compression of electrocardiograms, *IEEE Trans. Biomed. Eng* 44 (5) (1997) 394–402.
- [81] E. Ercelebi, Electrocardiogram signals de-noising using lifting-based discrete wavelet transform, *Comput Biol Med* 34 (6) (2004) 479–493.
- [82] S.Ñibhanupudi, Signal denoising using wavelets, Ph.D. thesis, University of Cincinnati (2003).
- [83] J. S. Paul, M. R. Reddy, V. J. Kumar, A transform domain SVD filter for suppression of muscle noise artefacts in exercise ECG's, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 47 (5) (2000) 654–663.
- [84] H. Yang, S. T. Bukkapatnam, R. Komanduri, Nonlinear adaptive wavelet analysis of electrocardiogram signals, *Physical Review* 76 (2007) 026214–1–026214–8.
- [85] U. Wiklund, M. Akay, U.Ñiklasson, Short-term analysis of heart rate variability by adapted wavelet transforms, *IEEE Eng Med Biol Magazine* 16 (5) (1997) 113–118,138.
- [86] J. Courdec, W. Zareba, Contribution of wavelet to the non-invasive electrocardiology, *ANE* 3 (1998) 54–62.
- [87] A. S. Al-Fahoum, I. Howitt, Combined wavelet transformation and radial basis neural networks for classifying life-threatening cardiac arrhythmias, *Med. Biol. Eng.* 37 (5) (1999) 566–573.
- [88] N. V. Thakor, J. Webster, W. Tompkins, Estimation of QRS complex power spectra for design of a QRS filter, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 31 (11) (1984) 702–706.
- [89] D. Donoho, De-noising by soft-thresholding, *IEEE Trans on Information Theory* 41 (3) (1995) 612–627.
- [90] H. Inoue, A. Miyazaki, A noise reduction method for ECG signals using the dyadic wavelet transform, *IEICE Trans on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences E-81-A* (6) 1001–1007.
- [91] D.Ñovák, D. Cuesta, V. Eck, J. Pérez, G. Andreu, Denoising electrocardiogram signal using adaptive wavelets, *Proceeding of the 15th Biennial Eurasip Conference BIOSIGNAL* (2000) 18–20.
- [92] A. Bezarienas, Selective noise filtering of high resolution ECG through wavelet transform, *Computers in Cardiology* 8 (11) (1996) 637–640.
- [93] M. Alfaouri, K. Daqrouq, Ecg signal denoising by wavelet transform thresholding, *American Journal of Applied Sciences* 5 (3) (2008) 276–281.
- [94] T. Werther, A. Klotz, G. Kracher, M. Baubin, H. Feichtinger, H. Gilly, A. Amann, Cpr artifact removal in ventricular fibrillation ecg signals using gabor multipliers, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 56 (2) (2009) 320–327.
- [95] Matlab Wavelet Toolbox.
- [96] D.Ñovák, Processing of ECG signals using wavelets, Ph.D. thesis, Final Thesis, Faculty of Electrical Engineering, Czech Technical University in Prague (2000).
- [97] D. Donoho, I. Johnstone, Adapting to unknow smoothness via wavelet shrinkage, *Journal of the American Statistical Association* 90 (432) (1995) 1200–1224.



- [98] K. Berkner, R. O. Wells, Wavelet transforms and denoising algorithms, *Signals, Systems & Computers* 2 (1998) 1639–1643.
- [99] S. Krozaitis, A. Basuhail, Adaptive wavelet threshold using higher-order statistics for signal denoising, *SPIE* 3391 (1998) 68–74.
- [100] R. Coifman, M. Wickerhauser, Experiments with adapted wavelet de-noising for medical signals and images, Internal Report, Department of Mathematics, Yale University.
- [101] D. Zahbg, Wavelet approach for ECG baseline wander correction and noise reduction, in: *IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference*, 2005.
- [102] L. Xu, D. Zhang, K. Wang, Wavelet-based cascaded adaptive filter for removing baseline drift in pulse waveforms, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 53 (11) (2005) 1973–1975.
- [103] M. A. Kabir, C. Shahnaz, Denoising of ecg signals based on noise reduction algorithms in emd and wavelet domains, *Biomedical Signal Processing and Control* (2012) 1–9.
- [104] P. Celka, K. Le, T. Cutmore, Noise reduction in rhythmic and multitrial biosignals with applications to event-related potentials, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 55 (7) (2008) 1809–1821.
- [105] J. K. A. Hyvärinen, E. Oja (Eds.), *Independent Component Analysis*, Wiley Interscience, 2001.
- [106] A. Hyyärinen, E. Oja, Independent component analysis: Algorithms and applications, *Neural Networks* 13 (2000) 411–430.
- [107] S. Makeig, A. J. Bell, T.-P. Jung, T. J. Sejnowski, Independent component analysis of electroencephalographic, in: *Data, Advances in Neural Information*, Vol. 8, 1996.
- [108] A. K. Barros, A. Mansour, N. Ohnishi, Removing artifacts from ECG signals using independent components analysis, *Neurocomputing* 22 (1) (1998) 173–186.
- [109] C. J. James, C. WHesse, Independent component analysis for biomedical signals, *Physiol. Meas* 26 (2005) 15–39.
- [110] T. Jung, Removing electroencephalographic artifacts by blind source separation, *Psychophysiology* 37 (2000) 163–178.
- [111] T. He, G. Clifford, L. Tarassenko, Application of ICA in removing artifacts from the ECG, *Neural Comput and Applic* 15 (2) (2006) 105–116.
- [112] H. Taigang, C. Gari, L. Tarassenko, Application of independent component analysis in removing artifacts from the electrocardiogram, *Neural computing and applications* 15 (2) (2006) 105–116.
- [113] M. P. S. Chawla, H. K. Verma, V. Kumar, Artifacts and noise removal in electrocardiograms using independent component analysis., *Int J Cardiol* 129 (2) (2008) 278–281.
- [114] M. Chawla, Pca and ica processing methods for removal of artifacts and noise in electrocardiograms: A survey and comparison, *Applied Soft Computing* 11 (2) (2011) 2216–2226.

- [115] M. Milanese, N. Martini, N. Vanello, V. Positano, M. Santarelli, L. Landini, Independent component analysis applied to the removal of motion artifacts from electrocardiographic signals, *Med Biol Eng Comput* 46 (3) (2008) 251–261.
- [116] M. S. Grewal, A. P. Andrews, *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB*, 3rd Edition, John Wiley and Sons, 2008.
- [117] B. P. Gibbs, *Advanced Kalman Filtering, Least-Squares and Modeling*, John Wiley and Sons, 2005.
- [118] R. Diversi, R. Guidorzi, U. Soverini, Kalman filtering in extended noise environments, *IEEE Trans. on Auto. Control* 50 (9) (2005) 1396–1402.
- [119] R. Sameni, M. Shamsollahi, C. Jutten, G. Clifford, A nonlinear bayesian filtering framework for ECG denoising, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 54 (12) (2007) 2172–2185.
- [120] R. Sameni, M. Shamsollahi, C. Jutten, Model-based bayesian filtering of cardiac contaminants from biomedical recordings, *Physiological Measurement* 29 (5) (2008) 595–613.
- [121] U. Aydin, Y. S. Dogrusoz, A kalman filter-based approach to reduce the effects of geometric errors and the measurement noise in the inverse ecg problem, *Med Biol Eng Comput* 49 (2011) 1003–1013.
- [122] R. Vullings, B. de Vries, J. Bergmans, An adaptive kalman filter for ecg signal enhancement, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 58 (4) (2011) 1094–1103.
- [123] N. Wiener, *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series*, The MIT Press, 1964.
- [124] S. B. Meltem Izzetoglu, Ajit Devaroj, B. Onaral, Motion artifact cancellation in NIR spectroscopy using wiener filtering, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 52 (5) (MAY 2005) 934–937.
- [125] L. Chmelka, J. Kozumplik, Wavelet-based wiener filter for electrocardiogram signal denoising, in: *Computers in Cardiology*, 2005, pp. 771–774.
- [126] K.-M. Chang, S.-H. Liu, Gaussian noise filtering from ecg by wiener filter and ensemble empirical mode decomposition, *J Sign Process Syst* 64 (2) (2011) 249–264.
- [127] C. Meyer, H.Ñ. Keiser, Electrocardiogram baseline noise estimations and removal using cubic splines and state-space computatin techniques, *Computers and Biomedical Research* (1977) 459–470.
- [128] J. V. Alsté, T. Schilder, Removal of base-line wander and power-line interference from the ECG by and efficient FIR filter with a reduced number of taps, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 32 (12) (1985) 1052–1060.
- [129] L. M. Jacek, N. Henzel, ECG baseline wander and powerline interference reduction using nonlinear filter bank, *Signals Processing* 85 (4) (2005) 781–793.
- [130] P. Laguna, R. Jané, O. Meste, P. Poon, P. Caminal, H. Rix, N. Thakor, Adaptive filter for event-related bioelectric signals using an impulse correlated reference input: Comparison with signal averaging techniques, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 39 (10) (1992) 1032–1044.
- [131] D. Brito, E. Aguiar, F. Lucena, R. Freire, Y. Yasuda, A. Barros, Influence of low frequency noise in adaptive estimation using the lms algorithm, *Signal Processing* 89 (5) (2009) 933–940.

- [132] N. J. Outram, E. C. Ifeachor, P. V. Eetvelt, J. Curnow, Techniques for optimal enhancement and feature extraction of fetal electrocardiogram, *IEEE Proceeding* 142 (6) (1995) 482–489.
- [133] D. Cuesta, D.Ñovak, V. Eck, J. Pérez, G. Andreu, Electrocardiogram baseline removal using wavelet approximations, *Libro de actas Biosignal* (2000) 136–138.
- [134] Z.-D. Zhao, Y.-Q. Chen, A new method for removal of baseline wander and power line interference in ECG signals, in: *5th International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, 2006, pp. 4342–4347.
- [135] L. Sörnmo, Time-varying digital filtering of ECG baseline wander, *Medical and Biological Engineering and Computers* (1993) 503–508.
- [136] M. P. Royo, P. Laguna, Cancelación de variaciones de línea de base en el ECG: Estudio comparativo de diferentes técnicas, *XVI Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica* (1998) 135–138.
- [137] O. Sayadi, M. Shamsollahi, Multiadaptive bionic wavelet transform: Application to ECG denoising and baseline wandering reduction, *Eurasip Journal on Advances in Signal Processing* 2007 (2007) 1–11.
- [138] O. Sayadi, M. Shamsollahi, Model-based fiducial points extraction for baseline wandered electrocardiograms, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 55 (1) (2008) 347–351.
- [139] L. Xu, D. Zhang, K. Wang, N. Li, X. Wang, Baseline wander correction in pulse waveforms using wavelet-based cascaded adaptive filter, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 37 (2007) 716–731.
- [140] X. Liu, Y. Zheng, M. W. Phyu, B. Zhao, M. Je, X. Yuan, Multiple functional ecg signal is processing for wearable applications of long-term cardiac monitoring, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 58 (2) (2011) 380–389.
- [141] P. Soo-Chang, T. Chien-Cheng, Elimination of AC interference in electrocardiogram using IIR notch filter with transient suppression, *IEEE Trans Biomed Eng* 42 (11) (1995) 1128–1132.
- [142] A. C. M. van Rijn, A. Peper, C. A. Grimbergen, High-quality recording of bioelectric events part 1, interference reduction, theory and practice, *Med. Biol. Eng. Comput.* 28 (1990) 389–397.
- [143] S. C. Pei, C. C. Tseng, Elimination of AC interference in electrocardiogram using IIR notch filter with transient suppression, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 42 (11) (1995) 1128–1132.
- [144] C.-C. Tseng, S.-C. Pei, Design of an equiripple fir notch filter using a multiple exchange algorithm, *Signal Processing* 75 (1999) 225–237.
- [145] C.-C. Tseng, S.-C. Pei, Stable iir notch filter design with optimal pole placement, *IEEE Trans. on Signal Processing* 48 (11) (2001) 2673–2681.
- [146] J. Piskorowski, Digital q-varying notch iir filter with transient suppression, *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement* 59 (4).
- [147] M. Ferdjallah, R. E. Barr, Adaptive digital notch filter design on the unit circle for the removal of powerline noise from biomedical signals, *IEEE Trans Biomed Eng* 41 (6) (1994) 529–536.

- [148] A. K. Ziarani, A. Konrad, A nonlinear adaptive method of elimination of power line interference in ECG signals, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 49 (6) (JUNE 2002) 540–547.
- [149] Y. C. Lim, Y. X. Zou, N. Zheng, A piloted adaptive notch filter, *IEEE Trans. on Signal Processing* 53 (4) (2005) 1310–1323.
- [150] S. Martens, M. Mischi, S. Oei, J. Bergmans, An improved adaptive power line interference canceller for electrocardiography, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 53 (11) (2006) 2220–2231.
- [151] Y.-D. Lin, Y. H. Hu, Power-line interference detection and suppression in ECG signal processing, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 55 (1) (2008) 354–357.
- [152] M. H. Costa, J. C. M. Bermudez, A noise resilient variable step-size lms algorithm, *Signal Processing* 88 (2008) 733–748.
- [153] R. Kwong, E. Johnston, A variable step size lms algorithm, *IEEE Trans. Signal Processing* 40 (7) (1992) 1633–1642.
- [154] M. H. Costa, M. C. Tavares, Removing harmonic power line interference from biopotential signals in low cost acquisition systems, *Computers in Biology and Medicine* 39 (2009) 519–526.
- [155] S. Poornachandra, N. Kumaravel, A novel method for the elimination of power line frequency in ECG signal using hyper shrinkage function, *Digital Signal Processing* 18 (2) (2008) 116–126.
- [156] C.-C. Huang, S.-F. Liang, M.-S. Young, F.-Z. Shaw, A novel application of the s-transform in removing power line interference from biomedical signals, *Physiol. Meas.* 30 (2009) 13–27.
- [157] P. Langley, J. J. Rieta, M. Stridh, J. Millet, L. Sörnmo, A. Murray, Reconstruction of atrial signals derived from the 12-lead ECG using atrial signal extraction techniques, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 30, IEEE, Los Alamitos, CA, 2003, pp. 129–132.
- [158] Q. Xi, A. Sahakian, S. Swyrn, The effect of QRS cancellation on atrial fibrillatory wave signal characteristics in the surface electrocardiogram, *Journal of Electrocardiology* 36 (3) (2003) S243–S249.
- [159] P. Langley, J. Rieta, M. Stridh, J. Millet, L. Sörnmo, A. Murray, Comparison of atrial signal extraction algorithms in 12-lead ecgs with atrial fibrillation, *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on* 53 (2) (2006) 343–346.
- [160] L. Sörnmo, M. Stridh, D. Husser, A. Bollmann, S. Olsson, Analysis of atrial fibrillation: from electrocardiogram signal processing to clinical management, *Philos Transact A Math Phys Eng Sci.* 367 (2009) 235–253.
- [161] S. Petrutiu, J. Ng, G. Nijm, H. Al-Angari, S. Swiryn, A. Sahakian, Atrial fibrillation and waveform characterization. a time domain perspective in the surface ecg, *IEEE Eng. Med. Biol. Mag* 25 (2006) 24–30.
- [162] R. Alcaraz, J. Rieta, Adaptive singular value cancellation of ventricular activity in single-lead atrial fibrillation electrocardiograms, *Physiological Measurement* 29 (2008) 1351–1369.

- [163] A. Bollmann, N. K. Kanuru, K. K. McTeague, P. F. Walter, D. B. DeLurgio, J. J. Langberg, Frequency analysis of human atrial fibrillation using the surface electrocardiogram and its response to ibutilide, *American Journal of Cardiol.* 81 (12) (1998) 1439–1445.
- [164] M. Holm, S. Pehrson, M. Ingemansson, L. Sornmo, R. Jahansson, L. Sandhall, M. Sune-mark, B. Smideberg, C. Olsson, S. Olsson, Non-invasive assessment of the atrial cycle length during atrial fibrillation in man: introducing, validating and illustrating a new ECG method, *Cardiovasc. Res.* 38 (1) (1998) 69–81.
- [165] M. Lemay, J. Vesin, A. van Oosterom, V. Jacquemet, L. Kappenberger, Cancellation of ventricular activity in the ecg: evaluation of novel and existing methods, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 54 (3) (2007) 542–546.
- [166] J. Pan, W. Tompkin, A real-time QRS detection algorithm, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 32 (1985) 230–236.
- [167] C. Aguilar, C. Sánchez, J. Rieta, D. Moratall, J. M. Blas, J. Millet, Complex detection and subtraction via wavelet: A new atrial activity extraction algorithm, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 32, IEEE, 2005, pp. 929–932.
- [168] F. Castells, J. Rieta, J. Millet, V. Zarzoso, Spatiotemporal blind source separation approach to atrial activity estimation in atrial tachyarrhythmias, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 52 (2) (2005) 258–267.
- [169] M. Stridh, A. B. Olsson, L. S. L., Detection and feature extraction of atrial tachyarrhythmias. a three stage method of time-frequency analysis., *IEEE Eng Med Biol Mag.* 25 (6) (2006) 31–39.
- [170] M. Stridh, L. Sornmo, Spatiotemporal QRST cancellation techniques for analysis of atrial fibrillation, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 48 (1) (2001) 105–111.
- [171] J. Waktare, K. Hnatkova, C. J. Meurling, H. Nagayoshi, T. Janota, A. J. Camm, M. Malik, Optimal lead configuration in the detection and subtraction of qrs and t wave templates in atrial fibrillation, in: *Computers in Cardiology*, 1998, p. 629–632.
- [172] A. Chatterjee, A. Nait-Ali, P. Siarry, An input-delay neural-network-based approach for piecewise ECG signal compression, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 52 (5) (2005) 945–947.
- [173] M. E. Cohen, D. L. Hudson, *Neural Networks and Artificial Intelligence for Biomedical Engineering*, Wiley-IEEE Press, 1999.
- [174] J. N. Rodrigues, V. Owall, L. Sornmo, QRS detection for pacemakers in a noisy environment using a time lagged artificial neural network, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 3 (2001) 596–599.
- [175] G. Bortolan, C. Brohet, S. Fusaro, Possibilities of using neural networks for ECG classification, *Journal of Electrocardiology* 29 (1996) 10–16.
- [176] N. Thakor, Y. Zhu, Applications of adaptive filtering to ECG analysis: noise cancellation and arrhythmia detection, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 38 (8) (1991) 785–794.
- [177] J. Rieta, F. Castells, C. Sánchez, V. Zarzoso, J. Millet, Atrial activity extraction for atrial fibrillation analysis using blind source separation 51 (7) (2004) 1176–1186.

- [178] M. Jafari, J. Chmabers, Fetal electrocardiogram extraction by sequential source separation in the wavelet domain, *IEEE Trans. Biomed. Eng* 52 (3) (2005) 390–400.
- [179] C. Sánchez, J. J. Rieta, C. Vayá, R. Cervigon, J. M. Blas, J. Millet, Atrial activity enhancement by blind sparse sequential separation, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 32, IEEE, Los Alamitos, CA, 2005, pp. 937–940.
- [180] P. Langley, J. P. Bourke, A. Murray, Frequency analysis of atrial fibrillation, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 27, IEEE, Los Alamitos, CA, 2000, pp. 65–68.
- [181] C. Sánchez, J. Millet, J. Rieta, J. Rodenas, F. Castells, Packet wavelet decomposition: An approach to atrial activity extraction, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 29, IEEE, Los Alamitos, CA, 2002, pp. 33–36.
- [182] C. Sánchez, J. J. Rieta, F. Castells, J. Rodenas, J. Millet, Atrial activity extraction in holter registers using adaptive wavelet analysis, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 30, IEEE, Los Alamitos, CA, 2003, pp. 569–572.
- [183] E. Karvounis, C. Papaloukas, D. Fotiadis, L. Michalis, Fetal heart rate extraction from composite maternal ECG using complex continuous wavelet transform, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 31, IEEE, Los Alamitos, CA, 2004, pp. 737–740.
- [184] J. Millet, Estudio de las técnicas para el diagnóstico e identificación de fibrilación ventricular y otras arritmias malignas en el ámbito de los desfibriladores automáticos externos e implantables, Ph.D. thesis, Universidad Politécnica de Valencia (1997).
- [185] J. Millet, A. Mocholí, F. Chorro, R. García, Problemática y aspectos relevantes en la confección de una base de datos de señales apropiada para aplicaciones en bioingeniería. Aplicación a un estudio de identificación de arritmias cardíacas, XVI Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica (1998) 143–147.
- [186] A. Goldberger, L. Amaral, L. Glass, J. Hausdorff, P. Ivanov, R. Mark, J. Mietus, G. Moody, C. Peng, H. Stanley, Physiobank, physiotoolkit, and physionet: components of a new research resource for complex physiologic signals, *Circulation* 101 (23) (2000) e215–e220.
- [187] P. McSharry, G. Clifford, L. Tarassenko, L. Smith, A dynamical model for generating synthetic electrocardiogram signals, *IEEE Trans. Biomed. Eng* 50 (3) (2003) 289–294.
- [188] J. Healey, G. Clifford, L. Kontothanassis, P. McSharry, An open-source method for simulating atrial fibrillation using ECGSYN, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 31, IEEE, Los Alamitos, CA, 2004, pp. 425–427.
- [189] R. Alcaraz, J. Rieta, A novel application of sample entropy to the electrocardiogram of atrial fibrillation, *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 11 (2010) 1026–1035.
- [190] P. Augustyniak, Time-frequency modelling and discrimination of noise in the electrocardiogram, *Physiol. Meas.* 24 (3) (2003) 753–767.
- [191] B. Boucheham, Y. Ferdi, M. Batouche, Piecewise linear correction of ECG baseline wander: a curve simplification approach, *Biomed. Instrum Technol* 78 (1) (2005) 1–10.
- [192] I. Dotsinsky, T. Stoyanov, Optimization of bi-directional digital filtering for drift suppression in electrocardiogram signals, *J. Med. Eng. Technol.* 28 (4) (2004) 178–180.

- [193] Y. Sun, K. Chan, S. Krishnan, ECG signal conditioning by morphological filtering, *Comput Biol Med* 32 (6) (2002) 465–479.
- [194] P. Hamilton, M. Curley, R. Aimi, Effect of adaptive motion-artifact reduction on QRS detection, *Biomed. Instrum. Technol.* 34 (3) (2000) 197–202.
- [195] I. Mitov, A method for reduction of power line interference in the ECG, *Med Eng Phys* 26 (10) (2004) 879–887.
- [196] L. Hejzel, Suppression of power-line interference by analog notch filtering in the ECG signal for heart rate variability analysis: to do or not to do?, *Med Sci Monit* 10 (1) (2004) MT6–MT13.
- [197] S. Haykin, *Neural Networks. A Comprehensive Foundation*, Prentice-Hall, 1999.
- [198] K. Gurney, *An Introduction to Neural Networks*, UCL Press, 1997.
- [199] T. C. Leonides, *Neural Network Systems Techniques and Applications*, Vol. 1-7, Academic Press, 1998.
- [200] D. W. II, M. Hasselmo, K. Venayagamoorthy, D. Wang, *Advances in Neural Network Research: IJCNN*, Elsevier, 2003.
- [201] S. Haykin, Neural networks expand SP's horizons, *IEEE Signal Processing Magazine* (1996) 24–49.
- [202] S. Bittanti, *Adaptation and Learning in Control and Signal Processing*, Elsevier, 2001.
- [203] F. Rosenblatt, The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain, *Psychological Review* 65 (6) (1958) 386–408.
- [204] I. Rojas, O. Valenzuela, A. Prieto, Statistical analysis of the main parameters in the definition of radial basic function networks, *Lecture Notes in Computer Science* 1240 (1997) 882–891.
- [205] D. S. Broomhead, D. Lowe, Multivariable functional interpolation and adaptive networks, *Complex Systems* 2 (1988) 321–355.
- [206] P. Medgyessy, *Decomposition of superposition of distributed functions*, Hungarian Academy of Sciences, 1961.
- [207] M. Powell, Radial basis functions for multivariable interpolation: A review, in: *IMA. Conf. on Algorithms for the approximation of functions and data*, 1985, pp. 143–167.
- [208] S. Lee, M. Rhee, Multilayer feedforward potential function network, in: *Proceedings of the Second International Conference on Neural Networks*, 1988, pp. 161–171.
- [209] J. E. Moody, C. J. Darken, Fast learning in networks of locally-tuned processing units, *Neural Comput.* 1 (1989) 281–294.
- [210] T. Poggio, F. Girosi, Networks for approximation and learning, *Proc. IEEE* 78 (9) (1990) 1481–1497.
- [211] J. Kowalski, E. Hartman, J. Keeler, Layered neural networks with gaussian hidden units as universal approximators, *Neural Computation* 2 (2) (1990) 210–215.

- [212] J. Park, I. W. Sandberg, Universal approximation using radial basis function networks, *Neural Comput* 3 (2) (1991) 246–257.
- [213] J. Park, I. Sandberg, Universal approximation and radial basis function networks, *Neural Computation* 5 (2) (1993) 305–316.
- [214] C. A. Micchelli, Interpolation of scattered data: Distance matrices and conditionally positive definite functions, *Constructive Approximation* 2 (1986) 11–22.
- [215] J. Ghost, L. Deuser, S. Beck, A neural network based hybrid system for detection, characterization and classification of short-duration oceanic signals, *IEEE Jl. Of Ocean Engineering* 17 (4) (1992) 351–363.
- [216] G. Golub, C. V. Loan, *Matriz computations*, Johns Hopkins University Press, Baltimore, 3rd ed., 1996.
- [217] V. W. T. S. F. B. Press, W., *Numerical recipes in C*, Cambridge University Press, 2nd edition, 1994.
- [218] J. González, *Identificación y optimización de redes de funciones de base radial para aproximación funcional*, Tesis doctoral. Dpto. Arquitectura y Tecnología de Computadores. Universidad de Granada, 2001.
- [219] M. Orr, *Regularized center recruitment in radial basis function networks*, Technical report 59. Center for cognitive science. University of Edinburgh, 1993.
- [220] S. Chen, E. Chung, K. Alkadhim, Regularized orthogonal least squares algorithm for constructing radial basis function networks, *Anonymous Int. J. Contr.* 64 (5) (1996) 829–837.
- [221] M. Orr, *Introduction to radial basis function networks*, Technical report. Center for cognitive science. University of Edinburgh, 1996.
- [222] J.-A. Hartigan, *Clustering Algorithms*, Willey, New York, 1975.
- [223] J. Bezdek, *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*, Springer, 1981.
- [224] N. B. Karayiannis, W. Mi, Growing radial basis neural networks: Merging supervised and unsupervised learning with network growth techniques, *IEEE Trans. Neural Netw.* 8 (1997) 1492–1506.
- [225] R. Duda, P. Hart, *Pattern classification and scene analysis*, Wiley, New York, 1973.
- [226] M. Russo, G. Patané, Improving the lbg algorithm, *Lecture Notes on Computer Science* 1606 (1999) 621–630.
- [227] A. Gersho, Asymtotically optimal block quatization, *IEEE Trans. Inf. Theory* 25 (4) (1979) 373–380.
- [228] W. Pedrycz, Conditional fuzzy clustering in the design of radial basis function neural networks, *IEEE Trans. Neural Networks* 9 (1) (1998) 601–612.
- [229] T. Runkler, J. Bezdek, Alternating cluster estimation: A new tool for clustering and function approximation., *IEEE Trans. Fuzzy System* 7 (4) (1999) 377–393.



- [230] J. González, I. Rojas, H. Pomares, J. Ortega, A. Prieto, A new clustering technique for function approximation, *IEEE Trans. Neural Networks* 13 (1) (2002) 132–142.
- [231] J. Dennis, R. Schnabel, *Numerical Methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1983.
- [232] A. W. C. K. F. K. H. D. Musavi, M., On the training of radial basis functions classifiers, *Neural Networks* 5 (4) (1992) 595–603.
- [233] J. Platt, A resource-allocating network for function interpolation, *Neural Computation* 3 (2) (1991) 213–225.
- [234] V. Rivas, E. Castillo, J. Merelo, Evolving rbf networks, *Lecture Notes in Computer Science* 2084 (2001) 506–513.
- [235] E. Berry, Z. Rong, X. Wu, A biology inspired neural learning algorithm for analysing protein sequences, in: *15th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence*, 2003, pp. 18–25.
- [236] T. Z. Tan, G. S. Ng, C. Quek, Genetic complementary learning for translation initialization sites prediction, in: *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2006, pp. 259–266.
- [237] H. M. Hassan, On principles of biological information processing concerned with learning convergence mechanism in neural and non-neural bio-systems, in: *International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation, and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce*, 2005, pp. 647–653.
- [238] J. Cheng, A. Tegge, P. Baldi, Machine learning methods for protein structure prediction, *IEEE Reviews in Biomedical Engineering* 1 (2008) 41–49.
- [239] M. Oliver, J. L. García, BioAnt - biologically plausible computer simulation of an environment with ants, in: *International Joint Conference on Neural Networks*, 2005, pp. 1505–1510.
- [240] Z. R. Yang, R. Thomson, Bio-basis function neural network for prediction of protease cleavage sites in proteins, *IEEE Transactions on Neural Networks* 16 (1) (2005) 263–274.
- [241] Y. Meng, Y. Jin, J. Yin, Modeling activity-dependent plasticity in bcm spiking neural networks with application to human behavior recognition, *IEEE Transactions on Neural Networks* 22 (12) (2011) 1952–1966.
- [242] Y. Tamada, S. Imoto, H. Araki, M. Nagasaki, C. Print, D. Charnock-Jones, S. Miyano, Estimating genome-wide gene networks using nonparametric bayesian network models on massively parallel computers, *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics* 8 (3) (2011) 683–697.
- [243] T. Saksornchai, W. J. Lee, K. Methaprayoon, J. R. Liao, R. J. Ros, Improve the unit commitment scheduling by using the neural-networks-based short-term load forecasting, *IEEE Trans on Industry Applications* 41 (1) (2005) 169–179.
- [244] G. Martin, T. Lange, N. Frewin, Next generation controllers for Kiln/Cooler and mill applications based on model predictive control and neural networks, in: *IEEE/PCA 42nd Cement Industry Technical Conference*, 2000, pp. 299–317.

- [245] T. Saksornchai, W.-J. Lee, K. Methaprayoon, J. Liao, R. Ross, Improve the unit commitment scheduling by using the neural-network-based short-term load forecasting, *IEEE Transactions on Industry Applications* 41 (1) (2005) 169–179.
- [246] G. K. Venayagamoorthy, S. Ray, A neural networks based optimal wide area control scheme for a power system, in: *Industry Applications Conference, 2005. Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005, 2005*, pp. 700–706.
- [247] B. Wheeler, G. Brewer, Designing neural networks in culture, *Proceedings of the IEEE* 98 (3) (2010) 398–406.
- [248] A. Alimardani, B. Mazaheri, B. Abdi, S. Hosseinian, Modified shuffled-frog-leaping algorithm in company with neural networks for harmonic distortion minimisation in real-time control applications of programmed pulse-width modulation inverters, *IET Power Electronics* 4 (8) (2011) 943–950.
- [249] C.-Y. Fang, S.-W. Chen, C.-S. Fuh, Automatic change detection of driving environments in a vision-based driver assistance system, *IEEE Trans on Neural Networks* 14 (3) (2003) 646–657.
- [250] L. Rutkowski, Adaptive probabilistic neural networks for pattern classification in time-varying environment, *IEEE Trans on Neural Networks* 15 (4) (2004) 811–827.
- [251] K. Methaprayoon, W.-J. Lee, S. Rasmiddatta, J. Liao, R. Ross, Multistage artificial neural network short-term load forecasting engine with front-end weather forecast, *IEEE Transactions on Industry Applications* 43 (6) (2007) 1410–1416.
- [252] G. Corani, G. Guariso, Coupling fuzzy modeling and neural networks for river flood prediction, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews* 35 (3) (2005) 382–390.
- [253] S. Bonafoni, V. Mattioli, P. Basili, P. Ciotti, N. Pierdicca, Satellite-based retrieval of precipitable water vapor over land by using a neural network approach, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 49 (9) (2011) 3236–3248.
- [254] Y. Qian, Neural network model for classification algorithms and its application, in: *25 Th Chinese Control Conference, 2006*, pp. 1177–1182.
- [255] R. K. Thulasiram, R. M. Rahman, P. Thulasiraman, Neural network training algorithms on parallel architectures for finance applications, in: *International Conference on Parallel Processing Workshops, 2003*, pp. 236–243.
- [256] P. G. Harrald, M. Kamstra, Evolving artificial neural networks to combine financial forecasts, *IEEE Trans on Evolutionary Computation* 1 (1) (1997) 40–52.
- [257] J. Hansen, R. Nelson, Neural networks and traditional time series methods: a synergistic combination in state economic forecasts, *IEEE Transactions on Neural Networks* 8 (4) (1997) 863–873.
- [258] O. Oullier, A. Kirman, J. Kelso, The coordination dynamics of economic decision making: A multilevel approach to social neuroeconomics, *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering* 16 (6) (2008) 557–571.

- [259] K. Y. Im, S. Y. Oh, S. Han, Envolving a modular neural network-based behavioral fusion using extended VFF and environment classification for mobile robot navigation, *IEEE Trans. on Evolutionary Computation* 6 (4) (2002) 413–419.
- [260] H. Zeng-Guang, M. Gupta, P. Nikiforuk, T. Min, L. Cheng, A recurrent neural network for hierarchical control of interconnected dynamic systems, *IEEE Trans on Neural Networks* 18 (2) (2007) 466–481.
- [261] J. Lo, Y. Lei, Recursive neural filters and dynamical range transformers, *Proceedings of the IEEE* 92 (3) (2004) 514–535.
- [262] D. Stathakis, A. Vasilakos, Comparison of computational intelligence based classification techniques for remotely sensed optical image classification, *IEEE Trans on Geoscience and Remote Sensing* 44 (8) (2006) 2305–2318.
- [263] Z. Guliang, W. Shoujue, Hypersausage neural networks and its application in face recognition, in: *International Conference on Neural Networks and Brain*, Vol. 3, 2005, pp. 1519–1522.
- [264] V. Devabhaktuni, M. Yagoub, Z. Qi-Jun, A robust algorithm for automatic development of neural-networks models for microwave applications, *IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques* 49 (12) (2001) 2282–2291.
- [265] X. Jianjun, M. Yagoub, R. Ding, J. Zhang, Exact adjoint sensitivity analysis for neural-based microwave modeling and design, *IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques* 51 (1) (2003) 226–237.
- [266] C.-C. Liao, Enhanced rbf network for recognizing noise-riding power quality events, *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement* 59 (6) (2010) 1550–1561.
- [267] B.-S. Lin, B.-S. Lin, F.-C. Chong, F. Lai, Higher-order-statistics-based radial basis function networks for signal enhancement, *IEEE Trans. Neural Netw.* 18 (3) (2007) 823–832.
- [268] M. Liu, Delayed standard neural network models for control systems, *IEEE Transactions on Neural Networks* 18 (5) (2007) 1376–1391.
- [269] M. Sun, L. Zhao, W. Cao, Y. Xu, X. Dai, X. Wang, Novel hysteretic noisy chaotic neural network for broadcast scheduling problems in packet radio networks, *IEEE Transactions on Neural Networks* 21 (9) (2010) 1422–1433.
- [270] B. Singh, J. Solanki, An implementation of an adaptive control algorithm for a three-phase shunt active filter, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 56 (8) (2009) 2811–2820.
- [271] Z. Zhou, Y. Jiang, Medical diagnosis with c4.5 rule preceded by artificial neural network ensemble, *IEEE Trans on Information Tech. in Biomedicine* 7 (1) (2003) 37–42.
- [272] W. Lytton, M. Hines, Hybrid neural networks - combining abstract and realistic neural units, in: *26th Annual International Conference of the IEEE EMBS*, 2004, pp. 3996–3998.
- [273] H. Bagher-Ebadian, H. Soltanian-Zadeh, S. Setayeshi, S. Smith, Neural network and fuzzy clustering approach for automatic diagnosis of coronary artery disease in nuclear medicine, *IEEE Trans. on Nuclear Science* 51 (1) (2004) 184–192.
- [274] S. Tong, N. Thakor, Structural complexity of neural signals by matching pursuits, in: *27th Annual Conference on IEEE Engineering in Medicine and Biology*, 2005, pp. 2025–2028.

- [275] S. Karamchandani, M. Dixit, R. K. Jain, M. Bhowmick, Application of neural networks in the interpretation of impedance cardiograms for the diagnoses of peripheral vascular diseases, in: 27th Annual Conference on IEEE Engineering in Medicine and Biology, 2005, pp. 7537–7540.
- [276] C.-P. Wei, P. J.-H. Hu, O. R. L. Sheng, Y.-H. Lee, Intelligent image prefetching for supporting radiologists' primary reading: A decision-rule inductive learning approach, *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics - Part A: Systems and Humans* 35 (2) (2005) 261–274.
- [277] H. Cecotti, A. Gräser, Convolutional neural networks for p300 detection with application to brain-computer interfaces, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 433-445 (3) (2011) 1299–1308.
- [278] S. Saraswathi, S. Sundaram, N. Sundararajan, M. Zimmermann, M. Nilsen-Hamilton, Icg-pso-elm approach for accurate multiclass cancer classification resulting in reduced gene sets in which genes encoding secreted proteins are highly represented, *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics* 8 (2) (2011) 452–463.
- [279] Y. Ho, F. Lewis, Reinforcement adaptive learning neural-net-based friction compensation control for high speed and precision, *IEEE Trans on Control Systems Technology* 8 (1) (2000) 118–126.
- [280] A. Lipchen, S. Der, N. Nasrabadi, A joint compression-discrimination neural transformation applied to target detection, *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics* 35 (4) (2005) 670–681.
- [281] A. Singh, N. Chaudhari, G. Ming, Hierarchical reinforcement learning model for military simulations, in: *International Joint Conference on Neural Networks*, 2006, pp. 2572–2576.
- [282] L. Joon-Ho, C. In-Sick, K. Hyo-Tae, Natural frequency-based neural network approach to radar target recognition, *IEEE Trans on Signal Processing*. 51 (12) (2003) 3192–3197.
- [283] P. D. Gader, J. M. Keller, B. Nel, Recognition technology for the detection of buried land mines, *IEEE Trans on Fuzzy Systems* 9 (1) (2001) 31–43.
- [284] S. Kamalasadani, A. Ghandakly, A neural network parallel adaptive controller for fighter aircraft pitch-rate tracking, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 60 (1) (2011) 258–267.
- [285] P. Mehra, B. Wah, *Artificial neural networks*, in: IEEE Computers Society Press, 1997, Piscataway, USA.
- [286] R. Hush, B. G. Horne, Progress in supervised neural networks, *IEEE Signal Processing Magazine* (1993) 8–39.
- [287] S. Haykin, *Neural networks: A comprehensive approach.*, in: IEEE Computer Society Press, 1994, Piscataway, USA.
- [288] M. Lehtokangas, Fast initialization for cascade-correlation learning, *IEEE Trans. on Neural Networks* 10 (2) (1999) 410–414.
- [289] G. Sanchez, K. Toscano, M. Nakano, H. Perez, A growing cell neural network structure with backpropagation learning algorithm, *Telecommunications and Radio Engineering* 56 (1) (2001) 37–45.

- [290] C. Ponchapakspan, M. Palaniswami, Effects of moving the centers in a RBF networks, *IEEE Trans. on Neural Networks* 13 (6) (2002) 1299–1308.
- [291] V. Hodge, Hierarchical growing cell structures, trees GCS, *IEEE Trans. on Knowledge and Engineering* 13 (2) (2001) 207–218.
- [292] V. Schetinin, A learning algorithm for evolving cascade neural networks, *Neural Letters* 17 (1) (2003) 21–31.
- [293] K. Toscano, G. Sánchez, M. Nakano, H. Perez, Of-line signatur recognition and verification using multiple growing cell neural network structure, *Científica* 6 (4) (2002) 175–184.
- [294] Y. Maeda, H. Hirano, Y. Kanata, A learning rule of neural networks via simultaneous pertubation and its hardware implementation, *Neural Networks* 8 (2) (1995) 251–259.
- [295] Y. Maeda, R. J. P. D. Figueiredo, Learning rules for neuro-controller via simultaneous pertubation, *IEEE Trans. on Neural Networks* 8 (6) (1997) 1119–1130.
- [296] J. C. Spall, A stochastic approximation techniqe for generating maximum likelihood parameter estimates, in: *Proc. Of The American Control Conference, 1987*, pp. 1161–1167.
- [297] J. C. Spall, J. A. Criston, Nonlinear adaptative control using neural networks: Estimation with a smoothed form of simultaneous pertubation gradient approximation, *Statistical Sinica* 4 (1994) 1–27.
- [298] J. C. Spall, Multivariable stochastic approximation algorithm for large-dimensional systems in the kiefer-wolfowitz setting, in: *Proc. Of The 2th IEEE Conference on Decision and Control, 1998*, pp. 1544–1548.
- [299] I. Kathirvalavakumar, P. Thangavel, A new learning algorithm using simultaneous pertubation with weight initialization, *Neural Letters* 17 (1) (2003) 55–68.
- [300] W. Wu, G. Feng, Z. Li, Y. Xu, Deterministic convergence of an online gradient method for BP neural networks, *IEEE Trans. on Neural Networks* 16 (3) (2005) 533–540.
- [301] B. Widrow, M. A. Lehr, 30 years of adaptive neural networks: Perceptrons, madeline and backpropagation, *Proc. of IEEE* 78 (1990) 1415–1442.
- [302] Y. Maeda, M. Wakamura, Simultaneous perturbation learning rule for recurrent neural networks and its FPGA implementation, *IEEE Trans. on Neural Networks* 16 (6) (2005) 1664–1672.
- [303] S. Hui, S. H. Zak, The widrow-hoff algorithm for McCulloch-pits type neurons, *IEEE Trans. on Neural Networks* 5 (6) (1994) 924–929.
- [304] M. T. M. H.-H. Chen, H. Chandrasekaran, A neural-networks training algorithm utilizing multiple sets of linear equations, *Neurocomput* 25 (1999) 55–72.
- [305] C. Bishop, *Neural Networks for Patter Recognition*, Oxford University Press, 1995.
- [306] A. Webb, S. Shannon, Shape-adaptive radial basis functions, *IEEE Trans. Neural Netw.* 9 (6) (1998) 1155–1166.
- [307] C.-C. Lee, P.-C. Chung, J.-R. Tsai, C.-I. Chang, Robust radial basis function neural networks, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. B, Cybern.* 29 (6) (1999) 674–685.

- [308] T. Chen, H. Chen, Approximation capability to functions of several variables, nonlinear functionals, and operators by radial basis function neural networks, *IEEE Trans. Neural Netw.* 6 (1995) 302–309.
- [309] N. B. Karayiannis, M. M. Randolph-Gips, Self-organizing radial basis function network for real-time approximation of continuous-time dynamical systems, *IEEE Trans. Neural Netw.* 19 (3) (2008) 460–474.
- [310] J. A. Leonard, M. A. Kramer, L. H. Ungar, Using radial basis functions to approximate a function and its error bounds, *IEEE Trans. Neural Netw.* 3 (4) (1992) 624–627.
- [311] J. J. C. R. J. Schilling, A. F. Al-Ajlouni, Approximation of nonlinear systems with radial basis function neural network, *IEEE Trans. Neural Netw.* 12 (1) (2001) 1–15.
- [312] P. Singla, K. Subbarao, J. L. Junkins, Direction-dependent learning approach for radial basis function networks, *IEEE Trans. Neural Netw.* 18 (1) (2007) 203–222.
- [313] N. B. Karayiannis, M. M. Randolph-Gips, On the construction and training of reformulated radial basis function neural networks, *IEEE Trans. Neural Netw.* 14 (4) (2003) 835–846.
- [314] E. S. Chng, S. Chen, B. Mulgrew, Gradient radial basis function networks for nonlinear and nonstationary time series prediction, *IEEE Trans. Neural Netw.* 7 (1) (1996) 190–194.
- [315] N. B. Karayiannis, Reformulated radial basis neural networks trained by gradient descent, *IEEE Trans. Neural Netw.* 10 (1990) 657–671.
- [316] N. B. Karayiannis, An axiomatic approach to soft learning vector quantization and clustering, *IEEE Trans. Neural Netw.* 10 (1999) 1153–1165.
- [317] L. Jianming, L. Yonggon, S. D. Sudhoff, H. S.  $\beta$ . Zak, Self-organizing radial basis function network for real-time approximation of continuous-time dynamical systems, *IEEE Trans. Neural Netw.* 19 (3) (2008) 460–474.
- [318] J. Gonzalez, I. Rojas, J. Ortega, H. Pomares, F. J. Fernandez, A. F. Diaz, Multiobjective evolutionary optimization of the size, shape, and position parameters of radial basis function networks for function approximation, *IEEE Trans. Neural Netw.* 14 (6) (2007) 1478–1495.
- [319] Y.-J. Oyang, S.-C. Hwang, Y.-Y. Ou, C.-Y. Chen, Z.-W. Chen, Data classification with radial basis function networks based on a novel kernel density estimation algorithm, *IEEE Trans. Neural Netw.* 16 (1) (2005) 225–236.
- [320] I. Christov, G. Bortolan, Ranking of pattern recognition parameters for premature ventricular contraction classification by neural networks, *Physiol. Meas* 25 (2006) 1281–1290.
- [321] J. Rieta, F. Hornero, Comparative study of methods for ventricular activity cancellation in atrial electrograms of atrial fibrillation, *Physiological Measurement* 28 (2007) 925–936.
- [322] S. Arlot, A. Celisse, A survey of cross-validation procedures for model selection, *Statistics Surveys* 4 (2010) 40–79.
- [323] P. de Chazal, M. O'Dwyer, R. Reilly, Automatic classification of heartbeats using ecg morphology and heartbeat interval features., *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 51 (2004) 1196–1206.

- [324] I. Christov, G. Gómez-Herrero, V. Krasteva, I. Jekova, A. Gotchev, K. Egiazarian, Comparative study of morphological and time-frequency ecg descriptors for heartbeat classification, *Med Eng Phys* 28 (9) (2006) 876–887.
- [325] J. Mateo, J. Rieta, Application of artificial neural networks for versatile preprocessing of electrocardiogram recordings, *Journal of Medical Engineering and Technology* 36 (2) (2012) 90–101.
- [326] D. Raine, P. Langley, A. Murray, A. Dunuwille, J. P. Bourke, Surface atrial frequency analysis in patients with atrial fibrillation, *J. Cardiovasc. Electrophysiol* 15 (2004) 1021–1026.
- [327] D. Husser, M. Stridh, L. Sörnmo, P. Platonov, S. B. Olsson, A. Bollman, Analysis of the surface electrocardiogram for monitoring and predicting antiarrhythmic drug effects in atrial fibrillation, *Cardiovasc. Drugs Ther* 18 (2004) 377–386.
- [328] A. Bollmann, M. Mende, A. Neugebauer, D. Pfeiffer, Atrial fibrillatory frequency predicts atrial defibrillation threshold and early arrhythmia recurrence in patients undergoing internal cardioversion of persistent atrial fibrillation, *Pacing Clin. Electrophysiol.* 25 (2002) 1179–1184.
- [329] C. T. Tai, S. A. Chen, A. S. Liu, W. C. Yu, Y. A. Ding, M. S. Chang, T. Kao, Spectral analysis of chronic atrial fibrillation and its relation to minimal defibrillation energy, *Pacing Clin. Electrophysiol.* 25 (2002) 1747–1751.
- [330] van Oosterom A., The dominant t wave and its significance., *J Cardiovasc Electrophysiol* 14 (2003) 180–187.
- [331] van Oosterom A., The dominant t wave, *J Electrocardiol.* 37 (2004) 193–197.
- [332] J. Mateo, C. Sánchez, R. Alcaraz, C. Vayá, J. Rieta, Métodos de preprocesado en análisis electrocardiográfico: Problemática y evaluación de soluciones, in: XXIV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, 2006.
- [333] J. Mateo, C. Sánchez, C. Vayá, R. Cervigon, J. Rieta, A learning based widrow-hoff delta algorithm for noise reduction in biomedical signals, *Lecture Notes in Computer Science* 4527 (1) (2007) 377–386.
- [334] J. Mateo, J. Blas, A. Torres, C. Sánchez, Removal of muscular and artefacts noise from the ECG by a neural network, in: 5th IEEE International Conference on Industrial Informatics, 2007.
- [335] J. Mateo, C. Sánchez, R. Alcaraz, C. Vayá, J. Rieta, Neural networks based approach to remove baseline drift in biomedical signals, in: 11th Mediterranean Conference on Medical and Biological Engineering and Computing, 2007.
- [336] J. Mateo, J. Rieta, R. Cervigon, C. Vayá, C. Sánchez, A new adaptive approach to remove baseline wander from ECG recordings using madeline structure, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 34, 2007, pp. 533–536.
- [337] J. Mateo, C. Sánchez, R. Cervigon, C. Vayá, J. Rieta, Eliminación de la línea base en el ecg mediante un sistema de aprendizaje neuronal basado en perturbación simultánea, in: XXV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, 2007.

- [338] J. Mateo, C. Sánchez, J. Rieta, Reducción de ruido muscular en registros ecg utilizando redes neuronales, in: XXV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, 2007.
- [339] J. Mateo, J. Rieta, Radial basis function neural networks applied to efficient qrst cancellation in atrial fibrillation, *Computers in biology and medicine*. En revisión.
- [340] J. Mateo, A. Torres, J. Rieta, Aplicación de funciones de base radial para la cancelación de latidos ectópicos en registros de ecg, in: XXIV Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, 2011.
- [341] J. Mateo, A. Torres, J. Rieta, An efficient method for ectopic beats cancellation based on radial basis function, in: Annual International Conference of the IEEE EMBS, Vol. 33, 2011, pp. 6947–6950.
- [342] J. Mateo, A. Torres, C. Sánchez, J. Rieta, Cancelación del qrst en registros de fa mediante redes neuronales basadas en funciones de base radial, in: XXVIII Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, 2010.
- [343] J. Mateo, A. Torres, C. Sánchez, J. Rieta, Radial basis function networks applied to qrst cancellation in atrial fibrillation recordings, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 37, 2010, pp. 1011–1014.
- [344] J. Mateo, J. Rieta, A. Torres, C. Sánchez, Sistema basado en perturbación simultánea para la disminución de ruido muscular presente en el electrocardiograma, in: XXIII Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio URSL, 2008.
- [345] J. Mateo, C. Sánchez, R. Cervigon, J. Rieta, Reducción de interferencia de red mediante widrow-hoff delta en registros de ecg, in: XXVI Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica, 2008.
- [346] J. Mateo, J. Rieta, A. Torres, R. Cervigon, C. Sánchez, Neural network based canceller for powerline interference in ecg signals, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 35, 2008, pp. 1073–1076.
- [347] J. Mateo, C. Sánchez, R. Cervigon, C. Vayá, J. Blas, A noise reduction algorithm in biomedical signals using neural networks, in: International Technology, Education and Development Conference, 2007.
- [348] R. Cervigón, J. Moreno, F. Castells, J. Mateo, C. Sánchez, J. Pérez-Villacastín, J. Millet, Anesthesia with propofol slows atrial fibrillation dominant frequencies, *Computers in biology and medicine* 38 (7) (2008) 792–798.
- [349] R. Cervigon, F. Castell, J. Moreno, J. M. C. Sánchez, J. Millet, Wavelet variance differences in atrial fibrillation during anaesthetic effect, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 35, 2008, pp. 621–624.
- [350] C. Vayá, J. Rieta, J. Mateo, C. Sánchez, Poincaré plots of time-frequency parameters applied to the prediction of atrial fibrillation termination, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 34, 2007, pp. 569–572.
- [351] R. Cervigon, J. Moreno, C. Heneghan, J. Mateo, C. Sánchez, Effects of anaesthesia on atrial fibrillation organization during catheter ablation procedure, in: *Computers in Cardiology*, Vol. 34, 2007, pp. 411–414.



- [352] A. M. Torres, S. Quintana, J. Cascón, J. Mateo, Modelo de simulación con el programa LIMA, de un mapa de ruido aplicado a la ciudad de cuenca, in: XXII Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio URSI, 2007.
- [353] R. Cervigon, C. Sánchez, J. Mateo, R. Alcaraz, J. Millet, Sample entropy analysis of electrocardiograms to characterize recurrent atrial fibrillation, in: 11th Mediterranean Conference on Medical and Biological Engineering and Computing, 2007.
- [354] R. Cervigon, R. Alcaraz, C. Vayá, J. Mateo, C. Sánchez, Aplicación de la entropía muestral para la predicción de recurrencias en fibrilación auricular, in: XXIV CONGRESO ANUAL SOCIEDAD ESPAÑOLA INGENIERÍA BIOMÉDICA, 2006.
- [355] R. Alcaraz, J. Rieta, J. Mateo, C. Vayá, C. Sánchez, Análisis de reversión en episodios de fibrilación auricular mediante entropía muestral wavelet, in: XXIV CONGRESO ANUAL SOCIEDAD ESPAÑOLA INGENIERÍA BIOMÉDICA, 2006.
- [356] C. Vayá, J. Rieta, R. Alcaraz, J. Mateo, C. Sánchez, Clasificación de la fibrilación auricular mediante análisis de complejidad en el dominio tiempo-frecuencia, in: XXIV CONGRESO ANUAL SOCIEDAD ESPAÑOLA INGENIERÍA BIOMÉDICA, 2006.
- [357] R. Cervigon, R. Alcaraz, J. Mateo, C. Sánchez, Evaluación del efecto anestésico en la fibrilación auricular mediante la transformada wavelet, in: XXI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio URSI, 2006.
- [358] R. A. E. Bueno, J. Mateo, C. Vaya, J. Blas, Algoritmos basados en la detección de la amplitud y la fase de armónicos para la mejora de la calidad de la señal de red eléctrica, in: XXI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio URSI, 2006.
- [359] S. Moein, An mlp neural network for ecg noise removal based on kalman filter, *Advances in Computational Biology* 680 (2010) 109–116.
- [360] K.-M. Chang, Arrhythmia ecg noise reduction by ensemble empirical mode decomposition, *Sensors* 10 (2010) 6063–6080.
- [361] M. Blanco-Velasco, B. Weng, K. E. Barnerc, ECG signal denoising and baseline wander correction based on the empirical mode decomposition, *Computers in Biology and Medicine* 38 (2008) 1–13.
- [362] P. S. Hamilton, A comparison of adaptive and nonadaptive filters for reduction of power line interference in the ECG, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 43 (1) (1996) 105–109.
- [363] B. Widrow, J. Glover, J. M. McCool, J. Kaunitz, C. S. Williams, R. Hearn, J. R. Zeidler, E. Dong, R. Goodlin, Adaptive noise cancelling: Principles and applications, *Proc. IEEE* 63 (1975) 1692–1716.
- [364] T. Degen, H. Jackel, Enhancing interference rejection of preamplified electrodes by automated gain adaption, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 51 (11) (2004) 2031–2039.
- [365] E. Benjamin, P. Wolf, R. D'Agostino, H. Silbershatz, W. Kannel, D. Levy, Impact of atrial fibrillation on the risk of death circulation (1998) 946–952.
- [366] D. Raine, P. Langley, A. Murray, S. S. Furniss, J. P. Bourke, Surface atrial frequency analysis in patients with atrial fibrillation: Assessing the effects of linear left atrial ablation, *J. Cardiovasc. Electrophysiol* 16 (2005) 838–844.

- 
- [367] P. McSharry, G. Clifford, L. Tarassenko, L. Smith, A dynamical model for generating synthetic electrocardiogram signals, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 50 (3) (2003) 289–294.
- [368] G. D. Clifford, A. Shoeb, P. E. McSharry, B. A. Janz, Model-based filtering, compression and classification of the ECG, *International Journal of Bioelectromagnetism* 7 (1) (2005) 158–161.
- [369] Z.-Q. Wang, M. T. Manry, J. L. Schiano, Lms learning algorithms: Misconceptions and new results on convergence, *IEEE Trans. on Neural Networks* 11 (1) (2000) 47–56.
- [370] V. Cherkassky, F. M. Mulier, *Learning from Data: Concepts, Theory, and Methods*, Wiley-IEEE Press, 2007.

# Índice de Tablas

2.1. Fibrilación auricular: formas de presentación. . . . .	21
4.1. Parámetros definidos para la simulación de FA según Stridh [170]. . . . .	57
4.2. Base de datos de registros . . . . .	58
5.1. Atendiendo al tipo de entrenamiento . . . . .	72
5.2. Atributos que serán tomados en cuenta . . . . .	73
5.3. Conjunto de datos de situaciones de decisión . . . . .	73
5.4. Procedimientos de codificación . . . . .	78
5.5. Posibles elecciones para $\phi$ . . . . .	84
5.6. Algoritmo de las c-medias . . . . .	93
5.7. Rutina de migración de prototipos en ELBG . . . . .	95
5.8. Algoritmo de clustering para aproximación de funciones . . . . .	98
5.9. Pasos principales de un algoritmo genético típico . . . . .	101
6.1. Correlación cruzada de los diferentes ruidos para los dos sistemas propuestos . . . . .	117
6.2. Tiempo de procesaso para los diferentes ruidos de los dos sistemas propuestos . . . . .	117
6.3. Resumen del error de entrenamiento y el error de test calculados para diferentes estructuras de redes neuronales . . . . .	127
6.4. Análisis de rendimiento de las estructuras RNA1, RNA2, RNA3 y RNA4 con función de activación lineal, función de activación sinusoidal, y la función de activación sigmoidal. Esta tabla muestra los valores de error de entrenamiento y error de test . . . . .	128
6.5. Análisis de los diferentes parámetros utilizados para el entrenamiento de la red. Donde N representa el número medio de ciclos de adaptación necesarios para el entrenamiento de FBR con c diferentes funciones de base radial y FFNNs con n unidades ocultas para la cancelación de QRST, y el porcentaje de error que se produce en promedio en el conjunto de entrenamiento ( $E_{tr}$ ) y el conjunto de pruebas ( $E_{ts}$ ). El número entre paréntesis representan la desviación estándar . . . . .	129
6.6. Comparación de los valores de sensibilidad ( $Se$ ) para diferentes estructuras FBR . . . . .	131
6.7. Resumen de resultados proporcionados por la comparación entre diferentes métodos de clasificación de latidos ectópicos . . . . .	131
7.1. Resultados del ejemplo de señal RM-1 . . . . .	136
7.2. Resultados del ejemplo de señal RM-2 . . . . .	137
7.3. Resultados del ejemplo de señal RM-3 . . . . .	137
7.4. Resultados señal RB-3 . . . . .	140
7.5. Resultados señal RB-4 . . . . .	140

7.6. Resultados señal RB-5 . . . . .	141
7.7. Resultados señal RRed-2 . . . . .	143
7.8. Resultados señal RRed-4 . . . . .	144
7.9. Resultados señal RRed-5 . . . . .	144
7.10. Los resultados proporcionados por la comparación entre el PCA, ICA, STC y RBF para el ejemplo mostrado. . . . .	146
7.11. Los resultados proporcionados por la comparación entre los sistemas ABS, ASVC y RBF para el ejemplo analizado . . . . .	147
7.12. Los resultados proporcionados por la comparación entre el PCA, ICA, STC y RBF para el ejemplo mostrado. . . . .	148
7.13. Los resultados proporcionados por la comparación entre los sistemas ABS, ASVC y RBF para el ejemplo analizado . . . . .	149
7.14. Resultados obtenido para la cancelación del latido ectópico por FBR . . . . .	150
7.15. Resultados obtenido para la cancelación del latido ectópico por FBR . . . . .	151
7.16. Resultados obtenido para la cancelación del latido ectópico por FBR . . . . .	152
7.17. Resultados de correlación cruzada y SIR para señales ECG con ruido artefactos. . . . .	153
7.18. Resultados de correlación cruzada y SIR para señales ECG con ruido muscular . . . . .	153
7.19. Señales ECG con ruido artefactos mas ruido blanco . . . . .	154
7.20. Señales ECG con ruido muscular mas ruido blanco . . . . .	154
7.21. Señales ECG con ruido muscular y artefactos . . . . .	154
7.22. Señales ECG con ruido línea base . . . . .	154
7.23. Señales ECG con ruido línea base, RMS . . . . .	155
7.24. Señales ECG con ruido línea base y ruido blanco . . . . .	155
7.25. Señales ECG con ruido línea base y ruido muscular . . . . .	156
7.26. Señales ECG con ruido línea base y ruido de artefactos . . . . .	156
7.27. Señales ECG con ruido línea base, ruido de artefactos y ruido muscular . . . . .	156
7.28. Señales ECG con ruido red . . . . .	156
7.29. Señales ECG con ruido red y ruido blanco . . . . .	157
7.30. Resultados de filtrado red para diferentes BW (Hz) mediante un filtro Notch . . . . .	157
7.31. Resultados de filtrado red para diferentes BW (Hz) mediante un filtro Notch Adaptativo . . . . .	158
7.32. Resultados de filtrado red para diferentes BW (Hz) mediante la Red Neuronal propuesta . . . . .	159
7.33. Los resultados proporcionados por la comparación entre el PCA, ICA, STC y RBF mediante señales simuladas de FA con doce derivaciones. Los valores indican la media $\pm$ desviación estándar. . . . .	161
7.34. Los resultados proporcionados por la comparación entre los sistemas ABS, ASVC y RBF mediante señales simuladas de FA con una derivación. Los valores indican la media $\pm$ desviación estándar. . . . .	161
7.35. Los resultados proporcionados por la comparación entre el PCA, ICA, STC y RBF mediante señales reales de FA con doce derivaciones. Los valores indican la media $\pm$ desviación estándar. . . . .	161
7.36. Los resultados proporcionados por la comparación entre los sistemas ABS, ASVC y RBF mediante señales reales de FA con una derivación. Los valores indican la media $\pm$ desviación estándar. . . . .	161
7.37. Resumen de resultados obtenido por la comparación entre TMS y FBR para registros de ECG. Los valores indican la media $\pm$ desviación estándar. . . . .	162
9.1. Parameters of the synthetic ECG model in (9.1) . . . . .	177

9.2. Summary of the training error and test error values calculated for different ANN structures. . . . .	181
9.3. Optimum results of ANN1, ANN2, ANN3 and ANN4 structures with linear activation function, sinusoidal activation function, and sigmoid activation function. This table shows training error and test error values . . . . .	182
9.4. Average number $N$ of adaptation cycles required for training various RBF with $c$ radial basis functions and FFNNs with $n$ hidden units to QRST cancellation and percentage of average error produced on the training set ( $E_{tr}$ ) and the testing set ( $E_{ts}$ ). The number in parentheses represent the standard deviation . . . . .	188
9.5. Average values of CC (temporal and spectral) and SIR obtained with FIR, AF, wavelet and ANN for muscle noise. . . . .	191
9.6. Average values of CC (temporal and spectral) and SIR obtained with FIR, AF, wavelet and ANN for muscle noise and white noise. . . . .	191
9.7. Comparison of the MSE between ANN and other methods filtering baseline noise (The % is an indicator of percentage) . . . . .	194
9.8. Average values of CC (temporal and spectral) and SIR obtained with FIR, AF, wavelet and ANN for baseline noise . . . . .	194
9.9. Average results for both cross correlation and SIR for cascade methods and ANN when the signal contains muscle noise, baseline noise and powerline interference simultaneously . . . . .	199
9.10. Average results provided by the comparison between TMS and RBF obtained for synthesized and real AF recordings with twelve leads. Values indicate mean $\pm$ standard deviation. . . . .	200
9.11. Average results provided by the comparison between TMS and RBF obtained for simulated and real AF recordings with one lead. Values indicate mean $\pm$ standard deviation. . . . .	200



# Índice de Figuras

2.1. La figura representa la anatomía del corazón, donde se observan las cavidades y las válvulas que lo conforman . . . . .	9
2.2. Gráfica del potencial de acción de la célula contráctil miocárdica ventricular. Las flechas indican los principales movimientos de iones a través de la membrana celular . . . . .	10
2.3. Estructura genérica del sistema de control nervioso del corazón [21] . . . . .	11
2.4. Sistema de conducción del corazón. En la figura se muestran los potenciales de acción transmembrana para los nodos SA y AV, otras partes del sistema de conducción y los músculos auricular y ventricular junto con la correlación con la actividad eléctrica registrada, el electrocardiograma (ECG). Los potenciales de acción y el ECG se alinean en el mismo eje de tiempo pero con diferentes puntos de origen (0) sobre la escala vertical . . . . .	12
2.5. Esquema del triángulo de Einthoven, constituido por las raíces de los miembros superiores y la pierna izquierda. . . . .	13
2.6. Latido normal de la señal ECG con las características temporales más significativas	14
2.7. Esquema de situación de las derivaciones de extremidades . . . . .	16
2.8. La figura representa la situación de las derivaciones de extremidades aumentadas	17
2.9. Esquema de situación de las derivaciones precordiales . . . . .	18
2.10. Detalle de ondas 'f' en derivación con episodio de fibrilación auricular . . . . .	20
2.11. ECG estándar de 12 derivaciones con episodio de FA . . . . .	21
3.1. Señal electrocardiográfica con ruido superpuesto. En este caso el ruido corresponde a la actividad muscular y variación de la línea base. . . . .	27
3.2. Señal ECG con ruido muscular . . . . .	28
3.3. La figura representa el esquema general de un filtro de Kalman . . . . .	35
3.4. Señal ECG con variaciones de la línea base. . . . .	37
3.5. Señal electrocardiográfica con interferencia de la red superpuesta. Esta interferencia tiene una frecuencia de 50Hz (Europa) aproximadamente, aunque puede tener ciertas fluctuaciones. . . . .	41
3.6. Cancelación Espacio-Temporal. La señal de AA es extraída del ECG mediante la substracción de complejo medio alineado. La señal intermedia Z se usa para reducir la influencia de la FA en el proceso de cancelación, según Stridh et al [170]	45
3.7. Esquema de cancelación de AV basado en Red Neuronal Artificial con Retardo Temporal Dinámico según Vaquez et al. [17] . . . . .	46
3.8. Entradas (a) y salidas (b) de un sistema ICA correspondientes a ECG de 12 derivaciones con FA según Rieta et al. [177]. . . . .	47

3.9.	Esquema para estimación de actividad auricular en taquiarritmias auriculares mediante <i>Spatiotemporal BSS</i> según Castells et al. [168]. . . . .	49
3.10.	Diagrama de separación NGA-Wavelet según Jafari et al [178]. La señal de entrada $x(t)$ se divide en $i$ fragmentos de $N$ muestras cada uno. Después de una etapa de eliminación de ruidos mediante wavelet (WT) se realiza la separación con NGA para posteriormente realizar la transformada wavelet inversa (IWT). . . . .	49
4.1.	Derivación artificial obtenida con la aplicación Java de <i>ECGSYN</i> [187]. . . . .	55
4.2.	Ejemplo de señales reales de la base de datos Physiobank con diferentes ruidos . . . . .	59
5.1.	Ejemplo de una red neuronal totalmente conectada . . . . .	68
5.2.	Ejemplo de una neurona con dos entradas y una salida . . . . .	69
5.3.	Esquema del proceso de decisión. . . . .	72
5.4.	Influencia de la salida de la neurona $N_j$ en la entrada de la neurona $N_i$ . . . . .	75
5.5.	FBRs gaussianas y mutlicuadrática con $c = 0$ y $r = 1$ . . . . .	85
5.6.	Arquitectura de la red neuronal de Funciones de Base Radial . . . . .	85
5.7.	Ejemplo de prototipos mal colocados . . . . .	95
6.1.	Etapa inicial de la red neuronal propuesta . . . . .	108
6.2.	Red neuronal propuesta con una neurona agregada en la capa oculta. Los coeficientes en negro permanecen constantes . . . . .	109
6.3.	Red neuronal propuesta con dos neuronas agregadas en la capa oculta. Los coeficientes en negro permanecen constantes . . . . .	110
6.4.	Etapa inicial de la red neuronal propuesta . . . . .	113
6.5.	Actualización de pesos del algoritmo LMS . . . . .	115
6.6.	Arquitectura de la red neuronal propuesta . . . . .	118
6.7.	Arquitectura de una red neuronal de base radial . . . . .	122
6.8.	Correlación Cruzada obtenida para RNA3. La primera línea muestra la evolución del MSE para la fase de entrenamiento, en esta fase, se han utilizado las señales del grupo 1. La segunda línea muestra la evolución del MSE para la fase de validación, en esta fase, se han usado las señales del grupo 2. La última línea muestra la evolución del MSE para la fase de test, en esta fase, se han empleado las señales del grupo 3. — Representa el punto óptimo. . . . .	127
6.9.	Correlación Cruzada obtenida para la red propuesta. La primera línea muestra la evolución del MSE para la fase de entrenamiento, en esta fase, se han utilizado las señales del grupo 1. La segunda línea muestra la evolución del MSE para la fase de validación, en esta fase, se han usado las señales del grupo 2. La última línea muestra la evolución del MSE para la fase de test, en esta fase, se han empleado las señales del grupo 3. — Representa el punto óptimo. . . . .	130
6.10.	Superficie de decisión después de actualizar los parámetros de red. . . . .	131
7.1.	Comparación de reducción de ruido muscular en el ejemplo RM-1 con los métodos tradicionales y RNA . . . . .	138
7.2.	Ejemplo RM-2 de cancelación de ruido muscular en una señal de ECG, comparación con los métodos vistos en el capítulo 3 . . . . .	138
7.3.	La figura muestra la señal de ECG con ruido muscular y la señal obtenida con diferentes métodos de filtrado, ejemplo RM-3 . . . . .	139
7.4.	Comparación de reducción de deriva de la línea base en el ejemplo RB-1 con los métodos tradicionales y RNA . . . . .	141



7.5. Ejemplo RB-2 de cancelación de deriva de la línea base en una señal de ECG, comparación con los métodos vistos en el capítulo 3 . . . . .	142
7.6. La figura muestra la señal de ECG con deriva de la línea base y la señal obtenida con diferentes métodos de filtrado, ejemplo RB-3 . . . . .	142
7.7. Ejemplo RRed-1 de corrección de interferencia de red en registros de ECG . . . . .	144
7.8. La figura muestra el resultado de la reducción de la interferencia de red para el método propuesto y para filtros Notch. Ejemplo RRed-2. . . . .	145
7.9. Comparación de reducción de interferencia de red en el ejemplo RRed-3 con los métodos tradicionales y RNA . . . . .	145
7.10. Ejemplo QRST1 de señal sintética de fibrilación auricular de doce derivaciones. (a) Señal ECG (b) AA original añadida al ECG, (c) Registro de AA obtenidos con PCA, (d) Registro de AA obtenidos con ICA, (e) Registro de AA obtenidos con STC y (f) Señal AA mediante FBR . . . . .	147
7.11. Comparación de técnicas de cancelación de la actividad ventricular para registros sintéticos de una derivación, ejemplo QRST2. (a) Registro original, (b) Señal de AA añadida, (c) Señal proporcionada mediante el método ABS, (d) Señal obtenida por ASVC y (e) AA resultante después de aplicar FBR . . . . .	148
7.12. Comparación del rendimiento para registros reales de FA con doce derivaciones, ejemplo QRST3. (a) Grabación original, AA obtenida por (b) PCA, (c) ICA, (c) STC y (d) por el método propuesto (FBR) . . . . .	149
7.13. Ejemplo QRST4 de un registro real de ECG con fibrilación auricular con un sola derivación. (a) ECG grabado. AA estimada con (b) TMS, (c) ASVC y (d) FBR. . . . .	150
7.14. Ejemplo LE1 de comparación entre la señal original (a) de ECG y la señal obtenida después de la cancelación del latido ectópico por el método propuesto (b). . . . .	151
7.15. Ejemplo LE2 muestra el resultado de aplicar el método implementado (b) a la señal ECG (a) . . . . .	152
7.16. Otro ejemplo (LE3) de cancelación del latido ectópico. (a) señal original y (b) registro obtenido después de la disminución del LE por el método propuesto . . . . .	152
7.17. La gráfica representa el error cuadrático medio utilizando un filtrado Notch . . . . .	158
7.18. La gráfica representa el error cuadrático medio utilizando un filtrado Notch Adaptativo . . . . .	159
7.19. La gráfica representa el error cuadrático medio utilizando RNA . . . . .	160
9.1. Cross correlation graph obtained for the ANN3. The first line shows the evolution of the MSE for the training phase, in this phase, the signals of group 1 have been used. The second line shows the evolution of the MSE for the validation phase, in this phase, the signals of group 2 have been used. The last line shows the evolution of the MSE for the test phase, in this phase, the signals of group 3 have been used. — represents optimum point . . . . .	182
9.2. Architecture of RBF neural network . . . . .	183
9.3. Cross correlation graph obtained for the RCRBF. Blue shows the evolution of the MSE for the training phase, in this phase, the signals of group 1 have been used. Green shows the evolution of the MSE for the validation phase, in this phase, the signals of group 2 have been used. Red shows the evolution of the MSE for the test phase, in this phase, the signals of group 3 have been used. — represents optimum point. . . . .	188

9.4. Comparison of the muscle noise removal by ANN and traditional techniques. a) Original recording without processing. b) Input signal of 8 dB muscle noise used to compare the different methods. c) Filtering results for muscle noise with the FIR method. d) Filtering results for muscle noise with the AF method. e) Filtering results for muscle noise with the Wavelet method. f) Filtering results for muscle noise with the ANN method. Axes are normalized from -1 to 1 . . . . .	192
9.5. Comparison of the muscle noise removal. The figure shows the mean of the filter output SNRI versus different input SNRs of AF, FIR, Wavelet and ANN . . . . .	193
9.6. Comparison of the muscle noise removal. The figure shows the standard deviation (SD) of the filter output SNRI versus different input SNRs of AF, FIR, Wavelet and ANN . . . . .	194
9.7. Comparison of the baseline noise removal by ANN and traditional techniques. a) Original recording without processing. b) Input signal of 8 dB baseline noise used to compare the different methods. c) Filtering results for baseline noise with the FIR method. d) Filtering results for baseline noise with the AF method. e) Filtering results for baseline noise with the Wavelet method. f) Filtering results for baseline noise with the ANN method. Axes are normalized from -1 to 1. . . . .	195
9.8. Filtering results for baseline noise removal: (a) Original, (b) Estimated baseline, and (c) ANN. Axes are normalized from -1 to 1 . . . . .	196
9.9. Comparison of the powerline interference removal. The figure shows mean square error vs Bandwidth for a NF, for a NFA and ANN at different frequencies . . . . .	197
9.10. Comparison of the powerline interference removal by ANN and traditional techniques (signal 1): (a) Input Signal, (b) Filtering results for powerline interference with the NF method, (c) Filtering results for powerline interference with the NFA method, (d) Filtering results for powerline interference with the ANN method and filtering results (signal 2): (e) Input Signal, (f) Filtering results for powerline interference with the NF method, (g) Filtering results for powerline interference with the NFA method and (h) Filtering results for powerline interference with the ANN method. Axes are normalized from -1 to 1. . . . .	198
9.11. Comparison of muscle, baseline noise and powerline interference removal by ANN and traditional techniques. a) Original recording b) Filtering results with the cascade methods c) Filtering results with the ANN method. Axes are normalized from -1 to 1. . . . .	199
9.12. Cancellation example of a real twelve leads AF ECG. Each panel contains the corresponding lead where the original ECG, together with the resulting AA from TMS and the RBF-based ANN are presented . . . . .	201
9.13. Cancellation performance comparison for a real single-lead ECG in AF. The panel shows the original ECG together with the resulting AA through the application of TMS and the RBF-based ANN . . . . .	201

# Siglas y Acrónimos

AA	.....	Actividad Auricular
ABS	.....	Average Beat Subtration
AD	.....	Aurícula Derecha
AI	.....	Aurícula Izquierda
AV	.....	Actividad Ventricular
BPF	.....	Band Pass Filter (Filtro Paso Banda)
BSS	.....	Blind Source Separation
BW	.....	Band Width (Ancho de Banda)
CEBP	.....	Concentración espectral en banda de pico
CWT	.....	Transformada Wavelet Discreta
ECG	.....	Electrocardiograma
EEG	.....	Electroencefalograma
FA	.....	Fibrilación auricular
FIR	.....	Finite Impulse Response (Filtro de Respuesta finita)
FFT	.....	Fast Fourier Transform (Transformada rápida de Fourier)
FNA	.....	Filtro Notch Adaptativo
ICA	.....	Análisis de componentes independientes
LMS	.....	Least-Mean-Square algorithm
NSR	.....	Ritmo sinusal
PCA	.....	Análisis de componentes principales
QRST	.....	Complejo de puntos fiduciales del ECG
SNR	.....	Signal Noise Ratio (Relacion señal - ruido)
SIR	.....	Signal Interference Ratio (Relacion señal - interferencia)
STC	.....	Cancelación espacio temporal
RNA	.....	Red Neuronal Artificial
Th	.....	Threshold (Umbral)
TMS	.....	Template Matching and Subtraction
TW	.....	Transformada Wavelet