Nuevos planteamientos en las prácticas de matemáticas con *Mathematica* en la ETSICCP de Valencia

R. Company Rossi, L.M. García Raffi, Mª.J. Pérez Peñalver, E.Ponsoda-Miralles, J.Rodríguez López, S. Romero Vivó, P. Tirado Peláez, Pedro.

Departamento de Matemática Aplicada

Universitat Politècnica de València

RESUMEN

En el contexto de los nuevos planes de estudio, los profesores del departamento de Matemática Aplicada de la *ETSICCP* de Valencia nos planteamos cómo enfocar las prácticas de informática de las dos asignaturas de primer curso que debíamos impartir. Teníamos la experiencia de los otros planes de estudio en los que se habían diseñado prácticas de informática con los programas *Derive* y *Mathematica*, en las que los materiales que se aportaban a los alumnos eran, bien textos en papel, o publicados en un libro, o en otros casos materiales más o menos interactivos en un CD multimedia. En esta ocasión hemos optado por diseñar un tutorial de cada práctica, en formato electrónico, que es un archivo del programa *Mathematica*, que contiene texto, imágenes, instrucciones, ejemplos y ejercicios. El alumno trabaja cada práctica presencial mediante trabajo autónomo, pero con ayuda del profesor y es evaluado mediante un test que se genera desde baterías de preguntas creadas desde la plataforma PoliformaT de la Universidad Politécnica de Valencia. Debemos señalar que estas prácticas podrían ser perfectamente planteadas también como no presenciales.

Palabras clave: Prácticas de matemáticas, *Mathematica*, trabajo autónomo, evaluación desde plataformas virtuales.

1. INTRODUCCIÓN

Los profesores del departamento de Matemática Aplicada de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos (*ETSICCP*) de la Universitat Politècnica de València (*UPV*) nos hemos visto inmersos, como la mayoría de nuestros colegas, en el cambio hacia los nuevos títulos de grado que surgen de la creación del Espacio Europeo de Educación Superior. El problema que nos atañía a nosotros era diseñar dos asignaturas de primer curso: Fundamentos de Matemáticas de la Ingeniería Civil para el primer cuatrimestre y Métodos Matemáticos de la Ingeniería Civil, para el segundo cuatrimestre.

La primera de las asignaturas, de nivel más elemental, abarca contenidos básicos de Cálculo, la mayoría de ellos ya trabajados en bachiller, y una iniciación al Álgebra Lineal. En la segunda, se amplían las unidades didácticas de Álgebra Lineal y se trabaja con temas de Cálculo totalmente nuevos para el alumno. Para ambas asignaturas debíamos crear 4 prácticas de informática de dos horas cada una, y claro, debíamos elegir un software, el tipo de materiales que se le proporciona al alumno, la forma de trabajarlos en el aula y la manera de evaluar el seguimiento del alumno.

Los antecedentes del diseño de prácticas en los primeros cursos de universidad son diversos. Algunos de los primeros, con el programa *Derive*, se pueden consultar en el apartado de bibliografía de la página web de los usuarios de *Derive* en España [12]. En los últimos años, el uso de este programa a nivel institucional se ha visto limitado al no actualizar algunas universidades sus licencias a las versiones más modernas. Es por ello, que ganan terreno programas como *Mathematica* [11] o *MatLab* [13].
A parte de textos o folletos de prácticas [5], durante los últimos años, también se ha trabajado en otros formatos, como los CD interactivos ([1], [2], [6] y [7]) o los videos didácticos [14].

Esta comunicación detallará los antecedentes de las prácticas de matemáticas en la *ETSICCP*, el proceso llevado a cabo para idear las nuevas prácticas, el diseño seleccionado y la evaluación elegida. Además, veremos cómo se han desarrollado las prácticas, algunos resultados obtenidos durante este curso y por último las reflexiones que consideramos que ha generado todo el trabajo.

2. DESARROLLO DE LA CUESTIÓN PLANTEADA

El plan de estudios anterior en la escuela de Ingeniería Civil de Valencia, todavía vigente, tiene los dos primeros cursos comunes para las titulaciones de Ingeniero de Caminos y de Ingeniero de Obras Públicas, por lo tanto en una misma aula conviven alumnos matriculados en las dos titulaciones. Y en lo que nos atañe, las asignaturas de las que se ocupa nuestro departamento en estos primeros cursos son:

- Álgebra Lineal, Cálculo (obligatoria y troncal respectivamente) y
- Matemáticas Asistidas por ordenador (Optativa)

Durante este curso, se han empezado a instaurar los nuevos títulos de grado, Grado en Ingeniería Civil y Grado en Ingeniería de Obras Públicas y esto ha supuesto que en este primer curso, en el que ambas titulaciones cursan las mismas asignaturas, ahora los estudiantes de un aula están todos matriculados en la misma titulación. Aunque pueda parecer una cuestión baladí, para los docentes supone un cambio trascendental por muy diversas razones. Por un lado, la nota de entrada a cada titulación es diferente, bastante más alta para los Ingenieros de Caminos, lo que hace que el alumnado medio de cada titulación tenga niveles muy distintos y que la varianza de conocimientos en un mismo grupo no sea tan grande como en el plan anterior. Es decir, que los profesores deben cambiar el discurso de los últimos años puesto que el auditorio ha cambiado mucho, para unos habrá que profundizar más en los conceptos y para otros, habrá que desmenuzar más las cuestiones básicas. Este cambio, naturalmente tiene ventajas e inconvenientes respecto a lo que se hacía. Si antes, la gran mayoría de aprobados y notas altas de las asignaturas de primero salía de la titulación de Ingenieros de Caminos, ahora posiblemente los de Obras Públicas puedan subir el nivel de aptos. Pero la inercia de la forma de trabajar permanece en nosotros y costará unos cursos adaptarnos a la nueva situación y conseguir unos resultados acordes a lo que demanda la escuela y la sociedad (más titulados en Obras Públicas que en Ingeniería Civil). Ya que, como veremos más adelante, los primeros resultados muestran que hay una clara diferencia entre el porcentaje de aprobados de los dos grados y sigue favoreciendo a los de Ingeniería Civil.

Teníamos varias experiencias: prácticas de Cálculo y Álgebra Lineal con *Derive* ([6], [7], [8]) y la asignatura Matemáticas Asistidas por Ordenador en la que se trabajaba toda la docencia en el aula de informática con el programa *Mathematica* ([3], [4], [5]).

Lo primero fue elegir el software. Se descartó *Derive* casi desde el principio por tratarse de un programa del que nuestra universidad había dejado ya de actualizar licencias (trabajábamos con la versión 4). Se pensó en utilizar *WxMaxima* [10] un programa de distribución libre de fácil manejo, también se habló de *MatLab* [13], pero finalmente se optó, por su gran versatilidad, por *Mathematica* [11] para todas las asignaturas que imparte nuestro departamento.

A continuación, venía la elección de los temas a tratar en las prácticas. Esto fue más sencillo porque venían dictados por los contenidos de cada asignatura. Y quedaron así:

Para la asignatura del primer cuatrimestre:

PRÁCTICA 1: Introducción al programa *Mathematica*. Cálculo matricial y sistemas de ecuaciones lineales. Mínimos cuadrados.

PRÁCTICA 2: Representación de funciones, derivación, estudio del crecimiento, decrecimiento, concavidad y convexidad, etc.

PRÁCTICA 3: Integración y aplicaciones: Cálculo de área planas.

PRÁCTICA 4: Espacios vectoriales. Ecuaciones implícitas y paramétricas. Bases. Matriz de una aplicación. Cálculo de núcleos.

Para la asignatura del segundo cuatrimestre:

PRÁCTICA 1: Matrices ortogonales y diagonalización ortogonal de matrices simétricas.

PRÁCTICA 2: Formas cuadráticas, cónicas y cuádricas.

PRÁCTICA 3: Cálculo diferencial de funciones de varias variables.

PRÁCTICA 4: Integración y aplicaciones geométricas.

El siguiente paso fue pensar el tipo de material docente que se iba a proporcionar a los alumnos para el trabajo de la práctica. Hasta ahora se había trabajado con documentos de texto, libros o folletos de prácticas o con un CD multimedia [7]. Concretamente la asignatura que utilizaba el programa *Mathematica*, Matemáticas Asistidas por Ordenador, se trabajaba con un texto [5], en el que venía detallados los contenidos y con ejemplos muy detallados hechos con el programa *Mathematica*. Un pequeño extracto de este texto se puede consultar en el Anexo I.

Durante el desarrollo de la clase, el alumno debía repetir los ejemplos del texto con *Mathematica*, y, después hacer otros nuevos, para así verificar el manejo de las sentencias y la comprensión de los conceptos.

En los últimos cursos, cuando aparecían programas largos que costaban mucho tiempo de introducir, se proporcionaban archivos de *Mathematica* con tales programas ya implementados.

La filosofía subyacente a muchos de los materiales previos, queríamos que permaneciera, puesto que la experiencia había demostrado que funcionaban razonablemente bien. Queríamos un tutorial bien detallado de cada práctica, pensado para que el alumno trabaje de forma casi autónoma.

Lo que generó más discusión fue el cómo presentar el material. Se podían hacer materiales en papel, textos publicados en la web en formato HTML y la propuesta más novedosa, que aprovecha las posibilidades como editor de texto de *Mathematica*, era redactar cada práctica en un archivo de *Mathematica* similar a los archivos de la ayuda del propio programa, en la que además de las explicaciones pertinentes en formato texto, se incluyen ejemplos realizados con el programa (sin salidas o Out[]).

La principal desventaja que se esgrimía a esta última opción, era que el estudiante, al tener ya redactados las entradas (In[]) de los ejemplos, se enfrentaría en menos ocasiones a la sintaxis del programa. Las ventajas son muchas, pero destacaremos la inmediatez y la comodidad de la disponibilidad del tutorial de la práctica, puesto que el estudiante puede acceder al archivo de la práctica desde la red, a través de la Plataforma PoliformaT de la *UPV* [15].

Finalmente se optó por esta opción, pero se acordó que el alumno tuviera que hacer ejercicios de cada apartado para trabajar los conceptos y las sentencias del programa. También se pensó en profundizar en algún contenido de la asignatura en las prácticas, siempre y cuando fuera más adecuado trabajarlos en este contexto. En el Anexo II se muestra como ejemplo una parte de la práctica 2 (para otro ejemplo, ver referencia [9]).

A continuación, quedaba decidir la forma de evaluación, se descartaron memorias de prácticas o exámenes en papel y se utilizó la experiencia llevada a cabo en la asignatura de Cálculo, en la que se hacían exámenes tipo test, generados desde baterías de preguntas, utilizando la utilidad de la plataforma PoliformaT de la *UPV* [15] para crear exámenes. Esto supone mucha carga de trabajo para elaborar cada test, pero las ventajas fundamentales son, por un lado, que cada estudiante responde a un examen distinto, con lo que el riego de copia se reduce y por otro lado, que se corrigen automáticamente y tanto el profesor como el estudiante conocen su nota nada más acabar la práctica. En el Anexo III se adjunta un examen de la práctica 2 de la asignatura del primer cuatrimestre.

Cabe señalar que el desarrollo de las prácticas se ha llevado con bastante normalidad, excepto algún fallo con la red. Lo que siempre quedaba patente era la diferencia de actitud y de nivel entre los alumnos de las dos titulaciones, lo que por otra parte, se ha reflejado en los resultados. A continuación, se muestra en dos tablas las notas medias de los estudiantes presentados a cada práctica:

FUNDAMENTOS MAT. DE LA I. G.	**Práctica 1**	**Práctica 2**	**Práctica 3**	**Práctica 4**	**Nota Final**
Grado Obras Públicas 93,62% presentados N=188	10	4.98	5.58	5,77	6,0
Grado Ingeniería Civil 97,93% presentados N=145	10	6.58	6.41	8.48	7.6

MÉTODOS MAT. DE LA I. G.	**Práctica 1**	**Práctica 2**	**Práctica 3**	**Práctica 4**	**Nota Final**
Grado Obras Públicas 83,92% presentados N=167	5.20	5.16	4.34	8.74	5.1
Grado Ingeniería Civil 97,4% presentados N=145	7.87	8.59	7.58	9.57	7.9

Respecto a la nota tan alta en la primera práctica de la primera tabla, se debe a que a todos los presentados se les puso la nota máxima al aparecer problemas con el funcionamiento de algunos ordenadores, con la red de la *UPV*, por desconocer algunos alumnos sus claves para acceder a los recursos de dicha red, con el acceso a los exámenes tipo test, etc., lo que impide un adecuado desarrollo de la práctica.

Lo que más llama la atención es que las medias son bastante más altas para los de Ingeniería Civil, de hecho, en el caso de la asignatura Fundamentos Matemáticos no hay ningún suspendido en prácticas, frente a casi la cuarta parte (23,4%) de suspendidos en Obras Públicas. En la asignatura de Métodos Matemáticos, sí hay algunos suspensos

(3,4%) entre los de Ingeniería Civil, pero en *OOPP* se sigue la tendencia en cuanto a medias y suspendidos (28,14%) de la asignatura del primer cuatrimestre.

3. CONCLUSIONES

El volumen de trabajo para los profesores implicados en la creación de estas prácticas ha sido muy alto, y al finalizar el curso es hora de anotar los aciertos y pulir los detalles que permitan mejorarlas.

Es evidente que el dirigirnos a alumnos distintos en las dos titulaciones debe influir a la hora de limar el diseño y la evaluación de estas prácticas. Y la primera conclusión a la que hemos llegado es que al menos el test debe ser distinto en las dos titulaciones. Por ejemplo, se puede incluir una pregunta en cada test que profundice más en alguna parte de la práctica para los matriculados en Ingeniería Civil.

Vistas las medias de todos los exámenes, es posible que haya que revisar parcialmente algunos test o el contenido de alguna práctica, bien por su dificultad, bien por su aparente sencillez.

Respecto a la forma de presentar el tutorial de prácticas, en general estamos satisfechos, aunque en determinados momentos hemos echado de menos que el estudiante se tuviera que enfrentar más a la sintaxis del programa, ya que prácticamente en cada práctica hemos tenido que repasar las generalidades del programa (uso de paréntesis, corchetes, llaves o mayúsculas). Pero, en general y, de momento, le vemos más ventajas que inconvenientes y continuaremos con este modo de trabajo.

AGRADECIMIENTOS

La presente comunicación ha sido financiada por la Universitat Politècnica de València, a través de la Comisión de Evaluación y Seguimiento de Proyectos de Innovación y Convergencia (CESPIe), en dos Proyectos de Innovación y Mejora Educativa (PIME):

- *Experimentación y validación de estrategias de evaluación en asignaturas de matemáticas en los grados de Obras Públicas e Ingeniería Civil* (2010-2011). PIME B011/10.
- *Necesidades y soluciones para la evaluación de los estudiantes en títulos de grado y máster* (2010-2011). PIME A010/10.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

[1] Boix García, M., Cantó Colomina, B., Rodríguez López, J. (2003). *Álgebra y Mathematica*. Valencia: Servicio de Publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia. (En formato electrónico (CD))

[2] Camp Mora, S., Conejero Casares, J. A., Sanabria Codesal, E. (2007) *Prácticas de Análisis Matemático con Mathematica*. Valencia: Servicio de Publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia. (En formato electrónico (CD))

[3] García Raffi, L. M., Pérez Peñalver, M. J. y Sánchez Pérez, E. A. (1999). Matemáticas asistidas por ordenador: un nuevo planteamiento en la enseñanza de las matemáticas en las escuelas técnicas. VII Congreso Universitario De Innovación Educativa En Las Enseñanzas Universitarias Técnicas, Huelva, 15-17 septiembre.

[4] García Raffi, L. M., Pérez Peñalver, M. J.; Sánchez Pérez, E. A; Sánchez Pérez, J. V. (2000). La modelización como instrumento didáctico: La asignatura Matemáticas Asistidas por Ordenador en la E. T. S. I. C. C. P. de la Universidad Politécnica de Valencia. I Congreso Internacional: Docencia Universitaria E Innovación. Barcelona, 26-28 junio.

[5] García Raffi, L. M., Pérez Peñalver, M. J., Sánchez Pérez, E. A., Figueres Moreno, M. (2000) *Matemáticas Asistidas Por Ordenador. MAO.* Valencia: Servicio de Publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia.

[6] Pérez Peñalver, M. J., Sanabria Codesal, E. (2005). Libro interactivo de Cálculo con *Derive.* II Jornadas Internacionales de Innovación Universitaria, Madrid, 21-23 septiembre.

[7] Pérez Peñalver, M. J., Sanabria Codesal, E. (2005, 2009). *Prácticas de Cálculo con Derive*. Valencia: Servicio de Publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia. (En formato electrónico (CD))

[8] Ponsoda, E., Defez, E., Company, R., Romero, S., Piera, J. V. y Navarro, E. (2000). Álgebra Lineal Asistida por Ordenador. Servicio de Publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia. Ref. 2000.4191.

[9] Romero Vivó, S., Company Rossi, R., Ponsoda Miralles, E., Defez Candel, E., Lebtahi, L., Álvarez Cañas, I. J. (2011). Aplicación en el aula de una práctica informática para la Ingeniería Civil empleando el asistente *Mathematica*. XIX Jornadas de la Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa (ASEPUMA) y del VII Encuentro Internacional de Profesores. Valencia, 21-22 julio

[10] Página web del programa *WxMaxima*. Recuperado el 13 de mayo de 2011, de: http://andrejv.github.com/wxmaxima/

[11] Página web del programa *Mathematica*. Recuperado el 13 de mayo de 2011, de:
http://www.wolfram.com/mathematica/

[12] Página de la Asociación de (Profesores) Usuarios de *Derive* de España. Recuperado el 13 de mayo de 2011, de:
http://www.upv.es/derive/

[13] Página web del programa *MatLab*. Recuperado el 13 de mayo de 2011, de:
http://www.mathworks.com/

[14] PoliTube: repositorio de videos de la Universidad Politécnica de Valencia. Recuperado el 13 de mayo de 2011, de:
http://politube.upv.es/

[15] PoliformaT: Plataforma de la Universidad Politécnica de Valencia. Recuperado el 13 de mayo de 2011, de:
https://poliformat.upv.es/portal

ANEXO I

Ahora calculamos el polinomio interpolador para estos nodos:

In[3]:=
```
InterpolatingPolynomial[A,x]
```
Out[3]:=
```
-0.756802 + (-0.61475 + (0.4088 +(0.0888333 + (-
0.0366667 - 0.0025 (-4.4 + x)) (-4.3 + x)) (-4.2 + x))
(-4.1 + x)) (-4. + x)
```
Como vemos, nos lo da en la forma de Newton.

Lo definimos como B(x):

In[4]:=
```
B[x_]:=Evaluate[%];
```

Podemos, si queremos, expandir el polinomio:

In[5]:=
```
Expand[B[x]]
```
Out[5]=

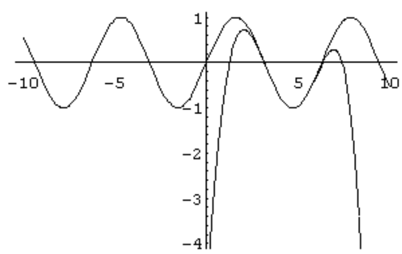
$$-5.31438 + 7.14509\ x - 2.62126\ x^2 + 0.256625\ x^3 + 0.0158333\ x^4 - 0.0025\ x^5$$

Y calculamos aproximadamente sen(4.238), utilizando el polinomio obtenido

In[6]:=
```
B[4.238]
```
Out[6]=
```
-0.889572
```

A continuación representamos las gráficas de la función seno y del polinomio interpolador obtenido conjuntamente:

In[7]:=
```
Plot[{B[x],Sin[x]},{x,-10,10}];
```
Out[7]=



Observamos que en el intervalo considerado son muy parecidas.

ANEXO II

1. Representación de funciones de una variable

El poder dibujar el gráfico de una función instantáneamente permite conocer muchas propiedades de la misma, que hace un siglo costaban mucho tiempo y esfuerzo de averiguar.

Con un golpe de vista podemos tener una idea de su dominio, su imagen, cuando crece o decrece y a qué velocidad, dónde tiene máximos o mínimos, cómo se curva, si tiene asíntotas verticales, horizontales u oblicuas, etc.

Ya sabéis cuanto cuesta averiguar todo esto con lápiz y papel...

Durante esta práctica vamos a trabajar con *Mathematica* varios puntos relacionados con estudio y representación de funciones.

Funciones dadas explícitamente

El comando que utiliza Mathematica para dibujar gráficos de una variable es Plot :

* Plot[f, {x, xmin, xmax}]. Dibuja la función f de variable x en el intervalo [xmin, xmax] .

- **Ejemplos:**

```
Plot[Sin[2 x] + 2 x^2 Cos[x], {x, -6 Pi, 6 Pi}]
```

Desde estos gráficos podemos intuir propiedades de estas funciones, como el dominio, continuidad, derivabilidad, etc.

Podemos también dibujar varias funciones a la vez con el comando Plot, en este caso se haría de la siguiente forma :

* Plot[{f1, f2, ..., fn}, {x, xmin, xmax}]. Dibujará las n funciones f1, f2, ..., fn conjuntamente para valores comprendidos entre xmin y xmax.

- **Ejemplo:**

$$\text{Plot}\left[\left\{x^{\wedge}2+1,\ \text{Abs}[x],\ \frac{5}{x^{\wedge}2+2}\right\},\ \{x,\ -4,\ 4\}\right]$$

Se observa que cada función la dibuja en un color, empezando por azul, después un tono morado y después verdoso.

Opciones

Además desde el comando Plot tenemos a nuestra disposición gran cantidad de opciones (rango de representación, opciones de los ejes, color y forma del dibujo, etc.). Estas opciones se piden de la siguiente forma:

* Plot[f, {x, xmin, xmax}, Opción->característica].

- **Ejemplo:**

Vamos a pedir que dibuje el gráfico anterior a la misma escala en el eje vertical y el horizontal, esto se consigue con la opción AspectRatio, que mide la proporción alto-ancho del dibujo, para conseguir la escala 1:1 debemos indicar la característica Automatic.

$$\text{Plot}\left[\left\{x^{\wedge}2+1,\ \text{Abs}[x],\ \frac{5}{x^{\wedge}2+2}\right\},\ \{x,\ -4,\ 4\},\ \text{AspectRatio}\to\text{Automatic}\right]$$

Mathematica dibuja la funcion en el sitio que cree que es más apropiado, pero eso no quiere decir que sea el más relevante para nosotros. Hemos de tener precaución con esto y para mostrarlo veamos un ejemplo.

- **Ejemplo:**

```
Plot[x^2 + 5, {x, -3, 3}]
```

Podríamos pensar (erróneamente) que esta función se anula en x =1 y x = - 1, pero si sustituimos comprobamos que esto no es así. ¿Qué ha pasado?
Si nos fijamos, el origen de coordenadas no está en (0,0). *Mathematica* ha estimado que para una mejor visión los ejes de coordenadas deben venir de esta forma.
Para fijar el origen de coordenadas en un punto, en nuestro caso el (0,0), usaremos la opción AxesOrigin ->{0,0}.

```
Plot[x^2 + 5, {x, -3, 3}, AxesOrigin → {0, 0}]
```

Podéis consultar un video de PoliTube, que habla del comando Plot y de sus opciones:

http://politube.upv.es/play.php?vid=8681

y como siempre la ayuda del programa.

- **Ejercicio:**

Busca en la ayuda cómo realizar la representación anterior sin que aparezcan los ejes de coordenadas.

ANEXO III

Examen práctica 2

Parte 1:

1 Todas las funciones que define el usuario con Mahematica deben comenzar con un letra mayúscula.

- Verdadero
- Falso

Parte 2:

2 El dominio de la función $\ln(2x+1)$ es

- A. Todos los números reales mayores que cero.
- B. Otro dominio.
- C. Todos los números reales mayores o iguales que 1/2.
- D. Todos los números reales mayores que -1/2.

Parte 3:

3 Dada la función $(x^2-2)/\ln(x^3-1)$ encuentra el/los enunciados correctos.

- A. No tiene asíntotas verticales.
- B. El límite de la función cuando x tiende a 1 es 2.
- C. No tiene asíntotas oblicuas.
- D. No corta al eje OY.
- E. No tiene asíntotas horizontales.

Parte 4:

4 La primera derivada de la función $\mathrm{sen}(x/(1+x))^* \ln(2x^2)$ para $x = 0.4$ es ____.

Parte 5:

5 Dada la función $(x^3-2)/(x^2+1)$, encuentra el/ los enunciados verdaderos.

- A. En el intervalo]-1, 0[es estrictamente creciente.
- B. En el punto (0,-2) la función alcanza un mínimo relativo estricto.
- C. En el intervalo]1,+infinito[es estrictamente creciente.
- D. En el intervalo]1,+infinito[es estrictamente decreciente.
- E. En el punto (-1,-2) la función alcanza un máximo relativo estricto.
- F. En el intervalo]-1, 0[es estrictamente decreciente.

Parte 6:

6 Dada la función $(x^3-1)/(x^2+1)$, encuentra el/ los enunciados verdaderos.

- A. En el punto (1, 0) la función tiene un punto de inflexión.
- B. En el intervalo]- 3, - 1[es cóncava.
- C. En el intervalo]1, + infinito[es cóncava.
- D. En el intervalo]- infinito,- 5[es cóncava.
- E. En el punto (- 2 - Sqrt(3), - 6) la función tiene un punto de inflexión.
- F. En el intervalo]0, 1[es convexa.