

MODELADO NUMÉRICO EFICIENTE DEL COMPORTAMIENTO ACÚSTICO DE SILENCIADORES DE ESCAPE CON MATERIAL ABSORBENTE GRANULAR

Eva M. Sánchez-Orgaz¹, Francisco D. Denia¹, José Martínez-Casas¹ y Luis Baeza²

1: Centro de Investigación en Ingeniería Mecánica (CIIM)

Universitat Politècnica de València

Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain

e-mail: evsncor@upvnet.upv.es, web: <http://www.upv.es>

2: Institute of Sound and Vibration Research (ISVR)

University of Southampton

Southampton SO17 1BJ, United Kingdom

e-mail: L.Baeza@soton.ac.uk, web: <http://www.southampton.ac.uk/>

Palabras clave: Silenciador, método de elementos finitos, ajuste modal numérico, eficiencia computacional, material absorbente granular, acústica de conductos.

Resumen *En este trabajo se presenta una técnica numérica precisa y de bajo coste computacional para el análisis del comportamiento acústico de silenciadores de escape con sección transversal arbitraria y material absorbente granular en su interior. Se plantea la utilización de dicho material como una posible alternativa a las tradicionales fibras utilizadas en silenciadores de tipo disipativo. Entre las ventajas de los materiales granulares en la aplicación concreta planteada aquí, cabe destacar la ausencia de su emisión al medio ambiente como consecuencia del arrastre provocado por los gases de escape y la posibilidad de conseguir configuraciones geométricas adaptables a la fuente de ruido mediante un proceso de llenado/vaciado in situ relativamente sencillo. La caracterización acústica del material granular se lleva a cabo mediante la utilización de propiedades como su impedancia y número de onda [1], a partir de las cuales pueden obtenerse la densidad y velocidad del sonido equivalentes, complejas y dependientes de la frecuencia. Con el objetivo de reducir el coste computacional de una formulación completa 3D de EF, se presenta una técnica computacionalmente eficiente basada en un problema de autovalores 2D y el método de ajuste modal, en su versión numérica para contemplar la posibilidad de secciones transversales de geometría arbitraria y propiedades no homogéneas [2, 3]. Para ello, en primer lugar, se resuelve el problema de autovalores y autovectores de la sección transversal mediante un planteamiento 2D de EF. Posteriormente, se acoplan los campos de presión y velocidad acústica en las discontinuidades geométricas mediante ajuste modal. Hallada la solución completa de la ecuación de ondas en el interior del silenciador, se cuantifican sus prestaciones acústicas con distintos niveles de llenado de material absorbente granular.*

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo principal de los silenciadores utilizados en el sector de automoción, industria y energía es la reducción del ruido producido por motores de combustión interna alternativos, compresores, turbinas, etc., por debajo de aquellos niveles permitidos por la legislación vigente. Una de las configuraciones más habituales es la de tipo disipativo, consistente en un conducto central perforado rodeado de una cámara externa que contiene material absorbente. El material absorbente más ampliamente utilizado es de tipo fibroso, debido a su elevada efectividad en el rango de medias y altas frecuencias [4-6]. No obstante, en los últimos años la preocupación por el medio ambiente y la salud ha llevado a la búsqueda de materiales alternativos a las tradicionales fibras disipativas. El principal objetivo de dichos materiales es evitar, por una parte, la contaminación causada por la degradación de las propiedades y el arrastre del material absorbente provocados por los gases de escape, y por otra, los efectos potencialmente perjudiciales para la salud de algunas fibras [4, 7]. Entre estas alternativas cabe destacar la utilización de superficies de tipo sinterizado [4] y superficies microperforadas [7]. Las primeras presentan un buen comportamiento acústico en el rango de medias y altas frecuencias, mientras que las segundas permiten la reducción de las emisiones sonoras a bajas frecuencias. En este trabajo se presenta la utilización de material absorbente de tipo granular como una potencial alternativa a las fibras disipativas, con el fin de reducir las emisiones contaminantes debidas al arrastre de material. Otra de las ventajas que presenta este tipo de material es que permite obtener configuraciones geoméricamente variables, mediante un proceso de llenado/vaciado de la cámara *in situ*, en función de las condiciones de trabajo de la fuente de ruido. El material de tipo granular se puede modelar a través de dos propiedades acústicas equivalente, tales como la velocidad y el número de onda, ambos en general complejos y dependientes de la frecuencia [1, 8].

Una de las técnicas multidimensionales más extendidas para el estudio del comportamiento acústico de los silenciadores es el método de elementos finitos (MEF), ya que se trata de una herramienta numérica versátil que permite considerar geometrías complejas en 3D, así como condiciones reales de trabajo [5, 9]. Sin embargo, su mayor desventaja es que requiere un elevado tiempo de cálculo a medida que aumenta el número de grados de libertad. A fin de evitar este inconveniente, algunos autores han combinado la utilización del MEF con otras técnicas numéricas tales como la de colocación puntual y ajuste modal [2, 3, 10-12]. Este método permite sacar partido del hecho de que la mayoría de silenciadores poseen una sección transversal axialmente uniforme a tramos; de este modo, se puede formular el problema cuadrático de autovalores asociado a dicha sección transversal y calcular los correspondientes números de onda (autovalores) y modos de presión (autovectores) utilizando una formulación 2D. Una vez resuelto este problema, se fuerza la compatibilidad de los campos acústicos (presión y velocidad) en las distintas discontinuidades geométricas que presenta el silenciador mediante, por ejemplo, ajuste modal, lo que permite finalmente calcular la atenuación. En el presente trabajo se utiliza esta técnica, ya que permite estudiar el comportamiento acústico de distintas configuraciones de silenciador en función de la cantidad de material granular contenido en la cámara del silenciador.

2. MODELO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA

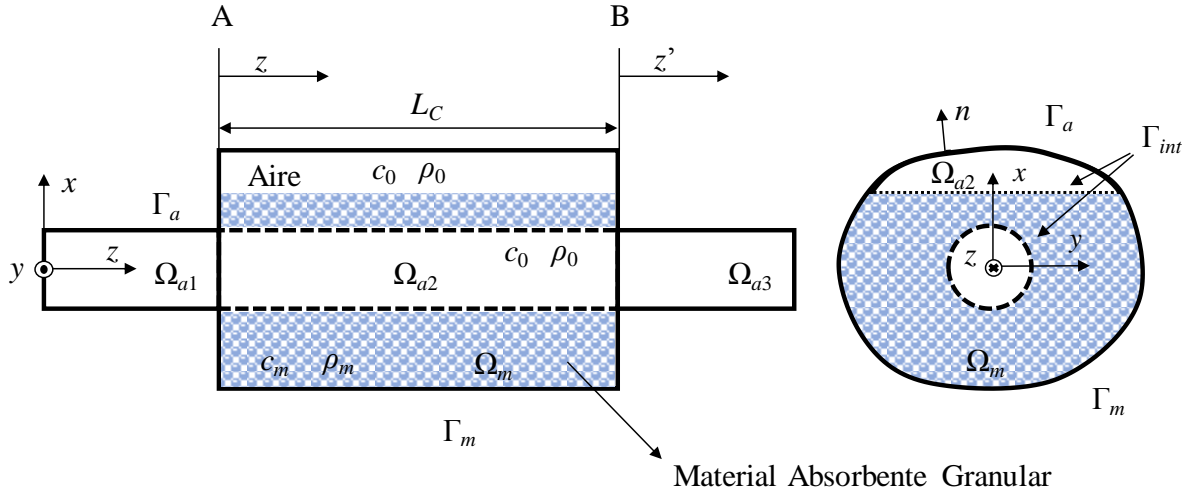


Figura 1. Geometría del silenciador disipativo con material absorbente granular.

En la figura 1 se muestra la geometría de un silenciador que contiene material absorbente granular en la cámara (de longitud L_C), que presenta una sección transversal arbitraria, pero axialmente uniforme. Los subdominios de aire y material absorbente que conforman el silenciador se denotan como Ω_a y Ω_m respectivamente, siendo los contornos que los delimitan Γ_a y Γ_m , mientras que Γ_{int} representa el contorno de transición aire/material. El aire queda caracterizado mediante la densidad ρ_0 y la velocidad del sonido c_0 , mientras que las propiedades equivalentes del material granular son ρ_m y c_m , ambas complejas y dependientes de la frecuencia. Los conductos de entrada y salida se denotan con los subíndices 1 y 3 respectivamente. Se asume que el conducto perforado central, encargado de confinar el material granular, es lo suficientemente poroso como para suponer despreciable su impedancia acústica [13].

A continuación, se planteará cómo obtener los autovalores correspondientes a cada sección (los tubos de entrada/salida y la cámara), y después se aplicará la condición de continuidad en el campo de presiones y el de velocidad acústica axial en las discontinuidades geométricas. Puesto que la obtención de los autovalores y autovectores asociados a los tubos de entrada/salida es directa se presenta únicamente el desarrollo del problema de autovalores asociado a la cámara [11, 15].

2.1. Formulación acústica del problema

En el dominio del aire el sonido se propaga, suponiendo comportamiento armónico, según la ecuación de Helmholtz [13]

$$\nabla^2 P_a + k_0^2 P_a = 0 \quad (1)$$

donde ∇^2 es el operador laplaciano, P_a la presión acústica y k_0 , el número de onda, definido como el cociente entre la frecuencia angular ω y la velocidad del sonido. La ecuación de ondas en el dominio del material absorbente se puede escribir como [14]

$$\nabla^2 P_m + k_m^2 P_m = 0 \quad (2)$$

siendo P_m la amplitud de la presión acústica y k_m el número de onda asociado al material granular.

A continuación, teniendo en cuenta que la sección transversal es uniforme, se aplica separación de variables, quedando la amplitud de presión definida como

$$P(x, y, z) = \Psi^{xy}(x, y) e^{-jk_z z} \quad \Rightarrow \quad \Psi^{xy}(x, y) = \begin{cases} \Psi_a^{xy}(x, y), & (x, y) \in \Omega_a \\ \Psi_m^{xy}(x, y), & (x, y) \in \Omega_m \end{cases} \quad (3)$$

donde Ψ^{xy} es el modo de presión transversal y k_z es el número de onda axial. Ahora, combinado la ecuación (3) con la (1) y la (2) se obtienen las siguientes expresiones

$$\nabla^2 \Psi_a^{xy} + (k_0^2 - k_z^2) \Psi_a^{xy} = 0, \quad \nabla^2 \Psi_m^{xy} + (k_m^2 - k_z^2) \Psi_m^{xy} = 0 \quad (4)$$

$$\nabla^2 \Psi_m^{xy} + (k_m^2 - k_z^2) \Psi_m^{xy} = 0 \quad (5)$$

En las ecuaciones anteriores se ha omitido el subíndice 2, que hace referencia a la región de aire del tubo central, con fin de simplificar la nomenclatura.

2.2. Formulación de EF y problema cuadrático de autovalores

La presión acústica en la cámara, considerando una discretización 2D de EF, se puede aproximar mediante funciones de forma del siguiente modo

$$\Psi_a^{xy}(x, y) = \mathbf{N}_a^T \boldsymbol{\Psi}_a(x, y) \in \Omega_a, \quad \Psi_m^{xy}(x, y) = \mathbf{N}_m^T \boldsymbol{\Psi}_m(x, y) \in \Omega_m \quad (6)-(7)$$

donde los subíndices a y m hacen referencia a las regiones de aire y material granular, respectivamente. Además, \mathbf{N}_a y \mathbf{N}_m son vectores que contienen las funciones de forma nodales de cada subdominio. A continuación se aplica el método de los residuos ponderados a las Ecs. (3) y (4), así como el teorema de Green y la formulación de Galerkin, lo que da lugar, asumiendo pared exterior rígida, a las siguientes expresiones

$$\int_{\Omega_a} \nabla^T \mathbf{N}_a \nabla \mathbf{N}_a d\Omega \{ \boldsymbol{\Psi}_a \} + \int_{\Omega_a} (k_z^2 - k_0^2) \mathbf{N}_a^T \mathbf{N}_a d\Omega \{ \boldsymbol{\Psi}_a \} = \int_{\Gamma_{int}} \mathbf{N}^T \frac{\partial \Psi_a}{\partial n} d\Gamma \quad (8)$$

$$\int_{\Omega_m} \nabla^T \mathbf{N}_m \nabla \mathbf{N}_m d\Omega \{ \boldsymbol{\Psi}_m \} + \int_{\Omega_m} (k_z^2 - k_m^2) \mathbf{N}_m^T \mathbf{N}_m d\Omega \{ \boldsymbol{\Psi}_m \} = \int_{\Gamma_{int}} \mathbf{N}^T \frac{\partial \Psi_m}{\partial n} d\Gamma \quad (9)$$

Las condiciones de acoplamiento en la interfase Γ_{int} están relacionadas con la continuidad de presión y la condición de velocidad normal. Esta última se puede escribir como

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \Psi_a}{\partial n} = - \frac{\phi}{\rho_m} \frac{\partial \Psi_m}{\partial n} \quad (10)$$

La Ec. (9) se multiplica ahora por el término $\rho_0 \phi / \rho_m$, siendo ϕ la porosidad del material granular. Nótese que los vectores de carga asociados a los términos que aparecen en el lado derecho de las Ecs. (8) y (9) se cancelan al combinar dichas ecuaciones, dando lugar a las siguientes expresiones de EF

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_{a2}} \nabla^T \mathbf{N}_a \nabla \mathbf{N}_a d\Omega \{ \Psi_a \} + \int_{\Omega_{a2}} (k_z^2 - k_0^2) \mathbf{N}_a^T \mathbf{N}_a d\Omega \{ \Psi_a \} \\ & + \frac{\rho_0 \phi}{\rho_m} \int_{\Omega_m} \nabla^T \mathbf{N}_m \nabla \mathbf{N}_m d\Omega \{ \Psi_m \} + \frac{\rho_0 \phi}{\rho_m} \int_{\Omega_m} (k_z^2 - k_m^2) \mathbf{N}_m^T \mathbf{N}_m d\Omega \{ \Psi_m \} = \{ 0 \} \end{aligned} \quad (11)$$

Finalmente, resolviendo el sistema de ecuaciones ensamblado representado por la Ec. (11) se obtienen tanto los números de onda axiales como los modos de presión asociados a la sección transversal de la cámara.

2.3. Continuidad de los campos de presión y velocidad acústica axial

En esta sección se detalla cómo obtener el campo de presión completo 3D con la ayuda del método de ajuste modal. Para ello se considera la continuidad de los campos de presión y velocidad acústica axial, que se ponderan e integran en las discontinuidades geométricas del silenciador. En este caso las discontinuidades vienen determinadas por los planos A y B, que denotan las secciones de entrada/salida (véase la Figura 1). Se considera que ambos campos acústicos se pueden escribir como una expansión modal en función de las ondas incidente y reflejada. La primera condición a tener en cuenta viene dada por la continuidad de la presión. En este caso, la función de ponderación utilizada es el autovector asociado a la onda incidente en la sección de entrada [5, 11, 15]. Por lo que para los planos A y B las ecuaciones se puede escribir como

$$\int_{\Omega_{a1}} p_{a1} \Psi_{il}^n(x, y) d\Omega_{a1} = \int_{\Omega_{a2}} p_{a2} \Psi_{il}^n(x, y) d\Omega_{a2}, \quad \int_{\Omega_{a2}} p_{a2} \Psi_{il}^n(x, y) d\Omega_{a2} = \int_{\Omega_{a3}} p_{a3} \Psi_{il}^n(x, y) d\Omega_{a3} \quad (12)-(13)$$

donde la notación $a2'$ hace referencia a el área de la sección $a2$ coincidente con las de las secciones $a1$ y $a3$ respectivamente.

La segunda condición es una relación cinemática que considera la continuidad de la velocidad acústica axial, así como la condición de pared rígida [5, 11-16]. En esta caso, se ha tomado como función de ponderación el autovector asociado a la onda incidente en la cámara, de modo que se obtienen las siguientes expresiones

$$\int_{\Omega_{a1}} \frac{\partial p_{a1}}{\partial z} \Psi_{ic}^n(x, y) d\Omega_{a1} = \int_{\Omega_{a2}} \frac{1}{k_0} \frac{\partial p_{a2}}{\partial z} \Psi_{ic}^n(x, y) d\Omega_{a2} + \int_{\Omega_m} \rho_m \frac{\partial p_m}{\partial z} \Psi_{ic}^n(x, y) d\Omega_m \quad (14)$$

$$\int_{\Omega_{a2}} \frac{1}{k_0} \frac{\partial p_{a2}}{\partial z} \Psi_{ic}^n(x, y) d\Omega_{a2} + \int_{\Omega_m} \rho_m \frac{\partial p_m}{\partial z} \Psi_{ic}^n(x, y) d\Omega_m = \int_{\Omega_{a3}} \frac{\partial p_{a3}}{\partial z} \Psi_{ic}^n(x, y) d\Omega_{a3} \quad (15)$$

A continuación, las integrales ponderadas se evalúan de forma numérica una vez truncado en n el número de amplitudes modales. Se resuelven las ecuaciones simultáneamente a fin de obtener las amplitudes modales, considerando que el valor de la amplitud de la onda incidente en la entrada vale 1 y que el silenciador posee una terminación anecoica. Finalmente, una vez

determinado el valor de las amplitudes modales se puede evaluar la atenuación del silenciador mediante el índice de pérdidas de transmisión TL [5, 11, 15].

3. MATERIAL ABSORBENTE GRANULAR

El material granular se puede modelar a través de sus propiedades acústicas equivalentes, como son su densidad y módulo de compresibilidad, ambos complejos y dependientes de la frecuencia [1, 8, 17]. De acuerdo con Umnova et al. [8] la densidad equivalente del material granular se puede expresar como

$$\rho_m = \rho_0 q \left(1 - \frac{j\mu\sigma}{\omega\rho_0 c_0 q} \sqrt{1 + \frac{\omega\rho_0 4q^2 k_p^2}{-j\mu\Lambda^2 \sigma^2}} \right) \quad (17)$$

siendo ρ_0 y c_0 la densidad del aire y la velocidad del sonido, μ la viscosidad dinámica, σ la porosidad volumétrica (que puede ser diferente de la densidad superficial ϕ previamente definida), q la tortuosidad, k_p la permeabilidad y Λ la longitud viscosa característica definida como

$$\Lambda = \frac{4(1-\Theta)\sigma q r_{part}}{9(1-\Theta)} \quad (18)$$

donde r_{part} es el radio de los gránulos (esferas en el contexto de este trabajo). La tortuosidad viene dada por

$$q = 1 + \frac{1-\sigma}{2\sigma} \quad (19)$$

mientras que la permeabilidad viene representada por $k_p = \mu/R$, siendo R la resistividad al flujo obtenida mediante la expresión

$$R = \frac{9\mu(1-\sigma)}{2r_{part}\sigma} \frac{5(1-\Theta)}{5-9\sqrt[3]{\Theta}+5\Theta-\Theta^2} \quad (20)$$

En la Ec. (20) Θ es el radio de celda definido como $\Theta=3(1-\sigma)/(2^{1/2}\pi)$. Además, el módulo de compresibilidad volumétrico se puede expresar como [17]

$$K_m = \frac{\gamma P_0}{\gamma - \frac{1}{1 + \frac{8\mu}{j\omega\rho_0 N_{Pr} \Lambda^2} \sqrt{1 + \frac{j\omega\rho_0 N_{Pr} \Lambda'^2}{16\mu}}}} \quad (21)$$

donde γ es la relación de calores específicos, P_0 la presión atmosférica, N_{Pr} el número de Prandtl ($N_{Pr} = C_p \mu/k$, siendo C_p la capacidad calorífica a presión constante y k la conductividad térmica), ω la frecuencia angular, y Λ' es la longitud térmica característica, que se expresa como $\Lambda'=3 \Lambda/(2q(1-\Theta))$. Una vez obtenidos ρ_m y K_m , se puede determinar la impedancia característica equivalente del material granular $Z_m = \sqrt{K_m \rho_m}$, así como el número

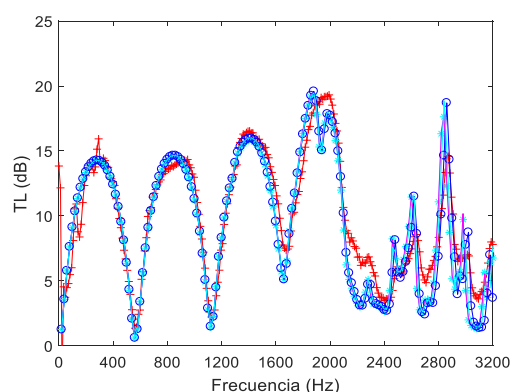
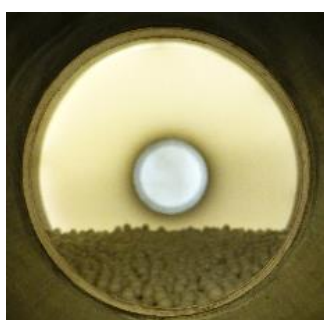
de onda $k_m = \omega\sqrt{\rho_m/K_m}$ y la velocidad del sonido $c_m = \sqrt{K_m/\rho_m}$ equivalentes.

4. RESULTADOS

En primer lugar, se presenta la validación del método y el modelo propuestos. A continuación, se muestran algunos resultados con los que se pretende estudiar la influencia del tamaño de los gránulos esféricos que conforman el material granular en el comportamiento acústico del silenciador. También se consideran distintos tipos de geometrías de silenciador, para evaluar el impacto que tiene el material granular en sus prestaciones acústicas.

4.1. Validación

La geometría utilizada para validar la metodología consiste en un silenciador de tipo circular, siendo sus principales dimensiones: $L_1 = L_3 = 0.1$ m (longitud de los conductos de entrada/salida), $L_C = 0.3$ m (longitud de la cámara), $R_1 = R_3 = 0.0268$ m (radio de los conductos de entrada/salida) y $R_C = 0.091875$ m (radio de la cámara). Las propiedades del aire se han medido a temperatura ambiente (21.4°C), siendo la velocidad del sonido $c_0 = 344.13$ m/s y la densidad $\rho_0 = 1.1979$ kg/m³. Además, el material absorbente utilizado se compone de gránulos esféricos rígidos de 0.00595 m de diámetro y porosidad del 39.9%. Se estudian los dos siguientes casos: (I) Cámara llena hasta aproximadamente 0.02 m por debajo de la parte inferior de los conductos de entrada/salida (véase la Fig. 2a); (II) Cámara con material granular hasta el nivel de la parte inferior de los conductos de entrada/salida (véase la Fig. 3a).



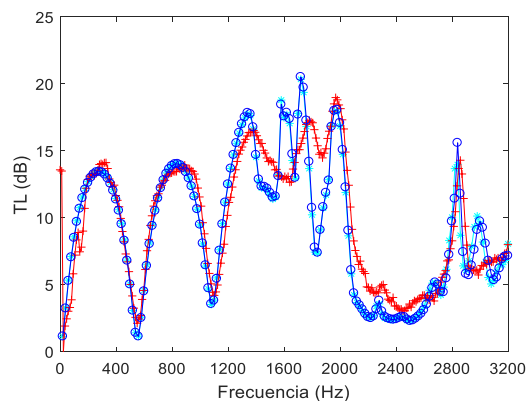
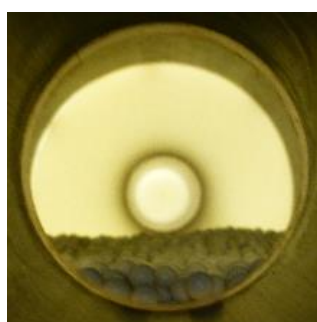
(a)

(b)

Figura 2. a) Fotografía del prototipo; b) TL de un silenciador parcialmente relleno con material granular, caso I: +++ , medida experimental; ***, método de ajuste modal; ooo, Comsol Multiphysics®.

Los resultados obtenidos mediante el método de ajuste modal (utilizando 40 modos) para los casos de llenado I y II se pueden observar en las Figs. 2b y 3b, respectivamente, mostrando buena concordancia con aquellos obtenidos a partir de las medidas experimentales, así como con un análisis 3D de EF llevado a cabo con Comsol Multiphysics®. Sin embargo, el caso de llenado II (véase la Fig. 3b) las discrepancias entre las medidas experimentales y los modelos

numéricos son ligeramente mayores, probablemente debido a un mayor efecto de imprecisión en el modelo a medida que el número de esferas se incrementa. La utilización del material granular aumenta la atenuación del silenciador en el rango de medias y altas frecuencias, como era previsible.



(a)

(b)

Figura 3. a) Fotografía del prototipo; b) TL de un silenciador parcialmente relleno con material granular, caso II: +++ , medida experimental; ***, método de ajuste modal; ooo, Comsol Multiphysics®.

4.2. Influencia del tamaño de esfera

Se estudia la influencia del tamaño de los gránulos esféricos (definido por su diámetro) en el comportamiento acústico del silenciador. En el presente estudio, se han considerado esferas de los siguientes diámetros: 0.001 m, 0.002 m, 0.004 m y 0.006 m. Se ha calculado el TL considerando la geometría anteriormente descrita en la sección 4.1, así como un llenado de la cámara equivalente al caso II. En la Fig. 4 se puede observar que, a medida que disminuye el tamaño de las esferas, la atenuación aumenta de forma considerable en el rango de medias y altas frecuencias, siendo además los valores de TL más elevados en las bandas de paso.

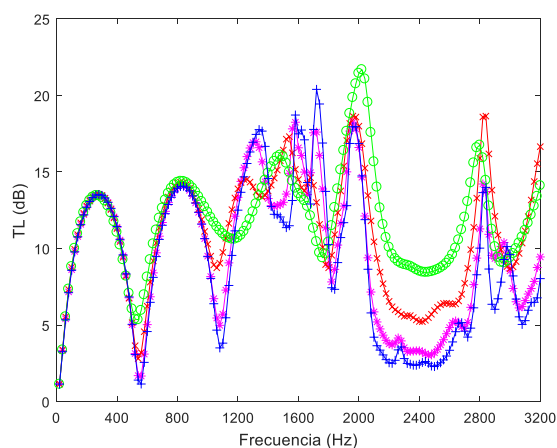


Figura 4. TL de un silenciador circular para distintos tamaños de gránulos esféricos: ooo, 0.001 mm; xxx, 0.002 mm; ***, 0.0024 mm; +++, 0.006 mm.

A continuación, se estudia el comportamiento de un silenciador elíptico cuyos ejes mayor y menor miden $L_y = 0.25$ m y $L_x = 0.15$ m respectivamente. Los conductos de entrada/salida se encuentran descentrados, a una distancia $d = 0.04$ m del centro de la elipse en la dirección del eje menor, no existiendo entre ellos ningún *offset*. En este caso, se consideran dos llenados distintos de la cámara con diferentes tamaños de esfera (0.001 m, 0.003 m y 0.006 m). En el primer llenado, el nivel de los gránulos está 0.013 m por debajo de la parte inferior de los conductos de entrada/salida (caso c), mientras que en el segundo caso (caso d) está 0.049 m por debajo. En la Fig. 5 se muestran los TL obtenidos mediante ajuste modal para las distintas combinaciones de llenado y diámetro de esfera. Se puede apreciar un efecto similar al obtenido para la configuración de tipo circular. A medida que disminuye el tamaño de gránulo aumenta la atenuación, incrementando la efectividad del silenciador considerablemente el rango de medias y altas frecuencias. También cabe destacar que a medida que aumenta la cantidad de material granular en el interior de la cámara se incrementa notablemente el TL .

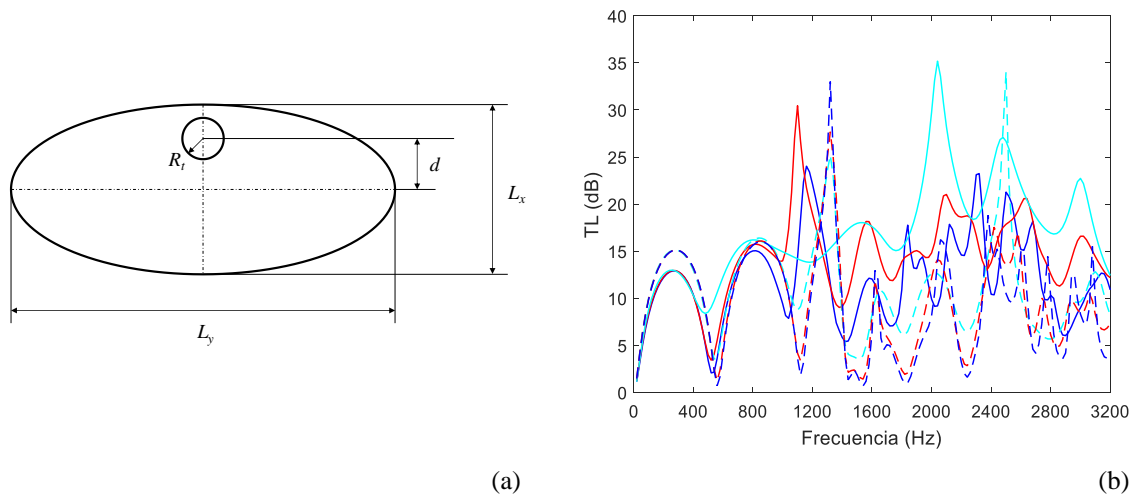


Figura 5. (a) Geometría del silenciador elíptico; (b) TL de un silenciador para distintos llenados y tamaños de gránulos esféricos: caso (c) - línea continua; caso (d) - línea discontinua.
Cyan, 0.001 mm; rojo, 0.003 mm; azul, 0.006 mm.

5. CONCLUSIONES

Se ha presentado una técnica basada en una combinación de los métodos de ajuste modal y elementos finitos para evaluar el comportamiento acústico de silenciadores con material granular y de sección transversal arbitraria. Esta técnica permite evaluar también la atenuación del silenciador para distintos llenados de la cámara de forma computacionalmente eficiente. El método se ha validado comparándolo con los resultados obtenidos utilizando un programa comercial de EF, mostrando una buena concordancia. También se ha comparado con resultados experimentales, donde se ha podido observar la obtener una distribución homogénea de material granular mediante un llenado manual. También cabe destacar que se logra una mayor atenuación cuanto mayor es la cantidad de

esferas que se colocan en el interior de la cámara, obteniéndose mayores valores de TL cuanto menor es el diámetro de los gránulos, siendo mayor la efectividad del material granular en el rango de medias y altas frecuencias.

6. AGRADECIMIENTO

Proyecto realizado con la Ayuda Fundación BBVA a Investigadores y Creadores Culturales 2016. La Fundación BBVA no se responsabiliza de las opiniones, comentarios y contenidos incluidos en el proyecto y/o los resultados derivados del mismo, los cuales son total y absoluta responsabilidad de los autores.

REFERENCIAS

- [1] P. Cobo, F. Simón, “A comparison of impedance models for the inverse estimation of the non-acoustical parameters of granular absorbers”, *Appl. Acoust.*, **104**, pp. 119-126 (2016).
- [2] R. Kirby, “A comparison between analytic and numerical methods for modelling automotive and dissipative silencers with mean flow”, *J. Sound Vib.*, **325**, pp. 565-582 (2009).
- [3] F. D. Denia, E. M. Sánchez-Orgaz, L. Baeza, R. Kirby, “Point collocation scheme in silencers with temperature gradient and mean flow”, *J. Comput. Appl. Math.*, **291**, pp. 127-141 (2016).
- [4] F. D. Denia, E. M. Sánchez-Orgaz, F. J. Fuenmayor, D. J. Busquets, *3D acoustic modelling of multichamber silencers with microperforated surfaces and constant impedance ducts. 41st International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering (Inter-noise), Nueva York, 2012*, pp. 423-437.
- [5] A. G. Antebas, F. D. Denia, A. M. Pedrosa, F. J. Fuenmayor, “A finite element approach for the acoustic modelling of perforated dissipative mufflers with non-homogeneous properties”, *Math. Comput. Model.*, **57**, pp. 1970-1978 (2013).
- [6] H. Kim, J. Egan, *Investigation on the properties of fibrous material in the acoustic calculation model of automotive exhaust system. SAE Technical Paper, (2012)*, doi:10.4271/2012-01-0218.
- [7] S. Allam, M. Åbom. “A new type of muffler based on micro-perforated tubes”, *J Vib. Acoust.*, **133**, pp. 1-8 (2011).
- [8] O. Umnova, K. Attenborough, K. M. Li, “A cell model for the acoustical properties of packing of spheres”, *Acta Acust.*, **87**, pp. 226-235, (2001).
- [9] F. D. Denia, E. M. Sánchez-Orgaz, J. Martínez-Casas, R. Kirby, “Finite element based acoustic analysis of dissipative silencers with high temperature and thermal-induced heterogeneity”, *Finite Elem. Anal. Des.*, **101**, pp. 46-57, (2015).
- [10] R. Glav, “The point-matching method on dissipative silencers of arbitrary cross-section”, *J. Sound Vib.*, **189**, 123-135, (1996).
- [11] E. M. Sánchez-Orgaz, F. D. Denia, J. Martínez-Casas, L. Baeza, Comparison of numerical approaches for the acoustic modelling of dissipative silencers with temperature gradients and mean flow, *44th International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering (Inter-noise), San Francisco, 2015*, pp. 1-12.

- [12]F. D. Denia., J. Martínez-Casas, J. Carballeira, E. Nadal, F. J. Fuenmayor, “Computational performance of analytical methods for the acoustic modelling of automotive exhaust devices incorporating monoliths”, *J. Comput. Appl. Math.*, disponible online, <http://doi.org/10.1016/j.cam.2017.03.010> (2017).
- [13]Munjal, M. L., *Acoustics of Ducts and Mufflers*, Wiley, ISBN: 978-1-118-44312-5, (2014).
- [14]A. Selamet, I. J. Lee, N. T. Huff, “Acoustic attenuation of hybrid silencers”, *J. Sound Vib.*, **262**, pp. 509-527, (2003).
- [15]R. Kirby, “Transmission loss predictions for dissipative silencers of arbitrary cross section in the presence of mean flow”, *J. Acoust. Soc. Am.*, **114**, pp. 200-209, (2003).
- [16]R. Kirby, F. D. Denia, “Analytic mode matching for a circular dissipative silencer containing mean flow and a perforated pipe”, *J. Acoust. Soc. Am.*, **122**, pp. 3471-3482.
- [17]J. Li, S. Zhao, K. Ishihara, “Study on acoustical properties of sintered bronze porous material for transient exhaust noise of pneumatic system”, *J. Sound Vib.*, **322**, pp. 2721-2734, (2013).