Revista Iberoamericana de
Automática e Informática Industrial

Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 19 (2022) 442-451

www.revista-riai.org

Control de microrredes eléctricas de potencia: un enfoque hamiltoniano

Gerardo Espinosa-Pérez*

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 04510 CDMX, México.

To cite this article: Espinosa-Pérez, G. 2022. Control of electric power microgrids: a hamiltonian approach. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 19, 442-451. https://doi.org/10.4995/riai.2022.15741

Resumen

En este trabajo se aborda el problema de control de Microrredes de potencia desde la perspectiva del Control Basado en Pasividad. Se presenta un esquema de control interno básico por medio del cual se garantiza que las variables asociadas a los convertidores de potencia tienden a valores de referencia pre-establecidos por un segundo esquema de control, el cual es responsable de un despacho de potencia adecuado. De manera específica, se presentan tres alternativas de diseño para este segundo tipo de control. Los resultados presentados son una compilación de propuestas hechas bajo el enfoque de pasividad y explotan la propiedad fundamental de que las redes estudiadas exhiben una estructura de sistema Hamiltoniano Controlado por Puerto. En contraste con resultados frecuentemente utilizados en la literatura, para las contribuciones presentadas se incluye la prueba formal (matemática) de sus propiedades de estabilidad. Adicionalmente, se muestra cómo la estructura de los esquemas propuestos satisfacen todos los requisitos impuestos para obtener una implementación práctica atractiva.

Palabras clave: Sistemas Eléctricos de Potencia, Microrredes, Sistemas Hamiltonianos Controlados por Puerto, Control basado en Pasividad.

Control of electric power microgrids: a hamiltonian approach

Abstract

In this paper the control problem of Power Microgrids is approached from the Passivity–based Control perspective. The structure of a basic inner control scheme is proposed which guarantees that the variables associated to the power converters converge to prescribed values provided by a second control loop whose is in charge of a proper power sharing. Actually, three different alternatives for this second control scheme are presented. The presented results compose a compilation of previously reported contributions obtained under the passivity approach and they exploit at a fundamental level the fact that the model of the Microgrid under study exhibits a Port-controlled Hamiltonian system structure. In constrast with results frequently found in the literature, a formal (mathematical) proof for the stability properties of the presented schemes is provided. In addition, it is shown that the structure of the contributions holds with the requirements imposed in order to obtain an atractive practical implementation.

Keywords: Electric Power Systems, Microgrids, Port-controlled Hamiltonian Systems, Passivity-based Control.

1. Introducción

En las últimas décadas los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP) han experimentando cambios notables en su estructura transitando de una basada en generación centralizada a una en la que la generación distribuida, basada principalmente en Fuentes de Energía Renovables (FER), toma cada vez una mayor presencia. Esto ha resultado en la aparición de pequeñas redes, conocidas como Microrredes (MR), que ofrecen una operación más flexible debido a que pueden satisfacer demandas de energía de manera local y autónoma (Guerrero y Kandari (2021)).

* Autor para correspondencia: gerardoe@unam.mx

Una MR tiene como objetivo principal integrar FER para atender a un conjunto de cargas localizadas cerca de las fuentes de generación garantizando confiabilidad y continuidad en el servicio. Esto se traduce, en términos de variables eléctricas, en garantizar regulación de tensión (amplitud y frecuencia) en cada uno de los nodos que la componen satisfaciendo al mismo tiempo la demanda de potencia impuesta por las cargas conectadas a ella.

Debido a su naturaleza basada en FER, una MR incorpora elementos distintivos respecto a las redes convencionales. Entre estos, uno de los más importantes es el uso de dispositivos (convertidores) de electrónica de potencia que sirven como interfaz entre las fuentes de generación y la red misma. Estos circuitos tienen como función principal el acondicionar la energía (intermitente) proveída por las FER con el fin de entregarla en un formato adecuado a las cargas. Por ejemplo, en redes de Corriente Alterna (CA), el objetivo es proveer tensiones y corrientes sinusoidales de amplitud, frecuencia y fase adecuados para satisfacer la regulación de tensión y la demanda de potencia.

La estructura descrita de una MR impone la necesidad de considerar, desde la perspectiva de control, una estructura jerárquica que, en términos generales, incluye un lazo interno cuyo fin es el garantizar que las tensiones y corrientes de los convertidores de potencia converjan a valores específicos, y un segundo esquema que genere estos valores correspondiendo a los necesarios para satisfacer la demanda de potencia impuesta por las cargas. Esta segunda etapa toma en cuenta la capacidad disponible en cada una de las FER (Agundis-Tinajero et al (2019)).

Una MR debe tener la capacidad de operar conectada a una red principal o de manera autónoma, modo de operación conocido como Aislado (MA). En el primer caso, el problema de regulación de tensión se resuelve automáticamente al fungir la red principal con una referencia para esta variable. Bajo esta condición, las FER se ocupan únicamente para resolver el problema de despacho de potencia, operando los convertidores de potencia en modo de Seguimiento (MS). En el MA, el problema de control es más complicado ya que algunos convertidores deben operar en MS y otros en lo que se conoce como modo de Formación (MF), cuya responsabilidad es generar la referencia de tensión necesaria para una correcta regulación de tensión.

Para lidiar con la problemática descrita en los párrafos anteriores, la solución preferida en la literatura está dada por el uso de esquemas de control que no requieren modelo, tanto para los controladores internos como para el esquema de despacho de potencia. Específicamente, para los primeros el uso de algoritmos del tipo Proporcional-Integral (PI) han sido exhaustivamente utilizados (Zhong y Hornik (2013)), mientras que para los segundos la alternativa usual es la adecuación de esquemas del tipo por Caída de Velocidad (Control *Droop*), originalmente desarrollados para Generadores Síncronos (Zhongwen (2018)).

Adicionalmente al conocimiento y familiaridad que se tiene con los esquemas PI y por Caída de Velocidad, algunas características en las que se basa su popularidad son su estructura simple, el hecho de que sólo requieren de mediciones locales para su operación, la propiedad de que bajo su operación una FER puede ser conectada o desconectada sin afectar la operación global de la MR y, sobre todo, los desempeños dinámicos que han sido posible alcanzar por una MR (Rocabert et al (2012)). Sin embargo, estudios recientes indican que los esquemas PI exhiben algunas desventajas tales como pérdida de desempeño ante cambios en las condiciones de operación, aparición de comportamientos inestables y un rango de operación estable que se reduce al considerar frecuencias de conmutación bajas en los convertidores de potencia. En el caso de los controladores del tipo por Caída de Velocidad, un problema frecuentemente reportado es el de una deteriorada compensación de potencia reactiva, sobre todo en convertidores conectados en paralelo (Hua et al (2016)), y recientemente se han reportado problemas en su operación con relación a la existencia de alto contenido armónico debido, por ejemplo, a cargas no lineales (Hart et al (2020)). Estas problemáticas se ven potencializadas al no contar con una prueba formal (matemática) de las propiedades de estabilidad del sistema formado por una MR operando bajo el control de estos esquemas (Guerrero et al (2013)).

El objetivo de este trabajo es el de presentar una compilación de resultados que han ofrecido soluciones al problema de control de MR desde la perspectiva del Control Basado en Pasividad (CBP). Esta técnica de diseño de esquemas de control tiene su fundamento en la explotación de las propiedades de disipación de energía de modelos matemáticos que corresponden a sistemas físicos y ha demostrado ser útil en diferentes escenarios, alcanzando un nivel de madurez notable (Ortega et al (2013), Van der Schaft (2017), Ortega et al (2021)). En particular, es posible identificar experiencias exitosas en el área de máquinas eléctricas (Mujica y Espinosa-Perez (2014)), en el control de convertidores de potencia (Zonetti et al (2022)) y en la solución de problemas asociados a las MR (Alrayah y Yigang (2020)).

La característica principal de los resultados desarrollados bajo el enfoque del CBP, es la explotación del hecho de que el modelo de una gran clase de circuitos eléctricos, en particular de una MR, exhibe una estructura de sistema Hamiltoniano Controlado por Puerto (HCP) lo que permite obtener ventaja de todas las propiedades, especialmente las relacionadas con estabilidad, que exhibe esta clase de sistemas. Así, como se reporta en (Avila-Becerril et al (2016)), el uso de propiedades estructurales de este tipo de redes eléctricas permite de una manera clara y sistemática abordar el problema de control.

Aunque el caso de una MR conectada a una red principal ha sido estudiado (Montoya et al (2019)), en este escrito se concentra la atención al caso en se tiene una operación en MA de una MR de Corriente Alterna (CA). Se considera la necesidad de contar con algunas FER operando en MF y otras en MS y se propone un esquema de control interno que, partiendo de la premisa de que existe un esquema de despacho de potencia que provee valores de referencia para las variables de los convertidores, garantiza propiedades de estabilidad asintótica del punto de operación correspondiente a las referencias establecidas. Este esquema, para el que se presenta una prueba formal de sus propiedades de estabilidad, satisface los requisitos de considerar solamente la medición de variables locales, de contar con una estructura simple y de poder conectar o desconectar las FER asociadas sin deteriorar la operación global de la red. Con relación al análisis de estabilidad, el procedimiento establecido corresponde al de analizar la dinámica de la variable de error entre el comportamiento actual y el deseado del sistema. Así, el problema de seguimiento de trayectorias intrínseco a redes de CA se convierte en uno de regulación al establecer propiedades del punto de equilibrio al que corresponde un valor cero para la variable de error.

Como complemento al esquema interno descrito en el párrafo anterior, se presentan tres alternativas para lidiar con el despacho de potencia. La característica principal de estas propuestas es que para todas ellas se establece una prueba formal de estabilidad para el sistema en lazo cerrado incluyendo los dos lazos de control. Adicionalmente, para cada esquema se tiene que:

- Para el primer caso se hace uso de la solución de las ecuaciones de Flujo de Potencia (FP) tal como de manera frecuente se realiza en redes convencionales. Este resultado ha sido reportado en (Avila-Becerril y Espinosa-Perez (2021)) y aunque considera la solución de los FP fuera de línea, ofrece la evidencia de que el CBP opera de manera exitosa con esta solución típica en SEP.

- El segundo esquema de despacho de potencia que se presenta fue reportado en (Avila-Becerril et al (2020)) y en este se considera de manera explícita el hecho de que las FER operando en MS poseen una potencia máxima que pueden entregar para satisfacer una determinada demanda de esta variable.

- El tercer enfoque presentando considera la naturaleza algebro - diferencial del modelo de la MR e incluye un algoritmo dinámico cuyo comportamiento converge a la solución de los FP. Una versión preliminar de este esquema fue presentado en (Avila-Becerril et al (2019)) mientras que su versión final se presenta en (Avila-Becerril et al (2022)).

En este punto es conveniente mencionar que el estudio de las MR desde la perspectiva del CBP continua en evolución y ha abordado problemas adicionales que, por razones de espacio, sus resultados no son presentados en este compendio. Entre los principales, se cuenta el de establecer propiedades de estabilidad del control interno propuesto operando con el esquema por Caída de Voltaje y el estudio de la técnica conocida como Control de Impedancia Virtual de Salida. Versiones preliminares de estos estudios han sido reportadas en (Ortega-Velazquez et al (2020)) y (Ortega-Velazquez et al (2021)), respectivamente, y sus versiones finales se publicarán en un futuro.

El resto del artículo está organizado de la siguiente forma: En la Sección 2 se desarrolla el modelo dinámico considerado para la MR. La Sección 3 está dedicada al diseño del control interno para los convertidores de potencia mientras que los algoritmos de despacho de potencia se presentan en la Sección 4. El trabajo se cierra con algunas conclusiones que se incluyen en la Sección 5.

2. Modelo dinámico de la Microrred

En esta sección se describe la estructura considerada de una MR y se presenta su correspondiente modelo dinámico resaltando su forma de sistema HCP. El desarrollo se basa en la Teoría de Grafos (Bollobas (1998)) y el material incluido se basa en el reportado en (Avila-Becerril et al (2016)). Primero se considera la topología de la red para posteriormente establecer los modelos de los convertidores de potencia.

2.1. *Topología de la red*

La MR bajo estudio está compuesta por FER interconectadas a las cargas por medio de líneas de transmisión. Se asume que existen n_1 convertidores operando bajo MF, n_2 cargas, n_3 líneas de transmisión y n_4 convertidores operando bajo MS.

Aunque es bien conocido el hecho de que cualquier topología de convertidores de potencia debe contar con la capacidad de operar bajo cualquiera de los dos modos de operación, MF o MS, en este trabajo y con la intención de mostrar de una manera más clara el potencial del control interno propuesto, se considera que los convertidores operando en MF son alimentados con fuentes de tensión mientras que los que operan en MS son alimentados con fuentes de corriente. El caso en que todos los convertidores son de un solo tipo, alimentados con fuentes de corriente, se reporta en (Ortega-Velazquez et al (2020)).

Como complemento a la estructura considerada de la MR, se supone que

A.1. Cada línea de transmisión puede ser modelada por un circuito serie RL.

A.2. Las cargas están conectadas en paralelo con un capacitor.

Considerando una red formada por n nodos y b bordes, se sabe, por las leyes de Kirchhoff, que existen $n-1$ restricciones independientes de corriente y $b-(n-1)$ restricciones independientes de tensión. Para formular estas, es posible considerar un árbol y su correspondiente co-árbol para obtener, utilizando los conceptos de conjunto de corte y conjunto de lazo básicos (Wellstead (1979)), la expresiones

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} \; H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t \\ i_c \end{bmatrix} = 0, \quad \begin{bmatrix} -H^T \; \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_t \\ v_c \end{bmatrix} = 0, \tag{1}$$

con $i_t \in \mathbb{R}^{n-1}$ las corrientes asociadas al árbol, $i_c \in \mathbb{R}^{b-(n-1)}$ las corrientes asociadas con el co-árbol, $v_t \in \mathbb{R}^{n-1}$ las tensiones de árbol, $v_c \in \mathbb{R}^{b-(n-1)}$ las tensiones de co-árbol e $\mathbf{I}$ una matriz identidad genérica de dimensiones apropiadas. La matriz $H \in \mathbb{R}^{(n-1)\times b-(n-1)}$ es la matriz Fundamental de lazos cuyas entradas son iguales a 1 si una corriente del co-árbol apunta hacia fuera de un ámbito, -1 si apunta hacia dentro y 0 si no participa en el ámbito considerado.

Considerando que el circuito es completo (Brayton y Moser (1964)), los vectores de tensión y corriente pueden ser particionados como

$$i_t = \begin{bmatrix} -i_1 \\ i_C \\ i_R \end{bmatrix}, \; v_t = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_C \\ v_R \end{bmatrix}, \; i_c = \begin{bmatrix} i_Z \\ i_L \end{bmatrix}, \; v_c = \begin{bmatrix} v_Z \\ v_L \end{bmatrix},$$

donde $i_1, v_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ son las variables de puerto de las fuentes, $i_C, v_C \in \mathbb{R}^{n_2}$ las asociadas a capacitores y $i_R, v_R \in \mathbb{R}^{n_3}$ las correspondientes a las resistencias de árbol (líneas de transmisión), con $n_1 + n_2 + n_3 = n-1$. Respecto a las variables del co-árbol, $i_Z, v_Z \in \mathbb{R}^{n_4}$ corresponden a las variables de puerto de las resistencias (cargas) mientras que $i_L, v_L \in \mathbb{R}^{n_5}$ a los inductores, con $n_4 + n_5 = b-(n-1)$. Bajo la partición anterior, la matriz Fundamental de lazos toma la forma

$$H = \begin{bmatrix} H_{1Z} \; H_{1L} \\ H_{CZ} \; H_{CL} \\ H_{RZ} \; H_{RL} \end{bmatrix}, \tag{2}$$

donde cada sub-matriz, de dimensiones apropiadas, describe las interacciones entre los diferentes elementos del árbol y del coárbol, lo que se refleja en la asociación de los sub-índices.

Una propiedad importante es que, como se prueba en (Avila-Becerril et al (2016)), si **A.1** se satisface entonces $n_3 = n_5$, $H_{RL} = -\mathbf{I}$ y $H_{RZ} = 0$. De manera similar, bajo **A.2** se obtiene que $n_2 = n_4$, $H_{CZ} = \mathbf{I}$ y $H_{1Z} = 0$.

El modelo dinámico de la red se obtiene al recordar que las variables de puerto de los elementos almacenadores, capacitores e inductores, satisfacen las relaciones dadas por

$$\dot{q}_C = i_C, \quad v_C = \frac{\partial W(q,\lambda)}{\partial q_C}, \tag{3a}$$

$$\dot{\lambda}_L = v_L, \quad i_L = \frac{\partial W(q,\lambda)}{\partial \lambda_L}, \tag{3b}$$

donde $q_C \in \mathbb{R}^{n_2}$ son las cargas en los capacitores, $\lambda_L \in \mathbb{R}^{n_5}$ son los encadenamientos de flujo en los inductores y $W(q_C, \lambda_L) : \mathbb{R}^{n_2} \times \mathbb{R}^{n_5} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ es la energía total almacenada por estos elementos. En este trabajo se considera que todos los elementos almacenadores involucrados en la MR satisfacen relaciones constitutivas lineales, por lo que esta función toma la forma

$$W(q_C, \lambda_L) = \frac{1}{2} q_C^T C^{-1} q_C + \frac{1}{2} \lambda_L^T L^{-1} \lambda_L, \tag{4}$$

donde $C = C^T \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_2}$ y $L = L^T \in \mathbb{R}^{n_5 \times n_5}$ son las matrices positivas definidas de capacitancias e inductancias, respectivamente. En este punto es conveniente mencionar que, debido a que usualmente en MR no se modelan fenómenos de acoplamiento ni entre inductores ni entre capacitores, las matrices C y L son matrices diagonales.

Bajo las condiciones descritas, se obtiene que el modelo dinámico de la red está dado por

$$\dot{q}_C = -H_{CL} L^{-1} \lambda_L - i_Z, \tag{5a}$$

$$\dot{\lambda}_L = H_{CL}^T C^{-1} q_C + v_R + H_{1L}^T v_1, \tag{5b}$$

sujeto a la restricción algebráica

$$i_1 = H_{1L} i_L, \tag{6}$$

y con la relación constitutiva para las resistencias

$$v_R = \psi_t(i_R), \tag{7}$$

con $\psi_t : \mathbb{R}^{n_5} \to \mathbb{R}^{n_5}$ una función biyectiva.

Una característica importante del modelo presentado se refiere a la estructura considerada para los elementos disipativos representados por (7), para las resistencias de las líneas de transmisión, y por i_Z en (5), que corresponde a las corrientes que circulan por las cargas. Aunque en términos de modelado es posible incluir relaciones constitutivas no lineales, por limitaciones del análisis de estabilidad las pérdidas en las líneas serán consideradas lineales mientras que para las cargas, aunque es posible incluir no linealidades, se deberá asumir que estas satisfacen propiedades de pasividad. Esta situación se presentará de manera clara cuando se establezca el modelo completo de la red y cuando se discutan las propiedades de estabilidad del controlador interno.

La estructura de sistema HCP de (5) se evidencia si se define $x_3 = q_C$, $x_4 = \lambda_L$ y $x_{34} = \begin{bmatrix} x_3^T & x_4^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{(n_2+n_5)}$, ya que bajo estas condiciones el modelo toma la forma

$$\dot{x}_{34} = \mathbb{J}_{34} \nabla_{x34} W(x_3, x_4) - \begin{bmatrix} i_Z \\ v_R \end{bmatrix} + G_{34} v_1, \tag{8}$$

donde $\nabla_{x34} W(x_3, x_4) = \frac{\partial W(x_3,x_4)}{\partial x_{34}}$ y

$$\mathbb{J}_{34} = \begin{bmatrix} 0 & -H_{CL} \\ H_{CL}^T & 0 \end{bmatrix} = -\mathbb{J}_{34}^T, \quad G_{34} = \begin{bmatrix} 0 \\ H_{1L}^T \end{bmatrix},$$

tomando en cuenta la restricción (6).

Antes de pasar al modelado de los convertidores, una observación que es conveniente formular, porque será importante en el diseño de los esquemas de control, es el hecho de la restricción (6) representa la corriente total demandada a las fuentes. Es decir, en estas variables se refleja el efecto de las cargas por medio de una combinación lineal de las corrientes de línea.

2.2. *Modelo de los convertidores de potencia*

Como se mencionó anteriormente, se considera la existencia de n_1 convertidores alimentados en tensión que representan a las FER operando en MF. Dada esta función, se considera como variable de salida de estos dispositivos a una variable de tensión y por lo tanto su estructura está compuesta por una fuente de tensión, un dispositivo de conmutación y un filtro de salida $L_v C_v$ de segundo orden. Para estos convertidores, la energía total almacenada está dada por

$$W_1(x_1, x_2) = \frac{1}{2} x_1^T L_v x_1 + \frac{1}{2} x_2^T C_v x_2, \tag{9}$$

donde $x_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ y $x_2 \in \mathbb{R}^{n_1}$ son las corrientes en los inductores y las tensiones en los capacitores, respectivamente, mientras que $L_v = L_v^T > 0$ y $C_v = C_v^T > 0$ son matrices diagonales de inductancias y capacitancias. De esta forma, el comportamiento dinámico de esta clase de convertidores puede ser escrito en forma matricial como

$$P_{12} \dot{x}_{12} = (\mathbb{J}_{12} - R_{12}) x_{12} + \begin{bmatrix} V u_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ I_L \end{bmatrix}, \tag{10}$$

con $x_{12} = \begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{2n_1}$, $R_{12} = diag\left\{0, r^{-1}\right\}$, $r^{-1} = diag\{r_i^{-1}\}$, $i = 1, \ldots, n_1$, $P_{12} = diag\{L_v, C_v\}$ y

$$\mathbb{J}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{bmatrix} = -\mathbb{J}_{12}^T \in \mathbb{R}^{2n_1 \times 2n_1}.$$

En este modelo las variables $u_1 = col(u_{1i}) \in \mathbb{R}^{n_1}$ representan las entradas de control de cada dispositivo de potencia y $V = diag\{V_i\} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$ es la matriz que incluye a las fuentes de tensión $V_i > 0$.

Respecto a las FER, que se asume operan en mode MS, se incluyen n_4 convertidores alimentados en corriente, cuya variable de salida es una corriente, y que están constituidos por una fuente de corriente conectada en paralelo con un capacitor C_f, un dispositivo de conmutación con entrada de control u_2 y un inductor de salida L_f. La energía almacenada por estos convertidores es de la forma

$$W_2(x_5, x_6) = \frac{1}{2} x_5^T L_f x_5 + \frac{1}{2} x_6^T C_f x_6, \tag{11}$$

con $x_5 \in \mathbb{R}^{n_4}$ and $x_6 \in \mathbb{R}^{n_4}$ las corrientes de inductor y capacitor, respectivamente. De esta forma, si se define $P_{56} = diag\{L_f, C_f\}$, con $L_f = L_f^T > 0$, $C_f = C_f^T > 0$ las matrices diagonales de inductancias y capacitancias, el comportamiento dinámicos de estas FER puede ser representado como

$$P_{56}\dot{x}_{56} = [\mathbb{J}_{56}(U_2) - R_{56}]\, x_{56} + \epsilon, \tag{12}$$

donde $x_{56} = \begin{bmatrix} x_5^T & x_6^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{2n_4}$ con

$$\mathbb{J}_{56}(U_2) = \begin{bmatrix} 0 & U_2 \\ -U_2 & 0 \end{bmatrix} = -\mathbb{J}_{56}^T \in \mathbb{R}^{2n_4 \times 2n_4}, \quad \epsilon = \begin{bmatrix} -E \\ I_0 \end{bmatrix},$$

mientras que $U_2 = diag\{u_{21}, \ldots, u_{2n4}\}$, $R_{56} = diag\{R_f, r_f^{-1}\}$, $R_f = diag\{R_{fi}\}$ y $r_f^{-1} = diag\{r_{fi}^{-1}\}$, para $i = 1, \ldots, n_4$. El vector $E = col\{E_i\} \in \mathbb{R}^{n_4}$ está compuesto por las tensiones de puerto de la red $E_i \in \mathbb{R}$ e $I_0 = col\{I_{0i}\} \in \mathbb{R}^{n_4}$ es el vector de fuentes de corriente $I_{0i} > 0$.

Una característica que exhibe el modelo ((12)), reportada en (Cisneros et al (2015)), y que será fundamental para el desarrollo de los esquemas de control, es

P.1 Bajo una definición apropiada de matrices constantes antisimétricas J_i, la matriz $\mathbb{J}_{56}$ satisface

$$\mathbb{J}_{56} = J_1 u_{21} + \ldots + J_{n4} u_{2n4}. \tag{13}$$

Tomando en cuenta la propiedad (13), el modelo (12) puede ser re-escrito como

$$P_{56}\dot{x}_{56} = -R_{56}x_{56} + G_2(x_{56})u_2 + \epsilon, \tag{14}$$

con la entrada de control $u_2 = col\{u_{2i}\}$ y la matriz $G_2(x_{56}) \in \mathbb{R}^{2n_4 \times n_4}$ dada por

$$G_2(x_{56}) := \begin{bmatrix} J_1 x_{56} & \vdots & \ldots & \vdots & J_{n4} x_{56} \end{bmatrix}. \tag{15}$$

2.3. Modelo completo

El modelo completo de la MR contemplada en este trabajo se obtiene de interconectar los puertos de la red con variables f_1, e_1 y f_2, e_2 con los puertos de salida de los convertidores de potencia. Este proceso se representa por las igualdades

$$-f_1 = I_L = -H_{1L}x_4, \tag{16a}$$
$$e_1 = x_2, \tag{16b}$$
$$e_2 = E = H_{C2}^T x_3, \tag{16c}$$
$$f_2 = -x_5. \tag{16d}$$

El resultado es un sistema dinámico cuyo vector de estados es

$$x = \begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T & x_3^T & x_4^T & x_5^T & x_6^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^n,$$

de dimensión $n = 2n_1 + n_2 + n_3 + 3n_4$, y función de energía

$$W_T(x) = x^T P x, \tag{17}$$

con $P = diag\{P_{12}, P_{34}, P_{56}\} = P^T > 0$. Este sistema exhibe una estructura de la forma HCP dada por

$$P\dot{x} = [\mathbb{J}_T(U_2) - \mathbb{R}_T]\, x + \mathbb{V}u_1 + \mathbb{I}_0 - \Psi_{34}(x_{3z}), \tag{18}$$

donde $\mathbb{R}_T = diag\{0, 0, 0, R, R_f, 0\}$ mientras que

$$\mathbb{J}_T = \begin{bmatrix} 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & -H_{1L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -H_{CL} & H_{C2} & 0 \\ 0 & H_{1L}^T & H_{CL}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -H_{C2}^T & 0 & 0 & U_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -U_2 & 0 \end{bmatrix}, \mathbb{V} = \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbb{I}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_0 \end{bmatrix}, \ \Psi_{34}(x_{3z}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H_{CZ}\psi_c^{-1}(x_{3z}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

De manera similar a lo presentado anteriormente, si se considera **P.1**, este sistema puede ser re-escrito como

$$P\dot{x} = (\mathbb{J}_0 - \mathbb{R}_T)\, x + \mathbb{G}_T(x_{56})u + \mathbb{I}_0 - \Psi_{34}(x_{3z}), \tag{19}$$

considerando $u = \begin{bmatrix} u_1^T & u_2^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_1+n_4}$ y

$$\mathbb{G}_T(x_{56}) := \begin{bmatrix} \mathbb{V}_1 & \vdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \vdots & G_2(x_{56}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{V} & \vdots & \mathbb{G}_2(x_{56}) \end{bmatrix}, \tag{20}$$

donde $\mathbb{V}_1 = col\{\ V \ \ 0 \ \ 0 \ \ 0\ \}$ y la matriz $G_2(x_{56})$ definida en (15).

3. Controlador interno

Una vez que se cuenta con el modelo completo de la MG, dado por (19), en esta sección se aborda la primera parte del diseño de un esquema de control. Específicamente, se presenta un esquema del tipo CBP cuya función es la de garantizar que las variables de los convertidores de potencia tienden a ciertos valores de referencia, los cuales serán posteriormente especificados por el esquema de despacho de potencia.

Para el diseño de los controladores internos, es importante reconocer que tanto el objetivo de regulación de tensión como el de despacho de potencia se satisfacen imponiendo un comportamiento específico a las variables de los convertidores x_{12}, x_{56}. Es decir, no es necesario imponer un comportamiento específico a las variables asociadas a las líneas de transmisión x_{34}. Estas pueden evolucionar tal que de manera independiente se ajusten a la operación de la MR y el único requisito que deben satisfacer es que se mantengan acotadas.

Tomando en cuenta el escenario descrito, el primer paso para el diseño de los controladores internos es definir de manera precisa el problema de estabilización a resolver. En este sentido, se trata de un problema de seguimiento de trayectorias en el que el comportamiento deseado debe ser compatible con la estructura del sistema, por lo que se considera que las trayectorias admisibles deben ser solución de los sistemas

$$P_{12}\dot{x}_{12}^\star = (\mathbb{J}_{12} - R_{12})x_{12}^\star + \begin{bmatrix} Vu_1^\star \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ H_{1L}x_4 \end{bmatrix}, \tag{21a}$$

$$P_{56}\dot{x}_{56}^\star = -R_{56}x_{56}^\star + G_2^\star(x_{56}^\star)u_2^\star + \begin{bmatrix} -H_{C2}^T x_3 \\ I_0 \end{bmatrix}, \tag{21b}$$

en donde se consideran a las variables x_{34} como señales externas medibles y a las variables $u_1^\star$ y $u_2^\star$ como las entradas correspondientes a los comportamientos deseados $x_{12}^\star$ y $x_{56}^\star$, respectivamente. Note que el hecho de suponer conocidas las variables x_{34} es compatible con el requerimiento de que las leyes de control internas dependan de la medición de variables locales.

Para formular el problema de control, es conveniente definir las variables de error $\tilde{x}_i = x_i - x_i^\star$ con $i = 12, 56$. De esta forma, la dinámica de estas variables está dada por

$$P_{12}\dot{\tilde{x}}_{12} = (\mathbb{J}_{12} - R_{12})\tilde{x}_{12} + \begin{bmatrix} V\tilde{u}_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{22a}$$

$$P_{56}\dot{\tilde{x}}_{56} = (\mathbb{J}_{56}(U_2) - R_{56})\tilde{x}_{56} + G_2(x_{56}^\star)\tilde{u}_2. \tag{22b}$$

Así, el problema a resolver se establece como el de diseñar entradas de control u_1 y u_2 tales que

$$\lim_{t\to\infty} \tilde{x}_{12} = 0; \quad \lim_{t\to\infty} \tilde{x}_{56} = 0.$$

□

En este punto es conveniente mencionar, con fines de claridad, que en la formulación del problema de control queda implícita la transformación del problema de seguimiento de trayectorias a un problema de estabilización de un punto de equilibrio. En este caso, del punto dado por $\tilde{x}_{12} = \tilde{x}_{56} = 0$.

Por otro lado, también es importante mencionar que en el resultado que se presenta se consideran trayectorias admisibles variantes en el tiempo, como corresponde a una MR de CA. Sin embargo, el controlador propuesto es capaz de lidiar con objetivos de control que involucren comportamientos deseados para MR de Corriente Continua (CC), ya que las trayectorias admisibles pueden ser definidas para este fin.

La solución propuesta para el problema planteado se incluye en la siguiente proposición.

Proposición 1

Considere el modelo (19). Suponga que se satisfacen **A.1-A.2** y adicionalmente considere que

A.3 Las corrientes x_1, x_5 y las tensiones x_6 son medibles.

A.4 Los parámetros de los convertidores P_{12} y P_{56} son conocidos.

A.5 Las tensiones $x_2^\star$ y corrientes $x_5^\star$ admisibles son funciones continuas con primeras y segundas derivadas acotadas.

A.6 Las variables de puerto de las cargas satisfacen la propiedad de pasividad dada por

$$x_{3z}^T \psi_c^{-1}(x_{3z}) \geq 0.$$

Bajo estas condiciones, las leyes de control

$$u_1 = -V^{-1}K_{p1}\tilde{x}_1 + u_1^\star, \quad K_{p1} = K_{p1}^T > 0, \tag{23a}$$

$$u_2 = -K_{p2}y_2 + u_2^\star, \quad K_{p2} = K_{p2}^T > 0, \tag{23b}$$

con $y_2 := G_2^T(x_{56}^\star)\tilde{x}_{56}$ y $u_1^\star, u_2^\star$ obtenidas de (21), garantizan que

$$\lim_{t\to\infty} \tilde{x}_{12} = 0; \quad \lim_{t\to\infty} \tilde{x}_{56} = 0,$$

con estabilidad interna.

Prueba. Note que el sistema (22) en lazo cerrado con (23) adquiere la estructura

$$\begin{bmatrix} P_{12}\dot{\tilde{x}}_{12} \\ P_{56}\dot{\tilde{x}}_{56} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{J}_{12} - \bar{R}_{12} & 0 \\ 0 & \mathbb{J}_{56}(U_2) - \bar{R}_{56} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_{12} \\ \tilde{x}_{56} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ G_2(x_{56}^\star)K_{p2}y_2 \end{bmatrix},$$

con $\bar{R}_{12} = diag\{K_{p1}, r^{-1}\} = \bar{R}_{12}^T > 0$. Si se define la variable $\zeta = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{12}^T & \tilde{x}_{56}^T \end{bmatrix}^T$, este sistema puede ser re-escrito como

$$\bar{P}\dot{\zeta} = \left(\bar{J}(U_2) - \bar{R}\right)\zeta - \begin{bmatrix} 0 \\ G_2(x_{56}^\star)K_{p2}y_2 \end{bmatrix}, \tag{24}$$

donde $\bar{P} = diag\{P_{12}, P_{56}\}$, $\bar{R} = diag\{\bar{R}_{12}, \bar{R}_{56}\} = \bar{R}^T > 0$ y $\bar{J} = diag\{\mathbb{J}_{12}, \mathbb{J}_{56}(U_2)\} = -\bar{J}^T$.

Por otro lado, la dinámica de la red (8), considerando las interconexiones (16b) y (16d), está dada por

$$P_{34}\dot{x}_{34} = [\mathbb{J}_{34} - R_{34}]\, x_{34} - \psi_{34} + A \begin{bmatrix} \tilde{x}_{12} + x_{12}^\star \\ \tilde{x}_{56} + x_{56}^\star \end{bmatrix}, \tag{25}$$

con

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 0 & H_{C2} & 0 \\ 0 & H_{1L}^T & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Bajo el formalismo de la teoría de Sistema en Cascada (Sepulchre et al (2012)), el sistema (24) junto con (25) exhiben la forma

$$\dot{x}_{34} = f(x_{34}) + \Gamma(\zeta, \zeta^\star), \tag{26a}$$

$$\dot{\zeta} = g(\zeta), \tag{26b}$$

con la función $\Gamma(\zeta, \zeta^\star) = A(\zeta - \zeta^\star)$ donde $\zeta^\star = \begin{bmatrix} x_{12}^{\star T} & x_{56}^{\star T} \end{bmatrix}$. Más aún, bajo **A.5**, esta función satisface la desigualdad

$$|A||\zeta^\star| \leq \gamma_2,$$

para una constante positiva γ_2, y en consecuencia se obtiene que

$$|\Gamma(\zeta, \zeta^\star)| \leq |A||\zeta|. \tag{27}$$

La prueba de convergencia a cero de las variables de error se establece considerando la función de Lyapunov dada por

$$V_1(\zeta) = \frac{1}{2}\zeta^T \bar{P}\zeta, \tag{28}$$

con $\bar{P} = \bar{P}^T > 0$, tal que

$$\lambda_{\text{mín}}(\bar{P})|\zeta|^2 \leq V_1(\zeta) \leq \lambda_{\text{máx}}(\bar{P})|\zeta|^2.$$

La derivada temporal de (28) a lo largo de las trayectorias de (24) satisface

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\zeta) &= -\zeta^T\bar{R}\zeta - y_2^T K_{p2} y_2 \\ &\leq -\zeta^T\bar{R}\zeta \\ &\leq -\lambda_{\text{mín}}(\bar{R})|\zeta|^2, \end{aligned}$$

y en consecuencia (Khalil (1996)) existen constantes positivas c_1, c_2 y α tales que

$$|\zeta(t)| \leq c_1|\zeta(t_0)|e^{-\alpha(t-t_0)}, \quad \forall|\zeta(t_0)| < c_2, \tag{29}$$

probando que el punto de equilibrio $\zeta = 0$ es exponencialmente estable.

Concerniente a la estabilidad interna del sistema en lazo cerrado, es necesario establecer el acotamiento de las variables asociadas al sistema (25). Para esto, considere la función definida positiva

$$W(x_{34}) = \frac{1}{2}x_{34}^T P_{34} x_{34}, \tag{30}$$

de donde se obtiene que

$$\left(\frac{\partial W(x_{34})}{\partial x_{34}}\right)^T f(x_{34}) = -x_4^T R x_4 - x_3^T H_{CZ} \psi_c^{-1}(x_{3z}),$$

con lo que se verifica, si se cumple **A.6**, que

$$\left|\frac{\partial W(x_{34})}{\partial x_{34}}\right| \leq cW(x_{34}), \tag{31}$$

con c una constante positiva.

Con este último resultado, es posible establecer que la derivada temporal de (30) a lo largo de las taryectorias de (26) satisface

$$\begin{aligned}\dot{W}(x_{34}) &\leq \left|\left(\frac{\partial W(x_{34})}{\partial x_{34}}\right)\right| \left|\Gamma(\zeta, \zeta^\star)\right| \\ &\leq cW(x_{34})|A||\zeta|,\end{aligned}$$

para finalmente, considerando (29), obtener

$$\dot{W}(x_{34}) \leq K_1(|\zeta(0)|)e^{-\alpha t}W(x_{34}), \tag{32}$$

con K_1 una función clase $\mathcal{K}$ y $|x_{34}(t)| \geq 1$, con lo que, de acuerdo al Principo de Comparación (Khalil (1996)), se demuestra el acotamiento de $W(x_{34}(t))$ lo que implíca el acotamiento de $|x_{34}(t)|$ ya que $W(x_{34})$ es radialmente no acotada.

La prueba se concluye notando que dado que el sub-sistema $\dot{x}_{34} = f(x_{34})$ tiene un punto de equilibrio globalmente asintóticamente estable, el punto de equilibrio $(x_{34}, \zeta) = (x_{34}^\star, 0)$ es asintóticamente estable (Sepulchre et al (2012)). □

Para finalizar esta sección, dos observaciones que son importantes de presentar son:

Respecto a la flexibilidad que ofrece el esquema de control planteado, se debe notar que es posible considerar la posibilidad de que en una determinada MR existan solamente convertidores alimentados con fuentes de tensión o solamente convertidores alimentados con fuentes de corriente, ya que es posible para ambas topologías de electrónica de potencia operar ya sea en modo MF o MS definiendo adecuadamente las trayectorias admisibles. Esta situación se considera de hecho en el primer esquema de despacho de potencia que se presenta en la siguiente sección.

Con relación a la suposición **A.6**, es claro que aunque el análisis de estabilidad presentado considera la posibilidad de incluir cargas no lineales, estas deben satisfacer la propiedad de pasividad formulada. Trabajo de investigación se desarrolla actualmente para relajar esta condición e incluir una clase más amplia de cargas, por ejemplo, cargas de potencia constante, ya que aunque actualmente no se cuenta con una prueba formal de estabilidad para esta situación, se ha podido mostrar, a nivel numérico, que el controlador propuesto funciona adecuadamente en este contexto (Avila-Becerril et al (2020)).

4. Esquemas de despacho de potencia

Partiendo de la premisa que se cuenta con un controlador interno como el presentado en la sección anterior, en esta sección se realiza el compendio de tres propuestas de esquemas de despacho de potencia que, junto con el controlador interno, satisfacen una operación adecuada de una MR garantizando propiedades de estabilidad.

4.1. Operación basada en Flujos de Potencia

El primer esquema de despacho de potencia que se presenta se refiere a la alternativa ampliamente utilizada en el área de SEP y que se refiere a la solución numérica de las ecuaciones de FP.

Esta alternativa, presentada en (Avila-Becerril y Espinosa-Perez (2021)), para su desarrollo considera la existencia unicamente de convertidores alimentados con fuentes de tensión. La prueba de estabilidad del control interno del tipo CBP para esta condición de operación se establece de manera formal en esta referencia y se incluye en este trabajo con el fin de ilustrar la flexibilidad mencionada al final de la sección anterior.

Para formular las ecuaciones de FP, se parte de la premisa que la operación deseada para la red corresponde a un comportamiento sinusoidal. Bajo esta condición, el balance de potencias tanto activa como reactiva en cada nodo de la red está dado por

$$\begin{aligned}P_i &= G_{ii}\bar{V}_i^2 - \sum_{k\sim\mathcal{N}_i} \bar{V}_i\bar{V}_k(G_{ik}\cos\delta_{ik} + B_{ik}\sin\delta_{ik}), \\ Q_i &= -B_{ii}\bar{V}_i^2 - \sum_{k\sim\mathcal{N}_i} \bar{V}_i\bar{V}_k(G_{ik}\sin\delta_{ik} - B_{ik}\cos\delta_{ik}),\end{aligned} \tag{33}$$

donde

$$G_{ii} = \hat{G}_{ii} + \sum_{k\sim\mathcal{N}_i} G_{ik}, \quad B_{ii} = \hat{B}_{ii} + \sum_{k\sim\mathcal{N}_i} B_{ik},$$

son las conductancias y susceptancias en paralelo, respectivamente, formadas por las componentes propias $\hat{G}_{ii}$, $\hat{B}_{ii}$ y las correspondientes a las líneas de transmisión G_{ik}, B_{ik}. En este caso, $\bar{V}_i$ es la magnitud de la tensión en el nodo i, $\mathcal{N}_i$ es el conjunto de nodos vecinos al nodo i y $\delta_{ik} \triangleq \delta_i - \delta_k$ es la diferencia de ángulos de potencia entre el nodo i y el nodo k.

La importancia de (33) desde la perspectiva del despacho de potencia, es que en estas ecuaciones se establece la relación entre las potencias P_i, Q_i en cada nodo con la magtinud $\bar{V}_i$ y fase δ_i de las tensiones asociadas a ellos. Así, para una operación apropiada de una MR se debe considerar que

i) Para una operación MF, la tensión (magnitud y fase) deben ser especificados con el fin de cubrir el objetivo de regulación de esta variable al fungir estos nodos como referencia para la red.

ii) Para una operación MS, los valores que son impuestos están determinados por la capacidad que cada FER operando en este modo posea para aportar potencia, tanto activa como reactiva. Así, las variables dependientes son las que corresponden a la tensión.

iii) Similar a los nodos en los que se tiene una operación MS, para los nodos en los que se encuentre una carga conectada, las variables de potencia son especificadas mientras que las variables que deben ser calculadas son las correspondientes a la tensión.

En el contexto del controlador presentado en la Sección 3 la información que es de interes corresponde a la magnitud y fase de los nodos que corresponden a los convertidores de potencia, ya que estas variables determinan las trayectorias admisibles de las tensiones consideradas en **A.5**. De esta forma, las referencias requeridas por los controladores internos toman la forma

$$C_{vi}^{-1} x_{2i}^{\star} = \bar{V}_i \sin(\omega_s t + \delta_i), \tag{34}$$

donde $\bar{V}_i$ y δ_i son obtenidas de (33) mientras que $\omega_s \in \mathbb{R}$ toma el mismo valor en todas estas FER con el fin de garantizar una operación síncrona.

Para finalizar esta sección es conveniente mencionar que la solución de las ecuaciones (33) se realiza fuera de línea, por lo que este proceso no afecta a las propiedades de estabilidad establecidas en la Sección 3.

4.2. *Operación basada en Potencia Disponible*

En esta sección se presenta una segunda alternativa, reportada en (Avila-Becerril et al (2020)), para el cálculo de las trayectorias admisibles necesarias para la implementación del controlador presentado en la Sección 3. Es decir, las variables $x_2^{\star}$ y $x_5^{\star}$, ya que en este caso se considera la existencia explícita tanto de convertidores operando en MF como de convertidores operando en MS.

En este caso, se asume que las FER que corresponden al MS tienen una capacidad de generación de potencia limitada y el objetivo es extraer este valor máximo dejando el complemento necesario para satisfacer la demanda de las cargas a las FER operando en MF. En este sentido, se asume que las fuentes de tensión asociadas a los $n-1$ convertidores alimentados en tensión son capaces de proveer la potencia demandada sin poner en riesgo su función principal, que es la de garantizar la generación de una referencia de tensión.

Bajo las condiciones mencionadas, la tensión de referencia para los convertidores operando en MF se definen como

$$x_{2i}^{\star} = \sqrt{2} V_i^{rms} \cos(\omega t + \theta_{Vi}), \tag{35}$$

donde V_i^{rms} corresponde al valor efectivo de tensión deseado para la operación de la MR con ω and θ_{Vi} su frecuencia angular y fase, respectivamente. Note que, de la estructura de (21a), el valor deseado de $x_{1i}^{\star}$ queda determinado una vez que (35) es seleccionado como tensión de referencia.

Por otro lado, se considera que las fuentes de corriente asociadas a los convertidores operando en MS tienen una capacidad limitada, imponiendo la restricción que sólo es posible obtener de ellas una cantidad fija de potencias activa y reactiva, denotadas por $P_{gi}^{\star}$ y $Q_{gi}^{\star}$, respectivamente. De esta forma, para la aportación de potencia por parte de estos dispositivos se considera que su tensión de salida ha sido regulada a un valor dado por

$$E_i = \sqrt{2} E_i^{rms} \cos(\omega t + \theta_{Ei}), \tag{36}$$

lo cual implíca que su correspondiente valor de corriente debe satisfacer la expresión

$$x_{5i}^{\star} = \sqrt{2} x_{5i}^{rms} \cos(\omega t + \theta_{5i}). \tag{37}$$

Bajo un régimen de operación sinusoidal en estado estacionario, la trayectoria admisible para las corrientes $x_{5i}^{\star}$ puede expresarse en función de las potencias activa y reactiva deseadas usando las componentes en paralelo y cuadratura de su correspondiente tensión. Así, la expresión (37) puede ser re-escrita como

$$x_{5i}^{\star} = \frac{\sqrt{2}}{E_i^{rms}} \left[P_{gi}^{\star} \cos(\omega t + \theta_{vi}) + Q_{gi}^{\star} \sin(\omega t + \theta_{Ei}) \right], \tag{38}$$

donde para lidiar con la limitante principal de calcular las componentes de la señal de tensión se considera que la componente paralela está dada por

$$e_{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{2} E_i^{rms}} E_i = \cos(\omega t + \theta_{Ei}), \tag{39}$$

y la componente en cuadratura $e_{\perp}$ se obtiene de la solución del sistema dinámico dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -k_s & \omega \\ -\omega & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s \\ 0 \end{bmatrix} e_{\parallel}. \tag{40}$$

dado que su solución analítica toma la forma

$$\begin{bmatrix} e_{\parallel} \\ e_{\perp} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}, \tag{41}$$

donde $e_{\perp}$ es una señal perpendicular a $e_{\parallel}$ mientras que α determina si $e_{\perp}$ está en adelanto o atraso respecto a $e_{\parallel}$. En este sentido, para el caso de interes dado por (37), es posible considerar $\alpha = 1$ con lo que se obtiene

$$x_{5i}^{\star} = \frac{\sqrt{2}}{E_i^{rms}} \left(P_{gi}^{\star} z_1 + Q_{gi}^{\star} z_2 \right). \tag{42}$$

Finalmente, para garantizar el valor de tensión de Corriente Directa (DC) que se requiere en las variables x_{6i} de los convertidores alimentados en corriente, es posible utilizar el enfoque convencional de control primario dado por

$$P_{gi}^{\star} = x_{5i}^{\star} I_0 \left(1 - k \left(x_{5i}^{\star} - x_{5i} \right) \right), \tag{43}$$

donde $k > 0$ es la ganancia de control primario.

La característica principal del esquema presentado es que, por un lado, no afecta a las propiedades de estabilidad establecidas con anterioridad, y que evidencia la naturaleza local de los controladores propuestos.

4.3. *Operación basada en Algoritmo Dinámico*

La tercera alternativa que se presenta de esquemas para el despacho de potencia se basa en la implementación de un algoritmo dinámico cuya solución, para un balance de potencia establecido, calcula las expresiones correspondientes a las trayectorias admisibles requeridas por el esquema interno presentado en la Sección 3. Este algoritmo fue reportado inicialmente en (Avila-Becerril et al (2019)) y su versión final se encuentra en proceso de publicación en (Avila-Becerril et al (2022)).

El esquema que se presenta tiene su base en el resultado presentado en (Mylvaganam et at (2018)) y su fundamento es el de considerar que si una ecuación algebraica no lineal $h(z) = 0$ puede ser escrita en la forma $Q - \mathcal{P}(z)z = 0$ con Q dependiendo de términos conocidos y $\mathcal{P}(z)$ una matriz de dimensiones apropiadas, entonces es posible formular un sistema dinámico de la forma

$$\dot{\xi} = Q - \mathcal{P}(z)z, \tag{44a}$$
$$\dot{z} = \hat{U}(\xi, z, \Theta), \tag{44b}$$
$$\dot{\Theta} = \hat{W}(\xi, z, \Theta), \tag{44c}$$

para el cual todos sus puntos de equilibrio $(\xi^\star, z^\star, \Theta^\star)$ son localmente asintóticamente estables. De esta forma, para cualquier condición inicial $(\xi(0), z(0), \Theta(0))$ suficientemente cercana a un punto de equilibrio, es posible calcular $z^\star$, solución de $Q - \mathcal{P}(z^\star)z^\star = 0$, como $\lim_{t\to\infty} z = z^\star$.

Para el desarrollo del algoritmo, se parte de la premisa que el comportamiento deseado para las tensiones de los convertidores operando en MF es de la forma

$$x_2^\star = |x_2^\star| \sin(\omega_0 t),$$

ya que el objetivo de regulación de tensión se alcanza fijando la amplitud $|x_2^\star|$ en el valor adecuado mientras que una operación síncrona se logra fijando el valor de ω_0.

Tomando en cuenta que bajo la definición anterior la correspondiente operación de la MR en estado estacionario es de tipo sinusoidal a una frecuencia dada por ω_0, entonces la transformada de Fourier de las tensiones en los nodos asociados a los convertidores operando en MS y las cargas satisface

$$X_3(j\omega_0) = Y_1^{-1}(j\omega_0)\left\{\begin{bmatrix} -I_z(j\omega_0) \\ X_5(j\omega_0) \end{bmatrix} + Y_2(j\omega_0)X_2(j\omega_0)\right\},$$

con $Y_1(j\omega_0)$, $Y_2(j\omega_0)$ funciones de transferencia y X_2, X_5 e I_z transformadas generalizadas de Fourier, evaluadas a la frecuencia ω_0, de sus correspondientes variables en el tiempo, siendo la última la corriente que circula por las cargas.

Por otro lado, se sabe que en el dominio de la frecuencia, la potencia en los nodos que corresponden a los convertidores operando en MS y las cargas está dada por el producto entre las tensiones $X_3(j\omega_0)$ y el complejo conjugado de las corrientes $I_z^c(j\omega_0)$, $X_5^c(j\omega_0)$, por lo que esta variable se expresa como

$$\begin{bmatrix} P_z + jQ_z \\ P_s + jQ_s \end{bmatrix} = G(j\omega_0) \odot \begin{bmatrix} I_z^c(j\omega_0) \\ X_5^c(j\omega_0) \end{bmatrix}, \tag{45}$$

donde P_z, P_s y Q_z, Q_s son las potencias activa y reactiva en estos nodos, respectivamente, mientras que

$$G(j\omega_0) = Y_1^{-1}(j\omega_0)\left\{\begin{bmatrix} -I_z(j\omega_0) \\ X_5(j\omega_0) \end{bmatrix} + Y_2(j\omega_0)X_2(j\omega_0)\right\},$$

es una función de I_z, X_5 y X_2.

Como consecuencia de desarrollo presentado, es claro el hecho de que el sistema (45) exhibe una estructura de la forma $Q - \mathcal{P}(z)z = 0$. En este sentido, es posible considerar $Q = [P_z, P_s, Q_z, Q_s]$ y $z = [z_1, z_2, z_3, z_4]$ con $z_1 = \mathrm{Re}\{\mathbf{I}_z\}$, $z_2 = \mathrm{Re}\{\mathbf{X}_5\}$, $z_3 = \mathrm{Im}\{\mathbf{I}_z\}$ y $z_4 = \mathrm{Im}\{\mathbf{X}_5\}$, por lo que, para una Q determinada y la estructura de $x_2^\star$ considerada antes, el valor correspondiente de $x_5^\star$ puede ser calculado como $\lim_{t\to\infty} \hat{x}_5 = x_5^\star$ donde $\hat{x}_5 = A\sin(\omega_0 t + \phi)$ con $A = \sqrt{z_2^2 + z_4^2}$ y $\phi = \arctan(z_4/z_2)$.

Bajo las condiciones anteriores, el esquema de control que se implementa para los convertidores de potencia posee una estructura como el presentado en la Sección 3 sustituyendo la variable $x_5^\star$ por la variable $\hat{x}_5$ y la variable $x_6^\star$ por la solución de la ecuación diferencial

$$C_6\dot{\hat{x}}_6 = -R_6\hat{x}_6\hat{\hat{x}}_5\hat{u}_2 + I_o;\ \hat{\hat{x}}_5 = diag\{\hat{x}_{5i}\}.$$

La prueba de las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado incluyendo tanto al controlador interno modificado como al sistema de la forma (44) se desarrolla utilizando argumentos de sistemas en cascada como los utilizados en la Sección 3 y se desarrolla de manera completa en (Avila-Becerril et al (2022)).

5. Conclusiones

En este trabajo se presentó una compilación de resultados relacionados con la aplicación de la metodología de diseño de controladores denominada Control Basado en Pasividad para la solución al problema de control de Microrredes Eléctricas. Se ilustró como bajo este enfoque es posible proponer esquemas de control flexibles que permiten combinar un esquema de control interno básico con diferentes esquemas de despacho de potencia. Adicionalmente, se muestra que las soluciones propuestas satisfacen de una manera notable los requisitos de implementación establecidos para obtener una operación viable, confiable y atractiva desde la perspectiva práctica. En contraste con esquemas que no requieren modelo, para los esquemas propuestos se presentan pruebas formales (matemáticas) de sus propiedades de estabilidad. Respecto al trabajo futuro, actualmente se encuentran en desarrollo soluciones bajo las temáticas de control de Impedancia Virtual de Salida y de control por Caída de Velocidad.

Agradecimientos

Los resultados presentados en este trabajo han sido desarrollados en colaboración con la Dra. Sofía Ávila-Becerril, el Dr. Oscar Danilo Montoya, el Dr. Alejandro Garcés, el Dr. Juan Machado y el Dr. Isaac Ortega-Velázquez. El trabajo realizado por G. Espinosa-Pérez ha sido patrocinado por DGAPA-UNAM bajo el proyecto IN118019

Referencias

Agundis-Tinajero, G.,Segundo-Ramirez, J., Visairo-Cruz, N., Savaghebi, M., Guerrero, J.,Barocio, E., 2019. Power flow modeling of islanded AC microgrids with hierarchical control. International Journal of Electrical Power & Energy Systems 105, 28–36.

Alrayah Hassan, M., Yigang, H., 2020. Constant Power Load Stabilization in DC Microgrid Systems Using Passivity-Based Control With Nonlinear Disturbance Observer. IEEE Access 8, 92393–92406.

Avila-Becerril, S., Espinosa-Perez, G., Fernandez, P., 2016. Dynamic Characterization of Typical Electrical Circuits via Structural Properties. Mathematical Problems in Engineering 2016.

Avila-Becerril, S., Espinosa-Perez, G., Montoya, O., Garces, A., 2020. Passivity-based control of islanded microgrids with unknown power loads. IMA Journal of Mathematical Control and Information 37, 1548–1573.

Avila-Becerril, S., Espinosa-Perez, G., Machado, J., 2019. On the dynamic solution of power flow equations for microgrids control. IEEE 58th Conference on Decision and Control.

Avila-Becerril, S., Espinosa-Perez, G., 2021. Control of islanded microgrids considering power converter dynamics. International Journal of Control 94, 2520–2530.

Avila-Becerril, S., Espinosa-Perez, G., Machado, J., 2022. A Hamiltonian Control Approach for Electric Microgrids with Dynamic Power Flow Solution. AUTOMATICA. En prensa.

Bollobas, B., 2018. Modern graph theory. Springer Science & Business Media.

Brayton, R., Moser, J., 1964. A theory of nonlinear networks I. Quarterly Applied Mathematics 22, 1–33.

Cisneros, R., Pirro, M., Bergna, G., Ortega, R., Ippoliti, G., Molinas, M., 2015. Global tracking passivity-based pi control of bilinear systems: Application to the interleaved boost and modular multilevel converters. Control Engineering Practice 43, 109–119.

Guerrero, J., Chandorkar, M., Lee, T., Loh, P., 2013. Advanced control architectures for intelligent microgrids, part I: decentralized and hierarchical control. IEEE Transactions on Industrial Electronics 60, 1254–1262.

Guerrero, J., Kandari R. (Ed.), 2021. Microgrids: Modeling, Control, and Applications. Academic Press.

Hart, P.J., Goldman, J., Lasseter, R.H., Jahns, T.M., 2020. Impact of Harmonics and Unbalance on the Dynamics of Grid-Forming, Frequency-Droop-Controlled Inverters. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics 8, 976–990.

Han, H., Hou, X., Yang, J., Wu, J., Su, M., Guerrero, J., 2016. Review of power sharing control strategies for islanding operation of AC microgrids. IEEE Transactions on Smart Grid 7, 200–215.

Khalil, H., 1996. Nonlinear systems. Prentice-Hall.

Montoya, O., Gil-González, W., Avila-Becerril, S., Garces, A., Espinosa-Perez, G., 2019. Integración de REDs en Redes AC: una Familia de Controladores Basados en Pasividad. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 16, 212-221.

Mujica, H., Espinosa-Perez, G., 2014. Control no lineal basado en pasividad de motores de inducción para alto desempeño dinámico. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 11, 32–43.

Mylvaganam, T., Ortega, R., Machado, J., Astolfi, A., 2018. Dynamic zero finding for algebraic equations. European Control Conference (ECC 2018).

Ortega-Velazquez, I., Avila-Becerril, S., Espinosa-Perez, G., 2020. A Droop Approach for the Passivity–based Control of Microgrids. IFAC-PapersOnLine 53, 12962-12967.

Ortega-Velazquez, I., Avila-Becerril, S., Espinosa-Perez, G., Ojeda, R., 2021. An improved passivity-based control for inverter-based Microgrids. Congreso Nacional de Control Automático AMCA 2021.

Ortega, R., Loria, A., Nicklasson, J., Sira-Ramirez, H., 2013. Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications. Springer Science & Business Media.

Ortega, R., Romero, J.G., Borja, P., Donaire, A., 2021. PID Passivity-Based Control of Nonlinear Systems with Applications. John Wiley Sons.

Rocabert, J., Luna, A., Blaabjerg, F., Rodriguez, P., 2012. Control of power converters in AC microgrids. IEEE Transactions on Power Electronics 27, 4734–4749.

Sepulchre, R., Jankovic, M., Kokotovic, P., 2012. Constructive nonlinear control. Springer Science & Business Media.

Van del Schaft, A., 2017. L_2-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control. Springer International Publishing AG.

Wellstead, P., 1979. Introduction to physical system modelling. Academic Press London.

Zhong, Q., Hornik, T., 2013. Control of power inverters in Renewable energy and smart grid integration. Wiley.

Zhongwen, L., Chuanzhi, Z., Peng, Z., Haibin, Y., Shuhui, L., 2018. Fully Distributed Hierarchical Control of Parallel Grid-Supporting Inverters in Islanded AC Microgrids. IEEE Transactions on Industrial Informatics 14, 679–690.

Zonetti, D., Bergna-Diaz, G., Ortega, R., Monshizadeh, N., 2022. PID passivity-based droop control of power converters: Large-signal stability, robustness and performance. International Journal of Robust and Nonlinear Control 32, 1769-1795.