

Implementación del control adaptable por modelo de referencia en un sistema de deshidratación

Pablo Sánchez-Sánchez,^{a,*} José Guillermo Cebada-Reyes,^{b,*} Aideé Montiel-Martínez^a, José Fernando Reyes-Cortés^a

^aBenemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ciencias de la Electrónica, Departamento de Robótica y Control. Puebla, México

^bUniversidad Autónoma Chapingo, Departamento de Mecatrónica Agrícola. Texcoco, Estado de México

To cite this article: Sánchez-Sánchez, P., Cebada-Reyes, J. G., Montiel-Martínez, A. and Reyes-Cortés, F. 2024. Implementation of Model Reference Adaptive Control in a Dehydration System. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 21, 39-51. <https://doi.org/10.4995/riai.2023.19172>

Resumen

En este artículo se propone el uso del Control Adaptable por Modelo de Referencia (MRAC) como técnica para regular un sistema con retardo en la entrada, como caso de estudio se considera un sistema térmico representado por un deshidratador de cabina. Se realiza el análisis del sistema seleccionado para determinar las ecuaciones que describen su comportamiento, y se diseña una señal de referencia, esencial para el correcto funcionamiento del algoritmo de control. Se realiza la identificación de los parámetros del sistema térmico y la sintonización de la ganancia de adaptación. Para evaluar la estabilidad del sistema y diseñar el control se utiliza la teoría de Lyapunov. El desempeño del control propuesto se compara con otros métodos empleando el índice de desempeño (norma \mathcal{L}_2).

Palabras clave: Control Adaptable, método MRAC, Señal de referencia, sistema térmico, deshidratador, teoría de Lyapunov, índice de desempeño

Implementation of Model Reference Adaptive Control in a Dehydration System

Abstract

In this article, the use of Model Reference Adaptive Control (MRAC) is proposed as a technique to regulate a system with input delay. As a case study, a thermal system represented by a cabin dehydrator is considered. The analysis of the selected system is carried out to determine the equations that describe its behavior, and a reference signal is designed, which is essential for the proper operation of the control algorithm. The identification of the parameters of the thermal system and the tuning of the adaptation gain are performed. The theory of Lyapunov is used to evaluate the stability of the system and design the control. The performance of the proposed control is compared with other methods using the performance index (\mathcal{L}_2 norm).

Keywords: Adaptive control, MRAC method, reference signal, thermal system, dehydrator, Lyapunov theory, performance index

1. Introducción

Es común que al controlar un sistema, al inicio de la operación, sus parámetros presenten cierto grado de incertidumbre. Esta incertidumbre, llamada *incertidumbre paramétrica*, puede originarse por diversas razones, como por ejemplo, debido a variaciones en las condiciones ambientales, en el cambio de las características físicas de la planta, o la presencia de errores en las mediciones de los parámetros del sistema.

Si esta incertidumbre no se trata mediante un mecanismo de adaptación o estimación, puede provocar imprecisión o inestabilidad en el sistema de control. Además, en muchas tareas, la dinámica del sistema puede sufrir variaciones impredecibles en sus parámetros debido a causas externas. En estos casos, la estructura de control inicial podría no ser capaz de manejar adecuadamente los cambios en la planta, lo que podría requerir un rediseño continuo del control (Slotine *et al.*, 1991).

*Autor para correspondencia: jcebadar@chapingo.mx and pablo.sanchez@correo.buap.mx

Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

El control adaptable se basa en estimar los parámetros desconocidos del sistema mediante la medición de sus señales y emplear dichos parámetros para el diseño del control, ajustándose a las incertidumbres paramétricas y cambios en la dinámica del sistema. Los algoritmos adaptables, ya sean lineales o no lineales, son inherentemente no lineales y están estrechamente relacionados con la teoría de Lyapunov para su análisis y diseño (Slotine *et al.*, 1988).

El Control Adaptable por Modelo de Referencia (MRAC, por sus siglas en inglés) es un método de diseño ampliamente utilizado y ha demostrado ser efectivo en diversas aplicaciones (Landau, 1979). Este enfoque se basa en la comparación entre el *modelo de referencia del sistema* y el *sistema real*, actualizando los parámetros de control según la diferencia entre ambos.

El MRAC ha demostrado estabilidad asintótica en sistemas lineales (Van Amerongen, 1980), y capacidad para alcanzar estabilidad y un buen desempeño en sistemas no lineales (Van den Bosch, 1986). La actualización periódica del modelo puede mejorar el rendimiento de un diseño MRAC, en particular en sistemas cuyas estructuras difieren del *modelo de referencia* (Van den Bosch, 1984). Cuando el estado del sistema x no coincide con el estado del *modelo de referencia* x_m , el MRAC ajusta los parámetros del controlador para lograr convergencia (Slotine *et al.*, 1991). No obstante, si las estructuras del sistema y del *modelo de referencia* difieren, resulta inviable hallar un conjunto único de parámetros que logre un error nulo entre x y x_m (Van den Bosch, 1984), por lo que se recomienda actualizar periódicamente el modelo, sustituyendo el estado del *modelo de referencia* por el estado real del sistema, mejorando así el desempeño del controlador. Si el estado del sistema x coincide con el *modelo de referencia* x_m , no es necesario ajustar los parámetros del controlador, permitiendo generar nuevas trayectorias de referencia y adaptarse a cambios en la dinámica sin esfuerzos innecesarios. La actualización periódica del modelo, según (Van den Bosch, 1984), mejora la capacidad de prever perturbaciones y mejora el desempeño del controlador.

El control adaptable constituye una estrategia para enfrentar la incertidumbre en los parámetros del sistema y permitir su adaptación a variaciones en la dinámica. En sistemas térmicos, la incertidumbre paramétrica es aún mayor debido a los múltiples procesos involucrados y a las imprecisiones inherentes al modelo. Investigaciones recientes muestran que el enfoque del MRAC es una opción idónea para el control de sistemas térmicos. Ejemplo de ello es el estudio de (Aruna and Kumar, 2011), donde se empleó el esquema MRAC y la *regla MIT* para diseñar la ley de adaptación. De igual forma, (Duvanov *et al.*, 2020) utilizó el MRAC junto con la teoría de Lyapunov y la *regla MIT modificada* para analizar y sintetizar sistemas de control automático en objetos térmicos. Por su parte, (Singh *et al.*, 2000) exploró el uso del control adaptable en procesos multivariables de sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC), tomando como ejemplo un sistema de calefacción de ventiladores de dos zonas (FCH). Para ello, se simuló la dinámica térmica del sistema FCH y las zonas ambientales mediante un modelo no lineal.

En (Zhao *et al.*, 2020), se propone un método de MRAC para el control de deslizamiento en el sistema de frenado de vehículos. Se usan observadores basados en la teoría de Lyapunov

nov y en modos deslizantes para estimar la velocidad desconocida, demostrando efectividad y robustez en simulaciones. En (Aguilar-Ibanez *et al.*, 2021), se presenta una solución para la estabilización adaptativa de sistemas lineales de segundo orden con parámetros desconocidos, empleando una representación alternativa obtenida mediante la integración temporal. Se utiliza Control Adaptativo y backstepping para lograr estabilidad, respaldada por simulaciones. Además, en (Singh *et al.*, 2022), se propone un algoritmo de control adaptativo para secadores industriales utilizando sensores RTD para medir la temperatura. El diseño, modelado y control se realizan en MATLAB.

Este trabajo aborda la implementación del esquema MRAC en un sistema térmico para el control de la deshidratación de menta (*Mentha spicata*). Se comparan tres enfoques de control: deshidratación sin control, control clásico y control MRAC.

A partir de este punto, el artículo se estructura en cuatro secciones principales. La Sección 2 detalla el proceso de modelado y linealización de un sistema termoeléctrico en su caso general, así como la identificación de las características principales del Control Adaptable por Modelo de Referencia (MRAC) y algunas propiedades y características de la señal de referencia. La Sección 3 se dedica a la definición del caso de estudio, mientras que los resultados experimentales se presentan en la Sección 4. Por último, en la Sección 5, se exponen las conclusiones.

2. Modelado

La implementación del algoritmo MRAC requiere un *modelo de referencia* adecuado para emular el comportamiento deseado en el *sistema real* al aplicar una *señal de referencia* r .

El objetivo principal del MRAC es lograr que el *sistema real* siga la respuesta deseada del *modelo de referencia*, minimizando el error e ($e \rightarrow 0$), definido como la diferencia entre el *estado del sistema* x y el *estado del modelo de referencia* x_m .

La ley de adaptación utiliza el error e para generar el vector de parámetros estimados $\hat{\theta}$, ajustando la ley de control adaptable. La señal de control u se genera de la combinación de la ley de control adaptable, el vector de parámetros estimados $\hat{\theta}$ y la señal de referencia r , permitiendo que la planta siga al *modelo de referencia*.

La Figura 1 ilustra la estructura simplificada del algoritmo MRAC, que, aunque no se puede implementar directamente, proporciona una visión general de los elementos necesarios para su aplicación efectiva.

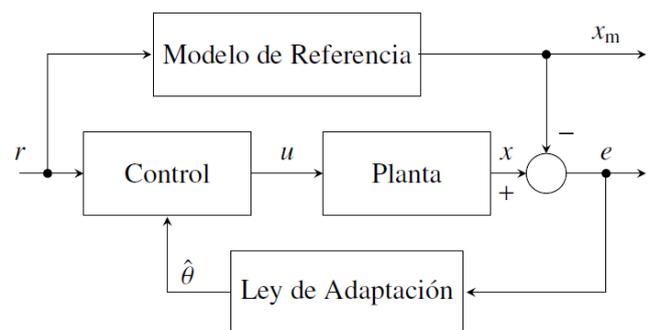


Figura 1: Estructura simplificada del algoritmo MRAC.

La sección se estructura en cuatro partes. En la primera, se describen de manera general las características principales del sistema térmico, el cual, para este caso de estudio, puede ser representado por un modelo termoeléctrico. En la segunda parte, se explica el proceso de obtención del *modelo de referencia*. La tercera parte se enfoca en el análisis de estabilidad del sistema, el diseño del proceso de identificación de los parámetros del sistema real, y el diseño de un control adaptable para un sistema con retardo en la entrada. Por último, se diseña la señal de referencia r . Estas etapas posibilitan la definición de un diagrama completo e implementable, en el cual la temperatura deseada es la entrada al sistema, tomando como punto de partida el diagrama simplificado del MRAC que se presenta en la Figura 1.

2.1. Sistema térmico

Los sistemas térmicos se refieren a procesos que implican almacenamiento y transferencia de calor. En estos sistemas, el almacenamiento de calor en un objeto se manifiesta como una temperatura más alta en comparación con otro objeto.

La transferencia de calor es un fenómeno fundamental en física e ingeniería, que ocurre a través de diferentes mecanismos como la conducción, la convección y la radiación (Cengel, 2011). La conducción implica el flujo de calor en un material sólido debido a una diferencia de temperatura, como cuando el calor fluye a través de las paredes de una casa más cálida que el exterior (Faghri *et al.*, 2010). La convección se refiere al mecanismo de transferencia de calor en un medio líquido o gaseoso, como cuando un ventilador sopla aire fresco sobre un objeto caliente y el aire se lleva parte del calor (Cengel, 2011). Por último, la radiación es el mecanismo de flujo de calor entre objetos debido a una diferencia de temperatura, sin necesidad de un medio físico, permitiendo que el calor radiante fluya a través del vacío (Faghri *et al.*, 2010).

El modelo termoeléctrico es crucial en la ingeniería termoeléctrica, ya que permite analizar las variaciones de temperatura que entran y salen del sistema (Kittel, 2005). La temperatura de entrada incrementa a medida que la corriente eléctrica fluye a través del sistema, mientras que la temperatura de salida representa la energía que se dispersa fuera del sistema, Figura 2.

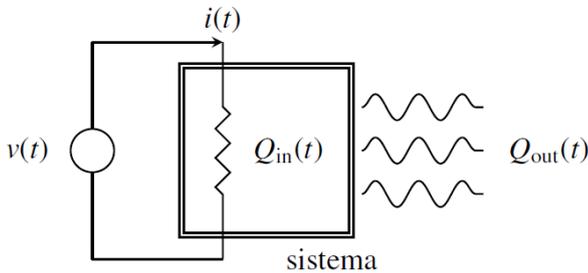


Figura 2: Sistema termoeléctrico.

Este modelo resulta particularmente útil para comprender el desempeño de dispositivos termoeléctricos, ya que permite analizar la conversión de energía eléctrica en energía térmica y viceversa (Mahan *et al.*, 1996). Además, facilita el estudio de cómo las variaciones en la temperatura inciden en el rendimiento del sistema y la implementación de medidas para mejorarlo (Dresselhaus *et al.*, 2007).

A partir del diagrama térmico ilustrado en la Figura 2, se puede modelar la transferencia de calor en el sistema usando:

$$\frac{\Delta Q(t)}{\Delta t} = Q_{in}(t) - Q_{out}(t) \quad (1)$$

donde $\Delta Q(t)$ representa la tasa de cambio de calor en el sistema en un intervalo de tiempo Δt , $Q_{in}(t)$ simboliza el calor que entra al sistema, y $Q_{out}(t)$ indica el calor que sale del sistema en el mismo intervalo de tiempo. En termodinámica, esta ecuación se conoce como *la ley del balance de calor* (Kreith and Bohn, 2019). $Q_{in}(t)$ se define como:

$$Q_{in}(t) = \alpha Q_i(t), \quad (2)$$

donde α representa la capacidad del sistema para generar calor (factor de calentamiento) y $Q_i(t)$ indica el calor generado por el consumo de corriente.

Suposición 1. La capacidad del sistema para generar calor, representada por α , no está necesariamente relacionada con el consumo de corriente. Se considera que el calor generado por el consumo de corriente $Q_i(t)$, se refiere a la energía eléctrica consumida por el sistema, la cual se convierte en calor. ■

Existen dos mecanismos fundamentales que causan la variación de la temperatura de salida en el sistema termodinámico: la convección y la radiación. En términos prácticos, la convección se describe utilizando la *ley de enfriamiento de Newton*, la cual establece la relación entre la tasa de transferencia de calor y la diferencia de temperatura entre el sistema y su entorno (Zhao, 2022). Esta ley se define como:

$$Q_{out_c}(t) = k_T [T(t) - T_e(t)] \quad (3)$$

donde $T(t)$ es la temperatura del sistema, $T_e(t)$ es la temperatura del entorno, y k_T es la constante de pérdida para el entorno, la cual se define como:

$$k_T = \mu A \quad (4)$$

donde μ es el coeficiente de transferencia de calor, y A es el área de la superficie que tiene que entregar calor al entorno.

La ley de Stefan-Boltzmann es un principio fundamental en la física de la radiación y es consecuencia directa del principio cero de la termodinámica, (Giddings, 2016). Esta ley se usa para describir el mecanismo de radiación a través de la siguiente ecuación:

$$Q_{out_r}(t) = \varepsilon \sigma A [T(t)^4 - T_e(t)^4] \quad (5)$$

donde ε es la emisividad, y σ es la constante de Stefan-Boltzmann.

El *calor de salida* $Q_{out}(t)$ se obtiene a partir de *calor de salida por convección* $Q_{out_c}(t)$, representado en (3), y el *calor de salida por radiación* $Q_{out_r}(t)$, descrito en (5), tal que:

$$Q_{out}(t) = \underbrace{k_T [T(t) - T_e(t)]}_{\text{convección}} + \underbrace{\varepsilon \sigma A [T(t)^4 - T_e(t)^4]}_{\text{radiación}} \quad (6)$$

Al sustituir (2) y (6) en (1), se obtienen las variaciones de temperatura que entran y salen del sistema termodinámico. La ecuación resultante se establece de la siguiente forma:

$$\frac{\Delta Q(t)}{\Delta t} = \alpha Q_i(t) - k_T [T(t) - T_e(t)] - \varepsilon \sigma A [T(t)^4 - T_e(t)^4] \quad (7)$$

Sustituyendo (4) en la parte de convección de (7) se obtiene:

$$\frac{\Delta Q(t)}{\Delta t} = \alpha Q_i(t) + \mu A [T_e(t) - T(t)] + \varepsilon \sigma A [T_e(t)^4 - T(t)^4]. \quad (8)$$

Esta ecuación permite analizar el comportamiento termodinámico del sistema considerando tanto la contribución de la convección como de la radiación en la transferencia de calor, (Giddings, 2016).

Usando el concepto de derivada, se define (8) como:

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \alpha Q_i(t) + \mu A [T_e(t) - T(t)] + \varepsilon \sigma A [T_e(t)^4 - T(t)^4]. \quad (9)$$

Siguiendo el *principio de conservación de la energía*, el calor $Q(t)$ (liberado o absorbido) se puede determinar mediante la siguiente ecuación:

$$Q(t) = mc_p [T(t) - T_d] \quad (10)$$

donde m representa la masa del sistema, c_p denota el calor específico (capacidad calorífica), y T_d es la temperatura deseada, la cual se mantiene constante (Dincer, 2002). El término $T(t) - T_d$ refleja el cambio de temperatura experimentado por el sistema.

Al derivar (10) con respecto al tiempo, se obtiene:

$$\frac{dQ(t)}{dt} = mc_p \frac{dT(t)}{dt} - mc_p \frac{dT_d}{dt} = mc_p \frac{dT(t)}{dt}. \quad (11)$$

El modelo del sistema termoeléctrico se puede obtener mediante la sustitución de (11) en (9), dando como resultado:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \underbrace{\frac{\alpha Q_i(t)}{mc_p} + \frac{\mu A}{mc_p} [T_e(t) - T(t)] + \frac{\varepsilon \sigma A}{mc_p} [T_e(t)^4 - T(t)^4]}_{f(t)}. \quad (12)$$

La ecuación estacionaria se obtiene al igualar la derivada en la ecuación diferencial (12) a cero (ecuación homogénea), lo que resulta en:

$$\frac{\alpha Q_i(t)}{mc_p} + \frac{\mu A}{mc_p} [T_e(t) - T(t)] + \frac{\varepsilon \sigma A}{mc_p} [T_e(t)^4 - T(t)^4] = 0. \quad (13)$$

Resolver la ecuación estacionaria permite identificar un punto de equilibrio del sistema, definido a través de las raíces del polinomio característico (estado estacionario). Para obtener el polinomio característico, es necesario factorizar (13), lo que conduce a la siguiente expresión:

$$\varepsilon \sigma A T(t)^4 + \mu A T(t) - [\alpha Q_i(t) + \mu A T_e(t) + \varepsilon \sigma A T_e(t)^4] = 0. \quad (14)$$

Como se puede observar, al resolver (14), se obtienen cuatro raíces. Dadas las características del sistema, el valor de interés es la raíz real positiva de $T(t)$.

Para linealizar el sistema descrito en (13), es necesario utilizar la derivada parcial con respecto a $T(t)$ y $Q_i(t)$. Al hacerlo, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\left. \frac{\partial f(t)}{\partial T(t)} \right|_{T_s, Q_{is}} = -\frac{\mu A}{mc_p} - \frac{4\varepsilon \sigma A}{mc_p} T_s^3 \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial f(t)}{\partial Q_i(t)} \right|_{T_s, Q_{is}} = \frac{\alpha}{mc_p} \quad (16)$$

donde T_s es la temperatura del sistema y Q_{is} representa el calor generado por el consumo de corriente, ambas en el estado estacionario. Es importante tener en cuenta que T_s y Q_{is} son constantes. Además, se evalúa (12) en el punto de operación, de modo que

$$f(t) \Big|_{T_s, Q_{is}} = \frac{dT(t)}{dt} \Big|_{T_s, Q_{is}}. \quad (17)$$

Aplicando la serie de Taylor

$$\begin{aligned} \frac{dT(t)}{dt} &= \left. \frac{\partial f(t)}{\partial T(t)} \right|_{T_s, Q_{is}} [T(t) - T_s] + \left. \frac{\partial f(t)}{\partial Q_i(t)} \right|_{T_s, Q_{is}} [Q_i(t) - Q_{is}] \\ &+ f(t) \Big|_{T_s, Q_{is}} \end{aligned} \quad (18)$$

a las ecuaciones (15), (16) y (17), se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{dT(t)}{dt} &= -\left(\frac{\mu A}{mc_p} + \frac{4\varepsilon \sigma A}{mc_p} T_s^3 \right) [T(t) - T_s] + \left. \frac{dT(t)}{dt} \right|_{T_s, Q_{is}} \\ &+ \frac{\alpha}{mc_p} [Q_i(t) - Q_{is}]. \end{aligned} \quad (19)$$

En el análisis de sistemas térmicos, es esencial considerar un retardo temporal debido a la naturaleza no instantánea de estos sistemas. Por lo tanto, se introduce la siguiente ecuación:

$$Q_i(t) - Q_{is} \triangleq H(t - \phi) \Delta Q_i(t - \phi) \quad (20)$$

donde $H(t - \phi)$ es la función de Heaviside, y $\phi > 0$ es el tiempo de retardo. Este término refleja el retraso en el tiempo que experimenta la señal de entrada en el sistema térmico antes de afectar su salida. Se establecen las siguientes relaciones:

$$\Delta T(t) \triangleq T(t) - T_s \quad (21)$$

$$\frac{d\Delta T(t)}{dt} \triangleq \frac{dT(t)}{dt} - \left. \frac{dT(t)}{dt} \right|_{T_s, Q_{is}}. \quad (22)$$

Sustituyendo estas relaciones en (19), se obtiene:

$$\frac{d\Delta T(t)}{dt} = -\frac{(\mu + 4\varepsilon \sigma T_s^3) A \Delta T(t)}{mc_p} + \frac{\alpha H(t - \phi) \Delta Q_i(t - \phi)}{mc_p}. \quad (23)$$

La transformada de Laplace de (23) es:

$$s\Delta T(s) = -\frac{(\mu + 4\varepsilon \sigma T_s^3) A}{mc_p} \Delta T(s) + \frac{\alpha}{mc_p} \Delta Q_i(s) e^{-\phi s}. \quad (24)$$

La función de transferencia del sistema térmico es:

$$G(s) = \frac{\Delta T(s)}{\Delta Q_i(s)} = \frac{b}{s + a} e^{-\phi s} \quad (25)$$

donde

$$a = \frac{(\mu + 4\varepsilon \sigma T_s^3) A}{mc_p} \quad (26)$$

$$b = \frac{\alpha}{mc_p} \quad (27)$$

donde a y b son parámetros desconocidos.

2.2. Modelo de referencia basado en el sistema térmico

La planta descrita en (25) caracteriza un sistema dinámico de primer orden. No obstante, debido a la naturaleza termodinámica del sistema, se presenta un retardo en su comportamiento. Con el fin de modelar el sistema de manera más precisa, se emplea la representación general de un sistema de primer orden con retardo en la entrada, la cual se define como:

$$\dot{x}(t) = -ax(t) + bu(t - \phi) \quad (28)$$

donde a y b son parámetros desconocidos, aunque se conoce el signo de b . El término $u(t - \phi)$ es la entrada con retardo, mientras que el término ϕ es el retardo temporal de dicha entrada.

El propósito del control consiste en establecer una ley $u(t - \phi)$ apropiada para asegurar que todas las señales en el sistema de lazo cerrado estén acotadas y que la variable de estado $x(t)$ siga al estado $x_m(t)$ del *modelo de referencia*, el cual se define mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{x}_m(t) = -a_m x_m(t) + b_m r(t - \phi). \quad (29)$$

Esta ecuación es aplicable para cualquier señal continua a trozos $r(t - \phi)$, donde $a_m > 0$ y $b_m > 0$ son parámetros conocidos, $x_m(t)$ y $r(t - \phi)$ son parámetros medibles en cada instante t .

Suposición 2. Se elige a_m , b_m , y $r(t - \phi)$ de tal manera que $x_m(t)$ describe la respuesta deseada del estado de la planta. ■

Al aplicar Laplace a (29), se obtiene:

$$x_m(s) = \frac{b_m}{s + a_m} r(s) e^{-\phi s}. \quad (30)$$

Para lograr que $x = x(t)$ siga a $x_m = x_m(t)$ ante cualquier señal de entrada de referencia $r(t - \phi)$, se selecciona una ley de control de manera que la función de transferencia de la planta en lazo cerrado coincida con la del *modelo de referencia*.

Para el caso específico del sistema térmico (caso de estudio), se define el *modelo de referencia* con base en (25) como:

$$G_m(s) = \frac{\frac{\alpha}{m_m c_{pm}}}{s + \frac{(\mu + 4\epsilon\sigma T_s^3) A_m}{m_m c_{pm}}} e^{-\phi s} = \frac{b_m}{s + a_m} e^{-\phi s} \quad (31)$$

donde m_m representa la masa del sistema, c_{pm} es el calor específico, y A_m es el área superficial disponible para transferir calor al entorno. Estas variables son fundamentales para definir el *modelo de referencia*.

2.3. Control Adaptable de sistemas con retardo en la entrada

La dinámica del error se describe mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_m \quad (32)$$

$$= \left[-ax + bu(t - \phi) \right] - \left[-a_m x_m + b_m r(t - \phi) \right] \\ = -ax + bu(t - \phi) + a_m x_m - b_m r(t - \phi). \quad (33)$$

Esta ecuación se obtiene a partir de la planta descrita en (28), y el *modelo de referencia* definido en (29).

Se le agrega a (33) un cero de la forma:

$$a_m x - a_m x = 0, \quad (34)$$

resultando en la siguiente modificación:

$$\dot{e} = -ax + bu(t - \phi) + a_m x_m - b_m r(t - \phi) + a_m x - a_m x \\ = -a_m (x - x_m) - (a - a_m) x + bu(t - \phi) - b_m r(t - \phi). \quad (35)$$

Se define el error como:

$$e = x - x_m, \quad (36)$$

permitiendo reescribir (35) de la siguiente forma:

$$\dot{e} = -a_m e - (a - a_m) x + bu(t - \phi) - b_m r(t - \phi). \quad (37)$$

Para asegurar que el error tienda a cero, es decir,

$$e \rightarrow 0, \quad (38)$$

se propone la siguiente función positiva definida y continuamente diferenciable:

$$V(e) = \frac{1}{2} e^2. \quad (39)$$

Al derivar (39), se obtiene:

$$\dot{V}(e, \dot{e}) = \dot{V} = e\dot{e}. \quad (40)$$

Sustituyendo (37) en (40) se encuentra:

$$\dot{V} = e \left[-a_m e - (a - a_m) x + bu(t - \phi) - b_m r(t - \phi) \right] \\ = -a_m e^2 + e \left[-(a - a_m) x + bu(t - \phi) - b_m r(t - \phi) \right]. \quad (41)$$

Para que se cumpla (38), se requiere que el segundo término de (41) sea igual a cero:

$$-(a - a_m) x + bu(t - \phi) - b_m r(t - \phi) = 0. \quad (42)$$

Despejando la entrada $u(t - \phi)$ de (42), se obtiene:

$$u(t - \phi) = \frac{(a - a_m)}{b} x + \frac{b_m}{b} r(t - \phi). \quad (43)$$

Suposición 3. Se supone que $b \neq 0$, es decir, que la planta (28) es controlable. ■

Al sustituir (43) en (41) se obtiene

$$\dot{V} = -a_m e^2 \leq 0. \quad (44)$$

Se puede reescribir (43) de la siguiente forma:

$$u(t - \phi) = kx + lr(t - \phi), \quad (45)$$

donde

$$k = \frac{(a - a_m)}{b} \quad (46)$$

$$l = \frac{b_m}{b}. \quad (47)$$

La ley de control descrita en (45) garantiza que la función de transferencia de la planta en lazo cerrado coincide con la función de transferencia del *modelo de referencia*. El algoritmo de control se diseña para hacer que la planta emule el comportamiento del *modelo de referencia*. Debe tenerse en cuenta que para cualquier señal de referencia acotada $r(t - \phi)$ esta ley de control asegura que la salida del sistema x y la salida deseada del *modelo de referencia* x_m sean idénticas para todo $t \geq 0$.

En un escenario ideal, las condiciones iniciales del sistema, representadas por $x(0)$, deberían coincidir con las del modelo de referencia, denotado como $x_m(0)$. Sin embargo, dicha coincidencia resulta improbable en las circunstancias reales.

En el caso real, es decir, cuando las condiciones iniciales del sistema no son iguales a las del *modelo de referencia*, la ley de control garantiza que la diferencia entre la salida real y la salida del *modelo de referencia*, es decir, el error $e = |x(t) - x_m(t)|$, converge a cero de manera exponencial.

Cabe destacar que (45) no se puede implementar debido a que los parámetros a y b de la planta son desconocidos. Basándose en (45) y usando el *principio de equivalencia cierta*, se propone la siguiente ley de control:

$$u(t - \phi) = \hat{k}x + \hat{l}r(t - \phi) \quad (48)$$

donde \hat{k} y \hat{l} son los valores estimados de (46) y (47), respectivamente. Estos valores estimados están definidos como:

$$\hat{k} \triangleq k + \tilde{k} \quad (49)$$

$$\hat{l} \triangleq l + \tilde{l}, \quad (50)$$

donde $\tilde{(\cdot)}$ representa el error de (\cdot) .

Sustituyendo (49) y (50) en (48), se obtiene lo siguiente:

$$u(t - \phi) = kx + lr(t - \phi) + (\hat{k} - k)x + (\hat{l} - l)r(t - \phi). \quad (51)$$

Se definen las siguientes variables auxiliares:

$$\varphi^T \theta \triangleq kx + lr(t - \phi) = \begin{bmatrix} x & r(t - \phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ l \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$\varphi^T \tilde{\theta} \triangleq \tilde{k}x + \tilde{l}r(t - \phi) = \begin{bmatrix} x & r(t - \phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{k} \\ \tilde{l} \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$\varphi^T \hat{\theta} \triangleq \hat{k}x + \hat{l}r(t - \phi) = \begin{bmatrix} x & r(t - \phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k} \\ \hat{l} \end{bmatrix} \quad (54)$$

donde $\varphi \in \mathbb{R}^n$ representa el vector de parámetros conocidos y medibles, $\theta \in \mathbb{R}^n$ es el vector de parámetros reales y desconocidos, el cual es constante, $\tilde{\theta} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de error paramétrico y $\hat{\theta} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de parámetros estimados.

Usando las variables auxiliares es posible reescribir (51) de la siguiente forma:

$$u(t - \phi) = \varphi^T \theta + \varphi^T \tilde{\theta} = \varphi^T (\theta + \tilde{\theta}) = \varphi^T \hat{\theta}, \quad (55)$$

Al realizar la sustitución de (55) en (28), se obtiene:

$$\dot{x}(t) = -ax + b \left[\varphi^T \theta + \varphi^T \tilde{\theta} \right]. \quad (56)$$

Sustituyendo (29) y (56) en (32), se llega a:

$$\dot{e} = -ax + b \left[\varphi^T \theta + \varphi^T \tilde{\theta} \right] + a_m x_m - b_m r(t - \phi). \quad (57)$$

Al agregar (34) a (57), se obtiene:

$$\dot{e} = -ax + b \left[\varphi^T \theta + \varphi^T \tilde{\theta} \right] + a_m x_m - b_m r(t - \phi) + a_m x - a_m x, \quad (58)$$

lo cual resulta en:

$$\dot{e} = -a_m (x - x_m) - (a - a_m) x + b \left[\varphi^T \theta + \varphi^T \tilde{\theta} \right] - b_m r(t - \phi). \quad (59)$$

Al sustituir (36) en (59), se tiene:

$$\dot{e} = -a_m e - (a - a_m) x + b \varphi^T \theta + b \varphi^T \tilde{\theta} - b_m r(t - \phi). \quad (60)$$

Reemplazando (52) en (60), se llega a:

$$\dot{e} = -a_m e - (a - a_m) x + b \left[kx + lr(t - \phi) \right] + b \varphi^T \tilde{\theta} - b_m r(t - \phi) \quad (61)$$

Esto permite sustituir (46) y (47) en (61) para obtener:

$$\dot{e} = -a_m e + b \varphi^T \tilde{\theta}. \quad (62)$$

Se propone la siguiente función positiva definida y continuamente diferenciable:

$$V(e, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2} \left[e^2 + \frac{b}{\gamma} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \right], \quad (63)$$

donde $\gamma \in \mathbb{R}$ representa la ganancia de adaptación.

Al derivar (63), se obtiene:

$$\dot{V}(e, \dot{e}, \tilde{\theta}, \dot{\tilde{\theta}}) = \dot{V} = e\dot{e} + \frac{b}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}}. \quad (64)$$

Al sustituir (62) en (64), se llega a:

$$\dot{V} = e \left[-a_m e + b \varphi^T \tilde{\theta} \right] + \frac{b}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} = -a_m e^2 + \underbrace{eb \varphi^T \tilde{\theta} + \frac{b}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}}}_{\pi} \quad (65)$$

El término π en (65) se define para cumplir con (38), lo que implica que debe ser igual a cero, es decir:

$$eb \varphi^T \tilde{\theta} + \frac{b}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} = \tilde{\theta}^T \varphi e b + \frac{b}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} = b \tilde{\theta}^T \left[\varphi e + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\theta}} \right] = 0 \quad (66)$$

De (66) se puede concluir que

$$\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}} - \dot{\theta} = -\gamma \varphi e \quad (67)$$

y como $\dot{\theta} = \mathbf{0}$ debido a que θ es constante, se puede definir la siguiente ley de adaptación:

$$\dot{\hat{\theta}} = \dot{\tilde{\theta}} = -\gamma \varphi e. \quad (68)$$

Al realizar la sustitución de (68) en (65), se obtiene:

$$\dot{V} = -a_m e^2 \leq 0 \quad (69)$$

donde \dot{V} es semi-definida negativa, lo que implica que el estado x , definido como:

$$x = \begin{bmatrix} e \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix}, \quad (70)$$

está acotado. Esto significa que el punto de equilibrio del sistema es estable.

Se puede expresar (69) de la siguiente manera:

$$\dot{V} = -a_m |e|^2 \leq 0. \quad (71)$$

El siguiente lema se utiliza para demostrar que $\dot{V} \rightarrow 0$ y, por lo tanto, $e \rightarrow 0$ y $\tilde{\theta} \rightarrow \mathbf{0}$ son verdaderos.

Lema 4.3. (Lyapunov-Like Lemma) [Slotine et al., 1991], Cap. 4, Sección 4.5, pp. 125] Si una función escalar $V(\mathbf{x}, t)$ cumple con las siguientes condiciones:

- $V(\mathbf{x}, t)$ está acotada por debajo
- $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$ es negativo semi-definida
- $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$ es uniformemente continua en el tiempo

entonces $\dot{V}(\mathbf{x}, t) \rightarrow 0$ a medida que $t \rightarrow \infty$. ■

El Lema 4.3. (Lyapunov-Like Lemma) establece que $\dot{V} \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$ si (71) es uniformemente continuo. Una condición suficiente para que (71) sea considerado uniformemente continuo es que su derivada \dot{V} sea acotada.

Se deriva (71), de tal manera que

$$\dot{V} = -2a_m \|e\| \quad (72)$$

es acotada. Como resultado, se puede concluir que $\dot{V} \rightarrow 0$ y, por lo tanto, $e \rightarrow 0$ y $\theta \rightarrow \mathbf{0}$ cuando $t \rightarrow \infty$.

2.4. Diseño de la señal de referencia de entrada

Para asegurar el cumplimiento de la tarea deseada tanto por el modelo de referencia como por la planta, es necesario diseñar una estructura de control capaz de generar la señal de referencia $r(t - \phi)$. Esta señal le permitirá al modelo de referencia seguir la entrada deseada \mathbf{x}_d y, al mismo tiempo, le proporcionará al control adaptable la señal para que la planta siga la salida del modelo de referencia \mathbf{x}_m , Figura 3, al garantizar que el error $\tilde{\mathbf{x}}_m = \mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m$ converja a cero, lo que asegura que $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_m \rightarrow \mathbf{x}_d$.

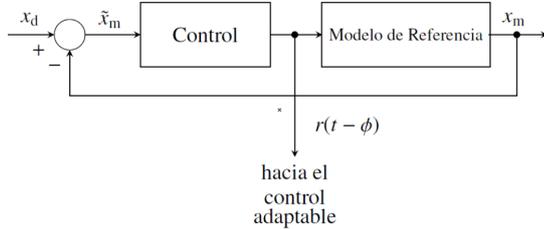


Figura 3: Sistema de control en lazo cerrado.

Para generar la señal de referencia se usa el controlador PID

$$r(t - \phi) = k_p \tilde{\mathbf{x}}_m + k_p t_d \frac{d}{dt}(\tilde{\mathbf{x}}_m) + k_i \int_{t_0}^{t_1} \tilde{\mathbf{x}}_m dt \quad (73)$$

donde k_p es la ganancia proporcional, t_d es el tiempo derivativo, $\tilde{\mathbf{x}}_m$ es la señal de error, y k_i es la ganancia integral.

Se define la siguiente relación

$$k_d \triangleq k_p t_d \quad (74)$$

donde k_d es la ganancia derivativa, y así se puede redefinir (73) como

$$r(t - \phi) = k_p \tilde{\mathbf{x}}_m + k_d \frac{d}{dt}(\tilde{\mathbf{x}}_m) + k_i \int \tilde{\mathbf{x}}_m dt. \quad (75)$$

Observación 1. Las variables que se han empleado constituyen una representación generalizada del control adaptable. No obstante, para el caso de estudio resulta necesario definir de manera

particular las variables que se utilizarán. Por lo que se establecen las siguientes relaciones:

$$T \triangleq \mathbf{x} \quad (76)$$

$$T_d \triangleq \mathbf{x}_d \quad (77)$$

$$T_m \triangleq \mathbf{x}_m \quad (78)$$

$$\Delta T_m \triangleq \tilde{\mathbf{x}}_m \quad (79)$$

3. Caso de estudio: Deshidratador

La deshidratación es una técnica antigua y efectiva para conservar alimentos, especialmente aquellos con alto contenido de agua, como frutas, verduras y hierbas, que son susceptibles al crecimiento de patógenos y descomposición (Maisnam et al., 2017; Michailidis et al., 2014). Esta técnica es crucial en países en desarrollo, como México, donde el mal almacenamiento, transporte y enfriamiento contribuyen a la pérdida del 35 % de la producción total de alimentos (KC et al., 2016; World Bank Group Mexico, 2018). Las plantas deshidratadas se usan en medicina herbal, como en el caso de la menta (Mahendran et al., 2021; Martinez, 1996; Garcia et al., 2012).

Dado que la deshidratación es la técnica más utilizada para la conservación de alimentos, los investigadores están desarrollando y estudiando diferentes tipos de máquinas de deshidratación. En 2006, Doymaz investigó el comportamiento del secado en capas finas de hojas de menta en un horno de secado a temperaturas que van desde 35°C hasta 60°C, encontrando que a temperaturas superiores a 50°C, los componentes bioquímicos se degradan (Doymaz, 2006). Por su parte, en 2014, García descubrió que los aceites esenciales se degradan lentamente a temperaturas que van desde 35°C hasta 40°C en un horno de deshidratación (García Navarrete, 2014). En otro estudio, Arslan evaluó la deshidratación de la menta utilizando un horno de microondas y comparó los resultados obtenidos con el secado solar. Se determinó que el secado en un horno de microondas a una temperatura controlada de 50°C podría reducir eficazmente la degradación de la calidad nutricional y comercial de las sustancias activas de la menta (Arslan, 2010).

3.1. Descripción del sistema deshidratador

La Figura 4 muestra un deshidratador solar diseñado para secar hasta 2 kilogramos de producto fresco.

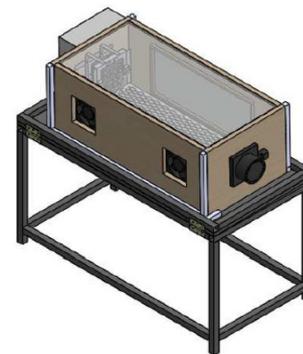


Figura 4: Deshidratador solar de cabina directa.

El deshidratador tiene tres ventilas, cada una con un ventilador como actuador. Dos ventiladores en el lado lateral se utilizan para introducir aire fresco en la cabina, mientras que el ventilador frontal extrae el aire caliente del sistema. Cuando la temperatura exterior disminuye, el sistema tiene una placa térmica que funciona a 60 vatios para aumentar la temperatura.

El hardware utilizado consta de una placa **Arduino UNO R3** para controlar los actuadores mediante la información de la computadora; una placa **Arduino Nano** para obtener datos de los sensores de temperatura **DTH22**, del sensor de humedad capacitivo y del termistor, acondicionando la señal para su transmisión a la computadora. Además, se utiliza un controlador de motor **VNH5019** (puente H) que regula la velocidad de los ventiladores mediante un voltaje estimado \hat{V} que depende del error de temperatura ΔT y su derivada, Figura 5.

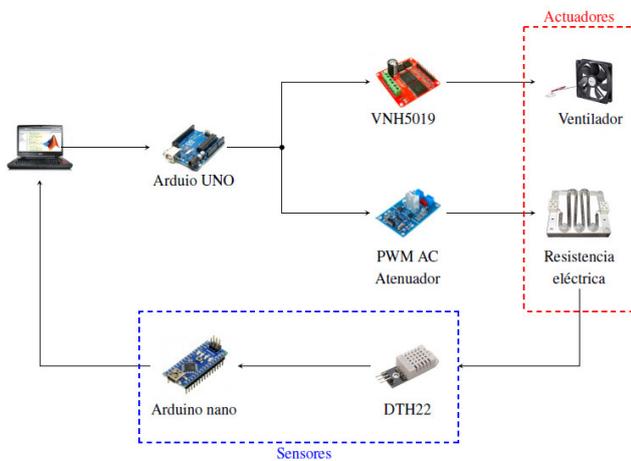


Figura 5: Lazo de control del deshidratador (hardware).

El sistema además incluye un módulo **PWM AC dimmer para Arduino** que regula el ángulo de fase AC que pasa a través del resistor usando la modulación de ancho de pulso (PWM). El objetivo de este módulo es aumentar y mantener las temperaturas internas en los rangos deseados para que el deshidratador tenga un comportamiento híbrido, es decir, utiliza tanto la energía solar como la eléctrica.

En cada esquina del deshidratador se instala un sensor de temperatura **DTH22** para obtener la temperatura promedio T_a , definida como

$$T_a = \frac{\sum_{i=1}^n T_{mi}}{n}, \quad (80)$$

donde n representa el número de sensores y T_{mi} es la medición del i -ésimo sensor de temperatura para $i = 1, \dots, n = 4$.

Suposición 4. Se considera la temperatura promedio como la temperatura real dentro del deshidratador, es decir.

$$T(t) \triangleq T_a(t). \quad (81)$$

■

La Figura 6 muestra una vista de sección transversal que nos permite ver dónde están ubicados los sensores de temperatura.

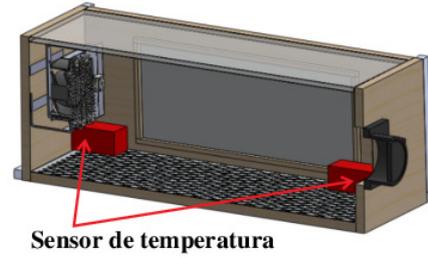


Figura 6: Ubicación de los sensores de temperatura (sección transversal).

La Tabla 1 muestra los parámetros que se utilizarán para definir numéricamente al *modelo de referencia*.

Tabla 1: Parámetros térmicos

Cantidad	Símbolo	Valor
Temperatura inicial	T_0	296.15 K (23°C)
Temperatura ambiente	T_e	296.15 K (23°C)
Calor (emitido o absorbido)	Q	0 to 60 W
Coefficiente del calentador	α	14.00 W/(% calentador)
Calor específico (Heat capacity)	c_{pm}	1004.16 J/kg-K
Área superficial	A_m	0.32 m ² (3200 cm ²)
Masa	m_m	2 kg (2000 g)
Coefficiente de transferencia de calor	μ	58.7681 W/m ² -K
Emisividad	ε	0.9
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	5.67×10^{-8} W/m ² -K ⁴

3.2. Implementación de MRAC

En la Figura 7 se presenta el diagrama a bloques que se usa para implementar el algoritmo MRAC.

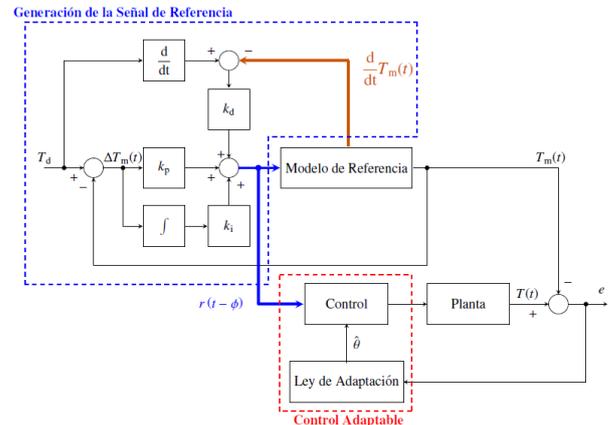


Figura 7: Diagrama de implementación del bloque MRAC.

La primera etapa consiste en generar la señal de referencia $r(t - \phi)$ mediante el uso de una estructura de control. Para este fin, se recurre al controlador definido en (75). Este controlador requiere de dos señales de entrada. En primer lugar, se requiere del error de temperatura $\Delta T_m(t)$, el cual se define como la diferencia entre la temperatura deseada T_d y la señal de la salida del *modelo de referencia* $T_m(t)$. En segundo lugar, el controlador requiere de la derivada de $T_m(t)$, la cual se obtiene a partir de las señales provenientes del modelo de referencia, Figura 7.

En la segunda etapa, se emplea la ley de adaptación definida en (68), con el objetivo de estimar los parámetros desconocidos de la planta y ajustar la ley de control descrita en (48). La aplicación de esta ley es crucial, ya que garantiza que la respuesta de la planta siga la respuesta del *modelo de referencia* y que, a su vez, este último siga la señal deseada, es decir $T \rightarrow T_m \rightarrow T_d$.

3.2.1. Modelo de referencia

Para describir la ecuación característica del *modelo de referencia* a partir de (14), se aplica el *principio de equivalencia cierta*, lo que resulta en la siguiente ecuación:

$$\varepsilon\sigma A_m T(t)^4 + \mu A_m T(t) - \left[\alpha Q_i(t) + \mu A_m T_e(t) + \varepsilon\sigma A_m T_e(t)^4 \right] = 0 \quad (82)$$

Usando los parámetros definidos en la Tabla 1, se reescribe (82) como:

$$16.330 \times 10^{-9} T(t)^4 + 18.8058 T(t) - 5606.9 = 0. \quad (83)$$

Al evaluar (83) y obtener las raíces de $T(t)$, se considera la raíz real positiva de interés:

$$T_s = 291.8502 \text{ K} \quad (84)$$

cuando $Q_{is} = 0 \text{ W}$.

El valor de (84) permite definir el estado estacionario del modelo como:

$$(Q_{is}, T_s) = (0, 291.8502). \quad (85)$$

La función de transferencia del *modelo de referencia*, obtenida a partir de (31), es:

$$G_m(s) = \frac{0.0070}{s + 0.0102} e^{-323.6s} = \frac{0.6816}{97.7905s + 1} e^{-323.6s}, \quad (86)$$

cuya constante de tiempo τ , ganancia estática K , y retardo ϕ se definen como:

$$\tau = 97.7905 \quad (87)$$

$$K = 0.68160 \quad (88)$$

$$\phi = 323.600. \quad (89)$$

4. Resultados experimentales

Los resultados experimentales se obtienen mediante la información proporcionada por el lazo de control del deshidratador, descrito en la Figura 5. La señal obtenida de la planta es la temperatura $T(t)$, medida por los **sensores DTH22** y ajustada por el **Arduino nano** para luego ser enviada a la computadora, donde se resuelve el algoritmo de control y se cierra el lazo.

Esta sección se divide en tres partes principales. La primera consiste en la descripción de la Interfaz Gráfica de Usuario, desarrollada para establecer la temperatura deseada T_d , constante durante todo el proceso, y ajustar las ganancias k_p, k_v y k_i . En este experimento, se establece una temperatura deseada de 308.15 K (35°C) para obtener una deshidratación óptima tal y como lo indica (Doymaz, 2006). La segunda parte describe la metodología usada para comparar el rendimiento del método tradicional (deshidratador no controlado) con el método propuesto (deshidratador controlado con MRAC) con el fin de validar los efectos del control de temperatura. En esta etapa, se utiliza un período de muestreo de 10 segundos. Finalmente, se describen los resultados experimentales obtenidos.

4.1. Interfaz Gráfica de Usuario (GUI)

La GUI facilita la comunicación entre el usuario y la computadora mediante imágenes y objetos gráficos, permitiendo una interacción visual sencilla y acciones por manipulación directa. La herramienta GUIDE de MATLAB se usa en el desarrollo de interfaces.

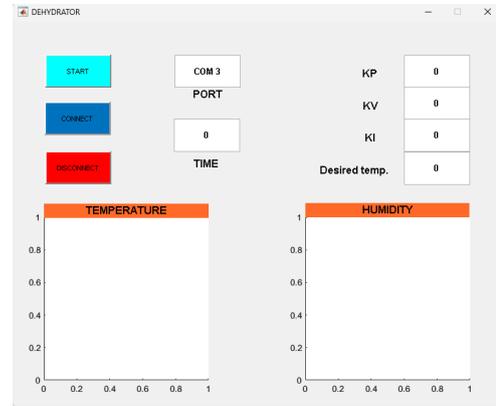


Figura 8: GUI.

La Figura 8 presenta la interfaz desarrollada para gestionar el sistema térmico e ilustra el área de ajuste de las ganancias k_p, k_d , y k_i . Para sintonizar el controlador PID, se utiliza el método de Ziegler-Nichols, siguiendo tres pasos: establecer k_p al valor crítico k_c , medir el período de oscilación T_c , y emplearlo para determinar los parámetros k_i y k_d , Tabla 2.

Tabla 2: Ganancias del método de Ziegler-Nichols

Tipo de Controlador	k_p	k_i	k_d	k_c	T_c
PID (forma estándar)	$0.6k_c$	$\frac{1.2}{T_c}$	$0.075T_c$	5.3933	4.3146

En la Figura 9 se muestra el diagrama de flujo de la GUI. Se indican las condiciones que el algoritmo debe cumplir para activar el extractor, los ventiladores y la placa térmica.

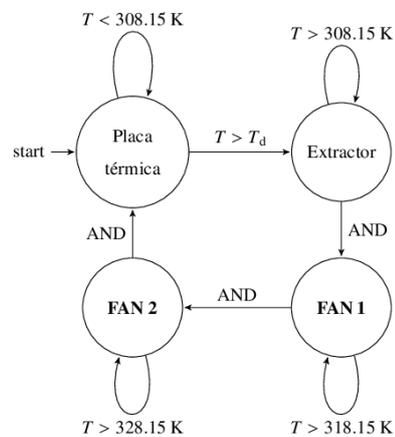


Figura 9: Diagrama de flujo de GUI

Para conservar la mayor cantidad de sustancias activas, es necesario mantener una temperatura de 308.15 K (35°C) (temperatura deseada T_d) durante todo el proceso de deshidratación. Esto se logra controlando la entrada de aire fresco y la salida de aire caliente. Si la temperatura medida $T(t)$ supera 308.15 K (35°C), se activa el extractor para eliminar el exceso de humedad y calor. Cuando la temperatura medida $T(t)$ excede 318.15 K (45°C), el ventilador **FAN 1** se enciende para asistir al extractor hasta que la temperatura se estabilice. Si $T(t)$ supera los 328.15 K (55°C), se activan ambos ventiladores (**FAN 1** y **FAN 2**) y el extractor, como se ilustra en la Figura 9. No obstante, si la temperatura medida $T(t)$ es inferior a T_d , se activa de forma controlada la resistencia eléctrica (placa térmica) para incrementar la temperatura, como se muestra en la Figura 9.

4.2. Índice de desempeño (norma \mathcal{L}_2)

En robótica, la norma \mathcal{L}_2 se usa para comparar el rendimiento de controladores mediante una medida numérica del error (Kelly and Santibáñez, 2003). Esta norma es:

$$\mathcal{L}_2 = \sqrt{\frac{1}{h} \int_{t_0}^{t_1} \|\tilde{(\cdot)}(t)\|^2 dt} \quad (90)$$

donde h es el período de muestreo, $\tilde{(\cdot)} \in \mathbb{R}$ representa el error de (\cdot) , y t_0 y t_1 son los tiempos inicial y final. Un valor pequeño de \mathcal{L}_2 indica menor error y un mejor rendimiento.

4.3. Deshidratador sin control

Al usar la cabina de deshidratación para secar hasta 2 kilogramos de producto fresco durante 3 horas con el extractor y ventiladores encendidos, el deshidratador sin control típicamente alcanza temperaturas que varían entre 318.15 K (45°C) y 358.15 K (85°C), dependiendo de la temperatura ambiente.

En la Figura 10 se presenta la respuesta no controlada del deshidratador.

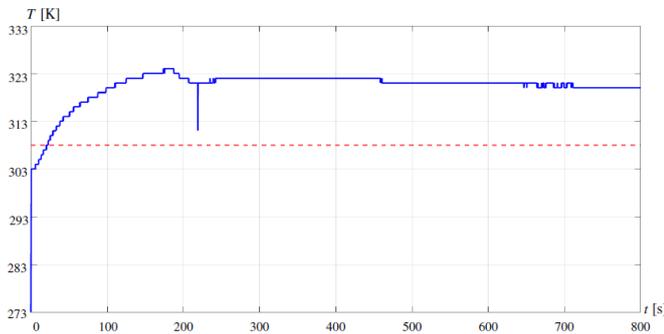


Figura 10: Respuesta no controlada del deshidratador. La temperatura medida $T(t)$ (—) y la temperatura deseada T_d (- - -)

Las sustancias activas presentes en la menta después de la deshidratación incluyen **Aceites Esenciales (AE)**, **Triterpenos y Flavonoides (T&F)**, **Alcaloides Pirrolizidínicos (AP)**, **vitamina C (VC)** y **silicato de metilo (SM)**.

La Figura 11 muestra la cantidad de sustancias activas en el producto final tras el proceso de deshidratación sin control.

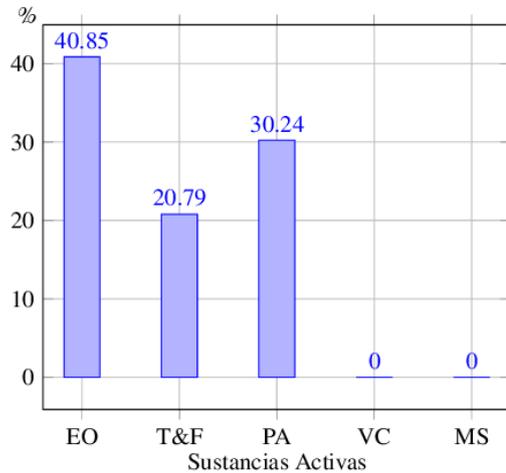


Figura 11: Sustancias activas en la menta (proceso sin control)

4.4. Control PD clásico

Se utiliza el control PD clásico en el deshidratador como punto de comparación. La estructura de control PD clásico se muestra a continuación:

$$u(t) = k_p \Delta T_m + k_d \frac{d}{dt} (\Delta T_m) \quad (91)$$

donde k_p es la ganancia proporcional, ΔT_m es la señal de error y k_d es la ganancia derivativa. Para definir estas ganancias se usa la Tabla 2. La representación de Laplace de (91) es

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p + k_d s. \quad (92)$$

La deshidratadora con el control PD clásico, como se muestra en la Figura 12, mantiene oscilaciones controladas solo unos grados por debajo de la temperatura óptima para deshidratar menta (308.15 K (35 °C)) a lo largo de todo el proceso.

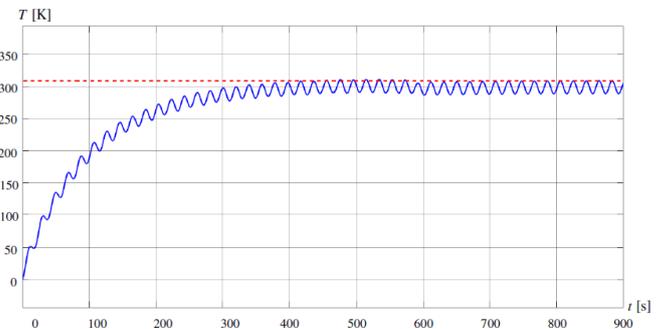


Figura 12: Respuesta del deshidratador con control PD clásico. La temperatura medida $T(t)$ (—) y la temperatura deseada T_d (- - -)

Como se ve en la Figura 13, el control PD clásico mejora la calidad de la deshidratación, lo que se refleja en un aumento en la cantidad de sustancias activas en el producto final.

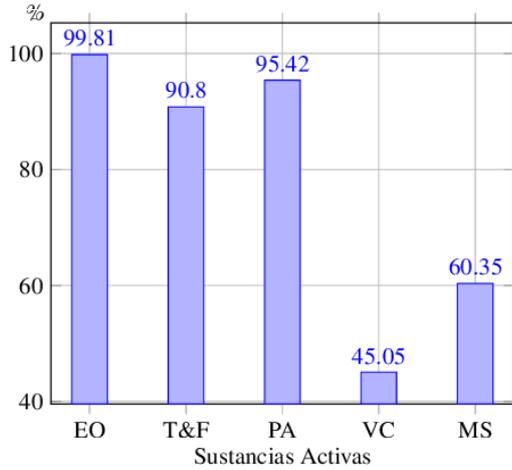


Figura 13: Sustancias activas en la menta (proceso con control PD clásico)

En la Figura 15, se indica la cantidad de sustancias activas encontradas en el producto final al deshidratar con MRAC.

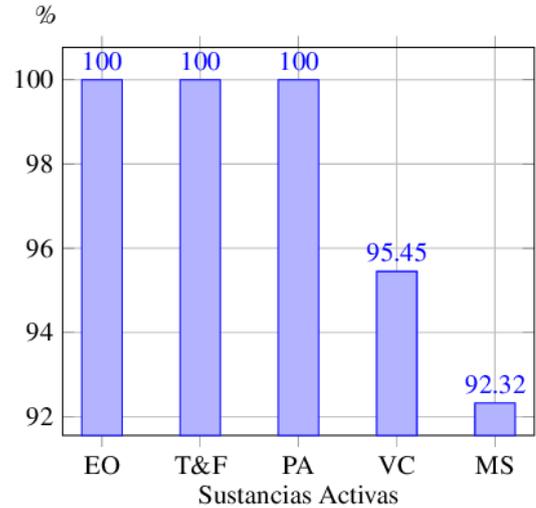


Figura 15: Sustancias activas en la menta (proceso con control MRAC)

4.5. Deshidratador controlado con MRAC

Para definir la ganancia de adaptación descrita en (63) se usa la siguiente regla de cálculo comúnmente utilizada en controladores PID

$$\gamma = 2\sqrt{0.6k_c} = 1.7988885457 \quad (93)$$

donde k_c es el valor crítico definido en la Tabla 2. La idea detrás de esta fórmula es que la ganancia de adaptación se ajusta para proporcionar un equilibrio entre la velocidad de respuesta del sistema y su estabilidad. En teoría, una ganancia de adaptación más alta permitirá que el sistema responda más rápidamente a los cambios, pero puede dar lugar a una mayor oscilación y a una estabilidad reducida. Por otro lado, una ganancia de adaptación más baja dará lugar a una respuesta más lenta, pero a una estabilidad mejorada. Sin embargo, esta es solo una guía general y es posible que no sea adecuada para todos los sistemas.

En la Figura 14, se presentan los resultados obtenidos al aplicar el MRAC a la planta térmica.

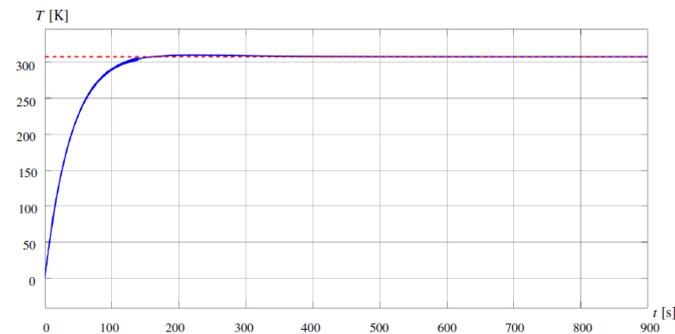


Figura 14: Respuesta del deshidratador con MRAC. La temperatura medida $T(t)$ (—) y la temperatura deseada T_d (- - -)

Se observa en la Figura 15 que después de 180 segundos (3 minutos), la temperatura del deshidratador se mantiene alrededor de 308.15 K (35°C), es decir, la planta (deshidratador) sigue perfectamente al sistema de referencia, la temperatura real tiende a la temperatura deseada $T(t) \rightarrow T_d(t)$ a medida que el tiempo evoluciona a infinito, $t \rightarrow \infty$.

En la Figura 16, se presenta el error de temperatura ΔT . Es posible observar que dicho error tiende a cero, $\Delta T \rightarrow 0$, conforme $t \rightarrow \infty$. Durante los primeros segundos mostrados en la Figura 16, se aprecia que la diferencia entre la temperatura T medida con los sensores y la generada por el modelo de referencia T_m oscila hasta que el error converge finalmente a cero.

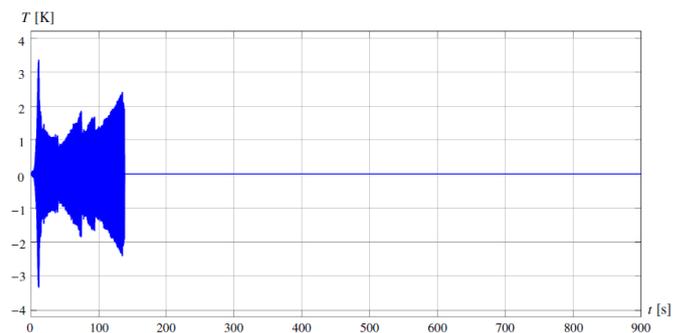


Figura 16: Error $\Delta T = T - T_d$

Los parámetros \hat{k} y \hat{l} crean el vector

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{k} \\ \hat{l} \end{bmatrix}. \quad (94)$$

Se usa $\hat{\theta}$ para crear la ley de control adaptativa descrita en (48). En la Figura 17 se muestra $\hat{\theta}$. Se observa que los parámetros \hat{k} y \hat{l} conforme el tiempo va avanzando van aproximándose a los valores reales.

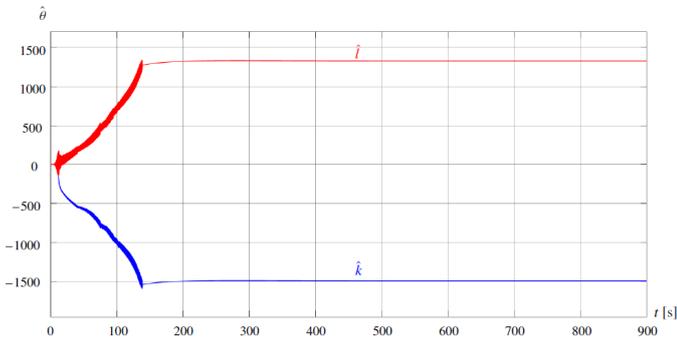


Figura 17: Vector de parámetros estimados $\hat{\theta}$

Al aplicar la norma \mathcal{L}_2 se observa que el control MRAC proporciona el mejor rendimiento, Figura 18. Se debe tener en cuenta que un valor pequeño de la norma \mathcal{L}_2 implica un mejor desempeño del controlador.

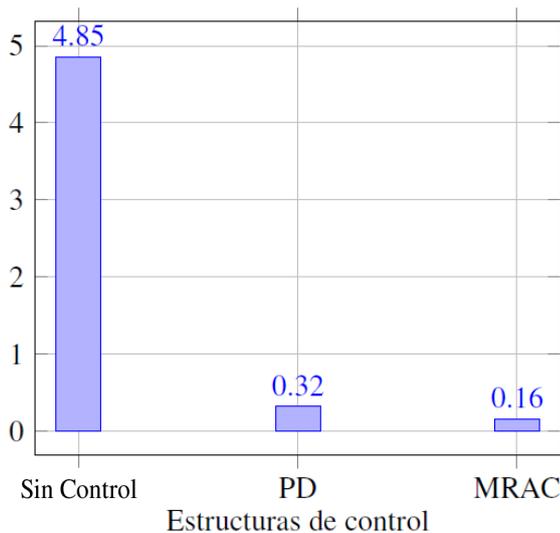


Figura 18: Índice de desempeño (norma \mathcal{L}_2)

5. Conclusiones

Es fundamental diseñar la entrada de referencia $r(t - \phi)$ para asegurar que el sistema cumpla con los objetivos de control ($T(t) \rightarrow T_d$ y $e \rightarrow 0$ mientras $t \rightarrow \infty$) en el proceso de diseño. Determinar las ganancias apropiadas es clave para crear la señal de referencia. La identificación de los parámetros garantiza la convergencia del error a cero, asegurando un control adaptativo adecuado. Se concluye que la falta de estructuras de control en estos sistemas incrementa la degradación de los metabolitos secundarios en el producto final, como se evidencia en la caracterización y cuantificación de sustancias activas. Por otro lado, el uso del control MRAC mejora la calidad del producto final.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Departamento de Posgrado en Sistemas Computacionales del Instituto Tecnológico Superior de Teziutlán y a CONACyT por el apoyo recibido. Asimismo, agradecen la beca de posdoctorado bajo el proyecto Estancias Posdoctorales por México 2022 en la Modalidad: Estancia Posdoctoral Académica Continuidad 2022. Adicionalmente, agradecen al CONCYTEP-SDR y al sistema de financiamiento de proyectos TecNM por su contribución en el desarrollo de la plataforma experimental.

Referencias

- Aguilar-Ibanez, C., Saldivar, B., Jimenez Lizarraga, M., Garcia-Canseco, E., Garrido, R. (2021). *Parametric uncertain second-order linear system output-adaptive stabilization: An integral and MRCA based approach*. European Journal of Control, Volume 57, Pages 76-81. ISSN 0947-3580. <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2020.04.002>.
- Arslan, D., 2010. Evaluation of drying methods on the quality of dill (*Anethum graveolens* L.) and parsley (*Petroselinum crispum* L.) leaves. Journal of Food Engineering, 96(4), 607-613.
- Aruna, R., Kumar, M. S. (2011). *Adaptive control for interactive thermal process*. In 2011 International Conference on Emerging Trends in Electrical and Computer Technology, Nagercoil, India, pp. 291-296. doi: 10.1109/ICETECT.2011.5760131.
- Cengel, Y. A., 2011. Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications. McGraw-Hill Education. ISBN-10: 0073398187, ISBN-13: 978-0073398181
- Dincer, I. (2002). Thermal energy storage systems as a key technology in energy conservation. Energy Research, 26(7), 567-588. doi:10.1002/er.805 <https://doi.org/10.1002/er.805>
- Doymaz, I., 2006. Thin-layer drying behaviour of mint leaves. Journal of Food Engineering, 74(3), 370-375. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2005.03.009>
- Dresselhaus, M. S., Chen, G., and Ren, Z., 2007. New directions for low-dimensional thermoelectric materials. Advanced Materials, 19(4), 1043-1053. DOI: 10.1002/adma.200600527
- Duvanov, E. S., Kudinov, Y. I., Pashchenko, F. F., Ponomarev, A. A., 2020. Analysis and Synthesis of the Modified MRAC-MIT System and the MRAC-Lyapunov System. In: 2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). Lipetsk, Russia, pp. 521-526. DOI: 10.1109/SUMMA50634.2020.9280614
- Faghri, A., Zhang, Y., y Howell, J. R., 2010. Advanced Heat and Mass Transfer. Global Digital Press. ISBN: 978-0-9842760-0-4
- García, J. E., Ramirez, B. C., Arellano, G. R. and Zañudo, J., 2012. Conocimiento y uso de las plantas Medicinales en la zona metropolitana de Guadalajara. Rev. Desacatos, 29-44. ISSN 2448-5144
- García Navarrete, F., 2014. Evaluación de los procesos de secado sobre la calidad de la Stevia (*Stevia Rebaudiana*) y la Hierbabuena (*Mentha Spicata* sp). Masters Thesis, Dept. civil and agricultural Engineering. Nacional Univ., Bogotá, Colombia.
- Giddings, S. B. (2016). Hawking radiation, the Stefan-Boltzmann law, and unitarization. Physics Letters B, 754, 39-42. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.12.076>
- KC, Krishna Bahadur and Haque, Iftekharul and Legwegoh, Alexander F. and Fraser, Evan D. G., 2016. Strategies to Reduce Food Loss in the Global South. Sustainability 8 (7), 595. <https://doi.org/10.3390/su8070595>
- Kelly, R., and Santibáñez, V., 2003. Control de Movimiento de Robots Manipuladores. Pearson Prentice-Hall, Madrid, España. ISBN-10: 8420538310, ISBN-13: 978-8420538310
- Kittel, C., 2005. Introduction to Solid State Physics. John Wiley and Sons. ISBN-10: 047141526X, ISBN-13: 978-0471415268

- Kreith, F., and Bohn, M. S. (2019). Principles of heat transfer. Cengage Learning. ISBN10: 1-305-38710-4, ISBN13: 978-1-305-38710-2
- Landau, Y. D. (1979). Adaptive Control: The Model Reference Approach. Marcel Dekker, New York, USA. ISBN-10: 0824765486, ISBN-13: 978-0824765484
- Mahan, G. D., and Sofo, J. O., 1996. The best thermoelectric. Proceedings of the National Academy of Sciences, 93(15), 7436-7439. <https://doi.org/10.1073/pnas.93.15.7436>
- Mahendran, G., Verma, S. K., Rahman, L.-U., 2021. The traditional uses, phytochemistry and pharmacology of spearmint (*Mentha spicata* L.): A review. Journal of Ethnopharmacology 278, 114266. DOI: 10.1016/j.jep.2021.114266
- Maisnam, D., Rasane, P., Dey, A., Kaur, S. and Sarma, C., 2017. Recent advances in conventional drying of foods: a review. Journal of Food Technology and Preservation, 1, 24-34.
- Martinez, M., 1996. Las plantas Medicinales de México. Ed. Botas, Texas, USA.
- Michailidis, P. and Krokida, M.K., 2014. Drying and Dehydration Processes in Food Preservation and Processing. Conventional and advanced food processing technologies. 1-32. <https://doi.org/10.1002/9781118406281.ch1>
- Singh, G., Zaheer-uddin, M., Patel, R.V., 2000. Adaptive control of multivariable thermal processes in HVAC systems. Energy Conversion and Management 41(15), 1671-1685. [https://doi.org/10.1016/S0196-8904\(99\)00182-X](https://doi.org/10.1016/S0196-8904(99)00182-X)
- Singh, A.B., Manju, P., Rukkumani, V., Srinivasan, K. (2022). Comparative Analysis of MRAC and IMC Adaptive Control Modes for an Industrial Dryer. In: Edwin Geo, V., Aloui, F. (eds) Energy and Exergy for Sustainable and Clean Environment, Volume 1. Green Energy and Technology. Springer, Singapore. DOI:10.1007/978-981-16-8278-0_31
- Slotine, J. J. E. and Li, W., 1988. On the adaptive control of robots. International Journal of Control, 48(6), 1305-1328. <https://doi.org/10.1177/02783649870060030>
- Slotine, J. J. E., Li, W. (1991). Applied Nonlinear Control. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, Vol. 199, No. 1, pp. 705 ISBN-10: 0130408905, ISBN-13: 978-0130408907
- Van Amerongen, J. (1980). Model Reference adaptive Control applied to steering of ships. In: Unbehauen, H. (Eds.) Methods and Applications in Adaptive Control. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, pp.199-208. <https://doi.org/10.1007/BFb0003265>
- Van den Bosch, P. P. J., Jongkind, W. and van Swieten, A. C. M. (1986). Adaptive attitude control for large-angle slew manoeuvres. Autom., 22, 209-215. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(86\)90082-8](https://doi.org/10.1016/0005-1098(86)90082-8)
- Van den Bosch, P. and Tjahjadi, P. (1984). Model updating improves MRAC performance. IEEE Transactions on Automatic Control, 29(12), 1106-1108. DOI: 10.1109/TAC.1984.1103442
- World Bank Group Mexico, 2018. A conceptual framework for a national strategy on food loss and waste in Mexico. World Bank Group Mexico.
- Zhao, B. (2022). Integrity of Newton's cooling law based on thermal convection theory of heat transfer and entropy transfer. Scientific Reports, 12(1), 16292. DOI <https://doi.org/10.1038/s41598-022-18961-8>
- Zhao, X.; Guo, G. Model Reference Adaptive Control of Vehicle Slip Ratio Based on Speed Tracking. Appl. Sci. 2020, 10, 3459. <https://doi.org/10.3390/app10103459>