

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA**

**Departamento de Organización de Empresas**



**UNA METODOLOGÍA PARA LA ESTIMACIÓN  
EFICIENTE DEL STOCK DE REFERENCIA EN  
POLÍTICAS DE REVISIÓN PERIÓDICA CON  
DEMANDA DISCRETA**

**TESIS DOCTORAL**

**PRESENTADA POR:**

**DÑA. MARÍA EUGENIA BABILONI GRIÑÓN**

**DIRIGIDA POR:**

**DR. D. MANUEL CARDÓS CARBONERAS**

**VALENCIA, 2009**



*La inocencia. Elevado éxito. Es propicia la perseverancia. Cuando alguien no es recto tiene desgracia y no es propicio emprender cosa alguna.*

*I Ching. El Libro de las Mutaciones*

*R. Wilhelm*



## AGRADECIMIENTOS

*Ante todo, quiero agradecer a mi director el profesor **Dr. D. Manuel Cardós**, la inestimable ayuda y colaboración durante todo el proceso de elaboración de esta tesis doctoral. Su claridad de juicio y su perseverancia son un ejemplo, un referente para mí, y no sólo en su labor como investigador y profesor, sino también en su calidad humana.*

*Me gustaría también dar las gracias a **D. Francisco Gómez**, por su ayuda en la programación del experimento de esta tesis y por su paciencia conmigo durante el proceso. Además, quiero agradecer a los profesores **D. José Miguel Albarracín** y **Dña. Marta E. Palmer** la generosidad que me han demostrado durante todo este tiempo.*

*Recordando las palabras de Antoine de Saint-Exupéry, a mí también “las personas grandes me aconsejaron que dejara a un lado los dibujos de serpientes boas abiertas o cerradas, y que me interesara un poco más en la geografía, la historia, el cálculo y la gramática”. Me siento en deuda con ellos por sus consejos, su perspectiva y su amor incondicional. Por darme confianza y motivarme. Por enseñarme que el sacrificio es un buen aliado del éxito. Por todo eso y por mucho más quiero compartir con ellos la autoría de esta tesis. Muchas Gracias.*



---

# ÍNDICE

---

<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1 JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVO.....	3
1.2 ESQUEMA GENERAL DE LA TESIS .....	5
<b>CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LA LITERATURA SOBRE EL DISEÑO DE SISTEMAS DE GESTIÓN DE INVENTARIOS (R, S) PARA UN CSL OBJETIVO .....</b>	<b>7</b>
2.1 INTRODUCCIÓN.....	9
2.2 LAS CARACTERÍSTICAS DEL ÍTEM.....	9
2.2.1 <i>Clasificación ABC</i> .....	9
2.2.2 <i>Funciones de distribución para la demanda de un ítem</i> .....	10
2.2.3 <i>Métodos de categorización de la demanda</i> .....	12
2.2.3.1 Métodos basados en la varianza de la demanda.....	12
2.2.3.2 Métodos basados en la precisión de los métodos de previsión .....	13
2.2.3.3 Métodos basados en la forma del patrón de la demanda.....	14
2.2.3.4 Método conceptual para patrones de demanda no-Normales.....	15
2.2.3.5 Métodos ad hoc de caracterización de demanda .....	16
2.3 LA POLÍTICA DE GESTIÓN DE INVENTARIOS (R, S).....	17
2.4 EL NIVEL DE SERVICIO DE CICLO COMO REQUISITO DE DISEÑO .....	18
2.5 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS R Y S DE LA POLÍTICA DE GESTIÓN DE INVENTARIOS.....	22
2.6 MEDIDAS DE RENDIMIENTO .....	23
<b>CAPÍTULO 3. PROPÓSITO Y DISEÑO DE LA EXPERIMENTACIÓN.....</b>	<b>25</b>
3.1 PROPÓSITO DEL EXPERIMENTO .....	27
3.2 FACTORES RELATIVOS A LA DEMANDA .....	27
3.2.1 <i>La función de distribución de probabilidades de la demanda</i> .....	27
3.2.2 <i>Representación de las distribuciones de demanda según el espacio de representación</i> <i><math>CV^2 \perp p</math></i> .....	28
3.2.2.1 Relación entre $p$ y los parámetros de la distribución de demanda .....	29
Distribución de Poisson .....	29
Distribución Binomial.....	29
Distribución Binomial Negativa .....	30
3.2.2.2 Relación entre $CV^2$ y los parámetros de la distribución de demanda .....	30
Distribución de Poisson .....	32
Distribución Binomial.....	33
Distribución Binomial Negativa .....	33
3.3 FACTORES CONSIDERADOS RELATIVOS A LA POLÍTICA DE INVENTARIO (R, S).....	37
3.3.1 <i>Generalidades</i> .....	37

---

3.3.2	<i>Periodo de revisión</i> .....	37
3.3.3	<i>Plazo de aprovisionamiento</i> .....	38
3.4	FACTORES CONSIDERADOS RELATIVOS AL NIVEL DE SERVICIO DE CICLO .....	38
3.5	PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO PARA DETERMINAR EL STOCK DE REFERENCIA.....	38
3.6	MEDIDAS DE RENDIMIENTO.....	39
3.7	EXPERIMENTACIÓN .....	39
<b>CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES .....</b>		<b>43</b>
4.1	INTRODUCCIÓN .....	45
4.2	ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LOS RESULTADOS AGREGADOS.....	45
4.2.1	<i>G1. Naturaleza y variabilidad de la demanda</i> .....	47
4.2.1.1	Distribución de probabilidad, <i>V.A.</i> .....	47
4.2.1.2	Coefficiente de variación cuadrado, $CV^2$ .....	47
4.2.1.3	Intervalo medio entre demandas, <i>p</i> .....	50
4.2.1.4	Coefficiente de asimetría, <i>M3</i> .....	54
4.2.1.5	Coefficiente de apuntalamiento, <i>M4</i> .....	54
4.2.2	<i>G2. CSL objetivo</i> .....	56
4.2.3	<i>G3. Parámetros de la política</i> .....	58
4.2.3.1	Periodo de revisión, <i>R</i> .....	58
4.2.3.2	Plazo de aprovisionamiento, <i>L</i> .....	60
4.2.4	<i>G4. Demanda media</i> .....	62
4.2.4.1	Demanda media unitaria, $\mu$ .....	62
4.2.4.2	Demanda media en <i>R</i> , $\mu_R$ .....	62
4.2.4.3	Demanda media en <i>R+L</i> , $\mu_{R+L}$ .....	63
4.2.4.4	Demanda media de la distribución de las órdenes de demanda, $\mu_y$ .....	64
4.2.5	<i>G4. Probabilidad de demanda nula, <math>P(0)</math></i> .....	65
4.2.6	<i>Resumen del análisis descriptivo por variables</i> .....	68
4.3	ANÁLISIS DESCRIPTIVO POR DISTRIBUCIÓN EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ .....	70
4.3.1	<i>Distribución de Poisson</i> .....	70
4.3.1.1	Aproximación clásica .....	71
4.3.1.2	Aproximación PII .....	72
4.3.1.3	Aproximación PI.....	72
4.3.1.4	Análisis comparativo de las aproximaciones clásicas, PII y PI.....	75
4.3.2	<i>Distribución Binomial</i> .....	76
4.3.2.1	Aproximación clásica .....	78
4.3.2.2	Aproximación PII .....	78
4.3.2.3	Aproximación PI.....	79
4.3.2.4	Análisis comparativo de las aproximaciones clásicas, PII y PI.....	83
4.3.3	<i>Distribución Binomial Negativa</i> .....	83
4.3.3.1	Aproximación clásica .....	85
4.3.3.2	Aproximación PII .....	91



4.3.3.3	Aproximación PI .....	91
4.3.3.4	Análisis comparativo de las aproximaciones clásicas, PII y PI .....	98
4.3.4	Resumen del análisis descriptivo en el espacio de representación $CV^2 \perp p$ .....	98

## **CAPÍTULO 5. ANÁLISIS EXPLORATORIO DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES. 101**

5.1	REGLA PARA OBTENER LA MEJOR APROXIMACIÓN DE CÁLCULO .....	103
5.2	EL ÁRBOL DE CLASIFICACIÓN Y REGRESIÓN COMO TÉCNICA ESTADÍSTICA .....	103
5.3	EL COSTE DE LOS ERRORES DE CLASIFICACIÓN .....	105
5.4	MODELADO DE LOS RESULTADOS .....	105
5.4.1	Elaboración del árbol de clasificación y regresión .....	105
5.4.2	Errores de clasificación en el C&RT_1 .....	110
5.4.3	Selección de un espacio de representación .....	111
5.4.4	Representación del C&RT_1 en el espacio de representación .....	112
5.4.5	Análisis de los nodos cuya mejor regla es la exacta .....	115
5.4.5.1	NODO 183 .....	115
5.4.5.2	NODO 56 .....	116
5.4.5.3	NODO 66 .....	117
5.4.5.4	NODO 78 .....	118
5.4.5.5	NODO 81 .....	119
5.4.5.6	NODO 82 .....	121
5.4.5.7	NODO 145 .....	122
5.4.6	Identificación de zonas de comportamiento común en el espacio de clasificación .....	123
5.4.7	Análisis de los nodos finales cuya mejor regla es la aproximación clásica .....	128
5.4.7.1	NODO 48 .....	128
5.4.7.2	NODO 57 .....	130
5.4.7.3	NODO 55 .....	131
5.4.7.4	NODO 76 .....	132
5.4.7.5	NODO 79 .....	133
5.4.7.6	NODO 144 .....	134
5.4.7.7	NODO 182 .....	135
5.4.7.8	NODO 66_13 .....	136
5.4.8	Análisis de los nodos finales cuya mejor regla es la aproximación PII .....	137
5.4.8.1	NODO 6 .....	138
5.4.8.2	NODO 38 .....	139
5.4.8.3	NODO 49 .....	140
5.4.8.4	NODO 58 .....	142
5.4.8.5	NODO 80 .....	143
5.4.8.6	NODO 183_2 .....	144
5.4.9	Análisis de los nodos finales cuya mejor regla es la aproximación PI .....	146
5.4.9.1	NODO 39 .....	146
5.4.9.2	NODO 59 .....	147

---

5.4.9.3	NODO 81_2.....	148
<b>CAPÍTULO 6. METODOLOGÍA PARA LA ESTIMACIÓN EFICIENTE DEL STOCK DE REFERENCIA.....</b>		<b>151</b>
6.1	INTRODUCCIÓN .....	153
6.2	IDENTIFICACIÓN DEL RIESGO ASOCIADO AL USO DE LAS APROXIMACIONES .....	153
6.2.1	<i>Error de clasificación EC1 en el espacio de representación.....</i>	<i>155</i>
6.2.2	<i>Error de clasificación EC2 en el espacio de representación.....</i>	<i>160</i>
6.3	METODOLOGÍA PROPUESTA PARA SU APLICACIÓN PRÁCTICA .....	165
6.3.1	<i>Propuesta para ítems tipo A .....</i>	<i>165</i>
6.3.2	<i>Propuesta para ítems tipo B .....</i>	<i>171</i>
6.3.3	<i>Propuesta para ítems tipo C .....</i>	<i>176</i>
<b>CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES E INVESTIGACIONES FUTURAS .....</b>		<b>181</b>
7.1	INTRODUCCIÓN .....	183
7.2	CONCLUSIONES SOBRE EL COMPORTAMIENTO DE LA APROXIMACIÓN CLÁSICA.....	183
7.3	CONCLUSIONES SOBRE EL COMPORTAMIENTO DE LAS APROXIMACIONES PI Y PII. COMPARACIÓN CON LA APROXIMACIÓN CLÁSICA. ....	186
7.4	CONCLUSIONES SOBRE EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN.....	187
7.5	CONCLUSIONES CON RESPECTO A LA METODOLOGÍA PROPUESTA.....	187
7.6	RESUMEN DE CONCLUSIONES .....	189
7.7	LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN .....	190
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>		<b>I</b>
<b>ANEXOS .....</b>		<b>I</b>
AI.	MÉTODOS DE PREVISIÓN DE CROSTON Y DE SYNTETOS Y BOYLAN.....	III
AII.	COEFICIENTE DE ASIMETRÍA Y APUNTALAMIENTO PARA LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON, BINOMIAL Y BINOMIAL NEGATIVA .....	XI

---

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

FIGURA 2-1. CATEGORIZACIÓN DE LA DEMANDA SEGÚN SYNTETOS ET AL. (2005).....	14
FIGURA 2-2. CATEGORIZACIÓN CONCEPTUAL PARA PATRONES DE DEMANDA NO-NORMALES. [BOYLAN ET AL. (2006)].....	15
FIGURA 2-3. ESQUEMA DE CATEGORIZACIÓN UTILIZADO POR UNA EMPRESA DE SOFTWARE. [BOYLAN ET AL. (2006)].....	17
FIGURA 2-4. EVOLUCIÓN DEL STOCK FÍSICO Y DE LA POSICIÓN DE INVENTARIO EN UN SISTEMA (R, S). ....	18
FIGURA 3-1. CATEGORÍAS DE DEMANDA REPRESENTADAS POR LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON.....	35
FIGURA 3-2. CATEGORÍAS DE DEMANDA REPRESENTADAS POR LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL. ....	35
FIGURA 3-3. CATEGORÍAS DE DEMANDA REPRESENTADAS POR LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA. .	36
FIGURA 3-4. CATEGORÍAS DE DEMANDA REPRESENTADAS POR LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON, BINOMIAL Y BINOMIAL NEGATIVA.....	37
FIGURA 3-5. ESQUEMA DEL EXPERIMENTO. ....	40
FIGURA 4-1. ERROR RELATIVO MEDIO DE PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL COEFICIENTE DE VARIACIÓN CUADRADO, $CV^2$ .....	49
FIGURA 4-2. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL COEFICIENTE DE VARIACIÓN CUADRADO, $CV^2$ .....	49
FIGURA 4-3. ERROR RELATIVO MEDIO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL INTERVALO MEDIO ENTRE DEMANDAS, $P$ .....	50
FIGURA 4-4. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL INTERVALO MEDIO ENTRE DEMANDAS, $P$ .....	51
FIGURA 4-5. ERROR RELATIVO MEDIO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL NIVEL DE SERVICIO DE CICLO, CSL. ....	57
FIGURA 4-6. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL NIVEL DE SERVICIO DE CICLO, CSL. ....	58
FIGURA 4-7. ERROR RELATIVO MEDIO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL PERIODO DE REVISIÓN, $R$ . ....	59
FIGURA 4-8. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL PERIODO DE REVISIÓN, $R$ . ....	60
FIGURA 4-9. ERROR RELATIVO MEDIO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL PLAZO DE APROVISIONAMIENTO, $L$ .....	61
FIGURA 4-10. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL PLAZO DE APROVISIONAMIENTO, $L$ .....	61
FIGURA 4-11. ERROR RELATIVO MEDIO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DE LA PROBABILIDAD DE DEMANDA CERO, $P(0)$ .....	67
FIGURA 4-12. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DE LA PROBABILIDAD DE DEMANDA CERO, $P(0)$ .....	67
FIGURA 5-1. EJEMPLO DE UN C&RT.....	104
FIGURA 5-2. C&RT_1 DE LA MEJOR REGLA PARA DETERMINAR EL STOCK DE REFERENCIA, $S$ .....	108

---

FIGURA 5-3. IMPORTANCIA DE LAS VARIABLES INDEPENDIENTES COMO PREDICTORES EN EL C&RT_1..	112
FIGURA 5-4. C&RT_1 EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PARA $CSL > 0.97$ .	113
FIGURA 5-5. C&RT_1 EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PARA $CSL \leq 0.97$ .	114
FIGURA 5-6. NODO ID=183 DEL C&RT_1	115
FIGURA 5-7. C&RT_183.	116
FIGURA 5-8. NODO ID=56 DEL C&RT_1.	116
FIGURA 5-9. C&RT_56.	117
FIGURA 5-10. NODO ID=66 DEL C&RT_1.	118
FIGURA 5-11. C&RT_66.	118
FIGURA 5-12. NODO ID=78 DEL C&RT DE LA C&RT_1.	119
FIGURA 5-13. C&RT_78.	119
FIGURA 5-14. NODO ID=81 DEL C&RT_1.	120
FIGURA 5-15. C&RT_81.	120
FIGURA 5-16. NODO ID=82 DEL C&RT_1.	121
FIGURA 5-17. C&RT_82.	121
FIGURA 5-18. NODO ID=145 DEL C&RT_1.	122
FIGURA 5-19. C&RT_145.	122
FIGURA 5-20. NUEVA REPRESENTACIÓN DEL C&RT_1 EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PARA CSL > 0.97.	124
FIGURA 5-21. NUEVA REPRESENTACIÓN DEL C&RT_1 EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PARA $0.875 < CSL \leq 0.97$ .	125
FIGURA 5-22. NUEVA REPRESENTACIÓN DEL C&RT_1 EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PARA $0.72 < CSL \leq 0.875$ .	126
FIGURA 5-23. NUEVA REPRESENTACIÓN DEL C&RT_1 EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PARA CSL $\leq 0.72$ .	127
FIGURA 5-24. NODO ID=48 DEL C&RT_1.	128
FIGURA 5-25. NODO ID=57 DEL C&RT_1.	130
FIGURA 5-26. NODO ID=55 DEL C&RT_1.	131
FIGURA 5-27. NODO ID=76 DEL C&RT_1.	132
FIGURA 5-28. NODO ID=79 DEL C&RT_1.	133
FIGURA 5-29. NODO ID=144 DEL C&RT_1.	134
FIGURA 5-30. NODO ID=182 DEL C&RT_1.	135
FIGURA 5-31. NODO ID=66_13 DEL C&RT_66.	137
FIGURA 5-32. NODO ID=6 DEL C&RT_1.	138
FIGURA 5-33. NODO ID=38 DEL C&RT DEL C&RT_1.	139
FIGURA 5-34. NODO ID=49 DEL C&RT_1.	141
FIGURA 5-35. NODO ID=58 DEL C&RT_1.	142
FIGURA 5-36. NODO ID=80 DEL C&RT_1.	143
FIGURA 5-37. NODO ID=183_2 DEL C&RT_183.	145
FIGURA 5-38. NODO ID=39 DEL C&RT_1.	146
FIGURA 5-39. NODO ID=59 DEL C&RT_1.	147

---

FIGURA 5-40. NODO ID=81_2 DEL C&RT_81.....	148
FIGURA 6-1. EC1, MEDIA Y DESVIACIÓN POR NODO DE LAS APROXIMACIONES CLÁSICA, PII Y PI PARA UN CSL>0.97.....	156
FIGURA 6-2. EC1, MEDIA Y DESVIACIÓN POR NODO DE LAS APROXIMACIONES CLÁSICA, PII Y PI PARA UN 0.875<CSL≤0.97.....	157
FIGURA 6-3. EC1, MEDIA Y DESVIACIÓN POR NODO DE LAS APROXIMACIONES CLÁSICA, PII Y PI PARA UN 0.72<CSL≤0.875.....	158
FIGURA 6-4. EC1, MEDIA Y DESVIACIÓN POR NODO DE LAS APROXIMACIONES CLÁSICA, PII Y PI PARA UN CSL≤0.72.....	159
FIGURA 6-5. EC2, MEDIA Y DESVIACIÓN POR NODO DE LAS APROXIMACIONES CLÁSICA, PII Y PI PARA UN CSL>0.97.....	161
FIGURA 6-6. EC2, MEDIA Y DESVIACIÓN POR NODO DE LAS APROXIMACIONES CLÁSICA, PII Y PI PARA UN 0.875<CSL≤0.97.....	162
FIGURA 6-7. EC2, MEDIA Y DESVIACIÓN POR NODO DE LAS APROXIMACIONES CLÁSICA, PII Y PI PARA UN 0.72<CSL≤0.875.....	163
FIGURA 6-8. EC2, MEDIA Y DESVIACIÓN POR NODO DE LAS APROXIMACIONES CLÁSICA, PII Y PI PARA UN CSL≤0.72.....	164
FIGURA 6-9. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA DETERMINAR S EN UN MODELO (R, S) PARA ÍTEMS TIPO A PARA CSL>0.97.....	167
FIGURA 6-10. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA DETERMINAR S EN UN MODELO (R, S) PARA ÍTEMS TIPO A PARA 0.875<CSL≤0.97.....	168
FIGURA 6-11. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA DETERMINAR S EN UN MODELO (R, S) PARA ÍTEMS TIPO A PARA 0.72<CSL≤0.875.....	169
FIGURA 6-12. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA DETERMINAR S EN UN MODELO (R, S) PARA ÍTEMS TIPO A PARA CSL≤0.72.....	170
FIGURA 6-13. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA DETERMINAR S EN UN MODELO (R, S) PARA ÍTEMS TIPO B PARA CSL>0.97.....	172
FIGURA 6-14. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA DETERMINAR S EN UN MODELO (R, S) PARA ÍTEMS TIPO B PARA 0.875<CSL≤0.97.....	173
FIGURA 6-15. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA DETERMINAR S EN UN MODELO (R, S) PARA ÍTEMS TIPO B PARA 0.72<CSL≤0.875.....	174
FIGURA 6-16. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA DETERMINAR S EN UN MODELO (R, S) PARA ÍTEMS TIPO B PARA CSL≤0.72.....	175
FIGURA 6-17. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA DETERMINAR S EN UN MODELO (R, S) PARA ÍTEMS TIPO C PARA CSL>0.97.....	177
FIGURA 6-18. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA DETERMINAR S EN UN MODELO (R, S) PARA ÍTEMS TIPO C PARA 0.875<CSL≤0.97.....	178
FIGURA 6-19. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA DETERMINAR S EN UN MODELO (R, S) PARA ÍTEMS TIPO C PARA 0.72<CSL≤0.875.....	179
FIGURA 6-20. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA DETERMINAR S EN UN MODELO (R, S) PARA ÍTEMS TIPO C PARA CSL≤0.72.....	180

---



---

## ÍNDICE DE TABLAS

---

TABLA 2-1. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD UTILIZADAS EN GESTIÓN DE INVENTARIOS. [ELABORACIÓN PROPIA].	11
TABLA 2-2. COMPARATIVA SOBRE LA CATEGORIZACIÓN DE LA DEMANDA SEGÚN WILLIAMS (1984) Y EAVES Y KINGSMAN (2004). [ELABORACIÓN PROPIA].	13
TABLA 3-1. VALORES DE LOS PARÁMETROS DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA	28
TABLA 3-2. VALORES DEL PERIODO DE REVISIÓN ( $R$ ).	38
TABLA 3-3. VALORES DEL PLAZO DE APROVISIONAMIENTO ( $L$ ).	38
TABLA 3-4. VALORES DE CSL OBJETIVO.	38
TABLA 3-5. RESUMEN DE DATOS E HIPÓTESIS PARA EL EXPERIMENTO.	41
TABLA 4-1. VARIABLES ANALIZADAS EN EL ANÁLISIS DESCRIPTIVO	46
TABLA 4-2. MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DE LA VARIABLE ALEATORIA.	47
TABLA 4-3. MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL COEFICIENTE DE VARIACIÓN CUADRADO, $CV^2$ .	48
TABLA 4-4. MÁXIMO Y MÍNIMO DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL INTERVALO MEDIO ENTRE DEMANDAS, $P$ .	52
TABLA 4-5. MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL INTERVALO MEDIO ENTRE DEMANDAS, $P$ .	53
TABLA 4-6. MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL COEFICIENTE DE ASIMETRÍA, $M3$ .	54
TABLA 4-7. EJEMPLO DE CÁLCULO DEL STOCK DE REFERENCIA PARA UN CSL OBJETIVO DEL 0.60.	55
TABLA 4-8. MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL COEFICIENTE DE APUNTALAMIENTO, $M4$ .	56
TABLA 4-9. MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL NIVEL DE SERVICIO DE CICLO OBJETIVO, CSL.	57
TABLA 4-10. MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL PERIODO DE REVISIÓN, $R$ .	59
TABLA 4-11. MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN DEL PLAZO DE APROVISIONAMIENTO, $L$ .	60
TABLA 4-12. MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN LA DEMANDA MEDIA DE LA DISTRIBUCIÓN ORIGINAL.	62
TABLA 4-13. MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN LA DEMANDA MEDIA EN EL PERIODO DE REVISIÓN.	63

---

TABLA 4-14. MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN LA DEMANDA MEDIA EN EL PERIODO DE REVISIÓN MÁS EL PERIODO DE APROVISIONAMIENTO. ....	64
TABLA 4-15. MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN LA DEMANDA MEDIA DE LA DISTRIBUCIÓN DE ÓRDENES DE DEMANDA. ....	65
TABLA 4-16. MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LOS ERRORES RELATIVOS DE LAS APROXIMACIONES PI, PII Y CLÁSICA EN FUNCIÓN LA PROBABILIDAD DE DEMANDA NULA, P(0). ....	66
TABLA 4-17. NÚMERO DE CASOS POR SUBCUADRANTE. DISTRIBUCIÓN DE POISSON. ....	71
TABLA 4-18. ERROR RELATIVO MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LA APROXIMACIÓN CLÁSICA PARA LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	73
TABLA 4-19. ERROR RELATIVO MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LA APROXIMACIÓN PII PARA LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	74
TABLA 4-20. ERROR RELATIVO MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LA APROXIMACIÓN PIII PARA LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	75
TABLA 4-21. NÚMERO DE CASOS POR SUBCUADRANTE. DISTRIBUCIÓN BINOMIAL ....	77
TABLA 4-22. ERROR RELATIVO MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LA APROXIMACIÓN CLÁSICA PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	80
TABLA 4-23. ERROR RELATIVO MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LA APROXIMACIÓN PII PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	81
TABLA 4-24. ERROR RELATIVO MÁXIMO, MÍNIMO, MEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LA APROXIMACIÓN PI PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	82
TABLA 4-25. NÚMERO DE CASOS POR SUBCUADRANTE. DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA ....	84
TABLA 4-26. ERROR RELATIVO MÁXIMO DE LA APROXIMACIÓN CLÁSICA PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	87
TABLA 4-27. ERROR RELATIVO MÍNIMO DE LA APROXIMACIÓN CLÁSICA PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	88
TABLA 4-28. ERROR RELATIVO MEDIO DE LA APROXIMACIÓN CLÁSICA PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	89
TABLA 4-29. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO DE LA APROXIMACIÓN CLÁSICA PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	90
TABLA 4-30. ERROR RELATIVO MÍNIMO DE LA APROXIMACIÓN PII PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	92
TABLA 4-31. ERROR RELATIVO MEDIO DE PII PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN PROPUESTO $CV^2 \perp P$ . ....	93
TABLA 4-32. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO DE PII PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	94
TABLA 4-33. ERROR RELATIVO MÍNIMO DE PI PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	95
TABLA 4-34. ERROR RELATIVO MEDIO DE PI PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ . ....	96

---



---

TABLA 4-35. DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO DE PI PARA LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL NEGATIVA SEGÚN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ .....	97
TABLA 4-36. RESUMEN DEL COMPORTAMIENTO DE LA APROXIMACIÓN CLÁSICA EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ .....	99
TABLA 4-37. RESUMEN DEL COMPORTAMIENTO DE LAS APROXIMACIONES PI Y PII EN EL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN $CV^2 \perp P$ .....	99
TABLA 5-1. MATRIZ DE COSTES DE ERRORES DE CLASIFICACIÓN.....	105
TABLA 5-2. VARIABLE DEPENDIENTE Y VARIABLES INDEPENDIENTES CONSIDERADAS EN EL MODELO....	106
TABLA 5-3. MATRIZ DE ERRORES DE CLASIFICACIÓN COMETIDOS CON EL C&RT_1.....	111
TABLA 5-4. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 48.....	129
TABLA 5-5. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 57.....	131
TABLA 5-6. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 55.....	132
TABLA 5-7. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 76.....	133
TABLA 5-8. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 79.....	134
TABLA 5-9. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 144.....	135
TABLA 5-10. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 182.....	136
TABLA 5-11. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 66_13.....	137
TABLA 5-12. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 6.....	139
TABLA 5-13. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 38.....	140
TABLA 5-14. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 49.....	141
TABLA 5-15. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 58.....	143
TABLA 5-16. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 80.....	144
TABLA 5-17. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 183_2.....	145
TABLA 5-18. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 39.....	147
TABLA 5-19. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 59.....	148

---

---

TABLA 5-20. MÁXIMO, MÍNIMO, PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL ERROR RELATIVO POR APROXIMACIÓN EN FUNCIÓN DE LA MEJOR REGLA EN EL NODO 81_2.....	149
TABLA 6-1. EC1 Y EC2 POR APROXIMACIÓN Y NODO FINAL. ....	154

---

# **CAPÍTULO 1. Introducción**

---



*“El inventario son aquellos stocks o artículos usados en producción (materias primas y trabajo en curso), actividades de apoyo (suministros de mantenimiento, reparación y operativos) y servicio al cliente (producto terminado y repuestos)”*

*Diccionario APICS. Séptima Edición (1994)*

## 1.1 Justificación y objetivo

La definición del inventario de la asociación APICS pone de manifiesto la importancia de una adecuada gestión del inventario en la cadena de suministro. Gestionar el inventario implica tomar decisiones sobre dos aspectos fundamentales. Por un lado sobre la importancia del ítem y por otro sobre qué política seguir. El objetivo de ambas es determinar cuándo lanzar una orden y de qué tamaño con el fin de cumplir una restricción de servicio al cliente, de coste o de inventario medio.

Las políticas de gestión de inventarios se dividen en dos clases principales, cuya diferencia radica en la frecuencia con la que se examina el inventario. Si el estatus del inventario se conoce en cada instante, hablamos de políticas de revisión continua. Si por el contrario el inventario se revisa cada cierto intervalo de tiempo, hablamos de políticas de revisión periódica. Muchos manuales sobre gestión de inventarios aconsejan el uso de políticas de revisión continua cuando la importancia del ítem justifica el sobre coste asociado al sistema de control informatizado necesario, que permite lanzar ordenes de aprovisionamiento cuando la posición de inventario es igual a un punto de pedido que se establece para cumplir con el objetivo de servicio. Aun así, la posibilidad de coordinar órdenes de aprovisionamiento es una práctica habitual que permite un ahorro de costes importante para las empresas. Bajo esta perspectiva, las ventajas de las políticas de revisión periódica son evidentes, pues permiten agrupar pedidos por proveedor, por rutas de distribución o por tipo de ítem con un menor coste de gestión.

La presente tesis se centra en la política clásica de revisión periódica ( $R, S$ ), donde el inventario se revisa transcurrido un tiempo igual a  $R$  y en función de su nivel, se lanza una orden de aprovisionamiento de tamaño variable tal que, la posición de inventario alcance un nivel igual al stock de referencia  $S$ . Por tanto, la decisión sobre cuánto pedir depende del valor que toma el stock de referencia para cada ítem. Pero, ¿cómo establecer el stock de referencia? Para responder a esta pregunta es necesario establecer el criterio de diseño del sistema, que puede estar basado en los costes asociados o en la satisfacción de un nivel de servicio predefinido. Generalmente el criterio de diseño se establece en base al nivel de servicio al cliente, utilizándose el criterio de coste como medida de rendimiento de la política. En la presente tesis se selecciona como métrica el nivel de servicio de ciclo CSL, que suele expresarse como

el porcentaje de ciclos en los que no ocurre rotura de stock alguna. Por tanto, es obvio que el valor de  $S$  depende del CSL que se plantea como objetivo para cada ítem. Sin embargo, como se demuestra en esta tesis, el método de cálculo utilizado también es determinante. Para calcular el CSL se dispone de cuatro métodos distintos, tres aproximados y uno exacto. Sin embargo, la aplicación del método exacto supone un elevado esfuerzo computacional cuyo coste no siempre se justifica para cualquier ítem y cualquier circunstancia. Según esto, conocer cuándo es posible utilizar un método aproximado para el cálculo del stock de referencia y su riesgo asociado supone una herramienta muy útil de aplicación práctica.

En la presente tesis se estudia qué método de cálculo del stock de referencia es más eficiente en función de las características del ítem y de la política de gestión de inventarios y en base a ello, se propone una metodología para la estimación eficiente de  $S$  en políticas  $(R, S)$ . Adicionalmente, a pesar de que los desarrollos clásicos en gestión de inventarios asumen que la demanda es continua y, por lo general, distribuida normalmente, la demanda real con frecuencia es discreta (i.e. ítems con patrones de demanda errática o de lento movimiento como los repuestos), y así se asume en la presente tesis.

El método más extendido para calcular el nivel de servicio de ciclo, denominado clásico, es una aproximación al cálculo exacto. Sin embargo, en la presente tesis se demuestra que su utilización para la determinación del stock de referencia no siempre asegura cumplir con el criterio de diseño de la política establecido como objetivo. Los métodos analizados son: (1) el método exacto propuesto por Cardós et al. (2006); (2) La aproximación PI derivada por Cardós y Babiloni (2008) a partir de hipótesis para simplificar el método exacto; (3) La aproximación PII derivada por Cardós y Babiloni (2008) a partir de hipótesis para simplificar el método exacto y la aproximación PI; y (4) el método clásico para el cálculo del stock de referencia [ver p. ej. Silver et al. (1998)], denominado aproximación clásica en la presente tesis, que resulta además al asumir hipótesis para simplificar el método exacto, la aproximación PI y la aproximación PII [Cardós y Babiloni (2008)].

La metodología propuesta se fundamenta en un experimento amplio que incluye diferentes funciones de distribución de la demanda, niveles de servicio objetivo y valores de los parámetros de la política de inventario. La combinación factible de éstos supone analizar 115.941 casos distintos, lo que justifica la validez de las conclusiones empíricas. En el análisis descriptivo de los resultados experimentales se observa cómo influyen distintas variables en el comportamiento de las aproximaciones en la estimación del stock de referencia frente al cálculo exacto. Con el análisis exploratorio de los mismos se identifica un nuevo espacio de representación donde se ubican las zonas de comportamiento homogéneo de las aproximaciones al estimar  $S$ . Para cada una de estas zonas se cualifica y cuantifica el riesgo en el que incurre cada aproximación. Con ambos análisis se establece un marco de referencia a partir del

cual se proponen alternativas para la estimación del stock de referencia en función de las características del ítem y de la política de gestión de inventarios, así como información suficiente para desarrollar otros enfoques prácticos y evaluar los riesgos asociados en cada caso.

## **1.2 Esquema general de la tesis**

La presente tesis consta de siete capítulos. El primero y presente capítulo, de carácter introductorio, establece la justificación y el objetivo de la tesis y presenta el esquema general de la misma.

El capítulo 2 se dedica a revisar la literatura sobre el diseño de políticas de gestión de inventarios (R, S) cuando se utiliza el nivel de servicio de ciclo CSL como restricción de diseño en un entorno de demanda probabilística, discreta y estacionaria. En él se revisan los pasos necesarios para diseñar una política (R, S), desde la clasificación y categorización del ítem, la restricción de diseño, los métodos de cálculo del stock de referencia y las medidas de rendimiento de la política.

En el capítulo 3 se recoge el propósito de la experimentación y se establecen las hipótesis y los datos utilizados en el diseño del experimento.

En el capítulo 4 se lleva a cabo el análisis descriptivo de los resultados experimentales, donde se analiza el comportamiento de las aproximaciones en la estimación del stock de referencia frente al método de cálculo exacto, en función de variables relativas a la distribución de la demanda, a la política de gestión de inventarios y al nivel de servicio de ciclo.

El capítulo 5 se dedica al análisis exploratorio de los resultados experimentales. Para ello se recurre a los árboles de clasificación y regresión, una técnica estadística de minería de datos de carácter exploratorio y predictivo. Mediante ésta técnica se detectan zonas de comportamiento homogéneo de las aproximaciones cuando se seleccionan como la mejor regla de cálculo del stock de referencia. El análisis de las zonas de comportamiento común permite identificar un nuevo espacio de representación único.

En el capítulo 6 se analizan los errores de clasificación que se cometen en cada una de las zonas de comportamiento común cuando se selecciona una aproximación como la mejor regla de estimación del stock de referencia y se propone, en base a criterios clásicos de gestión, una metodología para la estimación eficiente del stock de referencia según una clasificación ABC.

Por último, en el capítulo 7 se exponen las conclusiones alcanzadas y se perfilan las principales líneas de investigación futura.





---

## **CAPÍTULO 2. Revisión de la literatura sobre el diseño de sistemas de gestión de inventarios (R, S) para un CSL objetivo**

---



## 2.1 Introducción

En este capítulo se revisa la literatura sobre la metodología a seguir en el diseño de políticas de gestión de inventarios (R, S) cuando el proceso de demanda es estacionario con una función de probabilidad discreta, independiente e idénticamente distribuida.

En primer lugar es necesario conocer las características del ítem. Por un lado las relativas a su importancia para el negocio y por otro las intrínsecas del ítem, que tienen que ver con las características de la demanda. Las funciones de distribución de probabilidad utilizadas en la literatura para representar la demanda de un ítem en función de su naturaleza se sintetizan en el punto 2.2, donde también se detallan las metodologías de clasificación y categorización existentes.

Una vez conocidas las características del ítem, se selecciona la política más adecuada. La presente tesis se centra en la política de revisión periódica (R, S), cuya descripción se realiza en el punto 2.3.

Una vez seleccionada la política de gestión, el siguiente paso consiste en definir el criterio de diseño para determinar los parámetros la política. La métrica utilizada en la presente tesis es el nivel de servicio de ciclo (CSL). Las distintas definiciones y métodos de cálculo para el CSL se detallan en el punto 2.4. En el punto 2.5 se citan las propuestas existentes en la literatura para la determinación de los parámetros de una política (R, S) en función de un nivel de servicio objetivo.

Para terminar, en el punto 2.6 se especifican las medidas más habituales para evaluar el rendimiento de la política diseñada, de entre las que se destaca la medida del inventario medio en el ciclo.

## 2.2 Las características del ítem

El primer paso en la metodología de diseño de un sistema de gestión de inventarios es estudiar las características del ítem para el que se diseña. Dicho análisis tiene dos propósitos: (1) identificar la importancia relativa del ítem [Silver et al. (1998)] y (2) facilitar la selección del mejor procedimiento de previsión y política de gestión de inventarios [Fogarty et al. (1991)]. Para (1) se utiliza la clasificación ABC. Para (2) se recurre a la categorización del ítem en función de su patrón de demanda, que es necesario asimilar a una función de distribución probabilística que lo represente.

### 2.2.1 Clasificación ABC

La clasificación ABC se basa en el principio de que una situación está dominada por una cantidad pequeña de elementos. Por lo tanto, controlando estos elementos se

controla gran parte de la situación. Wilfredo Pareto fue el primero en documentar este principio y Dickie (1951) en ilustrar cómo puede aplicarse a la gestión de inventarios.

La clasificación ABC aplicada a la gestión de inventarios consiste en [Fogarty et al. (1991)]:

1. Clasificar cada ítem en base a su importancia relativa. La importancia relativa de un ítem puede basarse, por ejemplo, en la dificultad de control del mismo, en el impacto del ítem en los costes de la empresa y en su productividad, en el volumen de ventas que representa, etc.
2. Establecer un método de gestión consistente con el grado de importancia según la clasificación del ítem en base a su importancia relativa.

El análisis ABC identifica a los ítems más importantes y los clasifica como tipo A. Los de menor importancia, los clasifica como C. El resto lo sitúa en el tipo B [Zipkin (2000)]. Por tanto, las letras A, B y C representan las categorías en las que se ubican los ítems según su importancia decreciente. La aplicación de la clasificación ABC no limita el uso a éstas tres categorías. Por ejemplo, Campbell (1975) recomienda el uso de cinco clases distintas en función de la utilización del ítem.

Un ejemplo muy común de aplicación de la técnica ABC es clasificar en función del volumen de ventas. Tomando los porcentajes de manera orientativa, los ítems clasificados como A representan alrededor del 20% del número total de ítems pero significan alrededor del 80% del total de ventas. Los tipo B suponen aproximadamente el 30% de los ítems y alrededor del 15% de las ventas. Los ítems restantes se clasifican como C y suponen sólo un porcentaje aproximado del 5% del volumen total de ventas [Silver et al. (1998)].

### **2.2.2 Funciones de distribución para la demanda de un ítem**

En general los modelos clásicos de gestión de inventario asimilan la demanda a distribuciones de probabilidad continua [Snyder (1984); Schultz (1987); Schultz (1989); Dunsmuir y Snyder (1989); Yeh et al. (1997); Leven y Segerstedt (2004)], y más concretamente a la Normal. Si bien es cierto que, según las características de la demanda (demanda media, coeficiente de variación, etc.), la distribución Normal puede aportar buenos resultados, si un ítem se gestiona en unidades discretas, que es lo más frecuente en la práctica, lo más eficiente es asimilarla a una función de distribución discreta [Vereecke y Verstraeten (1994); Janssen et al. (1998); Strijbosch et al. (2000)].

En la literatura se ha recomendado el uso de distintas distribuciones de demanda para gestionar el inventario. Como se observa en la Tabla 2-1 las características de la demanda y el tipo de ítem son discriminantes en el uso de una u otra distribución.

Características de la demanda	Distribución de probabilidad
<p><b>Coefficiente de variación</b></p> <p><b>CV&gt;0,5</b></p> <p>o</p> <p><b>Distribución asimétrica por la derecha</b></p>	<p><b>Distribución Gamma</b> [Silver et al. (1998)].</p> <p>En estas circunstancias el uso de la distribución Normal, puede generar valores de previsión negativos. Por esto también es útil la distribución Normal truncada.</p>
<p><b>Coefficiente de variación</b></p> <p><b>CV&lt;0,5</b></p>	<p><b>Distribución Normal</b> [Silver et al. (1998)].</p> <p>Aporta un buen rendimiento incluso cuando la demanda diaria no se comporta como una normal siempre que sea aplicable el teorema central de límite [Rice (1995)] (p. ej. cuando el periodo de aprovisionamiento es de varios días)</p>
<p>Ítems de <b>lento movimiento de tipo A</b></p>	<p><b>Distribución de Poisson</b> siempre que:</p> $\sigma_L \approx \sqrt{\hat{x}_L} \rightarrow \left[ 0.9\sqrt{\hat{x}_L}, 1.1\sqrt{\hat{x}_L} \right], \text{ donde}$ <p><math>L</math> es el plazo de aprovisionamiento, <math>\sigma_L</math> la desviación típica de la demanda en <math>L</math> y <math>\hat{x}_L</math> la demanda prevista en <math>L</math>. [Silver et al. (1998)].</p> <p><b>Distribución Binomial negativa</b></p> <p>[Syntetos y Boylan (2006)].</p>
<p>Ítems cuya probabilidad de demanda nula no es despreciable</p>	<p><b>Binomial Negativa</b></p> <p>[Syntetos y Boylan (2006)].</p> <p><b>Poisson Compuesta</b></p> <p>[Friend (1960); Adelson (1966); Nahmias y Demmy (1982)].</p> <p><b>Bernoulli Compuesta</b></p> <p>[Janssen et al. (1998); Strijbosch et al. (2000)].</p>

Tabla 2-1. Distribuciones de probabilidad utilizadas en gestión de inventarios. [Elaboración propia].

### 2.2.3 Métodos de categorización de la demanda

Categorizar la demanda consiste en agrupar ítems cuyos patrones de demanda presentan características similares. A pesar de la importancia de la categorización en la gestión del inventario no existe una categorización y definición de patrones de demanda generalizada, siendo, en la práctica, las categorizaciones ad hoc, las más utilizadas. A continuación se sintetizan las distintas propuestas de categorización que se presentan en la literatura.

#### 2.2.3.1 Métodos basados en la varianza de la demanda

Williams (1984) presenta un método de categorización basado en la partición de la varianza de la demanda durante el periodo de aprovisionamiento (DDLT) en sus tres partes constitutivas. Para ello asume que: (a) el número de órdenes que llegan durante un periodo es una variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida (i.i.d.), con media  $n$  y varianza  $\text{var}(n)$ ; (b) el tamaño de las órdenes es una variable aleatoria i.i.d. con media  $x$  y varianza  $\text{var}(x)$ ; y (c) el periodo de aprovisionamiento es una variable aleatoria i.i.d. con media  $L$  y varianza  $\text{var}(L)$ . Bajo estas condiciones, Williams propone expresar la ecuación de partición de la varianza de la demanda durante el periodo de aprovisionamiento como:

$$\text{var}(DDLT) = x^2 L \text{var}(n) + nL \text{var}(x) + n^2 x^2 \text{var}(L), \quad (2-1)$$

es decir,

$$\text{var}(DDLT) = \text{varianza debida a } n + \text{varianza debida a } x + \text{varianza debida a } L,$$

que expresada a través de sus respectivos coeficientes de variación resulta la expresión adimensional

$$CV_{DDLT}^2 = \frac{CV_n^2}{L} + \frac{CV_x^2}{nL} + CV_L^2 \quad (2-2)$$

En función del tamaño de cada uno de los sumandos de la expresión (2-2) se establecen las distintas categorías. En un estudio posterior Eaves y Kingsman (2004) profundizan en el método desarrollado por Williams (1984), introduciendo nuevas categorías de demanda. En la Tabla 2-2 se presenta una comparativa de las categorizaciones propuestas por Williams (1984) y Eaves y Kingsman (2004).

$C_{DDL}^2$			Tipo de patrón de demanda	
$C_n^2/L$	$C_x^2/nL$	$C_L^2$	Williams (1984)	Eaves y Kingsman (2004)
Pequeño	Pequeño	—	Suave (A)	Suave (A)
Pequeño	Grande	—	Suave (C y D <sub>1</sub> )	Irregular (C)
Grande	Pequeño	—	Lento movimiento (B)	Lento movimiento (B)
Grande	Grande	Pequeño	Intermitente (D <sub>2</sub> )	Intermitente medio (D <sub>1</sub> )
Grande	Grande	Grande	Intermitente (D <sub>2</sub> ) (con gran variabilidad en el periodo de aprovisionamiento)	Muy intermitente (D <sub>2</sub> )

**Tabla 2-2. Comparativa sobre la categorización de la demanda según Williams (1984) y Eaves y Kingsman (2004). [Elaboración propia].**

En ambos estudios se recomienda establecer los límites entre las categorías en función de criterios de gestión de la dirección, el sector de negocio, etc.

### 2.2.3.2 Métodos basados en la precisión de los métodos de previsión

Syntetos et al. (2005) establecen las categorías de demanda en función de la precisión que alcanzan unos métodos de previsión seleccionados ante distintos patrones de demanda. Para ello, comparan mediante el error cuadrático medio (MSE) la precisión de los métodos de previsión y registran qué método es más efectivo en cada caso. Posteriormente identifican las variables que determinan el comportamiento común de los métodos de previsión, estableciendo un espacio de representación en base al coeficiente de variación cuadrado ( $CV^2$ ) y al intervalo medio entre demandas ( $p$ ). En este espacio de representación, denominado en adelante  $CV^2 \text{ } p$  se clasifica la demanda en cuatro tipologías, tal y como se muestra en la Figura 2-1. Los valores límites entre categorías se calculan en función de los resultados experimentales obtenidos con respecto a la comparación del MSE de los distintos métodos de previsión.

Los métodos de previsión comparados son: (1) el método de Croston [Croston (1972)]; (2) el método SyB [Syntetos y Boylan (2005)]; y (3) el alisado exponencial simple (SES) [Brown (1962)]. El método de Croston, corregido algebraicamente por Rao (1973) es un método de previsión de demanda basado en SES diseñado para

patrones de demanda intermitente [ver p. ej. Willemain et al. (1994); Johnston y Boylan (1996); Syntetos y Boylan (2001)]. Este método genera numerosos estudios posteriores ya que su aplicación presenta resultados contradictorios [Schultz (1987); Willemain et al. (1994); Johnston y Boylan (1996); Sani y Kingsman (1997); Syntetos y Boylan (2001); Snyder (2002); Leven y Segerstedt (2004); Shale et al. (2006); Boylan y Syntetos (2007); Teunter y Sani (2009)]. En el estudio de Syntetos y Boylan (2005) se detecta un error matemático en los estimadores, que introduce un sesgo en el método de Croston. El método de Croston corregido por Syntetos y Boylan (2005) es el método SyB. En el Anexo I aparecen detallados ambos métodos.

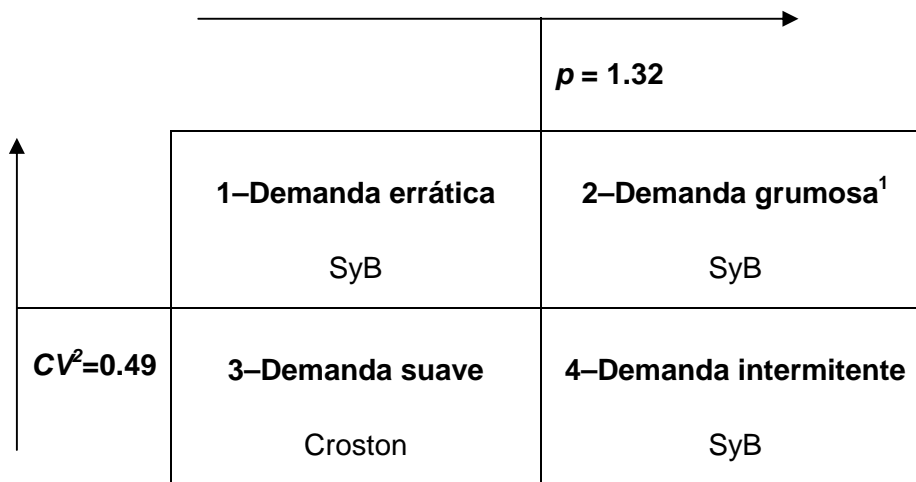


Figura 2-1. Categorización de la demanda según Syntetos et al. (2005)

### 2.2.3.3 Métodos basados en la forma del patrón de la demanda

Bartezzaghi et al. (1999) y Zotteri (2000) estudian la importancia de la forma de la distribución de probabilidad de la demanda en la intermitencia de la misma y más concretamente en su esporadicidad, que se define como la frecuencia de aparición de picos de demanda seguidos de periodos con demanda nula o muy pequeña. Los autores detectan que patrones de demanda diferentes presentan distintos grados de esporadicidad, lo cual debe tenerse en cuenta a la hora de diseñar la política de gestión de inventarios.

A pesar de que los autores no proporcionan una categorización como tal ni sugieren un espacio de representación, proponen considerar la asimetría de la distribución de demanda como factor de categorización para el diseño de la política. Para medir la asimetría recomiendan utilizar el coeficiente de asimetría  $M3$ , definido como:

<sup>1</sup> Del inglés "lumpy".



$$M3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (2-3)$$

donde  $\mu_3$  es el tercer momento respecto a la media y  $\sigma$  es la desviación estándar.

#### 2.2.3.4 Método conceptual para patrones de demanda no-Normales

Boylan et al. (2006) proponen un modelo de categorización conceptual para ítems que presentan un patrón de demanda no-Normal [Williams (1984); Gelders y Van Looy (1978)]. En el modelo, representado en la Figura 2-2, los autores introducen como factores de categorización el periodo medio entre demandas ( $p$ ), la demanda media por periodo ( $\mu$ ), y el coeficiente de variación de las órdenes de demanda (CV).

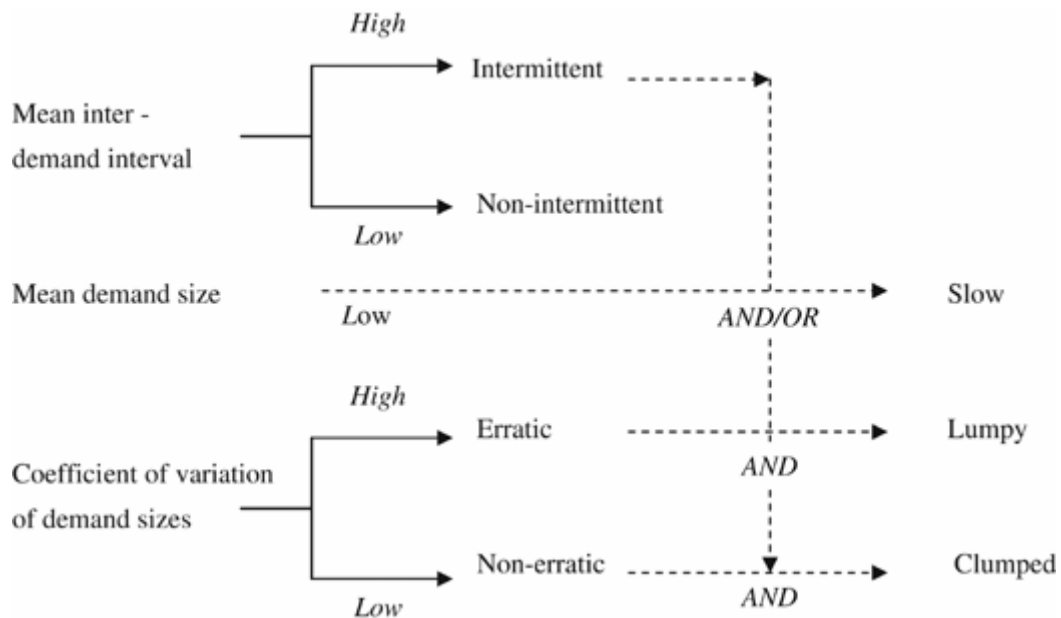


Figura 2-2. Categorización conceptual para patrones de demanda no-Normales. [Boylan et al. (2006)].

Según la categorización conceptual de la Figura 2-2, se definen las siguientes categorías de demanda:

- Intermittente : se incluyen en esta categoría todos aquellos ítems que presentan demandas con poca frecuencia.
  - Intermittente “lumpy” : se incluyen en esta categoría todos aquellos ítems cuya demanda, cuando ocurre, presenta gran variabilidad.
  - Intermittente “clumped” : se incluyen en esta categoría todos aquellos ítems cuya demanda, cuando ocurre, es constante o casi

constante.

- Lento movimiento : se incluyen en esta categoría aquellos ítems cuya demanda media por periodo es pequeña, debido a la poca frecuencia de demandas, al tamaño medio de las mismas, o a ambos.
- Errática : se incluyen en esta categoría todos aquellos ítems que presentan un alta variabilidad en el tamaño de las órdenes de demanda.

#### **2.2.3.5 Métodos ad hoc de caracterización de demanda**

Algunas investigaciones utilizan métodos de clasificación ad hoc atendiendo a las características de la demanda. Tal es el caso del estudio desarrollado por Sani y Kingsman (1997), en el que la demanda se categoriza en cuatro grupos A, B, C y D atendiendo a dos criterios: (1) el tamaño de la demanda anual; y (2) el coste unitario del producto. Los autores justifican la elección de estos dos criterios al considerarlos de vital importancia para la empresa en la que se lleva a cabo la investigación.

Boylan et al. (2006) estudian el modelo de categorización que utiliza una empresa de software para clasificar ítems, dentro de su sistema de previsión y gestión de inventarios (Figura 2-3). Dicho modelo consiste en revisar los trece últimos periodos de tiempo. Si el número de periodos sin demanda es mayor que 7, la demanda se considera intermitente. En función de esa primera categorización, se determina el mejor procedimiento de previsión. Posteriormente, si la demanda se categoriza como intermitente el procedimiento de gestión se selecciona en función de la demanda media, apareciendo categorías de demanda intermitente gruesa y de lento movimiento. Para patrones no-intermitentes, se categoriza en función de la variabilidad de la demanda, encontrándose patrones de demanda errática y de rápido movimiento.

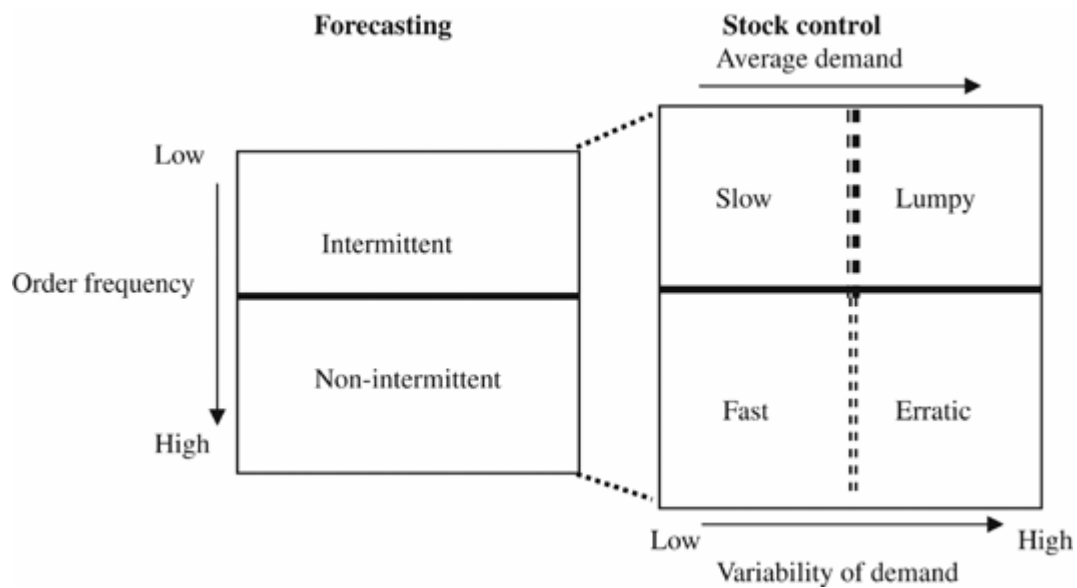


Figura 2-3. Esquema de categorización utilizado por una empresa de software. [Boylan et al. (2006)].

### 2.3 La política de gestión de inventarios (R, S)

La política (R, S) es el modelo de gestión de inventarios clásico bajo condiciones de revisión periódica. El procedimiento de control consiste en revisar el inventario cada  $R$  unidades de tiempo y lanzar una orden de aprovisionamiento de un tamaño tal que se alcance una posición de inventario igual a  $S$ . La orden se recibe  $L$  periodos después.

La Figura 2-4 muestra un ejemplo de la evolución de stock físico y de la posición de inventario en un sistema (R, S). La notación que en ella aparece y la que se va a utilizar en el resto de la tesis se describe a continuación:

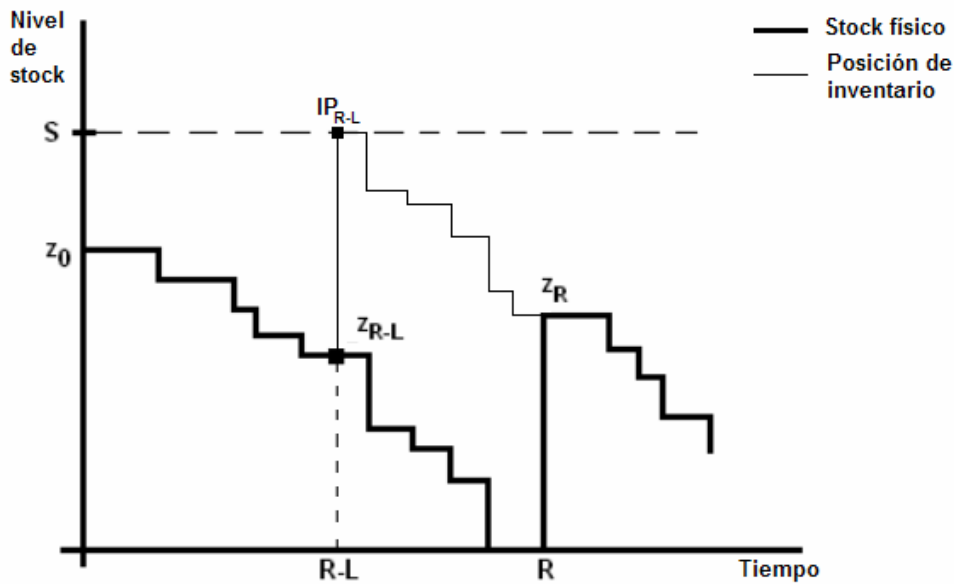
$S$  = Stock de referencia

$R$  = Periodo de revisión y ciclo de aprovisionamiento, correspondiente al tiempo entre dos aprovisionamientos consecutivos

$L$  = Plazo de aprovisionamiento

$z_t$  = Stock físico en  $t$

$IP_t$  = Posición de inventario en  $t$



**Figura 2-4. Evolución del stock físico y de la posición de inventario en un sistema (R, S).**

Una de las ventajas más destacadas de la política (R, S) frente a políticas de revisión continua del stock es que permite coordinar el reaprovisionamiento de distintos ítems, con los ahorros en costes que esto supone [Sani y Kingsman (1997); Eynan y Kropp (1998); Chiang (2005); Chiang (2007)]. Asimismo permite ajustar en cada ciclo el valor del stock de referencia cuando el patrón de demanda no es estacionario [Silver et al. (1998)].

## 2.4 El nivel de servicio de ciclo como requisito de diseño

Una vez establecida la política de gestión, se establece el criterio de diseño para determinar los parámetros de la política. Los requisitos de diseño más utilizados son los relativos al servicio al cliente, como el nivel de servicio de ciclo, denominado CSL<sup>2</sup> o P1 [Vereecke y Verstraeten (1994); Paschalidis et al. (2004); Cardós et al. (2006)], y el porcentaje de demanda satisfecha con el stock físico, denominado FR<sup>3</sup> o P2 [Snyder (1984); Dunsmuir y Snyder (1989); Segerstedt (1994); Yeh et al. (1997); Janssen et al. (1998); Strijbosch et al. (2000); Smits et al. (2004); Wang y Shu (2005); Tempelmeier (2007)]. En la presente tesis se elige como medida de servicio el CSL.

En la literatura aparecen dos definiciones de CSL. La primera, denominada en adelante clásica, define el nivel de servicio de ciclo como la probabilidad de no incurrir en roturas de stock durante el ciclo de aprovisionamiento [Chopra y Meindl (2004)].

<sup>2</sup> Del inglés "*Cycle Service Level*".

<sup>3</sup> Del inglés "*Fill Rate*".

Esta probabilidad es equivalente al factor de seguridad  $k$  utilizado para el cálculo del stock de seguridad cuando la demanda se distribuye normalmente [Silver et al. (1998)]. Por tanto, el CSL es la fracción de ciclos en los que no ocurre rotura de stock alguna. Silver et al. (1998) definen el concepto de rotura de stock como el momento en el que el stock físico disponible de un ítem es igual a cero. Luego,

$$CSL = P(D_{L+R} \leq S) = F_{L+R}(S) \quad (2-4)$$

Donde:

- $D_t$  = Demanda acumulada durante  $t$  periodos consecutivos
- $f_t(\cdot)$  = Distribución de probabilidad de la demanda en  $t$
- $F_t(\cdot)$  = Distribución de probabilidad acumulada de la demanda en  $t$

Cardós et al. (2006) detectan inconsistencias en la definición clásica al no tener en cuenta explícitamente la satisfacción de la demanda en el ciclo, sino únicamente el nivel del stock físico disponible. La definición clásica del CSL se fundamenta en las hipótesis de aplicación de modelos (R, S), recogidas en Silver et al. (1998), en las que se asumen despreciables tanto la probabilidad de que no se produzca demanda cuando el stock físico es cero, como la probabilidad de que no se produzca demanda durante el ciclo. Sin embargo, la política (R, S) no sólo se utiliza para patrones de demanda suave, que cumplen con las hipótesis anteriores, sino también para patrones de demanda intermitentes, para los cuales estas dos probabilidades no pueden despreciarse [Sani y Kingsman (1997); Leven y Segerstedt (2004); Syntetos y Boylan (2006)].

Por tanto, Cardós et al. (2006) proponen definir el CSL como la fracción de ciclos en los que la demanda se satisface íntegramente con el stock físico disponible. En ella, la demanda se considera explícitamente y aplica incluso si no se produce demanda alguna durante el ciclo [Cardós y Babiloni (2008)]. Aplicando esta segunda definición, para un stock físico al principio del ciclo de aprovisionamiento igual a  $z_0$ , se calcula el CSL de forma exacta como:

$$CSL(z_0) = P(D_R \leq z_0 | D_R > 0) = \frac{P(0 < D_R \leq z_0)}{P(D_R > 0)} \quad (2-5)$$

Para generalizar el cálculo exacto a todos los posibles niveles de inventario al inicio del ciclo, Cardós et al. (2006) desarrollan un procedimiento para calcular la distribución de probabilidades al inicio del ciclo, para un modelo de gestión (R, S), que aplica cuando la distribución de demanda es i.i.d., estacionaria, discreta y conocida. Adicionalmente, los autores consideran que sólo existe una orden de reaprovisionamiento lanzada en cada instante y que no hay posibilidad de diferir demanda. Bajo estas condiciones, el balance de inventario en  $R-L$  es

$$z_{R-L} = [z_0 - D_{R-L}]^+ \quad (2-6)$$

donde

$$X^+ = \max \{X, 0\}$$

por tanto

$$P(z_{R-L} = j) = \sum_{i=1}^S P(z_{R-L} = j | z_0 = i) P(z_0 = i) \quad (2-7)$$

que puede expresarse utilizando matrices:

$$P(\overline{z_{R-L}}) = P(\overline{z_0}) \cdot \overline{M_{R-L}} \quad (2-8)$$

donde

$$\overline{M_{R-L}} = [m_{ij}] \quad (2-9)$$

que según el balance de inventario de la expresión (2-6)

$$m_{ij} = P(j = [i - D_{R-L}]^+) = \begin{cases} P(D_{R-L} \geq i) = 1 - F_{R-L}(i-1) & j = 0 \\ P(D_{R-L} = i - j) = f_{R-L}(i - j) & j > 0 \end{cases} \quad (2-10)$$

con lo que puede obtenerse la probabilidad para cualquier nivel de stock en  $R-L$ . Siguiendo el mismo razonamiento, el balance de inventario en  $R$  se expresa como:

$$z_R = [z_{R-L} - D_L]^+ + S - z_{R-L} \quad (2-11)$$

que expresado con matrices queda como

$$P(\overline{z_R}) = P(\overline{z_{R-L}}) \cdot \overline{M_L} \quad (2-12)$$

donde

$$\overline{M_L} = [m_{kj}] \quad (2-13)$$

y por lo tanto

$$m_{kj} = P(k = [j - D_L]^+ + S - j) = \begin{cases} 0, & k + j - S < 0 \\ P(k = S - j) = P(D_L \geq j) = 1 - F_L(j-1), & k + j - S = 0 \\ P(k = j - D_L + S - j = S - D_L) = P(D_L = S - k) = f_L(S - k), & k + j - S > 0 \end{cases} \quad (2-14)$$

con lo que la probabilidad para cualquier nivel de stock en  $R$  se calcula como

$$P(\bar{z}_R) = P(\bar{z}_{R-L}) \cdot \bar{M}_L = P(\bar{z}_0) \cdot \bar{M}_{R-L} \cdot \bar{M}_L = P(\bar{z}_0) \cdot \bar{M}_R \quad (2-15)$$

donde se define  $\bar{M}_R = \bar{M}_{R-L} \cdot \bar{M}_L$  como la matriz de transición de probabilidad entre los niveles de inventario desde el principio del ciclo de aprovisionamiento hasta el final, con lo que se deduce que

$$P(\bar{z}_{mR}) = P(\bar{z}_0) \cdot \bar{M}_R^m \quad (2-16)$$

y si las potencias de la matriz de transición convergen en  $\bar{M}$ , entonces

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P(\bar{z}_{mR}) = P(\bar{z}_0) \cdot \bar{M} \quad (2-17)$$

donde  $P(\bar{z}_0)$  es un vector arbitrario. Por lo tanto, es posible calcular la probabilidad de cualquier nivel de stock en  $R$  tomando, como vector de probabilidades al inicio del ciclo, una de las columnas iguales de la matriz de probabilidades de transición. Por lo tanto, la expresión generalizada para el cálculo exacto del CSL, es:

$$CSL = \sum_{z_0=0}^S P(z_0) \cdot CSL(z_0) = \sum_{z_0=0}^S P(z_0) \cdot \frac{F_R(z_0) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (2-18)$$

El gran esfuerzo de cálculo que se requiere para calcular el CSL como en (2-18) motiva un estudio posterior en el que se derivan tres aproximaciones al cálculo exacto [Cardós y Babiloni (2008)]. La primera aproximación, denominada PI, asume que no hay posibilidad de incurrir en roturas de stock durante el plazo de aprovisionamiento. Por tanto, el balance de inventario en  $R$  según la expresión (2-11) se simplifica como:

$$z_R = [z_{R-L} - D_L] + S - z_{R-L} = S - D_L \quad (2-19)$$

y por tanto  $P(\bar{z}_0)$  se calcula como

$$P(z_0) = P(z_0 = S - D_L) = P(D_L = S - z_0) = f_L(S - z_0) \quad (2-20)$$

y en consecuencia el nivel de servicio de ciclo se calcula como:

$$PI = \sum_{z_0=1}^S f_L(S - z_0) \cdot \frac{F_R(z_0) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (2-21)$$

La segunda aproximación, denominada PII, consiste en asumir la misma simplificación que para PI y aplicarla también en el cálculo del  $CSL(z_0)$ , como:

$$\begin{aligned}
 CSL(z_0) &= P(D_R \leq z_0 | D_R > 0) = P(D_R \leq S - D_L | D_R > 0) = \\
 &= \frac{P(0 < D_R \leq S - D_L)}{P(D_R > 0)} = \frac{F_{R+L}(S) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (2-22)
 \end{aligned}$$

por tanto, el nivel de servicio de ciclo con la aproximación PII se calcula como:

$$PII = \sum_{z_0=0}^S P(z_0) CSL(z_0) = \sum_{z_0=0}^S P(z_0) \frac{F_{R+L}(S) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} = \frac{F_{R+L}(S) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (2-23)$$

dado que  $\sum_{z_0=0}^S P(z_0) = 1$ .

La tercera aproximación, denominada PIII, consiste en simplificar la aproximación PII y suponer que la probabilidad de demanda nula en el ciclo es despreciable, es decir, que  $F_R(0) \approx 0$ . Por tanto, el nivel de servicio de ciclo se calcula como:

$$PIII = P(D_{L+R} \leq S) = F_{L+R}(S) \quad (2-24)$$

lo que es equivalente a la expresión (2-4), por lo que la aproximación PIII se denomina en adelante aproximación clásica.

Cardós y Babiloni (2008) analizan el comportamiento de las aproximaciones PI, PII y clásica frente al cálculo exacto del CSL. En el estudio se observa que el comportamiento de PI y PII es muy similar y tiende a subestimar en todos los casos el valor del CSL exacto. A efectos de diseño, subestimar el CSL implica sobreproteger el sistema frente a roturas de stock. Sin embargo, además de subestimar, la aproximación clásica también sobreestima el valor del CSL exacto, lo que implica no cumplir con el objetivo de diseño.

## 2.5 Procedimiento de cálculo de los parámetros R y S de la política de gestión de inventarios

Establecer el valor del parámetro  $R$  es, en muchos casos, una decisión relativa a los criterios de la gestión operativa y no al propio diseño de la política. En la práctica se establece el periodo de revisión en base a la categoría o clase a la que pertenece el ítem, a la agrupación de pedidos por proveedor, a la ruta de entrega, etc. con el objetivo de ahorrar costes [Sani y Kingsman (1997); Leven y Segerstedt (2004); Syntetos y Boylan (2006)]. De hecho, una de las hipótesis propuestas por Silver et al. (1998) para la aplicación de modelos (R, S) en contexto probabilística consiste en asumir que el periodo de revisión  $R$  está predeterminado. A pesar de ello, algunos autores han desarrollado algoritmos para calcular simultáneamente los parámetros de la política con objeto de minimizar los costes totales del sistema. Con este propósito



Johansen y Melchior (2003) y Gallego y Hu (2004) utilizan la teoría de cadenas de Markov.

En entornos de demanda no estacionaria Levi et al. (2005), Tarim y Kingsman (2006) y Rossi et al. (2008) desarrollan modelos para determinar simultáneamente los parámetros de la política, asumiendo que la demanda en cada periodo se distribuye normalmente.

Para otras políticas, como la (s, S) se han desarrollado reglas heurísticas para determinar simultáneamente los parámetros de la política [ver p. ej. Veinott y Wagner (1965); Naddor (1975); Porteus (1985); Federgruen y Zheng (1992); Axäter (2000)].

En la presente tesis se asume, como en Silver et al. (1998), que  $R$  está predeterminado. Por tanto, se establece un CSL objetivo y se calcula el stock de referencia que cumple la expresión [ver por ejemplo Vereecke y Verstraeten (1994); Silver et al. (1998)]:

$$S \geq F_{R+L}^{-1} (CSL\_objetivo) \quad (2-25)$$

Obsérvese que en la expresión (2-25) se utiliza la aproximación clásica para calcular el stock de referencia.

## 2.6 Medidas de rendimiento

Uno de los criterios más extendidos para medir el rendimiento de un sistema de gestión de inventarios es el nivel de inventario medio [Simon y Hopp (1991); Nieboer y Dekker (1995); van der Heijden y de Kok (1998); Syntetos y Boylan (2006)]. Esta medida se utiliza para seleccionar la mejor política que cumpla con el criterio de diseño seleccionado [van der Heijden y de Kok (1998)]. En la práctica, se considera la mejor opción aquella política que supone el mínimo nivel de inventario medio en el ciclo que cumple con el CSL objetivo.

Otra medida de rendimiento se centra en los costes totales asociados al inventario [van der Heijden (2000); Johansen (2001)], tales como los relativos al mantenimiento del inventario, al aprovisionamiento, a las roturas de stock, a la obsolescencia, etc. Pero incluso si se utilizan los costes totales para medir la eficiencia del sistema, es importante conocer de la manera más exacta posible el inventario medio en el ciclo [Chiang (2005)].

La aproximación de cálculo al inventario medio más extendida, denominada clásica [Hadley y Whitin (1963); Silver et al. (1998)] calcula el inventario medio en el ciclo como:

$$\Psi \approx \Psi_{classic} = S - \mu_{L+R} + \frac{\mu_R}{2} \quad (2-26)$$

donde

$\mu_t$  = Demanda media durante  $t$  periodos

$\Psi$  = Inventario medio en el ciclo

Dado que el cálculo del inventario medio como en ( 2–26) no es más que una aproximación al cálculo exacto del inventario medio en el ciclo, Hadley y Whitin (1963) sugieren un método exacto para calcular el inventario medio cuando la demanda se distribuye según una distribución de Poisson, asumiendo constante el plazo de aprovisionamiento. En van der Heijden y de Kok (1992) se proponen otras aproximaciones de cálculo basadas en técnicas de integración numérica, como la regla de Simpson y la regla 3/8 con el propósito de establecer qué regla es más eficiente, en un contexto de demanda continua. En un estudio posterior Nahmias y Smith (1994) sugieren también un método exacto, pero asumiendo que la demanda se distribuye según una Binomial Negativa, para plazos de aprovisionamiento iguales a cero, en el que el cálculo del inventario medio es función de los parámetros de la distribución.

Por último, Babiloni y Cardós (2008) proponen un método exacto para calcular el inventario medio en el ciclo, cuando la demanda se considera estacionaria, i.i.d., discreta y conocida, que resuelve la ecuación del cálculo exacto del inventario medio de la expresión ( 2–27), utilizando las mismas hipótesis y el mismo concepto de matrices de probabilidades de transición utilizado por Cardós et al. (2006) para el cálculo del CSL.

$$\Psi = \frac{1}{R} \sum_{t=0}^{R-1} \Psi_t \quad (2-27)$$

---

## **CAPÍTULO 3. Propósito y diseño de la experimentación**

---



### 3.1 Propósito del experimento

En el capítulo anterior se han descrito tanto los métodos de cálculo, exacto y aproximados, disponibles para el CSL así como el procedimiento de cálculo clásico para calcular el stock de referencia en políticas (R, S) cuando  $R$  está predeterminado. Sin embargo no se ha evaluado el comportamiento de las aproximaciones PI, PII y clásica frente al cálculo exacto cuándo se utilizan para determinar S dado un CSL objetivo. Con el propósito de analizar este comportamiento se diseña un experimento que contempla una gran variedad de situaciones. Esto implica considerar distintas distribuciones de demanda, con gran variabilidad de parámetros, distintos valores para el periodo de revisión y el plazo de aprovisionamiento y valores realistas del CSL objetivo. El objetivo de diseñar un experimento en el que se evalúen distintas situaciones y variadas es la aplicabilidad práctica de los resultados.

En el presente capítulo se establecen las hipótesis y datos considerados en el experimento. Para ello, se sigue la metodología para el diseño de políticas de gestión (R, S) expuestos en el capítulo 2.

### 3.2 Factores relativos a la demanda

#### 3.2.1 La función de distribución de probabilidades de la demanda

En el experimento se asumen las mismas hipótesis sobre la demanda que para la aplicación del cálculo del CSL exacto, es decir, la demanda se considera discreta, estacionaria, i.i.d. y con una distribución de probabilidades conocida. Según estas hipótesis y de acuerdo a lo expuesto en el punto 2.2.2 del capítulo 2, las distribuciones de demanda seleccionadas para la experimentación son: (1) La distribución de Poisson( $\lambda$ ); (2) La distribución de Bernoulli( $\theta$ ); (3) La distribución Binomial( $n, \theta$ ); (4) La distribución Geométrica( $\theta$ ); y (5) La distribución Binomial Negativa( $r, \theta$ ) que puede entenderse también como una distribución de Poisson compuesta por una distribución de Poisson y una Gamma. Dado que la distribución de Bernoulli es equivalente a la distribución Binomial cuando el  $n=1$  [ver por ejemplo Peña (1998)] y la distribución geométrica es equivalente a la Binomial Negativa para  $r=1$  [ver p. ej. Walpole et al. (1999)], el experimento se reduce a considerar las distribuciones de Poisson, Binomial y Binomial Negativa con la apropiada combinación de parámetros.

Los valores considerados en la experimentación para los parámetros de las tres distribuciones se presentan en la Tabla 3-1.

---

**Distribución Poisson( $\lambda$ )**

$\lambda$  0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20

---

**Distribución Binomial( $n, \theta$ )**

$n$  1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 15, 20

$\theta$  0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.25, 0.5, 0.75, 0.9, 0.95, 0.99

---

**Distribución Binomial Negativa( $r, \theta$ )**

$r$  0.05, 0.1, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 5

$\theta$  0.1, 0.15, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99

---

**Tabla 3-1. Valores de los parámetros de la distribución Binomial Negativa**

**3.2.2 Representación de las distribuciones de demanda según el espacio de representación  $CV^2 \perp p$**

Con el fin de observar si las distribuciones de demanda que se utilizan en la experimentación cubren un rango amplio de categorías de demanda, éstas se representan dentro del espacio  $CV^2 \perp p$  propuesto en la categorización de la demanda de Syntetos et al. (2005). A pesar de que dicha categorización está basada en métodos de previsión, es la única que establece límites entre categorías si bien hasta el momento no se ha demostrado si puede utilizarse para recoger el comportamiento de los distintos métodos de cálculo del stock de referencia en el diseño de políticas de inventario.

Las categorías de demanda propuestas por Syntetos et al. (2005) (Figura 2-1) dependen del valor que toma el coeficiente de variación cuadrado de la distribución de las órdenes de demanda  $CV^2$  y del intervalo medio entre demandas  $p$ . Por tanto, para representar en dicho espacio las distribuciones consideradas en la experimentación, es necesario relacionar los parámetros de las mismas con la distribución de probabilidades de la frecuencia de las órdenes, para obtener una expresión analítica para  $p$ , y con la distribución de probabilidades del tamaño de las órdenes con objeto de obtener una para  $CV^2$ .

### 3.2.2.1 Relación entre $p$ y los parámetros de la distribución de demanda

Sea  $Y$  la variable aleatoria que representa el número de periodos que transcurren hasta el primero con demanda, que sigue una distribución geométrica con parámetro  $q$ . Según esto, el intervalo medio entre demandas se calcula como

$$p = E(Y) = \frac{1-q}{q} \quad (3-1)$$

Existe una relación entre los parámetros de la distribución de probabilidad de la demanda y la distribución Geométrica( $q$ ). Sea  $f(\cdot)$  la función de probabilidad inicial de la demanda, discreta y conocida. La relación entre ambas distribuciones se expresa como:

$$q = 1 - f(0) \quad (3-2)$$

y por tanto, el intervalo medio entre demandas puede calcularse en función de los parámetros de la distribución de demanda inicial como

$$p = \frac{f(0)}{1 - f(0)} \quad (3-3)$$

A continuación se particulariza la expresión (3-3) para las distribuciones de Poisson, Binomial y Binomial Negativa.

#### Distribución de Poisson

La función de probabilidad de una distribución de Poisson( $\lambda$ ) viene dada por la siguiente expresión

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \quad \lambda \in [0, \infty) \quad (3-4)$$

Por lo tanto, la probabilidad de que la demanda sea igual a cero es

$$P(0) = e^{-\lambda} \quad (3-5)$$

Luego el intervalo medio entre demandas para una distribución de Poisson se calcula como

$$p = \frac{e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}} \quad (3-6)$$

#### Distribución Binomial

La función de probabilidad de una distribución Binomial( $n, \theta$ ) viene definida por la expresión

$$P(x) = \binom{n}{x} \cdot \theta^x (1-\theta)^{n-x} \quad n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq \theta \leq 1 \quad (3-7)$$

Por lo tanto, la probabilidad de que la demanda sea igual a cero se expresa, en función de los parámetros de la distribución, como

$$P(0) = (1-\theta)^n \quad (3-8)$$

Por tanto, el intervalo medio entre demandas para una distribución Binomial( $n, \theta$ ), se calcula como:

$$p = \frac{(1-\theta)^n}{1-(1-\theta)^n} \quad (3-9)$$

### Distribución Binomial Negativa

La función de probabilidad de una distribución Binomial Negativa( $r, \theta$ ) viene dada por la expresión

$$P(x) = \binom{x+r-1}{x} \cdot \theta^r \cdot (1-\theta)^x \quad r \in \mathbb{R} \quad 0 < \theta < 1 \quad (3-10)$$

Por tanto, la probabilidad de que la demanda sea igual a cero se expresa como:

$$P(0) = \theta^r \quad (3-11)$$

y el intervalo medio entre demandas como:

$$p = \frac{\theta^r}{1-\theta^r} \quad (3-12)$$

### 3.2.2.2 Relación entre $CV^2$ y los parámetros de la distribución de demanda

El coeficiente de variación cuadrado de una variable aleatoria  $X$  distribuida según una función de probabilidad discreta se calcula como:

$$CV^2(X) = \frac{Var(X)}{E^2(X)} \quad (3-13)$$

Por definición

$$E(X) = \sum_{x_i=0}^{\infty} x_i \cdot P(x_i) \quad (3-14)$$



Análogamente, la esperanza matemática de la distribución de los órdenes de demanda se calcula como:

$$E(Y) = \sum_{y_i=1}^{\infty} y_i \cdot P(y_i) \quad (3-15)$$

Sin embargo, para esta nueva distribución en la que se extraen los valores de demanda nula, la distribución de probabilidades cambia, relacionándose como

$$P(y_i) = \frac{P(x_i)}{1 - P(0)} \quad (3-16)$$

Tomando esperanzas a ambos lados de la igualdad obtenemos la relación entre ambas como:

$$E(Y) = \frac{1}{1 - P(0)} \cdot E(X) \quad (3-17)$$

Análogamente, por definición la varianza de  $X$  se calcula como:

$$Var(X) = \sum_{x_i=0}^{\infty} [x_i - E(X)]^2 \cdot P(x_i) \quad (3-18)$$

Por tanto, la varianza de la nueva distribución se obtiene como

$$Var(Y) = \sum_{y_i=1}^{\infty} [y_i - E(Y)]^2 \cdot P(y_i) \quad (3-19)$$

Al desarrollar la expresión (3-6) tenemos que

$$Var(X) = E^2(X) \cdot P(0) + \sum_{x_i=1}^{\infty} [x_i - E(X)]^2 \cdot P(x_i) \quad (3-20)$$

y sustituyendo las expresiones (3-16) y (3-17) en segundo término de la expresión (3-20), éste queda como:

$$\begin{aligned}
 \sum_{x_i=1}^{\infty} [x_i - E(X)]^2 \cdot P(x_i) &= \sum_{x_i=1}^{\infty} [x_i - E(Y) \cdot \alpha]^2 \cdot \alpha \cdot P(y_i) = \\
 &= \alpha \cdot \sum_{y_i=1}^{\infty} [y_i - E(Y) \cdot \alpha]^2 \cdot P(y_i) = \\
 &= \alpha \left[ \text{Var}(Y) + \sum_{y_i=1}^{\infty} [-2y_i \cdot E(Y) \cdot (\alpha - 1) + E^2(Y) \cdot (\alpha^2 - 1)] \cdot P(y_i) \right] = \\
 &= \alpha \left[ \text{Var}(Y) + E^2(Y) \cdot (\alpha^2 - 1) - 2 \cdot E^2(Y) \cdot (\alpha - 1) \right] = \\
 &= \alpha \left[ \text{Var}(Y) + E^2(Y) \cdot (\alpha - 1)^2 \right]
 \end{aligned}$$

donde  $\alpha = 1 - P(0)$ .

Por lo tanto

$$\text{Var}(X) = E^2(X) \cdot P(0) + (1 - P(0)) \cdot \left[ \text{Var}(Y) + E^2(Y) \cdot P(0)^2 \right] \quad (3-21)$$

y la varianza de la variable aleatoria  $Y$  se puede obtener como:

$$\text{Var}(Y) = \left[ \text{Var}(X) - \frac{E^2(X) \cdot P(0)}{1 - P(0)} \right] \cdot \frac{1}{1 - P(0)} \quad (3-22)$$

A partir del valor esperado y de la varianza de la distribución inicial podemos calcular el  $CV^2$  de la distribución del tamaño de las órdenes de demanda mediante las expresiones ( 3-17) y ( 3-22). A continuación se particulariza la expresión para el cálculo del  $CV^2(Y)$  en función de los parámetros de las distribuciones de Poisson, Binomial y Binomial Negativa.

### Distribución de Poisson

Si la demanda se distribuye según una función de probabilidad de Poisson( $\lambda$ ), entonces:

$$E(X) = \lambda \quad (3-23)$$

$$\text{Var}(X) = \lambda \quad (3-24)$$

Según la expresión ( 3-17)

$$E(Y) = \frac{\lambda}{1 - P(0)} \quad (3-25)$$

y según la expresión ( 3-22)

$$Var(Y) = \left[ \lambda - \frac{\lambda^2 \cdot P(0)}{1 - P(0)} \right] \cdot \frac{1}{1 - P(0)} \quad (3-26)$$

Por tanto, dado que para una distribución de Poisson( $\lambda$ )  $P(0) = e^{-\lambda}$ , el coeficiente de variación cuadrado para la distribución de las órdenes de demanda se calcula como:

$$CV^2(Y) = \frac{Var(Y)}{E^2(Y)} = \frac{1 - e^{-\lambda} - \lambda \cdot e^{-\lambda}}{\lambda} \quad (3-27)$$

### Distribución Binomial

Si la demanda se distribuye según una función de probabilidad Binomial( $n, \theta$ ), entonces:

$$E(X) = n \cdot \theta \quad (3-28)$$

$$Var(X) = n \cdot \theta \cdot (1 - \theta) \quad (3-29)$$

Según la expresión (3-17)

$$E(Y) = \frac{n \cdot \theta}{1 - P(0)} \quad (3-30)$$

y según la expresión (3-22)

$$Var(Y) = \left[ n \cdot \theta \cdot (1 - \theta) - \frac{n^2 \cdot \theta^2 \cdot P(0)}{1 - P(0)} \right] \cdot \frac{1}{1 - P(0)} \quad (3-31)$$

Por tanto, dado que para una distribución Binomial( $n, \theta$ )  $P(0) = (1 - \theta)^n$ , el coeficiente de variación cuadrado para la distribución de las órdenes de demanda se calcula como:

$$CV^2(Y) = \frac{Var(Y)}{E^2(Y)} = \frac{\left[ (1 - \theta) \cdot (1 - (1 - \theta)^n) \right] - \left[ n \cdot \theta \cdot (1 - \theta)^n \right]}{n \cdot \theta} \quad (3-32)$$

### Distribución Binomial Negativa

Si la demanda se distribuye con una función de probabilidad Binomial Negativa( $r, \theta$ ), entonces:

$$E(X) = r \cdot \frac{(1 - \theta)}{\theta} \quad (3-33)$$

$$Var(X) = r \cdot \frac{(1-\theta)}{\theta^2} \quad (3-34)$$

Según la expresión (3-17)

$$E(Y) = \frac{r \cdot (1-\theta)}{\theta \cdot (1-P(0))} \quad (3-35)$$

y según la expresión (3-22)

$$Var(Y) = \left[ \frac{r \cdot (1-\theta)}{\theta^2} - \frac{\frac{r^2 \cdot (1-\theta)^2}{\theta^2} \cdot P(0)}{1-P(0)} \right] \cdot \frac{1}{1-P(0)} \quad (3-36)$$

Por tanto, dado que para una distribución Binomial Negativa( $r, \theta$ )  $P(0) = \theta^r$ , el coeficiente de variación cuadrado para la distribución de los órdenes de demanda se calcula como:

$$CV^2(Y) = \frac{Var(Y)}{E^2(Y)} = \frac{1-\theta^r - r \cdot \theta^r \cdot (1-\theta)}{r \cdot \theta} \quad (3-37)$$

Una vez establecidas las relaciones entre los parámetros de la distribución de probabilidad y las variables del espacio de representación  $CV^2$  y  $p$ , es posible representarlas en el espacio  $CV^2 \perp p$ . Para la distribución de Poisson, según los valores de  $\lambda$  de la Tabla 3-1, se representa en la Figura 3-1.

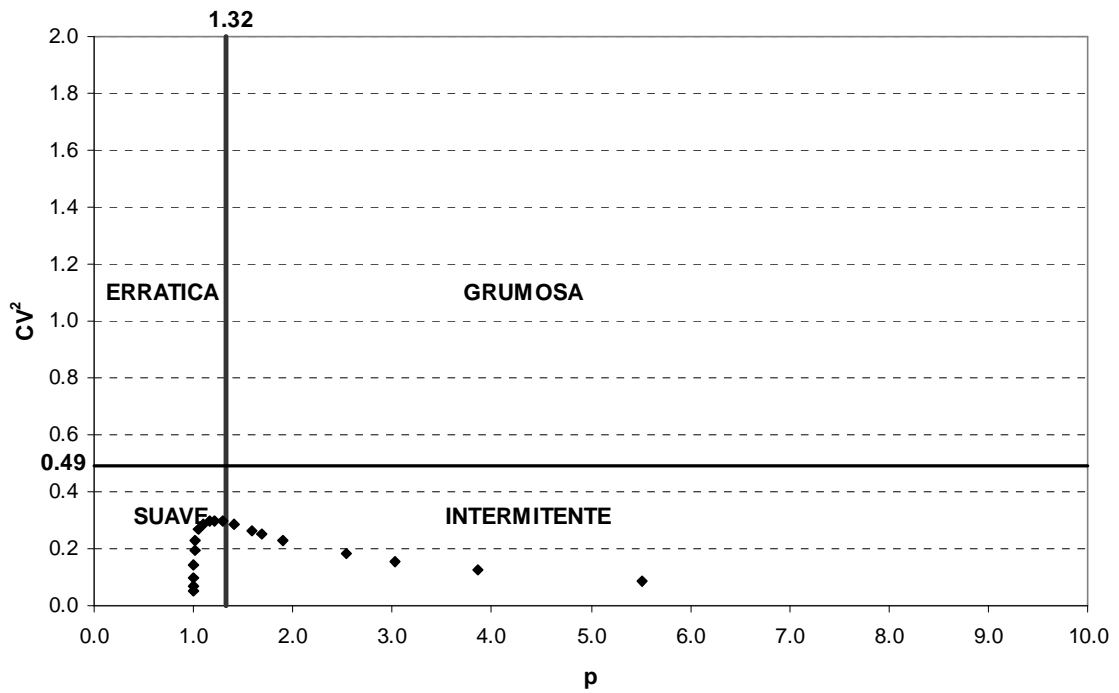


Figura 3-1. Categorías de demanda representadas por la distribución de Poisson.

Para la distribución Binomial la combinación de los valores de la Tabla 3-1 generan un total de 120 distribuciones distintas, que se ubican en el espacio  $CV^2 \text{ } p$  como se muestran en la Figura 3-2.

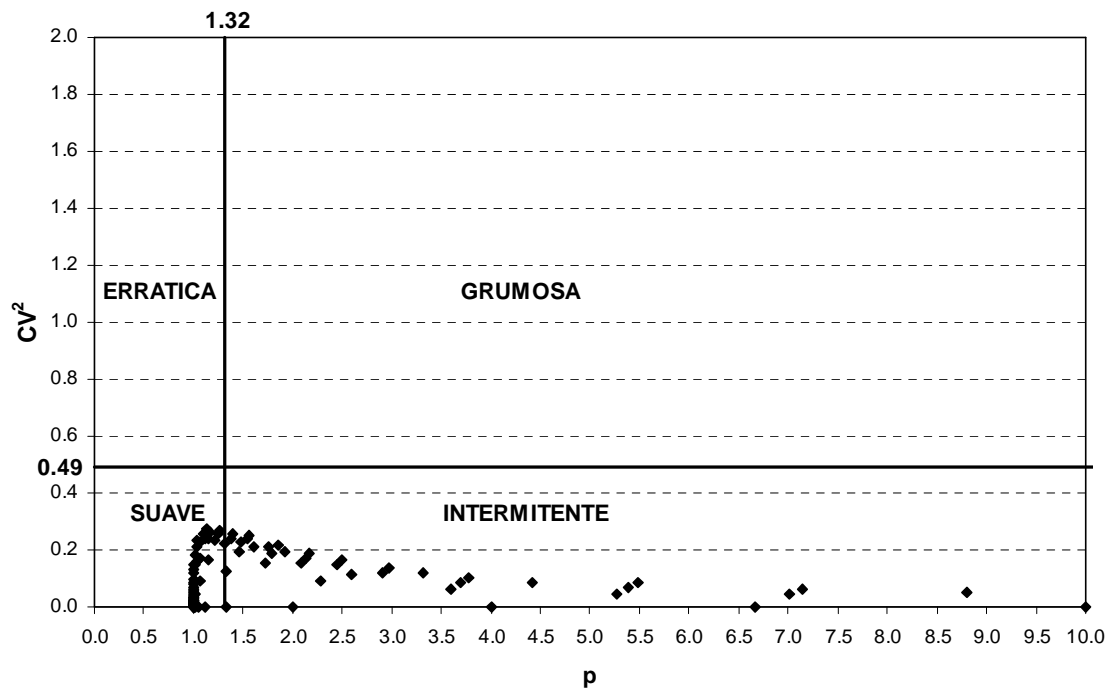
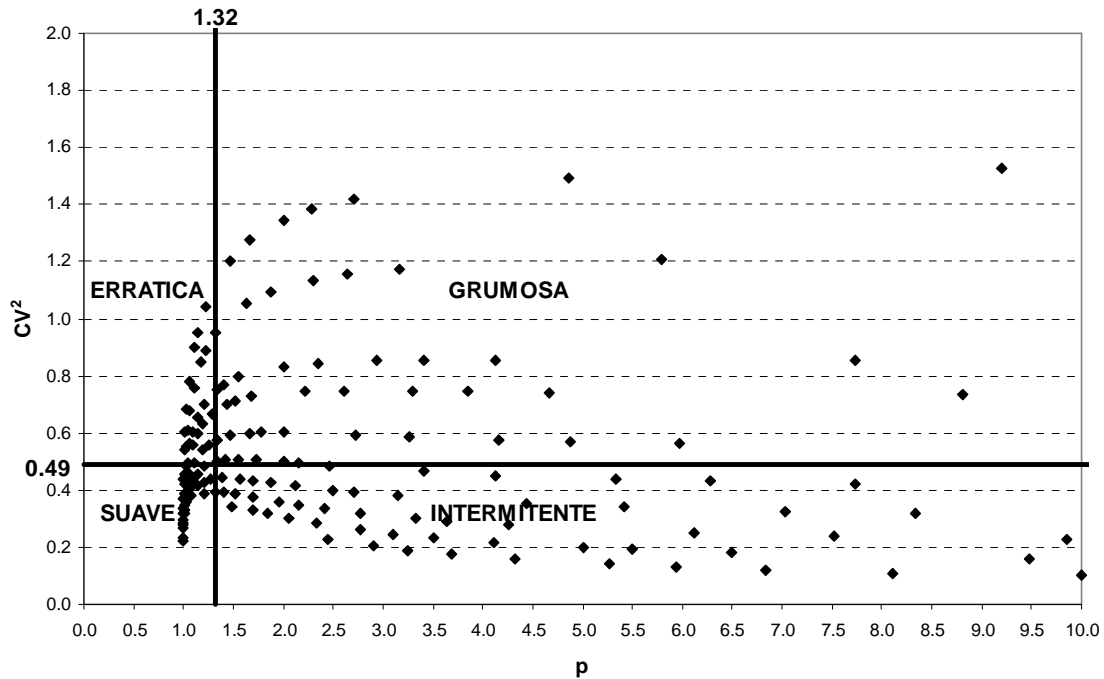


Figura 3-2. Categorías de demanda representadas por la distribución Binomial.

Para la distribución Binomial Negativa la combinación de los valores de la Tabla 3-1 generan un total de 209 distribuciones distintas, que se ubican en el espacio  $CV^2 \perp p$  como se muestran en la Figura 3-3.



**Figura 3-3. Categorías de demanda representadas por la distribución Binomial Negativa.**

En resumen, para la experimentación se consideran un total de 351 distribuciones de demanda distintas (22 corresponden a la distribución de Poisson, 120 a la Binomial, y 209 a la Binomial Negativa), que cubren, en el espacio de representación  $CV^2 \perp p$ , las categorías de demanda errática, grumosa, suave e intermitente, tal y como se representa en la Figura 3-4. Por tanto, se asume que las distribuciones de demanda consideradas en la experimentación cubren un amplio espectro de categorías de demanda.

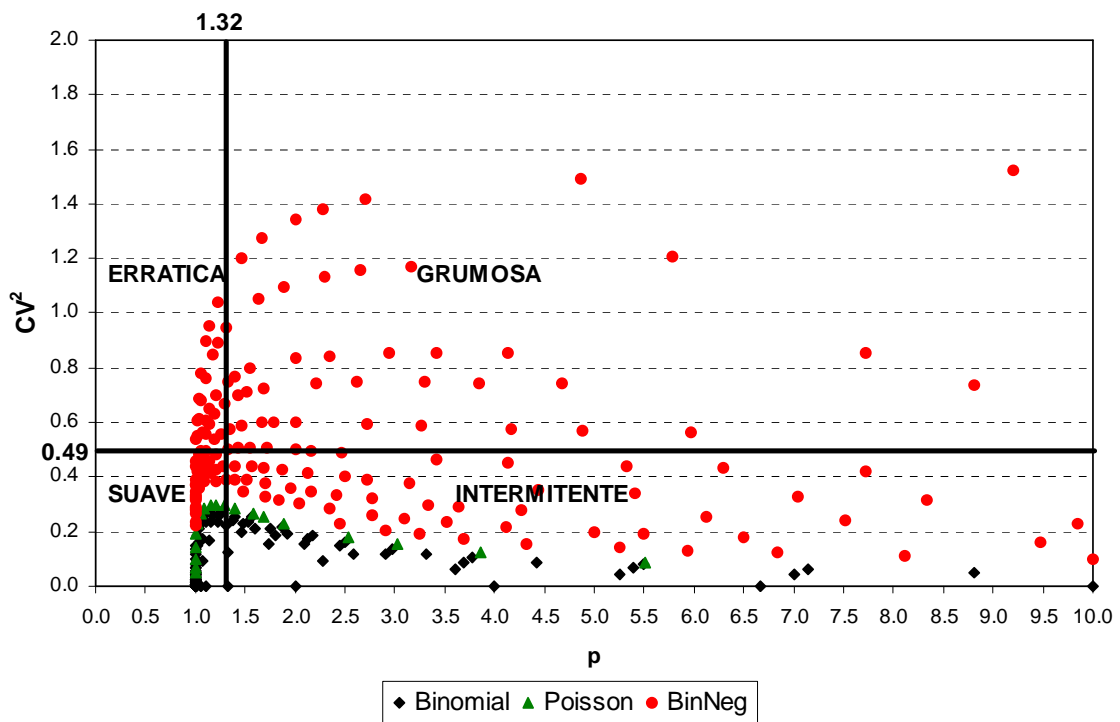


Figura 3-4. Categorías de demanda representadas por la distribución de Poisson, Binomial y Binomial Negativa.

### 3.3 Factores considerados relativos a la política de inventario (R, S)

#### 3.3.1 Generalidades

De manera general se considera que la política de gestión de inventarios (R, S) no permite diferir demanda, lo que implica que se pierde la demanda que no se satisface en el ciclo. Además, se asume que en cada instante sólo existe una orden de aprovisionamiento lanzada.

Por último, por convenio se establece que la orden de aprovisionamiento se contabilice al final del periodo en el que se recibe.

#### 3.3.2 Periodo de revisión

Se asume que el periodo de revisión ha sido determinado previamente en base a criterios de gestión. Por ello, en la experimentación se adoptan distintos valores de  $R$  con el fin de que abarcar la mayor variedad de políticas de inventario de utilidad práctica. Los valores seleccionados se muestran en la Tabla 3-2.

---

<b>Periodo de revisión (<math>R</math>)</b>	2, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20, 30
---	-------------------------------

---

**Tabla 3-2. Valores del periodo de revisión ( $R$ ).**

### 3.3.3 Plazo de aprovisionamiento

Al asumir que sólo existe una orden de aprovisionamiento lanzada en cada instante, se asume implícitamente que el plazo de aprovisionamiento  $L$  es estrictamente menor que  $R$ . Adicionalmente se asume en la experimentación que el plazo de aprovisionamiento es constante y conocido. Según esto, los valores utilizados en la experimentación para el plazo de aprovisionamiento se resumen en la Tabla 3-3.

---

<b>Plazo de aprovisionamiento (<math>L</math>)</b>	1, 3, 5, 7, 10, 15, 20
--	------------------------

---

**Tabla 3-3. Valores del plazo de aprovisionamiento ( $L$ ).**

### 3.4 Factores considerados relativos al nivel de servicio de ciclo

Dado que el objetivo del experimento es comparar el valor del stock de referencia  $S$  que se obtiene tomando como restricción de diseño un valor de CSL objetivo, es importante seleccionar un conjunto de valores lo suficientemente amplio como para que muestre una situación realista, para cualquier estrategia de gestión que se establezca. Los valores de CSL objetivo utilizados en el experimento se recogen en la Tabla 3-4.

---

<b>CSL_objetivo</b>	0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 0.99
---------------------	--

---

**Tabla 3-4. Valores de CSL objetivo.**

Por tanto, las consideraciones y conclusiones que se deduzcan de la presente tesis hacen referencia al rango de CSL considerado en la experimentación.

### 3.5 Procedimientos de cálculo para determinar el stock de referencia

Para determinar el stock de referencia para un nivel de servicio objetivo como criterio de diseño se dispone de cuatro métodos de cálculo del CSL, uno exacto y tres aproximados, cuyas expresiones analíticas se detallan en el punto 2.5 del capítulo 2.

En el experimento se utiliza el CSL objetivo y las expresiones analíticas de método exacto (expresión 2-18) y de las aproximaciones PI (expresión 2-21), PII (expresión 2-23) y clásica (expresión 2-24) para calcular el stock de referencia que cumple las inecuaciones siguientes:



$$CSL_{objetivo} \leq CSL_{exacto} = \sum_{z_0=0}^{S_{exacta}} P(z_0) \cdot \frac{F_R(z_0) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (3-38)$$

$$CSL_{objetivo} \leq CSL_{PI} = \sum_{z_0=1}^{S_{PI}} f_L(S - z_0) \cdot \frac{F_R(z_0) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (3-39)$$

$$S_{PII} \geq F_{R+L}^{-1} [CSL_{objetivo} - F_R(0) \cdot CSL_{objetivo} - F_R(0)] \quad (3-40)$$

$$S_{clasica} \geq F_{L+R}^{-1} (CSL_{objetivo}) \quad (3-41)$$

cuyo objetivo es asegurar que el stock de referencia resultado cumple el nivel de servicio objetivo.

Para calcular el stock de referencia que cumple las inecuaciones (3-38) y 3-39), es necesario recurrir a un algoritmo de búsqueda iterativa. Inicialmente se plantea un algoritmo de búsqueda secuencial. Sin embargo, el elevado coste computacional que supone calcular el stock de referencia con el método exacto, hace necesario desarrollar un algoritmo de búsqueda lineal que, mediante interpolación y extrapolación, hace la búsqueda más eficiente. Para las aproximaciones PII y clásica, sin embargo, el stock de referencia puede calcularse directamente, tal y como se muestra en las inecuaciones (3-40) y 3-41).

### 3.6 Medidas de rendimiento

Cada método de estimación del stock de referencia genera un número ilimitado de políticas que cumplen con el criterio de diseño. Por tanto, para seleccionar la política óptima en cada caso es necesario seleccionar una medida de rendimiento. La medida de rendimiento elegida es el inventario medio en el ciclo. Por tanto, para cada método se selecciona la política que genera el menor inventario medio que satisface el CSL objetivo, o lo que es lo mismo, el menor stock de referencia que cumple las expresiones (3-38), (3-39), (3-40) y (3-41).

### 3.7 Experimentación

La combinación factible de los datos resumidos en la Tabla 3-5, proporcionan un total de 115.941 casos. Para cada caso se obtienen una estimación del stock de referencia por método de cálculo. El esquema del experimento, programado en JAVA, se muestra en la Figura 3-5.

La gran cantidad de datos considerados y el esfuerzo computacional que se requiere para calcular el stock de referencia mediante el cálculo exacto, ha motivado la utilización del cluster computacional Hyades de la Universidad Politécnica de

Valencia, un Cluster IBM 1350 constituido por un conjunto de 60 servidores biprocesador Intel Xeon y sistema operativo Linux REdHat.

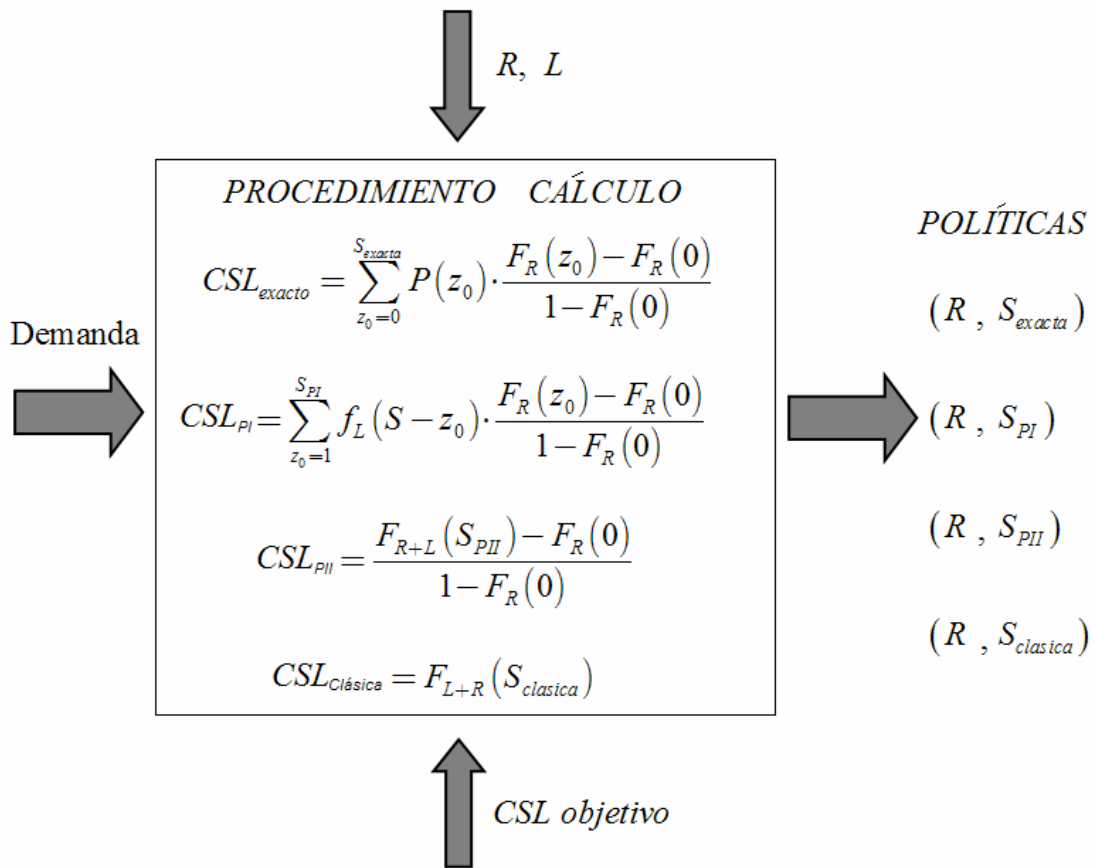


Figura 3-5. Esquema del experimento.

<b>CRITERIO DE DISEÑO</b>	
CSL objetivo	0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 0.99
<b>POLÍTICA</b>	
Hipótesis	(1) No se permite diferir demanda; (2) $L$ constante y conocido; (3) $L < R$ ; (3) la orden de aprovisionamiento se contabiliza al final del periodo en que se recibe.
$R$	2, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20, 30
$L$	1, 3, 5, 7, 10, 15, 20
<b>DEMANDA</b>	
Hipótesis	(1) Discreta y conocida; (2) estacionaria; (3) <i>i.i.d.</i>
Poisson $\lambda$	0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20
Binomial $n$	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 15, 20
Binomial $\theta$	0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.25, 0.5, 0.75, 0.9, 0.95, 0.99
Binomial $r$	0.05, 0.1, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 5
Negativa $\theta$	0.1, 0.15, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99

Tabla 3-5. Resumen de datos e hipótesis para el experimento.



---

## **CAPÍTULO 4. Análisis descriptivo de los resultados experimentales**

---



## 4.1 Introducción

En este capítulo se lleva a cabo el análisis descriptivo de los 115.941 casos resultantes de la experimentación. En un primer análisis se estudia de manera agregada cómo influyen variables relativas a la demanda del ítem y a la política en el comportamiento de las aproximaciones frente al cálculo exacto en términos del stock de referencia. En un segundo análisis, se desagregan los datos por variable aleatoria, con el fin de estudiar los resultados dentro del espacio de representación  $\mathbf{CV}^2 \text{ } \underline{p}$ .

## 4.2 Análisis descriptivo de los resultados agregados

Con el fin de analizar el rendimiento de las aproximaciones frente al cálculo exacto, es necesario revisar qué simplificaciones se asumen al derivar cada aproximación, y establecer así qué variables pueden influir a priori sobre el comportamiento de las mismas.

La **aproximación PI** asume que no se producen roturas de stock durante el periodo de aprovisionamiento, o lo que es lo mismo, que el stock físico al lanzar la orden de aprovisionamiento es mayor o igual que la demanda en  $L$ . Para PI esta simplificación se utiliza en el cálculo de  $P(z_0)$ . Dado que el sistema se diseña para cumplir con un nivel de servicio objetivo, la posibilidad de incurrir en roturas se relaciona con la variabilidad de la demanda y con el CSL objetivo. Según esto, las variables que pueden influir en el rendimiento de la aproximación PI se pueden resumir en dos grupos:

**G1:** Variables relativas a la naturaleza y variabilidad de la demanda. Entre las cuales se analizan: (1) la distribución de demanda, **V.A.**; (2) el coeficiente de variación cuadrado **CV<sup>2</sup>**; (3) intervalo medio entre demandas **p**; (4) el coeficiente de asimetría **M3**; y (5) el coeficiente de apuntalamiento **M4**.

**G2:** El **CSL** objetivo

La **aproximación PII** asume lo mismo que PI pero aplica esta simplificación al cálculo del  $CSL(z_0)$ , lo que implica asumir que la demanda durante el periodo de revisión más la demanda durante el plazo de aprovisionamiento no excede al stock de referencia. Por tanto además de los grupos de variables previamente consideradas se analiza también:

**G3:** El periodo de revisión **R** y el plazo de aprovisionamiento, **L**.

**G4:** La demanda media unitaria de la distribución original,  $\mu$ ; la demanda media en  $R$ ,  $\mu_R$ ; la demanda media en  $R+L$ ,  $\mu_{R+L}$ ; y la demanda unitaria de la distribución de las órdenes de demanda,  $\mu_y$ .

Por último, la **aproximación PIII o clásica** aparece como una simplificación de PII en la cual se desprecia la probabilidad de que la demanda sea cero durante el ciclo. Por lo tanto:

**G5:** La probabilidad de demanda nula,  $P(0)$ .

En la Tabla 4-1 se resumen, por grupos, las variables que se van a analizar en el análisis descriptivo.

<b>G1</b>	V.A.	$CV^2$	$p$	M3	M4
<b>G2</b>	CSL_objetivo				
<b>G3</b>	R		L		R/L
<b>G4</b>	$\mu$	$\mu_R$	$\mu_{R+L}$		$\mu_y$
<b>G5</b>	$P(0)$				

**Tabla 4-1. Variables analizadas en el análisis descriptivo**

Por último y dado que la aproximación clásica es una simplificación de la PII, y ésta a su vez de la PI, se espera que esto se refleje en el rendimiento de las aproximaciones frente al cálculo exacto, de manera que con PI obtengan resultados más próximos al cálculo exacto que con PII, y ésta a su vez más que con la aproximación clásica.

Para analizar los resultados y establecer cómo afectan las variables incluidas en los grupos G1, G2, G3, G4 y G5 se estudia el error relativo en el que incurre cada aproximación con respecto al cálculo exacto, expresándolo en porcentaje como:

$$E_{r_{S_{PI}}} = \frac{S_{exacta} - S_{PI}}{S_{PI}} \quad (4-1)$$

$$E_{r_{S_{PII}}} = \frac{S_{exacta} - S_{PII}}{S_{PII}} \quad (4-2)$$

$$E_{r_{S_{clasica}}} = \frac{S_{exacta} - S_{clasica}}{S_{clasica}} \quad (4-3)$$

Al definir de esta forma el error relativo se consigue información no sólo de la desviación relativa de las aproximaciones con respecto al exacto, sino del comportamiento de la aproximación en términos de subestimar o sobreestimar el stock de referencia. Por tanto y de manera general, un error relativo con signo negativo indica que el stock de referencia calculado con una aproximación cualesquiera sobreestima el exacto, lo que si bien tiene un impacto negativo en el inventario medio no incumple el criterio de servicio establecido como objetivo para el



diseño de la política. Por el contrario, si el signo del error es positivo el stock de referencia queda subestimado por la aproximación, lo que implica no cumplir con el nivel de servicio objetivo.

#### 4.2.1 G1. Naturaleza y variabilidad de la demanda

##### 4.2.1.1 Distribución de probabilidad, V.A.

En la Tabla 4-2 se presenta el máximo, mínimo, promedio y desviación estándar de los errores relativos en los que incurren las aproximaciones PI, PII y clásica en función de la variable aleatoria correspondiente. En ella observamos que los errores relativos para PI y PII son siempre negativos, es decir, ambas aproximaciones sobreestiman el valor del stock de referencia, lo cual coincide con lo expuesto en Cardós y Babiloni (2008). Por el contrario, la aproximación clásica muestra errores relativos positivos y negativos, lo que hace que el error promedio se compense por efecto del signo de los errores. Esto implica que el error promedio de aproximación clásica no sea comparable al obtenido con PI y PII.

Se observa que, para las tres aproximaciones, el error promedio y la desviación estándar es menor para la distribución Binomial, seguida de la Poisson y por último de la Binomial Negativa. Además, siempre PI muestra, en términos absolutos, un error promedio y una desviación estándar menor que PII y ésta a su vez menor que la clásica en términos de desviación estándar.

DISTRIBUCIÓN	PI	PII	CLASICA
	<b>Error relativo Máximo</b>		
Poisson	0.00%	0.00%	100.00%
Binomial	0.00%	0.00%	100.00%
Binomial Negativa	0.00%	0.00%	100.00%
<b>Error relativo Mínimo</b>			
Poisson	-100.00%	-100.00%	-50.00%
Binomial	-100.00%	-100.00%	-50.00%
Binomial Negativa	-100.00%	-100.00%	-50.00%
<b>Error relativo Medio</b>			
Poisson	-3.93%	-4.32%	2.60%
Binomial	-3.27%	-3.50%	1.07%
Binomial Negativa	-4.89%	-6.31%	10.24%
<b>Desviación estándar</b>			
Poisson	9.57%	11.12%	21.54%
Binomial	9.84%	10.77%	16.22%
Binomial Negativa	10.50%	14.08%	31.45%

Tabla 4-2. Máximo, mínimo, media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función de la variable aleatoria.

##### 4.2.1.2 Coeficiente de variación cuadrado, $CV^2$

En la Tabla 4-3 se presentan los errores relativos en función del coeficiente de variación cuadrado, que toma valores comprendidos entre 0 y 1.5. En ella no se

observa relación alguna entre el valor de  $CV^2$  y el error relativo, puesto que para las tres aproximaciones, tanto el error medio como su desviación estándar aumentan y disminuyen sin ningún patrón apreciable ante variaciones de  $CV^2$ .

CV2	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Máximo			Error relativo Mínimo		
0.00	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
0.10	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
0.20	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
0.30	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-40.00%
0.40	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-33.33%
0.50	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-33.33%
0.60	0.00%	0.00%	25.00%	-33.33%	-33.33%	-28.57%
0.70	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-28.57%
0.80	0.00%	0.00%	100.00%	-50.00%	-50.00%	-28.57%
0.90	0.00%	0.00%	0.00%	-27.27%	-27.27%	-23.53%
1.00	0.00%	0.00%	14.29%	-33.33%	-40.00%	-28.57%
1.10	0.00%	0.00%	50.00%	-37.50%	-40.00%	-25.00%
1.20	0.00%	0.00%	100.00%	-50.00%	-100.00%	-28.57%
1.30	0.00%	0.00%	20.00%	-33.33%	-40.00%	-26.67%
1.40	0.00%	0.00%	100.00%	-33.33%	-66.67%	-26.67%
1.50	0.00%	0.00%	100.00%	-33.33%	-100.00%	-21.43%
	Error relativo Medio			Desviación estándar		
0.00	-3.19%	-4.00%	14.15%	11.83%	14.49%	34.38%
0.10	-5.45%	-7.01%	6.88%	13.02%	16.94%	26.63%
0.20	-4.92%	-6.30%	3.63%	10.49%	14.36%	21.40%
0.30	-4.63%	-5.36%	-0.04%	8.41%	10.66%	15.13%
0.40	-4.45%	-4.85%	-1.64%	6.70%	8.00%	11.24%
0.50	-4.70%	-5.60%	0.11%	6.85%	9.10%	15.43%
0.60	-3.95%	-3.98%	-3.74%	4.17%	4.26%	3.93%
0.70	-5.28%	-6.21%	-0.37%	6.76%	8.34%	14.97%
0.80	-5.67%	-7.17%	1.76%	7.05%	8.81%	18.07%
0.90	-4.27%	-4.27%	-4.22%	4.00%	4.01%	3.91%
1.00	-5.23%	-5.32%	-4.67%	4.91%	5.15%	4.61%
1.10	-6.56%	-7.16%	-3.72%	6.20%	6.66%	8.03%
1.20	-5.94%	-8.35%	3.85%	6.75%	9.73%	20.80%
1.30	-6.43%	-6.86%	-4.83%	5.71%	6.42%	5.92%
1.40	-7.23%	-8.88%	-0.82%	6.63%	8.78%	13.88%
1.50	-6.85%	-12.91%	16.11%	7.45%	12.18%	27.82%

**Tabla 4-3. Máximo, mínimo, media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función del coeficiente de variación cuadrado,  $CV^2$ .**

En la Figura 4-1 y Figura 4-2 se representa el error relativo medio y la desviación estándar frente al  $CV^2$ . En ellas se confirma que no parece existir una relación de dependencia entre el error y  $CV^2$ . Sin embargo, la aproximación PI se muestra más robusta frente a cambios es el  $CV^2$  que PII y que la aproximación clásica, que muestra un comportamiento muy errático. Se observa también que, para las tres aproximaciones, la desviación estándar es muy elevada en comparación con la media, sobre todo para  $CV^2$  pequeños.

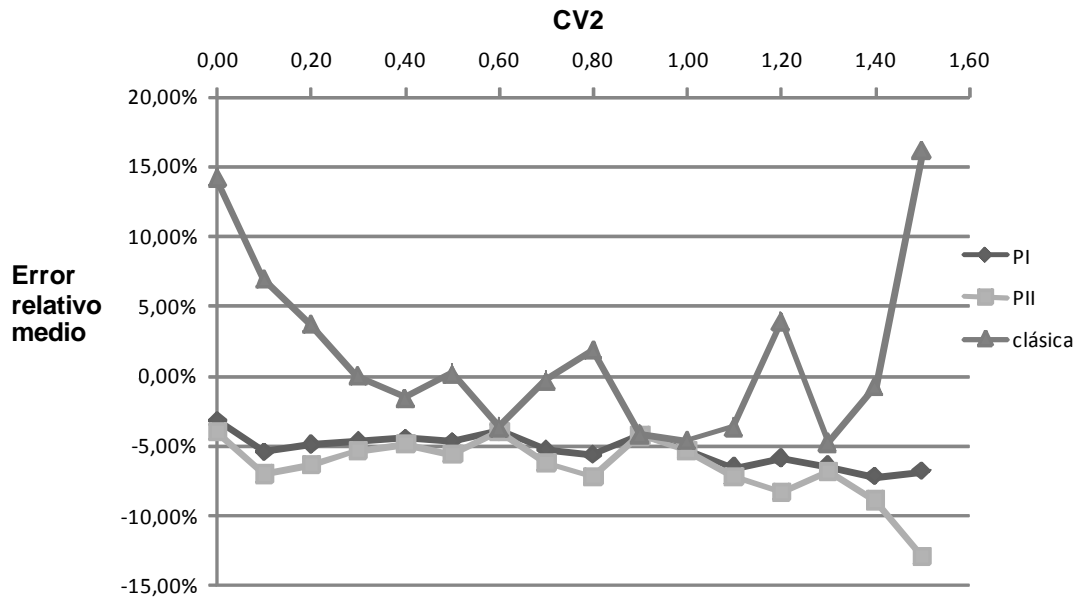


Figura 4-1. Error relativo medio de PI, PII y clásica en función del coeficiente de variación cuadrado,  $CV^2$ .

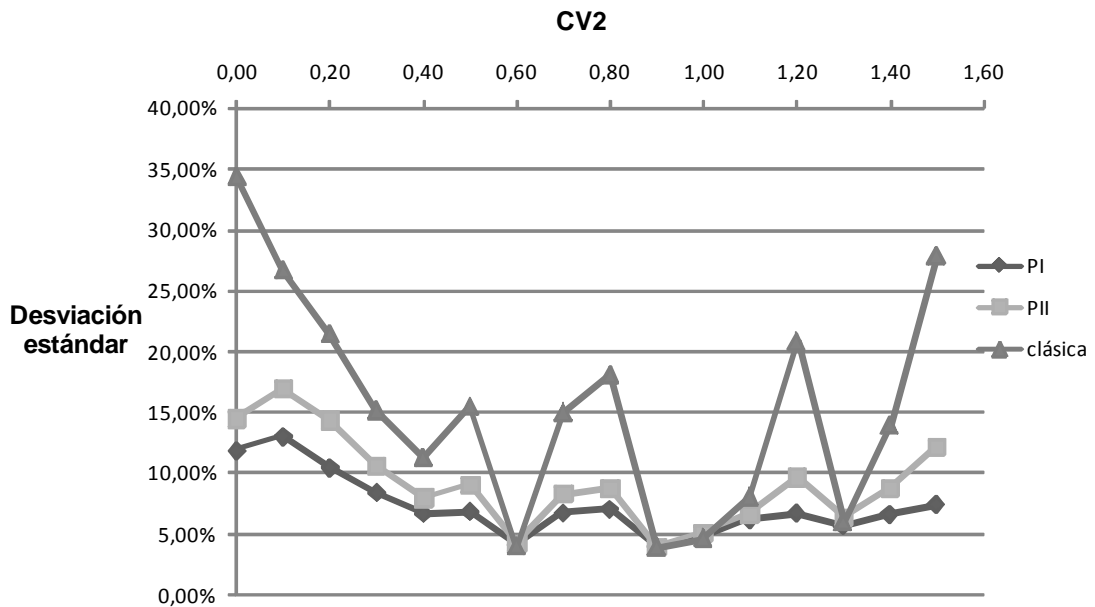
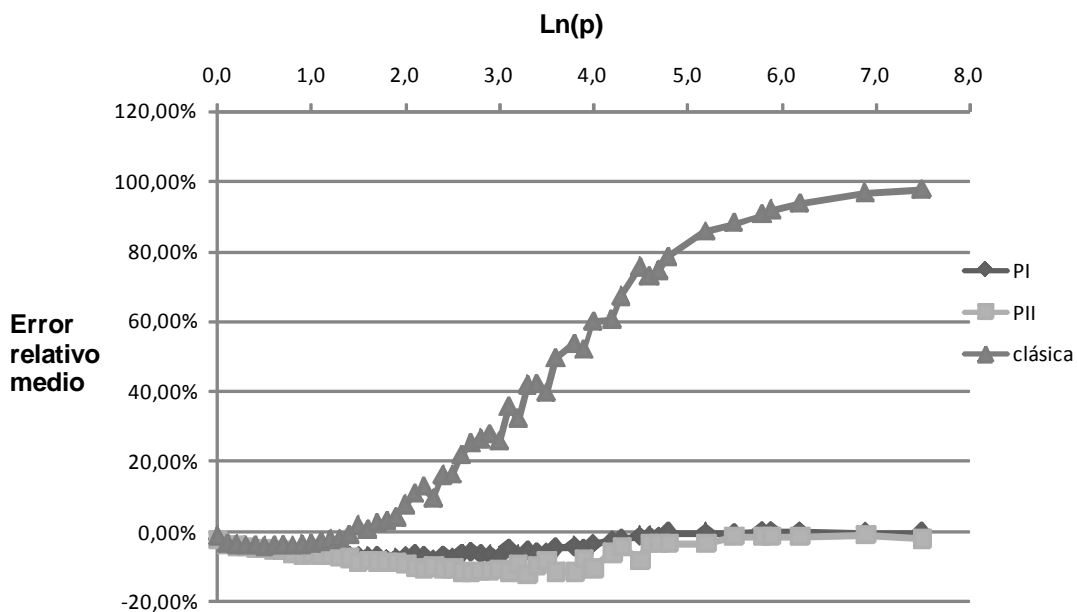


Figura 4-2. Desviación estándar de los errores relativos de PI, PII y clásica en función del coeficiente de variación cuadrado,  $CV^2$ .

### 4.2.1.3 Intervalo medio entre demandas, $p$

En la Tabla 4-4 y Tabla 4-5 se presentan el máximo y mínimo, promedio y desviación estándar de los errores relativos frente al logaritmo neperiano del intervalo medio entre demandas,  $\ln(p)$ . Para la aproximación clásica se observa que cuando el intervalo medio entre demandas es igual o superior a 4.48 ( $\ln(p) \geq 1.5$ ), las diferencias máximas son siempre del 100%. Por otro lado, a partir de un  $p$  mayor o igual a 22.2 ( $\ln(p) \geq 3.1$ ) desaparecen las desviaciones relativas negativas, o lo que es lo mismo, siempre se subestima el valor del stock de referencia, por lo que en ningún caso se asegura el criterio de servicio. Respecto al error medio, a pesar de que el signo del error puede hacer que la media se compense, crece con  $p$ , llegando a alcanzar valores cercanos al 100%, tal y como se ilustra en la Figura 4-3.

Por otro lado, no se observa dependencia en el comportamiento de las aproximaciones PI y PII ante variaciones de  $p$ , puesto que en términos absolutos los errores medios aumentan con  $p$  hasta que éste alcanza valores cercanos a 7.3 ( $\ln(p) > 2$ ), donde se estabiliza hasta que  $p$  se aproxima a 20 ( $\ln(p) > 3$ ). A partir de este punto, los errores medios tienden al 0.00%. En la Figura 4-3 se observa claramente cómo el error medio de PI y PII permanece estable ante cambios en  $p$ , mientras que el de la aproximación clásica crece con  $\ln(p)$ .



**Figura 4-3. Error relativo medio de los errores relativos de PI, PII y clásica en función del intervalo medio entre demandas,  $p$ .**

En cuanto a la desviación estándar de los errores, en la Figura 4-4 se observa que el comportamiento de las tres aproximaciones es similar aunque con valores menores para PI, seguidos de PII y por último, de la aproximación clásica. Se observa también

que para PI y PII la desviación estándar toma valores elevados, comparados con sus correspondientes de error promedio.

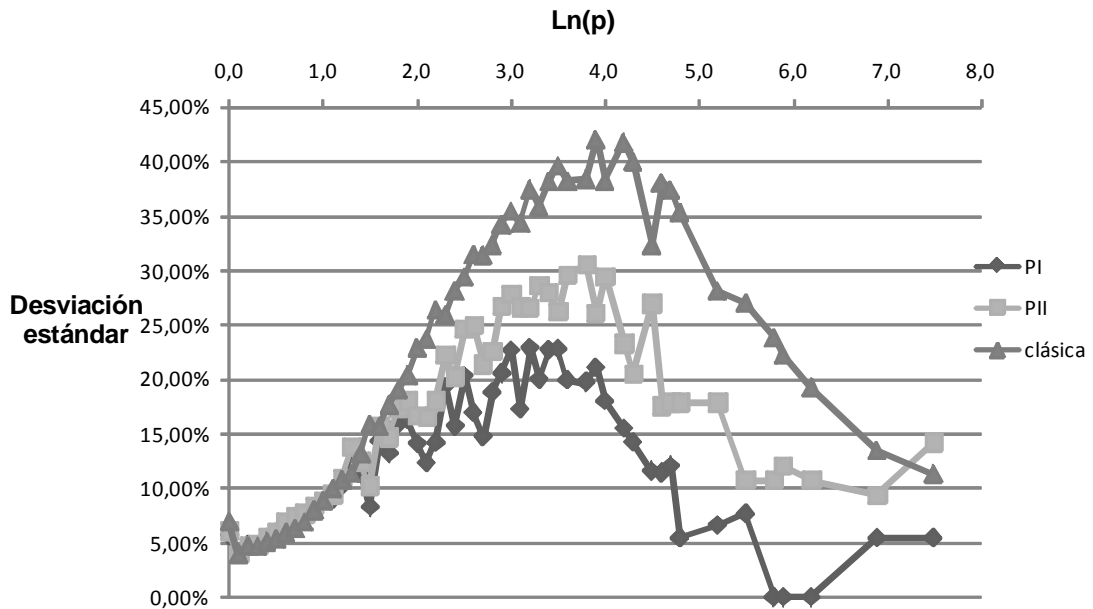


Figura 4-4. Desviación estándar de los errores relativos de PI, PII y clásica en función del intervalo medio entre demandas,  $p$ .

Ln(p)	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Máximo			Error relativo Mínimo		
0.0	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
0.1	0.00%	0.00%	0.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%
0.2	0.00%	0.00%	0.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%
0.3	0.00%	0.00%	0.00%	-40.00%	-40.00%	-33.33%
0.4	0.00%	0.00%	5.26%	-50.00%	-50.00%	-50.00%
0.5	0.00%	0.00%	20.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%
0.6	0.00%	0.00%	33.33%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
0.7	0.00%	0.00%	33.33%	-50.00%	-50.00%	-33.33%
0.8	0.00%	0.00%	50.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%
0.9	0.00%	0.00%	50.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
1.0	0.00%	0.00%	50.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
1.1	0.00%	0.00%	66.67%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
1.2	0.00%	0.00%	66.67%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
1.3	0.00%	0.00%	66.67%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
1.4	0.00%	0.00%	66.67%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
1.5	0.00%	0.00%	100.00%	-50.00%	-66.67%	-33.33%
1.6	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
1.7	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
1.8	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
1.9	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
2.0	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
2.1	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-33.33%
2.2	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
2.3	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
2.4	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-33.33%
2.5	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-33.33%
2.6	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-33.33%
2.7	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
2.8	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
2.9	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
3.0	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
3.1	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
3.2	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
3.3	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
3.4	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
3.5	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
3.6	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
3.8	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
3.9	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
4.0	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
4.2	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
4.3	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
4.5	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
4.6	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
4.7	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
4.8	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
5.2	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
5.5	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
5.8	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	-100.00%	0.00%
5.9	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	-100.00%	0.00%
6.2	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	-100.00%	0.00%
6.9	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
7.5	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%

Tabla 4-4. Máximo y mínimo de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función del intervalo medio entre demandas,  $p$ .

Ln(p)	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Medio			Desviación estándar		
0.0	-2.39%	-2.45%	-1.50%	5.70%	6.10%	6.86%
0.1	-3.62%	-3.62%	-3.57%	4.01%	4.01%	3.92%
0.2	-4.04%	-4.04%	-3.94%	4.76%	4.76%	4.59%
0.3	-4.38%	-4.41%	-4.22%	4.80%	4.88%	4.59%
0.4	-4.66%	-4.70%	-4.34%	5.39%	5.49%	5.03%
0.5	-4.91%	-4.96%	-4.40%	5.92%	5.99%	5.29%
0.6	-5.30%	-5.43%	-4.33%	6.71%	6.93%	5.84%
0.7	-5.30%	-5.41%	-4.15%	7.35%	7.51%	6.19%
0.8	-5.84%	-6.02%	-4.23%	7.50%	7.74%	6.82%
0.9	-6.22%	-6.52%	-3.98%	8.00%	8.39%	7.92%
1.0	-6.14%	-6.31%	-3.59%	8.76%	8.88%	8.79%
1.1	-6.47%	-6.88%	-3.05%	9.04%	9.48%	9.91%
1.2	-6.53%	-6.91%	-2.50%	10.30%	10.86%	10.74%
1.3	-6.86%	-7.17%	-2.22%	13.26%	13.78%	11.29%
1.4	-6.83%	-7.59%	-1.16%	11.42%	12.48%	13.08%
1.5	-7.02%	-8.82%	1.48%	8.27%	10.24%	15.84%
1.6	-7.31%	-8.12%	0.40%	14.30%	15.78%	15.61%
1.7	-7.23%	-8.51%	2.15%	13.19%	14.72%	17.61%
1.8	-7.81%	-8.81%	2.84%	15.88%	17.43%	18.98%
1.9	-7.79%	-8.92%	3.79%	16.33%	18.03%	20.32%
2.0	-7.08%	-9.21%	7.51%	14.08%	16.64%	22.86%
2.1	-6.62%	-10.12%	10.54%	12.29%	16.53%	23.63%
2.2	-7.13%	-10.65%	12.59%	14.18%	18.01%	26.30%
2.3	-8.10%	-10.01%	9.32%	19.32%	22.23%	25.88%
2.4	-6.85%	-10.80%	15.88%	15.68%	20.27%	28.04%
2.5	-7.58%	-10.44%	15.98%	20.29%	24.59%	29.36%
2.6	-6.36%	-11.57%	21.67%	16.90%	24.89%	31.41%
2.7	-5.85%	-11.73%	24.91%	14.71%	21.36%	31.37%
2.8	-6.59%	-11.22%	26.26%	18.75%	22.56%	32.33%
2.9	-6.80%	-11.15%	27.57%	20.50%	26.72%	34.20%
3.0	-7.27%	-10.79%	25.72%	22.66%	27.80%	35.39%
3.1	-4.91%	-11.57%	35.45%	17.23%	26.61%	34.29%
3.2	-6.76%	-9.27%	32.12%	22.84%	26.48%	37.40%
3.3	-5.60%	-12.17%	41.74%	20.00%	28.60%	35.78%
3.4	-6.13%	-9.75%	41.92%	22.69%	28.00%	38.10%
3.5	-6.17%	-8.30%	39.48%	22.72%	26.22%	39.60%
3.6	-4.75%	-11.45%	49.24%	19.88%	29.57%	38.18%
3.8	-4.35%	-11.42%	53.41%	19.70%	30.47%	38.37%
3.9	-4.91%	-7.70%	51.74%	21.03%	26.05%	42.01%
4.0	-3.69%	-10.53%	59.78%	17.99%	29.44%	38.20%
4.2	-2.59%	-5.96%	60.36%	15.47%	23.26%	41.71%
4.3	-2.05%	-4.40%	66.98%	14.20%	20.54%	39.99%
4.5	-1.39%	-8.30%	75.37%	11.57%	26.91%	32.28%
4.6	-1.37%	-3.23%	72.81%	11.41%	17.54%	38.02%
4.7	-1.47%	-3.37%	74.39%	12.04%	17.87%	37.39%
4.8	-0.29%	-3.37%	78.20%	5.42%	17.87%	35.29%
5.2	-0.44%	-3.37%	85.58%	6.62%	17.86%	28.08%
5.5	-0.59%	-1.17%	87.93%	7.65%	10.78%	26.97%
5.8	0.00%	-1.17%	90.47%	0.00%	10.78%	23.73%
5.9	0.00%	-1.47%	91.79%	0.00%	12.04%	22.16%
6.2	0.00%	-1.17%	93.55%	0.00%	10.78%	19.24%
6.9	-0.29%	-0.88%	96.48%	5.42%	9.35%	13.37%
7.5	-0.29%	-2.05%	97.65%	5.42%	14.20%	11.26%

Tabla 4-5. Media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función del intervalo medio entre demandas,  $p$ .

#### 4.2.1.4 Coeficiente de asimetría, $M3$

En la Tabla 4-6 se resume el máximo, mínimo, promedio y desviación estándar de los errores relativos frente al coeficiente de asimetría. La expresión utilizada para calcular el coeficiente de asimetría para cada una de las variables aleatorias aparece en el ANEXO II.

Si se analiza el error relativo máximo que comete la aproximación clásica se observa que, cuando el coeficiente de asimetría de la distribución de demanda es menor de -1, éste es igual a cero, es decir no aparecen diferencias relativas positivas para estos casos. Si se analizan los errores relativos mínimos para ésta aproximación se observa que desaparecen para valores de  $M3$  superiores a 10, lo que significa que cuando existen desviaciones, siempre se subestima el valor del stock de referencia.

Con respecto al error promedio, para valores de  $M3$  menores de -1, las tres aproximaciones presentan un comportamiento idéntico, con errores promedio menores del 0.00%. Para valores de  $M3$  mayores, el error promedio y la desviación estándar de la aproximación clásica crecen con  $M3$ . Sin embargo, esta tendencia no se observa para PI y PII, cuyos errores medios en términos absolutos empiezan a decrecer de nuevo para  $M3 > 5$ .

M3	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Máximo			Error relativo Mínimo		
≤-5	0.00%	0.00%	0.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%
[-5,-1[	0.00%	0.00%	0.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%
[-1,1[	0.00%	0.00%	50.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[1,5[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[5,10[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[10,20[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
≥20	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
	Error relativo Medio			Desviación estándar		
≤-5	-0.79%	-0.79%	-0.79%	2.78%	2.78%	2.78%
[-5,-1[	-0.85%	-0.85%	-0.85%	2.55%	2.55%	2.55%
[-1,1[	-2.47%	-2.47%	-2.36%	4.14%	4.14%	3.75%
[1,5[	-5.50%	-6.04%	-0.49%	10.69%	12.08%	14.98%
[5,10[	-5.28%	-10.21%	36.73%	17.07%	23.95%	38.66%
[10,20[	-1.16%	-4.89%	78.45%	10.42%	21.01%	33.29%
≥20	-0.15%	-1.39%	94.87%	3.83%	11.72%	17.22%

Tabla 4-6. Media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función del coeficiente de asimetría,  $M3$ .

#### 4.2.1.5 Coeficiente de apuntalamiento, $M4$

En la Tabla 4-8 se presenta el máximo, mínimo, promedio y desviación estándar de los errores relativos frente al coeficiente de asimetría. La expresión utilizada para calcular el coeficiente de apuntalamiento para cada una de las variables aleatorias aparece en el ANEXO II.



Del análisis de la misma se extrae que el comportamiento de las tres aproximaciones es muy similar al observado para  $M3$ . En este caso, los errores positivos para la aproximación clásica aparecen para  $M4 > -1$ . En este rango, donde la aproximación clásica no incurre en desviaciones positivas, presenta un error medio y una desviación estándar inferior a los de PI y PII. A priori este resultado puede parecer contradictorio, puesto que, por las simplificaciones que se asumen al derivar las aproximaciones cabe esperar que la precisión de la aproximación clásica sea igual o inferior a la de PI y PII. Sin embargo, este comportamiento, se puede explicar por la naturaleza misma del cálculo del CSL con la aproximación clásica. Según Cardós y Babiloni (2008) la aproximación clásica puede subestimar el CSL exacto. En tales circunstancias y dado que el stock de referencia es un número natural, usar la aproximación clásica puede hacer que de manera aleatoria para un  $S_{clásico}$  igual al exacto se alcance el CSL objetivo. Con las aproximaciones PI y PII esto no ocurre, puesto que siempre subestiman el CSL exacto. En la Tabla 4-7 se muestra un ejemplo que ilustra éste comportamiento.

CSL objetivo =0.60	Exacto	PI	PII	Clásica
<b>S</b>	6	7	7	6
<b>CSL</b>	0.691	0.739	0.739	0.606

**Tabla 4-7. Ejemplo de cálculo del stock de referencia para un CSL objetivo del 0.60.**

En cuanto a la tendencia que siguen los errores medios al aumentar el coeficiente de apuntalamiento, para la aproximación clásica se observa que aumentan con  $M4$ , alcanzando valores del 67.35% cuando  $M4 \geq 100$ . Para PI, el error medio en términos absolutos aumenta hasta alcanzar un nivel máximo del 6.20% cuando  $M4 \in [20,50[$ , para disminuir en los intervalos sucesivos hasta un nivel del 2.20%. La aproximación PII muestra un comportamiento similar al de PI, aunque con errores medios más elevados. La desviación estándar muestra la misma tendencia que la media.

M4	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Máximo			Error relativo Mínimo		
≤-1	0.00%	0.00%	0.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[-1,1[	0.00%	0.00%	50.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[1,5[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[5,10[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[10,20[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[20,50[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[50,100[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
≥100	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-25.00%
	Error relativo Medio			Desviación estándar		
≤-1	-5.40%	-5.30%	-4.18%	10.46%	10.35%	7.54%
[-1,1[	-2.64%	-2.65%	-2.40%	5.00%	5.07%	4.27%
[1,5[	-3.82%	-3.86%	-2.89%	6.97%	7.14%	6.23%
[5,10[	-5.39%	-5.68%	-1.82%	10.54%	11.34%	11.98%
[10,20[	-6.07%	-7.03%	3.62%	14.01%	16.08%	20.68%
[20,50[	-6.20%	-8.35%	13.24%	15.18%	19.07%	30.52%
[50,100[	-4.60%	-8.77%	35.77%	15.00%	22.08%	40.64%
≥100	-2.20%	-6.88%	67.35%	10.43%	20.28%	38.94%

**Tabla 4-8. Media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función del coeficiente de apuntalamiento, M4.**

#### 4.2.2 G2. CSL objetivo

Tal y como se puede observar en la Tabla 4-9, en valor absoluto, el error relativo medio de las tres aproximaciones disminuye cuando el nivel de servicio de ciclo se aproxima a 1. Sin embargo, tal y como se observa en la Figura 4-5 y Figura 4-6, el error promedio para PI y PII tiende a 0.00%, mientras que, para la aproximación clásica se queda en valores cercanos al 4.00%. PI es la aproximación que muestra errores relativos más cercanos a cero en todos los casos.

Por otro lado la aproximación clásica muestra siempre errores medios positivos, lo indica que tiende a subestimar el stock de referencia para cualquier nivel de CSL objetivo.

CSL	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Máximo			Error relativo Mínimo		
0.5	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
0.55	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
0.6	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
0.7	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
0.75	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-33.33%
0.8	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-25.00%
0.85	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-25.00%
0.9	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-25.00%
0.95	0.00%	0.00%	100.00%	-50.00%	-100.00%	-16.67%
0.99	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-10.00%
	Error relativo Medio			Desviación estándar		
0.55	-7.90%	-9.26%	6.95%	13.81%	16.64%	33.45%
0.6	-6.81%	-8.11%	7.27%	12.83%	15.75%	31.87%
0.65	-5.89%	-7.10%	7.10%	11.66%	14.64%	30.53%
0.7	-4.76%	-5.81%	7.24%	10.38%	13.20%	28.63%
0.75	-4.04%	-4.98%	7.03%	9.38%	12.25%	27.00%
0.8	-3.13%	-3.97%	6.88%	8.02%	10.76%	25.21%
0.85	-2.29%	-2.97%	6.59%	6.54%	9.30%	23.12%
0.9	-1.69%	-2.25%	6.13%	5.74%	8.20%	20.62%
0.95	-0.91%	-1.33%	5.34%	3.51%	6.22%	17.25%
0.99	-0.21%	-0.50%	4.19%	1.91%	4.39%	12.34%

Tabla 4-9. Máximo, mínimo, media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función del nivel de servicio de ciclo objetivo, CSL.

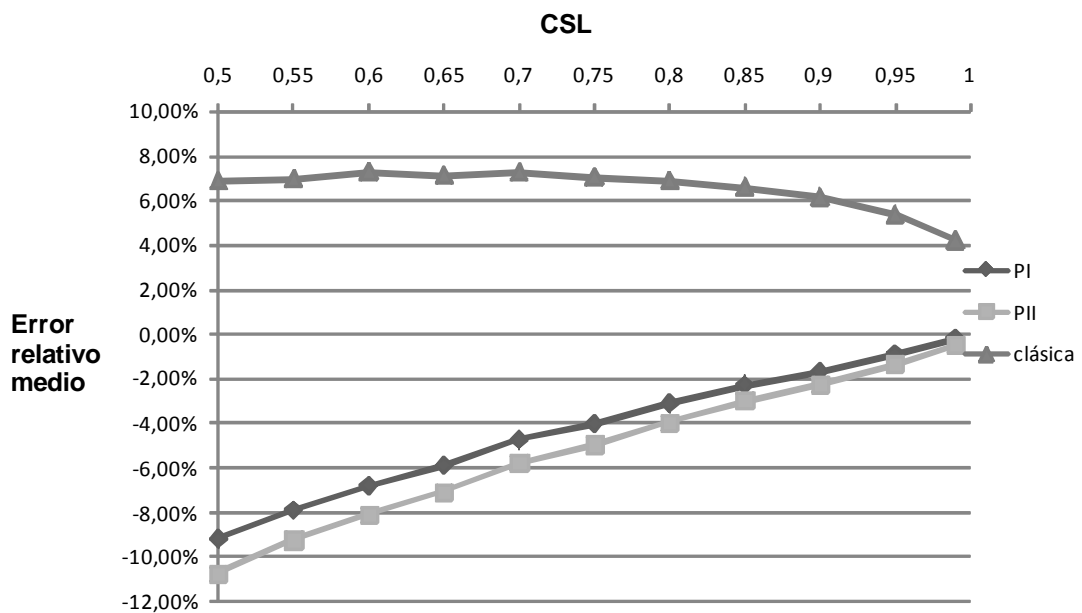


Figura 4-5. Error relativo medio de los errores relativos de PI, PII y clásica en función del nivel de servicio de ciclo, CSL.

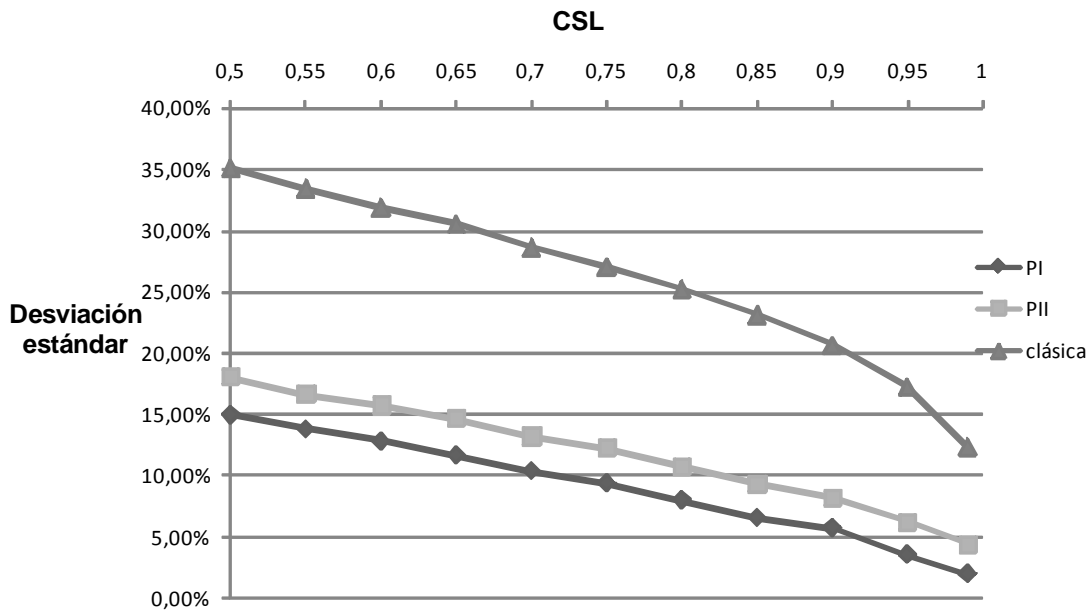


Figura 4-6. Desviación estándar de los errores relativos de PI, PII y clásica en función del nivel de servicio de ciclo, CSL.

### 4.2.3 G3. Parámetros de la política

#### 4.2.3.1 Periodo de revisión, $R$

En la Tabla 4-9 se observa cómo, en términos absolutos, el error relativo medio de las tres aproximaciones disminuye al aumentar la duración del periodo de revisión. Esta tendencia se confirma al analizar la desviación estándar de los errores. En la Figura 4-7 y Figura 4-8 se observa claramente esta tendencia.

Respecto al signo de los errores, como ya se ha observado para el CSL, también en este caso la aproximación clásica muestra siempre errores medios positivos para cualquier valor de  $R$ .

R	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Máximo			Error relativo Mínimo		
2	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
3	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
4	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
5	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
7	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
10	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
15	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
20	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
30	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
	Error relativo Medio			Desviación estándar		
2	-6.21%	-10.08%	21.04%	14.29%	20.52%	39.46%
3	-5.44%	-7.41%	17.64%	13.21%	17.02%	37.28%
4	-5.64%	-7.93%	13.44%	12.60%	17.17%	34.45%
5	-5.15%	-6.70%	11.95%	11.73%	15.31%	32.92%
7	-4.90%	-6.37%	9.02%	10.90%	14.65%	30.15%
10	-4.68%	-5.67%	6.57%	10.68%	13.42%	27.21%
15	-4.16%	-4.66%	4.61%	9.95%	11.50%	24.19%
20	-3.73%	-4.17%	3.39%	9.09%	10.69%	21.88%
30	-3.16%	-3.42%	2.21%	8.06%	9.20%	19.20%

Tabla 4-10. Máximo, mínimo, media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función del periodo de revisión, R.

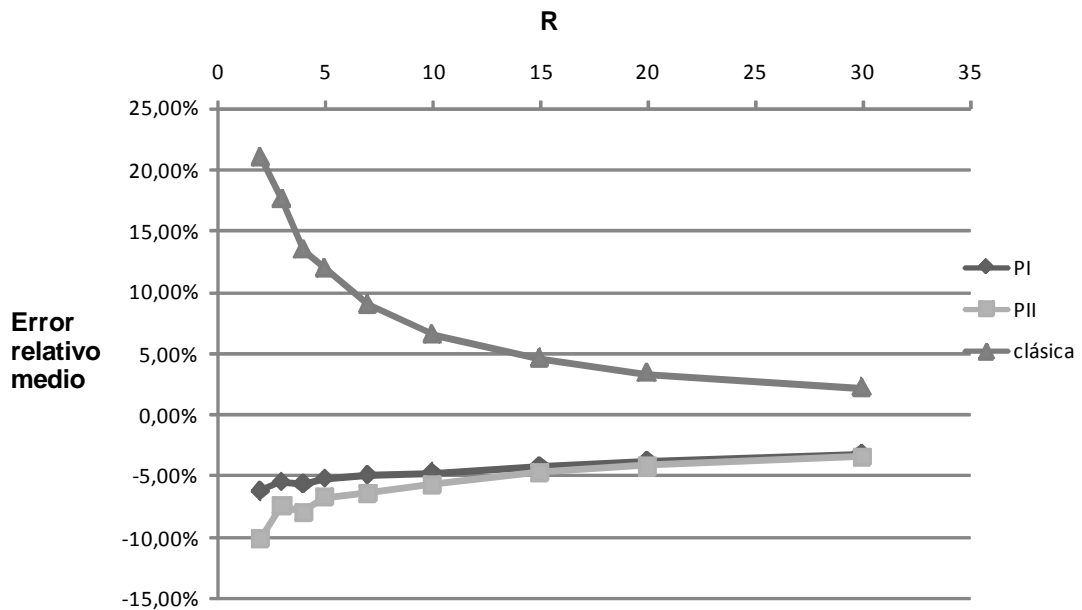


Figura 4-7. Error relativo medio de los errores relativos de PI, PII y clásica en función del periodo de revisión, R.

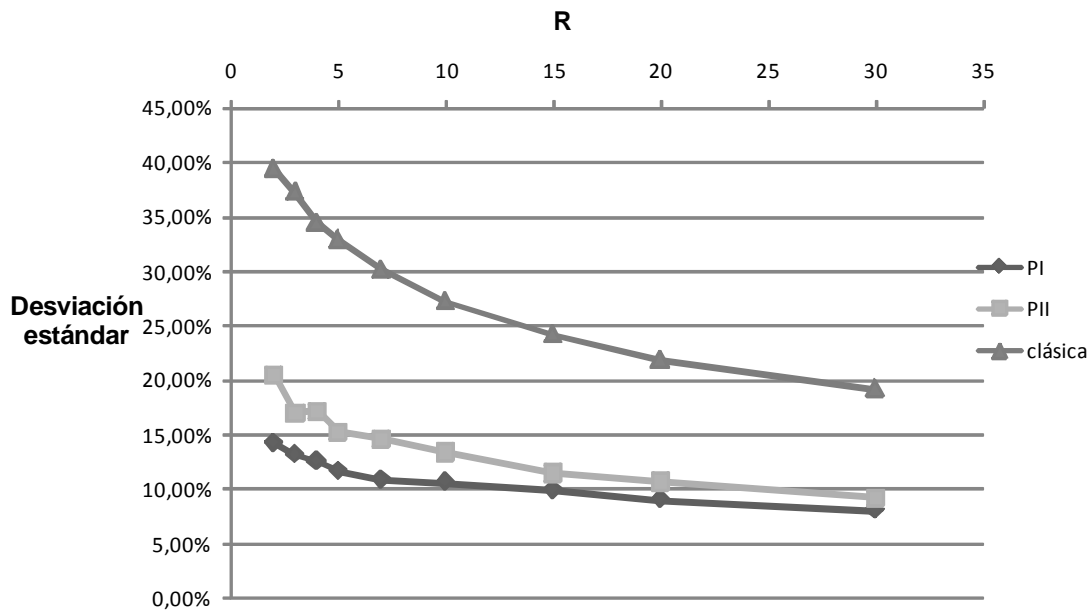


Figura 4-8. Desviación estándar de los errores relativos de PI, PII y clásica en función del periodo de revisión, *R*.

#### 4.2.3.2 Plazo de aprovisionamiento, *L*

En la Tabla 4-11 se resume el máximo, mínimo, promedio y desviación estándar de los errores relativos frente a variaciones en el periodo de aprovisionamiento. A priori el comportamiento de la aproximación clásica con respecto a *L* es muy similar al observado para *R*, como se ilustra en la Figura 4-9 y en la Figura 4-10. Sin embargo, al contrario que ocurre con *R*, el error medio para PI y PII frente a variaciones en *L* es muy estable, no apreciándose tendencia alguna.

L	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Máximo			Error relativo Mínimo		
1	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
3	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
5	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
7	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
10	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
15	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
20	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
	Error relativo Medio			Desviación estándar		
1	-3.32%	-4.27%	11.83%	10.12%	12.80%	31.36%
3	-4.53%	-5.79%	7.15%	10.49%	13.87%	27.74%
5	-4.57%	-5.50%	4.53%	10.05%	12.78%	24.61%
7	-4.80%	-5.49%	3.27%	10.48%	12.51%	22.95%
10	-4.76%	-5.43%	2.15%	10.20%	12.24%	21.17%
15	-4.75%	-5.48%	1.18%	10.07%	12.25%	19.43%
20	-4.53%	-5.11%	0.68%	9.44%	11.44%	18.12%

Tabla 4-11. Máximo, mínimo, media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función del plazo de aprovisionamiento, *L*.

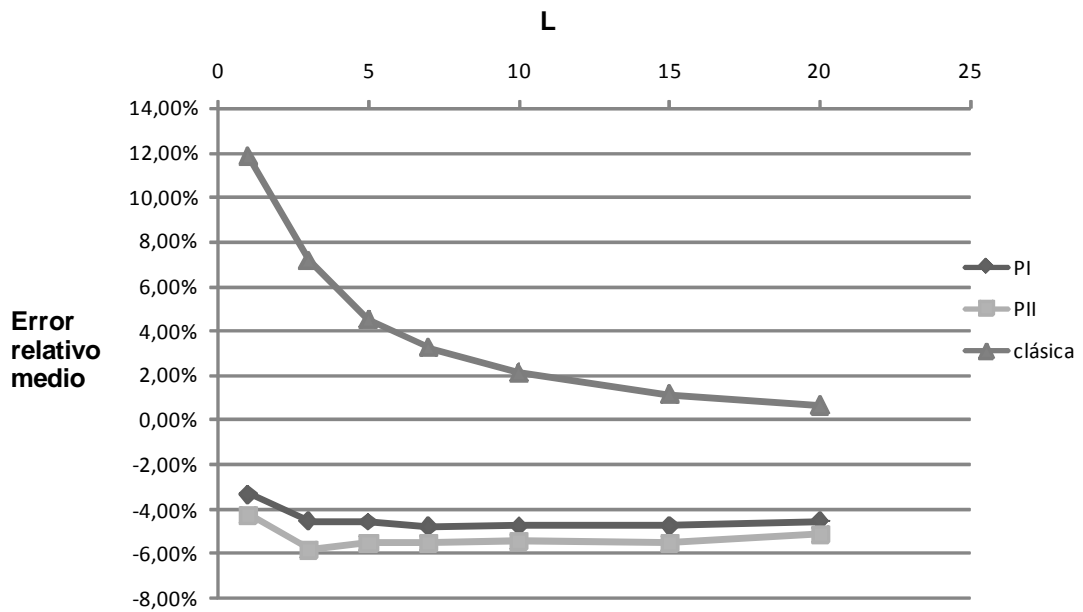


Figura 4-9. Error relativo medio de los errores relativos de PI, PII y clásica en función del plazo de aprovisionamiento,  $L$ .

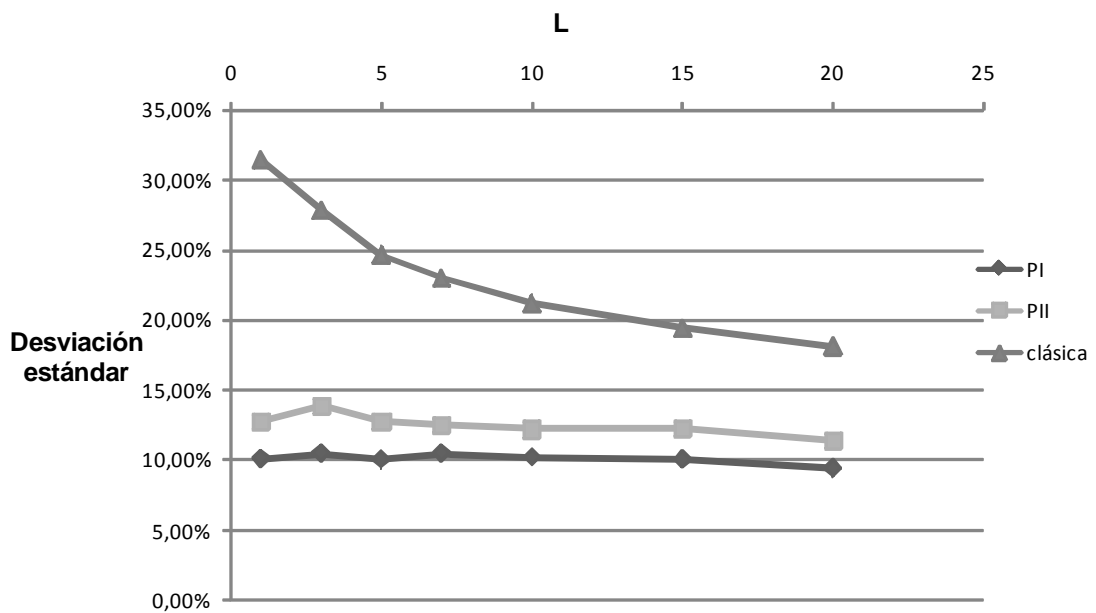


Figura 4-10. Desviación estándar de los errores relativos de PI, PII y clásica en función del plazo de aprovisionamiento,  $L$ .

## 4.2.4 G4. Demanda media

### 4.2.4.1 Demanda media unitaria, $\mu$

En la Tabla 4-12 se presentan los valores máximos, mínimos, el promedio y la desviación estándar de los errores relativos en función de la demanda media de la distribución. En ella se observa que, para la aproximación clásica, sólo aparecen desviaciones positivas cuando la media unitaria es menor de 5.

En cuanto al error relativo mínimo, en términos absolutos, las tres aproximaciones tienden a reducirlo cuando aumenta la demanda media por periodo. La misma tendencia se observa para el error medio y la desviación típica. De hecho, para valores de  $\mu$  iguales o superiores a 3, las tres aproximaciones se comportan casi de forma idéntica, con valores medios del orden del -2% y desviaciones típicas del 3%. Sin embargo, cuando la demanda media es menor de 0.5, la aproximación clásica presenta un error relativo medio positivo muy alto (a pesar del efecto compensatorio de los signos de los errores) del 24.05% y una desviación estándar del 39.34%. En este intervalo, PI y PII también presentan la mayor desviación y error promedio de todo el rango, por el efecto que tiene una demanda tan pequeña en las diferencias relativas.

$\mu$ distribución original	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Máximo			Error relativo Mínimo		
[0.0,0.5]	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[0.5,1.0]	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[1.0, 1.5]	0.00%	0.00%	50.00%	-40.00%	-40.00%	-33.33%
[1.5,2.0]	0.00%	0.00%	40.00%	-37.50%	-50.00%	-26.67%
[2,3]	0.00%	0.00%	20.00%	-40.00%	-40.00%	-33.33%
[3,5]	0.00%	0.00%	4.00%	-28.57%	-42.86%	-28.57%
[5,10]	0.00%	0.00%	0.00%	-28.57%	-28.57%	-25.00%
[10,15]	0.00%	0.00%	0.00%	-19.35%	-19.35%	-19.35%
$\geq 15$	0.00%	0.00%	0.00%	-15.91%	-15.91%	-15.91%
	Error relativo Medio			Desviación estándar		
[0.0,0.5]	-5.85%	-8.37%	24.05%	15.80%	20.27%	39.34%
[0.5,1.0]	-5.38%	-5.67%	-3.24%	7.78%	8.22%	8.64%
[1.0, 1.5]	-4.73%	-4.84%	-4.00%	5.77%	5.90%	5.66%
[1.5,2.0]	-3.77%	-3.84%	-3.40%	4.68%	4.87%	4.63%
[2,3]	-3.62%	-3.67%	-3.36%	4.21%	4.38%	3.99%
[3,5]	-2.64%	-2.65%	-2.60%	3.31%	3.35%	3.20%
[5,10]	-2.00%	-2.00%	-1.99%	2.73%	2.73%	2.70%
[10,15]	-1.52%	-1.52%	-1.52%	2.24%	2.24%	2.24%
$\geq 15$	-1.71%	-1.71%	-1.71%	2.18%	2.18%	2.18%

Tabla 4-12. Máximo, mínimo, media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función la demanda media de la distribución original.

### 4.2.4.2 Demanda media en $R$ , $\mu_R$

En la Tabla 4-13 se recoge el comportamiento de las aproximaciones con la demanda media durante el periodo de revisión. La tendencia de los errores al aumentar la  $\mu_R$  es muy similar al que se ha observado para  $\mu$ , aunque con algunas diferencias. En



general, para las tres aproximaciones, los errores máximos, mínimos y medios tienden a cero cuando aumenta la demanda media en el periodo de revisión. Además, las diferencias positivas para la aproximación clásica desaparecen cuando a demanda media en  $R$  es superior a 10 unidades. Sin embargo, la aproximación clásica incurre en un error medio muy elevado, del 71.11%, cuando  $\mu_R < 0.5$ . Para este nivel de demanda, la aproximación PI presenta resultados medios muy inferiores, del -2.09%. Con respecto a PI y PII, tras mostrar buenos resultados para demandas inferiores a 0.5, su comportamiento empeora considerablemente en el intervalo de demanda siguiente, alcanzando PI un error medio del -9.15%. A partir de este momento, el error medio en términos absolutos tiende a decrecer con el aumento de  $\mu_R$ . La desviación típica de los errores muestra la misma tendencia que la media.

$\mu_R$ distribución original	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Máximo			Error relativo Mínimo		
[0,0,0.5]	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
[0.5,1,0]	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
[1,0,5,0]	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[5,10]	0.00%	0.00%	33.33%	-37.50%	-42.86%	-33.33%
[10,50]	0.00%	0.00%	0.00%	-33.33%	-33.33%	-28.57%
[50,100]	0.00%	0.00%	0.00%	-14.71%	-14.71%	-14.71%
[100,200]	0.00%	0.00%	0.00%	-10.69%	-10.69%	-10.69%
[200,500]	0.00%	0.00%	0.00%	-8.10%	-8.10%	-8.10%
$\geq 500$	0.00%	0.00%	0.00%	-5.07%	-5.07%	-5.07%
	Error relativo Medio			Desviación estándar		
[0,0,5]	-2.09%	-7.29%	71.11%	13.93%	25.05%	37.20%
[0,5,1]	-9.15%	-13.70%	26.38%	26.77%	30.72%	27.17%
[1,5]	-7.70%	-8.75%	2.26%	13.80%	14.55%	16.02%
[5,10]	-6.00%	-6.10%	-5.20%	6.62%	6.78%	6.41%
[10,50]	-3.61%	-3.61%	-3.56%	3.88%	3.89%	3.80%
[50,100]	-2.05%	-2.05%	-2.05%	2.31%	2.31%	2.31%
[100,200]	-1.48%	-1.48%	-1.48%	1.81%	1.81%	1.81%
[200,500]	-1.14%	-1.14%	-1.14%	1.47%	1.47%	1.47%
$\geq 500$	-1.07%	-1.07%	-1.07%	1.25%	1.25%	1.25%

Tabla 4-13. Máximo, mínimo, media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función la demanda media en el periodo de revisión.

#### 4.2.4.3 Demanda media en $R+L$ , $\mu_{R+L}$

En la Tabla 4-14 se presentan los valores máximos, mínimos, el promedio y la desviación estándar de los errores relativos en función de la demanda media en el periodo de revisión más el de aprovisionamiento. El comportamiento de las aproximaciones con respecto a  $\mu_{R+L}$  es muy similar al observado para  $\mu_R$ . En el caso de la aproximación clásica, las diferencias positivas desaparecen cuando  $\mu_{R+L}$  está por encima del intervalo [10,50]. Además, el error medio y la desviación estándar decrecen al aumentar la media. Es importante destacar que el error medio es del 76.89% cuando  $\mu_{R+L} < 0.5$ .

Por el contrario, PI y PII muestran este caso ( $\mu_{R+L} < 0.5$ ) errores medios del -1.13% y -5.22%. Sin embargo, tal y como sucede para  $\mu_R$ , el error medio alcanza niveles del

-7.66% y -14,96% en el intervalo de demanda siguiente, para después disminuir, en términos absolutos, en intervalos sucesivos.

$\mu$ (R+L) distribución original	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Máximo			Error relativo Mínimo		
[0,0,0.5[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
[0,5,1.0[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	0.00%
[1,5[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[5,10[	0.00%	0.00%	40.00%	-50.00%	-50.00%	-40.00%
[10,50[	0.00%	0.00%	12.50%	-37.50%	-42.86%	-28.57%
[50,100[	0.00%	0.00%	0.00%	-20.00%	-20.00%	-20.00%
[100,200[	0.00%	0.00%	0.00%	-13.13%	-13.13%	-13.13%
[200,500[	0.00%	0.00%	0.00%	-9.34%	-9.34%	-9.34%
[500,1000[	0.00%	0.00%	0.00%	-5.71%	-5.71%	-5.71%
$\geq 1000$	0.00%	0.00%	0.00%	-4.02%	-4.02%	-4.02%
	Error relativo Medio			Desviación estándar		
[0,0,0.5[	-1.13%	-5.22%	76.89%	10.45%	21.58%	34.66%
[0,5,1.0[	-7.66%	-14.96%	33.59%	25.65%	33.73%	32.33%
[1,5[	-7.85%	-9.40%	6.85%	17.04%	18.11%	18.77%
[5,10[	-6.69%	-6.94%	-4.96%	7.89%	8.21%	7.95%
[10,50[	-4.21%	-4.23%	-4.07%	4.58%	4.64%	4.39%
[50,100[	-2.44%	-2.44%	-2.44%	2.69%	2.69%	2.68%
[100,200[	-1.74%	-1.74%	-1.74%	2.09%	2.09%	2.09%
[200,500[	-1.29%	-1.29%	-1.29%	1.66%	1.66%	1.66%
[500,1000[	-1.08%	-1.08%	-1.08%	1.35%	1.35%	1.35%
$\geq 1000$	-1.15%	-1.15%	-1.15%	1.25%	1.25%	1.25%

**Tabla 4-14. Máximo, mínimo, media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función la demanda media en el periodo de revisión más el periodo de aprovisionamiento.**

#### 4.2.4.4 Demanda media de la distribución de las órdenes de demanda, $\mu_y$

Al analizar la demanda media de la distribución de las órdenes de demanda, es decir, sin considerar los periodos de demanda nula, de la Tabla 4-15 se extrae que, el comportamiento de las aproximaciones es muy similar al que se ha descrito para la demanda media unitaria de la distribución original. Se observa que, para las tres aproximaciones, los errores máximos, mínimos, medios así como la desviación estándar disminuyen al aumentar la media. Además, las tres aproximaciones presentan un comportamiento idéntico cuando  $\mu_y > 10$ .

$\mu$ distribución órdenes demanda	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Máximo			Error relativo Mínimo		
[1,2[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[2,3[	0.00%	0.00%	100.00%	-50.00%	-66.67%	-33.33%
[3,5[	0.00%	0.00%	100.00%	-50.00%	-100.00%	-33.33%
[5,10[	0.00%	0.00%	20.00%	-33.33%	-42.86%	-26.67%
[10,15[	0.00%	0.00%	0.00%	-21.74%	-21.74%	-21.74%
[15,20[	0.00%	0.00%	0.00%	-15.91%	-15.91%	-15.91%
[20,30[	0.00%	0.00%	0.00%	-14.71%	-14.71%	-14.71%
$\geq 30$	0.00%	0.00%	0.00%	-12.90%	-12.90%	-12.90%
	Error relativo Medio			Desviación estándar		
[1,2[	-5.35%	-6.93%	14.72%	13.62%	17.21%	35.04%
[2,3[	-4.37%	-4.87%	-1.75%	5.86%	6.77%	10.62%
[3,5[	-3.63%	-4.08%	-1.77%	4.64%	5.78%	9.23%
[5,10[	-2.41%	-2.44%	-2.31%	3.31%	3.42%	3.19%
[10,15[	-1.76%	-1.76%	-1.76%	2.49%	2.49%	2.49%
[15,20[	-1.48%	-1.48%	-1.48%	2.13%	2.13%	2.13%
[20,30[	-2.04%	-2.04%	-2.04%	2.22%	2.22%	2.22%
$\geq 30$	-2.08%	-2.08%	-2.08%	2.20%	2.20%	2.20%

Tabla 4-15. Máximo, mínimo, media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función la demanda media de la distribución de órdenes de demanda.

#### 4.2.5 G4. Probabilidad de demanda nula, $P(0)$

En la Tabla 4-15 se presentan los valores máximos, mínimos, el promedio y la desviación estándar de los errores relativos en función de la probabilidad de demanda cero. Al analizar el error relativo máximo de la aproximación clásica, se observa que las diferencias positivas empiezan a aparecer cuando la probabilidad de demanda nula es superior a 0.3, aumentando a partir de este valor. En cuanto a las diferencias negativas, la aproximación clásica muestra niveles del -50% en todos los casos, mientras que para PI y PII llegan hasta el -100% a partir de probabilidades de demanda cero iguales o superiores a 0.5.

P(0)	PI	PII	CLASICA	PI	PII	CLASICA
	Error relativo Máximo			Error relativo Mínimo		
[0.00,0.10[	0.00%	0.00%	0.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%
[0.10,0.20[	0.00%	0.00%	0.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%
[0.20,0.30[	0.00%	0.00%	0.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%
[0.30,0.40[	0.00%	0.00%	12.50%	-50.00%	-50.00%	-50.00%
[0.40,0.50[	0.00%	0.00%	33.33%	-50.00%	-50.00%	-50.00%
[0.50,0.60[	0.00%	0.00%	50.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[0.60,0.70[	0.00%	0.00%	66.67%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[0.70,0.80[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[0.80,0.90[	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
[0.90,1.00]	0.00%	0.00%	100.00%	-100.00%	-100.00%	-50.00%
	Error relativo Medio			Desviación estándar		
[0.00,0.10[	-1.71%	-1.71%	-1.71%	2.47%	2.47%	2.45%
[0.10,0.20[	-3.54%	-3.54%	-3.50%	3.98%	3.98%	3.90%
[0.20,0.30[	-4.05%	-4.06%	-3.92%	4.80%	4.82%	4.59%
[0.30,0.40[	-4.58%	-4.62%	-4.30%	5.30%	5.42%	4.99%
[0.40,0.50[	-4.90%	-4.95%	-4.30%	6.34%	6.44%	5.56%
[0.50,0.60[	-5.58%	-5.71%	-4.21%	7.46%	7.63%	6.54%
[0.60,0.70[	-6.32%	-6.62%	-3.55%	8.96%	9.29%	9.10%
[0.70,0.80[	-6.78%	-7.46%	-1.44%	11.31%	12.18%	12.53%
[0.80,0.90[	-7.39%	-8.94%	4.49%	14.85%	16.84%	20.49%
[0.90,1.00]	-4.82%	-8.68%	43.90%	17.47%	23.93%	42.35%

**Tabla 4-16. Máximo, mínimo, media y desviación estándar de los errores relativos de las aproximaciones PI, PII y clásica en función la probabilidad de demanda nula, P(0).**

Con respecto a la media de los errores y su desviación estándar, la aproximación clásica muestra un error medio que aumenta con  $P(0)$ , siendo mucho más evidente para valores de  $P(0) > 0.8$ . Sin embargo, esta tendencia no se observa para PI y PII, cuyos errores medios son más estable frente a cambios en  $P(0)$ .

En términos de desviación estándar del error, las tres aproximaciones muestran un aumento con  $P(0)$ , siendo más evidente para la aproximación clásica que para PII y ésta a su vez que para PI, sobre todo para  $P(0) > 0.70$ . En la Figura 4-11 y la Figura 4-12, se aprecia claramente ésta tendencia.

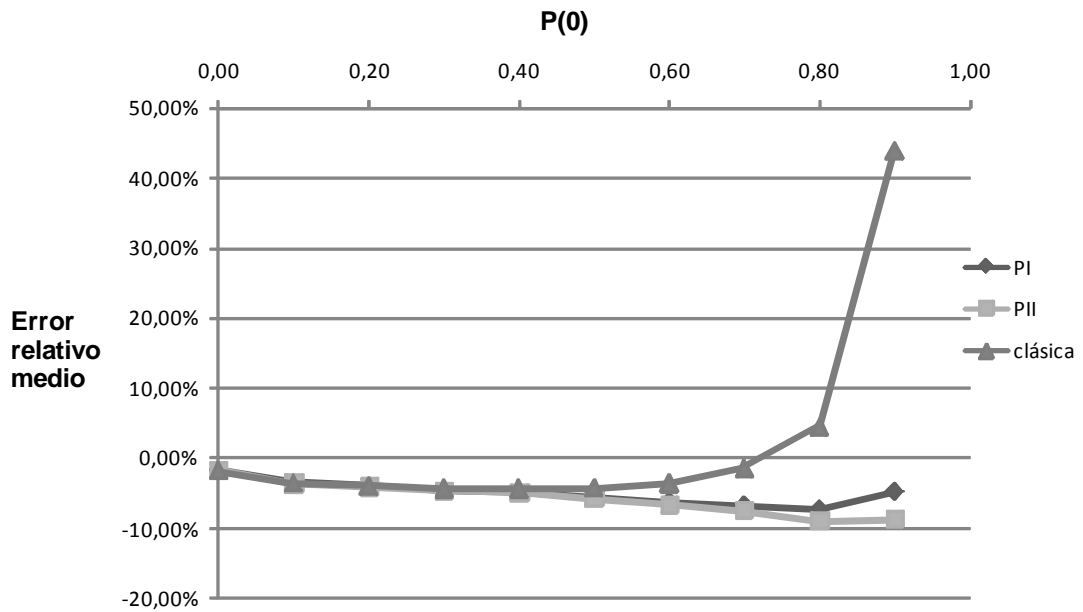


Figura 4-11. Error relativo medio de los errores relativos de PI, PII y clásica en función de la probabilidad de demanda cero,  $P(0)$ .

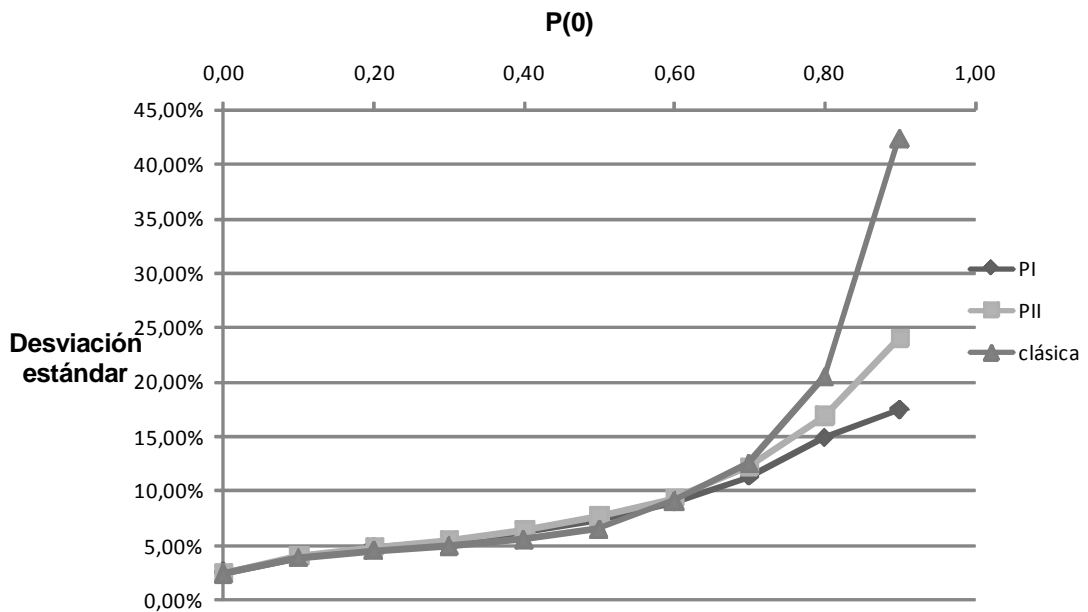


Figura 4-12. Desviación estándar de los errores relativos de PI, PII y clásica en función de la probabilidad de demanda cero,  $P(0)$ .

#### 4.2.6 Resumen del análisis descriptivo por variables

Tras realizar el análisis descriptivo, se observa que, de manera general, el rendimiento de PI es más cercano al exacto, seguido por PII y por la aproximación clásica, salvo en las ocasiones en que, por la naturaleza del cálculo del CSL mediante la aproximación clásica, los errores relativos sean menores con dicha aproximación.

Por otro lado no se observa relación lineal alguna entre los errores relativos en los que incurren las aproximaciones al estimar  $S$  y los grupos de variables analizados.

En cuanto a la tendencia a subestimar o sobreestimar el stock de referencia, se observa que PI y PII cuando difieren del exacto siempre lo subestiman, mientras que la aproximación clásica en ocasiones sobreestima y en otras subestima dicho valor.

Además de estas conclusiones generales, según los grupos de variables considerados se destaca lo siguiente:

##### **G1: Naturaleza y variabilidad de la demanda**

###### **Variable aleatoria**

Para las tres aproximaciones, los errores, en términos absolutos son menores para la distribución Binomial, seguidos por la Poisson y por la Binomial Negativa. El comportamiento de los errores y su tendencia es similar para las tres variables.

###### **Coefficiente de variación cuadrado, $CV^2$**

En el estudio agregado de los errores no se observa relación para los distintos intervalos de  $CV^2$ .

PI es más robusta ante cambios en  $CV^2$  que PII y ésta a su vez que la aproximación clásica, que muestra un comportamiento muy errático.

###### **Intervalo medio entre demandas, $p$**

Para la aproximación clásica, al aumentar  $p$  aumentan los errores relativos.

Para la PI y PII, en términos absolutos, los errores aumentan hasta  $p=7.38$ , se estabilizan a partir de éste valor y disminuyen de nuevo a partir de  $p=33.11$ , hasta valores muy cercanos a 0.00%.

###### **Coefficiente de asimetría, $M3$**

Para la aproximación clásica, al aumentar  $M3$ , aumentan los errores relativos. No aparecen diferencias positivas para valores de  $M3$  menores de -1.

Para la PI y PII, en términos absolutos, los errores aumentan hasta  $M3=5$ , momento a partir del cual empiezan a decrecer.

#### **Coefficiente de apuntalamiento, $M4$**

El comportamiento de las tres aproximaciones es muy similar al observado para  $M3$ .

#### **G2: CSL objetivo**

Los errores de las tres aproximaciones en términos absolutos disminuyen al aproximarse el CSL objetivo a 1.

Los errores medios de la aproximación clásica son siempre positivos en cada valor del CSL analizado.

#### **G3: Parámetros de la política**

##### **Periodo de revisión, $R$**

Los errores absolutos de las tres aproximaciones disminuyen al aumentar la longitud del periodo de revisión.

##### **Periodo de aprovisionamiento, $L$**

Para la aproximación clásica, el comportamiento es similar al observado para  $R$ .

Para PI y PII, los errores medios y su desviación se mantienen estables frente a cambios en  $L$ .

#### **G4: Demanda media**

##### **Demanda media unitaria, $\mu$**

Los errores de las tres aproximaciones, en términos absolutos, disminuyen al aumentar  $\mu$ . Para  $\mu > 5$ , las desviaciones positivas de la aproximación clásica desaparecen, siendo el comportamiento de las tres aproximaciones muy similar.

El rendimiento de la aproximación clásica para demandas pequeñas ( $\mu < 0.5$ ) es muy deficiente, comparado con el de PI y PII, presentando un error medio positivo de 24.05%.

##### **Demanda media en el periodo de revisión, $\mu_R$**

El comportamiento de la aproximación clásica es similar al observado para  $\mu$ , con un error medio del 71.11% cuando  $\mu_R < 0.5$ .

PI y PII para  $\mu_R < 0.5$  presentan errores medios del -2.09% y -7.29% respectivamente. Sin embargo para el intervalo de  $\mu_R$  siguiente, el error alcanza valores de -9.15% y -13.70%, es decir, mayores en términos absolutos, para luego decrecer progresivamente al aumentar la media en  $R$ .

##### **Demanda media en el periodo de revisión más aprovisionamiento, $\mu_{R+L}$**

El comportamiento de las tres aproximaciones es similar al observado para  $\mu_R$ .

### **Demanda media unitaria de la distribución de órdenes de demanda, $\mu_y$**

El comportamiento de las tres aproximaciones es el observado para  $\mu$ .

#### **G5: Probabilidad de demanda nula, $P(0)$**

Para la aproximación clásica, el error medio y su desviación crece al aumentar  $P(0)$ , siendo más evidente para  $P(0) > 0.8$ . Para valores de  $P(0) \leq 0.3$  no se registran diferencias positivas.

El comportamiento de PI y PII frente a variaciones de  $P(0)$  es considerablemente estable, aunque la desviación estándar de los errores crece con  $P(0)$ , sobre todo para valores de  $P(0) > 0.75$ .

### **4.3 Análisis descriptivo por distribución en el espacio de representación $CV^2 \perp p$**

La segunda parte del análisis descriptivo tiene como finalidad analizar la naturaleza y el comportamiento de los errores relativos por aproximación en el espacio de representación  $CV^2 \perp p$  propuesto por Syntetos et al. (2005). Para ello el espacio se divide en subcuadrantes con el fin de analizar mejor el rendimiento en todo el espacio. El propósito de este análisis es comprobar si dicho espacio es válido para el propósito de la presente tesis.

Dado que Syntetos et al. (2005) para derivar su categorización asumen que la demanda sigue una distribución Binomial Negativa, el análisis se realiza por variable aleatoria con el fin de detectar la influencia de la distribución en el comportamiento de las aproximaciones en el espacio  $CV^2 \perp p$ .

#### **4.3.1 Distribución de Poisson**

De la combinación factible de los valores relativos al CSL objetivo, a la política y al parámetro  $\lambda$  de la distribución de Poisson, aparecen un total de 7.502 casos distintos. La distribución del número de casos por cada subcuadrantes se detalla en la Tabla 4-17.



CVZ	ln(p)													
	[0.0,0.1[	[0.1,0.2[	[0.2,0.3[	[0.3,0.4[	[0.4,0.5[	[0.5,0.6[	[0.6,0.9[	[0.9,1.1[	[1.1,1.3[	[1.3,1.7[	[1.7,2.3[	[2.3,3.0[	[3.0,4.6[	[4.6,∞[
[0.00,0.05[	341											341	341	341
[0.05,0.10[	682											341		
[0.10,0.15[	341									341				
[0.15,0.20[	341							341	341					
[0.20,0.25[	341						341							
[0.25,∞[	682	682	341	341	341	341								

Tabla 4-17. Número de casos por subcuadrante. Distribución de Poisson.

#### 4.3.1.1 Aproximación clásica

En la Tabla 4-18 se presentan los errores relativos máximo, mínimo, promedio y la desviación estándar que presenta la aproximación clásica al calcular el stock de referencia frente al cálculo exacto. En ella se observa que:

- Con respecto al error relativo máximo se aprecia que, cuando el intervalo medio entre demandas es superior a 1.82 ( $\ln(p) < 0.6$ ), empiezan a aparecer diferencias relativas positivas, mientras que para valores de  $p$  más pequeños,

éstas son siempre negativas. Dado que una diferencia relativa positiva indica que se subestima el stock de referencia, para valores de  $p$  superiores a 1.82, si se utiliza la aproximación clásica para diseñar el sistema, se incurre en el riesgo de no cumplir con el criterio de servicio objetivo.

- Parece existir una dependencia entre el rendimiento de la aproximación y  $p$ . Cuanto mayor es el intervalo medio entre demandas, mayor es el error relativo medio, alcanzando valores del orden del 70%. Aunque el signo de los errores pueda llevar a malinterpretar los resultados al analizar el error relativo medio, la desviación estándar ayuda a corroborar esta observación.
- La dependencia de los errores frente al coeficiente de variación cuadrado es difícil de observar ya que no se disponen de casos en todos los subcuadrantes del espacio. Sin embargo, si se analizan los subcuadrantes para un intervalo medio de demanda menor de 1.10 ( $\ln(p) < 0.1$ ) se observa que el error medio aumenta según aumenta  $CV^2$ . La desviación estándar sigue esta misma tendencia.
- Por tanto, el menor error relativo medio, igual a -1.04%, con una desviación de 0.97%, se localiza para  $p < 1.10$  y  $CV^2 < 0.05$ .

#### 4.3.1.2 Aproximación PII

En la Tabla 4-19 se presentan los errores relativos para la aproximación PII, donde se observa que:

- Al contrario que para la aproximación clásica, los errores relativos para PII son siempre negativos, luego nunca se subestima el stock de referencia, o lo que es lo mismo, siempre se cumple con el criterio de servicio.
- PII muestra la misma dependencia con  $p$  y con  $CV^2$  que la aproximación clásica. Los errores aumentan según aumentan las dos variables. Sin embargo, para valores de  $p$  mayores de 100 ( $\ln(p) > 4.6$ ), el error relativo y la desviación estándar disminuyen considerablemente.

#### 4.3.1.3 Aproximación PI

En la Tabla 4-20 se presentan los resultados para la aproximación PI. En ella se observa que PI se comporta igual que PII aunque con errores relativos más cercanos a 0.00%, sobre todo cuando el intervalo medio entre demandas es elevado.

E <sub>relativo</sub> Máximo	ln(p)													
	[0,0,0,1]	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,9]	[0,9,1,1]	[1,1,1,3]	[1,3,1,7]	[1,7,2,3]	[2,3,3,0]	[3,0,4,6]	[4,6,∞]
CV <sup>2</sup>	0.00%									50.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
	0.00%						14.29%							
	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%								
E <sub>relativo</sub> Mínimo	ln(p)													
	[0,0,0,1]	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,9]	[0,9,1,1]	[1,1,1,3]	[1,3,1,7]	[1,7,2,3]	[2,3,3,0]	[3,0,4,6]	[4,6,∞]
CV <sup>2</sup>	-5.26%													
	-11.11%													
	-10.53%													
	-15.38%													
	-20.00%													
	-16.67%	-25.00%	-25.00%	-33.33%	-33.33%	-50.00%								
E <sub>relativo</sub> media	ln(p)													
	[0,0,0,1]	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,9]	[0,9,1,1]	[1,1,1,3]	[1,3,1,7]	[1,7,2,3]	[2,3,3,0]	[3,0,4,6]	[4,6,∞]
CV <sup>2</sup>	-1.04%													
	-1.33%													
	-1.71%													
	-2.08%													
	-2.37%													
	-2.76%	-3.36%	-3.55%	-3.92%	-4.05%	-3.94%								
E <sub>relativo</sub> Desviación estándar	ln(p)													
	[0,0,0,1]	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,9]	[0,9,1,1]	[1,1,1,3]	[1,3,1,7]	[1,7,2,3]	[2,3,3,0]	[3,0,4,6]	[4,6,∞]
CV <sup>2</sup>	0.97%													
	1.36%													
	1.67%													
	2.09%													
	2.47%													
	2.82%	3.77%	4.39%	5.09%	5.22%	5.75%								

Tabla 4-18. Error relativo máximo, mínimo, medio y desviación estándar de la aproximación clásica para la distribución de Poisson según el espacio de representación CV<sup>2</sup> L p.

E <sub>relativo</sub> Máximo	ln(p)													
	[0.0,0.1]	[0.1,0.2]	[0.2,0.3]	[0.3,0.4]	[0.4,0.5]	[0.5,0.6]	[0.6,0.9]	[0.9,1.1]	[1.1,1.3]	[1.3,1.7]	[1.7,2.3]	[2.3,3.0]	[3.0,4.6]	[4.6,∞]
[0.00,0.05]	0.00%											0.00%	0.00%	0.00%
[0.05,0.10]	0.00%										0.00%			
[0.10,0.15]	0.00%									0.00%				
[0.15,0.20]	0.00%						0.00%							
[0.20,0.25]	0.00%						0.00%							
[0.25,∞]	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%								
E <sub>relativo</sub> Mínimo	ln(p)													
	[0.0,0.1]	[0.1,0.2]	[0.2,0.3]	[0.3,0.4]	[0.4,0.5]	[0.5,0.6]	[0.6,0.9]	[0.9,1.1]	[1.1,1.3]	[1.3,1.7]	[1.7,2.3]	[2.3,3.0]	[3.0,4.6]	[4.6,∞]
[0.00,0.05]	-5.26%											-100.00%	-100.00%	-100.00%
[0.05,0.10]	-11.11%										-100.00%			
[0.10,0.15]	-10.53%													
[0.15,0.20]	-15.38%							-50.00%	-100.00%					
[0.20,0.25]	-20.00%						-50.00%							
[0.25,∞]	-16.67%	-25.00%	-25.00%	-33.33%	-33.33%	-50.00%								
E <sub>relativo</sub> media	ln(p)													
	[0.0,0.1]	[0.1,0.2]	[0.2,0.3]	[0.3,0.4]	[0.4,0.5]	[0.5,0.6]	[0.6,0.9]	[0.9,1.1]	[1.1,1.3]	[1.3,1.7]	[1.7,2.3]	[2.3,3.0]	[3.0,4.6]	[4.6,∞]
[0.00,0.05]	-1.04%											-9.93%	-10.62%	-3.37%
[0.05,0.10]	-1.33%										-7.92%			
[0.10,0.15]	-1.71%									-7.05%				
[0.15,0.20]	-2.08%							-5.81%	-6.56%					
[0.20,0.25]	-2.37%						-5.15%							
[0.25,∞]	-2.76%	-3.39%	-3.61%	-4.00%	-4.25%	-4.51%								
E <sub>relativo</sub> Desviación estándar	ln(p)													
	[0.0,0.1]	[0.1,0.2]	[0.2,0.3]	[0.3,0.4]	[0.4,0.5]	[0.5,0.6]	[0.6,0.9]	[0.9,1.1]	[1.1,1.3]	[1.3,1.7]	[1.7,2.3]	[2.3,3.0]	[3.0,4.6]	[4.6,∞]
[0.00,0.05]	0.97%											23.28%	27.45%	17.87%
[0.05,0.10]	1.36%										17.12%			
[0.10,0.15]	1.67%									14.62%				
[0.15,0.20]	2.09%							9.46%	11.22%					
[0.20,0.25]	2.47%						7.63%							
[0.25,∞]	2.82%	3.80%	4.48%	5.21%	5.57%	6.50%								

Tabla 4-19. Error relativo máximo, mínimo, medio y desviación estándar de la aproximación PII para la distribución de Poisson según el espacio de representación CV<sup>2</sup> L p.

E <sub>relativo</sub> Máximo	ln(p)													
	[0,0,0.1]	[0,1,0.2]	[0,2,0.3]	[0,3,0.4]	[0,4,0.5]	[0,5,0.6]	[0,6,0.9]	[0,9,1.1]	[1,1,1.3]	[1,3,1.7]	[1,7,2.3]	[2,3,3.0]	[3,0,4.6]	[4,6,∞]
CV <sup>2</sup>	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
E <sub>relativo</sub> Mínimo	ln(p)													
	[0,0,0.1]	[0,1,0.2]	[0,2,0.3]	[0,3,0.4]	[0,4,0.5]	[0,5,0.6]	[0,6,0.9]	[0,9,1.1]	[1,1,1.3]	[1,3,1.7]	[1,7,2.3]	[2,3,3.0]	[3,0,4.6]	[4,6,∞]
CV <sup>2</sup>	-5.26%	-11.11%	-10.53%	-15.38%	-20.00%	-16.67%	-25.00%	-33.33%	-33.33%	-50.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%
E <sub>relativo</sub> media	ln(p)													
	[0,0,0.1]	[0,1,0.2]	[0,2,0.3]	[0,3,0.4]	[0,4,0.5]	[0,5,0.6]	[0,6,0.9]	[0,9,1.1]	[1,1,1.3]	[1,3,1.7]	[1,7,2.3]	[2,3,3.0]	[3,0,4.6]	[4,6,∞]
CV <sup>2</sup>	-1.04%	-1.33%	-1.71%	-2.08%	-2.37%	-2.76%	-3.39%	-3.61%	-4.00%	-4.25%	-4.51%	-4.76%	-5.00%	-5.26%
E <sub>relativo</sub> Desviación estándar	ln(p)													
	[0,0,0.1]	[0,1,0.2]	[0,2,0.3]	[0,3,0.4]	[0,4,0.5]	[0,5,0.6]	[0,6,0.9]	[0,9,1.1]	[1,1,1.3]	[1,3,1.7]	[1,7,2.3]	[2,3,3.0]	[3,0,4.6]	[4,6,∞]
CV <sup>2</sup>	0.97%	1.36%	1.67%	2.09%	2.47%	2.82%	3.80%	4.48%	5.21%	5.57%	6.50%	7.20%	7.20%	7.20%

Tabla 4-20. Error relativo máximo, mínimo, medio y desviación estándar de la aproximación PIII para la distribución de Poisson según el espacio de representación CV<sup>2</sup> p.

#### 4.3.1.4 Análisis comparativo de las aproximaciones clásicas, PII y PI

El rendimiento de la aproximación clásica cuando el intervalo medio entre demandas es menor de 1.82 ( $\ln(p) < 0.6$ ) es al menos tan preciso como el de PI y PII, cualquiera

que sea el valor del  $CV^2$ . Para  $p < 1.10$ , las tres aproximaciones presentan siempre los mismos errores relativos. Sin embargo, cuando  $p$  se encuentra entre 1.10 y 1.82, la aproximación clásica presenta, en algunos subcuadrantes, errores menores que PI y PII, lo cual se debe a la propia naturaleza de la aproximación clásica, como ya se ha explicado en el punto 4.2.1.5.

Por otro lado, para valores de  $p$  mayores de 1.82, la aproximación clásica aporta diferencias relativas positivas, luego su uso supone no cumplir con el objetivo de servicio.

En cuanto a las aproximaciones PI y PII, ambas se comportan de una forma muy similar, y de manera general para cualquier subcuadrante, el rendimiento de PI siempre es igual o superior al de PII. Por otro lado, aunque se aprecia que según aumenta el periodo entre demandas PI aporta errores relativos menores, no se puede establecer de manera categórica a partir de qué valor de  $p$ , PI se comporta mejor que PII.

#### **4.3.2 Distribución Binomial**

De la combinación factible de los valores relativos al CSL objetivo, a la política y los parámetros de la distribución Binomial aparecen 40.920 casos distintos, cuya distribución aparece en la Tabla 4-21. En ella se aprecia que existe una gran concentración de casos para el subcuadrante  $CV^2 < 0.05$  --  $p < 1.10$ , exactamente 26.257 casos, es decir, el 64.17% del total de los casos para esta variable aleatoria.

		ln(p)																							
CV2	[0,0,0,1[	[0,1,0,2[	[0,2,0,3[	[0,3,0,4[	[0,4,0,5[	[0,5,0,6[	[0,6,0,7[	[0,7,0,8[	[0,8,0,9[	[0,9,1,0[	[1,0,1,2[	[1,2,1,3[	[1,3,1,4[	[1,4,1,6[	[1,6,1,8[	[1,8,1,9[	[1,9,2,3[	[2,3,2,8[	[2,8,2,9[	[2,9,3,0[	[3,0,3,2[	[3,2,3,5[	[3,5,3,9[	[3,9,4,6[	[4,6,∞[
[0,00,0,05[	26257	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	682	341	341	341	341	341	341	341	341
[0,05,0,10[	1705							341	341		341	341	341												
[0,10,0,15[	341							341	341	341															
[0,15,0,20[	682	341				682																			
[0,20,0,25[	341	341			341																				

Tabla 4-21. Número de casos por subcuadrante. Distribución Binomial

#### 4.3.2.1 Aproximación clásica

En la Tabla 4-22 se presentan los errores relativos máximo, mínimo, promedio y la desviación estándar en los que incurre la aproximación clásica. Para la distribución Binomial se observa que:

- Aparecen diferencias positivas en el subcuadrante  $CV^2 < 0.05$  --  $p < 0.1$ . Éste comportamiento difiere del observado para la distribución de Poisson. Si se tiene en cuenta la gran concentración de casos que se encuentran en este subcuadrante, el motivo por el cual aparecen diferencias positivas puede atribuirse a otros factores, ya que no parece depender a priori de  $CV^2$  y  $p$ . Adicionalmente se observa que para el resto de subcuadrante, las diferencias positivas no aparecen de nuevo hasta que  $p > 1.64$  ( $\ln(p) > 0.5$ ).
- Se observa una dependencia entre el rendimiento de la aproximación y  $p$ . Cuanto mayor es el intervalo medio entre demandas, mayores son los errores en los que incurre la aproximación clásica. La desviación estándar también aumenta al aumentar  $p$ , lo que ayuda a confirmar ésta relación de dependencia.
- No se aprecia dependencia entre los errores relativos y el  $CV^2$ . Si se analizan los errores en los subcuadrantes para los que  $p$  es común, se observa que si bien para algunos valores de  $p$ , como por ejemplo para  $p \in [1.22, 1.34[$  ( $\ln(p) \in [0.2, 0.3[$ ), el error medio disminuye conforme aumenta el  $CV^2$ , en otros subcuadrantes, por ejemplo para  $p \in [3.66, 4.05[$  ( $\ln(p) \in [1.3, 1.4[$ ), el error medio disminuye al aumentar el intervalo medio entre demandas.

#### 4.3.2.2 Aproximación PII

En la Tabla 4-23 se presentan los resultados para la aproximación PII. Se observa que:

- Como ocurre en la distribución de Poisson, los errores relativos para PII son siempre negativos.
- Se aprecia que, en el subcuadrante  $CV^2 < 0.05$  --  $p < 0.1$  aparecen los errores relativos mayores si se comparan con los del resto de subcuadrantes con  $p < 1.10$ .
- Los errores relativos aumentan según aumenta  $p$ . Sin embargo, para valores de  $p$  mayores de 24 ( $\ln(p) > 3.2$ ), tanto el error relativo como la desviación estándar empiezan a disminuir.
- Como para la aproximación clásica, no se aprecia dependencia entre los errores relativos y el  $CV^2$ .



#### **4.3.2.3 Aproximación PI**

En la Tabla 4-24 se presentan los errores relativos para la aproximación PI. En ella se observa que PI se comporta de igual modo que la PII, aunque con ligeras mejoras cuando el intervalo entre demandas es elevado.

E <sub>relativo</sub>		ln(p)																									
		[0,0,0,1]	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,7]	[0,7,0,8]	[0,8,0,9]	[0,9,1,0]	[1,0,1,2]	[1,2,1,3]	[1,3,1,4]	[1,4,1,6]	[1,6,1,8]	[1,8,1,9]	[2,2,2,8]	[2,3,2,8]	[2,8,2,9]	[2,9,3,0]	[3,0,3,2]	[3,2,3,5]	[3,5,3,9]	[3,9,4,6]	[4,6,∞]	
E <sub>relativo</sub> Máximo	[0,00,0,05]	100,00%	0,00%	0,00%			0,00%						50,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	[0,05,0,10]	0,00%				50,00%						50,00%	50,00%	50,00%													
	[0,10,0,15]	0,00%				50,00%						50,00%	50,00%	50,00%													
	[0,15,0,20]	0,00%			0,00%		20,00%																				
[0,20,0,25]	0,00%			0,00%		0,00%																					
E <sub>relativo</sub> Mínimo		ln(p)																									
		[0,0,0,1]	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,7]	[0,7,0,8]	[0,8,0,9]	[0,9,1,0]	[1,0,1,2]	[1,2,1,3]	[1,3,1,4]	[1,4,1,6]	[1,6,1,8]	[1,8,1,9]	[2,2,2,8]	[2,3,2,8]	[2,8,2,9]	[2,9,3,0]	[3,0,3,2]	[3,2,3,5]	[3,5,3,9]	[3,9,4,6]	[4,6,∞]	
E <sub>relativo</sub> Máximo	[0,00,0,05]	-50,00%	-50,00%	-50,00%			-50,00%						-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	0,00%
	[0,05,0,10]	-25,00%						-50,00%				-50,00%	-33,33%	-50,00%	-33,33%	-33,33%											
	[0,10,0,15]	-12,50%						-50,00%			-50,00%	-50,00%	-33,33%	-50,00%	-33,33%	-33,33%											
	[0,15,0,20]	-20,00%			-33,33%			-33,33%																			
[0,20,0,25]	-25,00%			-33,33%			-50,00%																				
E <sub>relativo</sub> media		ln(p)																									
		[0,0,0,1]	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,7]	[0,7,0,8]	[0,8,0,9]	[0,9,1,0]	[1,0,1,2]	[1,2,1,3]	[1,3,1,4]	[1,4,1,6]	[1,6,1,8]	[1,8,1,9]	[2,2,2,8]	[2,3,2,8]	[2,8,2,9]	[2,9,3,0]	[3,0,3,2]	[3,2,3,5]	[3,5,3,9]	[3,9,4,6]	[4,6,∞]	
E <sub>relativo</sub> Máximo	[0,00,0,05]	-0,85%	-2,88%	-3,48%			-4,18%						-3,16%	-1,28%	-0,18%	1,28%	7,86%	20,73%	23,86%	25,48%	25,48%	31,86%	39,23%	39,23%	51,17%	72,39%	
	[0,05,0,10]	-1,71%						-4,23%				-2,37%	-2,62%	-1,67%	0,10%	0,10%											
	[0,10,0,15]	-1,97%						-3,97%			-4,29%	-3,82%	-2,13%	-1,67%	-0,10%	0,10%											
	[0,15,0,20]	-2,35%			-3,80%			-3,95%																			
[0,20,0,25]	-3,10%			-3,64%			-3,88%																				
E <sub>relativo</sub> desviación estándar		ln(p)																									
		[0,0,0,1]	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,7]	[0,7,0,8]	[0,8,0,9]	[0,9,1,0]	[1,0,1,2]	[1,2,1,3]	[1,3,1,4]	[1,4,1,6]	[1,6,1,8]	[1,8,1,9]	[2,2,2,8]	[2,3,2,8]	[2,8,2,9]	[2,9,3,0]	[3,0,3,2]	[3,2,3,5]	[3,5,3,9]	[3,9,4,6]	[4,6,∞]	
E <sub>relativo</sub> Máximo	[0,00,0,05]	8,40%	6,47%	7,14%			7,54%						11,00%	10,60%	15,10%	18,62%	20,12%	25,39%	32,82%	35,18%	35,43%	37,52%	39,74%	39,74%	42,43%	38,81%	
	[0,05,0,10]	2,64%						7,64%				11,10%	10,60%	12,78%	15,46%	15,46%											
	[0,10,0,15]	2,26%						7,63%			8,23%	9,62%	11,40%	12,78%	15,46%	15,46%											
	[0,15,0,20]	2,98%	3,94%	5,41%			6,16%																				
[0,20,0,25]	3,97%	5,00%	5,95%			6,24%																					

Tabla 4-22. Error relativo máximo, mínimo, medio y desviación estándar de la aproximación clásica para la distribución Binomial según el espacio de representación CV<sup>2</sup> L p.

		ln(p)																								
		[0.0,0.1]	[0.1,0.2]	[0.2,0.3]	[0.3,0.4]	[0.4,0.5]	[0.5,0.6]	[0.6,0.7]	[0.7,0.8]	[0.8,0.9]	[0.9,1.0]	[1.0,1.2]	[1.2,1.3]	[1.3,1.4]	[1.4,1.6]	[1.6,1.8]	[1.8,1.9]	[1.9,2.3]	[2.3,2.8]	[2.8,2.9]	[2.9,3.0]	[3.0,3.2]	[3.2,3.5]	[3.5,3.9]	[3.9,4.6]	[4.6,∞]
<b>Error relativo Máximo</b>		0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
	[0.00,0.05]	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
	[0.05,0.10]	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
	[0.10,0.15]	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
<b>CV<sup>2</sup></b>	[0.15,0.20]	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
	[0.20,0.25]	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
<b>Error relativo Mínimo</b>		0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
	[0.00,0.05]	-100.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%
	[0.05,0.10]	-25.00%							-50.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%
	[0.10,0.15]	-12.50%	-33.33%	-33.33%	-33.33%	-33.33%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%
<b>CV<sup>2</sup></b>	[0.15,0.20]	-20.00%	-25.00%	-25.00%	-33.33%	-33.33%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%
	[0.20,0.25]	-25.00%	-25.00%	-33.33%	-33.33%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-50.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%	-100.00%
<b>Error relativo media</b>		-2.38%	-2.89%	-3.46%	-3.84%	-4.20%	-4.64%	-5.07%	-5.44%	-5.84%	-6.09%	-6.80%	-7.18%	-7.82%	-8.87%	-8.59%	-9.38%	-10.46%	-9.38%	-10.38%	-10.38%	-8.72%	-8.37%	-7.48%	-3.08%	
	[0.00,0.05]	-2.38%	-2.89%	-3.46%	-3.84%	-4.20%	-4.64%	-5.07%	-5.44%	-5.84%	-6.09%	-6.80%	-7.18%	-7.82%	-8.87%	-8.59%	-9.38%	-10.46%	-9.38%	-10.38%	-10.38%	-8.72%	-8.37%	-7.48%	-3.08%	
	[0.05,0.10]	-1.74%							-5.16%	-5.16%	-6.80%	-6.80%	-7.18%	-8.01%	-8.01%	-8.59%	-9.38%	-10.46%	-9.38%	-10.38%	-10.38%	-8.72%	-8.37%	-7.48%	-3.08%	
	[0.10,0.15]	-1.97%	-3.62%	-3.62%	-3.84%	-4.64%	-4.64%	-5.07%	-5.44%	-5.84%	-6.09%	-6.80%	-7.18%	-7.82%	-8.87%	-8.59%	-9.38%	-10.46%	-9.38%	-10.38%	-10.38%	-8.72%	-8.37%	-7.48%	-3.08%	
<b>CV<sup>2</sup></b>	[0.15,0.20]	-2.38%	-2.96%	-2.96%	-3.84%	-4.64%	-4.64%	-5.07%	-5.44%	-5.84%	-6.09%	-6.80%	-7.18%	-7.82%	-8.87%	-8.59%	-9.38%	-10.46%	-9.38%	-10.38%	-10.38%	-8.72%	-8.37%	-7.48%	-3.08%	
	[0.20,0.25]	-3.10%	-3.70%	-3.70%	-4.20%	-4.20%	-4.20%	-5.07%	-5.44%	-5.84%	-6.09%	-6.80%	-7.18%	-7.82%	-8.87%	-8.59%	-9.38%	-10.46%	-9.38%	-10.38%	-10.38%	-8.72%	-8.37%	-7.48%	-3.08%	
<b>Error relativo desviación estándar</b>		7.46%	6.47%	7.14%			10.35%		8.54%	9.11%	10.82%	10.61%	13.46%	16.67%	20.71%	19.15%	22.53%	26.79%	26.38%	28.19%	25.75%	26.42%	25.63%	25.63%	17.09%	
	[0.00,0.05]	7.46%	6.47%	7.14%			10.35%		8.54%	9.11%	10.82%	10.61%	13.46%	16.67%	20.71%	19.15%	22.53%	26.79%	26.38%	28.19%	25.75%	26.42%	25.63%	25.63%	17.09%	
	[0.05,0.10]	2.64%							8.54%	9.11%	10.82%	10.61%	13.46%	16.67%	20.71%	19.15%	22.53%	26.79%	26.38%	28.19%	25.75%	26.42%	25.63%	25.63%	17.09%	
	[0.10,0.15]	2.28%	5.50%	5.50%					9.11%	10.82%	10.61%	13.46%	16.67%	20.71%	19.15%	22.53%	26.79%	26.38%	28.19%	25.75%	26.42%	25.63%	25.63%	25.63%	17.09%	
<b>CV<sup>2</sup></b>	[0.15,0.20]	3.07%	4.29%	4.29%	5.43%	7.18%	7.18%	8.22%	8.22%	8.22%	10.61%	10.61%	13.46%	16.67%	20.71%	19.15%	22.53%	26.79%	26.38%	28.19%	25.75%	26.42%	25.63%	25.63%	17.09%	
	[0.20,0.25]	3.97%	5.07%	5.07%	6.49%	6.49%	6.49%	8.22%	8.22%	8.22%	10.61%	10.61%	13.46%	16.67%	20.71%	19.15%	22.53%	26.79%	26.38%	28.19%	25.75%	26.42%	25.63%	25.63%	17.09%	

Tabla 4-23. Error relativo máximo, mínimo, medio y desviación estándar de la aproximación PII para la distribución Binomial según el espacio de representación CV<sup>2</sup> L p.

E <sub>relativo</sub>		ln(p)																									
		[0,0,0,1]	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,7]	[0,7,0,8]	[0,8,0,9]	[0,9,1,0]	[1,0,1,2]	[1,2,1,3]	[1,3,1,4]	[1,4,1,6]	[1,6,1,8]	[1,8,1,9]	[1,9,2,3]	[2,3,2,8]	[2,8,2,9]	[2,9,3,0]	[3,0,3,2]	[3,2,3,5]	[3,5,3,9]	[3,9,4,6]	[4,6,∞]	
E <sub>relativo</sub> Máximo	[0,00,0,05]	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
	[0,05,0,10]	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
	[0,10,0,15]	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	[0,15,0,20]	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
[0,20,0,25]	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
E <sub>relativo</sub> Mínimo		ln(p)																									
		[0,0,0,1] <th>[0,1,0,2]</th> <th>[0,2,0,3]</th> <th>[0,3,0,4]</th> <th>[0,4,0,5]</th> <th>[0,5,0,6]</th> <th>[0,6,0,7]</th> <th>[0,7,0,8]</th> <th>[0,8,0,9]</th> <th>[0,9,1,0]</th> <th>[1,0,1,2]</th> <th>[1,2,1,3]</th> <th>[1,3,1,4]</th> <th>[1,4,1,6]</th> <th>[1,6,1,8]</th> <th>[1,8,1,9]</th> <th>[1,9,2,3]</th> <th>[2,3,2,8]</th> <th>[2,8,2,9]</th> <th>[2,9,3,0]</th> <th>[3,0,3,2]</th> <th>[3,2,3,5]</th> <th>[3,5,3,9]</th> <th>[3,9,4,6]</th> <th>[4,6,∞]</th>	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,7]	[0,7,0,8]	[0,8,0,9]	[0,9,1,0]	[1,0,1,2]	[1,2,1,3]	[1,3,1,4]	[1,4,1,6]	[1,6,1,8]	[1,8,1,9]	[1,9,2,3]	[2,3,2,8]	[2,8,2,9]	[2,9,3,0]	[3,0,3,2]	[3,2,3,5]	[3,5,3,9]	[3,9,4,6]	[4,6,∞]	
E <sub>relativo</sub> media	[0,00,0,05]	-100,00%	-50,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-100,00%	
	[0,05,0,10]	-25,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	-50,00%	
	[0,10,0,15]	-12,50%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	
	[0,15,0,20]	-20,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	-25,00%	
[0,20,0,25]	-25,00%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%	-33,33%		
E <sub>relativo</sub> desviación estándar		ln(p)																									
		[0,0,0,1] <th>[0,1,0,2]</th> <th>[0,2,0,3]</th> <th>[0,3,0,4]</th> <th>[0,4,0,5]</th> <th>[0,5,0,6]</th> <th>[0,6,0,7]</th> <th>[0,7,0,8]</th> <th>[0,8,0,9]</th> <th>[0,9,1,0]</th> <th>[1,0,1,2]</th> <th>[1,2,1,3]</th> <th>[1,3,1,4]</th> <th>[1,4,1,6]</th> <th>[1,6,1,8]</th> <th>[1,8,1,9]</th> <th>[1,9,2,3]</th> <th>[2,3,2,8]</th> <th>[2,8,2,9]</th> <th>[2,9,3,0]</th> <th>[3,0,3,2]</th> <th>[3,2,3,5]</th> <th>[3,5,3,9]</th> <th>[3,9,4,6]</th> <th>[4,6,∞]</th>	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,7]	[0,7,0,8]	[0,8,0,9]	[0,9,1,0]	[1,0,1,2]	[1,2,1,3]	[1,3,1,4]	[1,4,1,6]	[1,6,1,8]	[1,8,1,9]	[1,9,2,3]	[2,3,2,8]	[2,8,2,9]	[2,9,3,0]	[3,0,3,2]	[3,2,3,5]	[3,5,3,9]	[3,9,4,6]	[4,6,∞]	
E <sub>relativo</sub> desviación estándar	[0,00,0,05]	6,32%	6,47%	7,14%	7,14%	7,14%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	10,46%	
	[0,05,0,10]	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	2,64%	
	[0,10,0,15]	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	2,28%	
	[0,15,0,20]	3,08%	4,29%	4,29%	5,43%	5,43%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	7,18%	
[0,20,0,25]	3,97%	3,97%	5,07%	5,07%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%	6,49%		

Tabla 4-24. Error relativo máximo, mínimo, medio y desviación estándar de la aproximación PI para la distribución Binomial según el espacio de representación CV<sup>2</sup> L p.

#### 4.3.2.4 Análisis comparativo de las aproximaciones clásicas, PII y PI

El rendimiento de la aproximación clásica cuando el intervalo medio entre demandas es menor de 1.64 ( $\ln(p) < 0.5$ ) es al menos tan preciso como el de las aproximaciones PI y PII, excepto en el subcuadrante  $CV^2 < 0.05$  --  $p < 0.1$ , donde ya se ha comentado que aparecen, para la aproximación clásica, diferencias positivas. Además, para valores de  $p > 1.64$ , la aproximación clásica aporta diferencias relativas positivas, luego su uso supone no cumplir con el objetivo de servicio.

En cuanto a PI y PII, ambas aproximaciones tiene un comportamiento muy similar, siendo los errores relativos en los que incurre PI iguales o menores que los de PII. Por otro lado, aunque se aprecia que según aumenta el periodo entre demandas PI aporta, en términos absolutos, errores relativos menores que PII, no se puede establecer de manera categórica a partir de qué valor de  $p$ , PI se comporta mejor que PII.

#### 4.3.3 Distribución Binomial Negativa

De la combinación factible de los valores relativos al CSL objetivo, a la política y los parámetros de la distribución Binomial Negativa aparecen 67.519 casos distintos, cuya distribución según los subcuadrantes resultantes aparece en la Tabla 4-25.

CVZ	ln(p)																															
	[0,0,0.1]	[0,0,0.2]	[0,0,0.3]	[0,0,0.4]	[0,4,0.5]	[0,5,0.6]	[0,6,0.7]	[0,7,0.8]	[0,8,0.9]	[0,9,1.0]	[1,0,1.1]	[1,1,1.2]	[1,2,1.3]	[1,3,1.4]	[1,4,1.5]	[1,5,1.6]	[1,6,1.7]	[1,7,1.8]	[1,8,1.9]	[1,9,2.0]	[2,0,2.1]	[2,1,2.2]	[2,2,2.3]	[2,3,2.4]	[2,4,2.5]	[2,5,2.6]	[2,6,2.7]	[2,7,2.8]				
[0,00,0.05[																																
[0,05,0.10[																																
[0,10,0.15[																																
[0,15,0.20[																																
[0,20,0.25[																																
[0,25,0.30[		682																														
[0,30,0.35[		1365																														
[0,35,0.40[		1705	341	341	341	341	341	682	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341		341			341				
[0,40,0.45[		2046	682	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341		341			341			
[0,45,0.50[		1564	1023	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341		341			341			
[0,50,0.55[		341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341					341			
[0,55,0.60[		1023	341	682	341																											
[0,60,0.65[		1023	341																													
[0,65,0.70[		682	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341								
[0,70,0.75[		682	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341	341								
[0,75,0.80[																																
[0,80,0.85[																																
[0,85,0.90[																																
[0,90,0.95[																																
[0,95,1.00[																																
[1,00,1.05[																																
[1,05,1.10[																																
[1,10,1.15[																																
[1,15,1.20[																																
[1,20,1.25[																																
[1,25,1.30[																																
[1,30,1.35[																																
[1,35,1.40[																																
[1,40,1.45[																																
[1,45,1.50[																																
[1,50,1.60[																																

CVZ	ln(p)																															
	[2,6,2.7]	[2,7,2.8]	[2,8,2.9]	[2,9,3.1]	[3,1,3.2]	[3,2,3.3]	[3,3,3.4]	[3,4,3.5]	[3,5,3.6]	[3,6,3.8]	[3,8,3.9]	[3,9,4.0]	[4,0,4.2]	[4,2,4.3]	[4,3,4.5]	[4,5,4.6]	[4,6,4.7]	[4,7,4.8]	[4,8,5.2]	[5,2,5.5]	[5,5,5.8]	[5,8,5.9]	[5,9,6.2]	[6,2,6.9]	[6,9,7.5]	[7,5,∞[	[7,6,2.7]	[7,7,2.8]	[7,8,2.9]	[7,9,3.1]		
[0,00,0.05[																																
[0,05,0.10[																																
[0,10,0.15[		341																														
[0,15,0.20[																																
[0,20,0.25[		341																														
[0,25,0.30[																																
[0,30,0.35[																																
[0,35,0.40[																																
[0,40,0.45[																																
[0,45,0.50[																																
[0,50,0.55[																																
[0,55,0.60[																																
[0,60,0.65[																																
[0,65,0.70[																																
[0,70,0.75[																																
[0,75,0.80[																																
[0,80,0.85[																																
[0,85,0.90[																																
[0,90,0.95[																																
[0,95,1.00[																																
[1,00,1.05[																																
[1,05,1.10[																																
[1,10,1.15[																																
[1,15,1.20[																																
[1,20,1.25[																																
[1,25,1.30[																																
[1,30,1.35[																																
[1,35,1.40[																																
[1,40,1.45[																																
[1,45,1.50[																																
[1,50,1.60[																																

Tabla 4-25. Número de casos por subcuadrante. Distribución Binomial Negativa

#### 4.3.3.1 Aproximación clásica

En la Tabla 4-26, Tabla 4-27, Tabla 4-28 y Tabla 4-30 se presentan los errores relativos máximo, mínimo, promedio y la desviación estándar respectivamente en los que incurre la aproximación clásica cuando la demanda se modela con una distribución Binomial Negativa. En la Tabla 4-26, correspondiente a los errores máximos se observa que:

- Cuando el intervalo entre demandas es inferior a 1.49 ( $\ln(p)<4$ ), no se registran diferencias positivas para ningún subcuadrante, puesto que el error máximo es del 0%. Por lo tanto, para estos casos la aproximación clásica siempre sobreestima el valor del stock de referencia.
- A partir de  $p=1.49$ , empiezan a aparecer diferencias positivas, que crecen con  $p$ . Las diferencias positivas son, para cualquier subcuadrante a partir de un intervalo medio entre demandas superior a 4.95, del 100%.
- No se observa ninguna relación de dependencia entre el valor que toma el error relativo máximo y el coeficiente de variación cuadrado.

En la Tabla 4-27 donde se recogen los errores relativos mínimos:

- No se observa ninguna relación de dependencia entre el valor mínimo de los errores y el intervalo medio entre demandas. Cuando el intervalo medio entre demandas es inferior a 22.19 ( $\ln(p)>3.1$ ), se observan diferencias negativas. Sin embargo, para valores de  $p$  superiores, las diferencias mínimas son, para cualquier subcuadrante, iguales a 0%. Esto indica que, a partir de este intervalo, la aproximación clásica o bien calcula exactamente el stock de referencia, o bien lo subestima, puesto que si existen diferencias, éstas siempre son positivas.
- No se observa ninguna relación de dependencia entre el valor que toma el error relativo mínimo y el coeficiente de variación cuadrado.

Tabla 4-28 correspondiente a la media de los errores relativos podemos observar que:

- La media de los errores relativos aumenta al aumentar el intervalo entre demandas, con valores por encima del 20% cuando el intervalo entre demandas es superior a 13.46 ( $\ln(p)>2.6$ ).
- Es difícil establecer una relación entre el error medio y el coeficiente de variación cuadrado ya que el efecto de compensación de las diferencias positivas puede llevar a extraer conclusiones erróneas. Sin embargo, si se analiza el error medio en los subcuadrantes con el mismo intervalo medio entre demandas, se observa que, cuanto mayor es  $CV^2$  mayor es el error medio en el que incurre la aproximación clásica.

En cuanto a la desviación estándar de los errores, resumidos en la 4-29, observamos que el comportamiento es similar a la de la media de los errores, es decir, aumenta al aumentar  $CV^2$  y  $p$ . Sin embargo, para valores de  $p$  muy elevados, donde la media de los errores alcanza valores superiores al 70%, la desviación clásica tiende a disminuir, lo que indica que cuando el intervalo medio entre demandas es grande, la distribución de errores está más centrada en la media, siendo ésta muy elevada.



Espacios Máximo	ln(p)																											
	[0.0,0.1]	[0.1,0.2]	[0.2,0.3]	[0.3,0.4]	[0.4,0.5]	[0.5,0.6]	[0.6,0.7]	[0.7,0.8]	[0.8,0.9]	[0.9,1.0]	[1.0,1.1]	[1.1,1.2]	[1.2,1.3]	[1.3,1.4]	[1.4,1.5]	[1.5,1.6]	[1.6,1.7]	[1.7,1.8]	[1.8,1.9]	[1.9,2.0]	[2.0,2.1]	[2.1,2.2]	[2.2,2.3]	[2.3,2.4]	[2.4,2.5]	[2.5,2.6]		
[0.00,0.05]																												
[0.05,0.10]																												
[0.10,0.15]																												
[0.15,0.20]																												
[0.20,0.25]																												
[0.25,0.30]																												
[0.30,0.35]																												
[0.35,0.40]																												
[0.40,0.45]																												
[0.45,0.50]																												
[0.50,0.55]																												
[0.55,0.60]																												
[0.60,0.65]																												
[0.65,0.70]																												
[0.70,0.75]																												
[0.75,0.80]																												
[0.80,0.85]																												
[0.85,0.90]																												
[0.90,0.95]																												
[1.00,1.05]																												
[1.05,1.10]																												
[1.10,1.15]																												
[1.15,1.20]																												
[1.20,1.25]																												
[1.25,1.30]																												
[1.30,1.35]																												
[1.35,1.40]																												
[1.40,1.45]																												
[1.45,1.50]																												
[1.50,1.60]																												

Espacios Máximo	ln(p)																											
	[2.6,2.7]	[2.7,2.8]	[2.8,2.9]	[2.9,3.1]	[3.1,3.2]	[3.2,3.3]	[3.3,3.4]	[3.4,3.5]	[3.5,3.6]	[3.6,3.8]	[3.8,3.9]	[3.9,4.0]	[4.0,4.2]	[4.2,4.3]	[4.3,4.5]	[4.5,4.6]	[4.6,4.7]	[4.7,4.8]	[4.8,5.2]	[5.2,5.5]	[5.5,5.8]	[5.8,5.9]	[5.9,6.2]	[6.2,6.9]	[6.9,7.5]	[7.5,8]		
[0.00,0.05]																												
[0.05,0.10]																												
[0.10,0.15]																												
[0.15,0.20]																												
[0.20,0.25]																												
[0.25,0.30]																												
[0.30,0.35]																												
[0.35,0.40]																												
[0.40,0.45]																												
[0.45,0.50]																												
[0.50,0.55]																												
[0.55,0.60]																												
[0.60,0.65]																												
[0.65,0.70]																												
[0.70,0.75]																												
[0.75,0.80]																												
[0.80,0.85]																												
[0.85,0.90]																												

Tabla 4-26. Error relativo máximo de la aproximación clásica para la distribución Binomial Negativa según el espacio de representación  $CV^2 \llcorner p$ .

Ejemplo Mínimo	ln(p)																										
	[0,0,0.01]	[0,1,0.2]	[0,2,0.3]	[0,3,0.4]	[0,4,0.5]	[0,5,0.6]	[0,6,0.7]	[0,7,0.8]	[0,8,0.9]	[0,9,1.0]	[1,0,1.1]	[1,1,1.2]	[1,2,1.3]	[1,3,1.4]	[1,4,1.5]	[1,5,1.6]	[1,6,1.7]	[1,7,1.8]	[1,8,1.9]	[1,9,2.0]	[2,0,2.1]	[2,1,2.2]	[2,2,2.3]	[2,3,2.4]	[2,4,2.5]	[2,5,2.6]	
[0,00,0.05]																											
[0,05,0.10]																											
[0,10,0.15]																											
[0,15,0.20]																											
[0,20,0.25]																											
[0,25,0.30]	-13,79%																										
[0,30,0.35]	-12,90%																										
[0,35,0.40]	-20,00%																										
[0,40,0.45]	-25,00%																										
[0,45,0.50]	-21,43%																										
[0,50,0.55]	-15,91%																										
[0,55,0.60]	-21,43%																										
[0,60,0.65]	-25,00%																										
[0,65,0.70]	-19,35%																										
[0,70,0.75]	-25,00%																										
[0,75,0.80]	-19,23%																										
[0,80,0.85]																											
[0,85,0.90]	-25,00%																										
[0,90,0.95]	-20,00%																										
[0,95,1,00]	-23,53%																										
[1,00,1,05]	-21,43%																										
[1,05,1,10]																											
[1,10,1,15]																											
[1,15,1,20]																											
[1,20,1,25]	-24,00%																										
[1,25,1,30]																											
[1,30,1,35]																											
[1,35,1,40]																											
[1,40,1,45]																											
[1,45,1,50]																											
[1,50,1,60]																											
<b>ln(p)</b>																											
[0,00,0.05]																											
[0,05,0.10]																											
[0,10,0.15]																											
[0,15,0.20]																											
[0,20,0.25]																											
[0,25,0.30]																											
[0,30,0.35]																											
[0,35,0.40]																											
[0,40,0.45]																											
[0,45,0.50]																											
[0,50,0.55]																											
[0,55,0.60]																											
[0,60,0.65]																											
[0,65,0.70]																											
[0,70,0.75]																											
[0,75,0.80]																											
[0,80,0.85]																											
[0,85,0.90]																											
<b>ln(p)</b>																											
[0,00,0.05]																											
[0,05,0.10]																											
[0,10,0.15]																											
[0,15,0.20]																											
[0,20,0.25]																											
[0,25,0.30]																											
[0,30,0.35]																											
[0,35,0.40]																											
[0,40,0.45]																											
[0,45,0.50]																											
[0,50,0.55]																											
[0,55,0.60]																											
[0,60,0.65]																											
[0,65,0.70]																											
[0,70,0.75]																											
[0,75,0.80]																											
[0,80,0.85]																											
[0,85,0.90]																											

Tabla 4-27. Error relativo mínimo de la aproximación clásica para la distribución Binomial Negativa según el espacio de representación  $CV^2 \lfloor p$ .

Espacios Media	ln(p)																											
	[0.0,0.1]	[0.1,0.2]	[0.2,0.3]	[0.3,0.4]	[0.4,0.5]	[0.5,0.6]	[0.6,0.7]	[0.7,0.8]	[0.8,0.9]	[0.9,1.0]	[1.0,1.1]	[1.1,1.2]	[1.2,1.3]	[1.3,1.4]	[1.4,1.5]	[1.5,1.6]	[1.6,1.7]	[1.7,1.8]	[1.8,1.9]	[1.9,2.0]	[2.0,2.1]	[2.1,2.2]	[2.2,2.3]	[2.3,2.4]	[2.4,2.5]	[2.5,2.6]		
[0.00,0.05]																												
[0.05,0.10]																												
[0.10,0.15]																												
[0.15,0.20]																												
[0.20,0.25]	-2.10%																											
[0.25,0.30]	-2.54%																											
[0.30,0.35]	-2.54%																											
[0.35,0.40]	-2.54%																											
[0.40,0.45]	-2.54%																											
[0.45,0.50]	-2.54%																											
[0.50,0.55]	-2.54%																											
[0.55,0.60]	-2.54%																											
[0.60,0.65]	-2.54%																											
[0.65,0.70]	-2.54%																											
[0.70,0.75]	-2.54%																											
[0.75,0.80]	-2.54%																											
[0.80,0.85]	-2.54%																											
[0.85,0.90]	-2.54%																											
[0.90,0.95]	-2.54%																											
[0.95,1.00]	-2.54%																											
[1.00,1.05]	-2.54%																											
[1.05,1.10]	-2.54%																											
[1.10,1.15]	-2.54%																											
[1.15,1.20]	-2.54%																											
[1.20,1.25]	-2.54%																											
[1.25,1.30]	-2.54%																											
[1.30,1.35]	-2.54%																											
[1.35,1.40]	-2.54%																											
[1.40,1.45]	-2.54%																											
[1.45,1.50]	-2.54%																											
[1.50,1.60]	-2.54%																											

Espacios Media	ln(p)																												
	[2.6,2.7]	[2.7,2.8]	[2.8,2.9]	[2.9,3.1]	[3.1,3.2]	[3.2,3.3]	[3.3,3.4]	[3.4,3.5]	[3.5,3.6]	[3.6,3.8]	[3.8,3.9]	[3.9,4.0]	[4.0,4.2]	[4.2,4.3]	[4.3,4.5]	[4.5,4.6]	[4.6,4.7]	[4.7,4.8]	[4.8,5.2]	[5.2,5.5]	[5.5,5.8]	[5.8,5.9]	[5.9,6.2]	[6.2,6.9]	[6.9,7.5]	[7.5,8]			
[0.00,0.05]																													
[0.05,0.10]																													
[0.10,0.15]																													
[0.15,0.20]																													
[0.20,0.25]	21.26%																												
[0.25,0.30]	21.67%																												
[0.30,0.35]																													
[0.35,0.40]																													
[0.40,0.45]																													
[0.45,0.50]																													
[0.50,0.55]																													
[0.55,0.60]																													
[0.60,0.65]																													
[0.65,0.70]																													
[0.70,0.75]																													
[0.75,0.80]																													
[0.80,0.85]																													
[0.85,0.90]																													

Tabla 4-28. Error relativo medio de la aproximación clásica para la distribución Binomial Negativa según el espacio de representación  $CV^2 \perp p$ .

Espacio de desviación estándar	ln(p)																										
	[0,0,0,1]	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,7]	[0,7,0,8]	[0,8,0,9]	[0,9,1,0]	[1,0,1,1]	[1,1,1,2]	[1,2,1,3]	[1,3,1,4]	[1,4,1,5]	[1,5,1,6]	[1,6,1,7]	[1,7,1,8]	[1,8,1,9]	[1,9,2,0]	[2,0,2,1]	[2,1,2,2]	[2,2,2,3]	[2,3,2,4]	[2,4,2,5]	[2,5,2,6]	
[0,0,0,05]																											
[0,05,0,10]																											
[0,10,0,15]																											
[0,15,0,20]																											
[0,20,0,25]																											
[0,25,0,30]	2,19%																										
[0,30,0,35]	2,29%																										
[0,35,0,40]	2,48%																										
[0,40,0,45]	2,80%																										
[0,45,0,50]	2,89%																										
[0,50,0,55]	2,93%																										
[0,55,0,60]	3,11%																										
[0,60,0,65]	3,16%																										
[0,65,0,70]	3,21%																										
[0,70,0,75]	3,41%																										
[0,75,0,80]																											
[0,80,0,85]																											
[0,85,0,90]																											
[0,90,0,95]																											
[0,95,1,00]																											
[1,00,1,05]																											
[1,05,1,10]																											
[1,10,1,15]																											
[1,15,1,20]																											
[1,20,1,25]																											
[1,25,1,30]																											
[1,30,1,35]																											
[1,35,1,40]																											
[1,40,1,45]																											
[1,45,1,50]																											
[1,50,1,60]																											

Tabla 4-29. Desviación estándar del error relativo de la aproximación clásica para la distribución Binomial Negativa según el espacio de representación CV<sup>2</sup>L p.

#### 4.3.3.2 Aproximación PII

En la Tabla 4-30, Tabla 4-31, y Tabla 4-32 se presentan los errores relativos mínimo, promedio y la desviación estándar respectivamente en los que incurre la aproximación PII cuando la demanda se modela con una distribución Binomial Negativa. Los errores relativos máximos son siempre del 0.00%, puesto que PII siempre sobreestima el stock de referencia, y por ese motivo no se ha presentado tabla alguna con dicho resultado. En la Tabla 4-32, correspondiente a los errores mínimos se observa que:

- Las diferencias negativas son, en términos absolutos, mayores según aumenta el intervalo medio entre demandas. A partir de valores de  $p$  iguales a 16.44 ( $\ln(p) \geq 2.8$ ), éstas son siempre del -100%.
- No se observa ninguna relación de dependencia entre el valor que toma el error relativo mínimo y el coeficiente de variación cuadrado, puesto que al comparar cuadrantes con el mismo  $p$ , observamos que, en términos absolutos en algunos casos aumenta con  $CV^2$  y en otros disminuye.

En la Tabla 4-31 donde se recogen la media de los errores relativos para PII se observa que:

- El error medio aumenta al aumentar  $p$ . Sin embargo, a partir de valores de  $p$  superiores a 50 ( $\ln(p) > 4$ ), los errores medios tienden a disminuir, llegando a valores del orden del -1%, para un  $CV^2$  menor de 0.05.
- El error tiende a aumentar cuando aumenta el  $CV^2$  para todos los casos. Cuando tenemos casos posibles en dos subcuadrantes con el mismo  $p$ , el error relativo de aquél con mayor coeficiente de variación es siempre mayor.

Respecto a la desviación estándar de los errores expuesta en la Tabla 4-32, se observa que, la tendencia para la media, se mantiene para la desviación.

#### 4.3.3.3 Aproximación PI

En la Tabla 4-33, Tabla 4-34, y Tabla 4-35 se presentan los errores relativos mínimo, promedio y la desviación estándar respectivamente en los que incurre la aproximación PI. Al igual que para PII, los errores relativos máximos son siempre del 0%.

En la Tabla 4-33, correspondiente a los errores mínimos se observa la misma tendencia que para PII, con la diferencia de que, para los subcuadrantes con  $CV^2$  menor de 0.05 y  $\ln(p) \in [5.8, 6.9[$ , la aproximación PI no presenta diferencia alguna con el cálculo exacto.

Los errores medios, recogidos en la Tabla 4-34, muestran la misma tendencia que los de la aproximación PII. Lo mismo ocurre con la desviación estándar, tal y como se muestra en la Tabla 4-35.

Ejercicios Mínimo	In(p)															ln(p)														
	[0.0.0.1]	[0.1.0.2]	[0.2.0.3]	[0.3.0.4]	[0.4.0.5]	[0.5.0.6]	[0.6.0.7]	[0.7.0.8]	[0.8.0.9]	[0.9.1.0]	[1.0.1.1]	[1.1.1.2]	[1.2.1.3]	[1.3.1.4]	[1.4.1.5]	[1.5.1.6]	[1.6.1.7]	[1.7.1.8]	[1.8.1.9]	[1.9.2.0]	[2.0.2.1]	[2.1.2.2]	[2.2.2.3]	[2.3.2.4]	[2.4.2.5]	[2.5.2.6]				
[0.00.0.05]																														
[0.05.0.10]																														
[0.10.0.15]																														
[0.15.0.20]																														
[0.20.0.25]																														
[0.25.0.30]	-13.75%																													
[0.30.0.35]	-12.90%																													
[0.35.0.40]	-20.00%																													
[0.40.0.45]	-25.00%																													
[0.45.0.50]	-21.43%																													
[0.50.0.55]	-15.91%																													
[0.55.0.60]	-21.43%																													
[0.60.0.65]	-25.00%																													
[0.65.0.70]	-20.00%																													
[0.70.0.75]	-20.00%																													
[0.75.0.80]	-19.23%																													
[0.80.0.85]																														
[0.85.0.90]																														
[0.90.0.95]																														
[0.95.1.00]																														
[1.00.1.05]																														
[1.05.1.10]																														
[1.10.1.15]																														
[1.15.1.20]																														
[1.20.1.25]																														
[1.25.1.30]																														
[1.30.1.35]																														
[1.35.1.40]																														
[1.40.1.45]																														
[1.45.1.50]																														
[1.50.1.60]																														
[0.00.0.05]																														
[0.05.0.10]																														
[0.10.0.15]																														
[0.15.0.20]																														
[0.20.0.25]																														
[0.25.0.30]																														
[0.30.0.35]																														
[0.35.0.40]																														
[0.40.0.45]																														
[0.45.0.50]																														
[0.50.0.55]																														
[0.55.0.60]																														
[0.60.0.65]																														
[0.65.0.70]																														
[0.70.0.75]																														
[0.75.0.80]																														
[0.80.0.85]																														
[0.85.0.90]																														

Tabla 4-30. Error relativo mínimo de la aproximación PII para la distribución Binomial Negativa según el espacio de representación  $CV^2 \lfloor p$ .

Españo Media	ln(p)																										
	[0,0,0,1]	[0,1,0,2]	[0,2,0,3]	[0,3,0,4]	[0,4,0,5]	[0,5,0,6]	[0,6,0,7]	[0,7,0,8]	[0,8,0,9]	[0,9,1,0]	[1,0,1,1]	[1,1,1,2]	[1,2,1,3]	[1,3,1,4]	[1,4,1,5]	[1,5,1,6]	[1,6,1,7]	[1,7,1,8]	[1,8,1,9]	[1,9,2,0]	[2,0,2,1]	[2,1,2,2]	[2,2,2,3]	[2,3,2,4]	[2,4,2,5]	[2,5,2,6]	
CV2																											
[0,00,0,05]																											
[0,05,0,10]																											
[0,10,0,15]																											
[0,15,0,20]																											
[0,20,0,25]																											
[0,25,0,30]	-2,10%																										
[0,30,0,35]	-2,34%																										
[0,35,0,40]	-2,54%																										
[0,40,0,45]	-2,90%																										
[0,45,0,50]	-2,95%																										
[0,50,0,55]	-2,88%																										
[0,55,0,60]	-3,25%																										
[0,60,0,65]	-3,25%																										
[0,65,0,70]	-3,35%																										
[0,70,0,75]	-3,64%																										
[0,75,0,80]	-4,16%																										
[0,80,0,85]	-4,16%																										
[0,85,0,90]	-3,93%																										
[0,90,0,95]	-4,16%																										
[0,95,1,00]	-4,54%																										
[1,00,1,05]																											
[1,05,1,10]																											
[1,10,1,15]																											
[1,15,1,20]																											
[1,20,1,25]																											
[1,25,1,30]																											
[1,30,1,35]																											
[1,35,1,40]																											
[1,40,1,45]																											
[1,45,1,50]																											
[1,50,1,60]																											
CV2																											
[0,00,0,05]																											
[0,05,0,10]																											
[0,10,0,15]																											
[0,15,0,20]																											
[0,20,0,25]																											
[0,25,0,30]	-11,57%																										
[0,30,0,35]																											
[0,35,0,40]																											
[0,40,0,45]																											
[0,45,0,50]																											
[0,50,0,55]																											
[0,55,0,60]																											
[0,60,0,65]																											
[0,65,0,70]																											
[0,70,0,75]																											
[0,75,0,80]																											
[0,80,0,85]																											
[0,85,0,90]																											
[0,90,0,95]																											
[0,95,1,00]																											

Tabla 4-31. Error relativo medio de PII para la distribución Binomial Negativa según el espacio de representación propuesto CV<sup>2</sup> ⊥ p.





Error Mínimo	In(p)																										
	[0.0.0.1]	[0.1.0.2]	[0.2.0.3]	[0.3.0.4]	[0.4.0.5]	[0.5.0.6]	[0.6.0.7]	[0.7.0.8]	[0.8.0.9]	[0.9.1.0]	[1.0.1.1]	[1.1.1.2]	[1.2.1.3]	[1.3.1.4]	[1.4.1.5]	[1.5.1.6]	[1.6.1.7]	[1.7.1.8]	[1.8.1.9]	[1.9.2.0]	[2.0.2.1]	[2.1.2.2]	[2.2.2.3]	[2.3.2.4]	[2.4.2.5]	[2.5.2.6]	
[0.00.0.05]																											
[0.05.0.10]																											
[0.10.0.15]																											
[0.15.0.20]																											
[0.20.0.25]																											
[0.25.0.30]	-13.79%																										
[0.30.0.35]	-12.90%																										
[0.35.0.40]	-20.00%																										
[0.40.0.45]	-25.00%																										
[0.45.0.50]	-21.43%																										
[0.50.0.55]	-15.91%																										
[0.55.0.60]	-21.43%																										
[0.60.0.65]	-25.00%																										
[0.65.0.70]	-20.00%																										
[0.70.0.75]	-19.23%																										
[0.75.0.80]																											
[0.80.0.85]																											
[0.85.0.90]																											
[0.90.0.95]																											
[0.95.1.00]																											
[1.00.1.05]																											
[1.05.1.10]																											
[1.10.1.15]																											
[1.15.1.20]																											
[1.20.1.25]																											
[1.25.1.30]																											
[1.30.1.35]																											
[1.35.1.40]																											
[1.40.1.45]																											
[1.45.1.50]																											
[1.50.1.60]																											
[0.00.0.05]																											
[0.05.0.10]																											
[0.10.0.15]																											
[0.15.0.20]																											
[0.20.0.25]																											
[0.25.0.30]																											
[0.30.0.35]																											
[0.35.0.40]																											
[0.40.0.45]																											
[0.45.0.50]																											
[0.50.0.55]																											
[0.55.0.60]																											
[0.60.0.65]																											
[0.65.0.70]																											
[0.70.0.75]																											
[0.80.0.85]																											
[0.85.0.90]																											

Tabla 4-33. Error relativo mínimo de PI para la distribución Binomial Negativa según el espacio de representación  $CV^2 \lfloor p$ .

Espacio Media	ln(p)																									
	[0.0.0.1]	[0.1.0.2]	[0.2.0.3]	[0.3.0.4]	[0.4.0.5]	[0.5.0.6]	[0.6.0.7]	[0.7.0.8]	[0.8.0.9]	[0.9.1.0]	[1.0.1.1]	[1.1.1.2]	[1.2.1.3]	[1.3.1.4]	[1.4.1.5]	[1.5.1.6]	[1.6.1.7]	[1.7.1.8]	[1.8.1.9]	[1.9.2.0]	[2.0.2.1]	[2.1.2.2]	[2.2.2.3]	[2.3.2.4]	[2.4.2.5]	[2.5.2.6]
[0.00.0.05]																										
[0.05.0.10]																										
[0.10.0.15]																										
[0.15.0.20]																										
[0.20.0.25]	-2.10%																									
[0.25.0.30]	-2.34%																									
[0.30.0.35]	-2.54%																									
[0.35.0.40]	-2.90%	-3.47%	-3.88%	-4.19%	-4.24%	-4.42%	-4.94%	-5.32%	-5.46%	-6.21%	-6.20%	-6.23%	-6.00%	-6.73%	-6.88%	-7.03%	-7.14%	-7.65%	-7.87%	-8.12%	-8.01%					
[0.40.0.45]	-2.90%	-3.47%	-3.88%	-4.19%	-4.49%	-4.96%	-5.26%	-4.97%	-5.46%	-6.23%	-6.20%	-6.23%	-6.00%	-6.73%	-6.88%	-7.03%	-7.14%	-7.65%	-7.72%	-7.10%	-6.46%					
[0.45.0.50]	-2.85%	-3.50%	-3.55%	-4.55%	-4.98%	-5.16%	-5.60%	-5.99%	-6.04%	-6.23%	-6.20%	-6.23%	-6.00%	-6.73%	-6.94%	-6.94%	-7.73%	-6.78%	-6.97%							
[0.50.0.55]	-3.25%	-3.61%	-4.06%	-4.59%	-4.98%	-5.07%	-5.18%																			
[0.55.0.60]	-3.25%	-3.89%	-4.14%	-4.59%	-4.98%	-5.07%	-5.18%																			
[0.60.0.65]	-3.38%	-4.07%	-4.61%	-4.82%	-4.89%	-5.29%	-5.75%																			
[0.70.0.75]	-3.64%																									
[0.75.0.80]																										
[0.80.0.85]																										
[0.85.0.90]																										
[0.90.0.95]																										
[0.95.1.00]																										
[1.00.1.05]																										
[1.05.1.10]																										
[1.10.1.15]																										
[1.15.1.20]																										
[1.20.1.25]																										
[1.25.1.30]																										
[1.30.1.35]																										
[1.35.1.40]																										
[1.40.1.45]																										
[1.45.1.50]																										
[1.50.1.60]																										
[1.50.1.60]																										

Espacio Media	ln(p)																										
	[2.6.2.7]	[2.7.2.8]	[2.8.2.9]	[2.8.3.1]	[3.1.3.2]	[3.2.3.3]	[3.3.3.4]	[3.4.3.5]	[3.5.3.6]	[3.6.3.8]	[3.8.3.9]	[3.9.4.0]	[4.0.4.2]	[4.2.4.3]	[4.3.4.5]	[4.5.4.6]	[4.6.4.7]	[4.7.4.8]	[4.8.5.2]	[5.2.5.5]	[5.5.5.8]	[5.6.5.9]	[5.9.6.2]	[6.2.6.9]	[6.9.7.5]	[7.5.0]	
[0.00.0.05]																											
[0.05.0.10]																											
[0.10.0.15]																											
[0.15.0.20]																											
[0.20.0.25]																											
[0.25.0.30]																											
[0.30.0.35]																											
[0.35.0.40]																											
[0.40.0.45]																											
[0.45.0.50]																											
[0.50.0.55]																											
[0.55.0.60]																											
[0.60.0.65]																											
[0.65.0.70]																											
[0.70.0.75]																											
[0.75.0.80]																											
[0.80.0.85]																											
[0.85.0.90]																											

Tabla 4-34. Error relativo medio de PI para la distribución Binomial Negativa según el espacio de representación CV<sup>2</sup> | p.



#### 4.3.3.4 Análisis comparativo de las aproximaciones clásicas, PII y PI

El rendimiento de la aproximación clásica cuando el intervalo medio entre demandas es menor de 1.49 ( $\ln(p) < 0.4$ ) es al menos tan preciso como el de las aproximaciones PI y PII, con independencia del  $CV^2$ . En alguno de los subcuadrantes que integran esta zona, la aproximación clásica presenta errores relativos menores que PI y PII, que se atribuyen a cómo se comporta el cálculo clásico del CSL frente al exacto en términos de sobreestimación del mismo.

Para valores de  $p > 1.49$ , la aproximación clásica aporta diferencias relativas positivas, luego utilizar ésta aproximación en el diseño del sistema supone el riesgo de no cumplir con el objetivo de servicio, al subestimar el stock de referencia.

El comportamiento de PI y PII es muy similar. Las diferencias entre los errores medios de ambas aproximaciones se hace más evidente cuando el intervalo medio entre demandas es superior a 8.16 ( $\ln(p) > 2.1$ ).

Como tendencia general, podemos decir que, la aproximación clásica aporta peores resultados cuanto mayor es el intervalo medio entre demandas, manteniendo ésta tendencia en todo el rango de  $p$ . Respecto a PI y PII, para valores menores de 50, los errores aumentan con  $p$ . Sin embargo, se produce un punto de inflexión cuando el intervalo medio entre demandas es superior a 50. El coeficiente de variación también parece influir en el rendimiento de las aproximaciones, puesto que cuanto mayor es el  $CV^2$  mayor es el error medio.

#### 4.3.4 Resumen del análisis descriptivo en el espacio de representación $CV^2 \perp p$ .

Para sintetizar los resultados de este análisis se resume el comportamiento observado para las tres distribuciones y para cada una de las aproximaciones, cuando se analizan los errores relativos en función de las variables del espacio de representación  $CV^2 \perp p$ .

El comportamiento de las aproximaciones para las tres distribuciones de demanda es similar. Para la aproximación clásica, los resultados se presentan en la Tabla 4-36. Para PI y PII se resumen conjuntamente en la Tabla 4-37, registrando las diferencias que puedan aparecer entre ellas.

Por último, con lo observado sobre la evolución de los errores en el espacio  $CV^2 \perp p$ , no se puede afirmar que éste sea válido para representar el fenómeno que subyace al error relativo en el cálculo aproximado del stock de referencia con PI, PII y con la aproximación clásica.

V.A.	$CV^2$	$p$	Diferencias positivas
<b>Poisson</b>	Manteniendo $p$ constante, al aumentar $CV^2$ aumenta el error medio		A partir de $p > 1.82$
<b>Binomial</b>	No se observa relación	El error medio aumenta siempre que aumenta $p$	En $CV^2 < 0.05$ -- $p < 1.1$ A partir de $p > 1.64$
<b>Binomial Negativa</b>	Manteniendo $p$ constante, al aumentar $CV^2$ aumenta el error medio		A partir de $p > 1.49$

Tabla 4-36. Resumen del comportamiento de la aproximación clásica en el espacio de representación  $CV^2 \perp p$ .

V.A.	$CV^2$	$p$	PII vs. PI
<b>Poisson</b>	Manteniendo $p$ constante, al aumentar $CV^2$ aumenta el error medio	El error medio aumenta hasta que $p > 100$ . A partir de este momento empieza a disminuir	
<b>Binomial</b>	En $CV^2 < 0.05$ se observan el error medios mayor de los subcuadrantes con $p < 0.1$	El error medio aumenta hasta que $p > 24$ . A partir de este momento empieza a disminuir	Las diferencias entre ambas aproximaciones son mayores según aumenta $p$
<b>Binomial Negativa</b>	Manteniendo $p$ constante, al aumentar $CV^2$ aumenta el error medio	El error medio aumenta hasta que $p > 50$ . A partir de este momento empieza a disminuir	

Tabla 4-37. Resumen del comportamiento de las aproximaciones PI y PII en el espacio de representación  $CV^2 \perp p$ .



---

## **CAPÍTULO 5. Análisis exploratorio de los resultados experimentales**

---





## 5.1 Regla para obtener la mejor aproximación de cálculo

El análisis descriptivo de los resultados indica que el error en el que incurren las aproximaciones al calcular el stock de referencia está influido por variables tanto relativas a la función de distribución de la demanda como a la política de gestión. Sin embargo, a través de este análisis no se puede establecer qué variable o variables son las más influyentes en el comportamiento del error, ni qué modelo siguen. Para este propósito se recurre al análisis estadístico de los datos. Dado que la relación entre los errores relativos y las variables analizadas no es lineal, no es posible utilizar un análisis de regresión lineal múltiple. Además, como no se puede descartar la existencia de una fuerte correlación de las variables en los resultados experimentales, los coeficientes de regresión del modelo pueden resultar irrealizables [Lehmann et al. (1997)]. Esto motiva la utilización de una herramienta exploratoria de minería de datos conocida como árboles de regresión y clasificación, popularizada por Breiman et al. (1984). Esta técnica permite explicar la respuesta de una variable dependiente, categórica o continua, en función de variables independientes con el fin de generar un modelo predictivo de su comportamiento. El funcionamiento de los C&RT se detalla en el punto 5.2.

La aplicación del C&RT motiva un cambio en la variable dependiente a analizar. Para cumplir con el objetivo de la tesis es necesario conocer qué variables influyen en la utilización de una u otra estimación. Para ello es necesario definir una regla para determinar qué método de cálculo es el más adecuado en cada uno de los 115.941 casos del experimento. Por tanto, la variable dependiente que se analiza en este capítulo no es el error relativo en el que incurre cada aproximación frente al método exacto, sino el mejor método de cálculo de  $S$  en cada caso, entendiendo por mejor el más eficiente. Teniendo en cuenta esto, la regla de selección del método de cálculo consiste en escoger en cada caso la aproximación con la expresión analítica más sencilla que presente una desviación respecto al cálculo exacto igual al 0.00%, es decir, que aporte un stock de referencia igual que el obtenido con el método exacto. Si ninguna aproximación cumple esta regla se selecciona el método exacto.

## 5.2 El árbol de clasificación y Regresión como técnica estadística

Los árboles de clasificación y regresión (C&RT) son una técnica estadística que proporcionan modelos que satisfacen objetivos tanto predictivos como explicativos. El objetivo de los C&RT es explicar y predecir la respuesta de una variable dependiente, que puede ser categórica o continua [StatSoft (2008)]. Las principales ventajas de esta técnica son, por un lado, la sencilla representación gráfica mediante árboles y, por otro, el formato compacto de las reglas en lenguaje natural. En muchos casos con

los C&RT se generan modelos cuyo comportamiento es superior a cualquier otra técnica lineal, no lineal o incluso basada en redes neuronales [Hastie et al. (2001)].

Por tanto, como técnica de modelado es útil para explicar y predecir la pertenencia de la variable dependiente a una clase sobre la base de variables explicativas cuantitativas y cualitativas, denominadas independientes. Esta técnica se explica ampliamente en Breiman et al. (1984).

En la Figura 5-1 se muestra, como ejemplo, un árbol de clasificación con sólo dos niveles. En él se determina qué variable independiente influye en la determinación de la mejor aproximación o variable dependiente. En este caso sólo aparecen tres nodos y una condición. En el extremo superior izquierdo de cada nodo se muestra la codificación asignada al nodo, mediante un número (por ejemplo ID=1). En el extremo derecho, se indican el número de observaciones que se evalúan en ese nodo (por ejemplo N=115.941). En el centro del nodo aparece indicada la variable dependiente que se selecciona como clase predictora para todo el nodo. Por último, en la base del nodo, aparece un diagrama de barras con los valores observados que toma la variable dependiente en cada nodo.

Las condiciones o reglas de clasificación entre nodos de distinto nivel aparecen en las líneas verticales, que actúan como enlaces entre nodos. Primero aparece la variable independiente explicativa y luego el valor de ésta que explica el fenómeno. En este caso, la variable independiente explicativa es la media de la distribución de demanda en R+L,  $\mu_{R+L}$ . Por tanto, el árbol se lee de la siguiente forma: cuando la demanda en R+L es menor o igual a 3.305 (27.643 casos) predice que la mejor regla de cálculo es PII, mientras que si es mayor (88.298 casos), el cálculo exacto es lo más conveniente.

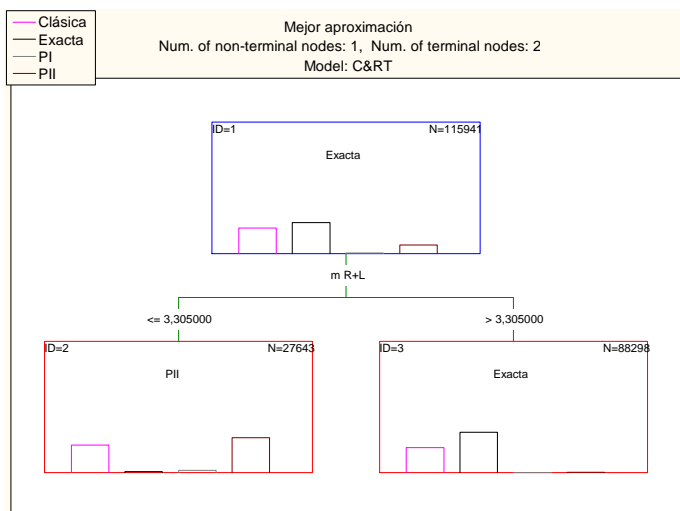


Figura 5-1. Ejemplo de un C&RT.

### 5.3 El coste de los errores de clasificación

Al utilizar los C&RT como herramientas de predicción se corre el riesgo de incurrir en errores de clasificación, ya que pueden haber diferencias entre la mejor regla predicha para el nodo y lo observado. Para el caso de la mejor regla de cálculo, pueden aparecer errores de clasificación de distinta envergadura. Por ejemplo, clasificar un caso cuya mejor regla es PII como PI, no supone otro problema que el derivado de un mayor coste de cálculo (el stock de referencia se calcula con PI cuando se podría obtener el mismo resultado con PII, ya que PI siempre funciona igual o mejor que PII). Sin embargo, clasificar éste mismo caso con la aproximación clásica, puede llevar a cometer errores en el cálculo de  $S$ , sobre todo si consideramos su tendencia a subestimar el stock de referencia. Dado que la pertenencia o no a una clase sigue el criterio de minimizar los costes de clasificar erróneamente, se decide recoger la asimetría de los errores en la matriz de costes de clasificación (Tabla 5-1), con el fin de reflejar las diferencias de orden de magnitud en los errores de clasificación.

Clase predicha	Clase observada			
	Exacta	PI	PII	Clásica
Exacta		1	1	1
PI	10		1	1
PII	10	10		1
Clásica	10	10	10	

Tabla 5-1. Matriz de costes de errores de clasificación.

### 5.4 Modelado de los resultados

#### 5.4.1 Elaboración del árbol de clasificación y regresión

Con el fin de hallar un modelo que explique el comportamiento de la variable dependiente, es decir la mejor regla de cálculo de  $S$ , se elabora un C&RT para los 115.941 casos obtenidos con la experimentación. Para ello se emplea la versión 8.0. del Software STATISTICA [StatSoft (2008)]. Dado que en el análisis descriptivo de los resultados no se alcanzan resultados concluyentes sobre la relación entre las variables cuantitativas y el comportamiento del error, para el análisis exploratorio se han incluido como variables independientes todas las consideradas en el capítulo 4, excepto la relativa a la variable aleatoria puesto que el resultado no debe ser dependiente de una función de distribución. La tabla 5-2 resume las variables que se incluyen en el modelado.

La regla de parada utilizada para la creación del C&RT es el error de clasificación con los siguientes criterios: (i) el número de casos mal clasificados por nodo no puede ser superior a 500, siendo de 325 para nodos finales, ponderados según la matriz de costes (Tabla 5-1); (ii) se acota el número máximo de niveles a 10 y el número de nodos totales a 1.000.

Tipo variable	Contenido	Acrónimo C&RT	Nomenclatura
Variable dependiente	Mejor aproximación de cálculo	MR1	Mejor regla o MR
Variables independientes	Coeficiente de variación cuadrado	CV2	<b>CV<sup>2</sup></b>
	Logaritmo neperiano del intervalo medio entre demandas	lnp	<i>ln(p)</i>
	Coeficiente de asimetría	M3	<b>M3</b>
	Coeficiente de apuntalamiento	M4	<b>M4</b>
	Nivel de servicio de ciclo objetivo	CSL	<b>CSL objetivo</b>
	Periodo de revisión	R	<i>R</i>
	Periodo de aprovisionamiento	L	<i>L</i>
	Media unitaria de la distribución de demanda	m	<i>μ</i>
	Media de la distribución en el periodo de revisión	m R	<i>μ<sub>R</sub></i>
	Media de la distribución en el periodo de revisión más el periodo de aprovisionamiento	m R+L	<b><i>μ<sub>R+L</sub></i></b>
	Media unitaria de la distribución de las órdenes de demanda	m ordenes	<i>μ<sub>y</sub></i>
Probabilidad de demanda nula	P(0)	<i>P(0)</i>	

**Tabla 5-2. Variable dependiente y variables independientes consideradas en el modelo.**

El árbol de clasificación resultante, denominado en adelante C&RT\_1 (Figura 5-2) cuenta con un total de 41 nodos, 21 de los cuales son finales. De las 12 variables

independientes que se han tenido en cuenta, sólo cuatro aparecen en el árbol: la media de la distribución en el periodo de revisión más el de aprovisionamiento,  $\mu_{R+L}$ ; el coeficiente de variación cuadrado,  $CV^2$ ; el nivel de servicio de ciclo objetivo, CSL; y el coeficiente de asimetría,  $M3$ . Esto no implica que el resto de variables no sean significativas con respecto al modelado del error relativo en el que incurre cada aproximación, sino que no lo son en la selección de la mejor regla de estimación de S.

El C&RT\_1 se divide en dos ramas principales. La rama de la izquierda incluye todos los casos en los que  $\mu_{R+L} \leq 3.305$ , alcanzando un total de 27.643 casos. Para estos casos, tanto el tamaño de la demanda media en  $R+L$  como el coeficiente de variación cuadrado aparecen como las variables explicativas del modelo. En esta rama, todos los nodos finales excepto el ID=56 escogen una aproximación u otra como mejor regla de cálculo (y no el cálculo exacto). Además, como tendencia general, para intervalos de  $\mu_{R+L}$  fijos, cuanto mayor es el  $CV^2$  más compleja es la aproximación seleccionada.

La rama de la derecha incluye los 88.298 casos restantes, en los que  $\mu_{R+L} > 3.305$ . En esta rama, además de  $\mu_{R+L}$  y de  $CV^2$ , aparece el CSL objetivo (en el segundo nivel) y el coeficiente de asimetría  $M3$  como variables explicativas. La clasificación de casos en la rama derecha parece explicarse tanto por el  $CV^2$  como por  $\mu_{R+L}$  y el CSL objetivo, aunque la tendencia general es que para niveles de CSL pequeños predomina el cálculo exacto como mejor regla.

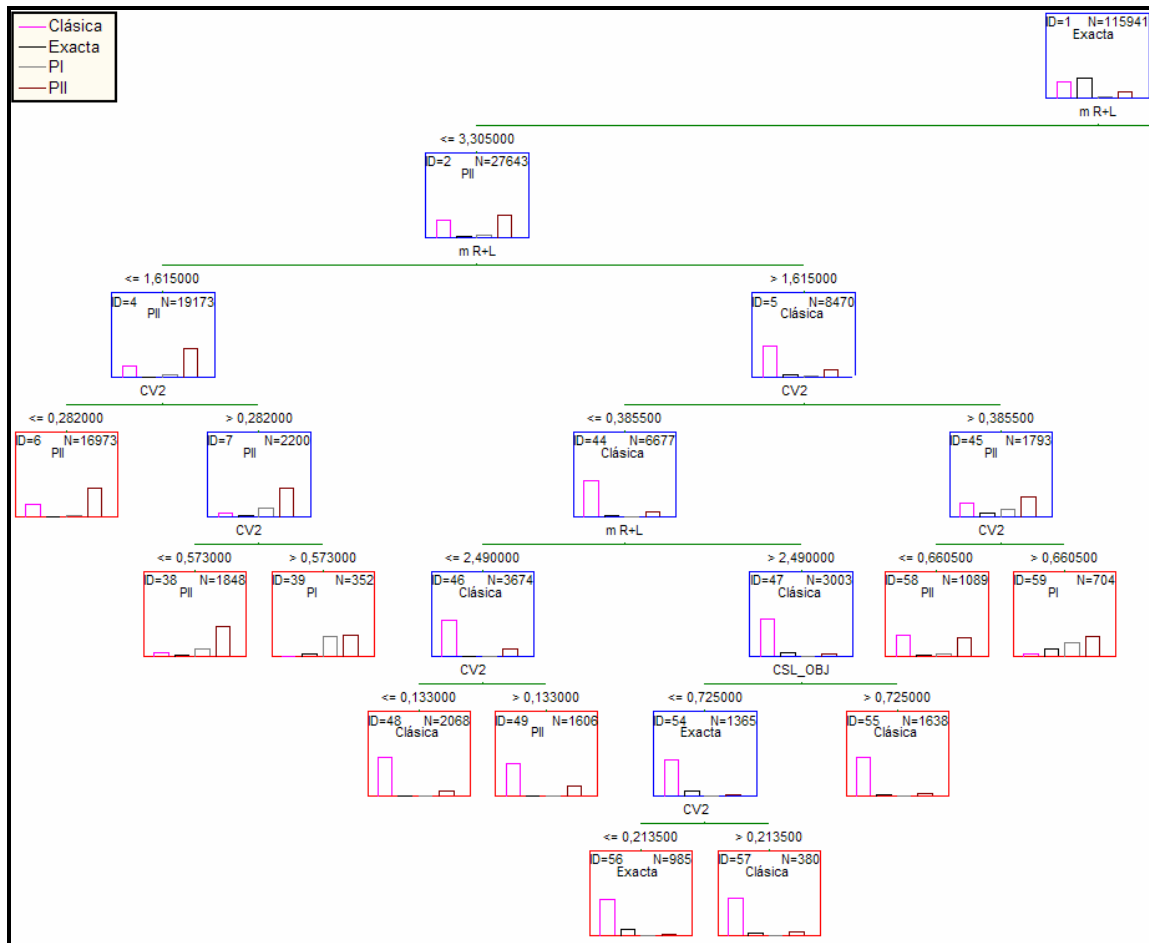
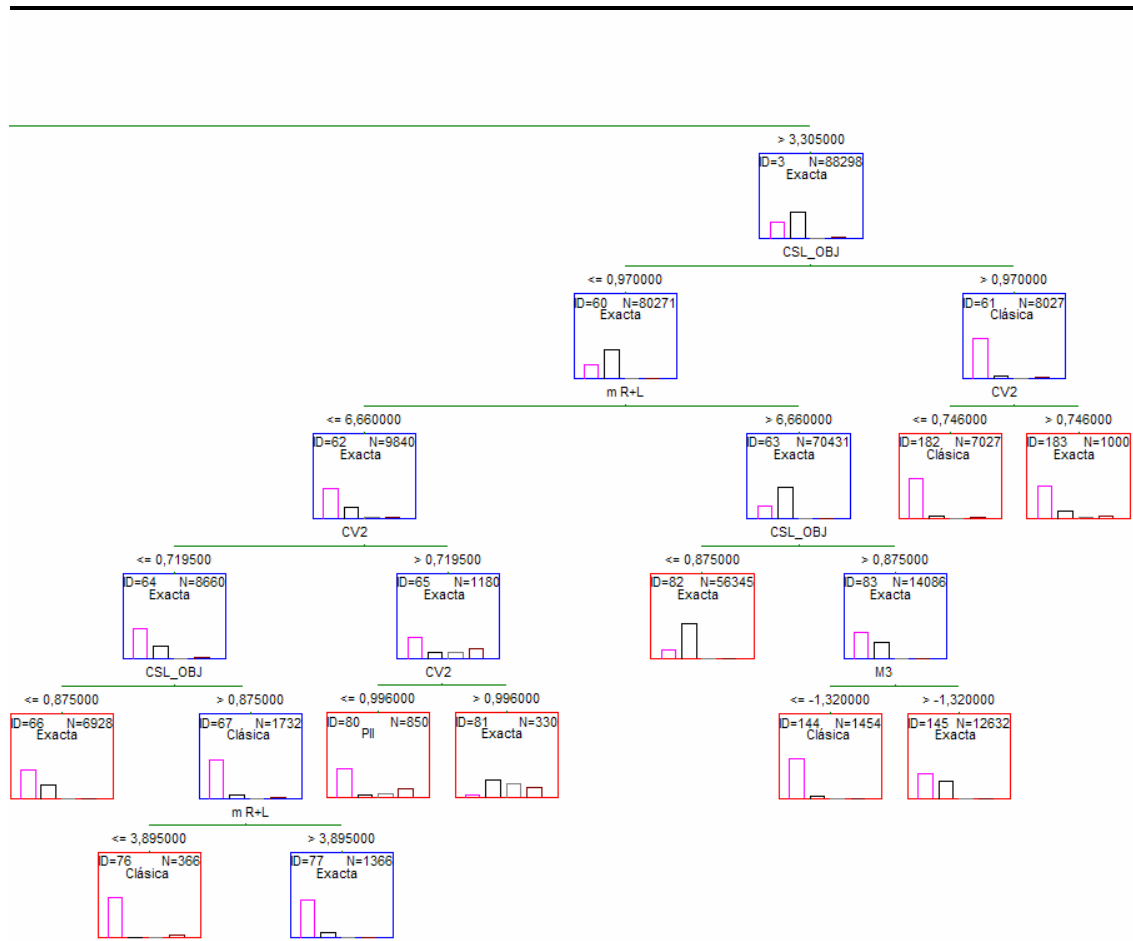


Figura 5-2. C&RT\_1 de la mejor regla para determinar el stock de referencia, S.



### 5.4.2 Errores de clasificación en el C&RT\_1

La matriz de errores de clasificación resultante del C&RT\_1 se muestra en la Tabla 5-3. Las celdas de la tabla muestran, en el conjunto del árbol, en cuántos casos y con qué porcentaje al predecir una estimación como mejor regla se observa esa misma estimación (en la diagonal) u otra.

Nótese que los errores de clasificación son relativos a la predicción de la mejor estimación frente a lo que se observa al aplicar la mejor regla para el agregado de los datos experimentales.

De la Tabla 5-3 se puede extraer que, en aquellos nodos en los que se utiliza la aproximación clásica como clase predictora, se comete un error de clasificación máximo del 6.31%. Esto significa que en el 6.31% de los casos, el stock de referencia estimado con la aproximación clásica es distinto (mayor o menor, puesto que la aproximación clásica sobreestima y subestima el valor de  $S$ ) que el exacto.

En los nodos en los que la clase predictora es la exacta, el error de clasificación es del 31.84%. Esto significa que en esos casos, se podría haber utilizado una aproximación para calcular  $S$  y el resultado hubiera sido el mismo. Por tanto este error no tiene impacto sobre el valor de  $S$ .

En los nodos cuya clase predictora es la aproximación PII y si se asume que el rendimiento de PII es igual o superior al de la aproximación clásica, el error máximo de clasificación cometido es del 3.45%. Esto implica que en esos casos el stock de referencia estimado con PII es superior al exacto (cuando PII comete un error siempre sobreestima el valor exacto del stock de referencia). Análogamente, en los nodos cuya clase predictora es la aproximación PI y si se asume que el rendimiento de PI es igual o superior al de la aproximación clásica y al de PII, el error máximo de clasificación que se obtiene es del 12.31%, lo que implica que el stock de referencia estimado con PI es superior al exacto.

Sin embargo, en el capítulo 4 se ha detectado que por la propia naturaleza de la aproximación clásica hay casos en los que su comportamiento es superior al de PII e incluso al de PI. Luego no puede asumirse que el comportamiento de las aproximaciones PI y PII sea igual o superior al de la aproximación clásica. Por lo tanto, para obtener el porcentaje de casos mal clasificados en los nodos cuya clase predictora es PI o PII, es necesario analizar nodo a nodo el comportamiento de las aproximaciones cuando se escogen como mejor regla. Este análisis se lleva a cabo en los puntos 5.4.8 y 5.4.9 del presente capítulo.



número de casos	Classification matrix Response: MR1 Model: C&RT_1			
	Observed Clásica	Observed Exacta	Observed PI	Observed PII
Predicted Clásica	12755,00	473,00	2,0000	386,00
Predicted Exacta	24761,00	53780,00	139,0000	223,00
Predicted PI	34,00	130,00	384,0000	508,00
Predicted PII	7541,00	118,00	654,0000	14053,00

porcentaje	Classification matrix Response: MR1 Model: C&RT_1			
	Observed Clásica	Observed Exacta	Observed PI	Observed PII
Predicted Clásica	93.68%	3.47%	0.01%	2.83%
Predicted Exacta	31.38%	68.16%	0.18%	0.28%
Predicted PI	3.22%	12.31%	36.36%	48.11%
Predicted PII	33.72%	0.53%	2.92%	62.83%

Tabla 5-3. Matriz de errores de clasificación cometidos con el C&RT\_1.

### 5.4.3 Selección de un espacio de representación

Del análisis descriptivo de los resultados experimentales así como del análisis de las variables independientes que aparecen en C&RT\_1, se puede afirmar que el espacio de categorización  $CV^2 \perp p$  no es válido para representar el fenómeno que subyace a la elección de la mejor aproximación de cálculo de  $S$ , puesto que el intervalo medio entre demandas  $p$  no aparece como variable en ningún nivel del árbol. En la Figura 5-3 se cuantifica la importancia de las 12 variables independientes analizadas en el modelo. En ella se observa que, tal y como cabe esperar tras lo expuesto en el punto anterior, las dos variables más importantes son  $\mu_{R+L}$  y  $CV^2$ . Siguiendo en orden, aparecen variables relativas a la media de la distribución de demanda,  $\mu_R$  y a la media de la distribución de las órdenes de demanda,  $\mu_y$ , lo que es de esperar por tienen la misma naturaleza que  $\mu_{R+L}$ .

En cuanto al resto de variables no relativas a la media, se observa que, tanto el coeficiente de asimetría como el de apuntalamiento muestran una importancia como predictores mayor que las variables relativas al intervalo de demanda, como son  $\ln(p)$  y  $P(0)$ . El CSL objetivo, sin embargo, presenta una importancia inferior a éstas últimas, aunque es evidente su importancia en el contexto del árbol de clasificación, aunque no tanto como variable limitante del espacio de representación. Por último, las variables  $R$  y  $L$  aparecen como las de menor importancia en términos predictivos.

Por tanto, el espacio de representación propuesto, tras analizar tanto el C&RT\_1 cómo la importancia predictora de las variables, es el formado por  $CV^2$  y  $\mu_{R+L}$ , denominado en adelante  $CV^2 \perp \mu_{R+L}$ .

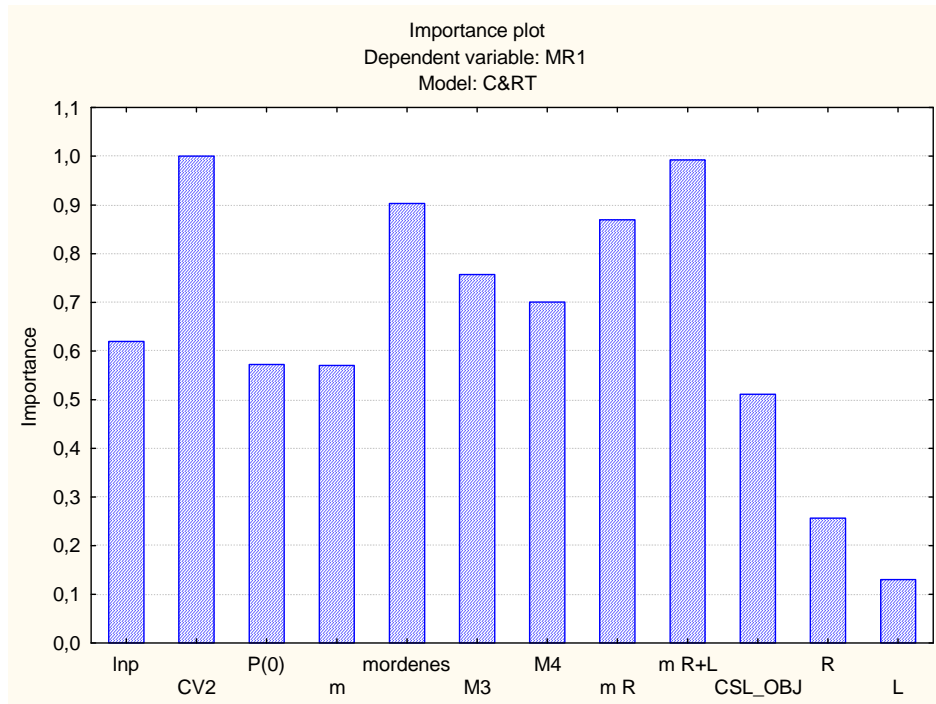


Figura 5-3. Importancia de las variables independientes como predictores en el C&RT\_1.

#### 5.4.4 Representación del C&RT\_1 en el espacio de representación

La representación de los nodos finales del C&RT\_1 en el espacio  $\mathbf{CV}^2 \perp \mu_{R+L}$  es compleja porque el modelo depende además del CSL objetivo y de  $M3$ . Es por ello que, para facilitar la ubicación de los nodos en el espacio de representación y su posterior comprensión, se despliega la representación del C&RT\_1 en dos figuras distintas. La Figura 5-4 muestra la representación del C&RT\_1 en  $\mathbf{CV}^2 \perp \mu_{R+L}$  para un  $\text{CSL} > 0.97$  y la Figura 5-5 para un  $\text{CSL} \leq 0.97$ .

Como puede observarse, el nodo 6, el nodo 38, el nodo 39, el nodo 48, el nodo 49, el nodo 58 y el nodo 59, que se ubican en la rama izquierda del árbol, son comunes en ambas representaciones, puesto que no dependen del nivel de servicio de ciclo objetivo, sino únicamente de las variables del espacio de representación.

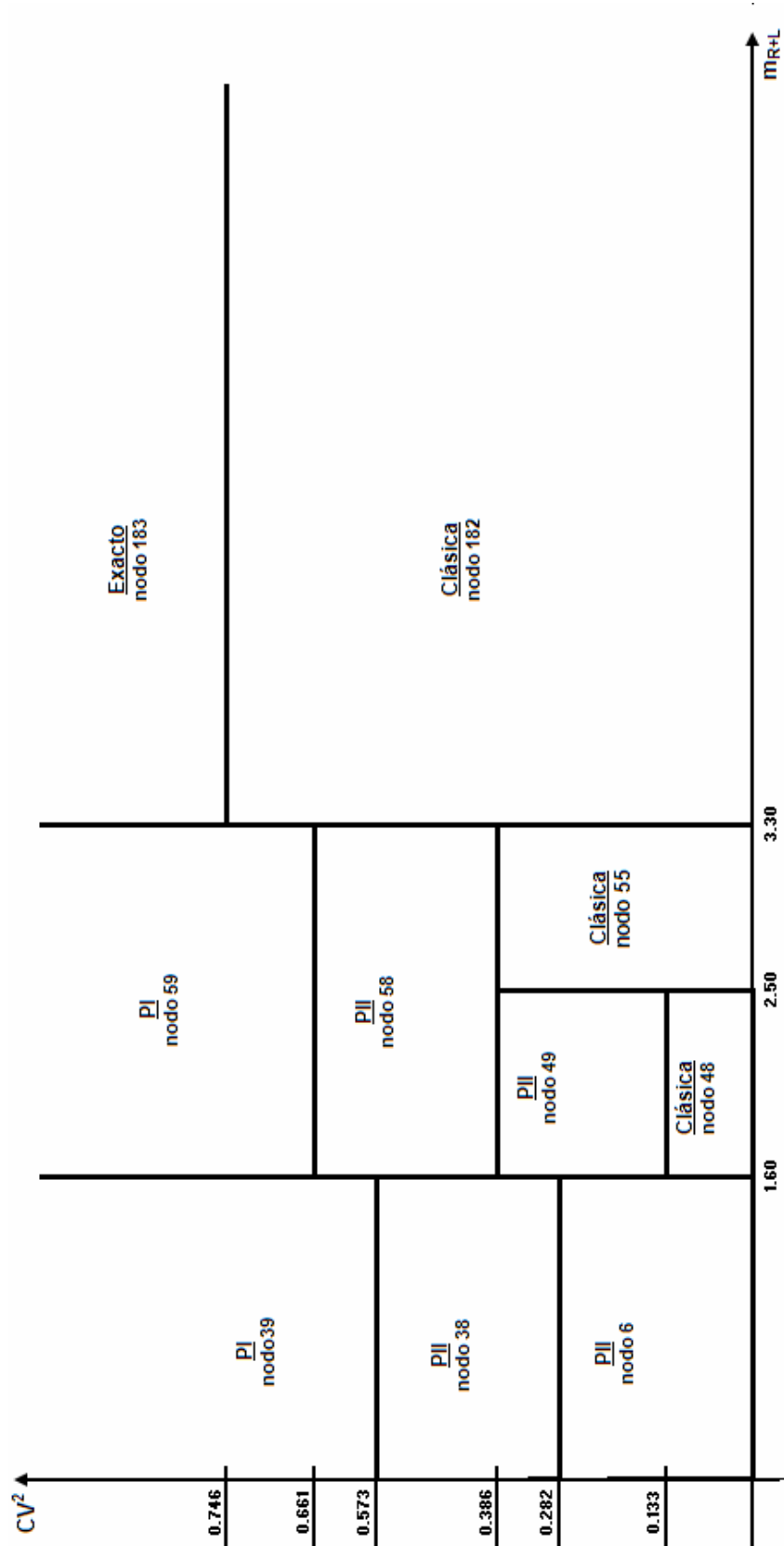


Figura 5-4. C&RT\_1 en el espacio de representación para  $CSL > 0.97$ .

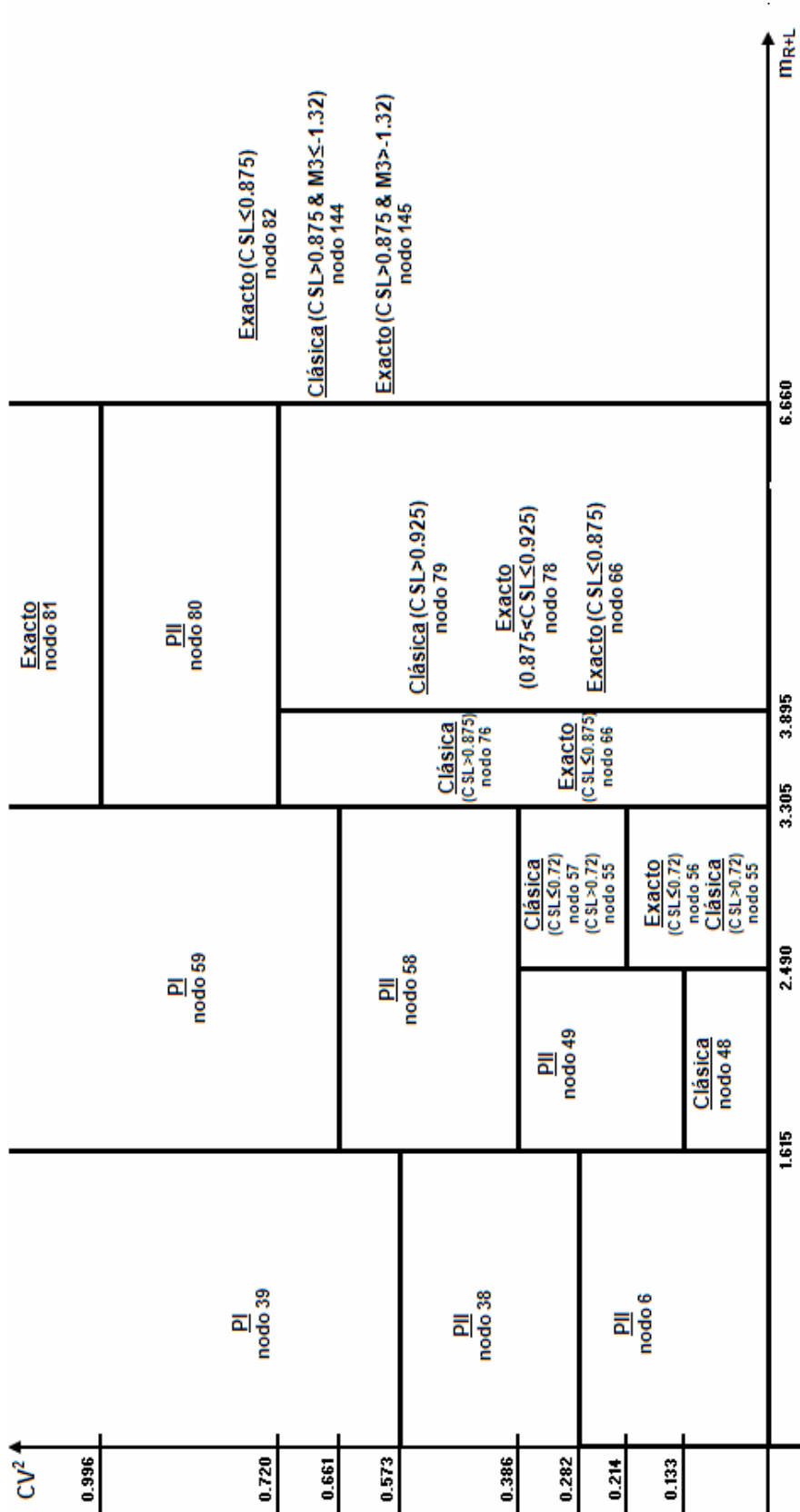


Figura 5-5. C&RT\_1 en el espacio de representación para  $CSL \leq 0.97$ .

### 5.4.5 Análisis de los nodos cuya mejor regla es la exacta

Dada la cantidad de casos y nodos para los que la mejor regla es el cálculo exacto, en este apartado se procede a analizar con mayor detalle el comportamiento de las aproximaciones en estos nodos. El objetivo de este análisis es detectar dentro de éstos nodos áreas en las que sea posible el uso de alguna aproximación. Para ello se utiliza localmente la técnica de los árboles de clasificación en el ámbito que interesa analizar.

La regla de parada utilizada es la misma que para el C&RT\_1, sin embargo se reduce el número de casos mal clasificados por nodo a 300 y para nodos finales a 100. Asimismo, se acota el número máximo de niveles a 10 y el número de nodos totales a 500.

#### 5.4.5.1 NODO 183

El nodo 183 aparece en la Figura 5-4 para un  $CSL > 0.97$  y está limitado por  $\mu_{R+L} > 3.305$  y  $CV^2 > 0.746$ . En dicho nodo (Figura 5-6), aparecen un total de 1.000 casos, de los cuales 763 (76.30%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 62 (6.20%) a la PII, 18 (1.80%) a la PI y 157 (15.70%) al cálculo exacto. A pesar de que la aproximación clásica aparece con más frecuencia, en un 76.30% de los casos, el riesgo de asumir ésta como mejor regla en esta zona es demasiado elevado, y por tanto es el cálculo exacto la única alternativa.

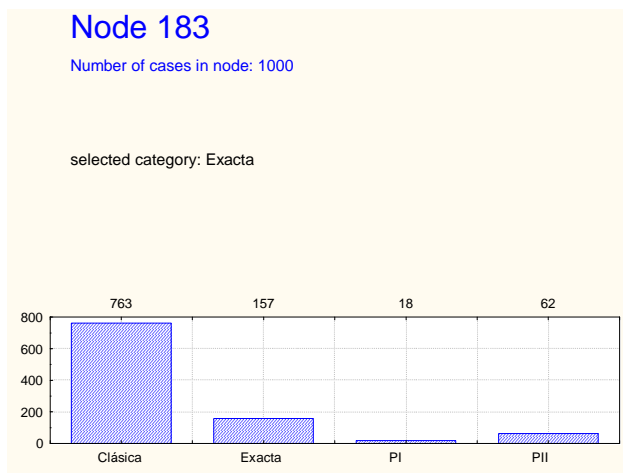


Figura 5-6. Nodo ID=183 del C&RT\_1

En la Figura 5-7 aparece el árbol de clasificación construido para ésta zona denominado C&RT\_183.

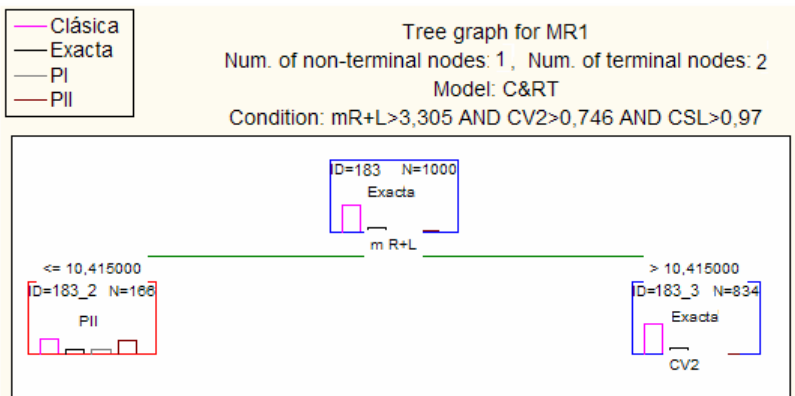


Figura 5-7. C&RT\_183.

EL C&RT\_183 presenta dos ramas, cuya condición es la demanda media en  $R+L$ . Para un  $\mu_{R+L} < 10.415$ , la mejor regla de cálculo es la PII, mientras que para valores mayores, se mantiene como mejor regla el cálculo exacto, tal y como se muestra en la rama izquierda del árbol. La ramificación del nodo 183 en los nodos 183\_2 y 183\_3 hace que la representación de la Figura 5-4 se modifique, tal y como se muestra en el punto 5.4.2.

#### 5.4.5.2 NODO 56

El nodo 56 (Figura 5-8) está en la zona comprendida por  $2.490 < \mu_{R+L} \leq 3.305$  y  $CV^2 \leq 0.214$ , para un  $CSL \leq 0.72$ . En dicho nodo aparecen un total de 985 casos, de los cuales 839 (85.18%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 5 (0.51%) a la PII, y 141 (14.31%) al cálculo exacto. La aproximación PI no aparece en este nodo como la mejor aproximación posible. De hecho, el pequeño porcentaje de casos en los que se escoge a PII como mejor regla hace pensar que, en esta zona, cuando no es el cálculo exacto la mejor regla, cualquiera de las tres aproximaciones funcionan igual, escogiéndose la clásica por su sencillez.

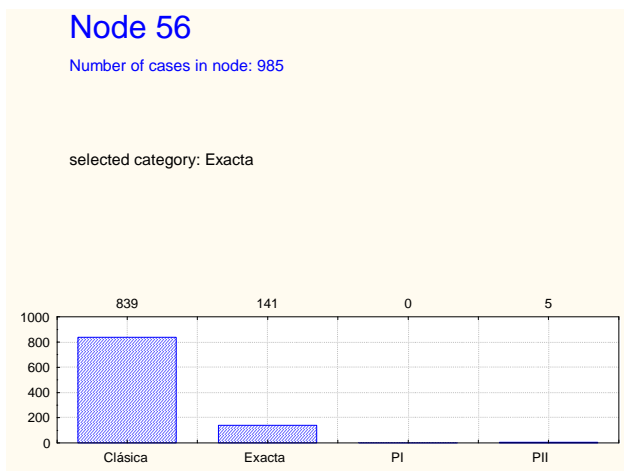


Figura 5-8. Nodo ID=56 del C&RT\_1.

El árbol de clasificación que se extrae en esta zona, denominado C&RT\_56 aparece en la Figura 5-9. En él se observa que, a pesar de que aparecen dos ramas con comportamientos distintos, función del coeficiente de asimetría, en ambos nodos finales, la mejor regla es la exacta. Por lo tanto, en lo que respecta al nodo 56, el esquema de la Figura 5-5 no se modifica.

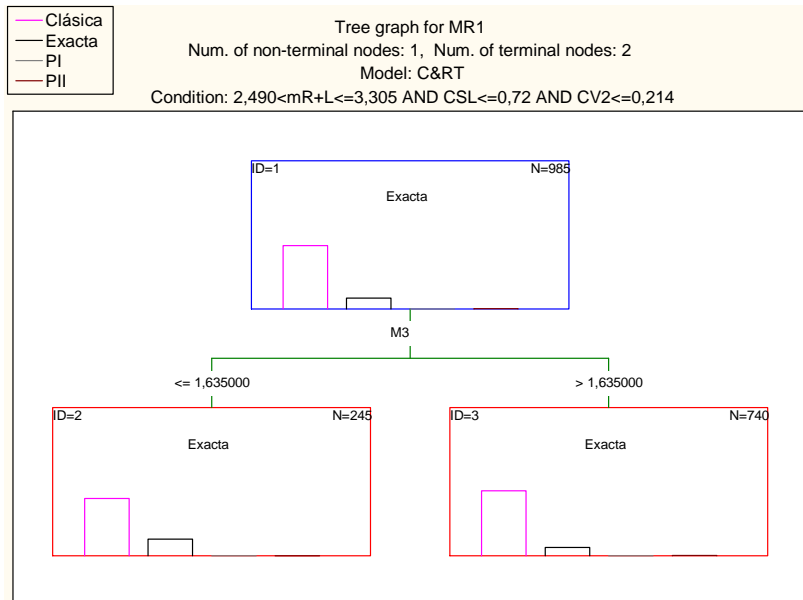
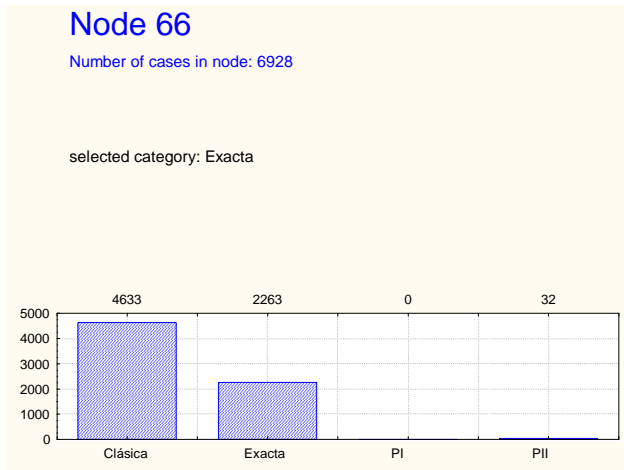


Figura 5-9. C&RT\_56.

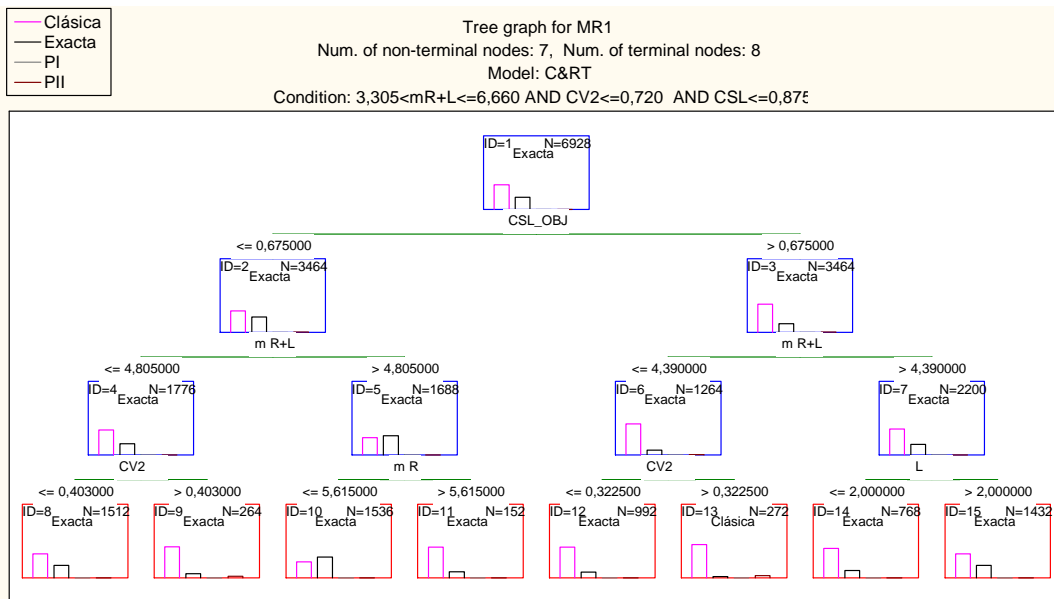
### 5.4.5.3 NODO 66

El nodo 66 aparece en la Figura 5-5, para un  $CSL \leq 0.875$  y está en la zona comprendida por  $3.305 < \mu_{R+L} \leq 6.660$  y  $CV^2 \leq 0.720$ . En dicho nodo (Figura 5-9), aparecen un total de 6.928 casos, de los cuales 4.633 (66.87%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 32 (0.46%) a la PII, y 2.263 (32.66%) al cálculo exacto. Tampoco en este nodo aparece PI como mejor regla en ningún caso, siendo el comportamiento de las aproximaciones muy similar al del nodo 56.



**Figura 5-10. Nodo ID=66 del C&RT\_1.**

El árbol C&RT\_66 aparece en la Figura 5-11, con 8 nodos finales. De entre ellos sólo el 13, en adelante 66\_13, presenta a la aproximación clásica como mejor regla. El resto, mantienen el cálculo exacto como clase predictora. Por tanto, el nodo 66\_13 delimitado por  $3.305 < \mu_{R+L} \leq 4.39$  y  $CV^2 > 0.333$  y para un  $0.675 < CSL \leq 0.875$ , modifica en esquema inicial de la Figura 5-5.



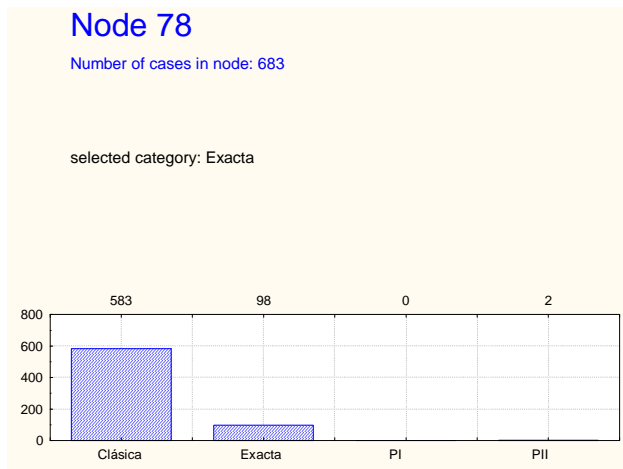
**Figura 5-11. C&RT\_66.**

#### 5.4.5.4 NODO 78

El nodo 78 aparece en la Figura 5-5, para un  $0.875 < CSL \leq 0.925$ . Además, según el espacio de representación está limitado por  $3.895 < \mu_{R+L} \leq 6.660$  y  $CV^2 \leq 0.720$ . En dicho nodo (Figura 5-12), aparecen un total de 683 casos, de los cuales 583 (85.36%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 2 (0.29%) a la PII, y 98 (14.35%) al

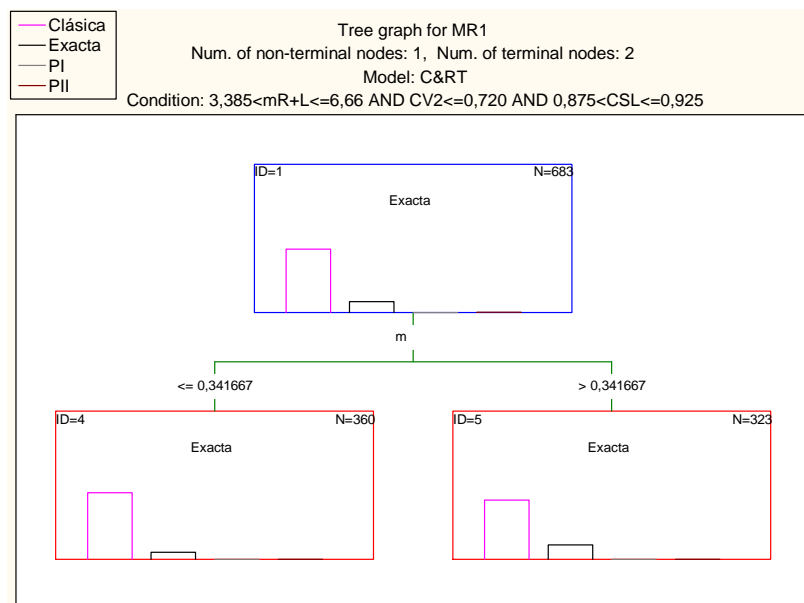


cálculo exacto. El comportamiento de las aproximaciones es muy similar al de los nodos 56 y 66.



**Figura 5-12. Nodo ID=78 del C&RT de la C&RT\_1.**

Al igual que sucede en el C&RT\_56, en el C&RT\_78 aparecen dos nodos finales diferenciados por una condición, que corresponde con la demanda media unitaria de la distribución de demanda  $\mu$ , cuya mejor regla es la exacta. Por lo tanto, en lo que respecta al nodo 78, el esquema de la Figura 5-5 no se modifica.



**Figura 5-13. C&RT\_78.**

#### 5.4.5.5 NODO 81

El nodo 81 aparece en la Figura 5-5, para un  $CSL \leq 0.97$  y está en la zona comprendida por  $3.305 < \mu_{R+L} \leq 6.660$  y  $CV^2 > 0.996$ . En dicho nodo (Figura 5-14), aparecen un total de 330 casos, de los cuales 19 (5.76%) tienen a la aproximación

clásica como mejor regla, 76 (23.03%) a la PII, 101 (30.61%) a la PI y 134 (40.61%) al cálculo exacto. En este nodo, el porcentaje de casos en los que un método es escogido como mejor regla aumenta con la complejidad de la misma.

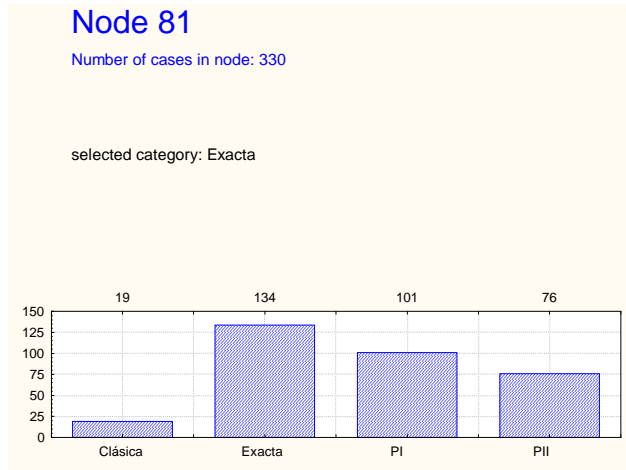


Figura 5-14. Nodo ID=81 del C&RT\_1.

EL C&RT\_81 presenta dos ramas, cuya condición es  $\mu_{R+L}$ . Para un  $\mu_{R+L} \leq 4.515$ , la mejor regla de cálculo es PI, mientras que para valores de la variable mayores de este valor, se mantiene como mejor regla el método exacto. La ramificación del nodo 81 en los nodos 81\_2 y 82\_3 hace que el esquema de la 5-5 se modifique.

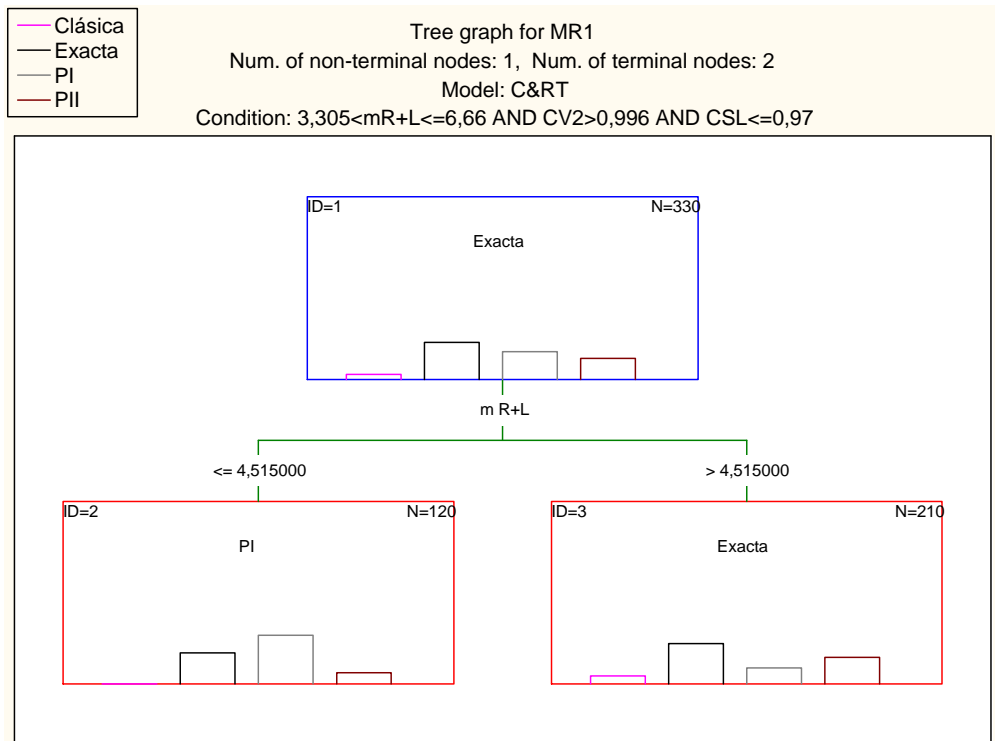


Figura 5-15. C&RT\_81.

### 5.4.5.6 NODO 82

El nodo 82 aparece en la Figura 5-5, para un  $CSL \leq 0.875$  y una  $\mu_{R+L} > 6.660$ . En dicho nodo (Figura 5-16), aparecen un total de 56.345 casos, de los que 10.580 (18.78%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 22 (0.04%) a la PII, 13 (0.02%) a la PI y 45.730 (81.16%) al cálculo exacto. El comportamiento de las aproximaciones es muy similar al de los nodos 56, 66 y 78.

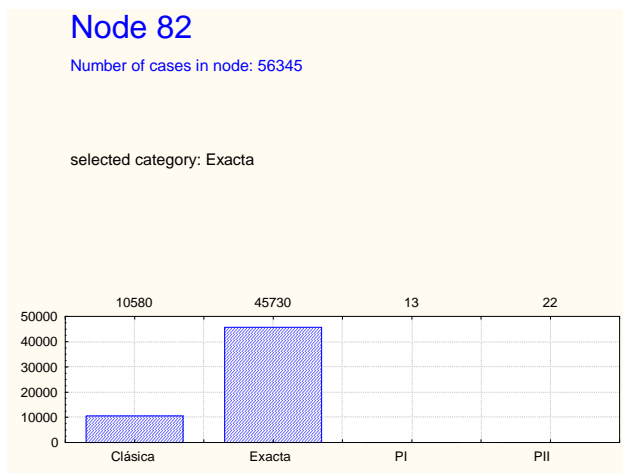


Figura 5-16. Nodo ID=82 del C&RT\_1.

El árbol C&RT\_82 se muestra en la Figura 5-17. A pesar de que dicho árbol presenta ramificaciones en varios niveles, los nodos finales siempre predicen como mejor regla al cálculo exacto. Por tanto, el nodo 82 permanece invariante en la Figura 5-5.

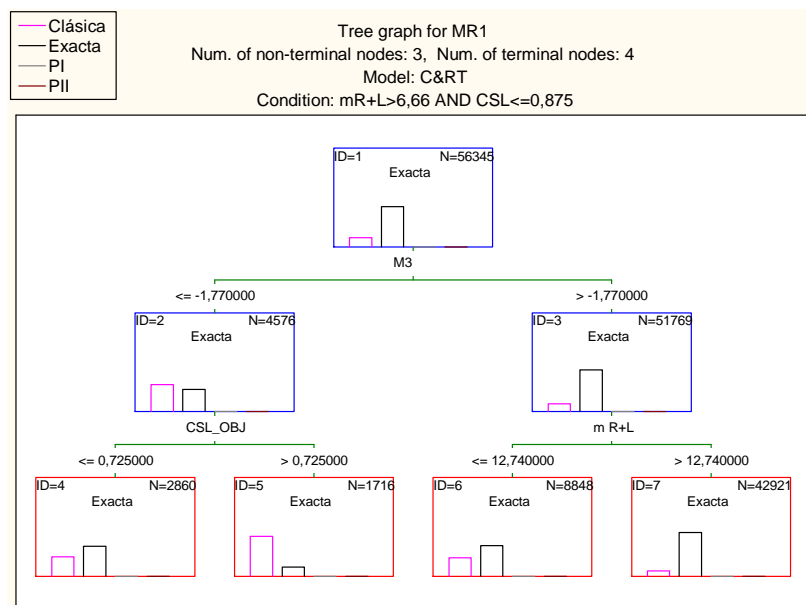
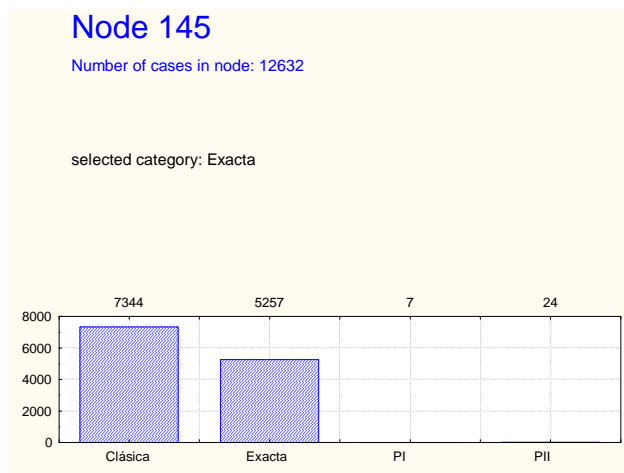


Figura 5-17. C&RT\_82.

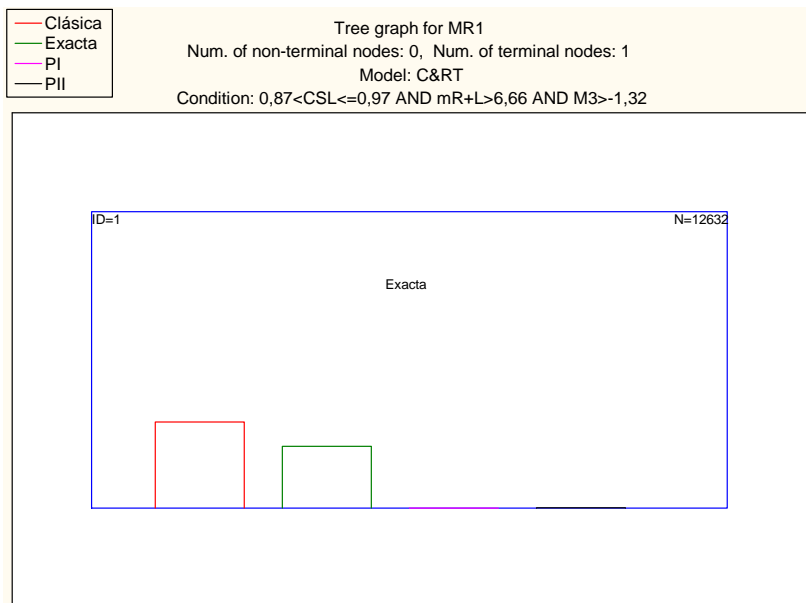
### 5.4.5.7 NODO 145

El nodo 145 aparece en la Figura 5-5, para un  $CSL > 0.875$ , una  $\mu_{R+L} > 6.660$  y un  $M3 > -1.32$ . En dicho nodo (Figura 5-18), aparecen un total de 12.632 casos, de los cuales 7.344 (58.14%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 24 (0.19%) a la PII, 7 (0.06%) a la PI y 5.257 (41.62%) al cálculo exacto. El comportamiento de las aproximaciones es muy similar al de los nodos 56, 66, 78 y 82.



**Figura 5-18. Nodo ID=145 del C&RT\_1.**

El nodo 145 permanece invariante en el esquema de la Figura 5-5, es decir, la zona ocupada por él corresponde íntegramente al cálculo exacto ya que el árbol C&RT\_145 que se muestra en la Figura 5-19 no presenta ninguna ramificación.



**Figura 5-19. C&RT\_145.**

#### **5.4.6 Identificación de zonas de comportamiento común en el espacio de clasificación**

De los nodos finales analizados en el apartado anterior, únicamente las zonas ocupadas por los nodos 66, 81 y 183 se han visto divididas en sub-zonas con una mejor regla distinta. Por tanto, los esquemas de las Figuras 5-4 y 5-5 se modifican al introducir dichas divisiones en cuatro figuras distintas, función del CSL: la Figura 5-20 para  $CSL > 0.97$ ; la Figura 5-21 para  $0.875 < CSL \leq 0.97$ ; la Figura 5-22 para  $0.72 < CSL \leq 0.875$ ; y la Figura 5-23 para un  $CSL \leq 0.72$ .

También en las nuevas representaciones, los nodos 6, 38, 39, 48, 49, 58 y 59 son comunes al ser depender únicamente de las variables del espacio de representación.

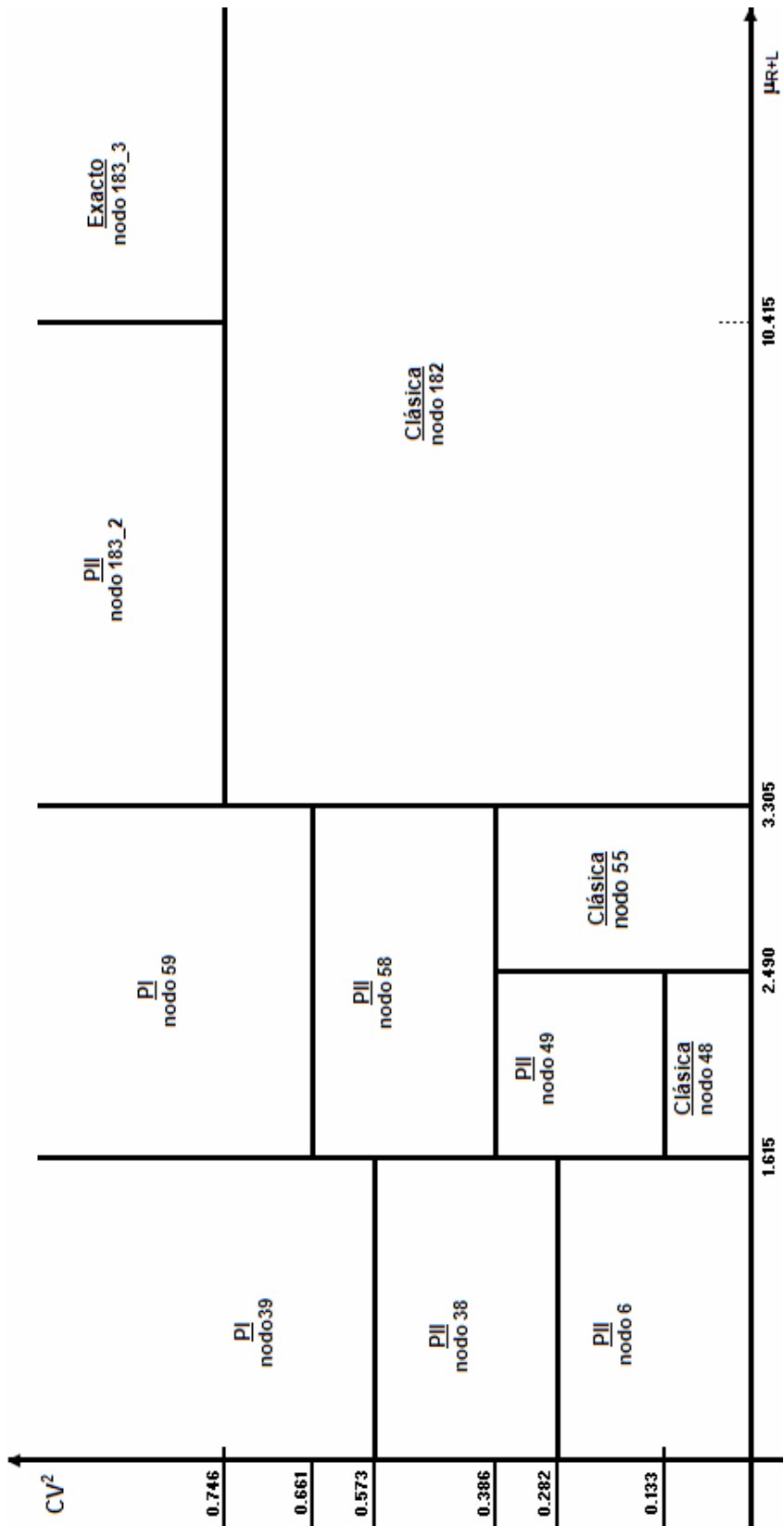


Figura 5-20. Nueva representación del C&RT\_1 en el espacio de representación para  $CSL > 0.97$ .

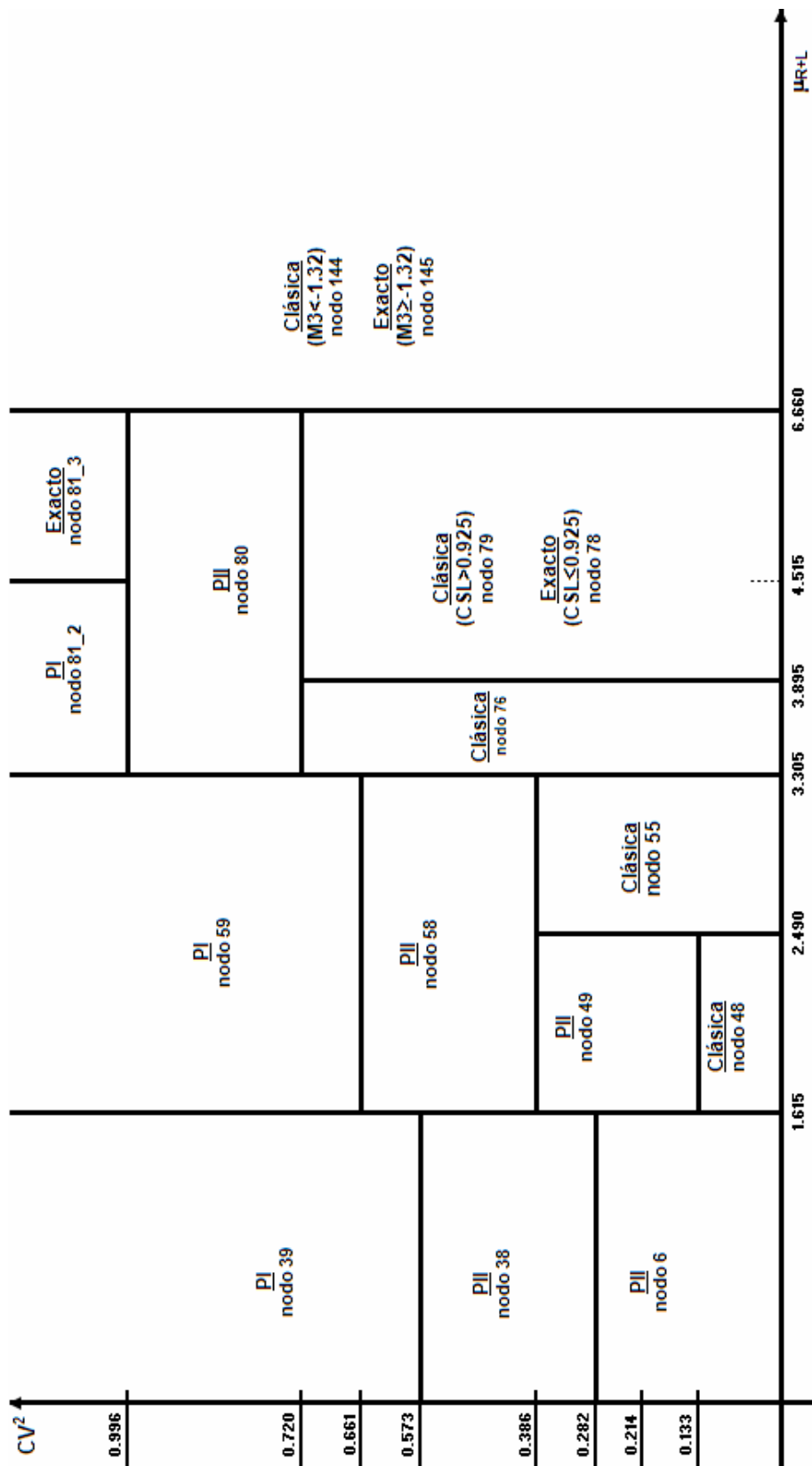


Figura 5-21. Nueva representación del C&RT\_1 en el espacio de representación para  $0.875 < CSL \leq 0.97$ .

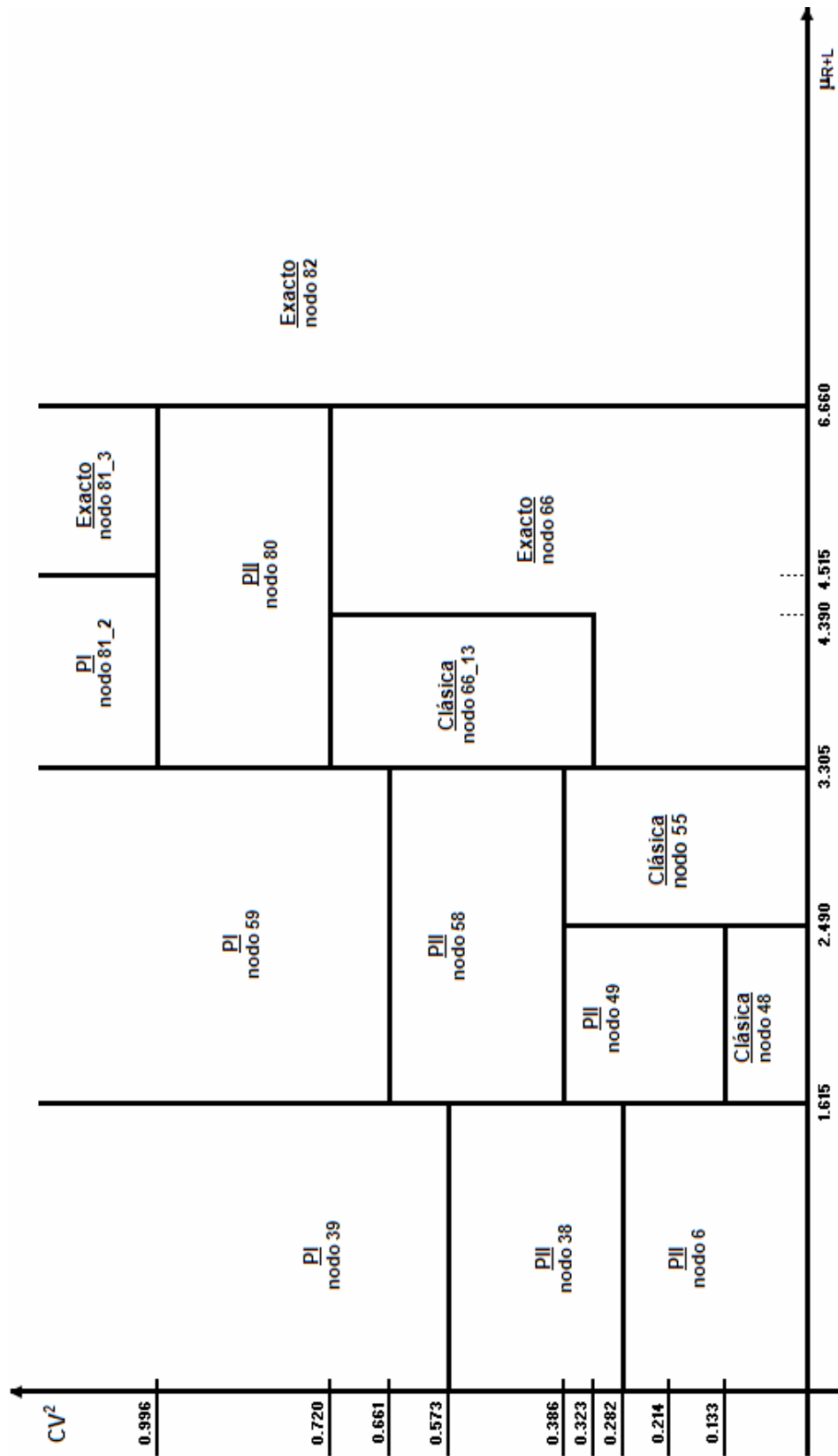


Figura 5-22. Nueva representación del C&RT\_1 en el espacio de representación para  $0.72 < CSL \leq 0.875$ .



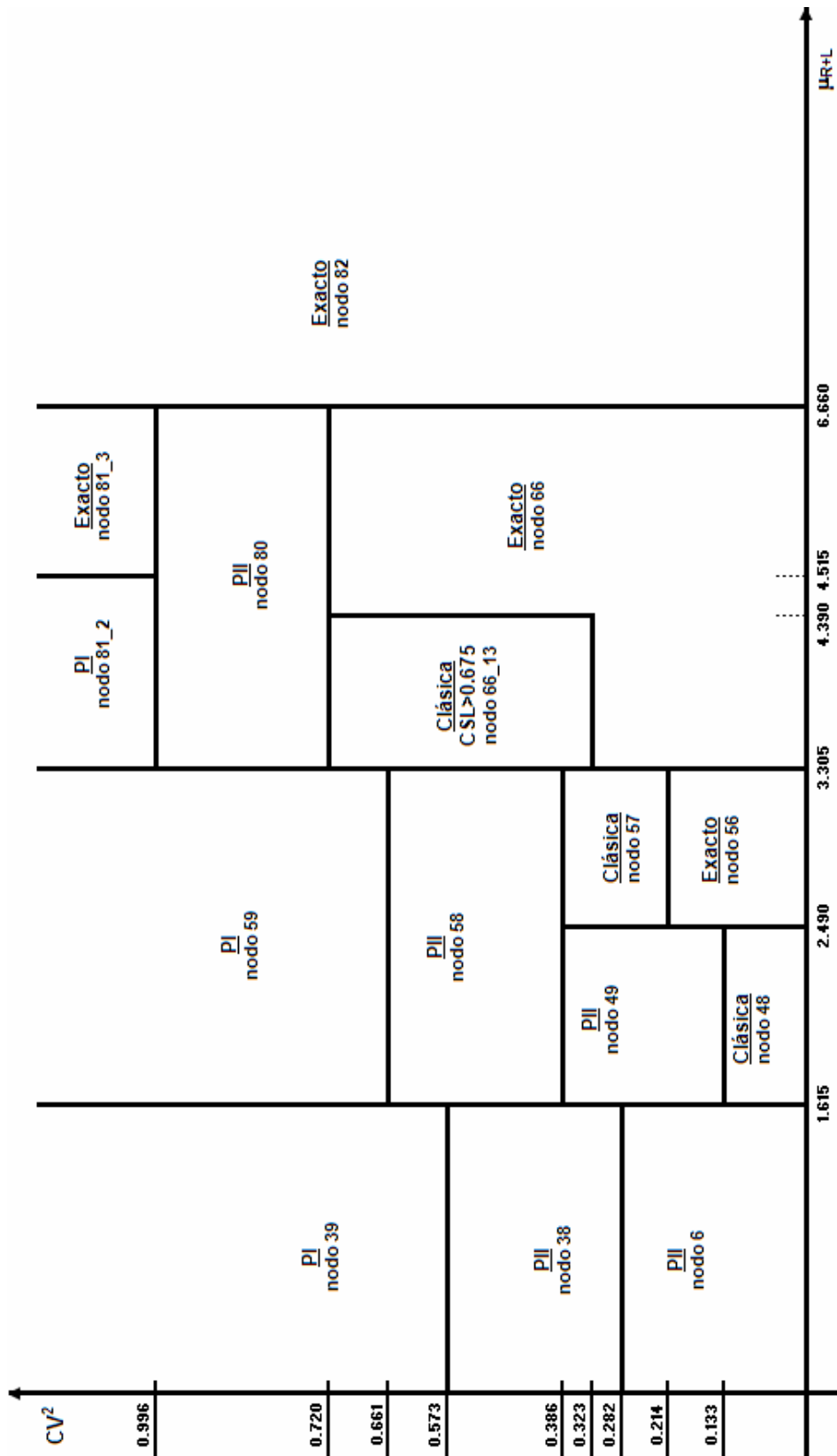


Figura 5-23. Nueva representación del C&RT\_1 en el espacio de representación para  $CSL \leq 0.72$ .

### 5.4.7 Análisis de los nodos finales cuya mejor regla es la aproximación clásica

En la Figura 5-20, Figura 5-21, Figura 5-22 y Figura 5-23 se encuentran ubicados un total de 24 nodos finales. En este punto se analiza el comportamiento en aquellos nodos en los que la mejor regla es la aproximación clásica. Este análisis tiene como objetivo cuantificar el riesgo de predicción asociado al modelo en cada nodo.

#### 5.4.7.1 NODO 48

En el nodo 48 se ubican un total de 2.068 casos, tal y como aparece en la Figura 5-24, de los que 1.858 (89.85%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 204 (9.86%) a la PII, y 6 (0.29%) al cálculo exacto. El nodo 48 aparece en las Figuras 5-20, 5-21, 5-22, y 5-23 por ser independiente del CSL objetivo, y está limitado dentro del espacio de representación por  $CV^2 \leq 0.133$  y  $1.615 < \mu_{R+L} \leq 2.490$ .

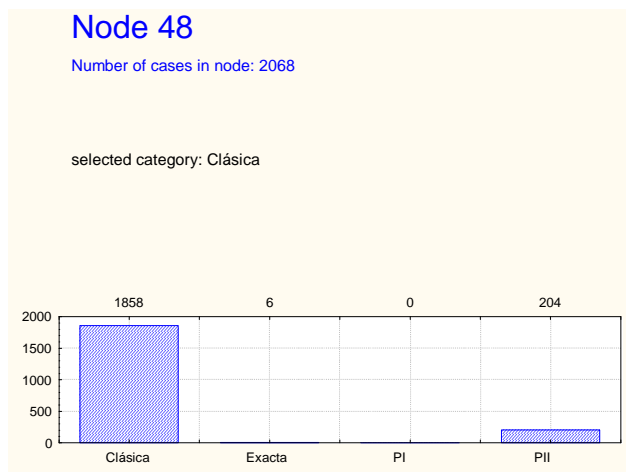


Figura 5-24. Nodo ID=48 del C&RT\_1.

La Tabla 5-3 muestra el error relativo máximo, mínimo, medio y la desviación típica del mismo que muestran las aproximaciones cuando son la mejor regla observada para los casos del nodo 48. En ella se observa que, cuando el cálculo exacto es la mejor regla las tres aproximaciones muestran el mismo comportamiento. En este caso el error relativo promedio en términos absolutos es muy grande (-50%). Esto se debe a que la demanda media en  $R+L$  es pequeña, lo que hace que el tamaño del stock de referencia sea también pequeño y por tanto que, diferencias muy pequeñas en términos absolutos, se conviertan en grandes desviaciones en términos relativos. En este caso, las diferencias relativas son siempre negativas lo que supone a efectos de diseño cumplir con el CSL objetivo, ya que se sobreestima el valor del stock de referencia.

Sin embargo, cuando la mejor regla es la aproximación PII, la aproximación clásica muestra errores relativos máximos y mínimos positivos lo que supone no cumplir en

ningún caso con el nivel de servicio objetivo, ya que las diferencias relativas positivas indican que se subestima el stock de referencia.

Por lo tanto, se pueden distinguir dos naturalezas distintas en los errores de clasificación, que se definen como:

- **Error de clasificación tipo 1 (EC1).** Porcentaje de casos mal clasificados en los que se garantiza el criterio de diseño del sistema pero se sobreestima el stock de referencia. Presentan EC1 Las aproximaciones clásica, PII y PI.
- **Error de clasificación tipo 2 (EC2).** Porcentaje de casos mal clasificados en los que **no** se garantiza el criterio de diseño del sistema. Presenta EC2 únicamente la aproximación clásica.

Para el nodo 48 la aproximación clásica presenta un EC1 del 0.29% y un EC2 del 9.86%. Es decir, en el 9.86% de los casos, la utilización de la aproximación clásica subestimaré el valor de S que asegura el CSL objetivo, con una desviación relativa media del 26.58%.

Cuando la aproximación clásica es la mejor regla, las aproximaciones PI y PII muestran desviaciones relativas distintas de cero. Este comportamiento, en el que parece funcionar mejor la aproximación clásica que PI y PII, ya se ha detectado y justificado en el capítulo 4.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-50.00%	-50.00%	-50.00%
PII	0.00%	0.00%	50.00%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-50.00%	-50.00%	-50.00%
PII	0.00%	0.00%	14.29%
Clásica	-50.00%	-50.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-50.00%	-50.00%	-50.00%
PII	0.00%	0.00%	26.58%
Clásica	-9.20%	-9.98%	0.00%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	0.00%	0.00%	0.00%
PII	0.00%	0.00%	9.17%
Clásica	18.28%	18.84%	0.00%

Tabla 5-4. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 48.

### 5.4.7.2 NODO 57

En el nodo 57 se ubican 380 casos (Figura 5-25), de los que 332 (87.37%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 34 (8.95%) a la PII, y 14 (3.68%) al cálculo exacto. Este nodo aparece en la Figura 5-23, es decir, para un  $CSL \leq 0.72$  y está limitado dentro del espacio de representación por  $0.214 < CV^2 \leq 0.386$  y  $2.490 < \mu_{R+L} \leq 3.305$ .

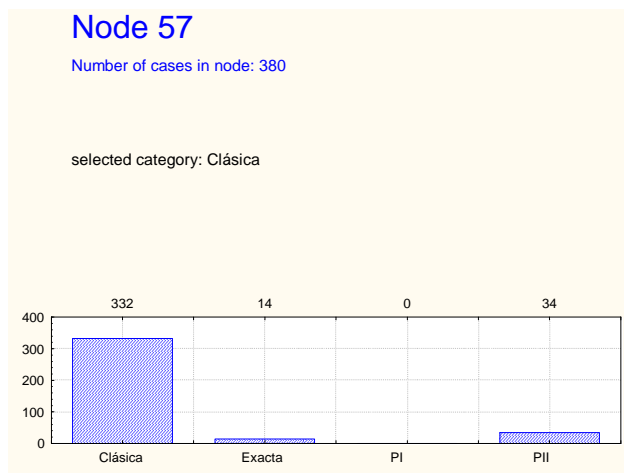


Figura 5-25. Nodo ID=57 del C&RT\_1.

El comportamiento de las aproximaciones con respecto a los errores relativos y de clasificación es similar al observado para el nodo 48, aunque los errores relativos promedio cuando la aproximación clásica es la mejor regla son menores. En el nodo 57 el EC1 es del 3.68% y el EC2 del 8.95%, lo que significa que al utilizar la aproximación clásica para calcular el stock de referencia en ítems ubicados en la zona del nodo 57, existe un riesgo del 8.95% de subestimar el stock de referencia y del 3.86% de sobreestimarlos.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-33.33%	-33.33%	-33.33%
PII	0.00%	0.00%	33.33%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-50.00%	-50.00%	-50.00%
PII	0.00%	0.00%	25.00%
Clásica	-50.00%	-50.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-35.71%	-35.71%	-35.71%
PII	0.00%	0.00%	29.66%
Clásica	-12.63%	-14.01%	0.00%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	6.05%	6.05%	6.05%
PII	0.00%	0.00%	4.20%
Clásica	18.50%	18.73%	0.00%

Tabla 5-5. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 57.

### 5.4.7.3 NODO 55

En el nodo 55 se encuentran un total de 1.638 casos (Figura 5-26), de los que 1.513 (92.37%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 85 (5.19%) a la PII, y 40 (2.44%) al cálculo exacto. Este nodo aparece en las Figuras 5-20, 5-21, 5-22, es decir, para un  $CSL > 0.72$  y está limitado dentro del espacio de representación por  $CV^2 \leq 0.386$  y  $2.490 < \mu_{R+L} \leq 3.305$ .

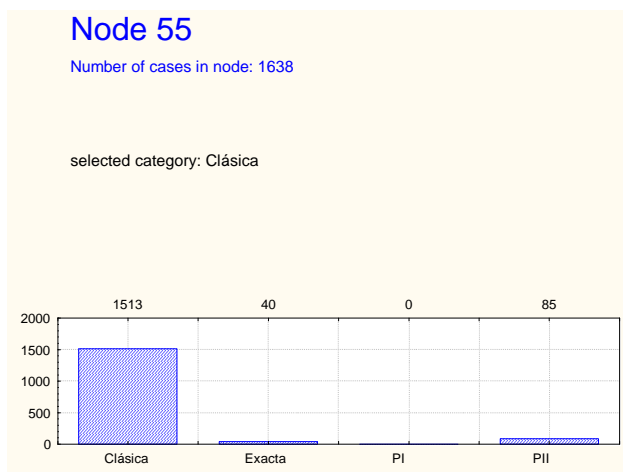


Figura 5-26. Nodo ID=55 del C&RT\_1.

El comportamiento de las aproximaciones con respecto a los errores relativos y de clasificación es similar al observado para los nodos 48 y 57. En este caso el EC1 del 2.44% y el EC2 del 5.19%.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-16.67%	-33.33%	-16.67%
PII	0.00%	0.00%	25.00%
Clásica	0.00%	-33.33%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-33.33%	-33.33%	-33.33%
PII	0.00%	0.00%	10.00%
Clásica	-33.33%	-33.33%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-25.46%	-25.46%	-25.46%
PII	0.00%	0.00%	14.39%
Clásica	-3.47%	-3.49%	0.00%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	3.52%	3.52%	3.52%
PII	0.00%	0.00%	3.71%
Clásica	8.50%	8.51%	0.00%

Tabla 5-6. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 55.

#### 5.4.7.4 NODO 76

En el nodo 76 se encuentran un total de 366 casos (Figura 5-27), de los que 349 (95.36%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, y 17 (4.64%) a la PII. La aproximación PI y el cálculo exacto no aparecen como mejor regla en ningún caso del nodo 76. El nodo 76 está limitado dentro del espacio de representación por  $CV^2 \leq 0.720$  y  $3.305 < \mu_{R+L} \leq 3.895$ , para un  $0.875 < CSL \leq 0.97$ .

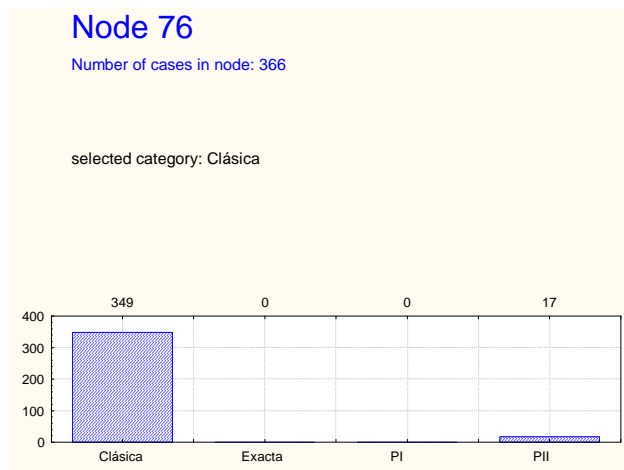


Figura 5-27. Nodo ID=76 del C&RT\_1.

El comportamiento de las aproximaciones con respecto a los errores relativos y de clasificación es similar al observado para los nodos 48, 57 y 55, tal y como muestra el análisis de la Tabla 5-7. En este caso no aparece ningún EC1 mientras que el EC2 es del 4.64%.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
PII	0.00%	0.00%	14.29%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
PII	0.00%	0.00%	10.00%
Clásica	-16.67%	-16.67%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
PII	0.00%	0.00%	12.57%
Clásica	-1.41%	-1.45%	0.00%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
PII	0.00%	0.00%	1.75%
Clásica	4.41%	4.46%	0.00%

Tabla 5-7. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 76.

#### 5.4.7.5 NODO 79

En el nodo 79 se encuentran 683 casos (Figura 5-28), de los que 638 (93.41%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 1 (0.15%) a la PII, y 44 (6.44%) al cálculo exacto. Este nodo aparece en la Figura 5-21, para un  $0.875 < CSL \leq 0.97$  y está limitado dentro del espacio de representación por  $CV^2 \leq 0.720$  y  $3.895 < \mu_{R+L} \leq 6.660$ .

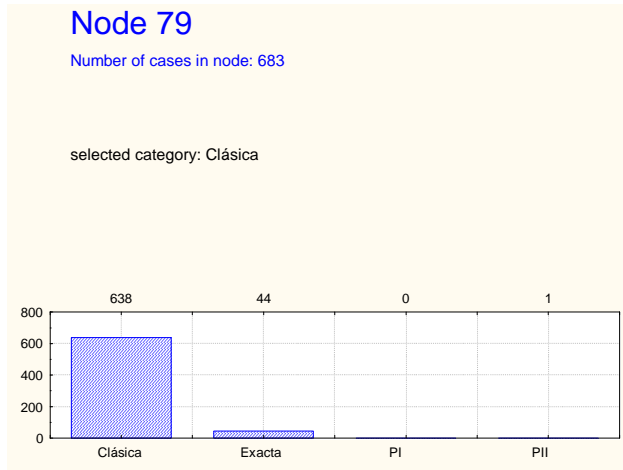


Figura 5-28. Nodo ID=79 del C&RT\_1.

El comportamiento de la aproximación clásica cuando no es observada como la mejor regla es similar al de los nodos anteriores, por lo que las diferencias relativas positivas aparecen sólo cuando la mejor regla es la aproximación PII, como se observa en la Tabla 5-8. Para el nodo 79 el EC1 aumenta hasta el 6.44% mientras que el EC2 disminuye, siendo sólo del 0.15%.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-9.09%	-9.09%	-9.09%
PII	0.00%	0.00%	9.09%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-14.29%	-14.29%	-14.29%
PII	0.00%	0.00%	9.09%
Clásica	-14.29%	-14.29%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-11.14%	-11.14%	-11.14%
PII	0.00%	0.00%	9.09%
Clásica	-0.85%	-0.86%	0.00%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	1.93%	1.93%	1.93%
PII	0.00%	0.00%	0.00%
Clásica	2.89%	2.90%	0.00%

Tabla 5-8. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 79.

#### 5.4.7.6 NODO 144

En el nodo 48 se ubican un total de 1.454 casos, tal y como aparece en la Figura 5-29, de los que 1372 (94,36%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, y el resto (5.64%) al cálculo exacto. El nodo 144 aparece en la Figura 5-21 para un  $0.875 < CSL \leq 0.97$ , y está limitado dentro del espacio de representación por  $\mu_{R+L} > 6.66$  con la condición adicional que se introduce a través del coeficiente de asimetría, es decir,  $M3 \leq -1.32$ .

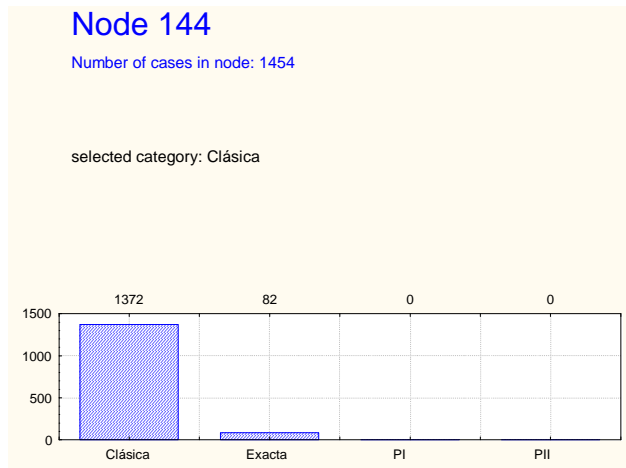


Figura 5-29. Nodo ID=144 del C&RT\_1.

Del análisis de Tabla 5-8 se extrae que el comportamiento de las tres aproximaciones en el nodo es idéntico, lo que coincide con lo observado en capítulo 4, según lo cual



las tres aproximaciones tienen el mismo comportamiento cuando el coeficiente de asimetría  $M3 < -1$ .

Para este nodo el EC1 del 5.64% mientras que no existe ningún EC2.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-0.11%	-0.11%	-0.11%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-5.26%	-5.26%	-5.26%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-1.28%	-1.28%	-1.28%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	1.11%	1.11%	1.11%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%

Tabla 5-9. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 144.

#### 5.4.7.7 NODO 182

En el nodo 182 aparecen un total de 7.027 casos (Figura 5-30), de los que 6.693 (95.25%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 45 (0.64%) a la PII, 2 a la PI (0.03%) y 287 (4.08%) al cálculo exacto. Este nodo aparece en la Figura 5-20, para un  $CSL > 0.97$  y está limitado dentro del espacio de representación por  $CV^2 \leq 0.746$  y  $\mu_{R+L} > 3.305$ .

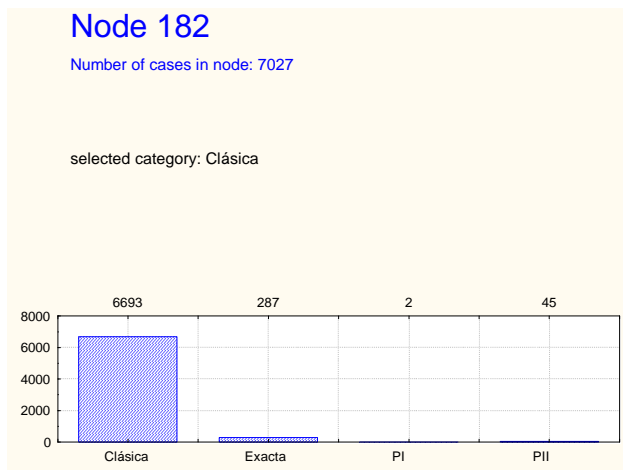


Figura 5-30. Nodo ID=182 del C&RT\_1.

El comportamiento de las aproximaciones con respecto a los errores relativos y de clasificación es similar al observado para los nodos 48, 57, 55 o 79. Puede observarse

en la Tabla 5-10 como la aproximación clásica sólo presenta errores relativos positivos cuando la mejor regla observada es la aproximación PI o la PII.

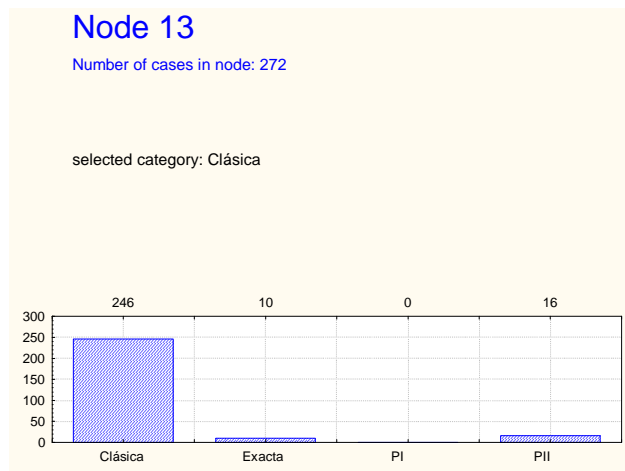
En este caso, el EC1 es del 4.08% mientras que el EC2 corresponde a la suma de casos en los que se observa, como mejor regla, a las aproximaciones PI y PII, esto es del 0.67%.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-0.07%	-0.07%	-0.07%
PI	0.00%	-5.88%	5.88%
PII	0.00%	0.00%	11.11%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-10.00%	-10.00%	-10.00%
PI	0.00%	-5.88%	5.88%
PII	0.00%	0.00%	4.76%
Clásica	-12.50%	-12.50%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-2.12%	-2.12%	-2.12%
PI	0.00%	-5.88%	5.88%
PII	0.00%	0.00%	7.63%
Clásica	-0.05%	-0.05%	0.00%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	1.92%	1.92%	1.92%
PI	0.00%	0.00%	0.00%
PII	0.00%	0.00%	1.93%
Clásica	0.65%	0.65%	0.00%

Tabla 5-10. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 182.

#### 5.4.7.8 NODO 66\_13

En el nodo 66\_13 se encuentran un total de 272 casos (Figura 5-31), de los que 246 (90.44%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 16 (5.88%) a la PII, y 10 (3.68%) al cálculo exacto. Este nodo aparece en las Figuras 5-22 y 5-23 es decir, para un  $CSL \leq 0.875$  y está limitado dentro del espacio de representación por  $0.282 < CV^2 \leq 0.720$  y  $3.305 < \mu_{R+L} \leq 4.390$ .



**Figura 5-31. Nodo ID=66\_13 del C&RT\_66.**

El comportamiento de las aproximaciones con respecto a los errores relativos y de clasificación es similar al observado para el nodo anterior, como muestra el análisis de la Tabla 5-11. En este caso el EC1 es del 3.68%. Por otro lado el EC2 aumenta hasta el 5.88%.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-20.00%	-20.00%	-20.00%
PII	0.00%	0.00%	20.00%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%

Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-25.00%	-25.00%	-25.00%
PII	0.00%	0.00%	12.50%
Clásica	-25.00%	-25.00%	0.00%

Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-21.00%	-21.00%	-21.00%
PII	0.00%	0.00%	16.50%
Clásica	-6.11%	-6.75%	0.00%

Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	2.11%	2.11%	2.11%
PII	0.00%	0.00%	2.45%
Clásica	9.20%	9.38%	0.00%

**Tabla 5-11. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 66\_13.**

### 5.4.8 Análisis de los nodos finales cuya mejor regla es la aproximación PII

La naturaleza de la aproximación PII hace que en ningún caso su utilización subestime el stock de referencia. Es por ello que cuando resulta ser la mejor regla

siempre se garantiza el cumplimiento del criterio de servicio, aunque existan errores de clasificación.

Por lo tanto la naturaleza de los errores de clasificación en los nodos finales donde se predice PII como mejor regla siempre es de tipo 1 (EC1).

#### 5.4.8.1 NODO 6

En el nodo 6 se ubican un total de 16.973 casos, tal y como aparece en la Figura 5-32, de los que 5.035 (29.66%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 11.688 (68.86%) a la PII, 237 (1.40%) a la PI y tan sólo 13 (0.08%) a la exacta. El nodo 6 aparece en las Figuras 5-20, 5-21, 5-22, y 5-23 ya que es independiente del CSL objetivo, y está limitado dentro del espacio de representación por  $CV^2 \leq 0.282$  y  $\mu_{R+L} \leq 1.615$ .

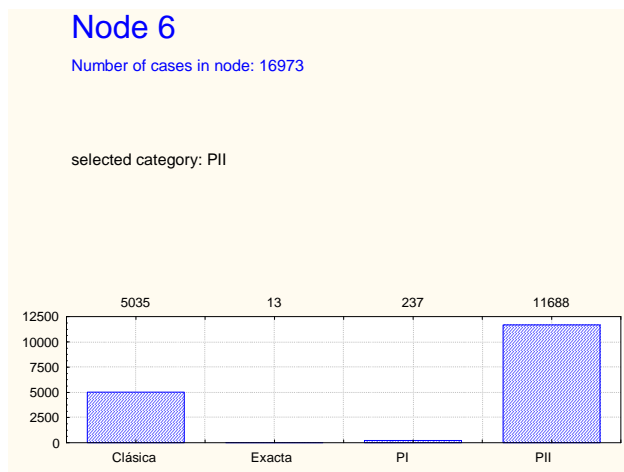


Figura 5-32. Nodo ID=6 del C&RT\_1.

Con la Tabla 5-12 se puede analizar el comportamiento de las aproximaciones con respecto a la mejor regla. Cuando es el cálculo exacto, es decir en el 0.08% de los casos, las aproximaciones PI y PII se comportan de forma idéntica, aportando errores relativos medios y desviaciones estándar muy altas debido al tamaño de la demanda en el nodo. Cuando es PI la mejor regla, lo que ocurre sólo en el 1.40% de los casos, PII se comporta de la misma forma que cuando lo es el cálculo exacto.

En cuanto a la aproximación clásica, siempre que no actúa como mejor regla, es decir en el 74.34% de los casos, subestima el stock de referencia y por tanto su utilización no asegura cumplir con el CSL objetivo.

Dado que no se puede asumir que el comportamiento de PII es idéntico al de la aproximación clásica cuando se observa como mejor regla, para calcular el EC1 en este nodo se recurre directamente a los datos experimentales y se contabiliza el número de casos en los que el error relativo de PII es menor del 0.00%. Según esto, el EC1 del nodo 6 es del 10.06%.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-33.33%	-33.33%	100.00%
PI	0.00%	-25.00%	100.00%
PII	0.00%	0.00%	100.00%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-100.00%	-100.00%	33.33%
PI	0.00%	-100.00%	25.00%
PII	0.00%	0.00%	14.29%
Clásica	-100.00%	-100.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-83.33%	-83.33%	83.33%
PI	0.00%	-88.57%	88.57%
PII	0.00%	0.00%	73.42%
Clásica	-15.27%	-23.54%	0.00%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	26.35%	26.35%	26.35%
PI	0.00%	22.80%	22.80%
PII	0.00%	0.00%	28.86%
Clásica	33.48%	39.50%	0.00%

Tabla 5-12. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 6.

### 5.4.8.2 NODO 38

En el nodo 38 se ubican un total de 1.848 casos, tal y como aparece en la Figura 5-33, de los que 176 (9.52%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 1.327 (71.80%) a la PII, 295 (15.96%) a la PI y 50 (2.71%) a la exacta. El nodo 38, también muestra un comportamiento independiente del CSL objetivo. Dentro del espacio de representación, se sitúa por encima del nodo 6 y está limitado por  $0.282 < CV^2 \leq 0.573$  y  $\mu_{R+L} \leq 1.615$ .

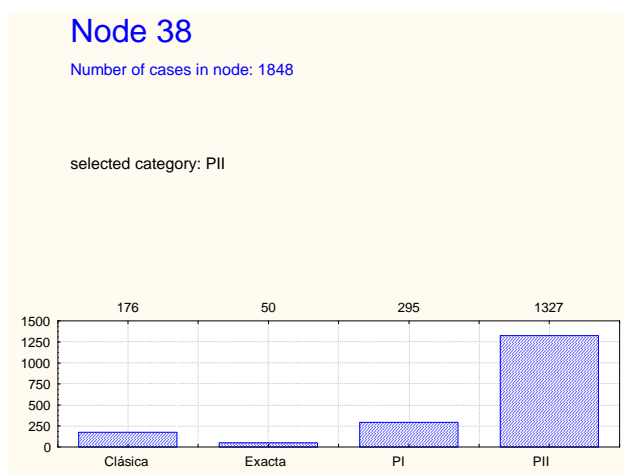


Figura 5-33. Nodo ID=38 del C&RT del C&RT\_1.

En la Tabla 5-13 se observa que el comportamiento de las aproximaciones en el nodo 38 es muy similar al observado en el nodo 6, aunque el porcentaje de casos en los que la mejor regla es la aproximación PI crece del 1.49% hasta el 15,96% mientras que los casos clasificados con la aproximación clásica decrecen del 29,66% al 9.52%. Este comportamiento se explica con el aumento del valor de  $CV^2$ . Se observa también que cuando la aproximación clásica no es la mejor regla, siempre subestima el valor del stock de referencia.

El EC1 se calcula igual que en el nodo anterior, de forma que en 1.402 casos (75.87%) la aproximación PII no presenta error alguno. Por tanto, el nodo 38 presenta un EC1 del 24.13%.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-16.67%	-16.67%	100.00%
PI	0.00%	-11.11%	100.00%
PII	0.00%	0.00%	100.00%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-100.00%	-100.00%	16.67%
PI	0.00%	-100.00%	11.11%
PII	0.00%	0.00%	10.00%
Clásica	-100.00%	-100.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-61.80%	-61.80%	61.80%
PI	0.00%	-59.80%	63.70%
PII	0.00%	0.00%	49.95%
Clásica	-25.06%	-29.46%	0.00%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	29.15%	29.15%	29.15%
PI	0.00%	31.09%	30.81%
PII	0.00%	0.00%	26.33%
Clásica	31.51%	30.98%	0.00%

Tabla 5-13. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 38.

### 5.4.8.3 NODO 49

En el nodo 49 se ubican un total de 1.606 casos, tal y como aparece en la Figura 5-34, de los que 1.227 (76.40%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 376 (23.41%) a la PII y 3 (0.19%) a la PI. En ningún caso se recurre al cálculo exacto como mejor regla en este nodo. El nodo 49 también muestra un comportamiento independiente del CSL objetivo, como el nodo 6 y el 38. Dentro del espacio de representación, se sitúa a la derecha de los nodos 6 y 38, y está limitado por  $0.133 < CV^2 \leq 0.386$  y  $1.615 < \mu_{R+L} \leq 2.490$ .

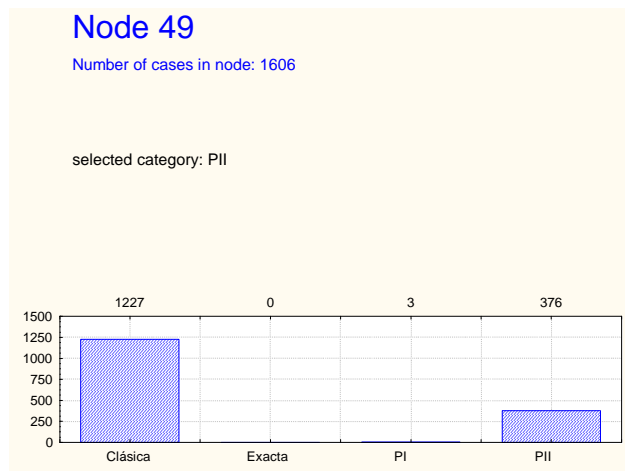


Figura 5-34. Nodo ID=49 del C&RT\_1.

Aunque el porcentaje de casos en los que la mejor regla es la clásica es mayor que aquellos en los que lo es PII, la elección de la PII como mejor regla para todo el nodo se justifica por la asimetría de la función de costes utilizada. Como en el nodo anterior, la aproximación clásica subestima el stock de referencia siempre que no es la mejor regla de cálculo, tal y como se refleja en la Tabla 5-14.

El EC1 para el nodo 49 es del 24.55%.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
PI	0.00%	-50.00%	50.00%
PII	0.00%	0.00%	50.00%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
PI	0.00%	-50.00%	50.00%
PII	0.00%	0.00%	11.11%
Clásica	-50.00%	-50.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
PI	0.00%	-50.00%	50.00%
PII	0.00%	0.00%	27.16%
Clásica	-11.31%	-13.05%	0.00%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
PI	0.00%	0.00%	0.00%
PII	0.00%	0.00%	10.00%
Clásica	19.19%	20.04%	0.00%

Tabla 5-14. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 49.

#### 5.4.8.4 NODO 58

En el nodo 58 se ubican un total de 1.089 casos, tal y como aparece en la Figura 5-35, de los que 534 (49.04%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 484 (44.44%) a la PII, 62 (5.69%) a la PI y 9 (0.83%) a la exacta. Dentro del espacio de representación, se sitúa por encima del nodo 49 y a la derecha del nodo 38. Está limitado por  $0.386 < CV^2 \leq 0.661$  y  $1.615 < \mu_{R+L} \leq 3.305$ .

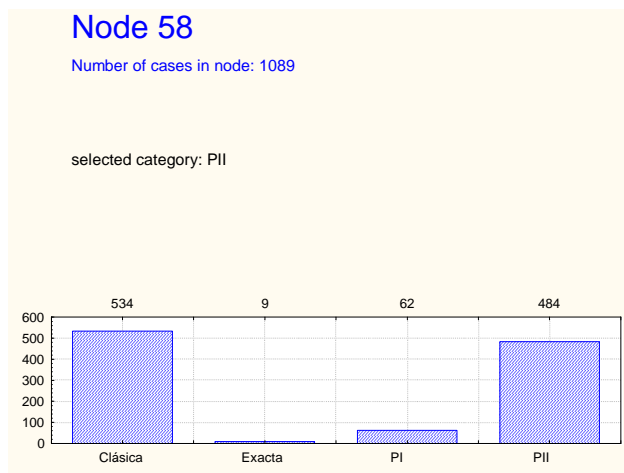


Figura 5-35. Nodo ID=58 del C&RT\_1.

Tal y como se muestra en Tabla 5-15, el comportamiento de las aproximaciones en el nodo 58 es muy similar al del nodo 49, aunque en este caso el cálculo exacto sí aparece como mejor regla. La aproximación clásica cuando no se observa como mejor regla siempre subestima el valor de S. El EC1 para el nodo 58 es del 31.96%.



Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-10.00%	-10.00%	50.00%
PI	0.00%	-10.00%	50.00%
PII	0.00%	0.00%	50.00%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-50.00%	-50.00%	10.00%
PI	0.00%	-50.00%	10.00%
PII	0.00%	0.00%	7.69%
Clásica	-50.00%	-50.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-38.52%	-38.52%	38.52%
PI	0.00%	-31.78%	31.78%
PII	0.00%	0.00%	24.02%
Clásica	-13.08%	-16.18%	0.00%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	15.29%	15.29%	15.29%
PI	0.00%	13.15%	13.15%
PII	0.00%	0.00%	10.13%
Clásica	17.49%	17.72%	0.00%

Tabla 5-15. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 58.

#### 5.4.8.5 NODO 80

En el nodo 80 se ubican un total de 850 casos, tal y como aparece en la Figura 5-36, de los que 569 (66.94%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 178 (20.94%) a la PII, 57 (6.71%) a la PI y 46 (5.41%) a la exacta. Dentro del espacio de representación está limitado por  $0.720 < CV^2 \leq 0.996$  y  $3.305 < \mu_{R+L} \leq 6.660$ , para un  $CSL \leq 0.97$ .

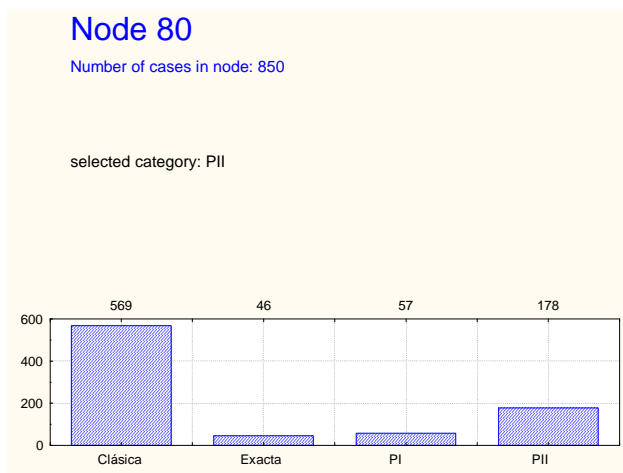


Figura 5-36. Nodo ID=80 del C&RT\_1.

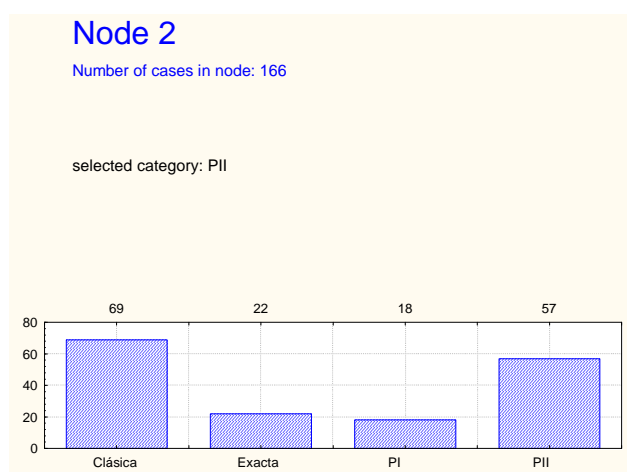
En la Tabla 5-16 se observa el comportamiento de las aproximaciones en función de la mejor regla. El error relativo promedio de las aproximaciones PI y PII cuando la mejor regla es el cálculo exacto es menor que en los anteriores nodos analizados, al situarse el nodo más a la derecha dentro del espacio de representación. Por otro lado, la aproximación clásica muestra errores relativos positivos y negativos cuando la mejor regla es la exacta, siendo siempre positivos cuando la mejor regla es PI o PII. El EC1 para el nodo 80 es mayor que en los nodos anteriores, exactamente del 55.88%.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-7.69%	-7.69%	33.33%
PI	0.00%	-7.14%	33.33%
PII	0.00%	0.00%	33.33%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-50.00%	-50.00%	-25.00%
PI	0.00%	-33.33%	7.14%
PII	0.00%	0.00%	6.67%
Clásica	-33.33%	-66.67%	0.00%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-19.52%	-21.84%	-5.20%
PI	0.00%	-17.55%	17.55%
PII	0.00%	0.00%	14.27%
Clásica	-10.41%	-11.76%	0.00%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	9.41%	12.07%	18.46%
PI	0.00%	5.88%	5.88%
PII	0.00%	0.00%	5.76%
Clásica	9.97%	10.79%	0.00%

Tabla 5-16. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 80.

#### 5.4.8.6 NODO 183\_2

En el nodo 183\_2 se ubican un total de 166 casos, tal y como aparece en la Figura 5-37, de los que 69 (41.57%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 57 (34.34%) a la PII, 18 (10.84%) a la PI y 22 (13.25%) a la exacta. Dentro del espacio de representación está limitado por  $CV^2 > 0.746$  y  $3.305 < \mu_{R+L} \leq 10.415$ , para un  $CSL > 0.97$ .



**Figura 5-37. Nodo ID=183\_2 del C&RT\_183**

En la Tabla 5-17 se observa que el error relativo promedio y la desviación estándar de las aproximaciones PI y PII son más pequeñas que en el nodo 80. Por otro lado, la aproximación clásica únicamente muestra errores relativos positivos, con independencia de la mejor regla seleccionada. El EC1 para este nodo es del 39.76%.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-2.17%	-2.17%	11.43%
PI	0.00%	-2.33%	17.65%
PII	0.00%	0.00%	15.15%
Clásica	0.00%	0.00%	0.00%

Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-5.56%	-5.56%	2.17%
PI	0.00%	-5.56%	2.70%
PII	0.00%	0.00%	2.13%
Clásica	-5.00%	-6.25%	0.00%

Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-2.95%	-3.06%	4.42%
PI	0.00%	-3.39%	7.95%
PII	0.00%	0.00%	5.13%
Clásica	-1.08%	-1.24%	0.00%

Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	0.91%	1.01%	2.41%
PI	0.00%	0.77%	4.39%
PII	0.00%	0.00%	2.55%
Clásica	1.87%	2.00%	0.00%

**Tabla 5-17. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 183\_2.**

### 5.4.9 Análisis de los nodos finales cuya mejor regla es la aproximación PI

Los errores de clasificación cuando la aproximación PI resulta ser la mejor regla siempre sobreestiman el stock de referencia (como PII). Por lo tanto los errores de clasificación que se cometen son siempre de naturaleza EC1.

#### 5.4.9.1 NODO 39

En el nodo 39 se ubican un total de 352 casos, tal y como aparece en la Figura 5-38, de los que 178 (50.57%) tienen a la aproximación PII como mejor regla, 161 (45.74%) a la PI y 13 (3.69%) a la exacta. La aproximación clásica no aparece en ningún caso como la mejor regla. Además, el nodo 39 es independiente del CSL objetivo, y está limitado dentro del espacio de representación por  $CV^2 > 0.573$  y  $\mu_{R+L} \leq 1.615$ .

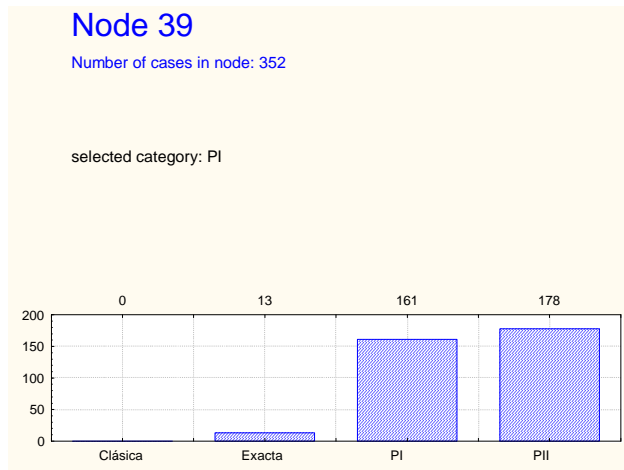


Figura 5-38. Nodo ID=39 del C&RT\_1.

En la Tabla 5-18 se observa los errores relativos de las aproximaciones en función de la mejor regla en cada caso. Como la aproximación PI siempre se comporta igual o mejor que la aproximación PII y no aparece la aproximación clásica como mejor regla observada, el EC1 en este caso es igual al porcentaje de casos en que la mejor regla es el cálculo exacto, es decir, del 3.69%. En todo el nodo la utilización de la aproximación clásica supone subestimar el cálculo exacto del stock de referencia.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-20.00%	-20.00%	100.00%
PI	0.00%	-5.00%	100.00%
PII	0.00%	0.00%	100.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-100.00%	-100.00%	20.00%
PI	0.00%	-100.00%	16.67%
PII	0.00%	0.00%	16.67%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-41.15%	-41.15%	58.21%
PI	0.00%	-31.85%	65.39%
PII	0.00%	0.00%	61.92%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	21.68%	21.68%	27.51%
PI	0.00%	15.31%	26.53%
PII	0.00%	0.00%	26.90%

Tabla 5-18. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 39.

#### 5.4.9.2 NODO 59

En el nodo 59 se ubican un total de 704 casos, tal y como aparece en la Figura 5-39, de los que 34 (4.83%) tienen a la aproximación clásica como mejor regla, 330 (46.87%) a la PII, 223 (31.68%) a la PI y 117 (16.62%) a la exacta. EL nodo 59 es independiente del CSL objetivo, y está limitado dentro del espacio de representación por  $CV^2 > 0.661$  y  $1.615 < \mu_{R+L} \leq 3.305$ .

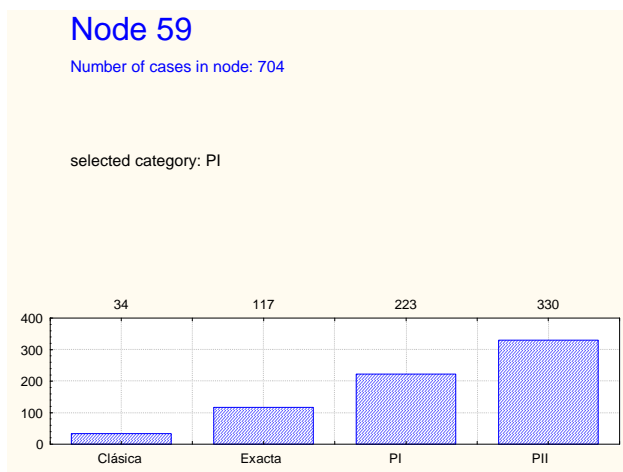


Figura 5-39. Nodo ID=59 del C&RT\_1.

En la Tabla 5-19 se observa que la aproximación clásica subestima el stock de referencia en todos los casos en que no es seleccionada como mejor regla, es decir en el 95.17% de los casos. El EC1 que se comete en el nodo cuando PI es la mejor regla es del 21.45%.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-3.23%	-4.35%	100.00%
PI	0.00%	-3.33%	100.00%
PII	0.00%	0.00%	100.00%
Clásica	-7.14%	-7.14%	0.00%

Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-50.00%	-100.00%	6.67%
PI	0.00%	-66.67%	6.25%
PII	0.00%	0.00%	5.88%
Clásica	-50.00%	-50.00%	0.00%

Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-25.97%	-28.26%	32.56%
PI	0.00%	-23.62%	41.18%
PII	0.00%	0.00%	27.16%
Clásica	-23.94%	-23.94%	0.00%

Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	13.37%	16.25%	17.44%
PI	0.00%	12.36%	21.97%
PII	0.00%	0.00%	16.95%
Clásica	9.39%	9.39%	0.00%

Tabla 5-19. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 59.

### 5.4.9.3 NODO 81\_2

En el nodo 81\_2 se ubican un total de 352 casos, tal y como aparece en la Figura 5-40, de los que 15 (12.50%) tienen a la aproximación PII como mejor regla, 64 (53.33%) a la PI y 41 (34.17%) a la exacta. La aproximación clásica no aparece en ningún caso como la mejor regla. El nodo 81\_2 aparece para  $CSL \leq 0.97$  y está limitado dentro del espacio de representación por  $CV^2 > 0.99$  y  $3.305 < \mu_{R+L} \leq 4.515$ .

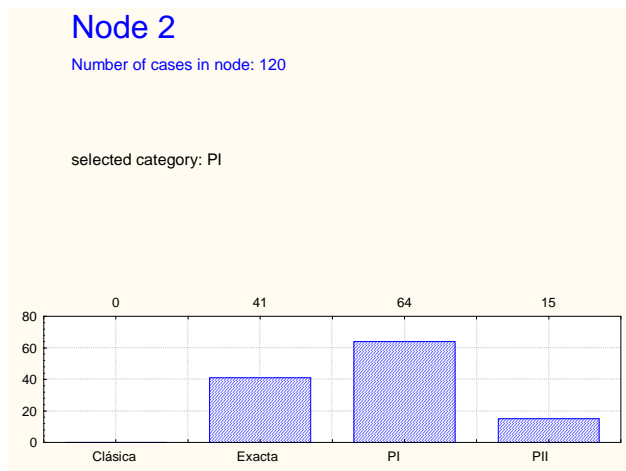


Figura 5-40. Nodo ID=81\_2 del C&RT\_81.

En la Tabla 5-20 se observa los errores relativos de las aproximaciones en función de la mejor regla observada en cada caso. El EC1 para el nodo es igual al porcentaje de casos en que la mejor regla es el cálculo exacto, es decir, del 34.17%. La utilización de la aproximación clásica subestima el stock de referencia en todos los casos del nodo.

Mejor Regla	Error relativo máximo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-4.76%	-4.76%	50.00%
PI	0.00%	-4.55%	75.00%
PII	0.00%	0.00%	75.00%
Mejor Regla	Error relativo mínimo		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-33.33%	-66.67%	10.00%
PI	0.00%	-40.00%	11.76%
PII	0.00%	0.00%	12.50%
Mejor Regla	Error relativo promedio		
	PI	PII	Clásica
Exacta	-16.37%	-23.89%	25.97%
PI	0.00%	-15.91%	33.96%
PII	0.00%	0.00%	38.52%
Mejor Regla	Desviación estándar		
	PI	PII	Clásica
Exacta	7.97%	14.10%	9.19%
PI	0.00%	8.04%	15.09%
PII	0.00%	0.00%	17.83%

Tabla 5-20. Máximo, mínimo, promedio y desviación estándar del error relativo por aproximación en función de la mejor regla en el nodo 81\_2.





---

## **CAPÍTULO 6. Metodología para la estimación eficiente del stock de referencia**

---



## 6.1 Introducción

En el presente capítulo se establece la metodología objeto de la presente tesis. Para ello se cuantifica y cualifica el riesgo asociado a la utilización de las aproximaciones en cada una de las zonas o nodos finales establecidos en el capítulo anterior. Esto proporciona un marco de referencia que se utiliza para establecer una metodología para la estimación eficiente del stock de referencia para ítems tipo A, B y C en función de criterios clásicos de gestión.

## 6.2 Identificación del riesgo asociado al uso de las aproximaciones

A través del análisis exploratorio se han identificado, dentro de un nuevo espacio de representación las zonas de comportamiento homogéneo de las aproximaciones. En cada zona se establece una clase predictora, que corresponde con el método más eficiente para calcular el stock de referencia, cuyo error de clasificación se cualifica y cuantifica en el capítulo anterior. Sin embargo, en la práctica es importante conocer los errores de clasificación que se comete en cada zona cuando se utiliza una aproximación cualquiera para todo los casos, incluyendo aquellos nodos en los que la mejor regla es el cálculo exacto. Con este objetivo se sintetiza, en la Tabla 6-1, para cada nodo y por aproximación el porcentaje de casos mal clasificados y su naturaleza (EC1 y EC2).

La Tabla 6-1 se estructura como sigue. En la primera columna se sitúa el número que identifica al nodo, seguido de la mejor regla seleccionada por el modelo y del número de casos. En la tercera columna aparece el porcentaje de casos en los que la aproximación clásica, PII, PI y el cálculo exacto respectivamente son la mejor regla observada para el nodo. Seguidamente, para cada aproximación se indica el EC1 y el EC2 cuando dicha aproximación se utiliza en todo el nodo como mejor regla, así como el error relativo medio y la desviación típica en la que incurren en la determinación de S con respecto al cálculo exacto.

La información de la Tabla 6-1 proporciona un marco de referencia para la selección del mejor método de cálculo de S en función de criterios propios de la actividad empresarial como puede ser la criticidad del ítem, su coste, los costes de almacenamiento y de obsolescencia o el coste asociado a una rotura de stock entre otros, conociendo el riesgo que conlleva su uso.

Para facilitar el análisis, la información recogida en la Tabla 6-1 se ha transportado al espacio de representación  $CV^2_{\mu_{R+L}}$  donde se observa con más detalle el comportamiento de las aproximaciones en cada zona.

Nodo	Num. casos	MR	Casos (%)				clásica (%)						PII (%)			PI (%)		
			Clásica	PII	PI	Exacto	EC1	$\mu$	$\sigma$	EC2	$\mu$	$\sigma$	EC1	$\mu$	$\sigma$	EC1	$\mu$	$\sigma$
48	2.068	Clásica	89.85	9.86	0.00	0.29	-50.00	—	9.86	26.58	9.17	20.94	-43.52	9.56	19.34	-43.46	9.66	
57	380	Clásica	87.37	8.95	0.00	3.68	-35.71	6.05	8.95	29.66	4.20	36.32	-37.32	7.35	32.63	-37.32	7.35	
55	1.638	Clásica	92.37	5.19	0.00	2.44	-25.49	3.52	5.19	14.39	3.71	16.24	-23.56	4.87	16.24	-23.56	4.87	
76	366	Clásica	95.36	4.64	0.00	0.00	—	—	4.64	12.57	1.75	9.29	-14.90	1.84	9.02	-14.92	1.87	
79	683	Clásica	93.41	0.15	0.00	6.44	-11.14	1.93	0.15	9.09	—	14.20	-10.64	1.93	14.06	-10.73	1.89	
144	1.454	Clásica	94.36	0.00	0.00	5.64	-1.28	1.11	0.00	—	—	5.64	-1.28	1.11	5.64	-1.28	1.11	
182	7.027	Clásica	95.25	0.64	0.03	4.08	-2.12	1.92	0.67	7.55	1.92	4.74	-2.85	2.76	4.71	-2.84	2.76	
66_13	272	Clásica	90.44	5.88	0.00	3.68	-21.00	2.11	5.88	16.50	2.45	35.29	-19.49	2.83	31.99	-19.68	2.81	
6	16.973	PII	29.66	68.86	1.40	0.08	—	—	70.34	73.73	28.83	10.06	-82.32	15.95	5.77	-79.54	26.98	
38	1.848	PII	9.52	71.81	15.96	2.71	—	—	90.48	52.73	27.78	24.13	-58.11	29.47	7.25	-55.00	27.02	
49	1.606	PII	76.40	23.41	0.19	0.00	—	—	23.60	27.34	10.16	24.55	-41.00	10.98	21.11	-40.95	10.88	
58	1.089	PII	49.04	44.44	5.69	0.83	—	—	50.96	25.12	10.99	31.96	-31.48	12.08	20.94	-32.15	12.22	
80	850	PII	66.94	20.94	6.71	5.41	-17.21	4.03	29.41	15.34	6.24	55.88	-18.31	8.42	45.41	-17.67	7.06	
183_2	166	PII	41.57	34.34	10.84	13.25	—	—	58.43	5.49	3.15	39.76	-3.56	1.01	24.10	-3.49	1.02	
39	352	PI	0.00	50.57	45.74	3.69	—	—	100.00	63.37	26.75	49.43	-32.55	15.98	3.69	-41.15	21.68	
59	704	PI	4.83	46.87	31.68	16.62	—	—	95.17	32.77	19.83	53.13	-25.10	13.62	21.45	-25.51	12.58	
81_2	120	PI	0.00	12.50	53.33	34.17	—	—	100.00	75.00	14.36	87.50	-19.02	11.45	34.17	-16.37	7.95	
183_3	834	Exacta	83.21	0.60	0.00	16.19	-1.16	0.56	1.20	2.03	0.06	20.62	-1.48	0.77	20.50	-1.46	0.73	
56	985	Exacta	85.18	0.51	0.00	14.31	-39.83	8.16	0.51	31.67	3.73	35.33	-39.08	7.93	34.11	-39.29	8.00	
66	6.656	Exacta	65.91	0.24	0.00	33.85	-21.12	5.83	0.24	22.87	3.53	47.21	-21.47	6.08	46.59	-21.42	6.03	
78	683	Exacta	85.36	0.29	0.00	14.35	-12.75	1.94	0.29	10.56	0.79	22.55	-12.76	2.11	22.55	-12.76	2.11	
81_3	210	Exacta	9.05	29.05	17.61	44.29	—	—	90.95	17.50	8.92	70.95	-17.82	10.88	53.33	-13.76	6.38	
82	56.345	Exacta	18.78	0.04	0.02	81.16	-5.14	4.28	0.21	11.47	4.46	82.15	-5.36	4.72	82.11	-5.31	4.58	
145	12.632	Exacta	58.13	0.19	0.06	41.62	-2.28	2.02	0.48	5.25	2.10	42.84	-2.41	2.13	42.76	-2.39	2.10	

Tabla 6-1. EC1 y EC2 por aproximación y nodo final.

### 6.2.1 Error de clasificación EC1 en el espacio de representación

Como se expone en el capítulo 5, el error de clasificación EC1 indica el porcentaje de casos en los que utilizar una aproximación garantiza el criterio de diseño del sistema pero sobreestima el stock de referencia. Tanto la aproximación clásica como PII y PI presentan esta tipología de error.

En las Figuras 6-1, 6-2, 6-3 y 6-4 se sitúan, en el espacio  $CV^2 \perp \mu_{R+L}$ , los EC1 que cometen las aproximaciones cuando se utilizan como mejor regla en cada uno de los nodos. Además, se incluye también la desviación relativa media y la desviación estándar del error para cada caso.

Del análisis de los EC1 dentro del espacio de representación se extrae que:

- La aproximación clásica no presenta EC1 cuando  $\mu_{R+L} \leq 1.615$ . A partir de este valor de  $\mu_{R+L}$ , el EC1 empieza a crecer, siendo menor cuanto mayor es el  $CV^2$ . Además, el EC1 es mayor cuanto menor es el CSL. Por tanto, para la aproximación clásica el EC1 aumenta con  $\mu_{R+L}$  y disminuye con  $CV^2$  y con el CSL objetivo.
- El EC1 de la aproximación PII, sin embargo, aumenta al aumentar el  $CV^2$  y disminuyen al aumentar  $\mu_{R+L}$ . También en este caso, el error de clasificación es mayor cuanto menor es el CSL.
- Con respecto a la aproximación PI, la tendencia es similar a PII. Como es de esperar los EC1 de la PI son menores que los de la PII. La diferencia entre ambas es más evidente cuanto menor es  $\mu_{R+L}$  y mayor es el  $CV^2$ , siendo prácticamente iguales para valores de  $\mu_{R+L} > 3.305$  y de  $CV^2 < 0.75$ .
- Si se comparan los EC1 de las tres aproximaciones se observa que, independientemente del CSL objetivo, para valores de demanda  $\mu_{R+L} > 6.66$ , las tres aproximaciones muestran valores muy similares. Sin embargo para valores de demanda pequeños, la aproximación clásica muestra EC1 muy inferiores a PII y PI. Esta diferencia es mayor cuanto mayor es el  $CV^2$ .
- Con respecto a la media y desviación típica de los errores relativos, las tres aproximaciones muestran valores muy similares en todos los nodos, a pesar de que el EC1 respectivo sea distinto. Para valores de demanda pequeños, los errores relativos y sus respectivas desviaciones estándar medias son muy grandes. Esto se debe a que, en esas condiciones, el stock de referencia toma valores pequeños lo que produce que, pequeñas diferencias absolutas, se tornen grandes en términos relativos.

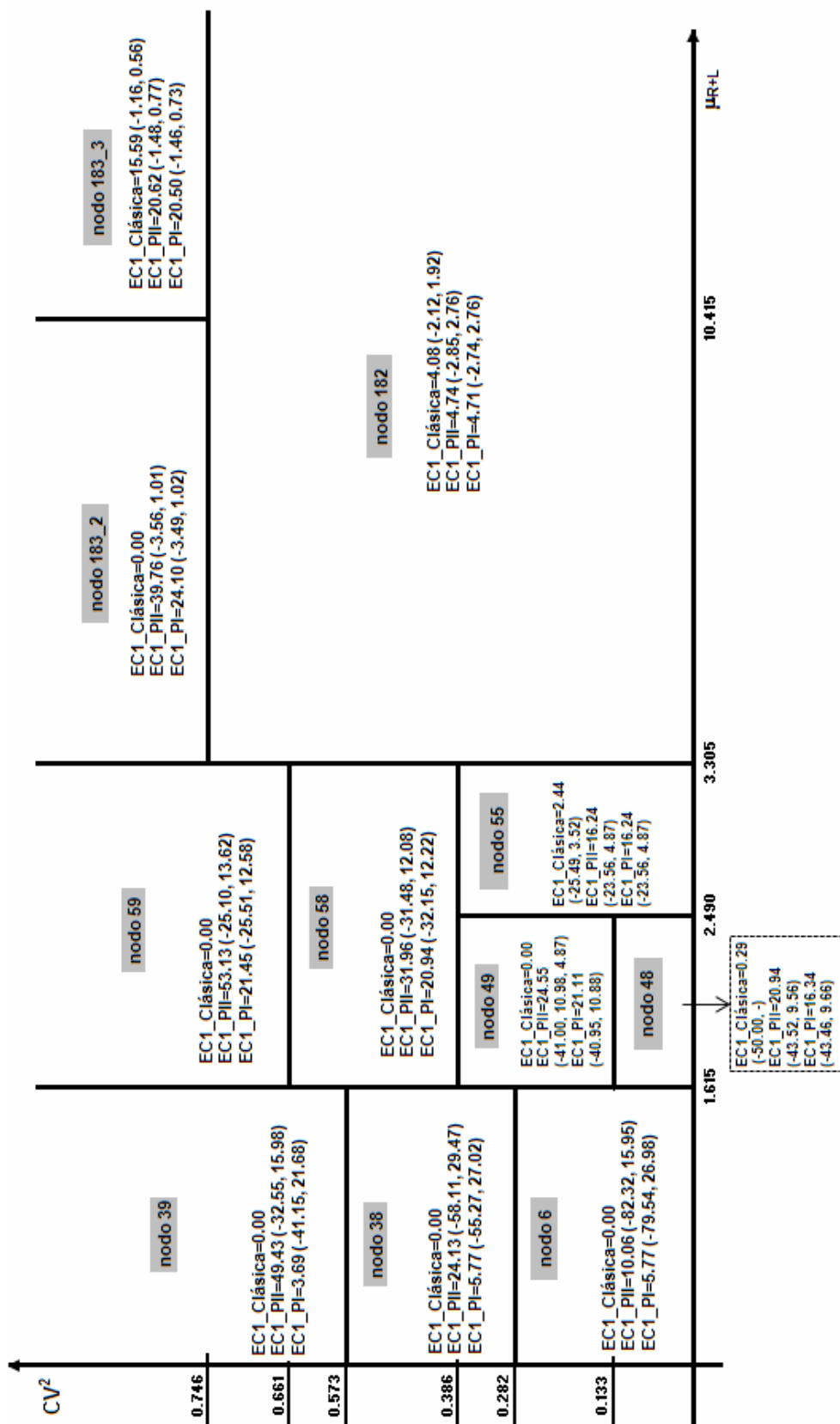


Figura 6-1. EC1, media y desviación por nodo de las aproximaciones clásica, PII y PI para un CSL>0.97.

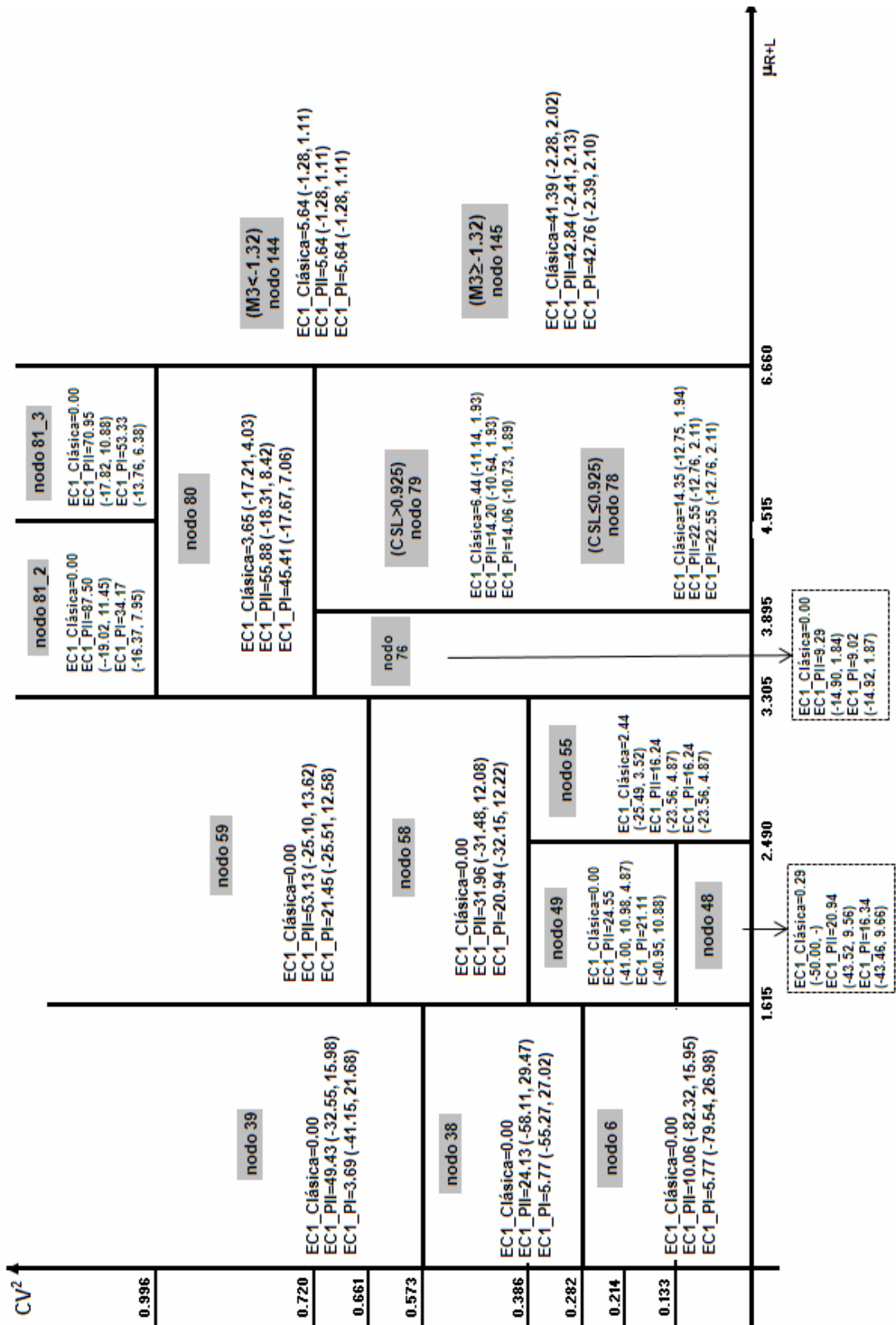


Figura 6-2. EC1, media y desviación por nodo de las aproximaciones clásica, PII y PI para un  $0.875 < CSL \leq 0.97$ .

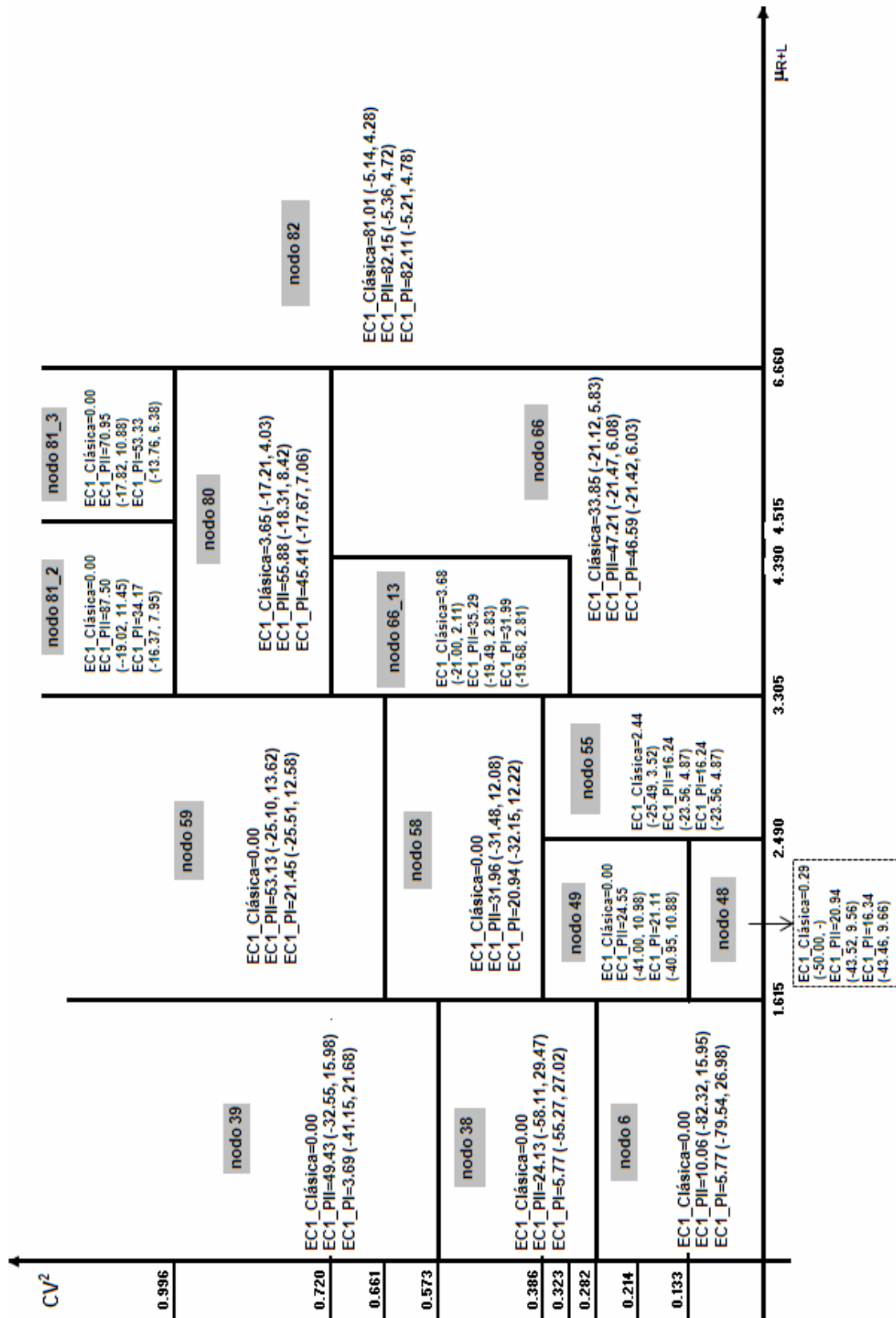


Figura 6-3. EC1, media y desviación por nodo de las aproximaciones clásica, PII y PI para un  $0.72 < CSL \leq 0.875$ .



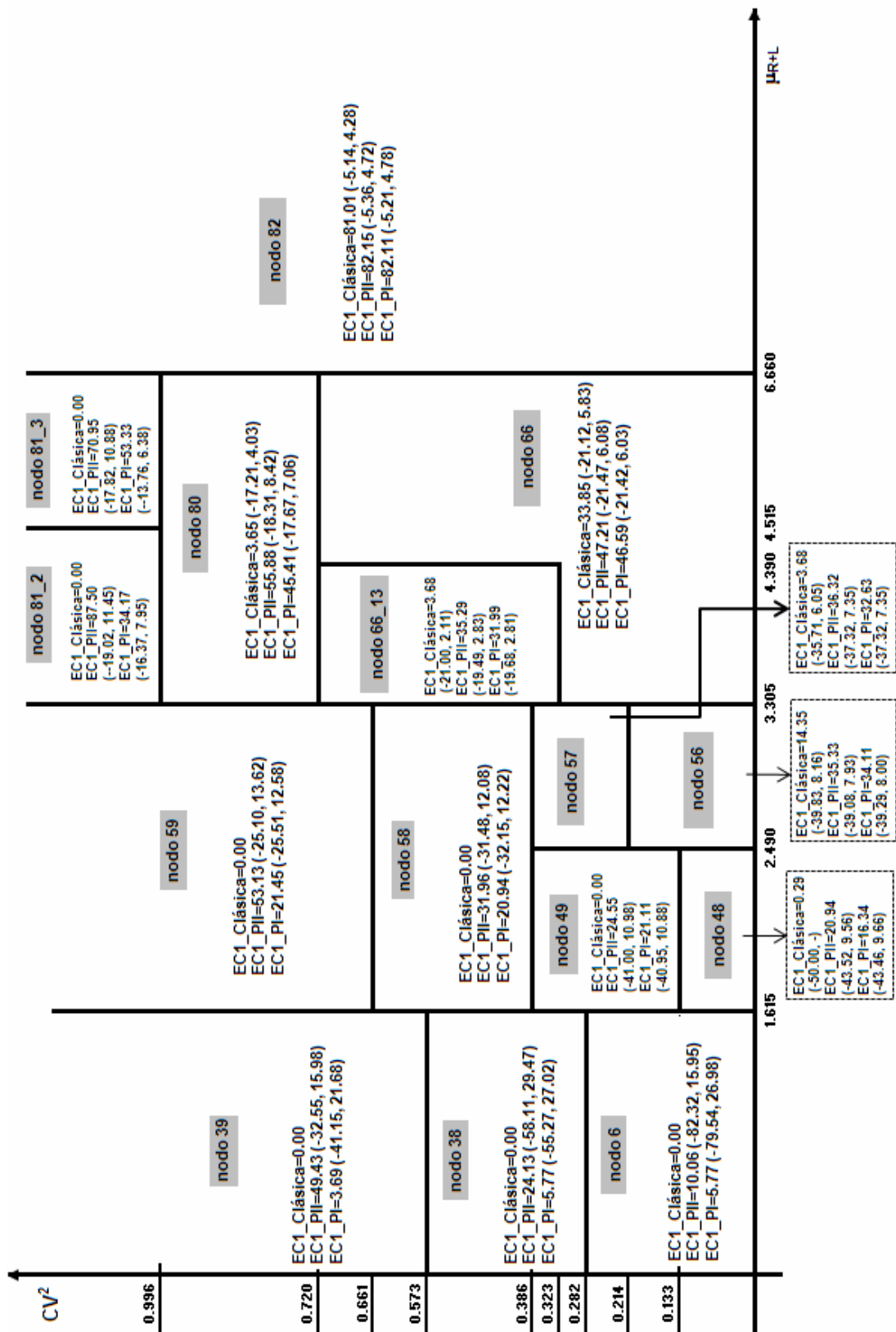


Figura 6-4. EC1, media y desviación por nodo de las aproximaciones clásica, PII y PI para un  $CSL \leq 0.72$

### 6.2.2 Error de clasificación EC2 en el espacio de representación

El EC2 mide el porcentaje de casos en los que el uso de una aproximación para determinar el stock de referencia **no** garantiza el nivel de servicio de ciclo objetivo de diseño. En este tipo de error únicamente incurre la aproximación clásica.

En las Figuras 6-5, 6-6, 6-7, y 6-8 se ubica el EC2 que comete la aproximación clásica para cada uno de los nodos finales, dentro del espacio de representación, junto con la desviación relativa media y la desviación estándar correspondiente para los casos mal clasificados. En ellas se observa que el EC2 es muy elevado cuando la  $\mu_{R+L}$  es pequeña y el  $CV^2$  grande, alcanzando incluso valores del 100% en nodos como el 39 o el 81\_2. Lo que a efectos prácticos significa que utilizar la aproximación clásica para calcular  $S$  en estos nodos, implica no cumplir en ningún caso con el criterio de diseño objetivo. Además, cuanto menor es la demanda, más elevados son los EC2 para niveles de  $CV^2$  menores.

Comparando el EC2 con el EC1 de la aproximación clásica, se observa que, sin ser complementarios, el EC2 es mayor en aquellos nodos en los que el EC1 es menor, puesto que la tendencia del EC2 es aumentar cuando disminuye  $\mu_{R+L}$  y aumenta el  $CV^2$ , mientras que la tendencia para EC1 es contraria, aumenta con  $\mu_{R+L}$  y disminuye con  $CV^2$ .

Es difícil observar alguna relación entre el EC2 y el CSL objetivo puesto que los mayores valores de EC2 aparecen en aquellos nodos que son independientes del CSL.

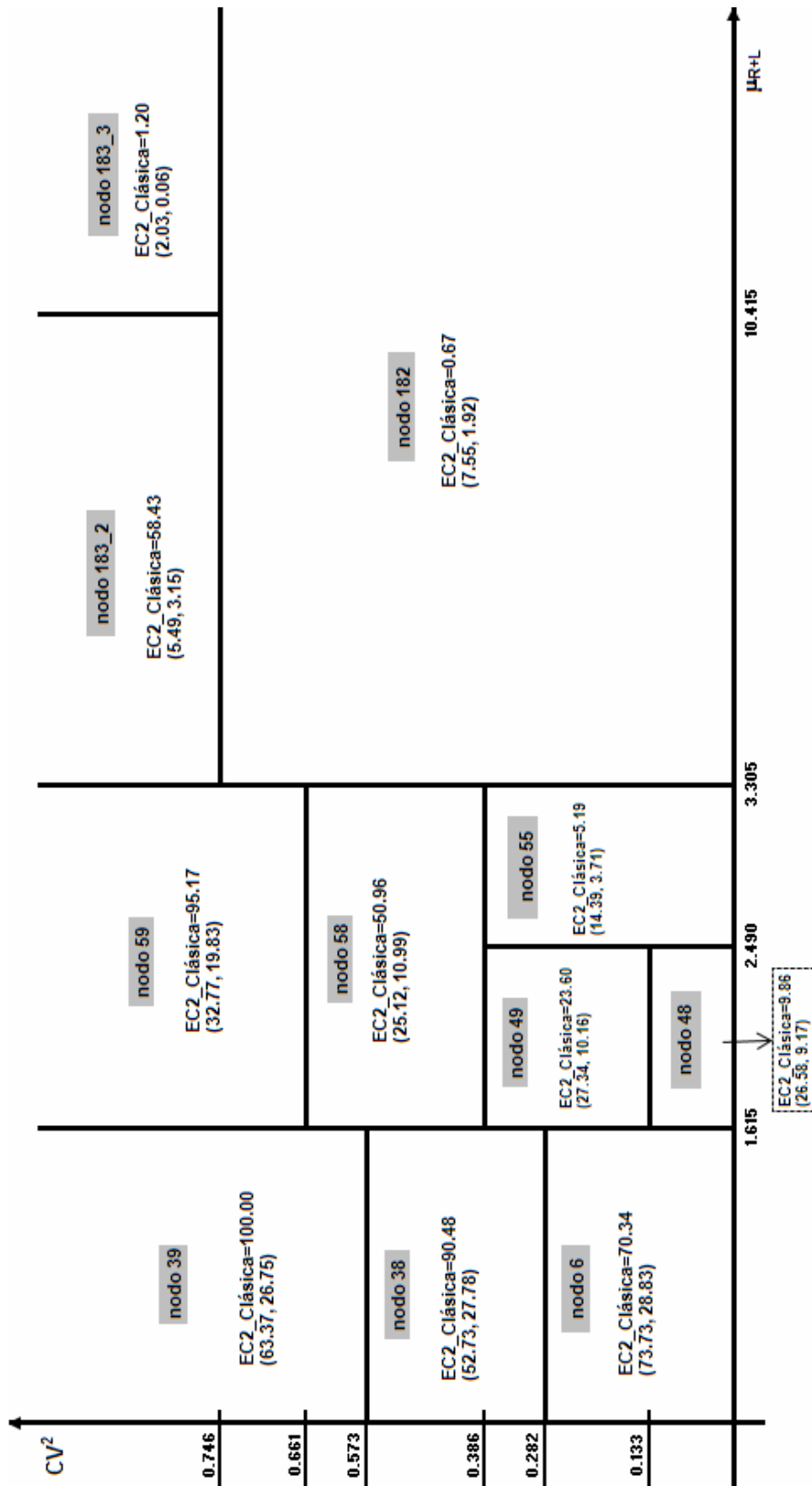


Figura 6-5. EC2, media y desviación por nodo de las aproximaciones clásica, PII y PI para un  $CSL > 0.97$ .

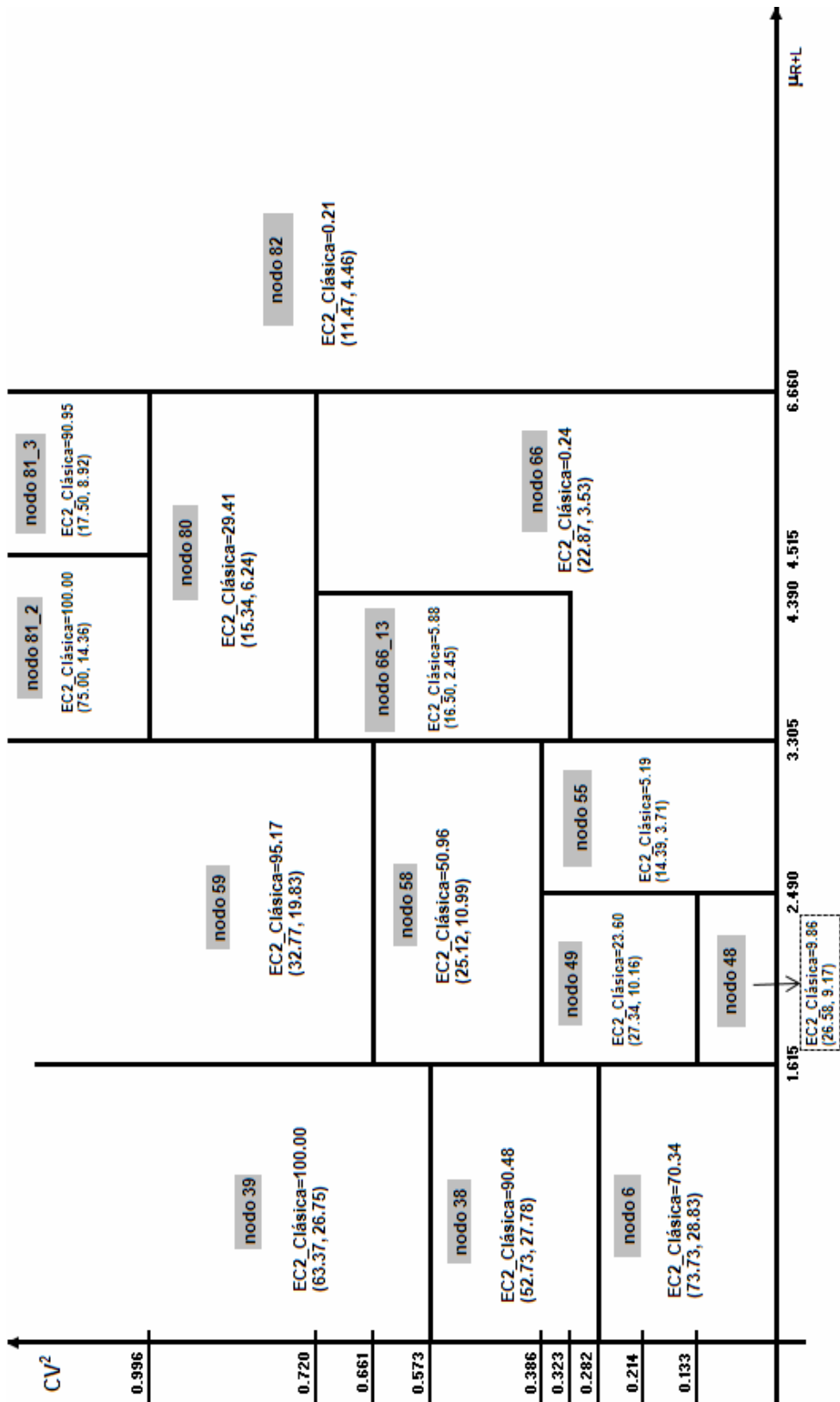


Figura 6-6. EC2, media y desviación por nodo de las aproximaciones clásica, PII y PI para un  $0.875 < CSL \leq 0.97$ .

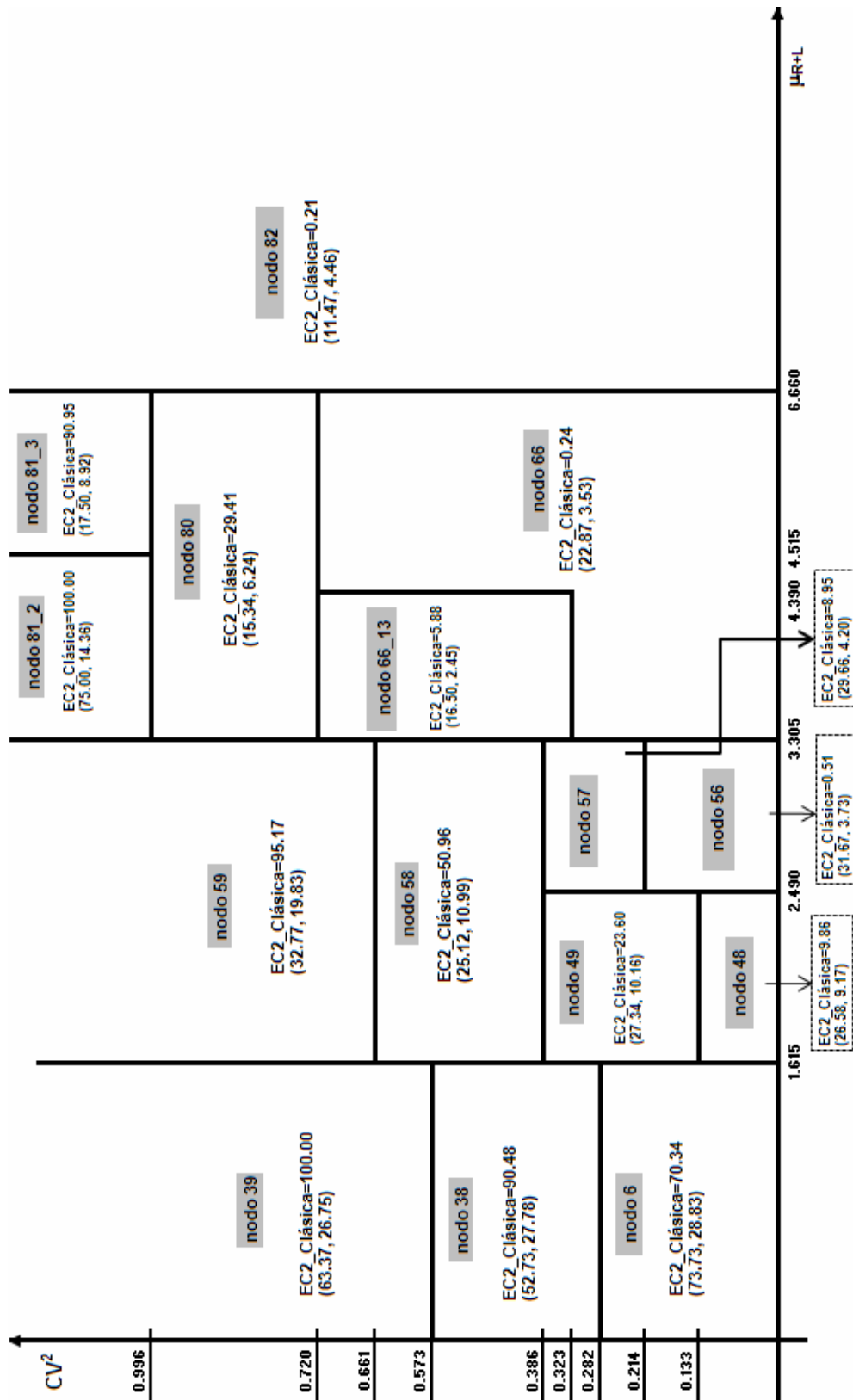


Figura 6-7. EC2, media y desviación por nodo de las aproximaciones clásica, PII y PI para un  $0.72 < CSL \leq 0.875$ .

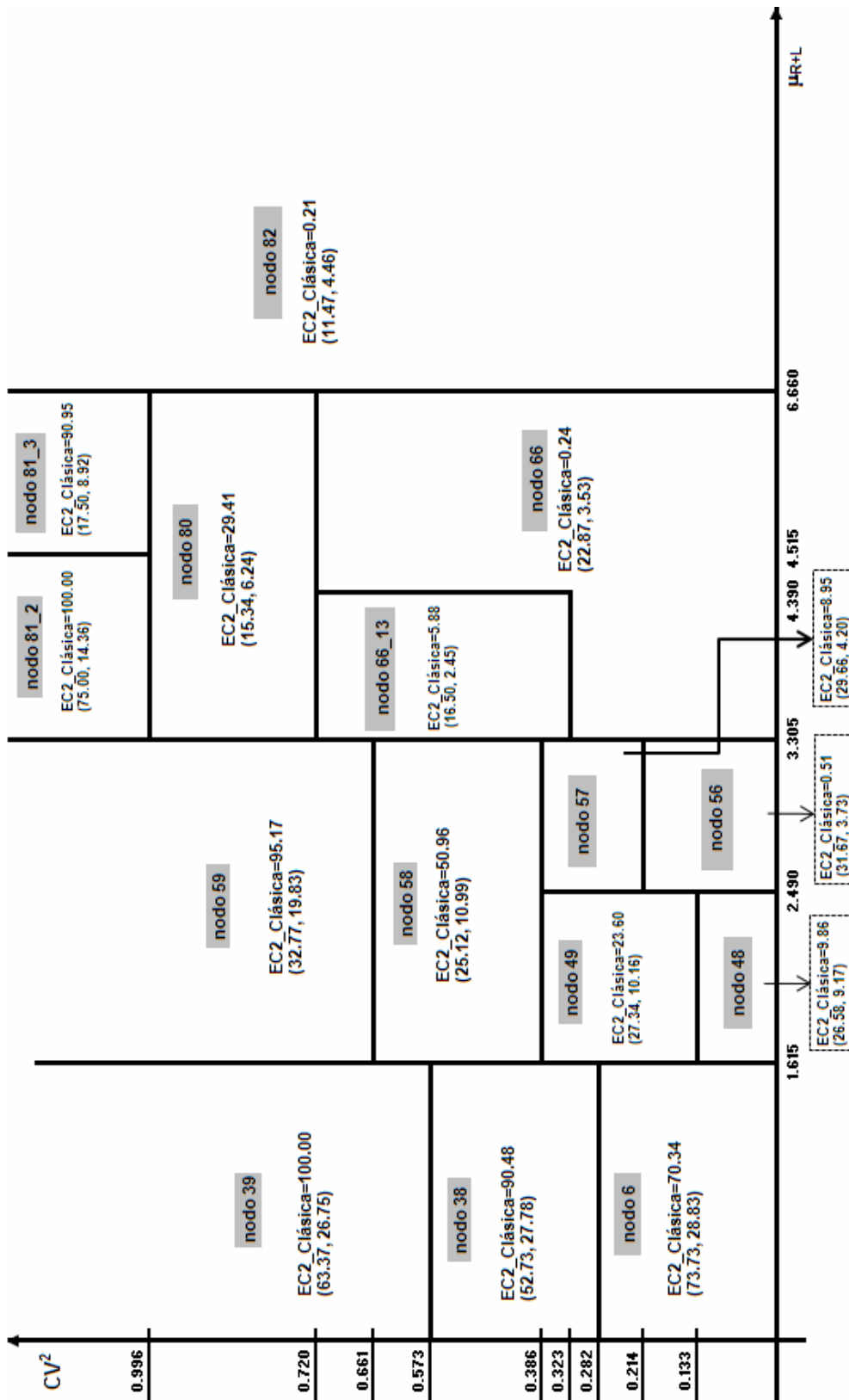


Figura 6-8. EC2, media y desviación por nodo de las aproximaciones clásica, PII y PI para un  $CSL \leq 0.72$

### 6.3 Metodología propuesta para su aplicación práctica

Una vez analizadas las implicaciones de utilizar cada una de las aproximaciones en las zonas de comportamiento común, se hace necesario construir reglas de aplicación para su utilización en el ámbito empresarial. El diseño de estas reglas depende de distintos factores tales como la importancia del ítem para el negocio. En base a esto, se propone una metodología para determinar el stock de referencia  $S$  para una política  $(R, S)$ .

La importancia del ítem para el negocio se establece mediante una clasificación ABC, como se explica en el capítulo 2. Los ítems clasificados como A requieren niveles de servicio de ciclo elevados siendo el coste de incurrir en roturas de stock alto. Los ítems tipo B se gestionan bajo condiciones de servicio más relajadas siendo el coste de roturas también menor. Los ítems tipo C requieren niveles de servicio bajos, no justificándose, por su relativamente baja importancia para el negocio, el uso de métodos de cálculo y procedimientos de control demasiado sofisticados.

A continuación se propone una metodología para el cálculo del stock de referencia para ítems tipo A, B y C. Para cada tipología de ítem se establece un EC1 y un EC2 máximo con el fin de seleccionar, por nodo, la aproximación de cálculo más sencilla que los cumple. Obviamente, al variar los valores máximos permitidos de EC1 y EC2, varía la propuesta, teniendo como marco de referencia la Tabla 6-1, que recoge la información necesaria para definir otras metodologías de estimación de  $S$  apropiadas para otros escenarios, como por ejemplo la gestión de repuestos.

Por último, dado que demanda media y la desviación estándar de los errores de clasificación son muy similares para las tres aproximaciones, únicamente se valora el porcentaje de casos mal clasificados para la propuesta.

#### 6.3.1 Propuesta para ítems tipo A

Los ítems clasificados como A son los de mayor criticidad para el negocio por lo que exigen de un procedimiento de diseño del sistema que cumpla con el criterio de servicio, en este caso con el CSL objetivo, con el fin de evitar roturas de stock excesivas. Por tanto, la selección de la aproximación más adecuada por nodo se basa en escoger la de cálculo más sencillo cuyo  $EC1 \leq 25\%$  y  $EC2 \leq 1\%$ . En los nodos en los que no sea posible cumplir con este criterio, se recurrirá al cálculo exacto.

Escoger un EC1 del 25% implica que, como mucho, en el 25% de los casos se sobreestima el CSL objetivo, lo que, si bien tiene un impacto negativo en el inventario medio por ciclo, asegura una mayor protección frente a posibles fluctuaciones de la demanda. Escoger un  $EC2 \leq 1\%$  implica que como máximo en un 1% de ocasiones se asume el riesgo de que el stock de referencia sea menor que el exacto.

Respecto al CSL objetivo, aunque los ítems tipo A se gestionan habitualmente bajo condiciones de servicio elevadas, no se impone restricción ninguna a este respecto. Por tanto, según las condiciones de selección y los valores de EC1 y EC2 recogidos en la Tabla 6-20, se propone como metodología para calcular el stock de referencia en políticas (R, S) para ítems tipo A el mapa de la Figura 6-9 para un  $CSL > 0.97$ , el mapa de la Figura 6-10 para un  $0.875 < CSL \leq 0.97$ , el mapa de la Figura 6-11 para un  $0.72 < CSL \leq 0.875$  y el mapa de la Figura 6-12 para un  $CSL \leq 0.72$ .

Por lo general, en los cuatro mapas se utilizan aproximaciones más complejas cuanto mayor es el  $CV^2$ . Según el mapa de la Figura 6-9, para un  $CSL > 0.97$  no es necesario recurrir al cálculo exacto para calcular S, puesto que, en cada una de las zonas existe al menos una aproximación que cumple con el EC1 y el EC2 establecido. Se observa que, para valores de  $\mu_{R+L} \leq 3.305$  se utiliza la aproximación PII si el  $CV^2$  es pequeño, y la aproximación PI cuando es mayor. Para valores de  $\mu_{R+L}$  mayores y  $CV^2 \leq 0.746$ , la aproximación clásica es el método de cálculo más eficiente. Cuando  $CV^2 > 0.746$  se utiliza la aproximación PI si  $\mu_{R+L} \leq 10.415$  y la PII para el resto.

En los mapas de las Figura 6-10, 6-11 y 6-12 se necesita recurrir al cálculo exacto en un número mayor de nodos. Esta tendencia aumenta según disminuye el CSL, lo cual es de esperar puesto que las aproximaciones muestran errores de estimación mayores cuanto menor es el CSL. La aproximación clásica, por el contrario, deja de ser la opción más eficiente en determinadas zonas, por ejemplo cuando  $\mu_{R+L} > 3.305$ , al disminuir el nivel de servicio. De hecho, no aparece en los mapas de las Figuras 6-11 y 6-12.



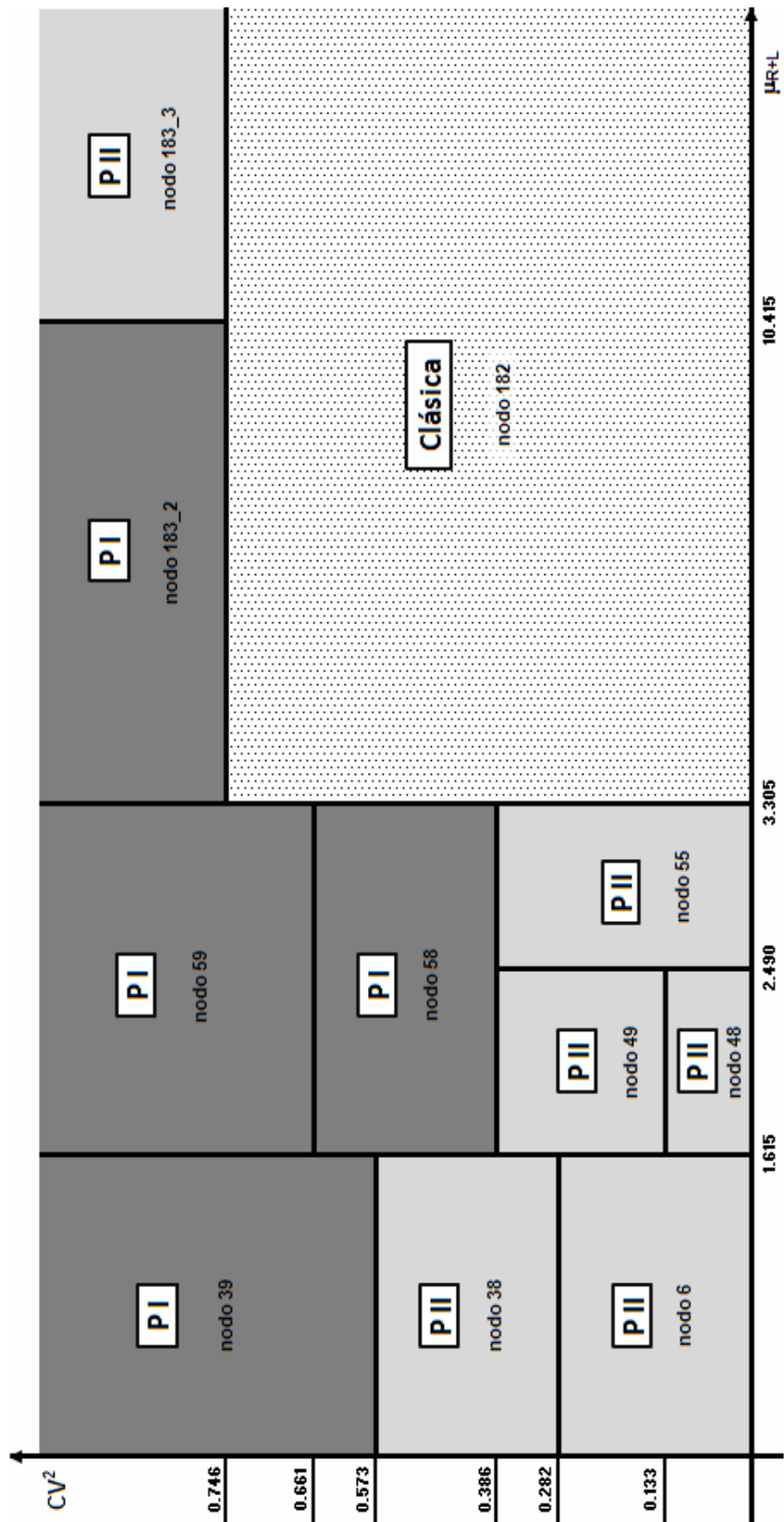


Figura 6-9. Metodología propuesta para determinar S en un modelo (R, S) para ítems tipo A para  $CSL > 0.97$ .

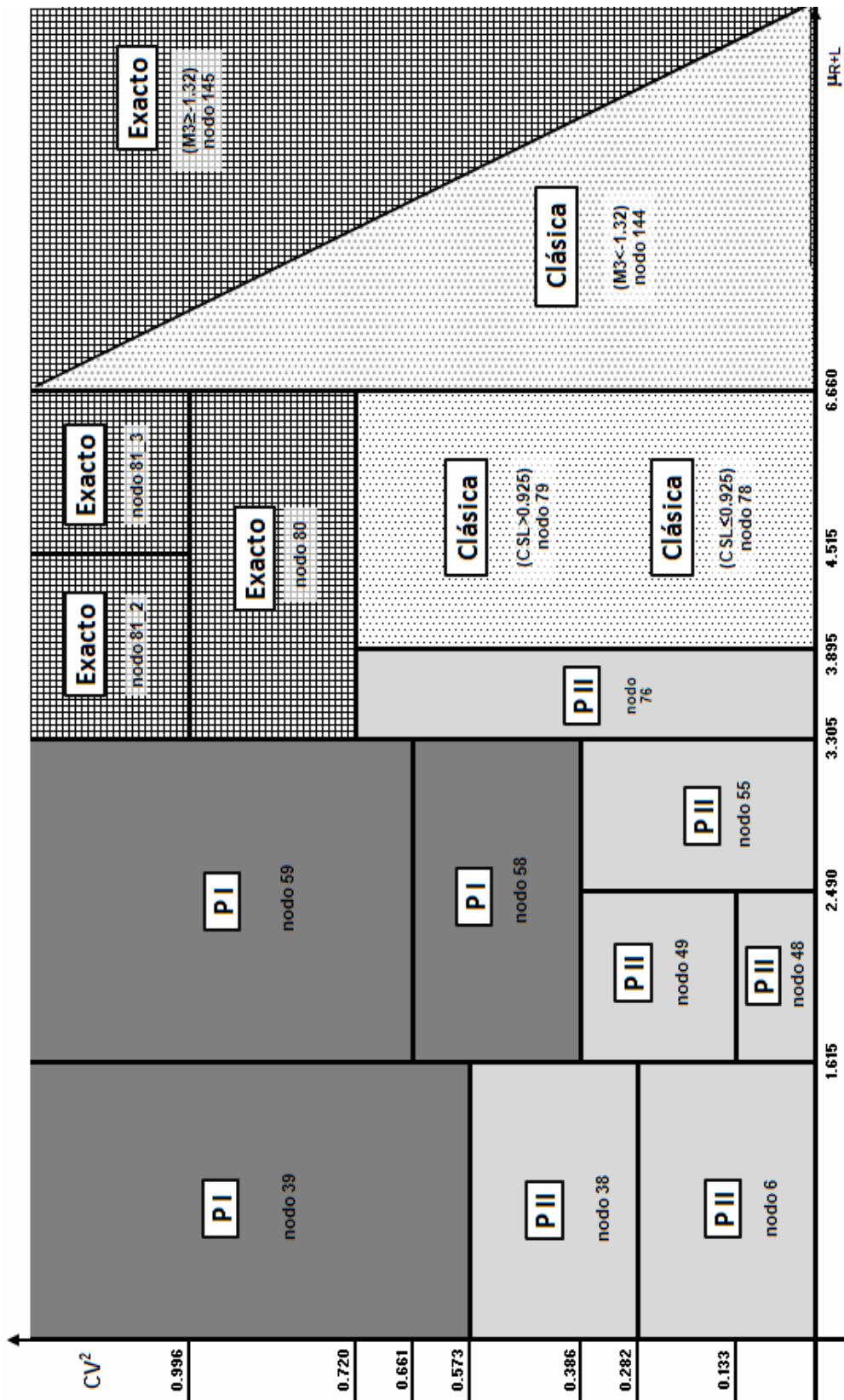


Figura 6-10. Metodología propuesta para determinar S en un modelo (R, S) para ítems tipo A para  $0.875 < CSL \leq 0.97$ .

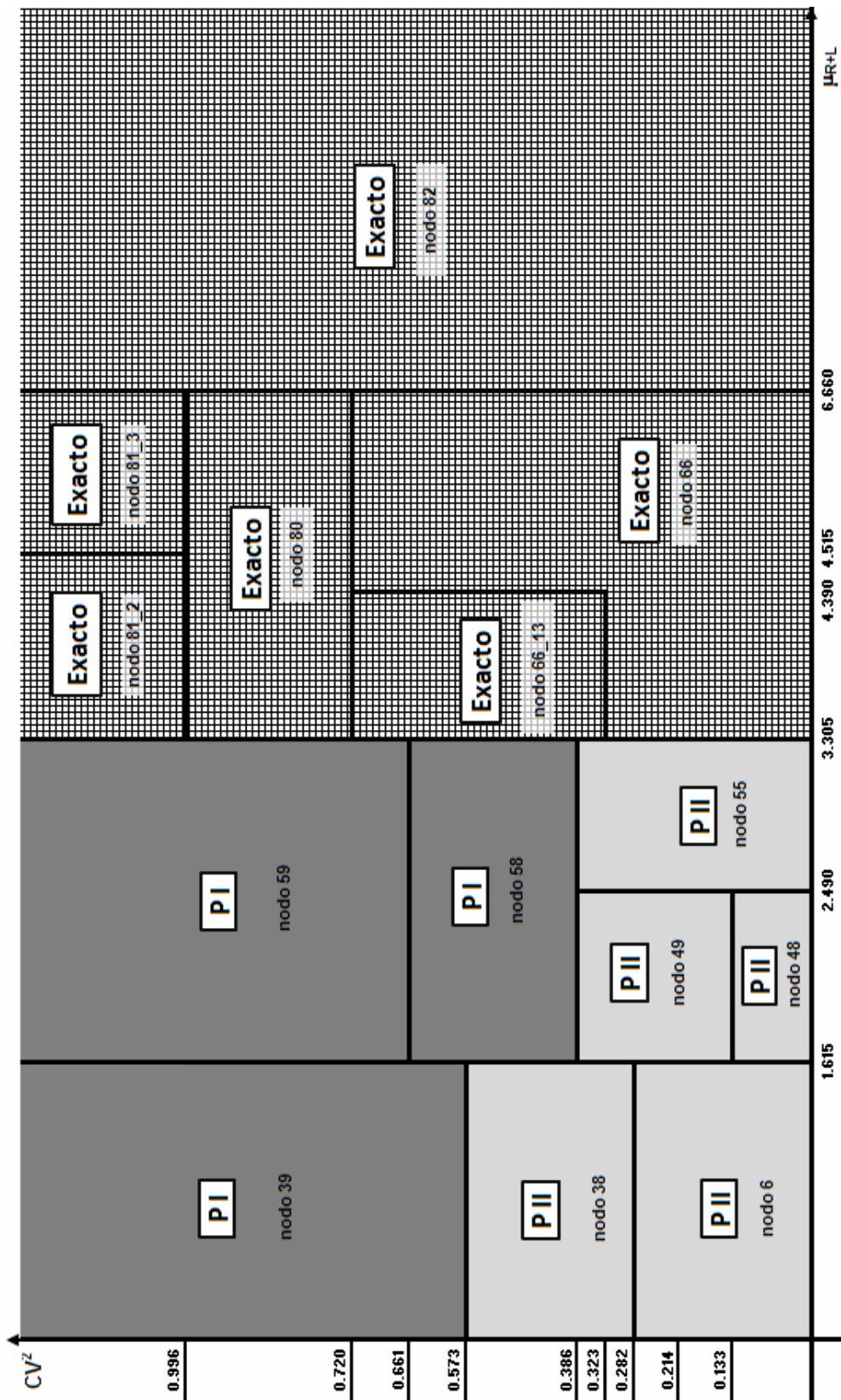


Figura 6-11. Metodología propuesta para determinar S en un modelo (R, S) para ítems tipo A para  $0.72 < CSL \leq 0.875$ .

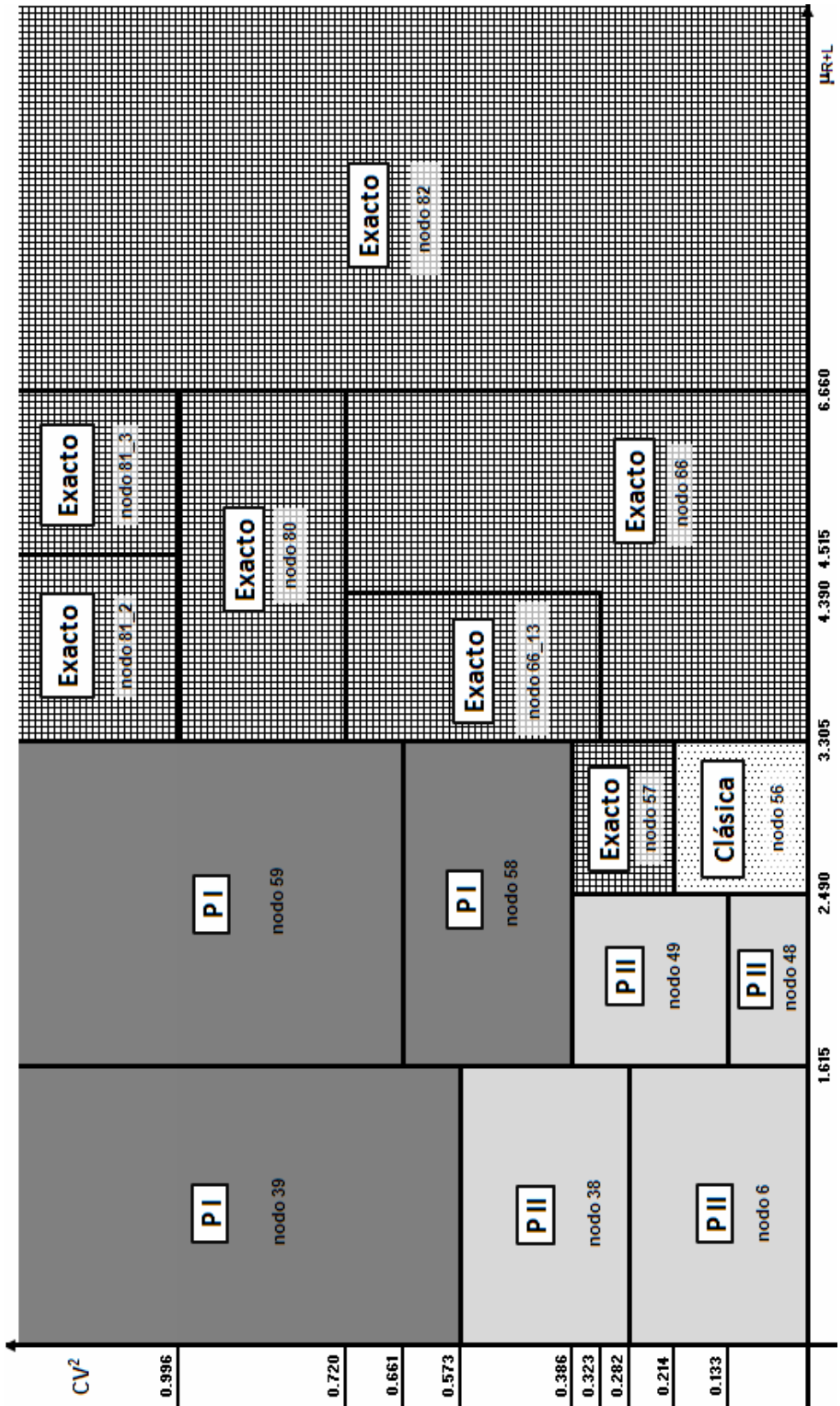


Figura 6-12. Metodología propuesta para determinar S en un modelo (R, S) para ítems tipo A para  $CSL \leq 0.72$ .

### 6.3.2 Propuesta para ítems tipo B

Para ítems tipo B la propuesta consiste en escoger la aproximación de cálculo más simple cuyo  $EC1 \leq 50\%$  y  $EC2 \leq 10\%$ . En este caso, se permiten errores de clasificación tanto tipo 1 como tipo 2 mayores, al ser una clase con menor importancia relativa. Por tanto, según las condiciones de selección y los valores de EC1 y EC2 listados en la Tabla 6-20, se propone como metodología para calcular el stock de referencia en políticas (R, S) para ítems tipo B el mapa de la Figura 6-13 para un  $CSL > 0.97$ , el mapa de la Figura 6-14 para un  $0.875 < CSL \leq 0.97$ , el mapa de la Figura 6-15 para un  $0.72 < CSL \leq 0.875$  y el mapa de la Figura 6-16 para un  $CSL \leq 0.72$ .

Par un  $CSL > 0.97$  (Figura 6-13) el cálculo exacto no aparece en ningún nodo, lo cual coincide con lo propuesto para ítems tipo A. Sin embargo, para este tipo de ítems, las aproximaciones para el cálculo eficiente de S son más sencillas, requiriéndose el uso de la aproximación PI únicamente en el nodo 59, que corresponde a un  $CV^2 > 0.661$ .

En el mapa de la Figura 6-14, para un  $0.875 < CSL \leq 0.97$ , se observa que, excepto en una pequeña zona acotada por  $4.515 < \mu_{R+L} \leq 6.660$  y  $CV^2 \leq 0.0.996$ , en la que se requiere el método exacto, en el resto de zonas existe al menos una aproximación que cumple con los EC1 y EC2 máximos establecidos. Al relajar los errores de clasificación permitidos, se observa que no sólo en el caso del cálculo exacto, sino también la aproximación PI, aparece sólo cuando  $1.615 < \mu_{R+L} \leq 6.660$  y  $CV^2 > 0.661$ . Para valores de  $\mu_{R+L} > 6.660$  la estimación del stock de referencia con la aproximación clásica es la opción más eficiente.

Los mapas de las Figura 6-15 y 6-16 son muy similares al de la Figura 6-14. La diferencia principal es que aumenta la presencia del método exacto, tendencia ya observada para ítems tipo A, debida a la disminución del nivel de servicio de ciclo objetivo.

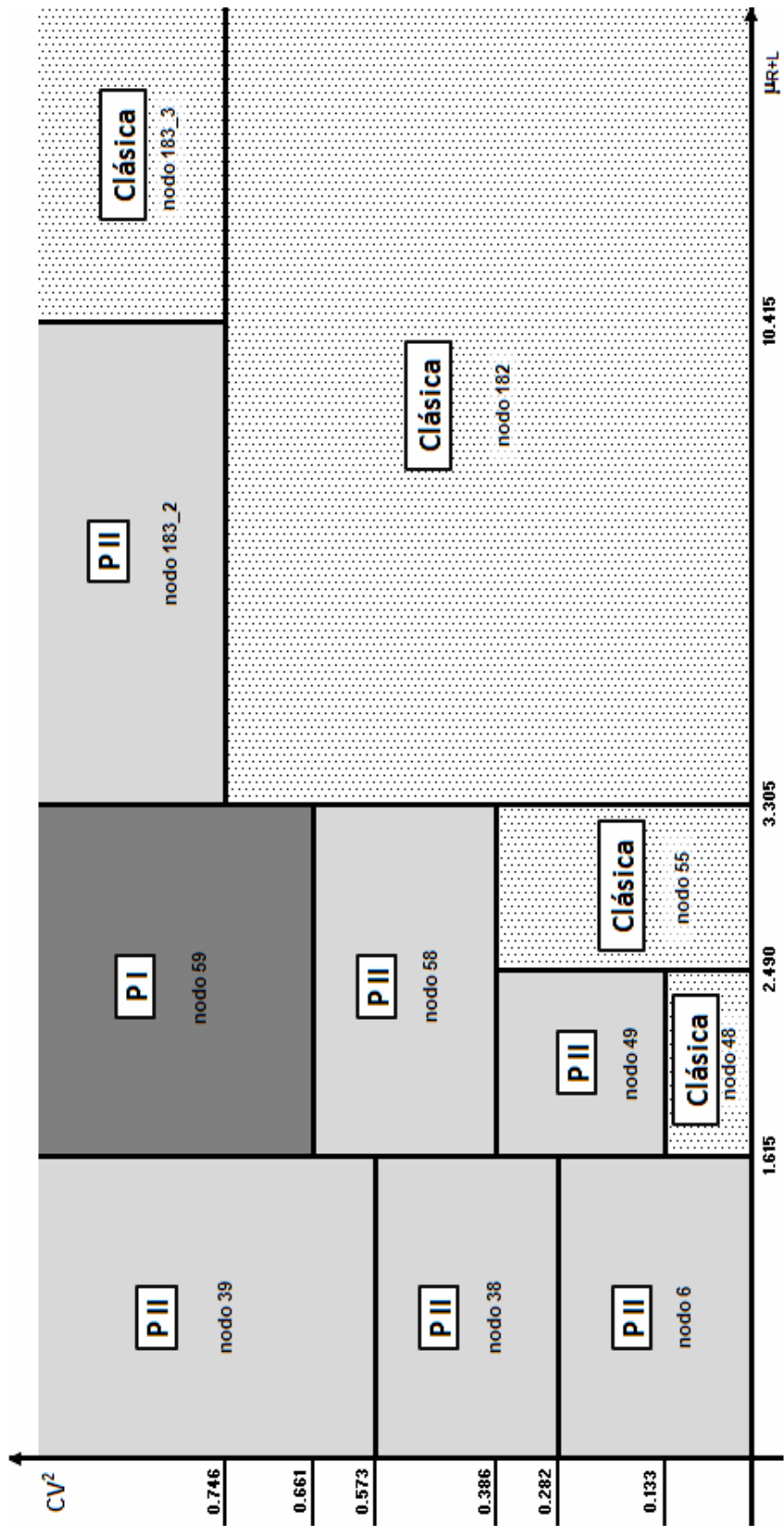


Figura 6-13. Metodología propuesta para determinar S en un modelo (R, S) para ítems tipo B para  $CSL > 0.97$ .



Figura 6-14. Metodología propuesta para determinar S en un modelo (R, S) para ítems tipo B para  $0.875 < CSL \leq 0.97$ .



Figura 6-15. Metodología propuesta para determinar S en un modelo (R, S) para ítems tipo B para  $0.72 < CSL \leq 0.875$ .





Figura 6-16. Metodología propuesta para determinar S en un modelo (R, S) para ítems tipo B para  $CSL \leq 0.72$ .

### 6.3.3 Propuesta para ítems tipo C

La gestión de los ítems tipo C no justifica la utilización de un método de cálculo tan complejo como el exacto. Por tanto se propone seleccionar en cada nodo la aproximación más sencilla que cometa un  $EC2 \leq 30\%$ , permitiéndose cualquier valor de EC1. Con esto se asegura que ni el cálculo exacto ni PI van a aparecer en el mapa propuesto para esta tipología de ítems, puesto que la aproximación PII únicamente comete EC1 y su procedimiento de cálculo es menos costoso que el de PI.

Por tanto, según las condiciones de selección y los valores de EC1 y EC2 listados en la Tabla 6-20, se propone como metodología para calcular el stock de referencia en políticas (R, S) para ítems tipo C el mapa de la Figura 6-17 para un  $CSL > 0.97$ , el mapa de la Figura 6-18 para un  $0.875 < CSL \leq 0.97$ , el mapa de la Figura 6-19 para un  $0.72 < CSL \leq 0.875$  y el mapa de la Figura 6-20 para un  $CSL \leq 0.72$ .

En los mapas de las Figura 6-17, 6-18, 6-19 y 6-20 se observa que las aproximaciones PII y clásica se reparten el espacio como método de estimación más eficiente. Sin embargo, se aprecia una tendencia general en el reparto de zonas, menos evidente en los mapas propuesto para ítems tipo A y B. Cuando la demanda es pequeña, la aproximación PII es la opción más eficiente. Al aumentar  $\mu_{R+L}$  la aproximación clásica aparece en los nodos con menor  $CV^2$ . Según aumenta  $\mu_{R+L}$ , aumenta el valor del  $CV^2$  límite para la aplicación de la aproximación clásica y PII, hasta que  $\mu_{R+L} > 6.660$ , punto a partir del cual se utiliza la aproximación clásica para cualquier valor de  $CV^2$ .

Por otro lado, cuando el  $CSL \leq 0.97$  (Figuras 6-18, 6-19 y 6-20) los mapas propuestos son idénticos. La diferencia con el mapa de la Figura 6-17 se atribuye a la configuración de nodos en el espacio cuando el  $CSL > 0.97$ , más que al comportamiento de las aproximaciones. Por tanto, para ítems tipo C, la metodología se reduce a dos mapas. Como además, es poco común que se gestionen bajo condiciones de servicio mayores de 0.97, un único mapa, el correspondiente al de las Figuras 6-18, 6-19 y 6-20 es suficiente para determinar el método de cálculo más eficiente para ítems tipo C.

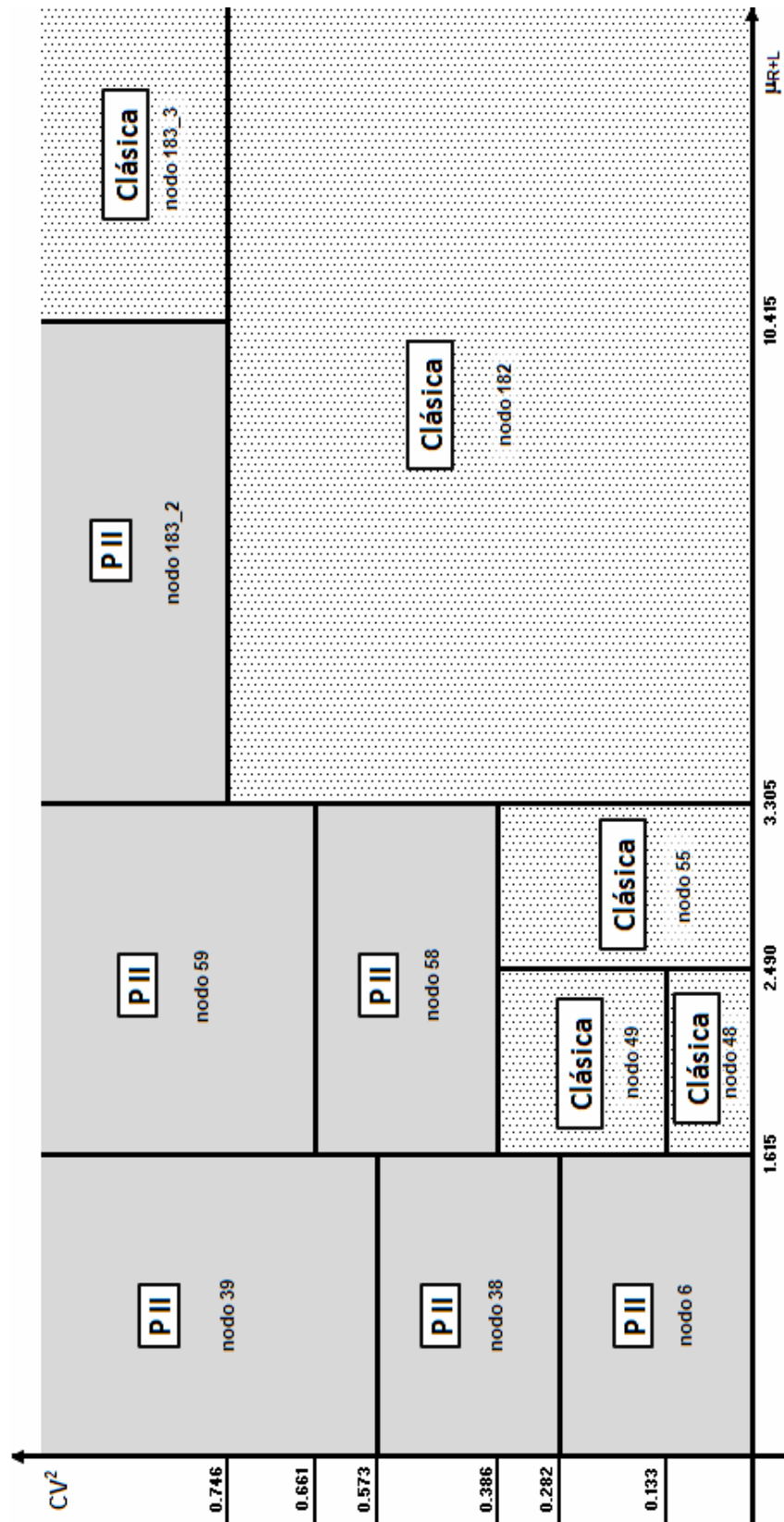


Figura 6-17. Metodología propuesta para determinar S en un modelo (R, S) para ítems tipo C para  $CSL > 0.97$ .

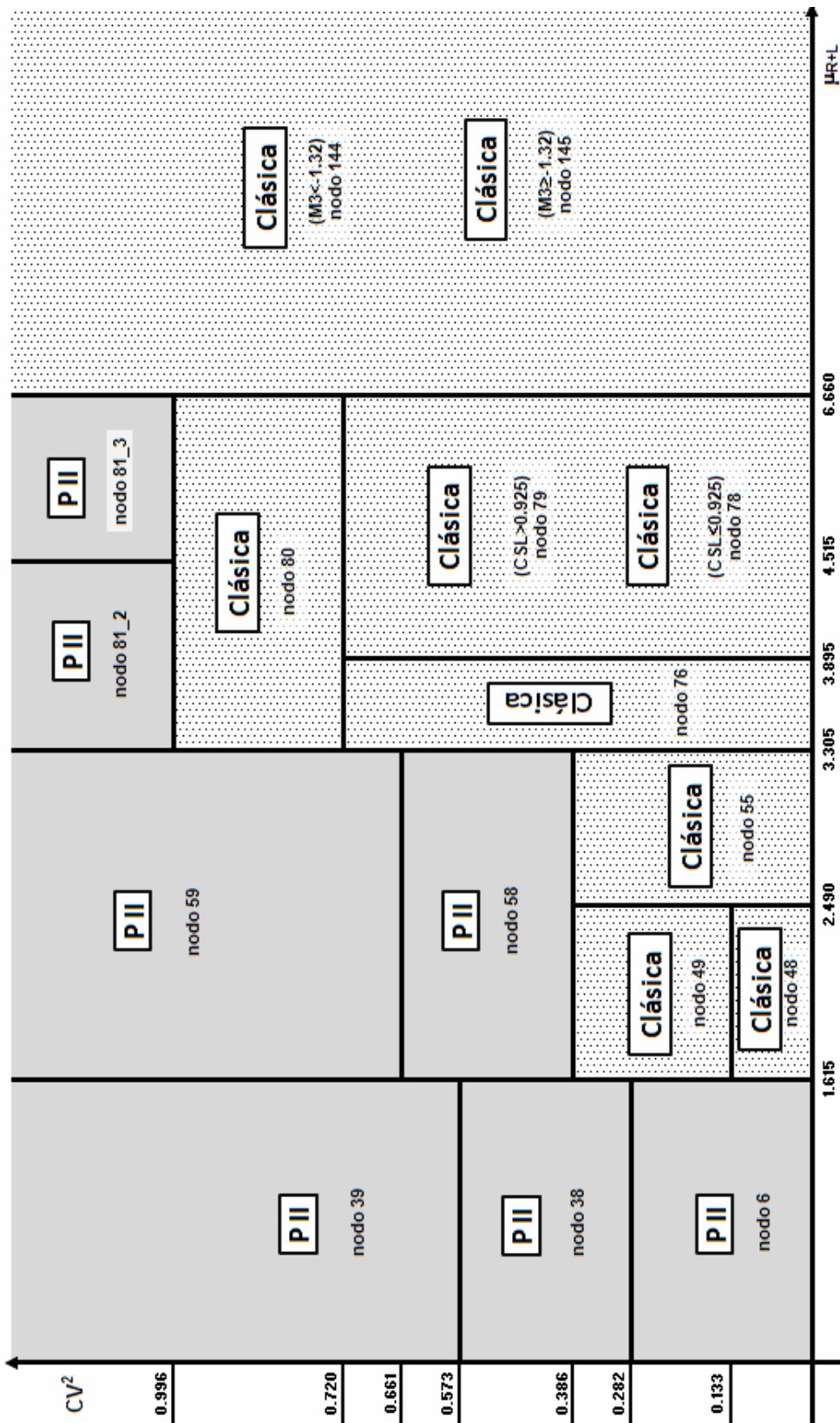


Figura 6-18. Metodología propuesta para determinar S en un modelo (R, S) para ítems tipo C para  $0.875 < CSL \leq 0.97$ .

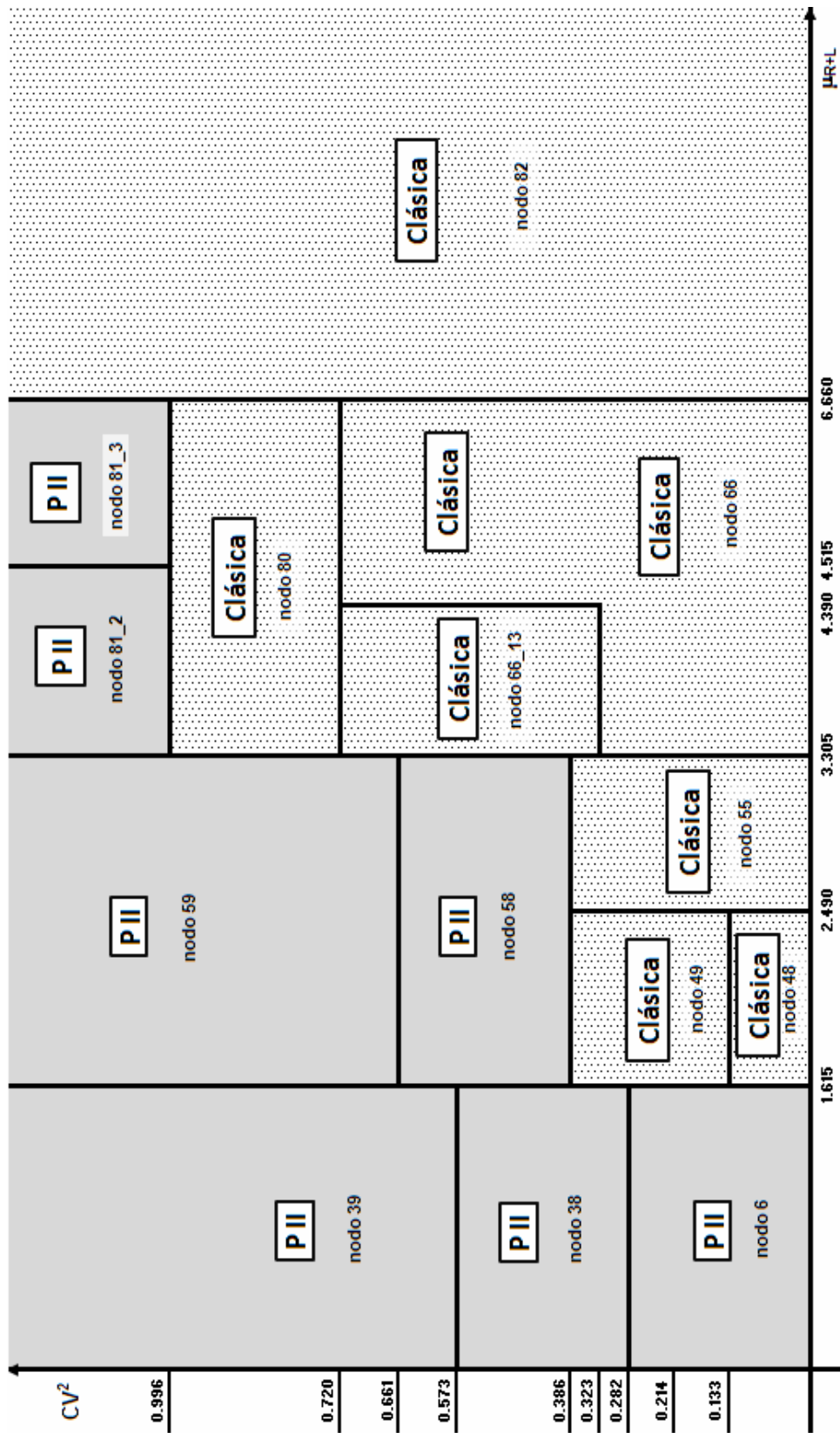


Figura 6-19. Metodología propuesta para determinar S en un modelo (R, S) para ítems tipo C para  $0.72 < CSL \leq 0.875$ .



Figura 6-20. Metodología propuesta para determinar S en un modelo (R, S) para ítems tipo C para  $CSL \leq 0.72$ .

---

## **CAPÍTULO 7. Conclusiones e investigaciones futuras**

---





## 7.1 Introducción

El objetivo de la presente tesis es proponer una metodología para la estimación eficiente del stock de referencia en el diseño de políticas (R, S) cuando se utiliza en nivel de servicio de ciclo como restricción de diseño, asumiéndose que el proceso de demanda es estacionario con una función de probabilidad discreta, independiente, e idénticamente distribuida. Para ello se analiza el comportamiento de cuatro métodos de cálculo, tres aproximados y uno exacto: (1) el método exacto propuesto por Cardós et al. (2006); (2) La aproximación PI derivada por Cardós y Babiloni (2008) a partir de hipótesis para simplificar el método exacto; (3) La aproximación PII derivada por Cardós y Babiloni (2008) a partir de hipótesis para simplificar el método exacto y la aproximación PI; y (4) el método clásico para el cálculo del stock de referencia [ver p. ej. Silver et al. (1998)], denominado aproximación clásica en la presente tesis, que resulta además al asumir hipótesis para simplificar el método exacto, la aproximación PI y la aproximación PII [Cardós y Babiloni (2008)]. El objetivo del análisis de los 115.941 casos derivados del experimento diseñado para el propósito de la tesis, es determinar bajo qué circunstancias es eficiente la utilización de una aproximación u otra o por el contrario, es necesario recurrir al cálculo exacto. En base a esto se propone una metodología para determinar el stock de referencia según la importancia relativa del ítem establecida a través de una clasificación ABC.

Las conclusiones del análisis sobre el comportamiento de la aproximación clásica se detallan en el punto 7.2. y en el punto 7.3., las relativas al comportamiento de las aproximaciones PI y PII.

La posibilidad de analizar el comportamiento de los cuatro métodos de cálculo en un espacio de representación único, ha hecho posible la creación de mapas en los que quedan definidas las zonas de comportamiento común, para las que un método de cálculo es más eficiente que otro. Las conclusiones a las que se llega sobre el espacio de representación se recogen en el punto 7.4., mientras que las relativas a la metodología para la estimación eficiente del stock de referencia se resumen en el punto 7.5.

Para finalizar el capítulo, en el punto 7.6. se resumen las principales conclusiones y aportaciones de la presente tesis doctoral y se perfilan brevemente las líneas de investigación futura en el punto 7.7.

## 7.2 Conclusiones sobre el comportamiento de la aproximación clásica

**La utilización de la aproximación clásica para estimar el stock de referencia no asegura cumplir con el nivel de servicio objetivo.** El error que comete la aproximación clásica al calcular S frente al cálculo exacto puede ser positivo o

negativo, es decir, que el stock de referencia estimado puede ser mayor o menor que el exacto. Si se sobreestima, se asegura el CSL objetivo a pesar de generar mayor inventario en el ciclo. En este caso el sistema está más protegido de lo establecido como objetivo. Sin embargo si se subestima, no se asegura cumplir con el nivel de servicio de ciclo objetivo, estando el sistema menos protegido de lo establecido como objetivo. De ahí el riesgo que implica utilizar la aproximación clásica para el diseño de políticas (R, S). Mediante un caso de los muchos en los que se da este comportamiento es fácil observar el riesgo de subestimar. Por ejemplo, cuando la demanda se distribuye según una Binomial Negativa(0.05,0.15) con  $R=3$  y  $L=1$ , para un CSL objetivo de 0.80, el stock de referencia exacto que cumple con el objetivo de diseño es igual a 5 unidades, mientras que según la aproximación clásica para un stock de referencia de 1 unidad se consigue satisfacer el objetivo de servicio.

**Mediante el análisis de los resultados experimentales se observa que no todas las variables analizadas influyen de igual modo en el comportamiento de la aproximación clásica en términos de subestimar o sobreestimar.** Las variables cuya variación **tiene efectos** sobre este comportamiento son:

- El intervalo medio entre demandas,  $p$ . Para  $p < 22$ , la aproximación clásica puede subestimar o sobreestimar el valor exacto de S. Para valores de  $p$  mayores, únicamente subestima. Por tanto, **cuando el intervalo de demandas sea elevado ( $p > 22$ ), utilizar la aproximación clásica no asegura cumplir con el CSL objetivo.**
- El coeficiente de asimetría,  $M3$ . Para  $M3 < -1$ , la aproximación clásica únicamente puede sobreestimar el valor del stock de referencia. Cuando  $-1 < M3 \leq 10$ , puede sobreestimar o subestimar. Para valores de  $M3$  mayores de 10, si difiere del exacto la aproximación clásica siempre subestima. Por tanto, **para valores del coeficiente de asimetría superiores a -1, la aproximación clásica no asegura el CSL objetivo.**
- El coeficiente de apuntalamiento,  $M4$ . Para  $M4 \leq -1$ , la aproximación clásica cuando difiere del exacto siempre sobreestima el valor de S. Para valores mayores lo sobreestima o subestima. Por tanto, **cuando el coeficiente de apuntalamiento sea superior a -1 utilizar la aproximación clásica no garantiza cumplir con el CSL objetivo.**
- La demanda media,  $\mu$ . Cuando la demanda unitaria por periodo es menor de 3.6, la aproximación clásica puede subestimar o sobreestimar el stock de referencia. Para valores mayores, únicamente lo sobreestima. Por tanto **para demandas unitarias inferiores a 3.6 unidades, la aproximación clásica no garantiza el cumplimiento del CSL objetivo.**
- La demanda media durante el periodo de revisión,  $\mu_R$ . Cuando  $\mu_R < 1.2$  la aproximación clásica cuando difiere del exacto siempre subestima el valor del

stock de referencia. Para  $1.2 < \mu_R < 9$ , lo subestima o sobreestima. Para  $\mu_R > 9$ , únicamente lo sobreestima. Por tanto, **cuando la demanda media en el ciclo es inferior a 9, utilizar la aproximación clásica no garantiza cumplir con el CSL objetivo.**

- La demanda media durante el periodo de revisión y aprovisionamiento,  $\mu_{R+L}$ . Cuando  $\mu_{R+L} < 2$  si la aproximación clásica difiere del exacto siempre subestima el valor de  $S$ . Para  $2 < \mu_{R+L} < 12.6$ , lo subestima o sobreestima. Para  $\mu_{R+L} > 12.6$ , lo sobreestima. Luego, **cuando la demanda media en  $R+L$  es inferior a 12.6, utilizar la aproximación clásica no garantiza cumplir con el CSL objetivo.**
- La demanda media de la distribución de las órdenes de demanda,  $\mu_y$ . Cuando la demanda unitaria por periodo de la distribución de las órdenes de demanda (i.e. sin considerar los intervalos con demanda nula) es menor de 5.98, la aproximación clásica puede subestimar o sobreestimar el valor de  $S$  cuando difiere del exacto. Para valores mayores, únicamente lo sobreestima. Luego, **cuando la demanda media de la distribución de las órdenes es inferior a 5.98, utilizar la aproximación clásica no garantiza cumplir con el CSL objetivo.**
- La probabilidad de demanda nula,  $P(0)$ . Cuando  $P(0) < 0.3$ , la aproximación clásica cuando difiere del valor exacto de  $S$  siempre sobreestima. Para  $P(0) \geq 0.3$ , lo subestima o sobreestima. **Cuando la probabilidad de demanda nula es superior a 0.3, utilizar la aproximación clásica no garantiza cumplir con el CSL objetivo.**

Por tanto, **se confirma la dependencia del comportamiento de la aproximación clásica frente a cambios en la probabilidad de demanda nula**, lo cual era de esperar puesto que considerar que la probabilidad de demanda nula en el ciclo es despreciable ( $F_R(0) \approx 0$ ) es la simplificación que se asume para derivar la aproximación clásica desde la aproximación PII.

**Algunas variables no determinan si la aproximación clásica subestima o sobreestima el stock de referencia**, puesto que para cualquiera de los valores analizados se observan ambos comportamientos, son:

- El coeficiente de variación cuadrado,  $CV^2$ .
- El **CSL** objetivo.
- El periodo de revisión,  $R$ .
- El plazo de aprovisionamiento,  $L$ .

En resumen **la aproximación clásica no asegura cumplir con el CSL objetivo cuando la probabilidad de demanda nula no sea despreciable, ni cuando la demanda media** por periodo unitario (de la distribución original o de la distribución de

las órdenes), en el ciclo de aprovisionamiento, o en  $R+L$  sea **pequeña**. Ítems de importancia relativa alta para el negocio, como por ejemplo **los repuestos, pueden presentar patrones de demanda que cumplen con estas características**.

### **7.3 Conclusiones sobre el comportamiento de las aproximaciones PI y PII. Comparación con la aproximación clásica.**

**El comportamiento de las aproximaciones PI y PII es similar** y cuando no coinciden con el stock de referencia exacto, siempre sobreestiman el valor de  $S$ . Por tanto, **su utilización nunca implica la posibilidad de no cumplir con el nivel de servicio objetivo**.

**El comportamiento de la aproximación PI es más cercano al exacto que el comportamiento de PII**. Este resultado era predecible puesto que la aproximación PII surge al simplificar la aproximación PI. Sin embargo, se observa que las diferencias entre ambas aumentan cuando el coeficiente de variación cuadrado de la distribución de las órdenes de demanda aumenta, siendo **la aproximación PI más robusta frente a cambios en el  $CV^2$** . Este resultado hace que la autora se replantee las conclusiones alcanzadas en Cardós y Babiloni (2008), en las que se escoge a la aproximación PII como estimación de cálculo del CSL más eficiente al no apreciarse diferencias relevantes en el comportamiento entre PI y PII. En la presente tesis queda patente que cuando se utilizan las aproximaciones para el cálculo del stock de referencia, la aproximación PI no puede descartarse puesto que presenta ventajas significativas frente a PII, sobre todo cuando el  $CV^2$  es elevado.

**Las aproximaciones PI y PII muestran un comportamiento muy robusto ante cambios en la probabilidad de demanda nula  $P(0)$** . Por tanto la probabilidad de demanda nula no es una variable que determina el comportamiento de las aproximaciones PI y PII, lo cual es de esperar dado que no se asume esta simplificación al derivar dichas aproximaciones. Este resultado es contrario al observado para la aproximación clásica.

**La aproximaciones PI y PII muestran un comportamiento muy robusto ante cambios en el plazo de aprovisionamiento  $L$** , al contrario de lo que sucede con la clásica, cuyos errores relativos disminuyen con  $L$ . Sin embargo, no se puede afirmar que el comportamiento de PI y PII sea independiente de la duración del plazo de aprovisionamiento sin estudiar el caso más general en el que  $L$  puede tomar cualquier valor, lo cual es una línea de investigación futura en sí misma.

**El rendimiento de PI y PII no siempre es superior al de la aproximación clásica**. La aproximación clásica es una simplificación de PII y ésta a su vez de PI por lo que cabe esperar que el comportamiento de la aproximación clásica frente al cálculo exacto sea peor que el de PII y PI. Sin embargo, la naturaleza del cálculo del stock de referencia como número natural y de la propia aproximación clásica hace que ésta

estime de forma exacta el stock de referencia, cuando las aproximaciones PI y PII cometen un error de sobreestimación. Este comportamiento no es predecible y es fruto de un error de sobreestimación del CSL que comete la aproximación clásica.

#### 7.4 Conclusiones sobre el espacio de representación

**El espacio de representación  $CV^2 \perp p$** , propuesto por Syntetos et al. (2005) **no es válido** para el propósito de la presente tesis, ya que en él no es posible representar zonas de comportamiento homogéneo de las aproximaciones con respecto a la mejor regla de estimación del stock de referencia.

**Se propone un nuevo espacio de representación único**, denominado  $CV^2 \perp \mu_{R+L}$ , capaz de representar zonas de comportamiento homogéneo de las aproximaciones cuando se utilizan para estimar el stock de referencia. En él aparecen, como variables de representación, el coeficiente de variación cuadrado de la distribución de las órdenes de demanda ( $CV^2$ ) y la media de la distribución de demanda en  $R+L$  ( $\mu_{R+L}$ ). Dichas variables son las más importantes según el árbol de clasificación y regresión C&RT\_1 resultante del análisis exploratorio de los resultados experimentales. Adicionalmente:

- Con el  $CV^2$  se considera implícitamente la probabilidad de demanda nula de la distribución de demanda, como se deduce en el capítulo 3. Si bien cuando se analiza la influencia del  $CV^2$  en el capítulo 4, no se aprecia una dependencia clara entre ésta y los errores relativos, en el capítulo 5 se comprueba que junto con el  $\mu_{R+L}$  son las variables de mayor importancia predictora de la mejor regla de estimación para el cálculo del stock de referencia.
- Con  $\mu_{R+L}$  se considera, además de la media unitaria de la distribución, como propone Boylan et al. (2006) en su categorización conceptual, la longitud del periodo de revisión  $R$  y del plazo de aprovisionamiento  $L$ , relativos a la política de gestión.
- Además de las variables que definen el espacio de representación, la variable relativa al coeficiente de asimetría,  $M3$ , también influye en el modelo. Este resultado concuerda con lo expuesto por Bartezzaghi et al. (1999) y Zotteri (2000), ya que cuanto mayor es el coeficiente de asimetría, más complejo es el patrón de demanda y más necesario es la utilización del cálculo exacto.

#### 7.5 Conclusiones con respecto a la metodología propuesta

En el capítulo 6 se propone una metodología para la estimación eficiente del stock de referencia en cada una de las zonas de comportamiento homogéneo identificadas en el espacio de representación  $CV^2 \perp \mu_{R+L}$ , para ítems clasificados como A, B o C, en función de criterios clásicos de gestión. Sin embargo **la Tabla 6-1 proporciona el**

**marco de referencia para diseñar las reglas de aplicación de un método u otro**, así como de sus riesgos asociados **en función de las decisiones de negocio** que prevalezcan. En la Tabla 6-1 se establece, para cada zona o nodo final, el porcentaje de casos mal clasificados (i.e. los casos en los que el stock de referencia estimado con una aproximación no coincide con el exacto), por aproximación. Los errores de clasificación pueden ser de dos tipos. Los EC1, en los que incurren las tres aproximaciones, como el porcentaje de casos en los que el stock de referencia estimado con una aproximación es mayor que el exacto y los EC2, en los que únicamente incurre la aproximación clásica, como el porcentaje de casos en los que la aproximación clásica no asegura cumplir con el CSL objetivo.

**Las aproximaciones PI y PII son más eficientes para el cálculo del stock de referencia que la aproximación clásica cuando la  $\mu_{R+L}$  es pequeña.** Para valores de  $\mu_{R+L}$  pequeños la aproximación clásica presenta los mayores errores de clasificación EC2. Cuando  $\mu_{R+L}$  se hace más grande, los EC2 tienden a disminuir o a desaparecer lo que hace que el comportamiento de las tres aproximaciones sea similar. Sin embargo, la aproximación clásica es una buena alternativa para el cálculo del stock de referencia cuando  $\mu_{R+L} > 6.66$  y el  $CV^2 \leq 0.7$ . Cuanto menor es el CSL mayor debe ser  $\mu_{R+L}$  para considerar a la aproximación clásica como la opción más eficiente.

**La aproximación clásica muestra errores de clasificación EC1 y EC2 con tendencias contrapuestas**, el EC1 aumenta con  $\mu_{R+L}$  y disminuye con  $CV^2$ , mientras que el EC2 disminuye con  $\mu_{R+L}$  y aumenta con  $CV^2$ . Este resultado coincide con lo concluido en el punto 7.2. Por otro lado, cuando el EC2 de la aproximación clásica está próximo a cero, las tres aproximaciones tiene un comportamiento muy similar. Esto sucede cuando la demanda media en  $R+L$  es grande, y por tanto, en las zonas de comportamiento con  $\mu_{R+L}$  elevado si se recurre a un método aproximado para calcular  $S$ , la aproximación clásica es el método más eficiente.

En general, **cuanto mayor es el  $CV^2$** , mayores diferencias de comportamiento muestran las aproximaciones y **más necesario es utilizar un método de cálculo con una expresión analítica más compleja** para estimar el stock de referencia, o incluso el exacto si los errores de clasificación son muy elevados. Este comportamiento implica que existe coherencia con respecto a cómo se han derivado las aproximaciones, a través de simplificaciones sucesivas en el orden PI, PII y clásica.

**Las tres aproximaciones muestran un comportamiento crecientemente deficiente según disminuye el CSL objetivo.** De ahí que se necesite más de una representación o mapa, en función del CSL objetivo, para presentar la metodología. En general, los errores de clasificación crecen cuando decrece el CSL. Sin embargo la clase de ítem que requiere un CSL bajo, no es habitualmente un ítem crítico para el

negocio, y por tanto, no resulta eficiente utilizar un método de cálculo tan complejo como el exacto.

## 7.6 Resumen de conclusiones

Las principales conclusiones y aportaciones alcanzadas en la presente tesis doctoral se sintetizan en los siguientes puntos:

1. Utilizar la aproximación clásica del CSL para estimar el stock de referencia  $S$  no garantiza cumplir con el nivel de servicio objetivo.
  - 1.1. Las variables cuya variación hace que la aproximación clásica muestre comportamientos distintos en cuanto a subestimar o sobreestimar el stock de referencia son: el intervalo medio entre demandas ( $p$ ); el coeficiente de asimetría ( $M3$ ) y apuntalamiento ( $M4$ ); La demanda media unitaria ( $\mu$ ), en  $R+L$  ( $\mu_{R+L}$ ), en  $R$  ( $\mu_R$ ), y de las órdenes de demanda ( $\mu_V$ ); la probabilidad de demanda nula ( $P(0)$ ).
  - 1.2. En las Figuras 6-1, 6-2, 6-3, 6-4 se muestra el porcentaje de casos por nodo en los que utilizar la aproximación clásica no garantiza cumplir el CSL objetivo (EC2), con su media y su desviación típica. La aproximación clásica tiende a subestimar el stock de referencia en un porcentaje mayor de casos y con una media del error mayor cuando la demanda en  $R+L$  es pequeña y el  $CV^2$  elevado.
2. Existe un espacio de representación donde es posible representar zonas homogéneas cuando se modela el comportamiento de las aproximaciones en función de la mejor regla de cálculo del stock de referencia.
  - 2.1. La media de la distribución en  $R+L$  ( $\mu_{R+L}$ ) y el coeficiente de variación cuadrado de la distribución de las órdenes de demanda ( $CV^2$ ) conforman el nuevo espacio de representación  $CV^2 \_ \mu_{R+L}$ .
  - 2.2. Otras dos variables, el CSL objetivo y el coeficiente de asimetría ( $M3$ ) también influyen en el comportamiento de las aproximaciones cuando se comportan como mejor regla de estimación.
  - 2.3. Se demuestra que el espacio  $CV^2 \_ p$  propuesto por Syntetos et al. (2005) no es válido para representar zonas donde una aproximación de cálculo es el método más eficiente de estimación del stock de referencia.
3. Se propone una metodología para el cálculo eficiente del stock de referencia según una clasificación de ítems ABC, que se presenta a través de mapas dentro del espacio  $CV^2 \_ \mu_{R+L}$ , donde se recomienda una aproximación u otra en cada zona de comportamiento homogéneo.

- 3.1. Los mapas de las Figuras 6-9, 6-10, 6-11 y 6-12 para ítems tipo A. Los mapas de las Figuras 6-13, 6-14, 6-15 y 6-16 para ítems tipo B. Los mapas de las Figuras 6-17, 6-18, 6-19 y 6-20.
- 3.2. Se necesitan varios mapas por ítem porque el comportamiento de las aproximaciones es dependiente del CSL objetivo, siendo más deficiente según disminuye el CSL.
4. La Tabla 6-1 proporciona las herramientas necesarias para establecer otros mapas en función de distintos criterios de gestión. En ella se resume cómo se comporta cada aproximación en cada zona, estableciéndose los riesgos asociados a su utilización en la estimación del stock de referencia.

## 7.7 Líneas futuras de investigación

Las principales líneas de investigación futura se centran en:

- Ampliar el estudio al caso en el que pueda existir más de una orden de aprovisionamiento lanzada simultáneamente. Esto implica que el plazo de aprovisionamiento pueda tomar valores iguales y mayores que el periodo de revisión.
- Comprobar que el espacio de representación  $CV^2_{L_{\mu_{R+L}}}$  sigue siendo válido cuando existe más de una orden de aprovisionamiento lanzada simultáneamente.
- Comparar las zonas de comportamiento común asociadas a los nodos finales del C&RT\_1 con las categorías que se proponen en las distintas categorizaciones expuestas en la literatura.
- Medir el impacto que tiene en el rendimiento de la política en términos de inventario medio utilizar como parámetro  $S$  de la política el stock de referencia estimado por las aproximaciones PI y PII.
- Utilizar la medida del inventario medio y del nivel de servicio de ciclo para calcular de forma simultánea los dos parámetros de una política  $(R, S)$ .
- Extender el análisis a políticas de revisión continua  $(Q, s)$  y comprobar si el espacio de representación  $CV^2_{L_{\mu_{R+L}}}$  sigue siendo válido.
- Extender el análisis a otras medidas de servicio, como el "Fill Rate" (FR).
- Aplicar la metodología propuesta a entornos específicos, como por ejemplo a la gestión de inventarios de repuestos.



---

## **BIBLIOGRAFÍA**

---



Adelson, R. M. (1966). Compound Poisson Distributions. *Operational Research Quarterly*, Vol.17, No 1, pp. 73-&.

Axäter, S. (2000). *Inventory Control*. Kuwer Academic Publishers.

Babiloni, M. E.; Cardós, M. (2008). On the exact and estimated calculation of the mean stock level in periodic review systems. 15th International Symposium on Inventories.

Bartezzaghi, E.; Verganti, R.; Zotteri, G. (1999). Measuring the impact of asymmetric demand distributions on inventories. *International Journal of Production Economics*, Vol.60, No 1, pp. 395-404.

Box and Jenkins, G. M. (1970). *Time Series Analysis Forecasting and Control*. Holden-Day.

Boylan, J. E.; Syntetos, A. A. (2007). The accuracy of a Modified Croston procedure. *International Journal of Production Economics*, Vol.107, No 511-517.

Boylan, J. E.; Syntetos, A. A.; Karakostas, G. C. (2006). Classification for forecasting and stock control: a case of study. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.Special Issue paper, pp. 1-9.

Breiman, L.; Friedman, J.; Stone, C.; Olshen, R. (1984). *Classification and Regression Trees*. Taylor & Francis Ltd.

Brown, R. G. (1962). *Smoothing Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*. Prentice-Hall.

Campbell, K. L. (1975). *Inventory Turns and ABC-Analysis-Outmoded Textbook Concepts?* American Production and Inventory Control Conference.

Cardós, M.; Babiloni, M. E. (2008). Exact and approximated calculation of the cycle service level in periodic review policies. *Fifteenth International Working Seminar on Production Economics*.

Cardós, M.; Miralles, C.; Ros, L. (2006). An exact calculation of the cycle service level in a generalized periodic review system. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.57, No 10, pp. 1252-1255.

Chiang, C. (2005). Optimal ordering policies for periodic-review systems with replenishment cycles. *European Journal of Operational Research*, Vol.170, No 1, pp. 44-56.

Chiang, C. (2007). Optimal ordering policies for periodic-review systems with a refined intra-cycle time scale. *European Journal of Operational Research*, Vol.177, No 2, pp. 872-881.

Chiang, C. (2005). Optimal ordering policies for periodic-review systems with replenishment cycles. *European Journal of Operational Research*, Vol.170, No 1, pp. 44-56.

Chopra, S.; Meindl, P. (2004). *Supply Chain Management*. 2nd Edition. Pearson. Prentice Hall.

Croston, J. D. (1972). Forecasting and Stock Control for Intermittent Demands. *Operational Research Quarterly*, Vol.23, No 3, pp. 289-303.

Diccionario APICS.Séptima Edición (1994). American Production and Inventory Control Society, Inc. Traducción CEL.

Dickie, H. F. (1951). ABC Inventory Analysis Shoots for Dollars. *Factory Management and Maintenance*, Vol.92, pp.

Dunsmuir, W. T. M.; Snyder, R. D. (1989). Control of Inventories with Intermittent Demand. *European Journal of Operational Research*, Vol.40, No 1, pp. 16-21.

Eaves, A. H. C.; Kingsman, B. G. (2004). Forecasting for the ordering and stock-holding of spare parts. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.55, No 4, pp. 431-437.

Eynan, A.; Kropp, D. H. (1998). Periodic review and joint replenishment in stochastic demand environments. *lie Transactions*, Vol.30, No 11, pp. 1025-1033.

Federgruen, A.; Zheng, Y. S. (1992). An Efficient Algorithm for Computing An Optimal (R, Q) Policy in Continuous Review Stochastic Inventory Systems. *Operations Research*, Vol.40, No 4, pp. 808-813.

Fogarty, D. W.; Blackstone, J. H.; Hoffman, T. R. (1991). *Production and Inventory Management*. Second Edition. South-Western Publishing Co.

Friend, J. K. (1960). Stock Control with Random Opportunities for Replenishment. *Operational Research Quarterly*, Vol.11, No 3, pp. 130-136.

Gallego, G.; Hu, H. C. (2004). Optimal policies for production/inventory systems with finite capacity and Markov-modulated demand and supply processes. *Annals of Operations Research*, Vol.126, No 1-4, pp. 21-41.

Gelders, L. F.; Van Looy, P. M. (1978). An inventory policy for slow and fast movers in a petrochemical plant: a case study. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.29, No 867-874.

Hadley, G.; Whitin, T. (1963). *Analysis of Inventory Systems*. Prentice-Hall.

Hastie, T.; Tibshirani, R.; Friedman, J. (2001). *Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*. Springer.

Janssen, F.; Heuts, R.; de Kok, T. (1998). On the (R, s, Q) inventory model when demand is modelled as a compound Bernoulli process. *European Journal of Operational Research*, Vol.104, No 3, pp. 423-436.

Johansen, S. G. (2001). Pure and modified base-stock policies for the lost sales inventory system with negligible set-up costs and constant lead times. *International Journal of Production Economics*, Vol.71, No 1-3, pp. 391-399.

Johansen, S. G.; Melchior, P. (2003). Can-order policy for the periodic-review joint replenishment problem. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.54, No 3, pp. 283-290.

Johnston, F. R.; Boylan, J. E. (1996). Forecasting for items with intermittent demand. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.47, No 1, pp. 113-121.

Johnston, F. R.; Boylan, J. E. (1996). Forecasting intermittent demand: A comparative evaluation of Croston's method. *Comment. International Journal of Forecasting*, Vol.12, No 2, pp. 297-298.

Lehmann, D. R.; Gupta, S.; Steckel, J. H. (1997). *Marketing Research*. Addison-Wesley Educational Publishers Inc.

Leven, E.; Segerstedt, A. (2004). Inventory control with a modified Croston procedure and Erlang distribution. *International Journal of Production Economics*, Vol.90, No 3, pp. 361-367.

Levi, R.; Pal, M.; Roundy, R.; Shmoys, D. B. (2005). Approximation algorithms for stochastic inventory control models. *Integer Programming and Combinatorial Optimization, Proceedings*, Vol.3509, No 306-320.

Naddor, E. (1975). Optimal Heuristic Decisions for S,S Inventory Policy. *Management Science Series A-Theory*, Vol.21, No 9, pp. 1071-1072.

Nahmias, S.; Demmy, W. S. (1982). The Logarithmic Poisson Gamma-Distribution - A Model for Leadtime Demand. *Naval Research Logistics*, Vol.29, No 4, pp. 667-677.

Nahmias, S.; Smith, S. A. (1994). Optimizing Inventory Levels in a Two-echelon Retailer System with Partial Lost Sales. *Management Science*, Vol.40, No 5, pp. 582-596.

Nieboer, R. A. J. J.; Dekker, R. (1995). Brownian-Motion Approximations for Tankage Assessment and Stock Control. *European Journal of Operational Research*, Vol.85, No 1, pp. 192-204.

Paschalidis, I. C.; Liu, Y.; Cassandras, C. G.; Panayiotou, C. (2004). Inventory control for supply chains with service level constraints: A synergy between large deviations and perturbation analysis. *Annals of Operations Research*, Vol.126, No 1-4, pp. 231-258.

Peña, D. (1998). Estadística. Modelos y Métodos. 1. Fundamentos. Alianza Universidad Textos.

Porteus, E. L. (1985). Numerical Comparisons of Inventory Policies for Periodic Review Systems. *Operations Research*, Vol.33, No 1, pp. 134-152.

Rao, A. V. (1973). Forecasting and Stock Control for Intermittent Demands. *Operational Research Quarterly*, Vol.24, No 4, pp. 639-640.

Rice, J. A. (1995). *Mathematical statistics and data analysis*. Duxbury Press.

Rossi, R.; Tarim, S. A.; Hnich, B.; Prestwich, S. (2008). A global chance-constraint for stochastic inventory systems under service level constraints. *Constraints*, Vol.13, No 4, pp. 490-517.

Sani, B.; Kingsman, B. G. (1997). Selecting the best periodic inventory control and demand forecasting methods for low demand items. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.48, No 7, pp. 700-713.

Schultz, C. R. (1989). Replenishment Delays for Expensive Slow-moving Items. *Management Science*, Vol.35, No 12, pp. 1454-1462.

Schultz, C. R. (1987). Forecasting and Inventory Control for Sporadic Demand Under Periodic Review. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.38, No 5, pp. 453-458.

Segerstedt, A. (1994). Inventory Control with Variation in Lead Times, Especially When Demand Is Intermittent. *International Journal of Production Economics*, Vol.35, No 1-3, pp. 365-372.

Shale, E. A.; Boylan, J. E.; Johnston, F. R. (2006). Forecasting for intermittent demand: the estimation of an unbiased average. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.57, No 5, pp. 588-592.

Silver, E. A., Pyke, D. F., y Peterson, R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*. Chapter 7. "Individual items with probabilistic demand" pp. 232-311. Third Edition. John Wiley & Sons.

Silver, E. A.; Pyke, D. F.; Peterson, R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*. Third Edition. John Wiley & Sons.

Simon, J. T.; Hopp, W. J. (1991). Availability and Average Inventory of Balanced Assembly-Like Flow Systems. *IEEE Transactions*, Vol.23, No 2, pp. 161-168.

Smits, S. R.; Wagner, M.; de Kok, T. G. (2004). Determination of an order-up-to policy in the stochastic economic lot scheduling model. *International Journal of Production Economics*, Vol.90, No 3, pp. 377-389.

Snyder, R. (2002). Forecasting sales of slow and fast moving inventories. *European Journal of Operational Research*, Vol.140, No 3, pp. 684-699.

Snyder, R. D. (1984). Inventory Control with the Gamma Probability-Distribution. *European Journal of Operational Research*, Vol.17, No 3, pp. 373-381.

StatSoft, I. (2008). STATISTICA, data analysis software system. version 8.0. [www.statsoft.com](http://www.statsoft.com).

Strijbosch, L. W. G.; Heuts, R. M. J.; van der Schoot, E. H. M. (2000). A combined forecast - inventory control procedure for spare parts. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.51, No 10, pp. 1184-1192.

Syntetos, A. A.; Boylan, J. E. (2005). The accuracy of intermittent demand estimates. *International Journal of Forecasting*, Vol.21, No 2, pp. 303-314.

Syntetos, A. A.; Boylan, J. E. (2001). On the bias of intermittent demand estimates. *International Journal of Production Economics*, Vol.71, No 1-3, pp. 457-466.

Syntetos, A. A.; Boylan, J. E. (2006). On the stock control performance of intermittent demand estimators. *International Journal of Production Economics*, Vol.103, No 1, pp. 36-47.

Syntetos, A. A.; Boylan, J. E.; Croston, J. D. (2005). On the categorization of demand patterns. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.56, No 5, pp. 495-503.

Tarim, S. A.; Kingsman, B. G. (2006). Modelling and computing  $(R_n, S_n)$  policies for inventory systems with non-stationary stochastic demand. *European Journal of Operational Research*, Vol.174, No 1, pp. 581-599.

Tempelmeier, H. (2007). On the stochastic uncapacitated dynamic single-item lotsizing problem with service level constraints. *European Journal of Operational Research*, Vol.181, No 1, pp. 184-194.

Teunter, R.; Sani, B. (2009). On the bias of Croston's forecasting method. *European Journal of Operational Research*, Vol.194, No 1, pp. 177-183.

van der Heijden, M. C.; de Kok, T. (1992). Customer waiting times in an  $(R, S)$  inventory system with compound Poisson demand. *Mathematical Methods of Operations Research*, Vol.36, No 4, pp. 315-332.

van der Heijden, M. C.; de Kok, T. (1998). Estimating stock levels in periodic review inventory systems. *Operations Research Letters*, Vol.22, No 4-5, pp. 179-182.

van der Heijden, M. (2000). Near cost-optimal inventory control policies for divergent networks under fill rate constraints. *International Journal of Production Economics*, Vol.63, No 2, pp. 161-179.

Veinott, A. F.; Wagner, H. M. (1965). Computing Optimal (S,S) Inventory Policies. *Management Science*, Vol.11, No 5, pp. 525-552.

Vereecke, A.; Verstraeten, P. (1994). An inventory management model for an inventory consisting of lumpy items, slow movers and fast movers. *International Journal of Production Economics*, Vol.35, No 1-3, pp. 379-389.

Walpole, R. E.; Myers, R. H.; Myers, S. L. (1999). *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*. 6a. edition. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.

Wang, J. T.; Shu, Y. F. (2005). Fuzzy decision modeling for supply chain management. *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.150, No 1, pp. 107-127.

Willemain, T. R.; Smart, C. N.; Shockor, J. H.; Desautels, P. A. (1994). Forecasting Intermittent Demand in Manufacturing - A Comparative-Evaluation of Croston Method. *International Journal of Forecasting*, Vol.10, No 4, pp. 529-538.

Williams, T. M. (1984). Stock Control with Sporadic and Slow-Moving Demand. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.35, No 10, pp. 939-948.

Yeh, Q. J.; Chang, T. P.; Chang, H. C. (1997). An inventory control model with gamma distribution. *Microelectronics and Reliability*, Vol.37, No 8, pp. 1197-1201.

Zipkin, P. H. (2000). *Foundations of Inventory Management*. McGraw-Hill Higher Education.

Zotteri, G. (2000). The impact of distributions of uncertain lumpy demand on inventories. *Production Planning & Control*, Vol.11, No 1, pp. 32-43.



---

## **ANEXOS**

---



## **AI. Métodos de previsión de Croston y de Syntetos y Boylan**



## MÉTODO DE CROSTON

El método de Croston (1972), corregido algebraicamente por Rao (1973), es un método de previsión basado en el alisado exponencial simple, SES, que realiza la previsión de la cantidad demanda y del intervalo entre demandas no nulas por separado, mediante dos estimadores distintos, insesgados, que sólo se actualizan cuando un episodio de demanda tiene lugar.

El modelo general de previsión mediante SES se expresa como:

$$e_t = y_t - \hat{y}_{t-1} \quad (\text{AI- 1})$$

$$\hat{y}_t = \hat{y}_{t-1} + \alpha e_t \quad (\text{AI- 2})$$

$$m_t = (1 - \alpha)m_{t-1} + \alpha |e_t| \quad (\text{AI- 3})$$

$$R_t = \hat{y}_t + km_t \quad (\text{AI- 4})$$

donde

$y_t$  : es la demanda en t (al principio del periodo)

$\hat{y}_t$  : es la prevision en t (al final del periodo), que sirve para predecir la demanda en t+1

$e_t$  : es el error de prevision

$m_t$  : es la estimacion de la desviacion absoluta media (MAD) de los errores

$R_t$  : es el nivel de inventario

$k$  : es una constante que viene determinada por la politica de servicio al cliente

$\alpha$  : es la constante de suavizado

## HIPÓTESIS DEL MÉTODO DE CROSTON

1-La ocurrencia de demanda en un intervalo específico de revisión, sigue un proceso de Bernoulli, con una probabilidad de que ocurra demanda de  $\frac{1}{p}$ , siendo  $p$  el número de periodos promedio entre dos demandas consecutivas. Por tanto,

$$y_t = x_t \cdot z_t$$

donde,

$z_t \sim N(\mu, \sigma^2)$  representa el tamaño de la demanda

$$x_t = \begin{cases} 1, & \text{prob}(1/p) \text{ cuando ocurre demanda} \\ 0, & \text{prob}(1-1/p) \text{ cuando no ocurre} \end{cases} \quad (\text{AI- 5})$$

con,

$$E \left[ \left( x_t - \frac{1}{p} \right) (z_t - \mu) \right] = 0$$

2-  $z_\eta$  representa las observaciones de la demanda no nula y se distribuye según un proceso ARIMA (0,1,1), que se representa como [Box and Jenkins (1970)]:

$$\begin{aligned} \bar{z}_\eta &= \bar{z}_{\eta-1}(\alpha) + e_\eta, \\ \bar{z}_\eta(\alpha) &= \alpha \sum_{j=1}^{\infty} (1-\alpha)^{j-1} z_{\eta-j} \end{aligned} \quad (\text{AI- 6})$$

3-Se introduce una nueva variable  $q_t$  que mide el lapso de tiempo desde la última demanda no nula. Esta variable se utiliza para estimar el intervalo entre dos demandas consecutivas y sigue una distribución Geométrica *i.i.d.* de media  $p$  y varianza  $(p-1)^2$ .

4-El tamaño de las órdenes de demanda y el intervalo entre demandas no están correlacionados, es decir son independientes entre sí.

5-Los valores de  $\alpha$  están comprendidos entre 0,1 y 0,2.

6- La estimación de  $p$  se realiza como:

$$\left. \begin{aligned} \bar{p} &= \bar{p}_{t-1}, & y_t &= 0 \\ \bar{p} &= \beta \bar{p}_{t-1} + \alpha q_t, & y_t &\neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{AI- 7})$$

Utilizando un alisado exponencial simple [Brown (1962)] y haciendo  $\mu = p$  y  $\sigma^2 = (p-1)^2$ , se obtiene:

$$E(\bar{p}) = p, \quad \text{var}(\bar{p}) = \frac{\alpha(p-1)^2}{2-\alpha} \quad (\text{AI- 8})$$

Como se asume que el tamaño de la demanda es independiente del lapso de tiempo

$q$ , la demanda media estimada por periodo es  $\bar{y}_t = \frac{\bar{z}_t}{p_t}$ , cuyo valor esperado es:

$$E(\bar{y}_t) = \frac{\mu}{p}$$

y cuya varianza es:

$$\begin{aligned} \text{var}(\bar{y}_t) &= \left[ \frac{E(\bar{z})}{E(\bar{p})} \right]^2 \left[ \frac{\text{var}(\bar{z})}{E^2(\bar{z})} + \frac{\text{var}(\bar{p})}{E^2(\bar{p})} \right] \\ &= \frac{\mu^2 \alpha}{p^2(2-\alpha)} \left[ \frac{\sigma^2}{\mu^2} + \frac{(p-1)^2}{p^2} \right] = \frac{\alpha}{2-\alpha} \left[ \frac{(p-1)^2}{p^4} \mu^2 + \frac{\sigma^2}{p^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{AI- 9})$$

(Según Rao (1973) el lado derecho de la expresión (AI-9) es sólo una aproximación).

7-se asume que el error de estimación sigue una distribución Normal,

$$e_{\eta} \sim N(0, \sigma^2), \quad E(e_j, e_k) = 0 \quad \forall j, k, j \neq k \quad (\text{AI- 10})$$

8-El sistema de gestión de inventarios funciona de forma que, cuando existe demanda, se efectúa un pedido, alcanzando el nivel de stock S en ese mismo instante (L=0).

### ALGORITMO DE CROSTON

Dado el modelo:

$$y_t = x_t(\bar{z}_{\eta-1} + e_{\eta}), \quad (\text{AI- 11})$$

donde el índice  $t$  hace referencia al intervalo de revisión, el índice  $\eta$  se refiere a la serie de números que indican los instantes de demanda distinta de cero, y  $x_t$  posee una distribución de Bernoulli (expresión (AI-5)). El procedimiento para efectuar la previsión de demanda y el intervalo entre demandas no nulas para patrones de demanda intermitente se describe como:

$$\left. \begin{aligned} e_{\eta} &= y_t - \bar{z}_{\eta-1}, \\ \bar{z}_{\eta} &= \bar{z}_{\eta-1} + \alpha e_{\eta}, \\ m_{\eta} &= (1 - \alpha)m_{\eta-1} + \alpha |e_{\eta}|, \\ R_t &= \bar{z}_{\eta} + km_{\eta}, \\ \bar{p}_{\eta} &= \bar{p}_{\eta-1}(1 - \alpha) + \alpha q, \\ \bar{y}_t &= \bar{z}_{\eta} / \bar{p}_{\eta}, \\ q &= 1, \end{aligned} \right\}, \quad y_t \neq 0 \quad (\text{AI- 12})$$

$$q = q + 1, \quad y_t = 0$$

### LIMITACIONES Y MEJORAS AL MÉTODO

A pesar de que los resultados obtenidos por Croston muestran que su algoritmo es más robusto para patrones de demanda intermitente que el SES, investigaciones posteriores [Willemain et al. (1994); Sani y Kingsman (1997)] han demostrado que, la aplicación del método de Croston a datos reales, muestra beneficios modestos a los obtenidos con técnicas de previsión menos sofisticadas.

## MÉTODO DE SYNTETOS Y BOYLAN

Syntetos y Boylan (2001) encuentran un error matemático en el procedimiento expuesto por Croston. El método de Syntetos y Boylan, SYB, corrige dicho error y por ese motivo los autores lo denominan método revisado de Croston.

Según Croston (1972), la demanda media estimada por periodo se calcula como:

$$E(\bar{y}_t) = E\left(\frac{\bar{z}_t}{\bar{p}_t}\right) = \frac{E(\bar{z}_t)}{E(\bar{p}_t)} = \frac{\mu}{p}$$

donde

$\bar{p}_t$ : intervalo estimado en  $t$  entre dos demandas consecutivas no nulas,

$\bar{z}_t$ : tamaño de la demanda estimado en  $t$

Sin embargo,

$$E\left(\frac{\bar{z}_t}{\bar{p}_t}\right) = E(\bar{z}_t)E\left(\frac{1}{\bar{p}_t}\right),$$

y no

(AI- 13)

$$E\left(\frac{1}{\bar{p}_t}\right) \neq \frac{1}{E(\bar{p}_t)},$$

(AI- 14)

Lo que demuestra que el método de Croston es sesgado. Para Syntetos y Boylan el tamaño del error sistemático en el que incurre el método no depende tanto de la hipótesis inicial de estacionalidad o de la suposición de que los intervalos entre demandas se distribuyen geoméricamente, sino del valor de la constante de alisado, cuantificándolo para  $\alpha=1$  como (expresión derivada en el apéndice A de Syntetos y Boylan (2001)):

$$\mu \left[ -\frac{1}{p-1} \log\left(\frac{1}{p}\right) \right] - \frac{\mu}{p} \quad \text{(AI- 15)}$$

Sin embargo, para valores más realistas de la constante de alisado, el sesgo del método es mucho menor.

El método de previsión SYB que garantiza la desaparición del sesgo que presenta el método de Croston sigue el procedimiento siguiente:

- 1-Cuando se produce una demanda, la longitud del intervalo entre demandas no nulas  $p_t$  se registra, y se calcula el valor de la expresión  $1/\bar{p}_t c^{\bar{p}_t-1}$ , con  $c>100$ .



2-La previsión de demanda  $z'_t$  así como del valor  $1/p'_t c^{p'_t-1}$  se calculan como en el método de Croston (utilizando dos estimadores) pero calculando la demanda media para el periodo  $t$  como:

$$\bar{y}_t = \bar{z}_t \cdot \frac{1}{\bar{p}_t c^{\bar{p}_t-1}} \quad (\text{AI- 16})$$

3-Si no ocurre demanda alguna, los estimadores no se actualizan, tal y como se procede en el método de Croston.



**All. Coeficiente de asimetría y apuntalamiento para la distribución de Poisson, Binomial y Binomial Negativa**



## COEFICIENTE DE ASIMETRÍA Y APUNTALAMIENTO

El coeficiente de asimetría  $M3$ , y el coeficiente de apuntalamiento,  $M4$  son el tercer y cuarto momento respecto al origen de una distribución de probabilidad. Se define el momento de orden  $k$  respecto al origen como:

$$Mk = \frac{\mu_k}{\sigma^k} \tag{AII- 1}$$

Donde,

$\mu_k$  es el  $k$ -ésimo momento respecto a la media, es decir  $\mu_k = E\left[(X - E[X])^k\right]$ , y  $\sigma$  es la desviación estándar de la distribución.

Para la distribución de Poisson, la distribución Binomial y la distribución Binomial Negativa, los coeficientes de asimetría y de apuntalamiento en función de los parámetros de cada distribución se resumen en la Tabla AII- 1.

Distribución	$M3$	$M4$
Poisson( $\lambda$ )	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$	$\frac{1}{\lambda}$
Binomial( $n, \theta$ )	$\frac{1-2\theta}{\sqrt{n\theta(1-\theta)}}$	$\frac{1-6\theta(1-\theta)}{n\theta(1-\theta)}$
Binomial Negativa( $r, \theta$ )	$\frac{2-\theta}{\sqrt{r(1-\theta)}}$	$\frac{6}{r} + \frac{\theta^2}{r(1-\theta)}$

Tabla AII- 2. Coeficiente de asimetría y apuntalamiento de la distribución de Poisson, Binomial y Binomial Negativa.