acadèmica

Problemas de ciencia de materiales II

Manuel Pascual Guillamón
Miguel Ángel Pérez Puig
Jesús Cembrero Cil
Fidel Salas Vicente
Rafael Pascual Martínez
Francisco Javier Cárcel Carrasco

EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Manuel Pascual Guillamón
Miguel Ángel Pérez Puig
Jesús Cembrero Cil
Fidel Salas Vicente
Rafael Pascual Martínez
Francisco Javier Cárcel Carrasco

Problemas de ciencia de materiales II

EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Colección Académica

Los contenidos de esta publicación han sido revisados por el Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales de la Universitat Politécnica de València

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: Pascual Guillamón, M.; Pérez Puig, M. A.; Cembrero Cil, J.; Salas Vicente, F.; Pascual Martínez, R.; Cárcel Carrasco, F. J. (2017). *Problemas de ciencia de materiales II*. Valencia: Universitat Politècnica de València

distribución: Telf.: 963 877 012 / www.lalibreria.upv.es / Ref.: 0508_06_01_01

Imprime: Byprint Percom, sl

ISBN: 978-84-9048-540-8
Impreso bajo demanda

Impreso en España

Índice

Capítulo 1

Deformación y fractura

DEFINICIÓN

Deformación es la variación que sufre un material en forma y dimensiones cuando es sometido a fuerzas exteriores que la producen.

Las deformaciones se pueden suceder con endurecimiento y sin endurecimiento y pueden a su vez ser elásticas cuando recuperan su forma inicial al cesar las fuerzas que las producen e inelásticas o plásticas cuando quedan deformadas permanentemente.

Las deformaciones con endurecimiento son las que se producen cuando al someterlas a acciones de fuerzas externas ocasionan aumentos de su dureza y de sus características resistentes, pero a su vez disminuyen sus capacidades de deformación, en general es la deformación en frío.

Las deformaciones sin endurecimiento son las que al cesar los esfuerzos que las producen no hay variación de sus características mecánicas ni resistentes, generalmente son las que se generan a altas temperaturas

Fractura es la consecuencia de producirse una discontinuidad en un sólido, debido a un esfuerzo suficiente que precipitará su separación en dos o más partes. Otros factores que pueden precipitar la rotura de un material son tales como poros, inclusiones, temperatura, precipitados en segundas fases, tratamientos térmicos, aplicación de cargas y otros.

Los modos de fractura se pueden clasificar en dúctil que permite la rotura con deformación y estricción y frágil en la que se produce la rotura inminente sin deformación.

CONCEPTOS DE DEFORMACIÓN Y FRACTURA

Deformación con endurecimiento. Endurecimiento que presentan algunos sólidos sobre todos lo metálicos al ser sometidos a diferentes esfuerzos, aumentando las características resistentes pero por el contrario en deterioro de sus propiedades dúctiles y eléctricas.

Fractura dúctil. Es la fractura producida con deformación plástica generándose estricción antes de la rotura

Fractura frágil. Es la fractura que se produce de forma inminente sin deformación ni estricción

Fractura por fatiga. Es la fractura producida cuando los esfuerzos dinámicos son cíclicos, produciéndose una notable deformación del material

Fractura sin endurecimiento del material. Es la fractura producida cuando los materiales son sometidos a altos esfuerzos y temperaturas

Algunas denominaciones características:

$F = Fuerza\ que\ actúa\ N$

$S = Sección\ mm^2$

$\Delta l = Deformación\ mm$

$\varepsilon = Deformación\ unitaria$

$\psi = Estricción$

$E = Módulo\ elástico\ GPa$

$V_\varepsilon = Velocidad\ de\ deformación\ en\ s^{-1};\ min^{-1}; h^{-1}$

$C_i = Constante\ que\ depende\ del\ material$

$\delta = Tamaño\ de\ grano$

$m = Coeficiente\ que\ depende\ del\ material$

$\sigma = Tensión\ de\ trabajo\ MPa$

$Q_C = Calor\ de\ activación\ J/mol$

$R = Constante\ de\ los\ gases\ perfectos\ J/(mol^o K)$

$^o K = Grados\ Kelvin$

$a = Tamaño\ de\ grieta$

$\rho = Radio\ de\ entalla$

$K_I = Factor\ de\ intensidad\ de\ esfuerzo\ en\ modo\ I\ (MPa\ x\ \sqrt{m})$

$K_{IC} = Tenacidad\ a\ la\ fractura\ en\ modo\ I\ MPa\ x\ \sqrt{m}$

$K_{ICP} = Tenacidad\ a\ la\ fractura\ a\ tensión\ plana$

$K_{ICD} = Tenacidad\ a\ la\ fractura\ a\ deformación\ plana$

$K_{II} = Factor\ de\ intensidad\ de\ esfuerzo\ en\ modo\ II$

$K_{IIC} = Tenacidad\ a\ la\ fractura\ en\ modo\ II$

$F_f = Factor\ de\ forma$

$P = Presión\ MPa$

$S = Superficie$

$n = Coeficiente\ endurecimiento$

$n_S = Coeficiente\ de\ seguridad$

$Y = Límite\ elástico\ MPa$

$N = N^o\ de\ ciclos$

$\xi = Energía\ elástica$

Ecuaciones de deformación con endurecimiento

Periodo elástico

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$\sigma = \varepsilon \ x \ E$$

$$\Delta l = \frac{F \ x \ l}{S \ x \ E}$$

Periodo plástico

$$\sigma = K \ x \ \varepsilon^n$$

$$\varepsilon = ln \frac{l_f}{l_0}$$

Ecuación de deformación sin endurecimiento

$$V_\varepsilon = C_i \ x \ \delta^{-m} \ x \ \sigma^n \ x \ e^{-\frac{Q_C}{R \ x \ T}}$$

Ecuación de concentración de tensión en borde de entalla

$$\sigma_m = 2 \ x \ \sigma_0 \ x \sqrt{\frac{a}{\rho}}$$

Ecuación de fractura en grieta

$$K_{IC} = F_f \ x \ \sigma_C \ x \sqrt{\pi \ x \ a}$$

Para que se verifique tensión plana el espesor deberá cumplir

$$b \leq \left(\frac{K_{ICD}}{Y} \right)^2$$

Para que se verifique deformación plana el espesor deberá cumplir

$$b \geq 2{,}5 \ x \left(\frac{K_{ICD}}{Y} \right)^2$$

Tensión oblicua

$$\left(\frac{K_I}{K_{IC}} \right)^2 + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIC}} \right)^2 \geq 1$$

Fórmula de Paris en fatiga

$$\frac{da}{dN} = C \ x \ (\Delta K)^n$$

$$\Delta K = F_{f \ medio} \ (\sigma_{Max} - \sigma_{min}) \ x \sqrt{\pi \ x \ a}$$

$$N = \frac{1}{C \ x \left(F_{f \ medio} \ x \ (\sigma_{Max} - \sigma_{min}) \ x \sqrt{\pi} \right)^n} \ x \int_{a_0}^{a_C} \frac{da}{\left(\sqrt{a} \right)^n}$$

C y n constantes ΔK incremento de tenacidad

$$\xi = \frac{\varepsilon^2 \ x \ E}{2}$$

Factor de forma grieta externa

$$F_f = 1{,}12 - 0{,}23\,x\left(\frac{a}{W}\right) + 10{,}5\,x\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21{,}7\,x\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30{,}2\,x\left(\frac{a}{W}\right)^4$$

W = anchura hacia donde crece la grieta

Factor de forma grieta interna

$$F_f = \frac{1 - 0{,}5\,x\,\dfrac{2\,x\,a}{W} + 0{,}37\,x\left(\dfrac{2\,x\,a}{W}\right)^2 - 0{,}044\,x\left(\dfrac{2\,x\,a}{W}\right)^3}{\sqrt{1 - \dfrac{2\,x\,a}{W}}}$$

Los problemas presentados en este capítulo tratan en primer lugar de mostrar un conjunto de ejercicios que intentan aclarar las nociones básicas sobre las características resistentes en materiales a temperatura ambiente, como son las tensiones a las que están sometidos cuando soportan determinadas cargas, así como sus deformaciones elásticas y sus módulos elásticos, o bien cuándo estas cargas generan deformaciones permanentes.

A partir de los conceptos básicos de resistencia se ha expuesto una serie de problemas en los que se analizan los comportamientos de determinados materiales sometidos a elevadas temperaturas, sus deformaciones y su fluencia en función de la velocidad con la que se van deformando sin haber apenas un proceso de endurecimiento del material.

Otra selección de problemas muestran el comportamiento de ciertos materiales generalmente frágiles o bien que han sufrido tratamientos de endurecimiento y en los que se han generado grietas o bien se les han provocado entallas, lo que modifica su comportamiento pudiéndose producir aumentos de tensión que a su vez generan crecimientos de grietas y rotura frágil inminente suponiéndose un comportamiento cuasi estático.

En un tercer bloque se estudia el comportamiento y la vida útil antes de la rotura de numerosos materiales sometidos a distintas solicitaciones dinámicas, en los que se generan fisuras, produciéndose el crecimiento de las mismas que derivarán en su rotura inminente cuando se alcanza cierto límite o grieta crítica.

Problema 1.- Un alambre que tiene 6 mm de diámetro y 1 m de longitud está sometido a una carga a tracción de 10^4 N. Calcular:

a) Esfuerzo unitario

b) Alargamiento unitario y total

c) Límite elástico si la deformación permanente empieza con un alargamiento de 2 mm

d) Coeficiente de trabajo, si se adopta como tal 2/3 del límite elástico

e) ¿Podrá utilizarse el cable para estas condiciones?

Datos E= 210 GNm^{-2}

Solución:

(a)

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{Fuerza\ (carga)}{Sección\ \ cable} = \frac{10000\ \ N}{\frac{\pi\, x\, 6^2}{4}} = 353\ \ N/mm^2 = 353\, MPa$$

(b)

$$\sigma = E\ x\varepsilon = 210000\ \ N/mm^2\ x\ \varepsilon \rightarrow \varepsilon = \frac{353\ N/mm^2}{210000\ \ N/mm^2} = 1{,}68\ x10^{-3}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \rightarrow \Delta l = 1{,}68\ x\ 10^{-3}\ x10^3\ mm\ = 1{,}68\ mm$$

(c)

$$\sigma_e = E\ x\ \varepsilon = 210000\ \ N/mm^2\ x\ \frac{2\, mm}{1000\ mm} = 420\ \ N/mm^2 = 420\ MPa$$

(d)

$$\sigma_t = \frac{420\ N/mm^2\ \ x\ 2}{3} = 280\ \ N/mm^2$$

(e)

En esta condición no servirá el cable ya que el esfuerzo unitario al que está sometido es mayor que el esfuerzo de trabajo para el que está limitado.

$$\sigma \rangle\ \sigma_t$$

Problema 2.- Un latón tiene un módulo elástico de 120 GNm^{-2} y un límite elástico de 250 x $10^6 Nm^{-2}$. Una varilla de este material de 10 mm^2 y 150 cm de longitud está colgada verticalmente y lleva en su extremo un peso de 1600 N. Determinar:

a) ¿Recuperará la varilla su longitud inicial si se le quita la carga?

b) ¿Cuál será el alargamiento unitario en estas condiciones? Hallar su energía elástica

c) ¿Cuál será la carga que deberá soportar para trabajar con un coeficiente de seguridad de 5?

d) Qué diámetro deberá de tener la varilla para que sometida a una carga de $8x10^4$ N no experimente deformación permanente

Solución:

(a)

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{Fuerza(carga)}{Sección\ varilla} = \frac{1600\ N}{10\, mm^2} = 160\ N/mm^2 = 160 MPa$$

Sí recuperará su longitud porque la tensión unitaria es inferior al límite elástico

$160\ MPa \langle\ 250\ MPa$

(b)

$$\sigma = E\, x \varepsilon = 120000\ N/mm^2\ x\ \varepsilon \rightarrow \varepsilon = \frac{160\, N/mm^2}{120000\, N/mm^2} = 1{,}33\, x 10^{-3}$$

$$\xi = \frac{\sigma^2}{2\ x\ E} = \frac{\varepsilon^2\ x\ E}{2} = \frac{\left(1{,}33\, x 10^{-3}\right)^2\ x\, 120\ x\, 10^3\ N/mm^2}{2} = 0{,}106\ N/mm^2 = 106\ x 10^3\ J/m^3$$

(c)

$$\sigma_t = \frac{\sigma_e}{n_S\, (coe\ segur)} = \frac{250\, MPa}{5} = 50\, N/mm^2 = \frac{F}{10\, mm^2} \rightarrow F = 500\, N$$

(d)

$$\sigma_e = \frac{F_e}{S} \rightarrow S = \frac{F}{250\, N/mm^2} = \frac{80000\, N}{250\, N/mm^2} = 320 mm^2$$

$$d = \sqrt{\frac{320\ x\ 4}{3{,}14}} = 20{,}2\, mm$$

Problema 3.- Una probeta según norma UNE-EN tiene un diámetro de 13,8 mm y 100 mm de distancia entre puntos. En un ensayo de tracción comenzó a fluir con 33000 N, produciéndose la rotura a los 60000 N. El alargamiento sufrido en ese instante fue de 20 mm y el diámetro de la sección de rotura, 10 mm. Calcular:

a) Límite de fluencia

b) Tensión nominal de rotura

c) Tensión real

d) Alargamiento en %

e) Estricción en %

Solución:

(a)

$$\sigma_e = \frac{F_e}{S_0} = \frac{33000\,N}{\frac{\pi\,x\,13{,}8^2}{4}} = \frac{4\,x\,33000\,N}{\pi\,x\,13{,}8^2\,mm^2} = 220{,}75\,N/mm^2 = 220{,}75\,MPa$$

(b)

$$\sigma_{RN} = \frac{F_R}{S_0} = \frac{60000\,N}{\frac{\pi\,x\,13{,}8^2}{4}mm^2} = \frac{60000N\,x\,4}{\pi\,x\,13{,}8^2\,mm^2} = 401{,}35N/mm^2 = 401{,}35MPa$$

(c)

$$\sigma_{Rreal} = \frac{F_R}{S_r} = \frac{60000N}{\frac{\pi\,x\,10^2}{4}mm^2} = \frac{60000N\,x\,4}{\pi\,x\,10^2\,mm^2} = 764N/mm^2 = 764MPa$$

(d)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{20mm}{100\,mm}\,x\,100 = 20\%$$

(e)

$$\Psi = \frac{S_0 - S_F}{S_0}\,x100 = \frac{\frac{\pi}{4}\left(13{,}8^2 - 10^2\right)}{\frac{\pi}{4}x\,13{,}8^2}\,x\,100 = \frac{13{,}8^2 - 10^2}{13{,}8^2}\,x\,100 = 47{,}49\%$$

Problema 4.- Un soporte está formado por dos barras unidas de distinto diámetro y material figura I.1, la barra de 1000 mm es de acero y tiene un diámetro de 15 mm y la barra de 700 mm de diámetro es de bronce con un diámetro de 10mm, del soporte pende una carga de 10000N, los módulos elásticos correspondientes son 210 GPa para el acero y 150 GPa para el bronce. Determinar el esfuerzo que soportará cada barra y la deformación total del soporte. Despreciar el peso de las barras.

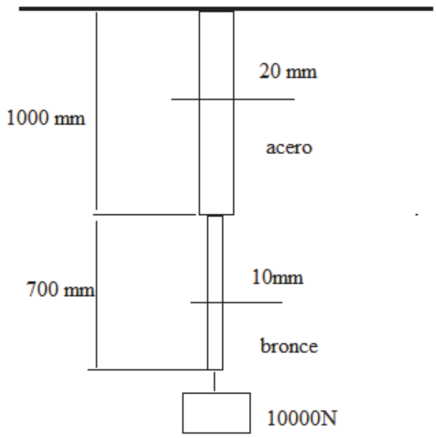


Figura I. 1

Solución:

La tensión que soporta el acero

$$\sigma_{Fe} = \frac{F}{S_{0Fe}} = \frac{10000N}{\frac{\pi \; x \; 15^2}{4}} = \frac{10000N \; x \; 4}{3{,}14 \; x \; 15^2 mm^2} = 56{,}61 N / mm^2$$

La tensión que soporta el bronce

$$\sigma_{Br} = \frac{F}{S_{0Br}} = \frac{10000N}{\frac{\pi \; x \; 10^2}{4} mm^2} = \frac{10000N \; x \; 4}{3{,}14 \; x \; 10^2} = 127{,}38 N / mm^2$$

La deformación en el acero

$$\sigma = E \; x \; \varepsilon = E \; x \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{F}{S_0} \quad \rightarrow \quad \Delta l = \frac{F \; x \; l_0}{E \; x \; S_0}$$

$$\Delta l_{Fe} = \frac{10000N \; x \; 1000mm}{\frac{\pi \; x \; 15^2}{4} mm^2 \; x \; 210000 N / mm^2} = 0{,}26mm$$

La deformación en el bronce

$$\Delta l_{Br} = \frac{10000N \; x \; 700mm}{\frac{\pi \; x \; 10^2}{4} mm^2 \; x \; 150000 N / mm^2} = 0{,}59mm$$

La deformación total

$$\Delta l_{Total} = 0{,}26 + 0{,}59 = 0{,}85mm$$

Problema 5.- Un apoyo formado por un perfil hueco cuadrado de fundición, de lado exterior de 45 cm y de 4 cm de espesor, está relleno de hormigón; figura I. 2. El apoyo está sometido axialmente a una carga de 700000 N, determinar la tensión a la que está sometido el hormigón y la fundición, si los módulos elásticos correspondientes son de E_{Fun}= 105 GPa y el E_{horm}= 17,5 GPa.

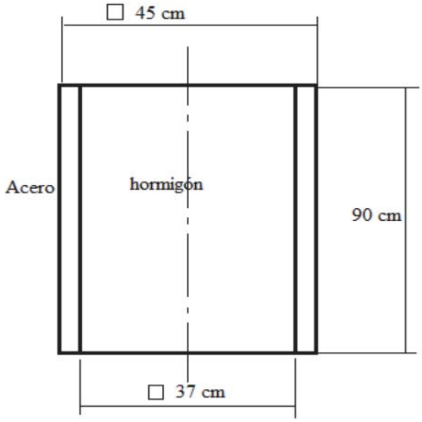


Figura I. 2

Solución:

$$F_{Fun} + F_{hor} = 700000N$$

$$\Delta l_{Fun} = \Delta l_{hor} \rightarrow \frac{F_{Fun}\ x\ L_{Fun}}{A_{Fun}\ x\ E_{Fun}} = \frac{F_{hor}\ x\ L_{hor}}{A_{hor}\ xE_{horn}} \rightarrow F_{Fun} = \frac{A_{Fun}\ x\ E_{Fun}}{A_{hor}\ x\ E_{hor}} F_{hor} \rightarrow F_{Fun} = \frac{105GPa\ x\ (45^2 - 37^2)}{17{,}5GPa\ x\ 37^2} = 2{,}87 F_{hor}$$

$$2{,}87\ F_{hor} + F_{hor} = 3{,}87\ P_{hor} = 700000N$$

$$F_{hor} = \frac{700000N}{3{,}87} = 180878\,N$$

$$F_{Fun} = 2{,}87 \cdot 180787 = 519122\,N$$

$$\sigma_{horm} = \frac{F_{horm}}{S_{horm}} = \frac{180878N}{0{,}37^2\,m^2} = 1{,}32\ MPa$$

$$\sigma_{fund} = \frac{F_{fund}}{S_{fund}} = \frac{519122N}{\left(0{,}45^2 - 0{,}37^2\right)m^2} = 7{,}91\,MPa$$

$$\Delta l = \frac{519122N\ x\ 0{,}90m}{\left(0{,}45^2 - 0{,}37^2\right)m^2\ x\,105\ GPa} = 8{,}37\ x\,10^{-5}\,m$$

Problema 6.- Con una cizalla se pretende cortar un redondo de 2 cm de diámetro cuya tensión de rotura son 320 MPa. Calcular la fuerza necesaria. Si se quiere cortar por cizallado un círculo de 300 mm de diámetro con una punzonadora en una chapa de 2 mm de espesor, serviría la cizalla calculada para el redondo.

Solución:

Para la barra de redondo

$$\tau_{Rbarra} = \frac{T_{barra}}{S_{0barra}} = \rightarrow T = \tau_R \; x \; S_{0barra} = 320N/mm^2 \; x \; \frac{\pi \; x \; 20^2 mm^2}{4} = 100480N$$

Para la chapa

$$\tau_{Rchapa} = \frac{T_{chapa}}{S_{0chapa}} = \rightarrow T_{chapa} = \tau_R \; x \; S_{0chapa} = 320N/mm^2 \; x \; \pi \; x \; 300mm \; x \; 2mm = 602880N$$

$$\frac{F_{chapa}}{F_{barra}} = \frac{602880}{100480} = 6$$

No serviría la cizalla empleada para cortar la barra ya que necesitaría una fuerza equivalente 6 *veces mayor para poder cortar la chapa.*

Problema 7.- Teniendo en cuenta de forma aproximada que el inverso del tiempo de reacción (t_R^{-1}), puede tomarse de forma aproximada como una velocidad de deformación, y que puede estimarse mediante la ecuación de la velocidad de deformación en fluencia sin endurecimiento, representada en la figura I.3. Si el tiempo hasta la rotura de una determinada superaleación es 2000 horas a 650 ºC y 50 horas a 700 ºC. Calcúlese la energía de activación para el mecanismo de fluencia. Estimar el tiempo hasta la rotura a 750 ºC, siendo σ= 300 MPa, el coeficiente de endurecimiento n= 2, tamaño de grano δ= 0,4 mm y m= 1.

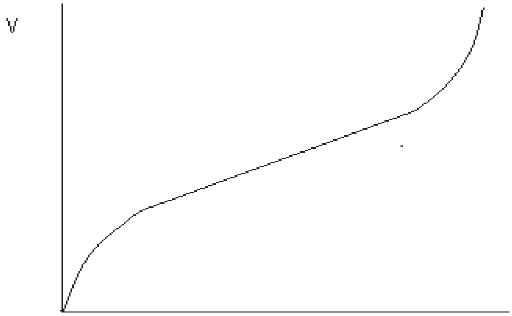


Figura I. 3

Solución:

$$V_\varepsilon = C\ x\ \sigma^n x\ \delta^{-m} x\ e^{-\frac{Q_C}{RxT}}$$

$$\frac{1}{2000} = C\ x\ \sigma^n\ x\ \ \delta^{-m}\ \ x\ \ e^{-\frac{Q_C}{8,32xT_1}}$$

$$\frac{1}{50} = C\ x\ \ \sigma^n\ x\ \ \delta^{-m}\ \ x\ \ e^{-\frac{Q_C}{8,32xT_2}}$$

dividiendo las dos ecuaciones se obtiene

$$\frac{50}{2000} = e^{-\frac{Q_C}{8,32\ x\ T_1}+\frac{Q_C}{8,32\ x\ T_2}} = e^{\frac{Q_C}{8,32}\ x\ (\frac{T_1-T_2}{T_1xT_2})} = e^{\frac{Q_C}{8,32}\ x\ \frac{923-973}{973x923}} = e^{-6,67\ x\ 10^{-6}\ x\ Q_C}$$

$$\ln\frac{50}{2000} = -\,6,67\ x\ 10^{-6}\ \ x\ Q_C \quad \rightarrow Q_C = \frac{3,68}{6,67\ x\ 10^{-6}} = 553000\ J/mol$$

$$\frac{1}{2000}\ h^{-1} = C\ x\ 0,4^{-1}\ \ x\ 300^2\ MPa^2\ \ x\ e^{-\frac{553000\ J/mol}{8,32J/mol^oK\ x\ 923^oK}} \qquad \rightarrow C = 4,17\ x\ 10^{22}\ \ h^{-1}MPa^{-2}$$

Aplicando de nuevo la ecuación para la temperatura de 750ºC

$$V_\varepsilon = 4,17\ x\ 10^{22}\ h^{-1}MPa^{-2}\ \ x\ 0,4^{-1}\ \ x\ 300^2\ MPa^2\ \ x\ e^{-\frac{551723J/mol}{8,32J/(mol*^oK)*1023^oK}} = 0,57h^{-1} \rightarrow$$

$$t = \frac{1}{0,57} = 1,75 horas$$

Problema 8.- Una superaleación empleada en la construcción de turborreactores, se somete a ensayos de fluencia a alta temperatura bajo una tensión de 155 MPa. Si las velocidades de deformación en la etapa secundaria que experimenta son: $5x10^{-9}seg^{-1}$ a 640 ºC y $3{,}5x10^{-7}$ seg^{-1}a 900ºC. Se pide:

a) Determinar la velocidad de deformación V_ε (seg^{-1}) de la etapa secundaria si el proceso se realiza con la misma tensión y a la temperatura de 750ºC.

b) Determinar la tensión máxima de servicio para que las piezas puedan trabajar durante 10000 horas a 750ºC, si se admite una deformación absoluta máxima del 1,5%.

Datos: R= 8,32 J/(mol ºK); exponente n = 3, m=0

Solución:

(a)

$$V_\varepsilon = C\, x\, \sigma^n x\, \delta^{-m} x\, e^{-\frac{Q_C}{RxT}}$$

$$5\,x\,10^{-9}\ s^{-1} = C\,x\,\delta^{-m}\ x\,(155MPa)^3\ x\,e^{-\frac{Q_C}{8{,}32\frac{J}{mol\,x^{o}K}\,x\,(640+273)^{o}K}}$$

$$3{,}5\,x\,10^{-7}\ s^{-1} = C\,x\,\delta^{-m}\ x\,(155MPa)^3\ x\,e^{-\frac{Q_C}{8{,}32\frac{J}{mol\,x\,^{o}K}\,x\,(900+273)^{o}K}}$$

Dividiendo las dos igualdades

$$\frac{5\,x\,10^{-9}}{3{,}5\,x\,10^{-7}} = e^{-\frac{Q_C}{8{,}32\frac{J}{mol\,x^{o}K}x\,913^{o}K}+\frac{Q_C}{8{,}32\frac{J}{mol\,x\,^{o}K}x\,1173^{o}K}} = e^{-\frac{Q_C}{8{,}32\frac{J}{mol\,x\,^{o}K}}x\left(\frac{1}{913}-\frac{1}{1173}\right)}$$

Aplicando logaritmos neperianos

$$\ln\left(\frac{5\,x\,10^{-9}}{3{,}5\,x\,10^{-7}}\right) = -\frac{Q_C}{8{,}32\dfrac{J}{mol\,x\,^{o}K}}\ x\left(\frac{1173-913}{1173\,x\,913}\right)^{o}K^{-1} = -2{,}91\,x\,10^{-5}\ Q_C$$

$$-4{,}24 = -2{,}91\,x\,10^{-5}\ Q_C \rightarrow Q_C = 145704\ \frac{J}{mol}$$

De la primera condición se obtiene

$$5\,x\,10^{-9}\ s^{-1} = C\,x\,(155MPa)^3\ x\,e^{-\frac{145704}{8{,}32\,x\,913}} = 0{,}017\ MPa^3\ x\,C \rightarrow C = 2{,}94\,x\,10^{-7}\ s^{-1}\ x\,MPa^{-3}$$

$$V_\varepsilon = 2{,}94\,x\,10^{-7}\ s^{-1}x\,MPa^{-3}\ x\,(155MPa)^3\ x\,e^{-\frac{145704\,J/mol}{8{,}32\,J/(mol\,x^{o}\,K)\,x\,(750+273)^{o}K}} = 4\,x\,10^{-8}\ s^{-1}$$

(b)

$$\frac{0{,}015}{10000h\,x\,3600s/h} = 2{,}94\,x\,10^{-7}\ x\,\sigma^3\ x\,e^{-\frac{145704}{8{,}32\,x\,1023}} \rightarrow \sigma = \sqrt[3]{38488MPa^3} = 33{,}76\ MPa$$

Problema 9.- Determinar el aumento porcentual de tensión que será necesario para producir el mismo aumento de velocidad de deformación que el que produce un incremento de 20ºC de temperatura, al pasar de 990ºC a 1010ºC en una determinada aleación. Considerando que el calor de activación es Q_C = 200000 J/(mol ºK) y el exponente de endurecimiento n=3

Solución:

$$V_\varepsilon = C\ x\ \sigma^n x\ \delta^{-m} x\ e^{-\frac{Q_C}{RxT}}$$

Considerando la velocidad de deformación a tensión cte

$$V_{\varepsilon 1} = C_i\ x\ \sigma^3\ (MPa)^3\ x\ e^{-\frac{200000\ J/mol}{8{,}32\ J/(mol\ x\ ºK)\ x\ (990+273)\ ºK}}$$

$$V_{\varepsilon 1} = C_i\ x\ \sigma^3\ (MPa)^3\ x\ e^{-\frac{200000\ J/mol}{8{,}32\ J/(mol\ x\ ºK)\ x\ (1010+273)\ ºK}}$$

$$dividiendo\ entre\ ambas:$$

$$\frac{V_{\varepsilon 1}}{V_{\varepsilon 2}} = e^{-\frac{200000}{8{,}314}\left(\frac{1}{1263}-\frac{1}{1283}\right)} \rightarrow \frac{V_{\varepsilon 1}}{V_{\varepsilon 2}} = 0{,}74$$

$$Considerando\ la\ velocidad\ de\ deformación\ a\ temperatura\ cte$$

$$\frac{V_{\varepsilon 1}}{V_{\varepsilon 2}} = \left[\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right]^3 \rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \sqrt[3]{0{,}74} = 0{,}9 \rightarrow \sigma_1 = 90\%\ \sigma_2$$

Problema 10.- Los resultados en fluencia estacionaria que fueron obtenidos a una tensión de 140 MPa en una aleación férrea se representan en la tabla I.1 siguiente:

$V_\varepsilon\,(h^{-1})$	T(K)
$6{,}6 \times 10^{-4}$	1090
$8{,}8 \times 10^{-2}$	1200

Tabla I. 1

Si se sabe que el valor del exponente de la tensión n es 8,5 para esta aleación. Calcular la velocidad de fluencia estacionaria a 1300 ºK y una tensión de 83 MPa.

Solución:

$$V_\varepsilon = C \; x \; \sigma^n \; x \; e^{-\frac{Q_C}{R*T}} \rightarrow$$

$$6{,}6 \; x \; 10^{-4}(h^{-1}) = C \; x \; 140^{8,5} \; x \; e^{-\frac{Q_C(J/mol)}{8{,}314 J/(mol \; x°K) \; x \; 1090°K}}$$

$$8{,}8 \; x \; 10^{-2}(h^{-1}) = C \; x \; 140^{8,5} \; x \; e^{-\frac{Q_C}{8{,}314 J/(mol \; x° \; K) \; x \; 1200\;°K}}$$

dividiendo las dos expresiones se obtiene

$$\frac{6{,}6 \; x \; 10^{-4}}{8{,}8 \; x \; 10^{-2}} = e^{-\frac{Q_C}{8{,}314} x \left(\frac{T_2 - T_1}{T_2 * T_1}\right)} = e^{-\frac{Q_C}{8{,}314} x \left(\frac{1200-1090}{1200*1090}\right)} \rightarrow \ln\left(\frac{6{,}6 \; x \; 10^{-4}}{8{,}8 \; x \; 10^{-2}}\right) = -\frac{Q_C}{8{,}314} \; x \; \frac{110}{1090 \; x \; 1200} \rightarrow$$

$$Q_C = 483712 Julios/mol$$

$$6{,}6 \; x \; 10^{-4}(h^{-1}) = C \; x \; (140Mpa)^{8,5} \; x \; e^{-\frac{483712 J/mol}{8{,}314 J/(mol°K) \; x \; 1090°K}} \rightarrow C = 57{,}36$$

Para calcular la velocidad de fluencia a 1300ºK y 83 MPa

$$V_C = 57{,}36(h^{-1})/MPa^{8,5} \; x \; (83MPa)^{8,5} \; x \; e^{-\frac{483712 J/mol}{8{,}314 J/(mol°K) \; x \; 1300°K}} = 4{,}5 \; x \; 10^{-2}(h^{-1})$$

Problema 11.- Han sido obtenidos como resultados a fluencia estacionaria de una determinada aleación a 200 ºC los datos siguientes. Tabla I.2:

Velocidad de deformación V_ε (h^{-1})	Tensión σ (MPa)
2,5 x 10^{-3}	55
2,4 x 10^{-2}	69

Tabla I. 2

Si se sabe que la energía de activación para la fluencia estacionaria es igual a 140000J/mol y m= 0, determinar la velocidad de deformación a una temperatura de 250 ºC y una tensión de 48 MPa.

Solución:

A partir de la ecuación

$$V_\varepsilon = C\ x\ \delta^{-m}\ x\ \sigma^n\ x\ e^{-\frac{Q_C}{R*T}}$$

$$2{,}5\ x\ 10^{-3}(h^{-1}) = C\ x\ 55^n\ x\ \delta^{-m}\ x\ e^{-\frac{140000 J/mol}{8{,}314 J/(mol°K)\ x\ 473°K}}$$

$$2{,}4\ x\ 10^{-2}(h^{-1}) = C\ x\ 69^n\ x\ \delta^{-m}\ x\ e^{-\frac{140000 J/mol}{8{,}314 J/(mol°K)\ x\ 473°K}}$$

dividiendo ambas expresiones

$$\frac{2{,}5\ x\ 10^{-3}}{2{,}4\ x\ 10^{-2}} = \left(\frac{55}{69}\right)^n \rightarrow n\ x\ \ln\left(\frac{55}{69}\right) = \ln\left(\frac{2{,}5\ x\ 10^{-3}}{2{,}4\ x\ 10^{-2}}\right) \rightarrow n = 10$$

$$2{,}5\ x\ 10^{-3}(h^{-1}) = C\ x\ (55MPa)^{10}\ x\ e^{-\frac{140000 J/mol}{8{,}314 J/(mol\ x\ °K)\ x\ 473°K}} \rightarrow C = 2{,}85\ x\ 10^{-5}(h^{-1}/MPa^{10})$$

$$V_\varepsilon = 2{,}85\ x\ 10^{-5}(h^{-1})\ x\ (48MPa)^{10}\ x\ e^{-\frac{140000 J/mol}{8{,}314 J/(mol\ x\ °K)\ x\ 523°K}} = 1{,}92\ x\ 10^{-2}(h^{-1})$$

Problema 12.- Determinar el incremento de temperatura que ocasionará la misma relación de velocidad de deformación que el que produce un incremento de tensión del 20%. Siendo la temperatura para la tensión inicial de 700ºC. Calor de activación 100000 J/mol y la cte 8,32 J/(mol ºK); n=3.

Solución:

$$V_{\varepsilon 1} = C \; x \; \sigma_1^n x \; \delta^{-m} x \; e^{-\frac{Q_C}{RxT_1}}$$

$$V_{\varepsilon 2} = C \; x \; \sigma_2^n x \; \delta^{-m} x \; e^{-\frac{Q_C}{RxT_2}}$$

Suponiendo la temperatura constante se halla la variación velocidad de deformación que produce un incremento de la tensión del 20%.

Dividiendo las dos igualdades se obtiene

$$\frac{V_{\varepsilon 1}}{V_{\varepsilon 2}} = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^n = \left(\frac{\sigma_1}{1{,}2 \; x \; \sigma_1}\right)^n = \left(\frac{1}{1{,}2}\right)^3 = 0{,}57$$

Suponiendo a continuación la tensión constante para esta variación de velocidad de deformación

$$0{,}57 = \frac{C \; x \; \delta^{-m} \; x \; \sigma^n \; x \; e^{-\frac{Q}{R \, x \, T_1}}}{C \; x \; \delta^{-m} \; x \; \sigma^n \; x \; e^{-\frac{Q}{R \, x \, T_2}}} = e^{-\frac{Q}{R} x \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)} = e^{-\frac{Q}{R} x \left(\frac{T_2 - T_1}{T_2 \; x \; T_1}\right)} = e^{-\frac{100000 J/mol}{8{,}32 J/mol^\circ K} x \left(\frac{T_2 - 973}{973 \; x \; T_2}\right)}$$

$$\ln 0{,}57 = -\frac{100000 J/mol}{8{,}32 J/mol^\circ K} \; x \left(\frac{T_2 - 973}{973 \; x \; T_2}\right) \quad \rightarrow 0{,}56 = \frac{12019 \; x \; (T_2 - 973)}{973 \; x \; T_2}$$

$$544 \; x \; T_2 = 12019 \; x \; T_2 - 11694487$$

$$11475 \; x \; T_2 = 11694487 \rightarrow T_2 = 1019 \, ^\circ K \quad \rightarrow T_2 = 746 \, ^\circ C$$

Problema 13.- Determinar la temperatura a la que una aleación de Inconel 625 puede proporcionar una vida a fluencia de 10500 horas a 650 MPa antes de que se rompa mediante deformación sin endurecimiento. Siendo la gráfica del Inconel la mostrada en la figura I.4 en la que relaciona la tensión con la temperatura para una duración de 10500 horas.

Solución:

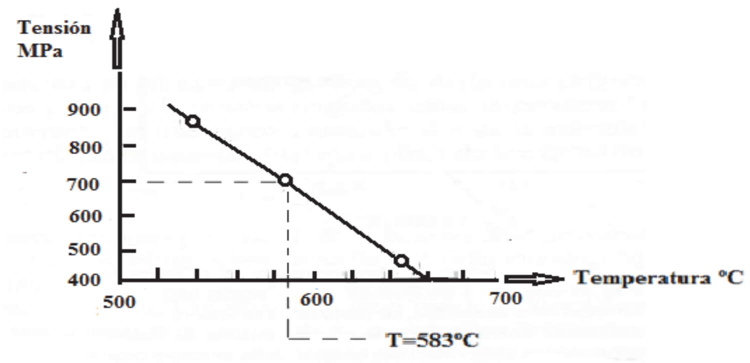


Figura I. 4

Problema 14.- En un ensayo de fluencia estacionaria se observa que a 1000ºC se obtiene una velocidad de fluencia de 0,6% por hora. Conociendo la energía de activación de 210000J/mol. Determinar la velocidad de deformación a una temperatura de 650 ºC y determinar el coeficiente que depende del material si la tensión a la que trabaja es constante de 150 MPa y n =2.

Solución:

$$V_\varepsilon = C\,x\,\sigma^n\,x\,e^{-\frac{Q_C}{R*T}} \quad \rightarrow V_\varepsilon = C_i\,x\,e^{-\frac{Q_C}{R*T}}$$

$$C_i = V_\varepsilon\,x\,e^{\frac{Q_C}{R\,x\,T}} \quad \rightarrow C_i = 0{,}006\,h^{-1}\,x\,e^{\frac{210000\,J/mol}{8{,}32\,J/mol°K\,x\,1273°K}} \quad \rightarrow \quad C_i = 9{,}53\,x\,10^5\,h^{-1}$$

Para la temperatura de $650^o C$ la velocidad de deformación será

$$V_\varepsilon = 9{,}53\,x\,10^5\,h^{-1}\,x\,e^{-\frac{210000\,J/mol}{8{,}32\,J/mol°K\,x\,923°K}} = 1{,}26\,x\,10^{-5}\,h^{-1}$$

Para determinar la constante que depende del material C

$$C_i = C\,x\,\sigma^n \quad \rightarrow C = C_i\,x\,\sigma^{-n}; \quad C = 9{,}53\,x\,10^5\,h^{-1}\,x\,150^{-2}\,MPa^{-2} = 42{,}53 h^{-1} MPa^{-2}$$

Problema 15.- Determinar qué defecto de los representados en la (figura I.5) romperá antes la soldadura a fractura en dos soldaduras de un acero templado, sometido a esfuerzos de tracción.

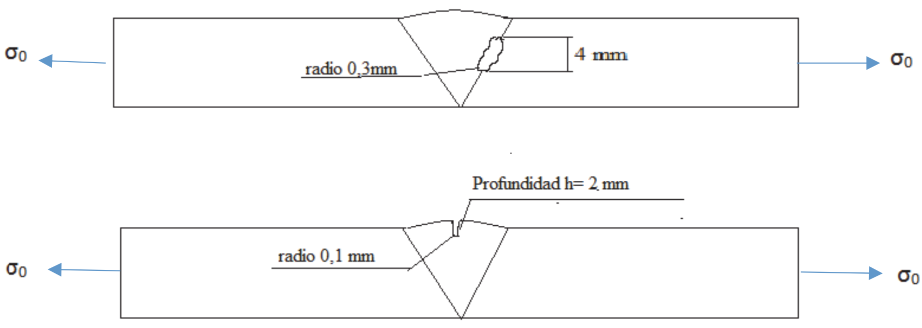


Figura I. 5

Solución:

Según Griffith la tensión en borde de entalla será

$$\sigma_m = 2 \; x \; \sigma_0 \; x \sqrt{\frac{a}{\rho}}$$

$\sigma_0 = Tensión \; aplicada$

$a = Tamaño \; de \; la \; fisura \; si \; es \; externa$

$a/2 = Tamaño \; de \; la \; fisura \; si \; es \; interna$

$\rho = radio \; en \; el \; borde \; de \; la \; fisura$

Para la soldadura con la falta de fusión interna

$$\sigma_{mff} = 2 \; x \; \sigma_0 \; x \sqrt{\frac{2mm}{0{,}3mm}}$$

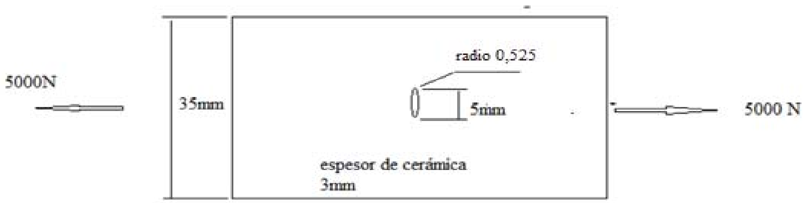
Para la grieta externa

$$\sigma_{mg} = 2 \; x \; \sigma_0 \; x \sqrt{\frac{2mm}{0{,}1mm}}$$

Dividiendo las dos igualdades

$$\frac{\sigma_{mff}}{\sigma_{mg}} = \sqrt{\frac{2 \; x \; 0{,}1}{2 \; x \; 0{,}3}} = 0{,}57 \rightarrow \sigma_{mg} \; = 1{,}73 \; x \; \sigma_{mff}$$

Problema 16.- Se tienen dos piezas de cerámica tal como indica la figura I.6, determinar en la que se producirá antes la rotura cuando están sometidas a las fuerzas también representadas, siendo la tensión a rotura del cerámico 210 MPa, K_{IC}=30 MPa.m$^{1/2}$



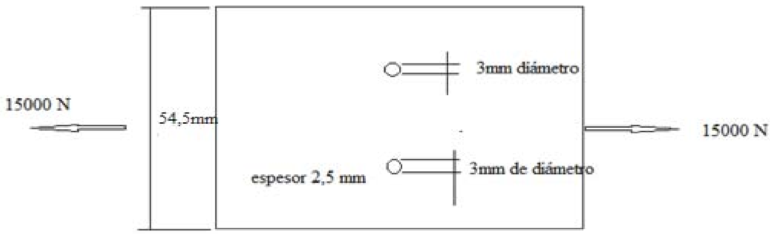


Figura I. 6

Considérese la ecuación de Griffith para todo efecto $\sigma_m = 2\ x\ \sigma_0\ x\ \sqrt{\dfrac{a}{\rho}}$

Solución:

Tensión en la primera pieza

$$\sigma = \frac{Fuerza}{Sección} = \frac{5000\ N}{(35-5)\ x\ 3\,mm^2} = 55{,}55\,MPa$$

Tensión en extremo de la entalla adop tan do la ecuación

$$\sigma_{m\ entalla\ eliptica} = 2\ x\ \sigma_0\ x\ \sqrt{\frac{a/2}{\rho}} = 2\ x\ 55{,}55\,MPa\ x\ \sqrt{\frac{2{,}5}{0{,}525}} = 242{,}5\,MPa$$

En la segunda pieza

$$\sigma = \frac{Fuerza}{Sección} = \frac{15000\ N}{(54{,}5-6)\ x\ 2{,}5\,mm^2} = 123{,}7\,MPa$$

Las tension es en los extremos de la fisura circular

$$\sigma_{mcircular} = 2\ x\ 123{,}7\ x\ \sqrt{\frac{3/2}{1{,}5}} = 247\,MPa$$

Las dos romperan prácticamente a la misma tensión aunque la diferencia sea de 4,5*MPa mayor en la segunda pieza*

Problema 17.- Justificar de los siguientes defectos de soldadura el que tiene mayor probabilidad de generar una grieta de fatiga, si la placa soldada es de un acero aleado sometido a tensiones en el sentido de la figura I. 7.

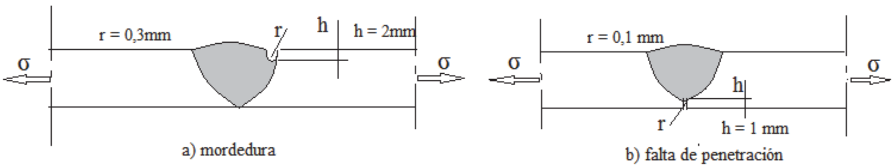


Figura I. 7

Solución:

Aplicando en este la ecuación de Griffith, para establecer un criterio comparativo obtenemos

Para la mordedura

$$\sigma_m = 2 x \sigma_0 \ x \sqrt{\frac{h}{r}} = 2 \ x \ \sigma_0 \ x \sqrt{\frac{2}{0.3}}$$

Para la falta de penetración

$$\sigma_{fp} = 2 \ x \ \sigma_0 \ x \sqrt{\frac{h}{r}} = 2 \ x \ \sigma_0 \ x \sqrt{\frac{1}{0.1}}$$

Dividiendo las dos expresiones

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{fp}} = \sqrt{\frac{0.2}{0.3}} = \sqrt{0.66} = 0.81 \quad \rightarrow \sigma_{fp} = 1.25 \ x \ \sigma_m$$

Problema 18.- Dos aleaciones de metales determinados están expuestos al mismo esfuerzo, K_{IC} es para la aleación A= 82,5 MPa x √m, y para la aleación B el valor de K_{IC} es de 55 MPa x √m. Se pregunta:

a) Determinar de los dos materiales el que puede tolerar la falla más grande antes de la fractura.
b) Calcular la relación del tamaño de grieta (a_CA/a_CB) suponiendo un factor de forma F_f=1
c) Determinar de las dos aleaciones la que tiene la probabilidad de tener la resistencia a la fluencia más alta.

Solución:

(a)

A igualdad de tensiones se puede observar que el tamaño de la grieta en A es mayor que la grieta en B.

$$K_{IC} = F_f \, x \, \sigma_C \; x \; \sqrt{\pi \; x \; a_C}$$

$$\sigma_{C1} = \sigma_{C2}$$

$$K_{IC1} = F_{f1} x \, \sigma_{C1} \; x \; \sqrt{\pi \; x \; a_{C1}} \rightarrow a_{C1} = \frac{K_{IC1}^2}{F_{f1}^2 \; x \; \sigma_{C1}^2 x \; \pi} = \frac{(82{,}5MPa \;\; x \; \sqrt{m})^2}{1 \; x \; \sigma_{C1}^2 \; x \; \pi}$$

$$K_{IC2} = F_{f2} \; x \; \sigma_{C2} \; x \; \sqrt{\pi \; x \; a_{C2}} \rightarrow a_{C2} = \frac{K_{IC2}^2}{F_f \; x \; \sigma_{C2}^2 \; x \; \pi} = \frac{(56MPa \;\; x \; \sqrt{m})^2}{1 \; x \; \sigma_{C2}^2 \; x \; \pi}$$

(b)

La relación entre los tamaños de las grietas es

$$\frac{a_{C1}}{a_{C2}} = \frac{(82{,}5MPa \; x \; \sqrt{m})^2}{(56MPa \; x \; \sqrt{m})^2} = 2{,}17 \;\; \rightarrow a_{C1} = 2{,}17 \; x \; a_{C2}$$

(c)

Suponiendo las dos grietas críticas iguales y que además σ_c= Y/n siendo n el coeficiente de seguridad y Y el límite de fatiga

$$K_{IC1} = F_f \;\; x \; \frac{Y_1}{n_S} \; x \; \sqrt{\pi \; x \; a_{C1}}$$

$$K_{IC2} = F_f \;\; x \; \frac{Y_2}{n_S} \; x \; \sqrt{\pi \; x \; a_{C2}}$$

$$para \; a_{C1} \; = a_{C2}$$

$$\frac{K_{IC1}}{K_{IC2}} = \frac{Y_1}{Y_2} \;\; \rightarrow \;\;\; \frac{82{,}5 \; MPa \; x \; \sqrt{m}}{55 \; MPa \; x \; \sqrt{m}} = \frac{Y_1}{Y_2} \rightarrow Y_1 = 1{,}5 \; x \; Y_2$$

Para seguir leyendo haga click aquí