

Demostració pràctica de la validesa dels models matemàtics en elements finits. Aplicació al model de Cross

Santiago Ferrándiz, Marina Arrieta, Juan López, R. Navarro
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

sferrand@mcm.upv.es, marienta@itm.upv.es, jlopezm@mcm.upv.es, raunavi@dimmm.upv.es

Abstract

La validesa dels models matemàtics aplicats en programes de càlcul, es basen en una formulació específica que porten implementats els programes comercials. Atès que aquests programes utilitzen les seues pròpies bases de dades de materials en ocasions sorgeix el dubte de quin és l'error de càlcul en el que estem incorrent o en ocasions que pot passar quan incorporem dades externes de materials assajats en altres laboratoris. En el present treball, desenvolupat a les pràctiques d'enginyeria de materials s'ha utilitzat la formulació del model de Cross per a calcular com serà el comportament de la viscositat en determinats materials reciclats que no estan incorporats en les bases de dades dels paquets de càlcul i a més ens permet conèixer les desviacions de càlcul respecte a la transformació real de les provetes experimentades.

The mathematical model's validity used in computer programs are based on a specific formula implemented leading commercial software. Since these programs use their own databases of materials sometimes the question arises of what the miscalculation in what we are committing or sometimes what can happen when incorporating external data materials tested in other laboratories. In the present work, developed the practice's materials engineering used in the formulation of the model to calculate cross what the viscosity behavior in some recycled materials that are not included in the databases of package's calculations and also allows us to calculate deviations with respect to the real transformation of specimens tested.

Keywords: Elementos finitos, modelo de Cross.
Finite elements, Cross model

1 Introducció

El modelatge matemàtic juga en esta època un paper molt important en el camp de l'enginyeria. Des del punt de vista de l'enginyer disposar d'un element que li permet conèixer amb anticipació què tipus problemes apareixeran li permet realitzar la presa de decisions d'una manera segura i a un cost raonable. Davall eixa base és important que l'alumne d'enginyeria de materials o estudis de postgrau sàpiga des del primer moment utilitzar, i comprendre com funcionen eixes ferramentes i com han d'interpretar-se eixos resultats. Per a aconseguir eixe objectiu s'han programat una sèrie de pràctiques en les assignatures de processat de polímers que permetran posar en pràctica els coneixements anteriorment apresos. La avaluació de les pràctiques es realitza mitjançant el contrast de dades i fórmules emprades per l'alumne així com la comparació de les gràfiques obtingudes amb les gràfiques patró. En este cas parlem de començar una pràctica amb un reòmetre capil·lar, el qual ens va a permetre realitzar l'anàlisi de la viscositat d'un determinat material, tant verge com reciclatge. Cal destacar que per a un material verge hi ha informació de viscositat per part del proveïdor. Al contrari, si parlem d'un material reciclat eixa informació no existeix i per això cal utilitzar un reograma. En general ens permet conèixer els diferents comportaments dels materials i quines són les diferències més importants que poden afectar al seu posterior processat.

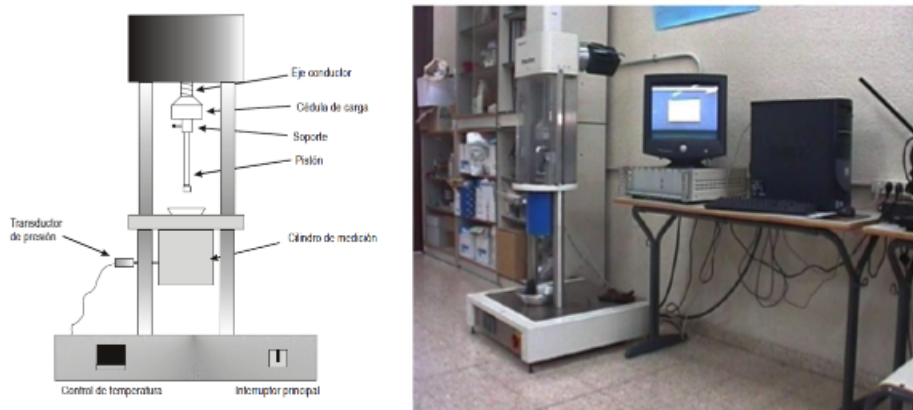


Figura 1: Reòmetre capil·lar.

2 Metodologia

En la transformació de polímers una de les característiques més influents en el processament és el coneixement de la viscositat del material. Aquest paràmetre ens permet saber com es comporta el material a la màquina de transformació. Permet l'estudi de la relació entre les pressions i les velocitats de cisalla a una determinada temperatura. El treball dels alumnes consisteix en obtenir els valors de pressió que es van obtenint en el treball del reòmetre capil·lar. El mateix procés es produeix en altres dos embocadures de diferent diàmetre.

Les dades que es poden obtenir són de la següent mena:

Per a una temperatura d'assaig de 210°C les dades que ens mostra l'ordinador com a resultat d'aquest assaig és, per exemple, 210 bars per a $100s^{-1}$, 265 bars per al següent valor ($200s^{-1}$) i així per a 500, 1000, 2000, 5000 i $10000s^{-1}$. A cadascun dels valors de velocitat de cisalla obtenim una dada de pressió. Amb això ja podem tabular dades.

Després es reprèn l'assaig per a una temperatura de , per exemple 240°C, i repetim la presa de pressions. Les temperatures dependran del material que estem assajant.

Les dades de pressió es tracten a fi de poder determinar els valors que es necessiten en el model de matemàtic de Cross-WLF.

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + (\eta_0/\tau^* \cdot \dot{\gamma})^{1-n}}, \quad \eta_0 = D_1 \exp - \frac{A_1(T - \tilde{T})}{A_2 + (T - \tilde{T})}, \quad \text{si } T \geq \tilde{T}, \quad \begin{matrix} A_2 = \tilde{A}_2 + D_3 p \\ \tilde{T} = D_2 + D_3 p \end{matrix}$$

Figura 2: Model de Cross-WLF.

El model reològic atribuït a Cross-WLF ofereix una bona aproximació al comportament real del material, relacionant la viscositat amb paràmetres com la temperatura, la velocitat de cisalla i la pressió. L'expressió del model és la mostrada abans, On η_0 (Pa.s) és la viscositat del material en condicions de cisalla nul·la, τ^* (Pa) és la constant del model que assenyalava la tensió de cisalla, a partir de la qual s'inicia el comportament pseudoplàstic del material, i n és la constant del model que simbolitza del comportament pseudoplàstic del material. Per a la determinació de la viscositat del material amb cisalla nul·la es considera l'expressió de Williams-Landel-Ferry. Sent $T\%$ (K) la temperatura de transició del material, dependent de la pressió. D_2 (K) la constant del model que marca la temperatura de transició del material a pressió atmosfèrica. D_3 (K/Pa) la constant del model que simbolitza la variació de la temperatura de transició del material en funció de la pressió. D_1 (Pa.s) la constant del model que marca la viscositat del material, en condicions de cisalla nul·la, a la temperatura de transició del material i pressió atmosfèrica. A_1 i \tilde{A}_2 (K) són constants del model. Una vegada aplicada la formulació del model de Cross, els alumnes estan en disposició d'introduir els diferents valors de les variables dependents i independents en el simulador de MoldflowTM.

		1	3	5	6	8	9	10
n		0,36646	0,37183	0,40405	0,40801	0,40713	0,46382	0,4837
ts	Pa	0,37481	0,92442	0,54062	1,82E-02	0,03179	1,3599	3,12E+03
d1	Pa Sec	7,70E+11	7,01E+11	8,00E+11	5,70E+10	3,42E+12	6,52E+12	1,51E+11
d2	K	373,15	373,15	373,15	373,15	373,15	373,15	373,15
d3	K/Pa	0	0	0	0	0	0	0
a1		6,18473	9,97803	14,13097	2,47391	10,98822	26,08602	33,09878
a2	K	51,6	51,6	51,6	51,6	51,6	51,6	51,6

Taula 1: Dades del model de Cross.

Els alumnes poden estudiar evolució de alguna dada, com per exemple n. Aquest valor en diu quina es l'evolució de la pendent en el comportament pseudoplàstic del material.

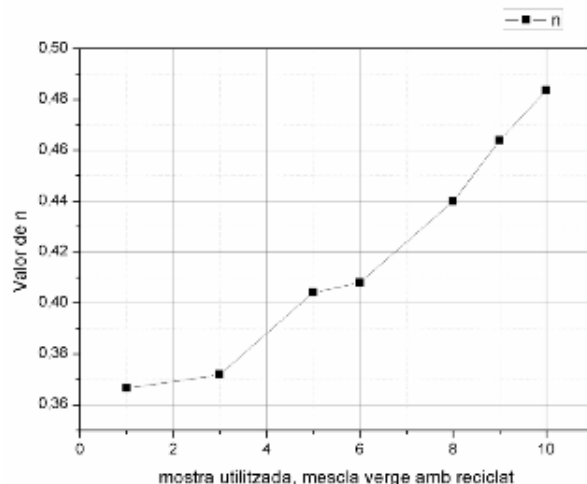


Figura 3: Valors de la constant n amb diferents assaigs.

Amb estos valors el programa d'elements finits realitza el càlcul de la nova viscositat i es pot utilitzar el nou material caracteritzat per a realitzar una simulació d'injecció. A la Figura 4 es pot veure com els alumnes fan la introducció de les dades al programa de simulació de elements finits.

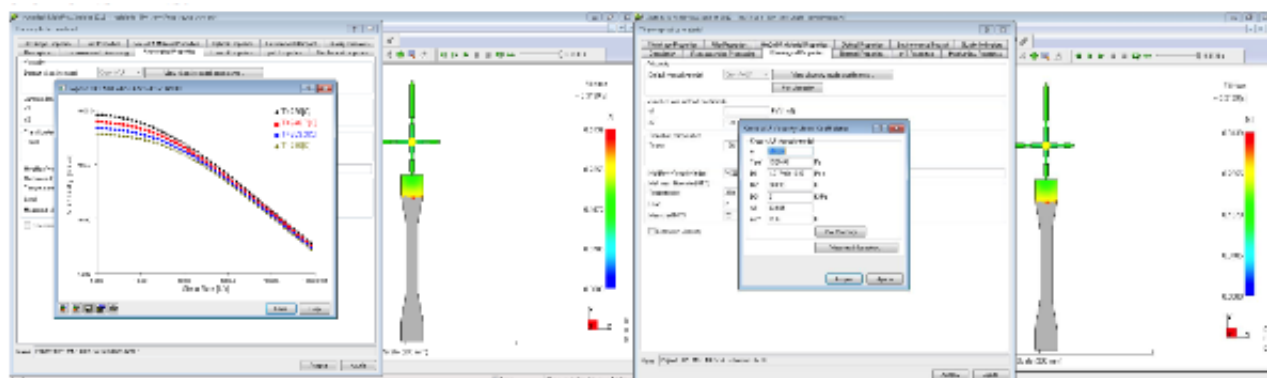


Figura 4: Valors de les constants dependents i independents al MoldflowTM.

3 Resultats

Els alumnes han vist de primera mà el funcionament del Reòmetre capil·lar i com s'han anat obtenint les dades en cadascuna de les temperatures d'assaig. Posteriorment amb un full de càlcul poden realitzar totes les operacions necessàries per obtenir les gràfiques de pressió i viscositat. Amb el full de càlcul programada adequadament l'alumne passa a realitzar els càlculs de les variables necessàries en el simulador perquè el programari pugui utilitzar la corba de viscositat.

Per a conèixer l'exactitud dels resultats de les simulacions, els alumnes injecten peces amb les condicions simulades i observen quina és la desviació que es produeix. Habitualment la desviació és xicoteta, el que permet demostrar a l'alumne l'exactitud que pot aconseguir el

càlcul i en la posterior simulació i la possibilitat d'aplicar-ho posteriorment en l'empresa una vegada estigi treballant.

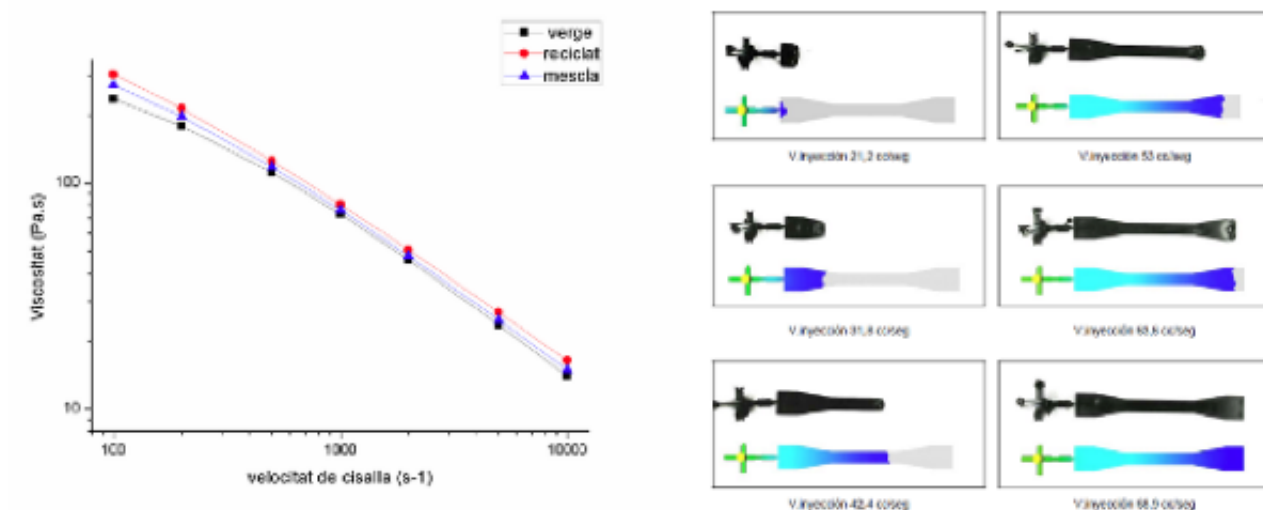


Figura 5: Mostres injectades i calculades.

A la Figura 5 ens ensenya com surt la comparació de les mostres calculades amb la pràctica del reòmetre i com van quedant les peces una vegada les han injectades.

Els alumnes mostren satisfacció quan manegen de prop maquinària que posteriorment podran trobar a les empreses.

Referencias

- [1] R. Navarro Vidal , J. López Martínez, S. Ferrándiz Bou. Influencia de la viscosidad en la incompatibilidad de mezclas de residuos de materiales plásticos en el proceso de reciclado; Univ. Politécnica de Valencia, (2008).
- [2] E. Fuster-García, L. M. García Raffi. Obtenció Dels Modes De Resonancia A Una Geometria Complexa: Proposta Didàctica De Modelització Amb Elements Finitis, Modelling in Science Education and Learning, **2**(6), (2009).
- [3] S. A. Dauengauer, O. G. Utkina, G. S. Popova, Y. N. Sazanov. Investigation of Thermal-Degradation of Polystyrene with the Aid of Thermal- Analysis. Journal of Thermal Analysis, **32**(1), 311–314 (1987).
- [4] L. A. Utracki. On the viscosity-concentration dependence on immiscible polymer blends. Journal of Rheology, **35**(8), 1615-1637 (1991).
- [5] R. A. Bremner. Melt flow index values and molecular weight distributions of commercial thermoplastics. Journal of Applied Polymer Science, **41**, 1617–1627 (1990).

