

Contribuciones de la modelización al desarrollo de las competencias básicas

Manel Sol

UNIVERSITAT DE BARCELONA

msol@ub.edu

Abstract

Desde hace muchos años que las actividades de modelización no son una práctica habitual en las aulas de matemáticas a pesar de contar con un amplio reconocimiento de su interés educativo. Burkhardt i Pollack (2006) lo justifican por la falta de materiales de soporte para los profesores y Antonius et al. (2007) señalan la falta de orientaciones de estrategias de aula. Este es el punto de partida de este artículo en el que se proponen algunas ideas para superar estas barreras. El artículo está organizado en tres partes. En la primera se analiza el encaje de la modelización en los currícula actuales. Se destaca además el caso del currículo catalán que permite la realización de proyectos en la enseñanza secundaria obligatoria. En particular establece dos materias los proyectos de investigación en cuarto de ESO y los trabajos de investigación en segundo de bachillerato que son idóneas para la realización de actividades de modelización. En la segunda parte se proponen diferentes tipos de actividades y se aborda el problema de la gestión que el profesorado hace de estas actividades en el aula. En la tercera se hace una aproximación para mostrar que las actividades de modelización además de ser muy adecuadas para aprender matemáticas también lo son para desarrollar el conjunto de las ocho competencias básicas que figura en el currículo actual aumentando así el interés de este tipo de actividades.

For many years modelling activities have not been a common practice in the classroom despite having a wide recognition of their educational interest. Burkhardt i Pollack (2006) justify it by a lack of supporting materials and Antonius et al. (2007) indicate an insufficient guidance on teaching strategies. From this starting point some ideas are proposed to overcome these difficulties. The article is organized in three sections. In the first section shown relationship between modelling and curriculum. Moreover, the catalan curriculum is highlighted as it promotes mathematical projects, in the secondary education. In fact, project research (Projecte de recerca) and Research work (Trellat de recerca) are two compulsory subjects in Catalonia which fit in with modelling activities. The second section, some activities are shown that can serve as an example to teachers. And also the teaching of skills in modelling activities. The last section shows the contributions of modelling activities to the development of basic competencies of current curriculum thus increasing their interest.

Keywords: Modelización, competencias, gestión del aula, proyectos matemáticos, investigaciones matemáticas, evaluación.

Modelling, competencies, classroom management, math projects, math investigations, assessment

1 Introducción

Las actividades de modelización en los niveles no universitarios juegan un papel fundamental en la educación matemática que hoy día nadie se cuestiona. Como muestra podemos destacar por un lado, la prioridad de las pruebas PISA en las tareas de aplicación y de modelización matemáticas. Por otro, la aprobación, por parte de la UE, de unas directrices que recomendaban a sus países miembros que situaran la adquisición y desarrollo de la competencia matemática, incluyendo en esta la de modelización, entre los objetivos de sus respectivos sistemas educativos. Hoy día, la mayoría de los países de la UE han incorporando la modelización a sus currícula de matemáticas de niveles no universitarios. ¿Qué repercusión han tenido estos cambios curriculares en las aulas de matemáticas? Tanto en nuestro país como en el resto del mundo la repercusión ha sido muy pequeña, tal como se constata en la literatura especializada y en las actas de las conferencias internacionales que se ocupan del tema.

En los años 80 fueron unos pocos profesores aislados y muy esforzados los que comenzaron a incorporar la modelización a la enseñanza no universitaria. En las actas de las ICTMA de los años 90 se pone en evidencia la gran distancia que se da entre el avance teórico de la modelización y su implementación en las aulas, que aún hoy día sigue vigente. ¿Por qué es así? Pues seguramente porque los cambios complejos no se llevan a cabo simplemente publicándolos en documentos oficiales. De hecho los trabajos de Blum y Niss (1991), Burkhardt y Pollack (2006) y Antonius et al. (2007) señalan algunas de las causas, entre las que queremos destacar la falta de actividades y material de soporte para el profesorado y el cambio de modelo de gestión de la actividad en el aula.

Con este artículo queremos hacer dos contribuciones al problema de la implementación de las actividades de modelización en las aulas. Por un lado, ofrecer algunas propuestas de actividades de soporte para el profesor así como orientaciones para su gestión. Por otro, dar orientaciones para relacionar la modelización con las 8 competencias básicas de nuestro currículum actual. El artículo está organizado en tres partes, la primera, *Currículum y modelización*, donde se pone de manifiesto cómo se recoge la modelización en los currícula y se destacan algunos aspectos particulares del caso catalán. En el segundo apartado, *Propuestas para avanzar* se presenta una clasificación de diferentes tipos de actividades, con ejemplos de cada una de ellas, que contribuyen al desarrollo de la capacidad de modelización de nuestros alumnos. Al mismo tiempo se ofrecen orientaciones sobre la gestión que ha de realizar el profesor en el aula en aspectos relevantes de la implementación de la tarea, como es el planteamiento y desarrollo de la actividad así como la interacción que se ha de dar con los alumnos. En el tercer apartado, *modelización y competencias básicas* se muestran las relaciones entre las 8 competencias básicas y las actividades de modelización. Además, se destacan las acciones y procesos que indicarán al profesor la activación de las competencias básicas.

2 Currículo y modelización

¿Realmente era necesario introducir la modelización en los currícula y en las aulas? ¿Por qué se ha hecho? ¿Qué se pretende conseguir que no se consiguiera ya con el currículo anterior? Consideramos necesario responder a estas cuestiones para comprender el significado y alcance de la incorporación de la modelización en los currícula.

Para ir dando respuesta a estas preguntas podemos analizar uno de los problemas liberados de PISA conocido como *El caminante*, que exponemos a continuación. La Figura 1 muestra las

pisadas de un hombre.

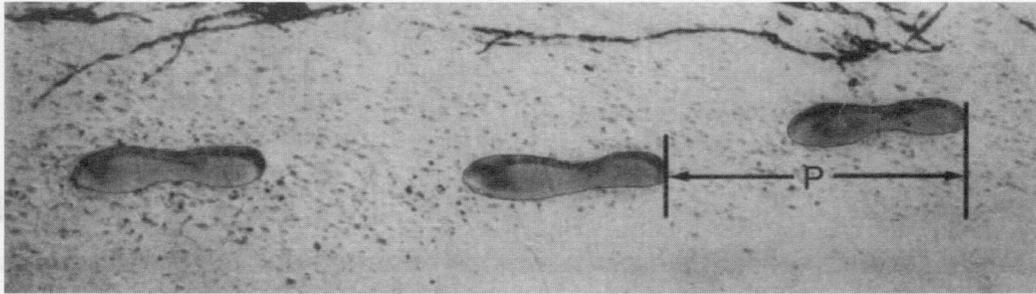


Figura 1: Problema de las huellas del caminante

La longitud del paso P es la distancia entre los extremos posteriores de dos pisadas consecutivas. Para los hombres la fórmula $\frac{n}{P} = 140$ da una relación aproximada entre n y P , donde n son los pasos por minuto y P la longitud del paso en metros. Si se aplica la fórmula a la forma de caminar de Enrique y este da 70 pasos por minuto, ¿cual es la longitud del paso de Enrique?

La solución es sencilla, se trata de resolver la ecuación $\frac{70}{x} = 140$ donde es trivial que $x = 0,5$. El problema está en que sólo el 36,3 % de los jóvenes de 15 años de los países miembros de la OCDE resolvieron correctamente el problema. En el caso de España fue un poco mejor, el 38,4% (Inecse, 2005). ¿Qué interpretación podemos hacer de estos resultados? ¿Es que los alumnos no han sabido resolver la ecuación que aparece? En ese caso ¿por qué? ¿Es que se han resuelto pocas ecuaciones en clase? ¿Quizás se tendría que haber dedicado más tiempo a practicar la resolución de ecuaciones? Si fuera así ¿creemos que el resultado hubiese sido el mismo si hubieramos planteado directamente la ecuación $\frac{70}{x} = 140$? No creo que se trate de que no saben resolver ecuaciones. Más bien se trata de que no saben establecer relaciones entre la situación real que se plantea con el modelo matemático que se ofrece. Ahí se pone de relieve la importancia del problema que tenemos hoy día. Las matemáticas que han aprendido los alumnos después de haber pasado por centenares de horas de clase no sirven para resolver una pequeña cuestión contextualizada en la que les dan el modelo a aplicar. Entonces, como decía Ken Clements *¿Cuál es el objetivo de aprender conocimientos, conceptos y destrezas si uno no puede obtener sin dificultades la combinación necesaria para resolver un problema de la vida real?* (Clements, 1999). Ese es el problema, y eso nos hace pensar que el concepto de lo que es saber matemáticas a que nos llevaba el currículo anterior ya no nos sirve. Al mismo tiempo, las expectativas actuales sobre las matemáticas aprendidas en la etapa obligatoria son que éstas sean útiles a los alumnos para comprender y resolver situaciones cotidianas, en sus contextos próximos. Esta es la misma idea que se desprende de Niss (2003) y que nos lleva a un replanteamiento global de lo que se hace en las aulas de matemáticas, en el que las actividades de modelización estan llamadas a tener un papel de especial relevancia como lo muestran los currícula actuales y que vamos a destacar a continuación.

Este replanteamiento ya se ha iniciado y se empieza a reflejar en los currícula actuales. La competencia matemática, tal como se recoge en el currículo de la educación primaria (artículo 17 g de la LOE), ha de permitir a los alumnos *aplicar (los conocimientos) a la vida cotidiana*. Los principios pedagógicos, (artículo 26.2 LOE) establecen que se ha de *promover el uso de las matemáticas*. El anexo 1 del RD 1631/2006 de Enseñanzas mínimas correspondientes a la

ESO, establece el contenido de las competencias básicas. En él se afirma que la competencia matemática ha de permitir a los alumnos *resolver problemas relacionados con la vida cotidiana* y también que *Esta competencia cobra realidad y sentido en la medida que los elementos y razonamientos matemáticos son utilizados para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan*. El desarrollo de la competencia matemática significa que los alumnos al final de la etapa han de ser capaces de *utilizar espontáneamente -en los ámbitos personal y social- los elementos y razonamientos matemáticos para interpretar y producir información para resolver problemas provenientes de situaciones cotidianas*.

En el caso de Cataluña encontramos expresiones más directas a la modelización. El decreto 142/2007 por el que se establece la ordenación de la educación primaria en su anexo 2 presenta las matemáticas en la perspectiva de que sean útiles en la vida diaria, *que ayuden a interpretar el mundo que nos rodea, facilitando la cuantificación y la medida de hechos y procesos naturales y sociales*. Se han de enseñar las matemáticas de manera que *se posibilite su utilización fuera de las clases de matemáticas, tanto en la vida diaria de los alumnos como en todas las otras áreas*. En el decreto 143/2007, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas de la educación secundaria obligatoria, encontramos referencias explícitas a la modelización como por ejemplo *Las capacidades que potencia el currículum de matemáticas han de ayudar al alumno a: modelizar situaciones de la vida real y vinculadas a otras áreas de conocimiento y traducirlas a modelos matemáticos para buscar soluciones con más facilidad y certeza*. En el bachillerato también encontramos referencias similares a la contextualización: *La resolución razonada de problemas procedentes de actividades cotidianas*. También encontramos referencias explícitas en los criterios de evaluación como por ejemplo: *Se pretende evaluar la madurez del alumnado para enfrentarse a situaciones nuevas procediendo a su observación, modelado, reflexión y argumentación*, o bien *Se pretende que el alumnado maneje la información extraída de diversas fuentes para realizar investigaciones, modelizar situaciones, facilitar los cálculos, ...*

Por lo tanto parece claro que los currícula actuales, en todas las comunidades, no es que admitan las actividades de modelización sino que es esta una de las competencias que se espera que los alumnos desarrollen.

Merece la pena destacar que esta demanda de las actividades de modelización no solo se atiende desde la asignatura de matemáticas sino que hay dos tipos de materias que se imparten en Cataluña desde hace algunos años que son el *Proyecto de Investigación* (Projecte de Recerca) que se imparte en cuarto de ESO y el *Trabajo de investigación* (Treball de Recerca) en segundo de bachillerato. El Proyecto de investigación es una materia de 3 créditos, lo que normalmente corresponde a 1 hora a la semana a lo largo de todo el curso o bien 2 horas a la semana en el segundo cuatrimestre del curso. Cada departamento ofrece algunas propuestas de investigación y los alumnos eligen las que más les interesan. Este espacio es ideal para plantear desde el área de matemáticas actividades de modelización. Así por ejemplo se han realizado algunos trabajos como la modelización del chut de un balón de fútbol o del lanzamiento de una pelota de baloncesto.

En segundo de bachillerato los alumnos realizan el *trabajo de investigación* (treball de recerca) que tiene un peso del 10% en su nota final de bachillerato. En este caso el alumno no dispone de horas en su horario lectivo aunque se estima que exige una dedicación de 70 horas de trabajo y además cuenta con un profesor tutor que se lo dirige. También este trabajo proporciona un espacio adecuado para poder modelizar situaciones. Más adelante se mostraran algunos ejemplos.

En estos momentos, destacamos como un logro que se reconozca la importancia de las actividades de modelización en la educación matemática de los alumnos no universitarios y además estén incorporadas en los currícula. Ahora solo falta que se lleve a las aulas. Pero ahí es donde hay una dificultad importante que afecta no solo al estado español sino a todo el mundo. Desde el año 91 Blum y Niss (Blum y Niss, 1991) ya constataban que a nivel teórico se avanzaba notablemente, pero en la práctica eran pocas las experiencias de aula. Con el paso de los años el reconocimiento de la importancia de la modelización no ha hecho más que crecer y consolidarse en los currícula mientras que, al mismo tiempo, se observa una resistencia a realizar estas actividades en las clases de matemáticas. Son numerosos los trabajos de investigadores que ponen de manifiesto una y otra vez las dificultades que hay para conseguir llevar a las aulas las tareas de modelización. Prácticamente en cada conferencia ICTMA se constata este hecho, por ejemplo en las últimas actas publicadas Förster se refiere a ello (Förster, 2011) refiriéndose a la secundaria en Alemania, también Burkhardt y Pollack (2006) hacen una constatación similar. Algunos de los investigadores que se han ocupado del tema han señalado algunas causas posibles. Entre ellas quiero destacar dos; por un lado las que se refieren a la falta de materiales de soporte y por otro las que se refieren a la gestión del profesor en el aula como propone Antonius *et al.* (2007). Hay otras razones importantes como por ejemplo las creencias del profesorado, pero las hemos de dejar al margen por limitaciones propias del artículo. Por ello en el siguiente apartado planteamos algunas dificultades que ya hemos anunciado y hacemos algunas propuestas para avanzar en los logros de la modelización en las aulas.

3 Propuestas para avanzar

Durante algún tiempo se ha creído que las actividades de modelización eran complejas y han estado reservadas a los mejores alumnos de cursos universitarios. Pero hoy se reconocen como modelización actividades que muchas personas realizan de manera espontánea, aunque seguramente de manera inconsciente, cuando se enfrentan y resuelven tareas cotidianas sencillas a lo largo de toda su vida. Por ejemplo, desde bien pequeños los niños que se reparten un pastel, o han de compartir algún juguete entre amigos. Cuando ya no son tan niños se enfrenatarán a otro tipo de situaciones como por ejemplo organizar una fiesta. En este caso tendrán que estimar cuanto dinero necesitaran y como lo gastarán. Otra situación puede ser el diseño de su propia ropa, donde tendrán que decidir sobre formas, tamaños y escalas. También cuando quieren saber como utilizar de manera más eficiente el cambio de marchas de la bicicleta. Más adelante se tendrán que enfrentar a situaciones económicas que tendrán que modelizar para actuar de la manera más conveniente por ejemplo si se quiere ahorrar para comprar algo, o si se quiere elegir una tarifa de móvil. En una ciudad grande el uso de los diferentes sistemas de transporte también nos obligará a modelizar para saber la opción que es más rápida o la más económica. Otras situaciones se dan en el supermercado si quieres saber el envase que te resulta más conveniente o comprobar ofertas, o saber si el envase más grande siempre es el más económico. También cuando se planifica un viaje y tantas otras situaciones que podríamos citar.

Con todo ello queremos mostrar que en nuestro entorno más próximo existen situaciones reales muy variadas, con significado para nuestros alumnos, que se pueden aprovechar para modelizar en la clase de matemáticas, unas más largas y otras no tanto, unas más complicadas y otras más sencillas. De lo que se trata es de saber elegir la más adecuada a cada momento para llevarla al aula, ya sea por su duración o por su complejidad. A continuación presentamos algunas basadas en situaciones reales para proponerlas a los alumnos en las clases de matemáticas. De

todas maneras, hay que aclarar que el éxito en su implementación no solo es un problema de seleccionar actividades sino también de como se gestionan en el aula. De cómo intervenga el profesor y de cómo interactúe con los alumnos depende en gran medida el éxito o el fracaso de estas actividades, y de cualquier otra.

3.1 Tipos de situaciones

A continuación presentamos diferentes tipos de actividades de modelización que se pueden proponer a los alumnos en las aulas:

Tareas Son de corta duración, se pueden hacer en una hora de clase o como máximo en dos. Problemas que se nos pueden plantear cuando leemos un periódico o vamos por la calle o de compras al supermercado. Claro está que la duración es un criterio relativo, lo que para unos puede ser cosa de minutos para otros puede resultar de horas. Hay que ajustarlo en cada caso a las posibilidades de los alumnos a los que se dirige.

Investigaciones Son más largas que las anteriores y se trata de problemas que no se basan en situaciones reales y se plantean cuestiones típicamente matemáticas *¿Cuántos...? ¿Cuál es el máximo...?* en los que se necesita encontrar algún modelo o patrón. En los casos que sea posible es conveniente que se manipulen objetos.

Problemas reales Nos referimos a situaciones problema que cualquier ciudadano se puede enfrentar en la realidad y que para una actuación óptima se necesita modelizar. Un ejemplo típico es el buscar la tarifa de móvil que se ajusta a las características de una persona.

Proyectos La característica esencial es que son actividades largas y normalmente complejas. Un proyecto afronta un problema amplio situado en un contexto real que no se responde simplemente con un número.

Veamos a continuación algunos ejemplos de cada uno.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

El salto del atleta En un grupo de primero de ESO, planteamos que a partir de la información que se ofrece en el recorte del diario El País (Figura 2), hagan una estimación de cuánto creen que saltará el atleta en la siguiente competición. No hay que decir más, ni hacer más aclaraciones.

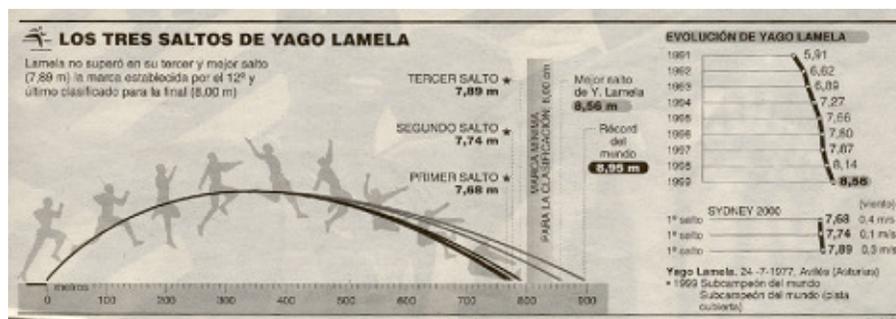


Figura 2: Los saltos de Y. Lamela

Cada alumno se fijará en aspectos diferentes para poder responder. Por ejemplo, algunos simplemente se fijarán en que cada vez salta más y por lo tanto responde que la longitud del salto será mayor pero no especifica cuanto. Otros observan que cada vez ha saltado unos 40 cm de más y por lo tanto deducen que saltará 8,90 m aproximadamente. En cambio podemos encontrar otros alumnos con un razonamiento matemático superior que sean conscientes de que han de recurrir a la media aritmética para saber el incremento medio por año y a partir de este dato estimar lo que se espera que salte en la próxima competición.

La yourte La yourte es un tipo de vivienda como la de la Figura 3, que aún utilizan hoy día los nómadas mongoles o turcos del Asia central en especial Kirghizstan, Kazakhstan y Karakalpakistan. En Francia existe una tradición de usar este tipo de tiendas en campings de montaña e incluso se venden por internet de diferentes tamaños. Nosotros aprovechamos este contexto para pedir a los alumnos de segundo de ESO, que nos digan, de manera aproximada, la forma y las dimensiones de las piezas de tela que se necesitan para recubrir la yourte de la foto, que sabemos que mide unos 2,5 metros de altura en la parte central y tiene unos 30 m² de superficie en su interior. No hay que decir más, ni hacer más aclaraciones.



Figura 3: Yourte mongola

En este caso el problema se planteó a alumnos de segundo de ESO. Es más complejo que el anterior porque han de empezar por reconocer los cuerpos que intervienen que son un cilindro en la parte baja y un cono truncado en la parte superior. Simplificando un poco la situación podemos admitir que el techo es un cono (sin truncar). A partir de aquí tendrán que pensar en qué datos necesitan y como obtenerlos, unos los tienen que calcular otros los tienen que estimar a partir de las informaciones dadas. Cuáles son unos y cuáles son otros es, quizás, una de las mayores dificultades del problema. Así, si deciden hacer una estimación de la altura del cilindro lo podrán hacer fijándose en la puerta de entrada y razonar que la altura del cilindro puede ser entre 1,8 y 2 m. A partir de ahí ya pueden deducir fácilmente la altura del cono. Una vez establecidas estas dimensiones pueden acabar de resolver el problema y interpretar las soluciones.

El aparcamiento del aeropuerto de Girona Los aparcamientos de aeropuertos y estaciones tienen un sistema tarifario variable. Es decir el precio por minuto de aparcamiento no es fijo. En el caso del aeropuerto de Girona las tarifas son las que se muestran en la Figura 4. Aprovechamos este contexto para plantear a los alumnos de primero de bachillerato de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales (MACS) que dieran el modelo matemático

que se encuentra detrás de estas tarifas de la mejor manera posible, explicándolo con palabras (lenguaje natural), gráficamente, y analíticamente.

Descripción	Tarifa (€)
Por minuto de estancia en el aparcamiento A1 y A2	0,015583 €/min
Por minuto de estancia en el aparcamiento A3 y A4	0,019479 €/min
Por hora de estancia en el aparcamiento A1 y A2	0,014610 €/hora
Por hora de estancia en el aparcamiento A3 y A4	9,05 €
Por hora de estancia en el aparcamiento A5 y A6	7,25 €

Figura 4: Tarifas aeropuerto de Girona

EJEMPLOS DE INVESTIGACIONES

A los alumnos de tercero de ESO se les proporciona unos cubos de *multilink* y se les plantea que construyan una tabla de valores que muestre el número de cubos que se necesitan para crear depósitos desde 1 hasta 6 cubos de capacidad. Se espera que encuentre patrones para generar los datos. Los alumnos normalmente empezarán por un tipo de depósito y experimentarán con ellos. Primero observarán y empezarán a recoger los datos en una tabla luego pueden construir un gráfico y finalmente pasar a expresar las relaciones en lenguaje simbólico. Esta situación es útil para introducir las relaciones lineales, descubrir los patrones de las tablas, los gráficos y el lenguaje simbólico, y interpretar el significado de cada uno de los elementos que intervienen.

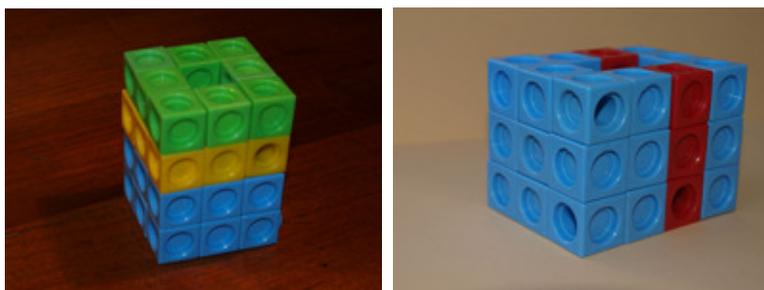


Figura 5: Depósitos construidos con cubos encajables

Podemos observar en la Figura 5, cómo en el caso del depósito, que inicialmente es de 3x3x3 dejando en su interior un hueco equivalente a 2 cubos de capacidad, si lo aumentamos añadiendo más piezas horizontalmente resulta que, por cada 7 cubos que se añaden, la capacidad del depósito aumenta en un espacio equivalente a 2 cubos lo que lleva a razonar al alumno de la siguiente manera:

Yo al principio pensaba que la fórmula tenía que ser $C=N \cdot 7 + 18$ pero es incorrecto porque no funciona con todos y después hemos visto que el error estaba en que la pendiente no era 7

porque aumenta 7 por cada 2 por lo tanto la pendiente era 3,5 y entonces hemos podido poner la fórmula buena $C=N \cdot 3,5 + 18$

EJEMPLOS DE PROBLEMAS REALES

A los alumnos de primero de MACS (matemáticas aplicadas a las ciencias sociales) les podemos plantear el siguiente problema basado en datos absolutamente reales. ¿Qué impresora comprarías si el criterio es puramente económico? Es decir, sin entrar si la calidad de la impresora de inyección de tinta es mejor o peor que de laser, ni en otras prestaciones técnicas.

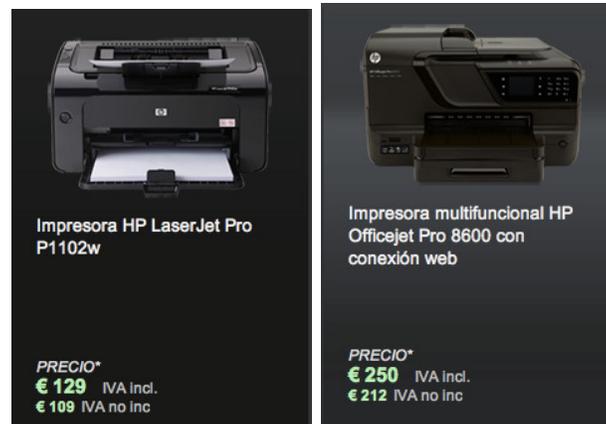


Figura 6: Información de la página web de Hp

De entrada no se les da más información y se deja que piensen un poco sobre el problema. La dificultad principal será reconocer qué variables intervienen o se pueden tener en cuenta. Pueden pensar en cuánto cuesta la tinta, para ello lo más rápido es consultar internet para saber que tipo de tinta necesitan y su precio. En la página oficial de Hp encontrarán las características técnicas de los dos modelos de impresoras y en ellas los tipos de cartuchos que pueden utilizar. La información que obtendrán será como las de la Figura 7.



Figura 7: Información precios de tinta

El siguiente razonamiento que han de hacer es plantearse el rendimiento de cada cartucho, que podran saber en la página web de Hp <https://h30042.www3.hp.com/SureSupply/> y obtendrán como respuesta la imagen de la Figura 8.

- Cartucho negro	
Descripción del producto	Producción de páginas*
Cartucho de impresión en negro HP LaserJet CE285A (CE285A)	1600
*Resultado aproximado; varía en función de los tipos de documentos impresos y de otros factores.	

- Cartucho negro	
Descripción del producto	Producción de páginas*
Cartucho de tinta negra HP 950XL Officejet (CN045AE)	2500

Figura 8: Información rendimiento de diferentes cartuchos de tinta

A partir de aquí ya pueden resolver el problema y determinar qué impresora les conviene más. En función del consumo de cada uno pueden determinar en cuanto tiempo amortizarán la diferencia de precio de compra. El problema se puede complicar un poco más incorporando otro elemento de la realidad como es el período de caducidad de cada cartucho. En este tipo de problemas es difícil que los alumnos se vayan planteando todas estas cuestiones y por lo tanto será el profesor el que decidirá según su criterio como va a conducir todo el proceso, planteando preguntas y ofreciendo pistas para resolverlas.

EJEMPLOS DE PROYECTOS

En este apartado hemos mantenido el título de proyectos para referirnos a diferentes tipos de tareas, que se realizan en Cataluña a diferentes niveles educativos y que a continuación explicamos brevemente. Unas son las que desde hace tiempo venimos realizando con alumnos de la ESO y han sido explicados en otras ocasiones y el lector interesado puede encontrar más información en Sol y Giménez (2004), Sol *et al.* (2007) y Sol *et al.*(2011). En segundo lugar nos referimos a los Proyectos de investigación que realizan en grupo los alumnos de cuarto de ESO. También hemos puesto en este apartado los Trabajos de investigación que llevan a cabo los alumnos de segundo de bachillerato. Veamos un poco de cada uno de ellos.

Proyectos en la ESO Son trabajos que realizan en grupo sobre una situación problemática real, matematizable que les interesa. Los alumnos tienen una gran autonomía para tomar decisiones sobre el planteamiento y desarrollo del trabajo. Normalmente es de larga duración, entre 4 y 6 semanas, aunque son únicamente unas 10 horas lectivas, el resto se realiza fuera del horario escolar. Una vez acabado, los alumnos entregan un dossier al profesor y hacen una exposición oral a sus compañeros de clase. Para ilustrar un poco esta idea expondremos brevemente un ejemplo. Unos alumnos se plantearon calcular la dimensión de la galaxia en la que se centra la película *Star wars*. Lo que se proponían era calcular la distancia que hay entre los distintos planetas de la galaxia tomados de 2 en 2. La disposición de los planetas, la obtuvieron a partir de un videojuego en el que, al arrancar, aparecía un mapa de la galaxia. Para saber las dimensiones se fijaron en un diálogo de la película en el que establecen que la distancia entre los planetas Geonosis y Tatooine es de dos parsecs. Con ello definen la escala de la galaxia, ya que en el esquema que han reconstruido a partir del videojuego, la distancia entre estos dos planetas es de 1,2 cm, lo que les permite deducir el resto de las distancias. Es interesante el razonamiento que emplean para el cálculo de las distancias. Se construyen una tabla de equivalencias como la que adjuntamos:

1p	2p	3p	4p	5p	6p	7p	8p	9p	10p
0,6	1,2	1,8	2,4	3	3,6	4,2	4,8	5,4	6

Explican que no necesitan más porque para distancias superiores, como por ejemplo entre los planetas Hoth y Rhen Vhar hay 12,6 cm, la pueden deducir a partir de los valores de la tabla. Razonan diciendo que si 6 cm son 10 parsecs entonces 12 cm serán el doble es decir 20 parsecs y por los 0,6 cm que quedan hará un total de 21 parsecs. Aplicando estas estrategias logran dar el tamaño de toda la galaxia respondiendo al problema que se habían planteado. Más información sobre los proyectos se puede ver en (Gimenez y Sol, 2005; Sol y Giménez, 2004)

Proyectos de investigación en cuarto de ESO Tal como ya se ha dicho anteriormente, los alumnos lo realizan en horario lectivo y al final han de entregar un dossier con sus conclusiones y hacer una exposición oral a los compañeros de su curso. Por ejemplo algunos de los temas que se plantean son *La sucesion de Fibonacci y la realidad*, o ¿Cual de los modelos del cuerpo humano de Leonardo o el Modulor de le Corbusier se ajusta más a los alumnos de hoy? o modelizar un chut de la pelota de fútbol. En este último caso los pasos más relevantes que dieron los alumnos fueron: en primer lugar grabar en video el chut que iban a modelizar. A continuación consiguieron en una sola imagen las distintas posiciones de la pelota en diferentes instantes como se muestra en la Figura 9.



Figura 9: Trayectoria del chut

Seguidamente, situando esa imagen como fondo en la pantalla del programa Geogebra consiguen obtener la ecuación de la trayectoria de la pelota. La interpretan y consiguen deducir la altura máxima a la que ha llegado la pelota y la velocidad inicial de la pelota. A partir de aquí se puede dedicar a investigar cómo conseguir lanzar la pelota a más distancia conservando la misma fuerza inicial u otras variantes sobre este problema; o modelizar el lanzamiento en la pista de baloncesto o el chorro de agua de una fuente. Se puede ver más información en Serra y Sol (2012)

Trabajos de investigación en 2º de bachillerato Este trabajo lo realizan los alumnos de

segundo de bachillerato individualmente. Normalmente cada departamento ofrece algunas propuestas pero se pactan con los intereses de los alumnos y en algunas ocasiones ellos mismos traen sus propios proyectos. También pueden ser trabajos interdisciplinarios en los que participen más de un departamento. Al final se entrega un dossier y hacen una exposición oral a sus compañeros y en ocasiones a familiares. Algunos de los temas han sido estudiar *La representación parlamentaria en los diferentes sistemas electorales* o *Métodos matemáticos de composición musical*, o *Los cohetes de agua* o *Romanización, matemáticas y arqueología*. En este último caso se trata de un trabajo interdisciplinario en el que las matemáticas contribuyen a estimar el tamaño de las ánforas y dolias y a partir de ahí estimar la importancia del yacimiento. En este caso la alumna se ha basado mucho en el uso de fotografías de los restos y con ayuda del programa geogebra completa la reconstrucción de toda la forma de la pieza. Para el cálculo del volumen de las ánforas han aproximado su perfil a diferentes tipos de curvas. A continuación, por medio del cálculo integral encuentran el volumen de cada ánfora y así pueden llegar a estimar la importancia del yacimiento y de su comercio. Otros cálculos similares se han realizado para saber los volúmenes de otras piezas.

3.2 La gestión de las tareas

El segundo problema que señalábamos al principio, que algunos investigadores lo identificaban como una barrera importante para que se diera una generalización de las actividades de modelización en las aulas, es la gestión de las tareas (Burkhardt y Pollack, 2006)(Antonius *et al.* 2007). La propia naturaleza de estas actividades exige que la manera de llevarlas a cabo tenga algunas características propias que resultan incompatibles con las prácticas de aula más tradicionales. Quisiera centrarme solo en dos aspectos de la gestión. En primer lugar el rol del profesor y en segundo lugar señalar algunos aspectos de la evaluación.

EL ROL DEL PROFESOR

Una de las características esenciales de este tipo de actividades es que no son rutinarias, que no se resuelven de una sola manera. De ahí se desprenden algunas consecuencias como es el gran protagonismo que adquieren los alumnos o el cambio de rol que desempeña el profesor en el aula. Ahora ya no es el que dirige toda la actividad que desarrollan los alumnos, ni tiene todas las respuestas, y si las tiene se las ha de guardar para no imponer sus soluciones y dejar que sean los propios alumnos los que encuentren las suyas.

Los alumnos han de tomar sus propias decisiones sobre el problema que se plantean, sobre el nivel de profundidad al que llegan, qué itinerario siguen, qué simplificaciones hacen, qué variables consideran, cómo deciden algunos de sus valores etc... De esta manera los alumnos se sienten propietarios de su proyecto y esto es una de las claves del éxito de esta actividad. Una de las responsabilidades del profesor será no quebrar este sentimiento de propiedad a lo largo del proceso. ¿Quiere decir esto que el profesor no hace nada y se mantiene al margen? ¿Hasta donde tiene la responsabilidad de lo que hacen los alumnos? Evidentemente el profesor sí se implica en el desarrollo de la tarea y es el que tiene toda la responsabilidad pero en ambos casos difiere de las prácticas más tradicionales. El profesor hace un seguimiento a distancia, sin que el alumno perciba que sigue los pasos que éste le marca. De lo que se trata es de conseguir que el alumno haga un proceso de reflexión, se enfrente a la situación problemática y la resuelva razonablemente. Si el alumno se queda bloqueado o toma iniciativas disparatadas que no le van a llevar a ninguna solución, el profesor ha de intervenir para ayudar, no para imponer su solución. Ahí está la diferencia entre el profesor que dirige la actividad con el que

adopta el papel de consultor o colaborador. Es este último el que va a respetar la iniciativa del alumnado, el que va a estimular diferentes soluciones no a imponer la suya, el que va a estimular la autonomía del alumno, en definitiva el que no va robar al alumno la propiedad de su proyecto. En un momento dado sería fácil para el profesor decir al alumno *Ahora lo que has de hacer es esto, esto y lo otro*. Con una frase de este tipo automáticamente ha situado al alumno en su tradicional papel pasivo, atento a recibir nuevas instrucciones. Ahí es donde decimos que habrá perdido la propiedad del proyecto, el interés que hubiera suscitado al principio se puede perder fácilmente con una intervención de este tipo. Hay que ser consciente que la frontera entre un papel y otro es muy fina y normalmente irreversible es decir en el momento que el alumno adopta el papel pasivo y receptivo es difícil que, dentro de aquella misma actividad, vuelva a tomar el papel de protagonista. Así pues, se nos plantean dos cuestiones relevantes ¿Cómo actuar? y ¿Hasta cuándo actuar? Sobre el cómo podemos decir que la mejor manera de ayudar indirectamente es haciendo preguntas al alumno sobre su propio proceso. Preguntas del tipo:

- ¿Estás seguro de lo que haces?
- ¿Has pensado en probar....?
- ¿Qué es lo que desconoces?
- ¿Qué vas a hacer ahora?
- ¿Este resultado se ajusta a tu situación?
- ¿Reconoces algún patrón?

En esta misma línea de actuación podemos recordar al matemático Paul Richard Halmos que decía que: *la peor manera de enseñar es hablar y la mejor manera de aprender es hacer*. Respecto a la actuación del profesor recomendaba:

La parte más dura del aprendizaje a partir de la formulación de preguntas al alumno es la de tener la boca callada y aguantar. No expliques, pregunta! No cambies aquello que está mal por aquello otro que está bien. Pregunta ¿De dónde ha salido A? Sigue con la formulación de preguntas: ¿Esto está bien? ¿Estás seguro? No digas NO pregunta ¿Por qué?

Sobre el ¿Hasta cuándo? hay que encontrar el punto de equilibrio entre la mínima guía del profesorado y la máxima autonomía del alumnado. Es difícil dar una respuesta más concreta, es la práctica la que nos ayudará a encontrar este punto. Hay algunos riesgos, un exceso de ayuda puede llevar al alumno a perder su protagonismo, su propiedad del proyecto y caer en el papel rutinario y pasivo. Pero en sentido contrario, una falta de ayuda puede dejar al alumno bloqueado sin poder avanzar y entonces igualmente el alumno pierde el interés por su proyecto. Una orientación puede ser lo que decía M. Montessori sobre la ayuda que solicitan los alumnos. Lo que estos nos están pidiendo es de: *Ayúdame a hacerlo por mi mismo*. Ese será el punto de equilibrio que buscamos, dar la mínima ayuda para que el alumno siga siendo autónomo.

La evaluación

La evaluación es la pieza clave de cualquier ciclo de enseñanza porque va a señalar a los alumnos lo que realmente es importante de toda la actividad. Por más que hayamos dicho que es muy importante y muy interesante para su aprendizaje de las matemáticas etc., pero si al final se les evalúa por una breve explicación, o un simple resultado, estamos diciendo a los alumnos que lo que de verdad es realmente importante es hacer esa breve explicación o encontrar ese resultado.

Y en nuestro, caso ¿qué es lo realmente importante? Lo importante será el desarrollo de las competencias básicas, tal como lo establece el currículum. Para ello se requiere un conocimiento amplio sobre el significado y alcance de ellas en el que no vamos a entrar porque desborda las posibilidades del artículo.

Nos limitaremos a dar una visión muy esquemática de la competencia matemática. Desde el currículum podemos deducir que esta competencia se concreta en otras subcompetencias que son: Pensar matemáticamente, Razonar matemáticamente, Plantear y resolver problemas, Utilizar las técnicas matemáticas básicas, Obtener, interpretar y generar información, Interpretar y representar expresiones procesos y resultados matemáticos y Comunicar ideas matemáticas. Para un profesor de secundaria tener presente todas estas subcompetencias mientras gestiona el aula o planifica o corrige producciones de los alumnos puede ser excesivo. Para ser más prácticos podemos resumir estas competencias en sólo tres: pensar y razonar matemáticamente, planteamiento y resolución de problemas, y comunicación de ideas matemáticas. Para cada una de ellas reconocemos los procesos recogidos en la Tabla 1.

Tabla 1: Procesos de cada subcompetencia

Pensar y Razonar	Plantear y Resolver problemas	Comunicar ideas matemáticas
Extender conceptos	Reconocer situaciones matematizables	Representar objetos matemáticos
Generalizar	Plantear preguntas	Decodificar formalismos
Particularizar	Reconocer variables	Argumentar
Ejemplificar	Tomar decisiones	Explicar
Organizar	Usar estrategias	Dar significado
Comparar	Interpretar y usar registros diferentes	
Conjeturar	Comprobar	Interpretar
Verificar	Modelizar	
Refutar		
Justificar		
Clasificar		

Así pues, si nos creemos que estas actividades de modelización son complejas e importantes no pueden ser evaluadas de una manera simple. La evaluación ha de abordar la complejidad de todo el trabajo realizado y esto podría hacerse a partir del análisis de los procesos de cada competencia sin pretender ser exhaustivos y llegar a todos los detalles. No podemos olvidar que el profesor tiene muchos alumnos en su clase y su tiempo para corregir es limitado. Un modelo que trata de aproximarse a lo que venimos planteando y vengo aplicando desde hace algunos años es el que se puede ver en el anexo a este artículo. Hay cuatro bloques: diseño, contenido matemático, claridad en las explicaciones y aspectos formales. Cada uno de ellos se emplea tanto para la evaluación del dossier como de la exposición oral. Veamos brevemente cada uno de los bloques.

Diseño Se refiere a los siguientes aspectos: planteamiento coherente del trabajo, exposición clara de los objetivos, extensión apropiada, resolución correcta del problema planteado sin simplificaciones exageradas y finalmente la exposición de dónde y cómo ha obtenido los datos utilizados.

Contenido matemático Se refiere a que el planteamiento matemático general sea adecuado al nivel educativo del alumno, así como que el lenguaje matemático y los procesos empleados sean apropiados y los resultados obtenidos sean correctos.

Claridad en las explicaciones Es este un apartado importante, porque de la manera como explican se ve como lo entienden. En primer lugar se evalúa la estructura que han dado al dossier o a la presentación oral. En segundo lugar, las explicaciones propiamente. Si relacionan las matemáticas con el problema real que se plantean, si justifican y dicen el por

qué de las decisiones que han tomado. Finalmente evaluamos el uso de tablas y gráficas y cómo las interpretan y las relacionan con el problema sobre el que trabajan.

Aspectos formales Nos referimos a la presentación, a la originalidad, ortografía y construcción gramatical así como a la puntualidad en el cumplimiento de los plazos que se van estableciendo para presentar el proyecto.

Creemos que de esta manera se consigue que la evaluación recoja los aspectos más importantes del trabajo realizado; el alumno percibe que es evaluado globalmente y al mismo tiempo no es complejo de aplicar para el profesor. Si queremos que la actividad tenga éxito y los alumnos se esfuercen en resolverlas, tendremos que explicar desde el primer momento cómo va a ser la evaluación.

4 Modelización y Competencias básicas

Consideramos que se puede admitir fácilmente que las actividades de modelización contribuyen al desarrollo de la competencia matemática. Pero de acuerdo con el planteamiento del currículo, todas las áreas deben contribuir al desarrollo de las competencias básicas en su conjunto. Por esta razón queremos mostrar que las actividades de modelización también contribuyen al desarrollo de otras competencias básicas. En concreto creemos que contribuye principalmente al desarrollo de las competencia de Aprender a aprender, Autonomía e iniciativa personal y Tratamiento de la información y competencia digital. Seguramente a las otras también pero no buscamos un análisis detallado y meticuloso para ir a descubrir relaciones de detalle, sino que hemos señalado aquellas en las que nos parece que se observan evidencias claras de estas relaciones. Para poder reconocerlas es necesario comprender el significado y alcance de cada una de estas competencias por lo que vamos a exponer esquemáticamente algunos de los procesos implicados en ellas.

1. Competencia Aprender a aprender. Se refiere a todos aquellos recursos que los alumnos han de ir tomando consciencia de que afectan a su aprendizaje, no únicamente a los que se conoce como técnicas de estudio. Estos recursos se pueden organizar en tres ejes, los cognitivos, los afectivos y los sociales. Detrás de cada uno de ellos podemos reconocer las acciones que exponemos en la Tabla 2.

Tabla 2: Acciones correspondientes a aprender a aprender

Cognitivos	Afectivos	Sociales
<ul style="list-style-type: none"> • Habilidades básicas (atención selección información, razonar) • Autoregulación, metacognición • Control, regulación • Planificación • Toma de decisiones • Consciencia sobre lo que sabe y lo que NO sabe • Generar autoconcepto 	<ul style="list-style-type: none"> • Motivación • Autoeficiencia • Autocontrol del proceso • Seguridad en uno mismo • Control emociones: fracaso, éxito, destacar, dependencia 	<ul style="list-style-type: none"> • Interacción con los iguales y con el profesor • Refuerzo personal • Flexibilización posturas • Contrastar argumentos • Control de la conducta en beneficio de metas grupales • Aprender a enseñar a los demás

2. Competencia en Autonomía e iniciativa personal. Como hemos dicho, el alumno dispone en este tipo de actividades de un margen de libertad mayor que en otras más tradicionales. En

estas, los alumnos trazan sus propios planes, toman sus decisiones, etc.. por ello creemos que estas actividades son útiles para promover la autonomía de los alumnos. Hay dos ejes sobre los que se organiza esta competencia, uno de la actitud y el otro sobre la capacidad. Los aspectos más importantes de uno y otro son los que se muestran en la Tabla 3

Tabla 3: Actitudes y capacidades de autonomía e iniciativa personal

Actitud	Capacidad
<ul style="list-style-type: none"> • Responsabilidad • Perseveranza • Autoconocimiento • Autoestima • Creatividad • Autocrítica 	<ul style="list-style-type: none"> • Escoger con criterio • Imaginar proyectos • Llevar a cabo las opciones y planes personales • Planificar estrategias • Asumir retos • Tomar decisiones

3. Competencia en el Tratamiento de la información y competencia digital. Lo que caracteriza estas actividades de modelización es que se plantean en contextos reales y por lo tanto no es necesario especificar todas las condiciones y datos de los problemas. Esa es precisamente parte de su proceso de resolución: analizar el problema y decidir qué informaciones necesitan y como obtenerlas. Esa información, la manejan para obtener sus soluciones y finalmente elaborar un informe argumentando sus resultados. Las acciones que caracterizan el desarrollo de esta competencia se pueden organizar en los tres ejes - acceso, transformación y transmisión - que se exponen en la Tabla 4.

Tabla 4: Acciones que caracterizan el tratamiento de la información y competencia digital

Acceso	Transformación	Transmisión
<ul style="list-style-type: none"> • Búsqueda • Captación • Selección • Registro • Procesamiento 	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar • Relacionar • Analizar • Sintetizar • Inferir • Deducir 	<ul style="list-style-type: none"> • Textual • Icónico • Numérico • Visual • Gráfico • Sonoro

Existen fuertes relaciones entre las caracterizaciones de las actividades de modelización y los procesos que caracterizan el desarrollo de estas competencias, por lo que podemos admitir su contribución en lograr los objetivos del curriculum.

5 Conclusiones

Gracias a la importancia que se le viene dando a las actividades de modelización desde los años 60, estas han acabado por quedar incorporadas en los currícula de matemáticas de la mayoría de países, entre ellos España. A pesar de ello, no acaban de normalizarse en las aulas porque se constata una serie de dificultades en su implementación de las que nosotros hemos destacado las que se refieren a las tareas de soporte que necesitan los profesores y la gestión del aula.

Al interés que se ha reconocido a las actividades de modelización hay que añadir la importancia que tiene su contribución al desarrollo de otras competencias básicas.

Con esta contribución hemos querido resaltar que estas dificultades que se han detectado son superables. En el artículo se da una categorización de los diferentes tipos de tareas que se pueden proponer en las aulas de secundaria y se aportan algunos ejemplos de cada una de ellas. También se dan algunas orientaciones al profesor para la gestión de las tareas en el aula así como para la evaluación de estas actividades.

Además se ha puesto de manifiesto que las actividades de modelización contribuyen al desarrollo de las competencias básicas del currículum. Además del valor educativo que se reconocen a la modelización desde las matemáticas también se reconocen sus contribuciones al desarrollo de otras competencias básicas como son la de Aprender a aprender, Autonomía e iniciativa personal y la de Tratamiento de la información y competencia digital.

Por todo ello podemos concluir que las actividades de modelización juegan un papel importante en el currículum actual para la formación de nuestros jóvenes. Existen ya suficientes ejemplos y conocimientos sobre el tema para empezar a llevarlos al aula. Los docentes deben incorporarlos a su bagaje profesional y atreverse a plantear actividades de modelización a sus alumnos. Aunque quedan problemas por resolver, quizás nunca lo estarán completamente, no tiene sentido esperar a que se resuelvan, para ponerse en movimiento. Ya que estamos de acuerdo en que estas actividades valen la pena lo importante ahora es empezar a proponerlas a los alumnos, que no pierdan oportunidades, porque en definitiva a modelizar se aprende modelizando.

Anexo: Evaluación del proyecto

Realizado por:

Curso:

Diseño	E. seguimiento	Trabajo final	Pres. oral
Información recogida: 0.-No se ve de donde se ha obtenido. 1.-Se ve pero no se explica. 2.-Se explica pero no del todo o es insuficiente. 3.-Suficiente y distingue información de resultados.			
Planteamiento coherente: 0.- No queda claro los objetivos que se plantea el trabajo. 1.- Explicita los objetivos pero sin mostrar la relevancia social del problema. 2.- Explicita bien los objetivos y hace referencia básica a su relevancia. 3.- Explicita bien los objetivos y su relevancia social.			
Extensión 0.- No llega a resolver el problema. 1.- Resuelve el problema pero muy simplificado. 2.- Resuelve el problema un poco simplificado. 3.- Resuelve el problema en toda su complejidad y con la máxima abertura de miras.			
Observaciones:			

Contenido matemático	E. seguimiento	Trabajo final	Pres. oral
Planteamiento matemático general: 0.- Hace un planteamiento incorrecto. 1.- Hace un planteamiento sencillo de nivel matemático inferior al habitual. 2.- Hace un planteamiento correcto a nivel habitual. 3.- Hace un planteamiento globalmente correcto y de nivel matemático por encima de lo habitual.			
Uso de lenguaje matemático 0.- Con muchos errores de expresión. 1.- Algunos errores de expresión. 2.- Correcto y sin errores de expresión. 3.- Correcto y de nivel matemático superior al habitual.	No se evalúa		
Corrección en el proceso y los resultados 0.- Errores graves de proceso y/o resultados absurdos que no responden al problema. 1.- Errores de proceso y/o resultados parciales correctos pero con errores finales. 2.- Proceso y resultado correcto pero no responden totalmente al problema planteado o sin relacionarlo con la realidad. 3.- Proceso y resultado correctos y de acuerdo con el planteamiento del problema y bien relacionado con la realidad.	No se evalúa		
Observaciones:			

Comunicación	T. final	Presentación
<p>Estructuración: 0.- Escrito desligado, nada relacionado entre sí mismo. 1.- Poco coherente. 2.- Bastante coherente pero no del todo porque hay algún aspecto que queda descolgado o bien que falta. 3.- Muy coherente, todas las partes bien relacionadas desde el principio hasta el final.</p>		
<p>Explicaciones claras 0.- Escrito desconectado entre lengua i matemáticas. 1.- Discurso con pocas interpretaciones y relaciones de las matemáticas con el problema real. 2.- En el discurso se explica lo que hace y el por qué, relacionando las matemáticas con la realidad pero de manera sencilla. 3.- Razona y justifica lo que hace relacionando las matemáticas con la realidad en profundidad.</p>		
<p>Uso de gráficas y tablas 0.- No las utiliza. 1.- Utiliza algunas tablas o gráficas sin interpretar ni comentar. 2.- Utiliza tablas y gráficas de manera sistemática sin interpretar o con comentarios sencillos. 3.- Utiliza de manera sistemática tablas y gráficas con buenas interpretaciones y comparaciones.</p>		
<p>Observaciones:</p>		

Aspectos formales	T. final	Presentación
<p>Presentación: 0.- No sigue la estructura de introducción, desarrollo, conclusiones. 1.- Las diferentes partes están mezcladas o desordenadas. 2.- Las diferentes partes están pero desequilibradas o desconectadas entre ellas. 3.- Las diferentes partes están bien equilibradas y relacionadas.</p>		
<p>Originalidad 0.- No es original. En lo fundamental le han ayudado otros. 1.- Aporta algunas ideas nuevas. 2.- Hay ideas originales en el enfoque del problema o en la forma de presentarlo. 3.- Muy original en la idea y en la forma.</p>		
<p>Ortografía - Construcción 0.- Construcciones difíciles de comprender y muchos errores ortográficos. 1.- Errores de construcción y ortografía correcta. 2.- Construcciones y ortografía correctas. 3.- Construcción muy buena y ortografía correcta.</p>		No se evalúa
<p>Puntualidad 0.- No ha respetado los plazos previstos para la presentación. 1.- No ha respetado los plazos intermedios o finales. 2.- Ha respetado los plazos ajustándose a los límites del tiempo. 3.- Ha respetado los plazos sin agotarlos.</p>		No se evalúa
<p>Observaciones:</p>		