

# *Una propuesta de Recorrido de Estudio e Investigación (REI): Diseño, simulación y decisión de una estrategia de pesca sostenible*

**Francisco J. Boigues, Vicente D. Estruch, Bernardino Roig, Anna Vidal**  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA  
[fraboipl@mat.upv.es](mailto:fraboipl@mat.upv.es), [vdestruc@mat.upv.es](mailto:vdestruc@mat.upv.es), [broig@mat.upv.es](mailto:broig@mat.upv.es), [avidal@mat.upv.es](mailto:avidal@mat.upv.es)

---

## Abstract

*En ecología y en gestión pesquera son muy importantes los modelos de crecimiento. Se plantea una propuesta de Recorrido de Estudio e Investigación (REI) para que en la asignatura Matemáticas, los estudiantes de primero del Grado en Ciencias Ambientales de la Escuela Politécnica Superior de Gandía utilicen la modelización para proponer una política de pesca sostenible a partir de datos de crecimiento iniciales recogidos durante cierto periodo de parada biológica. Se pretende: i) Establecer un modelo matemático para la evolución de la población a lo largo del periodo de estudio (parada biológica). ii) Fijada una población mínima que asegure una evolución sostenible de los recursos pesqueros, proponer una cuota de pesca que pueda mantenerse a lo largo de los años.*

*In ecology and fisheries management, growth models are very important. We present a proposal of a Research and Study Course (RSI) for the subject Mathematics of first course of the Environmental Science Degree in the Polytechnic School of Gandía, in which modeling is used to propose a sustainable policy for fisheries from data collected during initial growth period of close season. The aim is: i) Establishing a mathematical model for the evolution of the population throughout the study period (close season). ii) Fixed a minimum population to ensure a sustainable development of fisheries resources, proposing a fishing quota that can be maintained over the years.*

---

Keywords: REI, Modelización Matemática, modelos de población discretos, ecuaciones en diferencias, Matlab<sup>®</sup>. SRC, Mathematical modeling, population discrete-time model, Discrete-time difference equations, Matlab<sup>®</sup>

## 1 Introducción

Uno de los problemas que se observa en el aprendizaje de las matemáticas, especialmente en estudiantes universitarios de grados de ingeniería y ciencias de la naturaleza, es la no percepción de la utilidad de las matemáticas para resolver problemas reales. Este hecho se relaciona con la llamada *monumentalización* del saber (véase [5, 6]) caracterizada por presentar los conceptos matemáticos como *obras monumentales terminadas*, que se consideran valiosas por ellas mismas, con lo que el proceso de enseñanza/aprendizaje se asemeja más a una *visita al monumento*, donde el protagonista fundamental es el guía-profesor, lejos de otro enfoque más interactivo por el cual se llega a interiorizar mejor la matemática, incluso desde un punto de vista afectivo, en el que el alumno es el verdadero protagonista.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) proporciona un marco teórico que contextualiza la actividad matemática en el conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales. La TAD introduce en los sistemas de enseñanza procesos de estudio funcionales, que permiten superar la *monumentalización*, tanto a nivel cognitivo como procedimental, mediante procesos que permiten analizar y resolver situaciones problemáticas cercanas a la realidad. Los Recorridos de Estudio y de Investigación (REI) son mecanismos didácticos, propuestos por la TAD, que se diseñan a partir de la búsqueda de respuestas a cuestiones que, para ser resueltas, requieren de la construcción de una secuencia más o menos compleja de praxeologías completas y articuladas (véase [7]).

Los REI pueden funcionar localmente como mecanismos didácticos capaces de superar la tradicional desarticulación o atomización de las matemáticas que se enseñan en la universidad. La función articuladora de los REI, se deriva en gran medida de su capacidad para permitir que la modelización matemática asuma un papel más importante en los sistemas de enseñanza (véase [3]). En el diseño de una materia o asignatura que afronte con decisión una organización del currículum de matemáticas a partir de un REI, Barquero et al. (véase [1, 2]) reivindican como imprescindible el uso de la modelización matemática, de manera explícita y central, en los procesos de enseñanza/aprendizaje. En otras palabras, se establecería el principio básico por el cual hacer matemáticas consiste esencialmente en un trabajo activo de modelización matemática.

Un REI se inicia con una cuestión generadora, que llamaremos  $C_0$ , la cual, tras establecer las correspondientes hipótesis de trabajo, actuará como germen para otras cuestiones derivadas. De esta forma, las matemáticas dejan de ser el motivo y el origen de los problemas planteados para convertirse fundamentalmente en el medio para poder resolverlos. Las diversas respuestas a las cuestiones derivadas constituyen la respuesta global a la cuestión generadora (Figura 1).

Hay que considerar un elemento importante que denominaremos *el nivel de acompañamiento del profesor* en el REI o lo que es lo mismo, el grado de intervención del profesor junto a los alumnos en el recorrido. Distinguiríamos entre el recorrido con total acompañamiento, en el que el profesor guía y sigue de cerca el trabajo de los alumnos, corrigiendo las posibles desviaciones de la senda más o menos marcada y el recorrido sin acompañamiento, donde el trabajo de los alumnos sería totalmente autónomo. Entre ambos extremos se pueden plantear múltiples estados intermedios.

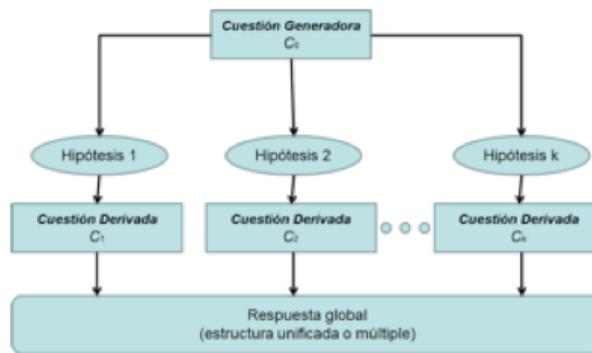


Figura 1: Esquema genérico de un REI.

En la propuesta de REI que se presenta en este trabajo, la cuestión generadora está relacionada con la dinámica de poblaciones desde un enfoque discreto. Se desarrolla en dos etapas, una con acompañamiento, en la que se afronta y resuelve una cuestión, de forma sistemática, introduciendo las herramientas matemáticas adecuadas. En una segunda etapa, sin acompañamiento, se obtienen otras respuestas a la misma cuestión. Opcionalmente, al final, puede ser interesante abrir un proceso de análisis y discusión de las soluciones obtenidas para obtener una propuesta final de compromiso, lo cual significa entrar en el terreno, difuso pero realista, de la toma de decisiones.

## 2 Modelando un problema de pesca sostenible

En ecología y gestión de pesquerías son muy importantes los modelos de crecimiento que pretenden representar la forma en que evoluciona una población de peces. El valor de los modelos va más allá de la simple descripción de los procesos ya que pueden constituir una importante herramienta de gestión. Si se dispone de un modelo descriptivo adecuado para el crecimiento de una población, se pueden añadir al modelo inicial nuevos parámetros correspondientes a acciones externas para controlar la evolución del mismo. Durante el proceso de modelización seguiremos las etapas de acuerdo con las sugerencias del Informe Pisa de 2003, [4], (Figura 2).

1. Inicialmente se plantea un problema contextualizado en la realidad.
2. Identificación de las matemáticas que pueden resultar útiles para la resolución del problema.
3. Transformación del problema real en un problema matemático, simplificando la realidad asumiendo diversas hipótesis, o contrastando diversas posibilidades.
4. Resolución del problema.
5. Validación de los resultados. Traducción de las soluciones matemáticas al contexto del problema real.

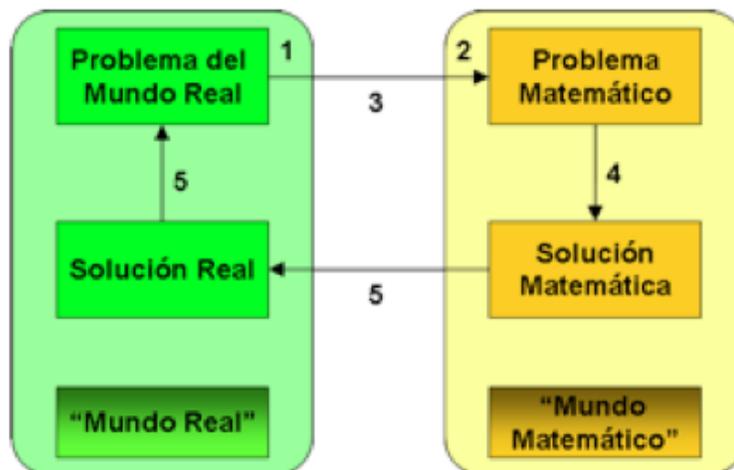


Figura 2: Etapas en un proyecto de modelización.

## 2.1 El problema real ( $C_0$ )

Una región basa su economía fundamentalmente en la pesca de bajura. Existe un peligro real de sobreexplotación para sus recursos pesqueros, de ahí que se haya decidido una parada biológica para la pesca. El estudio de la evolución de la población durante la parada puede ayudar a tomar algunas decisiones, como por ejemplo calcular la duración aproximada de la parada biológica y la posibilidad de establecer una cuota sostenible de pesca en un futuro. La especie que se pesca es endémica de las aguas de la región, por lo que no hay que considerar movimientos migratorios. Hemos decidido afrontar el estudio utilizando modelos en tiempo discreto con etapas mensuales. Para ello, mediante diversos métodos y teniendo en cuenta el peso medio de cada individuo, se ha estimado la población de dichos peces en meses sucesivos. La Tabla 2 muestra el número de individuos (peces) estimados durante nueve meses de parada biológica.

Mes	Individuos (en miles)
0	1050
1	1360
2	1719
3	2131
4	2548
5	2823
6	2902
7	3186
8	3274

Tabla 1: Datos mensuales de número de individuos.

Se quiere estudiar el comportamiento de la evolución del número de individuos con el tiempo para establecer tendencias y, a continuación estudiar posibilidades de intervención, concretamente pesca, en el caso de que sea posible asegurar que la pesca constituye una actividad sostenible, es decir una actividad compatible con el crecimiento natural de la población de peces, asegurando una población estable.

Cuestiones concretas a resolver:

- $C_1$  ¿Existen modelos discretos sencillos que se adapten a los datos?
- $C_2$  ¿En su caso, cuanto tiempo se estima que puede pasar hasta llegar a los 3.400.000 individuos? (cantidad que se pactó para plantear la vuelta a la actividad pesquera)
- $C_3$  ¿Los modelos considerados indican lo que sucederá a largo plazo? ¿Los modelos considerados explican la evolución de la población en la situación de parada biológica (sin pesca)?
- $C_4$  ¿Cómo podemos introducir la actividad pesquera en los modelos?
- $C_5$  ¿Cómo se comportan los modelos al considerar la pesca?

## 2.2 Las matemáticas útiles para transformar el problema real en un problema matemático

Para abordar la cuestión  $C_0$  se supone que los alumnos han de tener un conocimiento, al menos a nivel básico, propio de un primer curso de grado, sobre funciones: tabla de valores, representación gráfica, límites, derivadas, etc. Estos conocimientos ayudarán a establecer el modelo más adecuado al problema,  $N_{k+1} = f(N_k)$ , donde  $f$  es una función real de variable real y  $N_k$  la población de individuos en el instante  $k$ .

Podemos considerar diversas medidas descriptivas del crecimiento de la población:

- Tasa de variación absoluta de la población en dos etapas consecutivas:

$$TVA_k = \Delta N_k = N_{k+1} - N_k.$$

- Tasa de variación relativa de la población en dos etapas consecutivas:

$$TVR_k = \frac{\Delta N_k}{N_k} = \frac{N_{k+1} - N_k}{N_k}.$$

- Índice de variación correspondiente a dos etapas consecutivas:

$$IV_k = \frac{N_{k+1}}{N_k}.$$

Estas medidas se pueden considerar directamente o después de una transformación que mantenga la monotonía (logarítmica, potencia racional, etc.).

Para decidir el modelo poblacional realizamos la representación gráfica de los siguientes puntos (solo son algunas posibilidades), lo que permitirá “visualizar” cómo crece la población de peces.

$$(N_k, N_{k+1} - N_k), \quad (N_k, \frac{N_{k+1} - N_k}{N_k}), \quad (N_k, \frac{N_{k+1}}{N_k}), \quad (N_k, \ln \frac{N_{k+1}}{N_k}).$$

A partir de la representación, ajustaremos los datos a funciones elementales sencillas: lineales, parabólicas, exponenciales, etc.

Por ejemplo si los puntos  $(N_k, \frac{N_{k+1} - N_k}{N_k})$ , están aproximadamente alineados, entonces podemos considerar

$$TVR_k = \frac{N_{k+1} - N_k}{N_k} = A - BN_k,$$

con  $B > 0$ . En ese caso

$$N_{k+1} = N_k + N_k(A - BN_k).$$

Otro modelo interesante, denominado *Modelo de Ricker*, surge al considerar que los puntos  $(N_k, \ln(N_{k+1}/N_k))$  están aproximadamente alineados y consecuentemente,

$$IV_k = \frac{N_{k+1}}{N_k} = be^{-cN_k} \implies N_{k+1} = N_k be^{-cN_k}.$$

Como valor indicativo de la bondad del ajuste, podemos utilizar el coeficiente de determinación relativo a los grados de libertad:

$$\widehat{R}^2 = 1 - \frac{\frac{1}{n-(k+1)} \sum_i (N_i - N_i^e)^2}{\frac{1}{n-1} \sum_i (N_i - \bar{N})^2}, n = \text{núm. de datos}, \quad k = \text{núm. parámetros}. \quad (1)$$

Una vez establecido el modelo  $N_{k+1} = f(N_k)$ , definido por la función  $f(x)$ , para estudiar las tendencias se pueden obtener los puntos de equilibrio o puntos fijos del mismo resolviendo la ecuación  $f(x) = x$ . Los puntos de equilibrio se clasifican según el comportamiento de la sucesión  $(N_k)_{k \in \mathbb{N}}$  al tomar valores iniciales  $N_0$  relativamente cercanos a ellos. Un punto de equilibrio,  $x^*$ , se dice que es estable o atractor si tomando  $N_0$  suficientemente cerca de  $x^*$ , entonces  $N_k \rightarrow x^*$  cuando  $k \rightarrow +\infty$ .

Un punto de equilibrio,  $x^*$ , se dice que es inestable o repulsor si, aunque tomemos  $N_0$  muy cerca de  $x^*$ , entonces  $N_k$  se aleja de  $x^*$  cuando  $k \rightarrow +\infty$ . Para un punto de equilibrio  $x^*$ , si  $|f'(x^*)| < 1$ , entonces  $x^*$  es un punto de equilibrio estable o atractor y si  $|f'(x^*)| > 1$ , entonces  $x^*$  es un punto de equilibrio inestable o repulsor.

Consideramos necesario, atendiendo a los elementos que caracterizan un REI, un cierto grado de experimentación y manipulación, por lo que consideramos necesario recurrir a un programa matemático, en nuestro caso MATLAB<sup>®</sup>, que permitirá trabajar sobre los siguientes tópicos:

- Resolución analítica y numérica de ecuaciones.
- Cálculo de derivadas.
- Representación gráfica de curvas en forma explícita e implícita.
- Ajustes.

### 2.3 Resolución matemática del problema

$C_1$  Con el objeto de fijar el modelo a utilizar en el problema, se realizan diversas representaciones gráficas sobre datos de crecimiento.

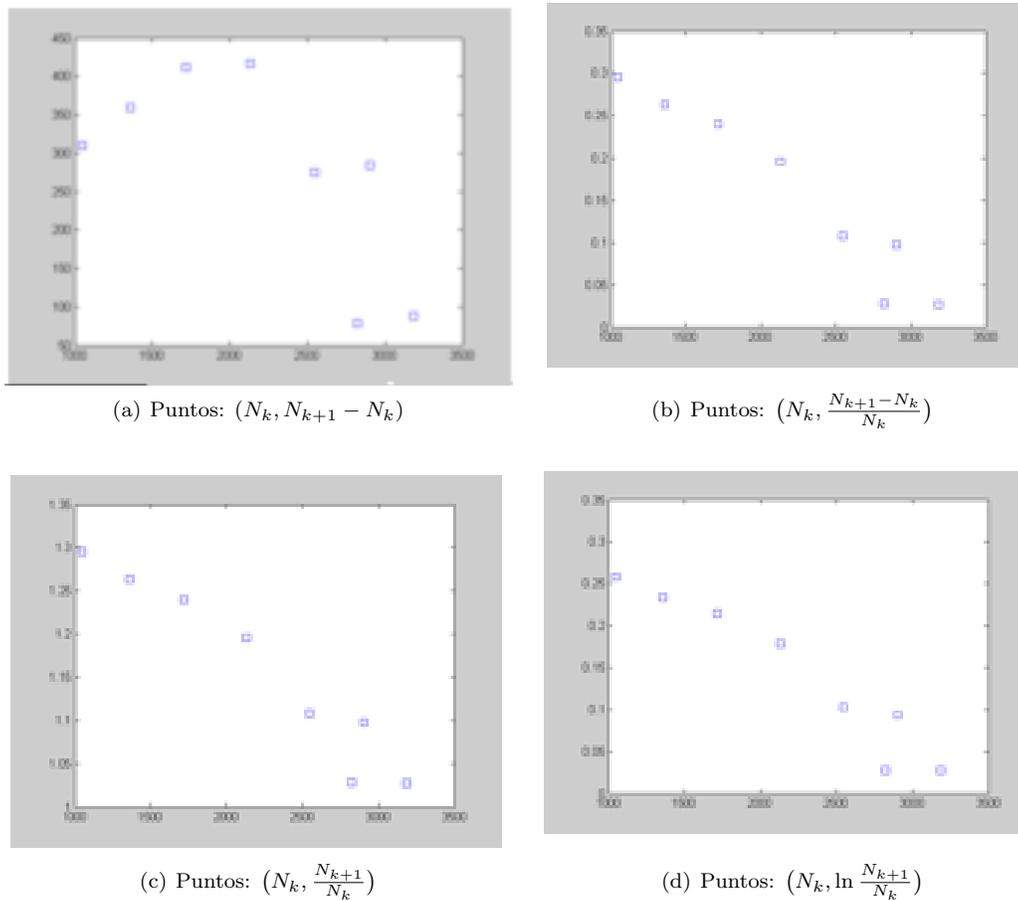


Figura 3: Representaciones gráficas del crecimiento: Parábola (a), Recta 1 (b), Recta 2 (c) y Recta 3 (d).

Elegimos el modelo correspondiente a la Recta 1, Figura 1.3(c), que da lugar al *Modelo discreto de Verhulst*,

$$N_{t+1} = N_t + k(M - N_t)N_t. \tag{2}$$

La población en una etapa ( $N_{t+1}$ ) depende de la población en la etapa anterior ( $N_t$ ) siguiendo la función:

$$N_{t+1} = f(N_t), \quad \text{siendo } f(x) = x + k(M - x)x. \tag{3}$$

Para ajustar el modelo a los datos disponibles, tenemos en cuenta que, mediante transformaciones simples, se puede llegar a un problema de ajuste lineal

$$N_{t+1} = N_t + k(M - N_t)N_t \implies \frac{N_{t+1} - N_t}{N_t} = kM - kN_t. \tag{4}$$

Si llamamos

$$X = N_t, \quad Y = \frac{N_{t+1} - N_t}{N_t}, \quad B = kM, \quad \text{y } A = -k,$$

obtenemos que el modelo se reduce a una recta  $Y = AX + B$ .

Pasamos a determinar los parámetros  $A$  y  $B$ .

$X = N_t$	$N_{t+1}$	$Y = (N_{t+1} - N_t)/N_t$
1050	1360	0.2952381
1360	1719	0.26397059
1719	2131	0.23967423
2131	2548	0.19568278
2548	2823	0.10792779
2823	2902	0.02798441
2902	3186	0.09786354
3186	3274	0.02762084

En primer lugar, calculamos el valor de las “nuevas” variables  $X$  e  $Y$ :

```
>> N=[1050,1360,1719,2131,2548,2823,2902,3186,3274];
>> X=N(1:1:8), Y=diff(N)./X
X =
    1050    1360    1719    2131    2548    2823    2902    3186
Y =
    0.2952    0.2640    0.2397    0.1957    0.1079    0.0280    0.0979    0.0276
```

A continuación se realiza el ajuste a la recta  $Y = AX + B$ :

```
>> C= polyfit(X,Y,1)
C =
    -0.0001    0.4486
```

Lo cual significa que la recta que se obtiene del ajuste sería  $Y = -0.0001X + 0.4486$ .

Seguidamente, calculamos los valores de  $k$  y  $M$ , teniendo en cuenta que  $k = -A$  y  $M = B/k$ :

```
>> k= -C(1), M=C(2)/k
k =
    1.3166e-004
M =
    3.4073e+003
```

$C_2$  Representamos los datos iniciales (Figura 4):

```
>> t=0:1:8; N=[1050,1360,1719,2131,2548,2823,2902,3186,3274];
>> plot(t,N,'s'),grid
```

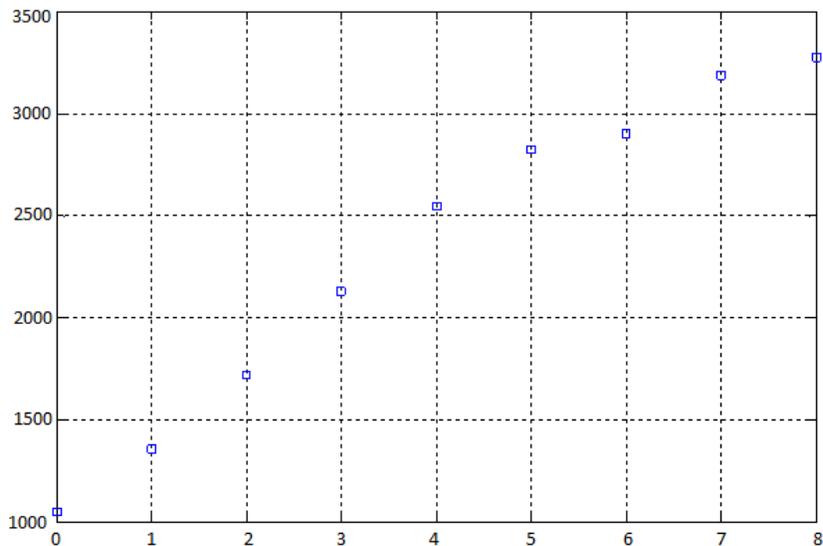


Figura 4: Representación de los datos iniciales.

y superponemos los que se se estiman a partir del modelo (en rojo unidos por una línea discontinua en la Figura 5):

```
>> P(1)= 1050
>> for i=1:14, P(i+1)=P(i)+k*(M-P(i))*P(i);end
>> P
P =
  1.0e+003 *
    1.0500    1.3759    1.7439    2.1258    2.4845    2.7863    3.0141
    3.1702    3.2691    3.3286    3.3631    3.3827    3.3936    3.3997    3.4031
>> hold on, plot(t,P,'r*:')
```

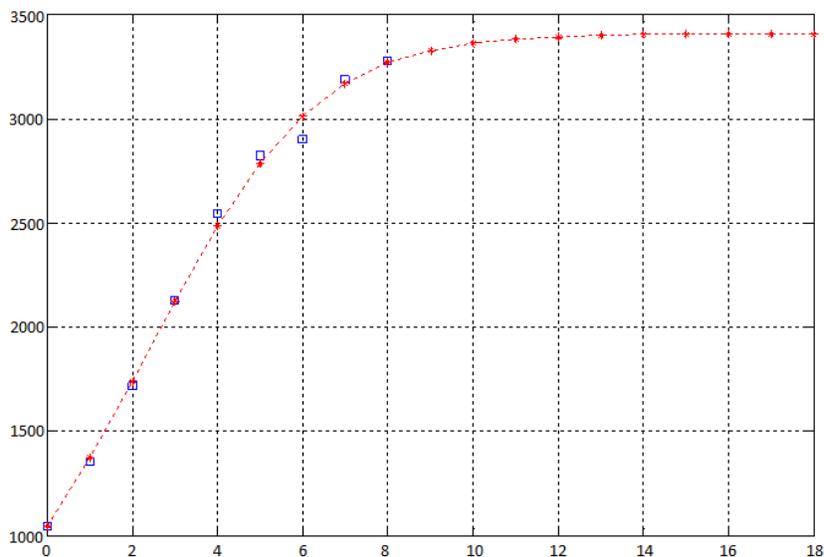


Figura 5: Superposición de los datos estimados por el modelo.

Se puede observar que los datos se ajustan “bastante bien” a los valores estimados a partir del modelo obtenido (Figura 5). Si fijamos en 3.400.000 peces para volver a pescar, el modelo indica que el paro biológico deberá durar aproximadamente 14 meses.

Si se quiere cuantificar la bondad del ajuste (no nos conformamos con la información visual), hallaremos el coeficiente  $\widehat{R}^2$ , para ello se introducen los valores estimados por el modelo (**NE**)

```
>> NE= P(1:9)
NE =
    1.0e+003 *
    1.0500    1.3759    1.7439    2.1258    2.4845
    2.7863    3.0141    3.1702    3.2691
```

Calculamos el valor  $\widehat{R}^2$ , definido en (1). **SCE** es el sumatorio del numerador y **SCT** el del denominador:

```
>> SCE=sum((N-NE).^2)
SCE =
    1.9128e+004
>> SCT=sum((N-sum(N)/length(N)).^2)
SCT =
    5.2338e+006
>> RC=1-SCE/(9-2)/(SCT/(9-1))
RC =
    0.9958
```

**C<sub>3</sub>** Determinamos la tendencia que sigue la evolución de la población calculando los valores de equilibrio del modelo. Para ello se resuelve la ecuación  $f(x) = x$  y analizamos la estabilidad de los valores de equilibrio:

```
>> f='x+1.366/10000*(3407.3-x)*x'; D=diff(f,'x');
>> x=3407.3; eval(D)
ans =
    0.5346
>> x=0; eval(D)
ans =
    1.4654
```

Tal y como hemos comprobado mediante simulación numérica, la población de peces tiende a un equilibrio estable en torno a los 3407300 individuos.

**C<sub>4</sub>** Supongamos que la comisión gubernamental competente establece que podría autorizarse la pesca siempre que se pudiese asegurar una población de equilibrio,  $N$ , por encima de 3000000 individuos. ¿Cuál podría ser la cuota mensual,  $P$ , de pesca?

Se modifica el modelo inicial

$$N_{t+1} = N_t + k(M - N_t)N_t - P. \tag{5}$$

donde  $P$  representa la cuota de pesca mensual,  $k = 1.3166 \cdot 10^{-4}$  y  $M = 3407.3$ .

$C_5$  Calculamos el punto de equilibrio para el nuevo sistema resolviendo

$$x = f(x) \iff x = x + k(M - x)x - P \iff k(M - x)x - P = 0.$$

```
>> solve('k*(M-x)*x-P', 'x')
ans =
[ 1/2/k*(k*M+(k^2*M^2-4*k*P)^(1/2))]
[ 1/2/k*(k*M-(k^2*M^2-4*k*P)^(1/2)) ]
```

Es decir,

$$N_1 = \frac{1}{2k}(kM + \sqrt{k^2M^2 - 4kP}), \quad N_2 = \frac{1}{2k}(kM - \sqrt{k^2M^2 - 4kP}).$$

Para que exista punto de equilibrio real, se tiene que cumplir que  $k^2M^2 - 4kP \geq 0$  (para que se pueda calcular la raíz cuadrada) o lo que es lo mismo  $P \leq k^2M^2/(4k)$ .

```
>> k=1.3166e-004; M=3.4073e+003; (k^2*M^2)/(4*k)
ans =
382.1331
```

Una primera conclusión es que la pesca mensual admisible  $P$  ha de cumplir que,  $P \leq 382.1331$ .

Consideramos el primer punto de equilibrio. Conocidos los valores de  $k$  y de  $M$  el valor de  $N$  sólo depende de  $P$ . Representamos gráficamente dicho valor:

```
>> syms P real
>> N1=(1/(2*k))*(k*M+sqrt(k^2*M^2-4*k*P));
>>ezplot(N1,[0,300]),title('Equilibrio en función de P')
>>ylabel('N equilibrio');grid
```

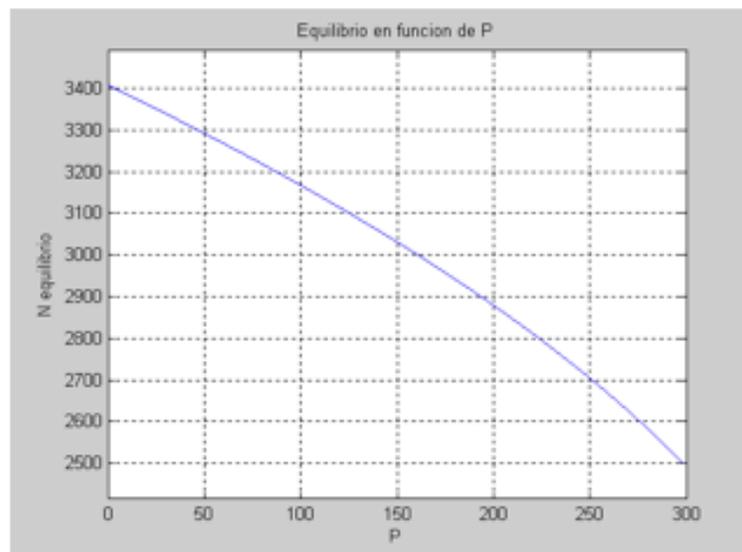


Figura 6: Relación entre cuota de pesca y punto de equilibrio.

De la gráfica se deduce que una cuota de pesca  $P = 150$  aseguraría, en principio, un equilibrio por encima de los tres millones de individuos.

Antes de decidirnos por esta opción debemos comprobar si esta situación de equilibrio es estable. Calculamos el valor de  $f'(x)$  en el punto de equilibrio para  $P = 150$ . Observemos que el valor de  $f'(x)$  será el mismo que para el modelo inicial ya que en el modelo con pesca sólo se resta la constante  $P$ , la cual al derivar desaparece.

```
>> syms M k P real
>> N1=(1/(2*k))*(k*M+sqrt(k^2*M^2-4*k*P));
>> k=1.3166e-004; M=3.4073e+003;
>> P=150; G=eval(N1)
G =
    3.0315e+003
>> x=G; eval(D)
ans =
    0.6372
```

Se tiene que  $|f'(N)| = 0.6372 < 1$  por lo tanto el primer valor de equilibrio  $N = 3.0315 \cdot 10^3$  es estable.

Siguiendo un proceso análogo se comprueba que, el segundo punto de equilibrio no proporciona valores admisibles para la solución del problema real (los valores de equilibrio están muy por debajo de los 3000). Por lo tanto adoptamos el primer valor de equilibrio, y observamos (Figura 6) que dicho equilibrio se acerca al valor 3000 deseado.

Por lo tanto el modelo de política de pesca propuesto sería el dado por

$$N_{t+1} = N_t + 1.3166 \cdot 10^{-4}(3407.3 - N_t)N_t - 150.$$

Aplicamos dicho modelo al final de la parada biológica, suponiendo como valor inicial el de la población en el año 8:

```
>> P(1)=3274; k=1.3166e-004; M=3.4073e+003;
>> for i=1:18, P(i+1)=P(i)+k*(M-P(i))*P(i)-150;end
>> t=18:1:36; plot(t,P,'r*:') ,grid,xlabel('t'),ylabel('Población')
```

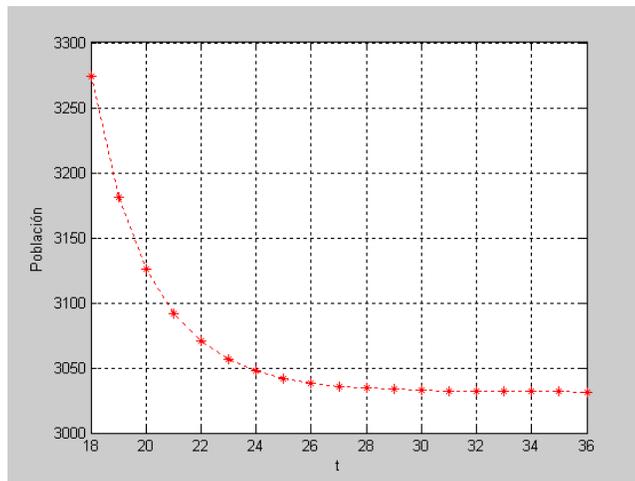


Figura 7: Representación de los datos con cuota de pesca.

Se observa que la cuota de pesca propuesta lleva al equilibrio deseado ( $N = 3031.5$ ).

### 3 Implementando el problema en primero de ciencias ambientales

#### 3.1 Primera etapa: Recorrido con acompañamiento

La primera parte del recorrido se realizará mediante la técnica del taller. Con el asesoramiento del profesor, los alumnos se enfrentarán a las cuestiones.

- Elección del modelo y estudio de la idoneidad del mismo (bondad de ajuste).
- Estudio de la dinámica asociada al modelo. Análisis de las conclusiones.
- Introducción del parámetro de pesca y estudio del modelo resultante.
- Traducción de los resultados matemáticos deducidos del modelo a una propuesta de política de pesca sostenible.

#### 3.2 Segunda etapa: Recorrido sin acompañamiento

La segunda parte del recorrido se realiza mediante la técnica de trabajo en grupo, restringiendo la función del profesor a la resolución de dudas puntuales. De manera autónoma, los alumnos abordan un recorrido similar al realizado antes con acompañamiento, pero esta vez analizando el *Modelo de Ricker*.

$$N_{t+1} = bN_t e^{-cN_t}.$$

Surge, finalmente, un ejercicio interesante de toma de decisiones al comparar los resultados que ofrecen los dos modelos estudiados.

#### 3.3 Distribución temporal y evaluación

A la primera etapa del recorrido, con acompañamiento, se dedicarán un total de 4 horas y a la segunda etapa, sin acompañamiento, entre 4 y 5 horas, según la siguiente distribución.

- **Con acompañamiento:**
  - Sesión presencial 1 (2h): Presentación de  $C_0$ . Planteamiento y resolución de  $C_1$ .
  - Sesión presencial 2 (2h): Planteamiento y resolución de  $C_2$  a  $C_5$ .
- **Sin acompañamiento:**
  - Tiempo no presencial (estimado en 2-3 h.): Planteamiento y resolución de  $C_3$ , de  $C_4$  y de  $C_5$  (aplicado al *Modelo de Ricker*).
- **Presentación final:**
  - Sesión presencial 3 (2h): Presentación pública de resultados por parte de cada grupo (10 minutos aprox.) y discusión entre grupos para consensuar una estrategia de pesca sostenible razonable.

## 4 Conclusión

En el caso del REI presentado, la práctica hace evidente la tendencia reproductiva de algunos alumnos que se sienten inseguros frente a un problema real. Se trata de los alumnos que han interiorizado la *monumentalización* de las matemáticas. No obstante, el trabajo con modelos, junto con la utilización de metodologías activas y técnicas de aprendizaje cooperativo en las clases de matemáticas, está siendo bien acogido por la mayoría del alumnado. Como conclusión general, podemos decir que aunque la metodología utilizada en la experiencia presentada o los temas concretos a abordar sean susceptibles de mejora, los REI's constituyen una nueva forma de estudiar matemáticas que los alumnos, en general, valoran muy positivamente.

# Referencias

- [1] B. Barquero, M. Bosch, J. Gascón. Una nova organització del currículum de matemàtiques de primer curs universitari de ciències: els Recorreguts d'Estudi i Investigació. 4<sup>o</sup> Congreso Internacional Docencia Universitaria e Innovación. Ver [http://descartes.upc.es/cidui.2006/pujades/comunicaciones\\_completas/doc842.pdf](http://descartes.upc.es/cidui.2006/pujades/comunicaciones_completas/doc842.pdf) (2006).
- [2] B. Barquero. Els Recorreguts d'Estudi i Investigació (REI) i l'ensenyament de la modelització matemàtica en el primer curs universitari de Ciències. Trabajo de Investigación. Departament de Matemàtiques. Universitat Autònoma de Barcelona. (2006).
- [3] F. J. Boigues, V. D. Estruch, B. Roig, A. Vidal. Un modelo de transmisión de plagas para la enseñanza del álgebra lineal en el contexto de estudios en ciencias ambientales. *Modelling in Science Education and Learning*, **4**, 5–117 (2011).
- [4] R. Cabassut, N. G. Mousoulides. Theoretical Considerations for Designing and Implementing a Teacher Training Course on Mathematical Modeling: Insights from a French-Cypriot Comparison. *Cyprus and France Research in mathematics education*. Lefkosia (2009).
- [5] Y. Chevallard. Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. <http://yves.chevallard.free.fr> (2004).
- [6] Y. Chevallard. Steps towards a new epistemology in mathematics education. In BOSCH, M. (ed.) *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)*, 21–30 (2006).
- [7] L. Serrano, M. Bosch, J. Gascón. Cómo hacer una previsión de ventas: propuesta de recorrido de estudio e investigación en un primer curso universitario de administración y dirección de empresas. II Congreso Internacional sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Francia. Disponible en:  
[http://www4.ujaen.es/~aestepa/TAD\\_II/listado\\_comunicaciones.htm](http://www4.ujaen.es/~aestepa/TAD_II/listado_comunicaciones.htm) (2007).

