

# *Modelización para formar ciudadanos*

**Claudi Alsina Català**

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

[claudio.alsina@upc.edu](mailto:claudio.alsina@upc.edu)

---

## **Abstract**

*El presente trabajo focaliza la atención en el importante papel que el aprendizaje de las matemáticas, por medio de la modelización y las aplicaciones, puede jugar en la educación de los futuros ciudadanos, como tales. Se discute la necesidad de cambios y como introducir nuevos contenidos y competencias para la vida en el siglo XXI.*

*The present work focus the attention on the important role that the learning of mathematics, by means of modelling and applications, may play in the education of future citizens, as such. We discuss the need of changes and how to introduce new contents and competencies for the life in the 21st century.*

---

Keywords: Modelling, applications, math for all.

## 1 Introducción

El objetivo central de esta ponencia es reclamar una mayor atención, en la formación matemática obligatoria, a lo que en Educación Matemática se denomina la enseñanza a través de la modelización y las aplicaciones. Esta forma de enfocar la enseñanza, que puede combinarse con otras, es especialmente útil cuando se focaliza la atención en los aspectos educativos de las matemáticas incidentes en la preparación de futuros/as ciudadanos/as. Esta base no se obtiene como corolario de una formación generalista en matemáticas sino que, como veremos, requiere tratar temas curriculares no tradicionales y dominar ciertas habilidades específicas.

En absoluto quisiéramos caer en el error de limitar el tema a la estéril confrontación entre matemática pura versus matemática aplicada o a la dualidad utilitarismo/teorización. Siguiendo las ideas de M. Niss (Niss, 2003) las matemáticas que se usan en la vida cotidiana cumplen tres misiones fundamentales: entender problemas del mundo real (representar, explicar, predecir,...), generar acciones concretas (decisión, resolución de problemas,...) y diseñar nuevas soluciones realistas (objetos nuevos, prestaciones,...). No se trata solo de aplicar matemática a la realidad sino de influir creativamente en la realidad a través de ella y de paso dar sentido (significado) a lo que se aprende matemáticamente, que puede ser interesante en sí, al margen de su uso directo.

## 2 ¿Qué ocurre cuando las matemáticas no se usan bien o no se usan

El anumerismo o la incompetencia en el uso correcto de las matemáticas en la vida (Pedoe, 1998) tiene nefastas consecuencias para la propia vida personal o para el propio progreso del entorno social donde se vive. La ausencia de matemáticas lleva necesariamente a errores de planteamiento y resolución de problemas (Dewdney, 1996) (Devlin 1999, 2000). El uso inadecuado puede inducir a graves problemas ya sea por la formulación de un modelo precario en recursos o también por la formulación de un modelo excesivamente sofisticado para poder concluir soluciones que sean prácticas. Un reto de la educación matemática actual (Riley, 1988) (NCTM, 2000), en todos sus niveles, consiste precisamente en incluir entre sus objetivos, más allá de los contenidos, el evidenciar y convencer sobre la necesidad de tener en cuenta a las matemáticas en todas las acciones de la vida, personales, cotidianas o profesionales.

## 3 El profesorado de matemáticas como músicos del Titanic

*“Un proceso puede ser estable y controlado y producir un 100% de productos defectuosos”.*

*W.E. Deming.*

Mientras el Titanic se hundía y ya no había salvación posible los músicos del barco, con gran profesionalidad, siguieron tocando su música. A pesar de los grandes problemas de la educación actual el profesorado no debe caer en actitudes épicas ni pesimismo inoperantes. El barco puede reflotarse. Necesita arreglos urgentes para poder emprender nuevas rutas y con velocidades de crucero elevadas. Y esto es posible. El tema no solo es del profesorado, es social, es político, es administrativo, etc. Pero en particular los que creemos en el inmenso valor de la formación debemos estar abiertos a la innovación y al cambio.

Permitan que cite unas lúcidas afirmaciones de Ferrán Ruiz en su informe para la Comisión de Educación, Política Social y Deporte del Senado (28 octubre de 2009):

“...se desperdicia la única e irrepetible oportunidad que cada persona tiene de dotarse y de gozar de una buena educación que contribuya a definir su proyecto personal, establezca las bases de una visión amplia y abierta del mundo y alimente el deseo de vivir de manera ética, autónoma y racional. Ante todo esto, antes de referirnos a la sociedad del conocimiento y a las buenas prácticas educativas, cabe hacer, señorías, una pregunta legítima aunque a su vez incómoda: ¿Es el mismo sistema educativo la causa, al menos parcial, de sus propios problemas?

...

A mi juicio el sistema educativo español está instalado en una dinámica continuista y escapista de “más de lo mismo”.

...

Se piden, en fin, más recursos económicos para apuntalar estructuras caducas y profundizar en las rutinas del pasado en lugar de emplearlos en planteamientos nuevos que contribuyan a superar las disfunciones fundamentales del sistema y que se justifiquen por su papel en la construcción del futuro.

...

Si el objetivo de las administraciones educativas es perfeccionar el diseño educativo del siglo XX, se puede pronosticar que no acertarán a dar respuesta a los problemas educativos del siglo XXI.

...

Hoy en día muchísimos jóvenes viven inmersos en un entorno tecnológico multimedial de consolas, teléfonos móviles, ordenadores, iPods y webcams. A través de aplicaciones de mensajería, correo electrónico, telefonía, vídeo, chat y redes sociales disponen de medios y canales de comunicación interpersonal inimaginables hace no tanto tiempo.”

A partir de este análisis muy crítico de la realidad Ferrán Ruiz ofrece una interesante gama de posibles transformaciones educativas:

“...La primera transformación es la del currículo, de las metodologías y de la evaluación, avanzando en la línea de la personalización del aprendizaje. Un primer paso sería dejar de ver la transmisión de información como la actividad esencial a la que todo lo demás debe subordinarse. Venimos de una era industrial en la que había un corte radical entre la etapa de aprender y la etapa de trabajar, por lo que la misión del currículo era informar al máximo, dado que el hecho de aprender, para la gran mayoría de las personas, sólo podía tener lugar durante los primeros años de la vida. Un segundo gran proceso que hay que abordar es la transformación conjunta de los roles del alumnado y del profesorado. Este cambio de roles habría de dar centralidad a la autonomía, a las competencias interactivas y a las destrezas sociales que son fundamentales en la sociedad del conocimiento. El alumno debe cimentar las capacidades que hemos mencionado antes, desarrollar la creatividad y usar la investigación como vías de desarrollo de estructuras de pensamiento propias y de esquemas de interpretación de la realidad. Difícilmente esto se puede conseguir en el seno de un sistema orientado a la transmisión y poco proclive a la exploración y a la aplicación del conocimiento. En relación con este objetivo el rol del profesorado ya no es tanto transmitir información como conocer al alumno y darle orientación y soporte, planificando y gestionando los proyectos de aprendizaje personalizado mediante los proyectos y grupos de trabajo pertinentes.

La tercera transformación atañe a la estructura organizativa de los centros docentes, marcada por esquemas anticuados de trabajo y rigideces innecesarias...

La aplicación de esta idea a la organización de la escuela actual, que evolucionaría hacia una escuela organizada en proyectos y redes, sería el núcleo de la tercera transformación.

Y la cuarta transformación sería la del entorno en el que tiene lugar el aprendizaje, es decir, el diseño, la arquitectura y el equipamiento del centro educativo.”

Mirando el caso de la educación matemática en concreto permitan que cite al movimiento americano *Math is more* (<http://www.mathismore.net>) iniciado esta década por Sol Garfunkel y otros ilustres colegas como J. Confrey, H. Pollack, S. Leinwand, J. Malkevitch o A. Schoenfeld. En el manifiesto inicial se afirma con rotundidad lo siguiente:

Sea usted un padre o un político, trabaje en una empresa, en la industria, en el gobierno o en la academia, el estado de la educación matemática es de una importancia fundamental para usted y para todos por los que usted se preocupa. A medida que crece la importancia de las matemáticas y del pensamiento cuantitativo, debemos centrar más la atención como nación en dar a nuestros hijos una mejor educación matemática. No se trata simplemente de la competitividad económica o de sacar mejores resultados en las comparaciones internacionales. Se trata de dotar a nuestros hijos de los instrumentos necesarios para que sean ciudadanos responsables y personas preparadas para el trabajo en el siglo XXI. La matemática como disciplina y las aplicaciones de las matemáticas en nuestro mundo han crecido y cambiado significativamente en los últimos 50 años. Nuestro sistema de educación matemática debe reflejar este crecimiento y este cambio.

Esta visión, que suscribo totalmente, nos invita pues a realizar no sólo una revisión curricular profunda sino a hacer esta revisión desde el siglo actual. No se trata de ver que puede aportar la formación matemática desde la experiencia acumulada sino de revisar la misma a la luz de los nuevos tiempos, de los nuevos avances científico-técnicos, de los problemas actuales... Este espíritu de cambio es válido para la preparación profesional de las personas pero debe ser esencial para la preparación de todos como “ciudadanos”, lo que comúnmente denominamos matemáticas para la vida cotidiana (Biaix, 2000) (Burill, 2000) (Blum et al., 2007) (C. Corbalán, 1995) (Alsina, 1998).

## 4 Ciudadanos competentes matemáticamente: hacia las grandes ideas

En el proyecto PISA de la OCDE también se plantea la educación comparada internacional en base a mirar si las grandes ideas y las grandes competencias se han asumido (Niss, 2001) (Niss, 2007) (Pollak, 2003). En el siguiente esquema enumeramos lo que el proyecto internacional PISA (OCDE, 2010) dice sobre esto:

GRANDES COMPETENCIAS	GRANDES IDEAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Pensar y argumentar matemáticamente</li> <li>● Modelizar</li> <li>● Poner y resolver problemas</li> <li>● Representar y comunicar</li> <li>● Habilidades formales y técnicas</li> <li>● Uso de instrumentos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Cambio y crecimiento</li> <li>● Espacio y forma</li> <li>● Razonamiento cuantitativo</li> <li>● Azar</li> <li>● Incertidumbre</li> <li>● Relaciones y dependencias</li> </ul>

Pensando en el caso de las matemáticas Lynn Steen describe con claridad la expresión “aprender ideas”:

“mirar estructuras como números, algoritmos, razones, formas, funciones y datos; o mirar atributos como linealidad, periodicidad, simetría, continuidad, azar, máximo, aproximado, suavidad; mirar acciones tales como representar, controlar, demostrar, aplicar, visualizar; o mirar abstracciones como símbolos, infinitud, lógica, equivalencia, parecido; o mirar conceptos como significado, belleza, realidad o mirar comportamientos como movimiento, caos, iteración, convergencia...”.

Quizás este objetivo de sustituir “temas” por “ideas” puede ser un buen consejo para el futuro educativo. Ejemplos de ideas centrales en Matemáticas pueden ser: trabajar grandes números, hacer repartos justos, encontrar patrones, experimentar con material, modelizar y discutir el modelo, representar en formas diversas, hacer conexiones con todos los campos,...

El tema de las competencias en proyectos “realistas” para la ESO ha sido desarrollado brillantemente en la tesis (Sol,2009).

## 5 Modelización y aplicaciones para la vida cotidiana

La formación de ciudadanos críticos y reflexivos, competentes matemáticamente, nos debe animar a considerar como objetivo irrenunciable el que sepan modelizar y aplicar las matemáticas a su vida (de Lange, 1996) (Pollack, 2003).

Por ello en situaciones de economía, salud, consumo, democracia, transporte, sostenibilidad, medio ambiente, etc. los modelos y la modelización juegan un papel relevante.

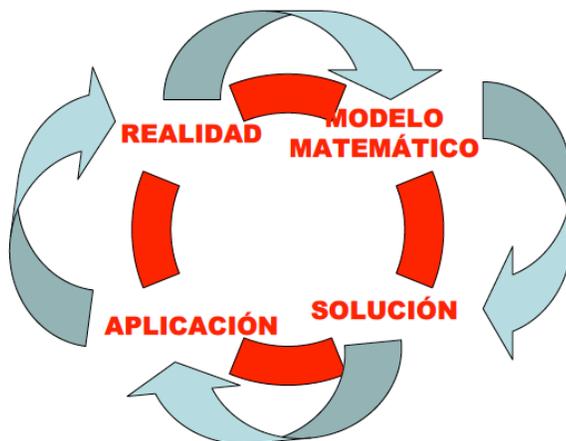


Figura 1: El proceso de modelización

Consideremos, por ejemplo, el caso de las leyes electorales (Steen, 1989, 1998, 2001). No se trata de que los ciudadanos sepan “calcular” los escaños según la ley d’Hondt pero si que sepan entender las diferencias entre esta ley y otras de alternativas, y que con ello pueda darse un posicionamiento personal respecto los modelos democráticos electorales. Es inminente, por ejemplo, la aparición universal del voto electrónico. Por tanto deberá comprenderse su funcionamiento, fiabilidad, etc. Y ello irá relacionado con la firma electrónica (nuevo DNI). Temas nuevos y nuevas matemáticas a desarrollar.

Hay una interesante idea de Joseph Malkevitch que dice *“quizás sería hora de estructurar los apartados curriculares no según ramas sino estructurar lo que hacemos a clase según centros de interés motivadores. O como dice: A.I. Pérez Gómez: “hace falta hoy un currículum basado en problemas y organizado en proyectos de trabajo, interpretación y experimentación”*. Tendríamos, por ejemplo en el caso de las matemáticas (Garfunkel, 1989), temas a considerar cómo:

- Mecanismos tecnológicos, máquinas, robots,...
- Codificación, códigos de barras, claves secretas,...
- Recogida de datos, encuestas,...
- Tratamiento de la información, visualización, resúmenes,...
- Formas artísticas: técnicas, representaciones,...
- La suerte en el juego, apuestas, pérdidas,...
- La predicción de la salud, esperanza de vida,...
- El consumo familiar, facturas, créditos, hipotecas, pensiones,...
- El medio ambiente: datos, intervenciones.

Estos temas vivos y actuales, darían pie a las “cosas que ahora hace falta aprender”. Véase por ejemplo (Garfunkel, 1998, 2000) (Romberg y de Lange, 1999). No se trata de hacer novedades porque sí, se trata de hacer “vivir” un aprendizaje vivo de temas de hoy: los supermercados, los aviones, los satélites, el mundo digital, noticias de los diarios, los códigos bancarios y los cajeros, las colas a las autopistas, las transmisiones en directo por televisión, la composición de imágenes, el control de la calidad de los alimentos, los impuestos, los desechos, las motos peligrosas, el alcohol perverso,... Y, sobre todo, hace falta mantener siempre el deseo de aprender, compartir nuestro entusiasmo con los otros y, a poder ser, ¡contagiarlo! Sería deseable hacer una enseñanza más integrada, rompiendo las barreras entre materias y superando el detallismo de pequeñas ideas y pequeñas competencias a las que a menudo dedicamos demasiada atención. Y esto debería tener grandes implicaciones en las evaluaciones y en los resultados de las mismas.

Motivar, captar la atención, hacer de la enseñanza un acto intrigante y de el aprendizaje una aventura... es hoy una necesidad. Sin interés difícilmente conectaremos con los estudiantes. Conseguir este interés quiere decir replantear las dinámicas de clase, las fuentes de información, los ejemplos, las aplicaciones,... y buscar el desarrollo de la creatividad.

La creatividad no debe ser un don especial sino una forma de hacer, tanto de los estudiantes como del profesorado. Y la creatividad puede ser inducida, fomentada, empleada en todas las actividades de enseñanza / aprendizaje. Siguiendo Tan Ay Girl podemos decir que:

Enseñar creativamente significa enseñar con variaciones e innovaciones. Una lección creativa debe ser interesante, provocadora, no convencional, productiva y motivadora. Hay “variaciones” en técnicas de enseñar, en materiales, en actividades y en evaluación. Hay innovaciones en los diseños de recursos, en selecciones de actividades y en enseres de “evaluación”.

Especial atención debe darse a la creatividad en la resolución de problemas, un tema especialmente brillante a partir de las ideas de G. Pólya.

En los últimos años el “problem posing” ha demostrado ser una técnica ingeniosa de evaluación de alumnos: estos deben poner enunciados con sentido a partir de informaciones verbales, numéricas o gráficas (noticias, tablas, diagramas,...). Esto puede complementarse con la resolución o no pero tiene la capacidad de hacer aflorar la capacidad de cuestionar, de emplear imaginación y realismo o de hacer patente la falta de estas competencias.

## **6 Conclusión: El mejor momento para cambiar es hoy**

Desde hace años hemos demostrado nuestro compromiso con la tendencia de modelización y aplicaciones para la educación matemática (Alsina, 1996, 1998, 2002). La actual globalización y los cambios tecnológicos de la revolución digital actual obligan a dar un paso adelante firme en esta dirección, pero sin caer en aceleraciones inadecuadas. La formación matemática de ciudadanos/as es demasiado importante y exige investigación y buenas prácticas, siendo sensibles a todas las experiencias ya bien desarrolladas. El futuro, como siempre ha sido, empieza hoy.



# Referencias

- [1] Alsina, C. (1996) The future is not anymore what it was supposed to be. Proc. 7è Congrés Internacional d'Atenció a la Infància en Edat Escolar. ENSAC, Pub. Rosa Sensat (Barcelona), 145-150.
- [2] Alsina, C. (1998) Neither a microscope nor a telescope, just a mathscope, in P. Galbraith et al. (eds.), Proceed. ICTMA-1997, in Math. Mod.Teachin. in a Tech.Soc. Ellis Horwood Chichester, 3-10.
- [3] Alsina, C. (1998) Contar bien para vivir mejor. Editorial Rubes, Barcelona.
- [4] Alsina, C. (2002) Too much is not enough. Teaching maths through useful applications with local and global perspectives. Educational Studies in Mathematics 50, 239-250.
- [5] BIAIX-16 (2000) Quines matemàtiques ha de dominar una persona en el tercer mil·leni?. FEEMCAT, Barcelona.
- [6] Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, H.W. and Niss, M. (Eds.). (2007). Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study. New York, NY: Springer.
- [7] Burrill, G. (2000) Matemáticas para el nuevo milenio en Números n. 41, pp. 9-12.
- [8] Corbalán, F. (1995) La Matemática Aplicada a la Vida Cotidiana, Graó, Barcelona.
- [9] De Lange, J. (1996) Using and Applying Mathematics in Education. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick and C. Laborde (Eds.), International handbook of mathematics education (pp. 49-97), Dordrecht: Kluwer.
- [10] Devlin, K. (1999) Infosense: Turning Data and Information into Knowledge.: W.H. Freeman, New York.
- [11] Devlin, K. (2000) The Language of Mathematics: Making the Invisible Visible, W.H. Freeman, New York.
- [12] Dewdney, A. (1996) 200% of Nothing: An Eye-Opening Tour Through the Twists and Turns of Math Abuse and Innumeracy, John Wiley, New York.
- [13] Garfunkel, S. et al. (1989) For All Practical Purposes, Lexington, COMAP. (1999) Las Matemáticas en la Vida Cotidiana, Addison Wesley-UAM, Madrid.
- [14] Garfunkel, S. et al. (1998-2000), Modelling Our World (Arise Project) Lexington, COMAP and W.H. Freeman, New York. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

- (2000), Principles and Standards for School Mathematics. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA
- [15] Niss, M. (2001), Quantitative Literacy and Mathematics Competencies, in Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges, 215-220. ([http://www.maa.org/Qh/pg215\\_220.pdf](http://www.maa.org/Qh/pg215_220.pdf)).
- [16] Niss, M. (2003) Applications of mathematics '2000'. In D. Coray, F. Furingherri, H. Gispert, B.R. Hodgson and G. Schubring (Eds.), One hundred years of L'Enseignement Mathématique—Momentes of mathematics education in the twentieth century. M. 39 de l'Enseignement Matématique, 271-284.
- [17] Niss, M., Blum, W., and Galbraith, P. (2007) Introduction. In W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn and M. Niss (Eds.), Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study (pp. 3-32). New York, NY: Springer. OCDE (2010) PISA project (<http://www.pisa.ocde.org>).
- [18] Paulos, J.A. (1998) Innumeracy: Mathematical Illiteracy and its Consequences, Vintage Books; New York.
- [19] Pollak, H. O. (1997) Solving Problems in the Real World. In Steen, L.A. (ed.), Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America, New York: The College Board, 91-105.
- [20] Pollak, H. (2003) a history of the teaching of modelling. In G. Stanic and J. Kilpatrick (Eds.), A history of school mathematics (Vol. 1-2, pp. 647-671), Reston, VA: NCTM.
- [21] Riley, R.W. (1988) The state of Mathematics Education: Building a Strong Foundation for the 21st Century. Notices AMS 45, 487-490.
- [22] Romberg, T. y de Lange, J. (1999) Mathematics in context, Encyclopedia Britannica, Ed. Corp., Chicago.
- [23] Sol, M.,(2009)Anàlisi de les competències i habilitats en el treball de projectes matemàtics amb alumnes de 12 a 16 anys a una aula heterogènia (Tesi doctoral, UB) <http://www.tdx.cat/TDX-0720109-095304>.
- [24] Steen, L. et al. (1989) Everybody Counts. Washington, DC. National Research Council, The National Academy of Sciences.
- [25] Steen, L.A. (1998) Numeracy: The New Literacy for a Data-Drenched Society, Educational Leadership, 57:2 (October) pp. 8-13.
- [26] Steen, L.A. (ed.) (2001) Mathematics and Democracy. The Case for Quantitative Literacy, National Council on Education and the Disciplines, Princeton.