

Un singular desfile de modelos

Joan Gómez i Urgellés¹

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

joang@ma4.upc.edu

Abstract

Se aborda desde un punto de vista educativo la modelización matemática, introduciendo herramientas útiles para la implementación en las aulas de diferentes niveles educativos y en particular de secundaria. Se presentan iniciativas desarrolladas en este campo orientadas a la formación del profesorado —a nivel de máster y posgrados— y a su vez se muestra la situación actual y tendencias del tema (congresos, tesis,...) ilustrado con algunos trabajos “de campo”. Al tratarse MSEL de una publicación electrónica, el presente documento menciona algunas direcciones Web en las cuales podrá accederse desde la misma página de MSEL y en las cuales pueden encontrarse desarrollado parte de los ejemplos mostrados.

Keywords: Modelización matemática.

¹Proyecto de investigación EDU2009-08120/EDUC

1 Problemática y oferta formativa

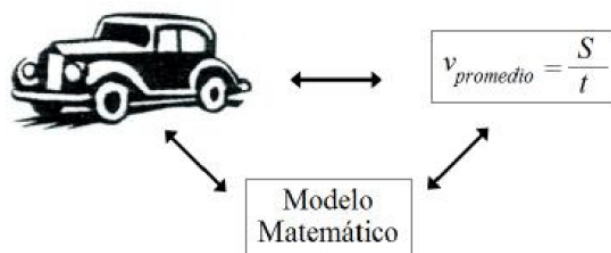


Figura 2.1: La modelización matemática es el arte de aplicar las matemáticas a la vida real. M. Niss

Inicialmente se analiza la problemática de la enseñanza de las matemáticas reflexionando el porqué es necesario un cambio metodológico, destacando como causa principal de la falta de interés por las matemáticas la falta de aplicaciones en los curriculums académicos y destacando la formación del profesorado como elemento básico para la mejora de la calidad docente. Vale la pena incluir en este contexto un par de citas:

Imagínese una escuela de natación que se dedicara un año a enseñar anatomía y fisiología de la natación, psicología del nadador, química del agua y formación de los océanos, costes unitarios de las piscinas por usuarios, sociología de la natación, antropología de la natación y, desde luego, la historia mundial de la natación, desde los egipcios hasta nuestros días. Todo esto, evidentemente, a base de cursos magistrales, libros y pizarras, pero sin agua. En una segunda etapa se llevaría a los alumnos-nadadores a observar durante varios meses a nadadores experimentados; y después de esta sólida preparación, se les lanzaría al mar, en aguas bien profundas, en un día de temporal invernal. (Busquet, J. ¿Pueden fabricarse profesores? En J. Busquet, (ed.): La problemática de las reformas educativas. INCIE, Madrid, 1974, p. 50)

y las palabras de Puig Adam en este sentido:

La matemática ha constituido, tradicionalmente, la tortura de los escolares del mundo entero, y la humanidad ha tolerado esta tortura para sus hijos como un sufrimiento inevitable para adquirir un conocimiento necesario; pero la enseñanza no debe ser una tortura, y no seríamos buenos profesores si no procuráramos, por todos los medios, transformar este sufrimiento en goce, lo cual no significa ausencia de esfuerzo, sino, por el contrario, alumbramiento de estímulos y de esfuerzos deseados y eficaces. (Puig Adam, 1958)

Cuestiones como ¿Qué aprenden los alumnos con la enseñanza tradicional? ¿Cómo enseñamos? ¿Cómo aprenden los alumnos? Son objeto actual de debate al mismo tiempo de que muchas propuestas educativas establecen qué enseñar y pocas el cómo enseñar. La modelización matemática como herramienta de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas se focaliza en la dirección de incluir en los curriculums elementos epistemológicos de la matemática.

Con el fin de paliar la problemática se propone, pues, introducir la modelización matemática como herramienta de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas y se presenta el actual escenario en Catalunya en materia de formación del profesorado y en particular en el área de

matemáticas. En esta línea destacamos diversos estadios de Catalunya en los que la presencia de la modelización tiene un papel relevante:

1. Diploma de matemáticas para secundaria, impartido en la Universidad Pompeu Fabra (UPF) y de un curso académico de duración. Está destinado a la formación de profesores en activo, hasta la fecha se han desarrollado cuatro ediciones. El lector puede ampliar la información en <http://www.upf.edu/empresarials/dmsec/presentacio>.
2. Grupo de trabajo de modelización del Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat Politècnica de Catalunya. Durante un curso académico se recopilan experiencias de modelización realizadas en las aulas de niveles educativos de primaria y de secundaria. Habitualmente son grupos de trabajo formado por 3 o 4 profesores y en un total de 5 o 6 grupos. Al final de curso se realiza una jornada en la que los diferentes grupos exponen el trabajo realizado, los resultados y sus impresiones. Podemos encontrar algunos de estos trabajos en www.modelitzaciomatematica.com.
3. Desde el curso 2009-2010 se imparten en Catalunya cuatro masters de Educación Matemática repartidos entre la Universitat de Barcelona (UB), Universitat Autònoma de Barcelona (UAB), Universitat Pompeu Fabra (UPF) y en la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC). En el caso particular de la oferta ofrecida por la Universidad Politècnica de Catalunya puede ampliarse la información en <http://mfp.masters.upc.edu/>

En todos los casos mencionados se puede encontrar un amplio espectro de temas relacionados con la modelización matemática. Una vez más recordaremos el ya clásico esquema del proceso de modelización

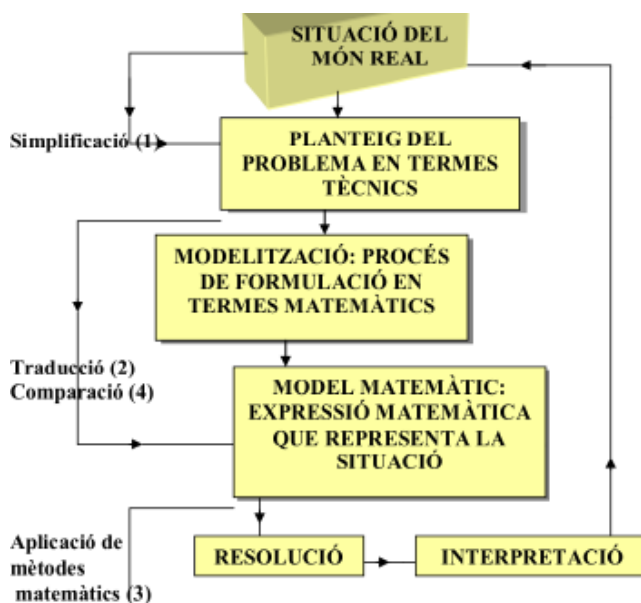
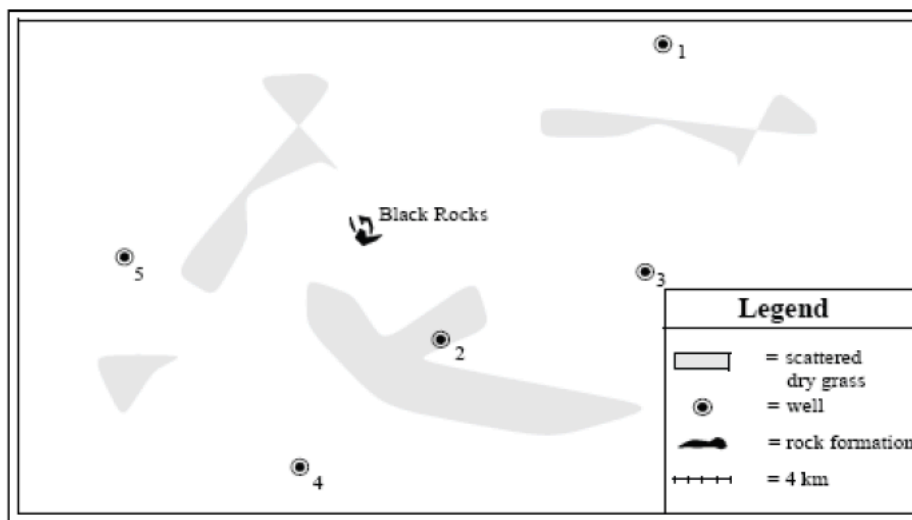


Figura 2.2: El esquema del proceso de modelización

Es fundamental realizar una reflexión sobre cada uno de los caminos que enlazan los ítems del proceso: (1) simplificación, (2) traducción, (3) comparación, (aplicación de los métodos matemáticos). Estos pasos mencionados son fundamentales para los objetivos propuestos en cada situación estudiada. Si “abusamos” de cierta desconsideración de alguno de los caminos

podemos conseguir resultados con información que no nos puede ser de utilidad. Para fijar ideas mostraremos un ejemplo ilustrativo plasmado en el siguiente problema:

Regiones de proximidad en el desierto: *El problema plantea una situación en la que nos encontramos circulando por un desierto en el que hay 5 pozos y pretendemos llegar al pozo más próximo para beber. Disponemos de un mapa donde podemos ubicar nuestra posición y en el que se muestran los 5 pozos. Se pretende delimitar la zona en cinco regiones de forma que cada una corresponda a una “área de influencia de un pozo” —es decir: cuando estemos en una área significará que el pozo correspondiente es el más cercano a nosotros—.* (Geometry with Applications and Proofs. Goddijn, Kindt and Reuter, 2004, part. I, 5; published by the Freudenthal Institute. Extraído de: “In the desert”, pag. 168, Handbook of Mathematics Teaching Research, “Professional Development of Teacher-Researchers” 2005-2008).



En este problema tenemos que tener especial cuidado en el proceso de simplificación. Se observa que:

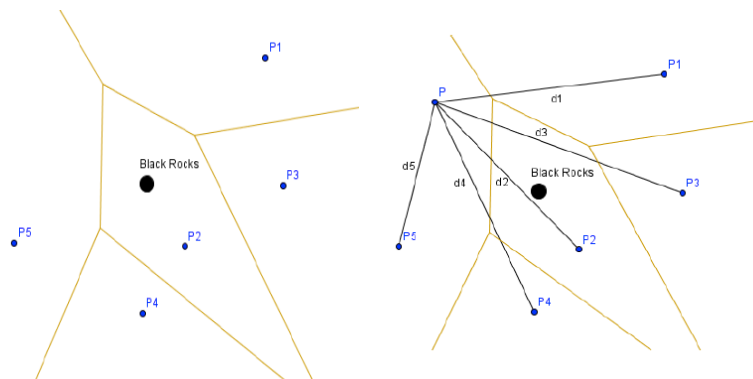
No tenemos indicados los desniveles del terreno, no sabemos como puede afectar la zona con “hierba seca dispersa” (“scattered dry grass”), tampoco disponemos de información sobre la medida de los pozos. Disponemos de un indicador visual que nos permite saber en que posición estamos en el mapa (la montaña Black Rocks).

El autor de la referencia mencionada realiza las simplificaciones:

Los pozos los considera idénticos y los modeliza como puntos del plano, omite las zonas con hierba y desniveles considerando el terreno exactamente igual en cualquier parte y una superficie plana, con ello las distancias serán consideradas sobre el plano. Tampoco se consideran aspectos climatológicos que puedan entorpecer el movimiento (viento, lluvia,..).

La situación planteada se transforma en un problema de geometría plana protagonizado por las distancias. Dicho problema ha sido trabajado por alumnos del master, comentado y resuelto con la ayuda del GEOGEBRA. Se incluye archivo en GEOGEBRA.

Estas simplificaciones nos permiten abordar el problema con sencillez sin aparente desviaciones de los resultados. En fin, el ejemplo invita al lector a realizar una reflexión sobre el proceso de simplificación con el fin de aportar mejoras y enriquecer la investigación didáctica.



2 Una mirada a nivel internacional

En diversos escenarios y áreas de conocimiento se habla de modelización, ¿Cómo teoría? ¿Cómo herramienta de investigación? ¿Cómo herramienta de enseñanza? Parece plausible que como docentes nuestro centro de interés prioritario es como herramienta de enseñanza en primer lugar, sin omitir aplicar los resultados y las experiencias a enriquecer la investigación.

Sin ir más lejos podemos realizar una simple ojeada al buscador GOOGLE[®] para observar que nos ofrece. A finales de mayo del 2010 y con las palabras modelling, education y mathematical encontramos ni más ni menos que 22 400 000 entradas. ¿Le parece pocas?

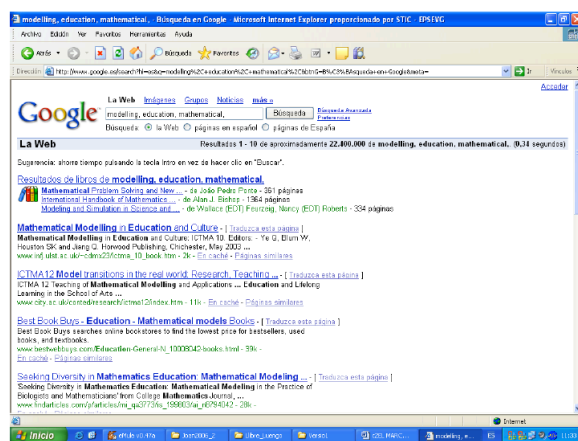


Figura 2.3: El esquema del proceso de modelización

A nivel internacional destaco la relevancia del International Community of Teachers of Modelling and Applications (ICTMA) <http://www.ictma.net/conferences.html>. ICTMA es pionero en la investigación en modelización matemática, realiza encuentros bianuales y ellos se presentan los resultados más significativos a nivel mundial en modelización matemática como herramienta para la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas. Es importante destacar que en estos eventos se presentan resultados de cualquier nivel educativo, incluso experiencias realizadas en niveles universitarios. Destaco este último hecho como consecuencia del poco interés que todavía excite en algunas facultadas de introducir elementos de modelización en los curriculums académicos. Mencionaré que el ICTMA es un grupo de trabajo del comité internacional de educación matemática (ICMI). Les mostraremos la relación de encuentros de estos eventos:

Se observa que los próximos ICTMA se celebran en Australia y en Brasil, sería interesante la

ICTMA-1	1983	University of Exeter, England
ICTMA-2	1985	University of Exeter, England
ICTMA-3	1987	University of Kassel, Germany
ICTMA-4	1989	University of Roskilde, Denmark
ICTMA-5	1991	Frudenthal Institute, Netherlands
ICTMA-6	1993	University of Delaware, USA
ICTMA-7	1995	University of Ulster, Northern Ireland
ICTMA-8	1997	University of Queensland, Australia
ICTMA-9	1999	University of Lisbon, Portugal
ICTMA-10	2001	Tsinghua University, Beijing, China
ICTMA-11	2003	Marquette University, Milwaukee, USA
ICTMA-12	2005	City University, London, UK
ICTMA-13	2007	Indiana University, USA
Satellite Meeting	2007	Kathmandu University, Nepal
ICTMA-14	2009	University of Hamburg, Germany (The conference homepage at Hamburg University)
ICTMA-15	2011	University of Melbourne and Australian Catholic University (Melbourne), Australia
ICTMA-16	2013	Universidade Regional De Blumenau, SC, Brazil

Figura 2.4: El esquema del proceso de modelización

asistencia para presentar el trabajo realizado en las Jornadas de Modelización Matemática y proyectar internacionalmente la publicación MSEL.

3 Un par de experiencias recientes

Una de las maneras de introducir la modelización en las aulas es la implementación de proyectos y el trabajo en grupo. Recientemente (diciembre del 2009) y coincidiendo con la entrada del nuevo espacio europeo de educación superior (Bolonia) se han realizado algunas de estas experiencias dirigidas a alumnos de primer curso de ingeniería procedentes de Formación Profesional. Las experiencias son focalizadas en el trabajo en grupo y en realización de proyectos de modelización, una de ellas muestra la parábola y su epistemología y la otra nos desvela la influencia del número e en la ingeniería. Les invito a que visiten estos vídeos:

<http://upcommons.upc.edu/video/handle/2099.2/1331>

Destaco que en Catalunya en la introducción del área de matemáticas (currículum aprobado el 26 de junio del 2007) se explicita que se deben potenciar las capacidades del alumno por “modelizar situaciones de la vida real” (DOGC 4915, pág. 21873 y 21927). El escenario actual nos invita a cambios metodológicos encaminados a la mejora, es imprescindible y preciso potenciar la formación del profesorado. Demos pues la bienvenida a los modelos en el fascinante mundo de la educación.

Es mi deseo que buena parte de ellos formen parte de sus lecciones y adquieran el protagonismo que se merecen en las aulas. Sólo es preciso poner las ganas y la paciencia que un cambio metodológico de este tipo requiere, les emplazo a probarlo, seguro que les encantará y que sus discípulos se lo agradecerán. Ánimos, sigan adelante. Muchas gracias por estar aquí, vale la pena!