MSEL
Modelling in Science Education and Learning

Modelling in Science Education and Learning
Volume 4, No. 3, 2011.
Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada

Modelización matemática y álgebra: un tándem perfecto en la formación de ingenieros

José Antonio Montero Morales, David Badía Folguera
ETSEEI La Salle. Universidad Ramon Llull
montero@salleurl.edu, David@salleurl.edu

Abstract

Este artículo se enmarca en el ámbito de la modelización matemática utilizada como herramienta docente, fundamental en la enseñanza del álgebra lineal a futuros ingenieros de telecomunicaciones. Se presentan varios ejemplos técnicos en los que el álgebra lineal juega un papel relevante, y se expone cómo pueden ser utilizados dichos ejemplos para conseguir que los alumnos de primer curso comprendan mejor los conceptos algebraicos tratados. En la parte final del artículo se comentan algunos de los resultados obtenidos en la experiencia realizada en la ETSEEI La Salle (Universidad Ramón Llull), de la que pueden extraerse conclusiones significativas en relación a la influencia que ejerce, en el rendimiento final de los estudiantes, el uso de estos ejemplos contextualizados.

This paper belongs to the mathematical modeling used as a teaching tool field, essential in teaching linear algebra to future telecommunications engineers. We present several technical examples in which linear algebra plays an important role, and describes how these examples can be used to achieve a better understanding of algebraic concepts discussed. At the end of the paper, some of the results obtained in the experiment conducted in the ETSEEI La Salle (Ramon Llull University) are discussed, and some significant conclusions can be drawn regarding the influence of technical examples on the final performance of students.

Keywords: Ingeniería, álgebra, modelización, aprendizaje.

1 Introducción

Si nos fijamos en el modo en el que se imparten las clases en la mayoría de centros de enseñanza superior, podemos ver que la filosofía seguida se acerca más a un enfoque conductista: el profesor imparte la clase magistral y los alumnos reciben la mayor parte de la información a través de éste. Se les ofrece 'casi todo hecho' y 'únicamente' tienen que aprenderlo. La forma de evaluar a los alumnos es relativamente sencilla: se les interroga a través de uno o varios exámenes sobre la información que les fue suministrada, exigiéndoles una calificación mínima para demostrar haber alcanzado los conocimientos impartidos en clase.

Tal y como afirman Preston D. Feden y Robert M. Vogel [1] los métodos en las aulas no han cambiado prácticamente desde principios del siglo XX, cuando las cualidades necesarias en los profesionales que se formaban en ellas eran claramente diferentes. Estudios como los citados en [1] o [2] ya mostraban que alumnos con buenas notas en sus expedientes académicos tenían, al incorporarse al mundo laboral, serias dificultades para aplicar 'lo aprendido' cuando se enfrentaban a situaciones diferentes a las estudiadas durante su época de estudiantes.

Los grandes cambios tecnológicos y sociales sufridos en los últimos años demandan un cambio en el modo de proceder en las aulas, puesto que las necesidades educativas han variado. Si hace 40 años, un ingeniero podía desenvolverse profesionalmente sin demasiados problemas con la información que le fue suministrada en su etapa como estudiante, actualmente, los rápidos cambios producidos provocan que parte de esa información esté ya obsoleta una vez que termina la carrera y se incorpora al mundo laboral. Este nuevo escenario, tal y como expresa Oscar Picardo Joao [3], exige una nueva arquitectura educativa que apunte al aprendizaje 'de por vida' (lifelong learning) y apueste por él. Esto implica entablar una nueva hipótesis educativa: enseñar a aprender y, sobre todo, a utilizar adecuadamente la información en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Según Martha Stone, codirectora del Educational Technology Center de la Universidad de Harvard [4], aprender es algo más que una capacidad mental; algo más que tener algo en la mente. Si algo se ha aprendido puede aplicarse de manera creativa y en ocasiones distintas, ya que se sabe cuándo, dónde y cómo aplicarlo. 'El aprender es la aplicación de lo aprendido'. Martha Stone defiende que los alumnos deben hacer un uso creativo de sus conocimientos en lugar de acumular información de manera pasiva, y que debe diseñarse un programa de enseñanza-aprendizaje que vaya en progresión, empezando con ejercicios guiados hasta llegar a aquéllos que les ofrezcan la posibilidad de aplicar lo que han aprendido de una manera más abierta e independiente. Tal y como afirma el Dr. Oriol Amat, de la Universidad Pompeu Fabra [5], la repetición de una serie de ejercicios, seguidos de premios o castigos, no garantiza que el alumno asimile lo aprendido, a pesar de que lo sepa ejecutar. También el Dr. David H. Jonassen de la Universidad de Missouri en Columbia [6], citando a Gagne, afirma que el punto central de la educación es enseñar a la gente a pensar, a usar su poder racional y a llegar de ese modo a ser mejores solucionadores de problemas.

El presente artículo se centra en el uso de la modelización matemática como herramienta docente, aplicada en la formación de futuros ingenieros. La transformación en términos matemáticos de situaciones pertenecientes al mundo real es, según Jan De Lange [7] 'una actividad organizativa y estructurativa mediante la cual se utilizan conocimientos adquiridos para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas'. Cuando un alumno se encuentra ante un problema real debe enfrentarse a diferentes retos. En primer lugar, debe ser capaz de identificar las herramientas matemáticas que pueden ayudarle a resolver el problema al que se enfrenta, y tiene que trasladar su problema real a un escenario matemático. Es decir, debe conectar mundo real con mundo matemático de manera que el problema inicial pueda ser modelado en términos matemáticos. Una vez realizada esta vinculación entre ambos mundos (que puede ir asociada a una simplificación del problema), el segundo paso es relativamente sencillo, ya que consiste en la resolución matemática del problema. Finalmente, el resultado matemático obtenido debe ser exportado e interpretado nuevamente en el contexto real inicial (ver figura 1).

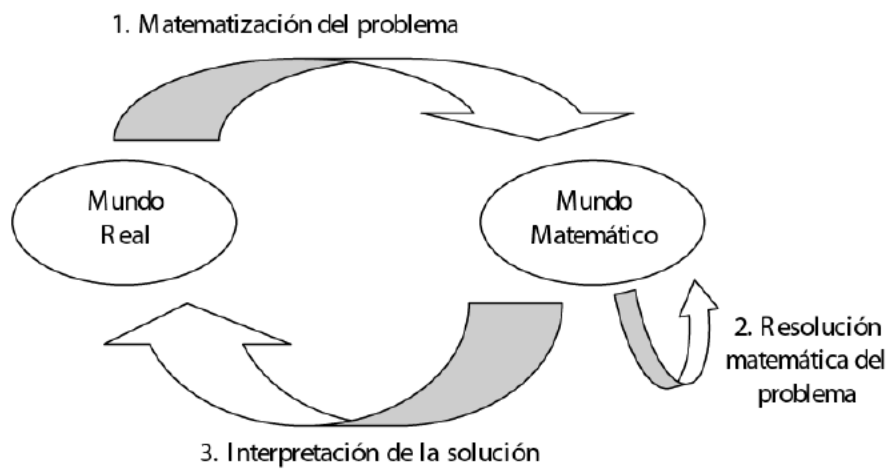

Figura 1: Proceso seguido en la modelización matemática de un problema.

Para un alumno de ingeniería de telecomunicaciones, la asignatura de álgebra lineal es, en general, considerada un 'escollo' que debe superar para alcanzar su objetivo de llegar a ser ingeniero. Por lo general, su motivación hacia dicha asignatura suele ser baja, a pesar de que muchos de los conceptos técnicos que estudiará en el futuro están relacionados de una u otra forma con esta disciplina. El reto de un profesor de álgebra para futuros ingenieros es motivar a sus alumnos desde el primer momento, y mostrar desde el primer día que el mundo técnico y el algebraico están mucho más conectados de lo que ellos imaginan. En este artículo se ofrecen algunos ejemplos de situaciones técnicas sencillas que pueden presentarse a los alumnos de álgebra de primer curso de ingeniería, con el fin de motivarlos y, al mismo tiempo, entrenarlos para potenciar su capacidad de 'ver' vectores, matrices, bases, etc. en problemas técnicos reales.

2 Algunos ejemplos sencillos que vinculan técnica y álgebra

En este apartado se presentan varios ejemplos técnicos en los que el álgebra lineal juega un papel relevante a la hora de llegar a una solución. En cada ejemplo se expone, además, qué aspectos del mismo pueden destacarse a la hora de presentarlo a los estudiantes.

2.1 Detección de movimiento

El problema presentado con este título refleja cómo la resta de matrices puede utilizarse para detectar si se ha producido o no movimiento en una escena, partiendo de imágenes consecutivas de la misma, y siempre y cuando la iluminación de dicha escena sea uniforme y controlada.

La exposición de esta situación técnica se inicia introduciendo al alumno en el mundo de la imagen digital. Para facilitar las explicaciones se muestran imágenes en blanco y negro. Estas imágenes, tras ser digitalizadas, son almacenadas en el ordenador en una matriz $A \in M_{m\times n}$, donde m hace referencia al número de filas y n al número de columnas. En cada posición (i, j) de dicha matriz se almacena un valor numérico que corresponde al valor de nivel de gris del píxel que ocupa la misma posición en el espacio. Una secuencia de imágenes digitales consistirá, pues, en una secuencia de k matrices $A_i \in M_{m\times n}$ donde $i \in \{1, ..., k\}$.

En este contexto, para saber si se ha producido movimiento basta comparar dos imágenes consecutivas. Una forma sencilla de hacer esta comparación es realizando la resta entre las matrices correspondientes $R = A_i - A_{i-1}$ y comprobando después si el resultado obtenido presenta valores diferentes a cero (figura 2). En la práctica pueden producirse ligeras variaciones de nivel de gris en píxeles de la imagen en los que no ha habido movimiento, debido a ruidos o errores de precisión de los sensores de la cámara que captan la imagen. Por ese motivo, se propone suponer que existe movimiento en aquellas posiciones de la matriz en las que aparezcan valores superiores, en valor absoluto, a un umbral prefijado. Es decir, si $|r_{ij}| >$umbral$\Longrightarrow$hay movimiento, donde r_{ij} hace referencia a cada uno de los elementos que forman la matriz R.

Este modo de detectar movimiento es muy simple, y aplicable únicamente si las condiciones de iluminación de la escena se mantienen constantes. Sin embargo, es un buen ejemplo a introducir a los estudiantes el primer día de clase, con el que empiezan a relacionar matrices con imágenes digitales (algo que les es muy familiar).

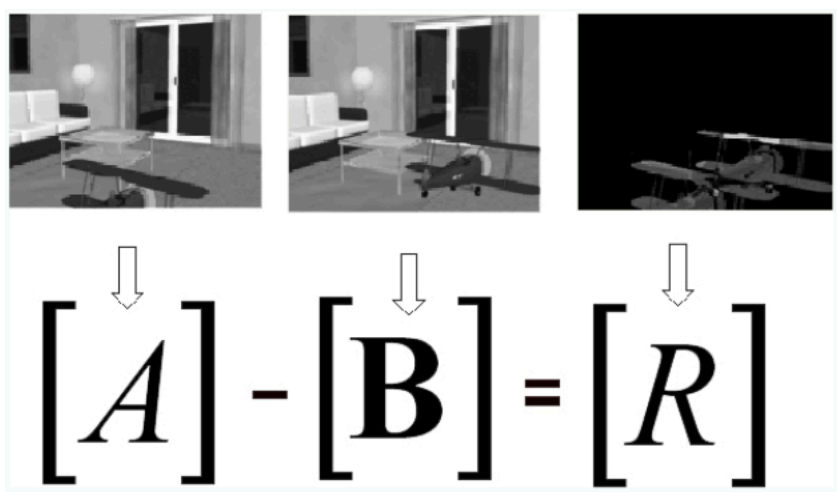

Figura 2: Resta de matrices asociadas a dos imágenes consecutivas en una secuencia.

2.2 El álgebra en el cifrado de mensajes

En este ejemplo de aplicación, se plantea una forma sencilla de codificar un mensaje de texto para evitar que sea leído por alguna persona no autorizada. Tras realizar la traducción directa a número de cada uno de los caracteres que forman un mensaje de texto, siguiendo la tabla ASCII, se propone separar dicha secuencia de números en grupos de, por ejemplo, tres. Así, cada uno de los grupos formados puede verse como un vector $\vec{x_i} \in \mathbb{R}^3$. Con todos los vectores $\vec{x_i}$ formados puede generarse la matriz M colocando dichos vectores en orden de forma que constituyan las columnas de M. Esta matriz representa el mensaje a encriptar.

Tomemos ahora una matriz $C \in M_{3\times 3}$ tal que exista su matriz inversa $C^{-1} \in M_{3\times 3}$. Para encriptar el mensaje de forma sencilla bastará con multiplicar la matriz del mensaje M por la matriz C de cifrado. Las columnas de la matriz $M' = C \cdot M$ corresponderán al mensaje encriptado (ver figura 3(a)). Para descifrar el mensaje sólo hay que multiplicar la matriz correspondiente al mensaje cifrado M' por la matriz inversa C^{-1}, obteniendo como resultado nuevamente la matriz $M = C^{-1} \cdot M'$ original que contiene los números correspondientes a los códigos ASCII del mensaje original (figura 3(b)).

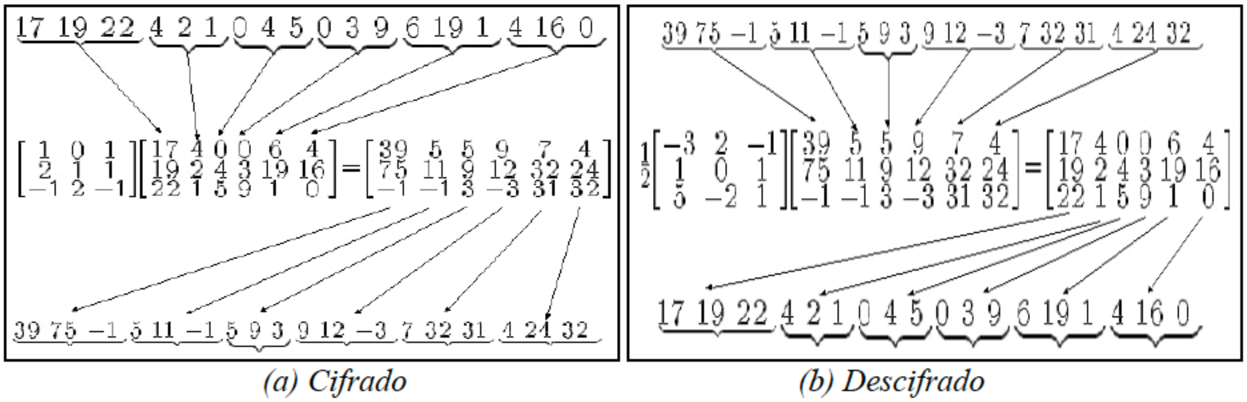

Figura 3: Proceso de cifrado y descifrado posterior de un mensaje.

Este ejemplo práctico puede ser presentado en clase también durante los primeros días del curso, con el mismo objetivo que el ejemplo del apartado anterior: mostrar el álgebra como una herramienta aplicable, con el fin de trabajar, desde el primer momento, la motivación intrínseca de los alumnos hacia la asignatura. Es importante destacar que este mismo ejemplo puede presentarse más adelante como una aplicación práctica del concepto de cambio de base, ya que la matriz C utilizada puede ser interpretada también como una matriz de cambio de base, de la base canónica de $\mathbb{R}^3$ a una nueva base $\mathcal{B}$.

2.3 Compresión de información aplicando cambios de base

La situación planteada en este ejemplo propone disminuir el espacio necesario para almacenar un fichero de audio que ha sido digitalizado utilizando una frecuencia de muestreo bastante superior a la necesaria (parámetro que, en ocasiones, no puede ser ajustado al valor deseado, sino que depende de la tarjeta digitalizadora que se utilice). En este ejemplo (ver figura 4) se plantea reducir la redundancia existente aplicando un cambio de base. Para ello, las muestras que forman el fichero de audio a comprimir son agrupadas de 3 en 3 (se hace así para poder visualizar en el espacio cada uno de estos vectores y extraer posteriormente algunas conclusiones) y son interpretadas como vectores $\vec{x_i} \in \mathbb{R}^3$ expresados en base canónica. Con el fin de almacenar menos componentes de cada vector se plantea cambiar de base todos estos vectores, y expresarlos en una nueva base $\mathcal{B}$ formada por 3 nuevos vectores, ortogonales entre sí, entre los cuales aparezca el vector $(1,1,1)$, que apunta en la dirección apuntada (de forma aproximada) por la mayoría de vectores (debido al sobremuestreo). Así, si cada vector $\vec{x_i}$ es expresado en la base $\mathcal{B}$, y suponiendo que el primer vector de dicha base es el vector $(1,1,1)$, obtendremos una nueva representación de dichos vectores en la cual la primera componente es muy superior a las otras dos por lo que, asumiendo unas pérdidas mínimas, podemos almacenar sólo la primera de las componentes y aproximar a cero las otras dos. De este modo, el fichero comprimido estaría compuesto por la primera componente de cada vector en esta nueva base, por lo que ocuparía una tercera parte de lo que ocupaba el fichero original.

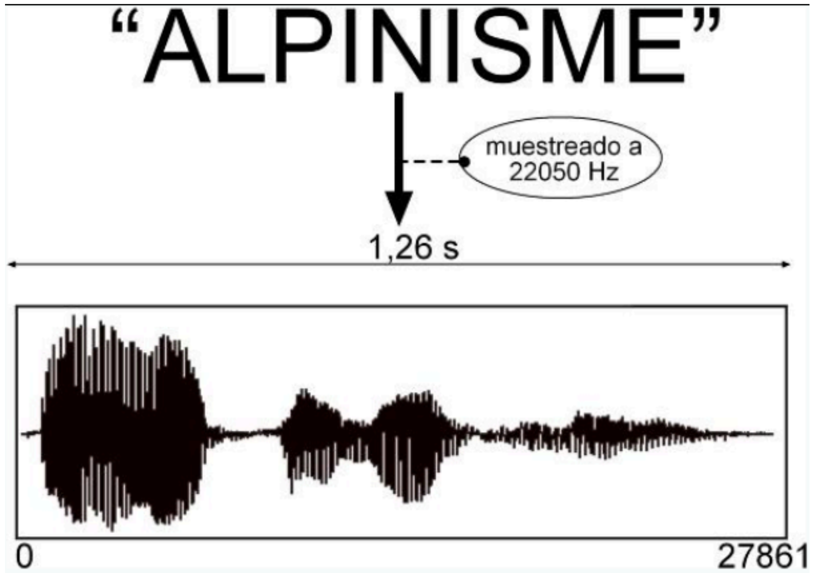

Figura 4: Fichero de audio que desea comprimirse.

Evidentemente, para volver a escuchar el fichero hay que descomprimirlo previamente (figura 5). El proceso de descompresión consiste en tomar cada una de las componentes almacenadas, añadir dos ceros para formar un vector de $\mathbb{R}^3$ e interpretarlo como vector expresado en la base $\mathcal{B}$. Posteriormente se realiza el cambio de base inverso, de base $\mathcal{B}$ a base canónica de $\mathbb{R}^3$ y se colocan ordenados nuevamente los vectores obtenidos.

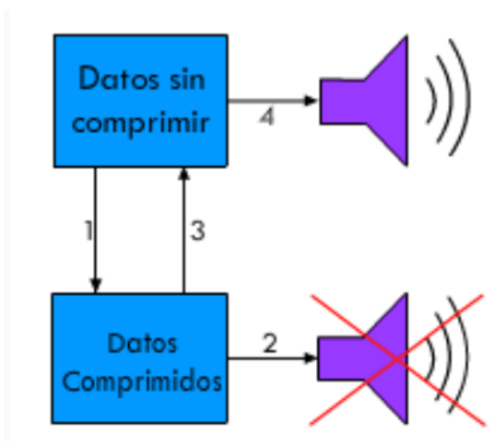

Figura 5: El formato del fichero comprimido no es audible.

2.4 Compresión de imágenes

En esta aplicación se expone la misma idea presentada en el ejemplo anterior, pero aplicada ahora a la compresión de imágenes digitales. Como ejemplo se presenta el formato de compresión de imágenes Jpg, en el que la aplicación de un cambio de base permite rebajar considerablemente el tamaño de un fichero de imagen sin que, aparentemente se produzcan pérdidas en la imagen.

Para ello, la imagen original se divide en subimágenes de dimensión 8×8 (64 coeficientes por subimagen). Cada subimagen se expresa como combinación lineal de los vectores de una nueva base, obtenida aplicando la DCT (Discret Cosinus Transform). La DCT descompone una imagen en una combinación lineal de diferentes componentes frecuenciales. En la figura 6 se muestran las 64 matrices de 8×8 que componen la base utilizada. En función de la compresión deseada, se guardan los primeros k coeficientes de cada subimagen, y se consideran 0 los $64-k$ coeficientes restantes. Si k disminuye, la compresión realizada es mayor, y la calidad de la imagen será menor. El factor de compresión será el número de coeficientes almacenados, dividido entre 64.

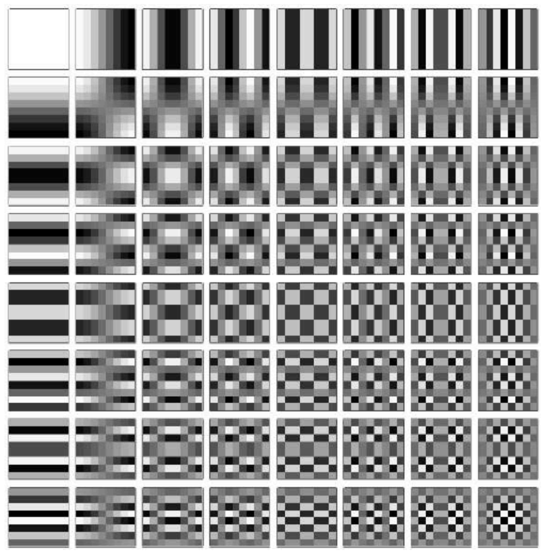

Figura 6: Base utilizada en la compresión de imágenes.

En la figura 7 podemos ver un ejemplo en el que se reconstruye la imagen original a partir únicamente de los primeros 4 coeficientes (coeficiente de compresión: 6.25%).

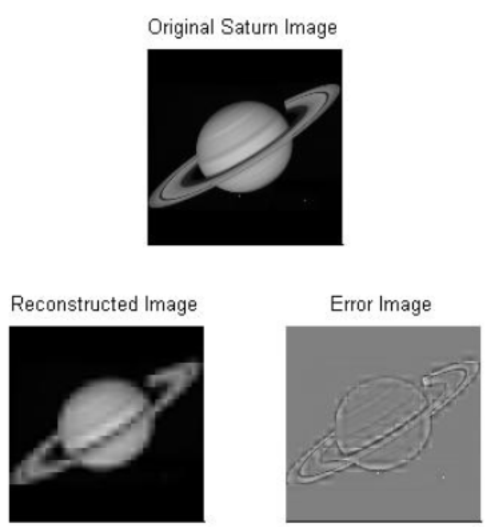

Figura 7: Reconstrucción de la imagen a partir de 4 coeficientes.

$$\mathrm{Trans}(d_x, d_y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{Rot}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{Scale}(S_x, S_y) = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Figura 8: Matrices asociadas a las transformaciones de translación, rotación y escalado en 2D.

2.5 El álgebra en el mundo de los gráficos por ordenador

En este ejemplo se plantea la necesidad de girar, desplazar o escalar diferentes objetos en 2 o 3 dimensiones. Para ello se representa en forma matricial el objeto a tratar, colocando las coordenadas de los puntos que lo forman en cada una de las columnas de dicha matriz. Se trata, por tanto, de obtener la nueva posición del objeto (después de la rotación, desplazamiento o escalado aplicado) multiplicando éste por la matriz asociada a la aplicación lineal correspondiente a la transformación que se desea realizar. Es decir, si la matriz $\emptyset$ representa al objeto en su posición original y la matriz T representa la transformación a realizar, la nueva posición del objeto se calculará del siguiente modo: $\emptyset_n = T \cdot \emptyset_{n-1}$.

En la exposición a los alumnos de este ejemplo se presentan las matrices asociadas a cada una de las transformaciones indicadas (figura 8). Posteriormente se plantea la necesidad de hacer varias transformaciones seguidas, por lo que aparece el concepto de composición de aplicaciones lineales. Calculando la composición de las aplicaciones correspondientes se obtiene una nueva aplicación que realiza de forma más eficiente las transformaciones deseadas. Así, si se aplica a un objeto una rotación (R) y posteriormente un escalado (E), la matriz C asociada a la composición de ambas transformaciones será: $C = E \cdot R$.

2.6 Composición de aplicaciones lineales en la generación de sombras de objetos 3D

Esta nueva aplicación se basa exactamente en los mismos conceptos algebraicos que la aplicación presentada en el apartado 2.5. Lo único que cambia es la transformación a realizar sobre los objetos. En este caso, se persigue proyectar la sombra de un objeto sobre el plano del suelo. En este ejemplo, se propone obtener la matriz asociada a la transformación que proyecta la sombra de un objeto, a partir de la composición de dos transformaciones independientes (figuras 9 y 10). El hilo argumental del ejemplo es, por tanto, muy similar al seguido en el ejemplo citado anteriormente.

La matriz H que proyecta los puntos en el suelo es la que aparece en la figura 10. Los parámetros a y b permiten definir los ángulos acimutal y cenital o de elevación.

3 Aprendiendo a vincular el álgebra y la tecnología

En el apartado anterior se han presentado varios ejemplos de aplicación de herramientas algebraicas en contextos técnicos. En cada uno de ellos se abordaron las diferentes fases por las cuales debe pasarse en un proceso de modelización: Traducción del problema real a lenguaje

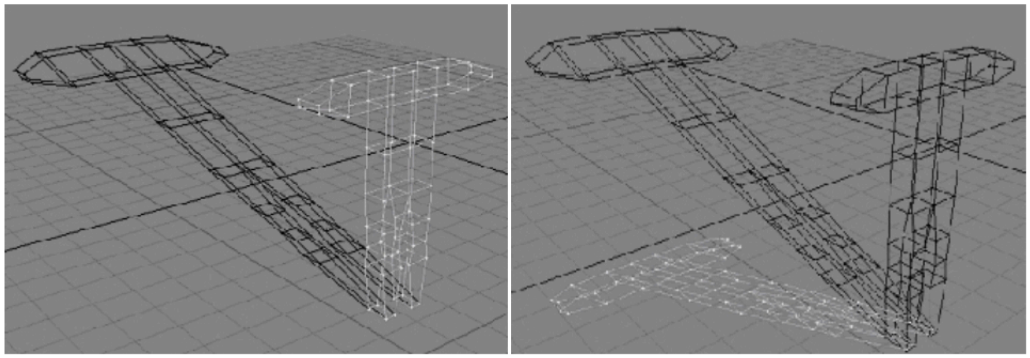

Figura 9: Efecto obtenido al aplicar las transformaciones T y P a un objeto.

$$H = P \cdot T \Longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & b & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 \end{pmatrix}$$

Figura 10: Matrices P, T y H (composición de ambas).

algebraico; resolución del problema algebraico planteado; e interpretación de la solución en el contexto real original. Sin embargo, para que los alumnos desarrollen la capacidad de conectar los conceptos algebraicos con situaciones reales no es suficiente con que vean desarrollados algunos ejemplos. Tal y como se citó en el apartado 1, los programas de enseñanza-aprendizaje deben iniciarse con ejercicios guiados, para dar paso después a otros que ofrezcan a los estudiantes la posibilidad de aplicar lo que han aprendido. En nuestro caso, los alumnos deben enfrentarse a otros ejemplos técnicos por sí solos, e intentar modelarlos y resolverlos ellos mismos utilizando los conceptos algebraicos que consideren necesarios. En este apartado se propone un ejemplo interesante para proponer a los alumnos en esta etapa.

3.1 Enunciado del problema propuesto

La empresa ALG-SOLUTIONS ha hecho a todos sus trabajadores (39) varias fotografías con la finalidad de generar una base de datos con las caras de todos ellos. La intención de esta empresa es la de instalar un nuevo sistema de seguridad que permita identificarlos de forma automática cuando aceden al edificio donde trabajan. Cada fotografía realizada está formada por 4875 píxeles (75 filas $\times$ 65 columnas).

El objetivo del ejercicio de modelización que se propone es diseñar y generar el procedimiento que realizará el reconocimiento de caras. Es decir, dada la imagen (cara) de una persona que quiere acceder al edificio, el procedimiento desarrollado debería buscar en la base de datos de fotografías e identificar de qué persona se trata. Además, esto lo debería hacer de la forma más rápida posible para poder aplicarlo en tiempo real. La empresa nos ha subministrado la matriz 'matriz_caras' con todas las imágenes de las caras de todos sus trabajadores colocadas en columnas. Es decir, cada columna corresponde a los píxeles de toda una fotografía, colocados una debajo de la otra. En la empresa hay 39 trabajadores diferentes, y en total se han hecho 384 fotografías (prácticamente 10 fotografías por cada trabajador). Por tanto, la matriz 'matriz_caras' tiene unas dimensiones de 4875 filas $\times$ 384 columnas.

Además, nos han dado también el vector 'identificador' que nos informa del número de trabajador al que corresponde cada imagen (columna) en la matriz 'matriz_caras'. Por ejemplo, el vector 'identificador' tiene un 6 en la posición 51 (`identificador(51)=6`). Esto quiere decir que la columna 51 de la matriz 'matriz_caras' contiene una fotografía del trabajador número 6.

La empresa también nos ha dado 16 fotografías más para hacerlas servir a la hora de testear nuestro procedimiento. Estas 16 imágenes nos las han dado con el mismo formato que las anteriores, dentro de la matriz 'matriz_test' (4875 filas $\times$ 16 columnas). De la misma forma que antes, nos dan el vector 'ident_test' donde tenemos, en cada posición, el número que identifica al trabajador que aparece en cada columna de la matriz_test. Las 10 columnas finales de esta matriz corresponden a un usuario que no es un trabajador de la empresa y, por tanto, no se encuentra en la matriz 'matriz_caras' de referencia (esta persona se identifica con el número 40).

Reflexiones sobre el ejercicio propuesto

Proponemos dividir la resolución del problema en dos fases diferentes:

Fase 1: Reducir las dimensiones de los vectores que identifican las caras.

Como cada imagen está identificada por un vector de 4875 posiciones, trabajar con vectores de estas dimensiones no será rápido. Por tanto, si queremos que el sistema haga de forma rápida la identificación del trabajador, proponemos expresar previamente cada imagen en una base donde podamos quedarnos con muchas menos componentes.

Fase 2: Comparar la imagen de la persona que quiere acceder al edificio con las fotografías de los trabajadores, expresadas en la nueva base (reducida), para identificar de qué trabajador se trata.

El objetivo de este ejercicio es doble: en la fase 1, deben identificar que la base óptima para representar las imágenes de la base de datos debe obtenerse aplicando la Descomposición en Valores Singulares (Svd) en la matriz que contiene, en columnas, las imágenes originales. En la fase 2, deben aplicar los conceptos de 'norma' y 'proyección ortogonal' para realizar la comparación de imágenes correspondiente.

El ejercicio presenta múltiples posibilidades a la hora de resolverlo, sobretodo en la fase 2. Algunos alumnos optan por la comparación de la imagen incógnita con cada una de las imágenes individuales de la base de datos, y seleccionar la que presenta un error de aproximación mínimo. Otros, sin embargo, optan por estrategias de búsqueda más elaboradas y proponen comparar con imágenes patrones de cada uno de los trabajadores, o realizar la búsqueda aplicando algoritmos como el K-NN (K Nearest Neighbors) para dar más fiabilidad a la respuesta del sistema. Además, el hecho de disponer de fotografías de usuarios que no pertenecen a la plantilla de la empresa permite también que los estudiantes piensen en estrategias para detectar si la persona que desea acceder es o no un trabajador. Es, por tanto, un ejercicio 'abierto' que permite que los estudiantes demuestren sus conocimientos y su ingenio.

4 Valoración y conclusiones

Los ejemplos mostrados en este artículo son, desde hace varios años y junto a otros ejemplos similares, presentados a los alumnos matriculados en primer curso de ingeniería de telecomunicaciones en la ETSEEI La Salle de Barcelona.

En estos últimos años de aplicación de esta dinámica en el aula, se han observado los siguientes efectos en los estudiantes:

– Mejora significativa de los resultados en la evaluación continua realizada por los alumnos a lo largo del curso, lo que puede interpretarse como la adquisición de conocimientos al ritmo adecuado y una muestra importante de la motivación de éstos hacia la asignatura.

– Mejora significativa de la capacidad para aplicar, en un ejercicio contextualizado, los conceptos teóricos estudiados en clase.

– Disminución significativa de las faltas de asistencia a clase, lo que puede asociarse también a un aumento en la motivación por la asignatura.

– Gran aceptación por parte de los estudiantes del nuevo enfoque presentado por la asignatura (como muestran las encuestas contestadas a final de curso).

Las conclusiones anteriores han sido extraídas aplicando, con el rigor necesario, las herramientas estadísticas adecuadas a todos los datos obtenidos a lo largo de un curso académico completo. Para más detalles sobre el análisis realizado y las conclusiones obtenidas puede consultarse [8].

Este enfoque práctico de la asignatura, combinado con la aplicación de una metodología docente centrada en el estudiante, que potencia el trabajo en grupo a lo largo del curso, aumenta la motivación de éste y, al mismo tiempo, potencia competencias como la capacidad para trabajar en equipo, habilidades interpersonales, resolución de problemas, o la capacidad para aplicar los conocimientos a la práctica, todas ellas necesarias en un buen ingeniero.

Referencias

[1] Preston D. Feden, Robert M. Vogel. Methods of teaching. McGraw-Hill, 2003.

[2] Juana M. Sancho. En busca de respuestas para las necesidades educativas de la sociedad actual. Una perspectiva transdisciplinar de la tecnología. Revista Fuentes, 4. 2003.

[3] Oscar Picardo. Pedagogía informacional: enseñar a aprender en la sociedad del conocimiento. Portal UOC, Septiembre 2002.

[4] Marta Stone. Llegar a la comprensión mediante el uso de las TIC. Portal UOC, Julio 2001.

[5] Oriol Amat. Aprender a enseñar. Gestión2000.com, 2002.

[6] David H. Jonassen. Toward a meta-theory of problema solving. Educational Technology: Research and Development, 48, 2000.

[7] Jan de Lange. Mathematics, insight and meaning. Teaching, learning and testing of mathematics for the life and social sciences. Utrecht, 1987.

[8] José Antonio Montero. Hacia una metodología docente basada en el aprendizaje activo del estudiante presencial de ingeniería, compatible con las exigencias del EEES. 2008. Tesis doctoral. Capítulo 4. Puede consultarse desde http://www.tesisenxarxa.net/