

Simulación de esfuerzos en pórticos

Fernando Giménez, Andrés Lapuebla-Ferri, Antonio José Jiménez, Juan A. Monsoriu
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA
fgimenez@mat.upv.es, anlafer0@mes.upv.es, ajimene@mes.upv.es, jmonsori@fis.upv.es

Abstract

Los laboratorios virtuales constituyen una herramienta de gran potencial para la transmisión del conocimiento científico. En el marco de las enseñanzas universitarias actuales, dichas herramientas adquieren una importancia capital dadas las posibilidades de autoaprendizaje que ofrecen a los estudiantes de los títulos técnicos de grado. En este marco, el presente trabajo describe un laboratorio virtual desarrollado con la interfaz gráfica de usuario (GUI) de MATLAB[®], que permite obtener los diagramas de esfuerzos axiales, cortantes y flectores en estructuras aporricadas isostáticas planas, con las cargas contenidas en su propio plano.

Virtual laboratories are a very powerful tool to help in transmitting scientific knowledge. Within the actual framework of university teaching, such tools are of great value due to its capabilities of self-teaching to the students of technical studies. In the present work, the authors describe a virtual laboratory developed with the Graphical User Interface (GUI) of the MATLAB[®] package. The aim of this virtual laboratory is to obtain the diagrams (i.e., graphical representation) of axial forces, shear forces and bending moments in plane, two-dimensional frames.

Keywords: Laboratorio virtual, simulación virtual, pórtico isostático.

1 Introducción

Las corrientes pedagógicas actuales de tipo constructivista se centran en el estudiante, quien debe construir su propio cuerpo de conocimientos de una determinada materia con la ayuda del profesor [1]. Con este fin, los entornos virtuales constituyen una herramienta científica de gran potencial para la transmisión de conocimientos a través de modelos basados en la propia experiencia del estudiante [2]. Con tales modelos se pueden representar fenómenos físicos con el necesario rigor y realismo para que puedan ser identificados de forma clara con situaciones reales. De este modo, el conocimiento científico que subyace bajo cada situación modelizada queda lo suficientemente recalcado, permitiendo una transición simple y directa entre el concepto y el modelo cognitivo. Además, el estudiante puede modificar las variables de entrada del modelo cuando lo considere necesario, analizando su influencia en los resultados finales [3].

El laboratorio virtual PORTICO que se describe en este trabajo tiene como objetivo la determinación de los diagramas de esfuerzos axiales, cortantes y momentos flectores en una estructura plana, porticada e isostática sometida a cargas en su propio plano. La topología de la estructura, las dimensiones y propiedades de sus elementos, así como los vínculos y la magnitud y dirección de las cargas actuantes quedan bajo control directo del usuario. El laboratorio virtual PORTICO ha sido desarrollado a partir de las posibilidades que ofrece la interfaz gráfica de usuario (GUI) del paquete matemático multifunción MATLAB[®] ([4, 5]), el cual permite implementar cualquier tipo de formulación, convirtiéndolo en una herramienta idónea para múltiples y variadas disciplinas (consúltense, por ejemplo, las referencias [6, 7]). El código generado, además, puede convertirse de forma casi automática en un laboratorio virtual interactivo en red. De cara al usuario, el entorno GUI posibilita una interactividad casi completa, sin que para ello se requiera de conocimientos de programación en MATLAB[®], lo que redundará en una mayor sencillez de uso y motivación para el usuario.

Las materias relacionadas con el análisis y el diseño de estructuras son de obligatoria presencia en las enseñanzas técnicas actuales, tanto de Grado como de Máster. Dichas materias incluyen, a su vez, diversas asignaturas encaminadas a estudiar el comportamiento estructural desde un punto de vista cualitativo y cuantitativo, siendo este último el más característico de tales enseñanzas. De este modo se justifica el laboratorio virtual PORTICO, ya que está en total sintonía con los contenidos de una asignatura básico-tecnológica como *Elasticidad y Resistencia de Materiales*, que por lo general marca el inicio del recorrido curricular en materia de cálculo de estructuras [8]. Como antecedentes de entornos interactivos en otras plataformas, aunque también concebidos para el aprendizaje de la citada asignatura, puede consultarse la referencia [9].

2 Fundamentos del comportamiento mecánico estructural

2.1 Definición de estructura

Se conoce como estructura a todo sistema formado por elementos resistentes cuya función principal es recibir, soportar y transmitir las cargas (fuerzas externas) que actúan sobre ella a lo largo de su vida útil, de modo que no aparezcan efectos indeseables que impidan garantizar la seguridad o la comodidad de las personas, la preservación de los bienes de equipo o la continuidad de la actividad que se desarrolle en el edificio del que forme parte la estructura.

2.2 Modelización de la estructura

La respuesta mecánica de la estructura frente a las cargas actuantes depende de múltiples factores: la tipología del sistema resistente, el material y las dimensiones de los elementos que la componen, sus vínculos entre sí y con el exterior, etc. Asimismo, la respuesta mecánica está fuertemente condicionada por el método de cálculo escogido para su análisis, el cual, a su vez, depende de la modelización— o grado de abstracción de la realidad —de la estructura, del modelo de comportamiento considerado para los materiales y de la caracterización de las cargas incidentes. Una gran parte de las tipologías estructurales está formada por elementos resistentes cuya geometría presenta una dimensión predominante con respecto a las restantes dos, como es el caso de las vigas-dintel de un pórtico de una nave industrial o los pilares de hormigón armado de un edificio de viviendas. En este tipo de estructuras, cada uno de sus elementos puede modelizarse como una entidad unidimensional denominada barra, dotada de propiedades relacionadas con la sección transversal y el material del elemento al que representan (figura 1). En el modelo estructural, los puntos de unión entre barras se denominan nudos. Por otro lado, la adecuada caracterización de las condiciones de contorno existentes en la estructura, tanto entre unos elementos y otros como entre el conjunto de la estructura y su entorno, también es un aspecto importante en el proceso de modelización.

El laboratorio virtual PORTICO ha sido desarrollado para modelizar estructuras reticulares planas en general. El nombre del laboratorio virtual se debe a que la estructura más característica dentro de este tipo es el pórtico, formado por una viga (dintel) situada sobre dos pilares. La figura 2 muestra un ejemplo de este tipo de estructura y su correspondiente modelo de cálculo en el contexto del laboratorio virtual PORTICO .

2.3 Cargas actuantes

Dentro del alcance del presente trabajo, se considera que las cargas que actúan sobre una estructura plana pueden agruparse en dos categorías básicas, atendiendo a la extensión de su longitud de aplicación (figura 3):

- *Cargas puntuales.* Su longitud de aplicación es muy pequeña en comparación con la longitud del elemento estructural, con lo que puede reducirse a un punto. Ejemplos característicos de cargas puntuales son fuerzas o momentos flectores.
- *Densidades de carga.* Se aplican sobre parte o la totalidad de la longitud de la barra, en una extensión de tal magnitud que no puede reducirse a un punto. Pueden distribuirse de forma uniforme o variable a lo largo de su longitud de aplicación. El laboratorio virtual PORTICO incluye densidades de carga constantes (rectangulares), lineales (trapezoidales) e incluso variables, es decir, que no pueden modelizarse como cualquiera de los dos tipos anteriores.

2.4 Respuesta mecánica de una estructura: esfuerzos en barras

Cuando actúan cargas sobre una estructura, esta se deforma, y lo hace en mayor o menor grado en función de la magnitud y la dirección de las cargas, así como de todos los factores intrínsecos a la estructura en cuestión, ya comentados en los apartados precedentes.

Una estructura descargada se encuentra inicialmente en una situación de equilibrio estático. Cuando las cargas se aplican sobre la estructura, esta se deforma y en cada elemento estructural

afectado por la deformación se originan unas tensiones internas cuya resultante se traduce en unas fuerzas y momentos conocidos como esfuerzos. Los esfuerzos contrarrestan la acción de las fuerzas externas, de modo que la estructura deformada alcanza una nueva situación de equilibrio estático distinta de la original.

Los esfuerzos aparecen en toda sección transversal de una barra deformada, normalmente en combinación. La cuantificación de su magnitud y de su distribución en un determinado elemento constituye un paso fundamental en el proceso de análisis estructural. En el caso de estructuras planas, los esfuerzos son de tres tipos distintos:

- *Axiles* (N). Fuerzas internas que, orientadas con el eje local x de la barra, la traccionan o la comprimen.
- *Cortantes* (V_y). Fuerzas internas dirigidas según el eje local y de la barra.
- *Momentos flectores* (M_z). Su efecto se traduce en la flexión de la barra alrededor de su eje local z .

En la figura 4 se muestra una porción de barra de longitud dx comprendida entre dos secciones transversales, lo que se conoce como rebanada. La rebanada carece de cargas aplicadas, pero se encuentra en equilibrio bajo la acción de los esfuerzos indicados en cada una de sus secciones extremas. La figura indica el criterio de signos considerado en el laboratorio virtual PORTICO para caracterizar el sentido de cada esfuerzo.

2.5 Leyes y diagramas de esfuerzos

Se denomina ley de esfuerzos a la expresión matemática que permite obtener el valor de los esfuerzos (axiles, cortantes y momentos flectores) en una sección de una barra determinada. Para los tipos de carga anteriormente indicados, estas expresiones son polinomios en función de una variable de recorrido $s \in [0, L]$ que indica la posición de la sección, siendo L la longitud de la barra. Por otro lado, se conoce como diagrama de esfuerzos a la representación gráfica de una determinada ley de esfuerzos. Esta representación es especialmente útil, en tanto que permite visualizar la tendencia de los esfuerzos en la barra, sus valores máximo y mínimo así como la sección de la barra en los que tienen lugar.

3 Presentación del laboratorio virtual

El laboratorio virtual PORTICO consta de dos aplicaciones principales desarrolladas en el entorno GUI de MATLAB[®], de tal modo que la entrada de datos no requiera de conocimientos de programación en MATLAB[®] por el usuario.

Dichas aplicaciones son `porti.m` y `cporti.m`, cuyo aspecto visual se muestra en las figuras 5 y 6 respectivamente.

3.1 Aplicación `porti.m`

La aplicación `porti.m` permite representar los diagramas de esfuerzos axiles, cortantes y momentos flectores en cada una de las barras de una estructura cuya geometría, vínculos y cargas

actuantes han sido definidos previamente por el usuario. La interfaz de usuario de `porti` consta de dos partes principales. A la izquierda, en columna, se encuentran los campos donde el usuario introduce los parámetros de entrada de la estructura. A la derecha se encuentran cuatro ventanas, que muestran diversos gráficos cuando el usuario ejecuta el laboratorio virtual al pulsar el botón `Push Button`. La primera ventana muestra la geometría de la estructura introducida, y las tres restantes los diagramas de esfuerzos axiales, cortantes y momentos flectores de la misma, respectivamente. Los parámetros de entrada de la estructura son:

- **Estructura:** son las coordenadas de cada una de las barras de la estructura, introducidas de la forma $[...; a_i b_i c_i d_i; ...]$ donde (a_i, b_i) y (c_i, d_i) son los extremos dorsal y frontal de la barra i , de acuerdo con la orientación del eje local x previsto para cada una de ellas. Las coordenadas de los nudos extremos de cada barra se introducen separadas por espacios, y cuando se pasa de una barra a otra debe teclearse `”;``“`.
- **Reacciones horizontales:** son las coordenadas de los nudos en donde existen reacciones horizontales, introducidas de la forma: $[...; a_i b_i; ...]$
- **Reacciones verticales:** son las coordenadas de los nudos en donde existen reacciones verticales, introducidas de la forma: $[...; a_i b_i; ...]$
- **Momentos de reacción:** son las coordenadas de los nudos en donde existen momentos de reacción, introducidas de la forma: $[...; a_i b_i; ...]$
- **Cargas puntuales:** son las coordenadas y los valores de las cargas puntuales, que se introducen según la sintaxis siguiente: $[...; x_i y_i P_{xi} P_{yi}; ...]$ Los pares (x_i, y_i) son las coordenadas del punto donde se aplica la carga $P_i = (P_{xi}, P_{yi})$.
- **Cargas distribuidas:** son las coordenadas de los extremos y los valores de las cargas en los puntos de la estructura (a_i, b_i) y (c_i, d_i) en donde se tiene una distribución de cargas trapezoidal $((P_{ai}, P_{bi})$ y $(P_{ci}, P_{di}))$.
La sintaxis completa es de la forma: $[...; a_i b_i P_{ai} P_{bi} c_i d_i P_{ci} P_{di}; ...]$
- **Cargas variables:** son las coordenadas y los valores de las cargas de cada una de las distribuciones de cargas variables. La sintaxis completa tiene la forma siguiente:

$$[[a_1 b_1 P_{a1} P_{b1}; a_2 b_2 P_{a2} P_{b2}; ...] [c_1 d_1 P_{c1} P_{d1}; c_2 d_2 P_{c2} P_{d2}; ...]]$$

En este tipo de cargas, el número de puntos utilizados para describir cada una de las distribuciones de carga tiene que ser el mismo.

- **Momentos:** son las coordenadas y los valores de los momentos aplicados, que se introducen según la sintaxis $[...; x_i y_i M_i; ...]$. Los pares (x_i, y_i) son las coordenadas del punto donde se aplica el momento M_i .

El usuario del laboratorio virtual debe tener muy presente el sistema de unidades en el que está introduciendo los diversos parámetros, garantizando en todo momento la coherencia dimensional del tratamiento numérico.

3.2 Aplicación `cporti.m`

La aplicación `cporti.m` permite obtener el valor numérico de las reacciones, así como los valores de los esfuerzos en una o varias secciones de una barra de la estructura. Para `cporti.m` se

utilizan los mismos parámetros de entrada definidos anteriormente para la aplicación `porti.m`. Asimismo, el usuario debe fijar los valores siguientes:

- El número de la barra k de la que se quieren obtener los esfuerzos en una o varias de sus secciones transversales.
- La longitud s que, según la variable de recorrido de la estructura, indica la distancia desde el extremo de la barra a la sección en la que se desean obtener los esfuerzos.

4 Ejemplos

4.1 Ejemplo 1

Considérese la estructura mostrada en la figura 7. Para introducirla convenientemente en el laboratorio virtual PORTICO se elige como origen el punto A, de modo que los datos a introducir son:

```
Estructura: [0 0 4 0;4 0 4 2;4 2 2 2;2 2 2 3]
Reacciones horizontales: [0 0]
Reacciones verticales: [0 0]
Momentos de reacción: [0 0]
Cargas puntuales: [4 1 300 0;3 2 0 900;2 3 -600 0]
Cargas distribuidas: [0 0 4 0 0 -300 0 -300]
Cargas variables: 0 (no hay)
Momentos: [2 3 -600]
```

En la figura 8 se muestra el trazado de la estructura, así como los diagramas de esfuerzos axiales, cortantes y flectores que se obtienen al ejecutar el laboratorio virtual. En la figura 9 se muestran los valores de las reacciones en el empotramiento A, así como los valores de los esfuerzos en las secciones $s = 0$ y $s = 1.7$ de la barra $k = 3$.

4.2 Ejemplo 2

Considérese la estructura mostrada en la figura 10. Se elige como origen el apoyo inferior izquierdo como origen. Los datos que se introducirse en el laboratorio virtual PORTICO son:

```
Estructura: [0 0 0 6;0 6 12 6;12 6 12 0]
Reacciones horizontales: [0 0]
Reacciones verticales: [0 0;12 0]
Momentos de reacción: 0 (no hay)
Cargas puntuales: 0 (no hay)
Cargas distribuidas: [0 0 0 6 200 0 200 0;0 6 12 6 0 -500 0 -500]
Cargas variables: 0 (no hay)
Momentos: 0 (no hay)
```

En la figura 11 se muestra el trazado del pórtico y los diagramas de esfuerzos axiales, cortantes y flectores. En la figura 12 se muestran los valores de las reacciones en los apoyos de las bases

de los pilares, así como los valores de los esfuerzos en las secciones $s = 1$, $s = 2$ y $s = 5$ de la barra $k = 1$.

5 Conclusiones

El laboratorio virtual PORTICO constituye una excelente herramienta desde el punto de vista educativo con la que estudiar parámetros importantes del comportamiento de una estructura reticulada plana e isostática, sometida a cargas actuantes en su propio plano. Este aspecto se ve potenciado por las capacidades que PORTICO ofrece al usuario en cuanto a facilidad de uso, interactividad de manejo y visualización de resultados.

Se insiste en el hecho de que con PORTICO solamente pueden estudiarse estructuras isostáticas, lo que se pone de manifiesto en el hecho de que el material de los elementos estructurales no interviene en las simulaciones y no constituye un dato de entrada para el laboratorio virtual. No obstante, debe recordarse que este laboratorio virtual está pensado para su uso por estudiantes que comienzan su recorrido curricular en el campo del análisis estructural en sus respectivas titulaciones. En un futuro, se pretende ampliar el alcance de este laboratorio virtual para incluir estructuras hiperestáticas, e incluso obtener los valores de otros parámetros tan importantes como son los movimientos de los nudos de la estructura.

Agradecimientos. Los autores agradecen al Ministerio de Ciencia e Innovación (DPI2008-02953) y a la Universidad Politécnica de Valencia (PAID-06-08) su apoyo financiero. J.A. Monsoriu forma parte del Grupo de Innovación Docente e-MACAFI de la Universidad Politécnica de Valencia.

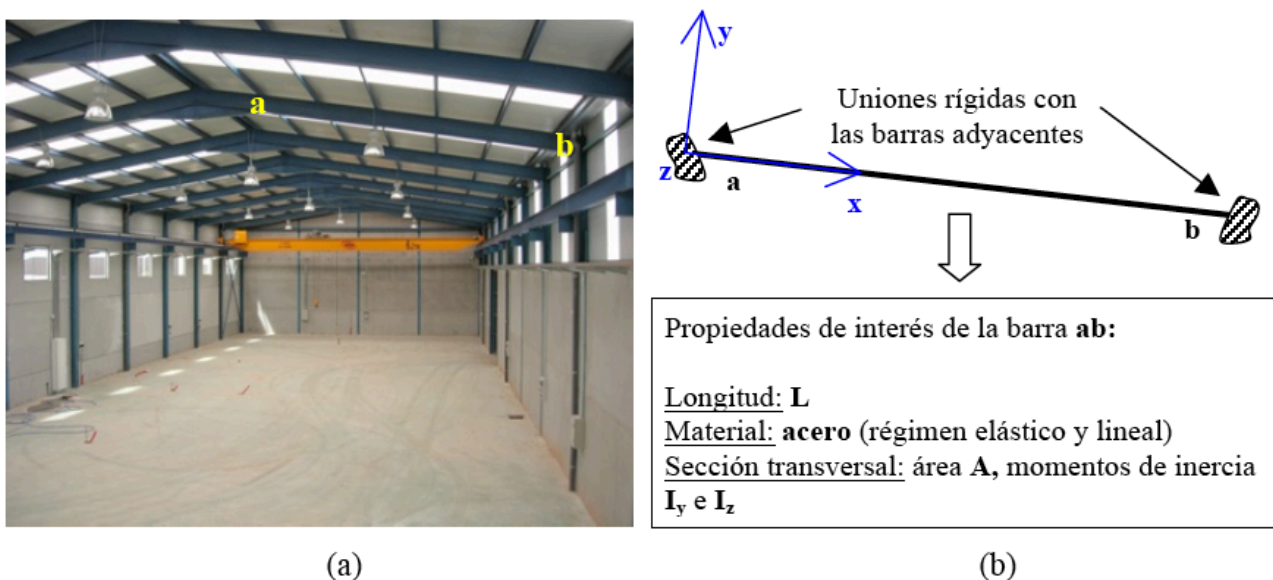


Figura 1: (a) Estructura metálica de un edificio industrial. (b) Modelización mediante un elemento barra de la viga dintel ab de un pórtico interior. El triedro xyz represente el sistema coordenado local de referencia de la barra ab .

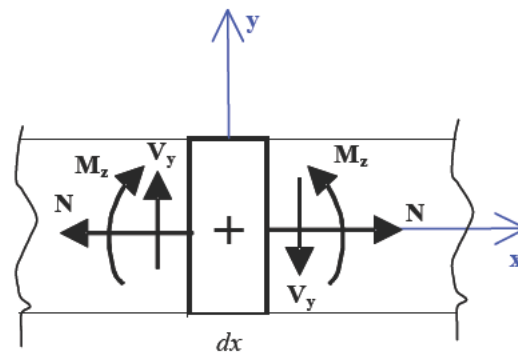


Figura 4: Esfuerzos positivos en una rebanada de una barra: esfuerzos axiales N , esfuerzos cortantes V_y y momentos flectores M_z .

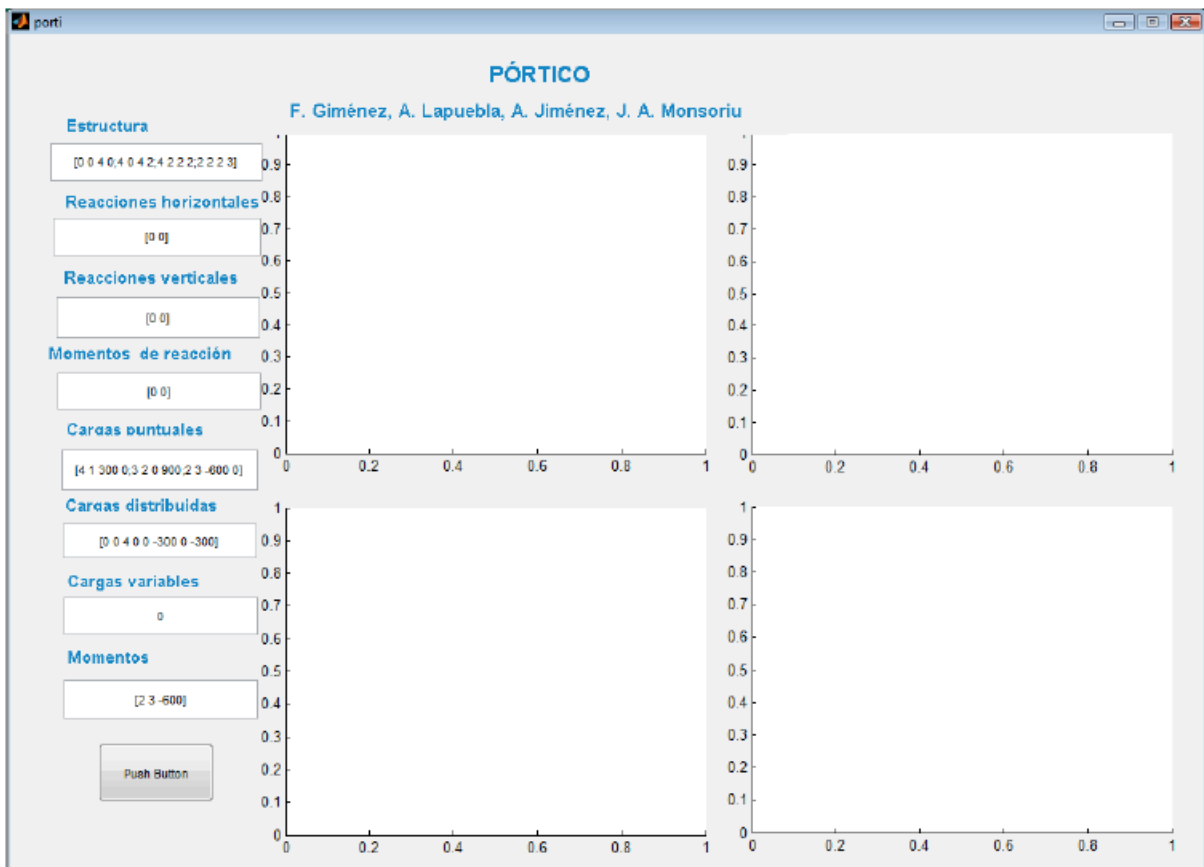


Figura 5: Interfaz de usuario de porti.m.

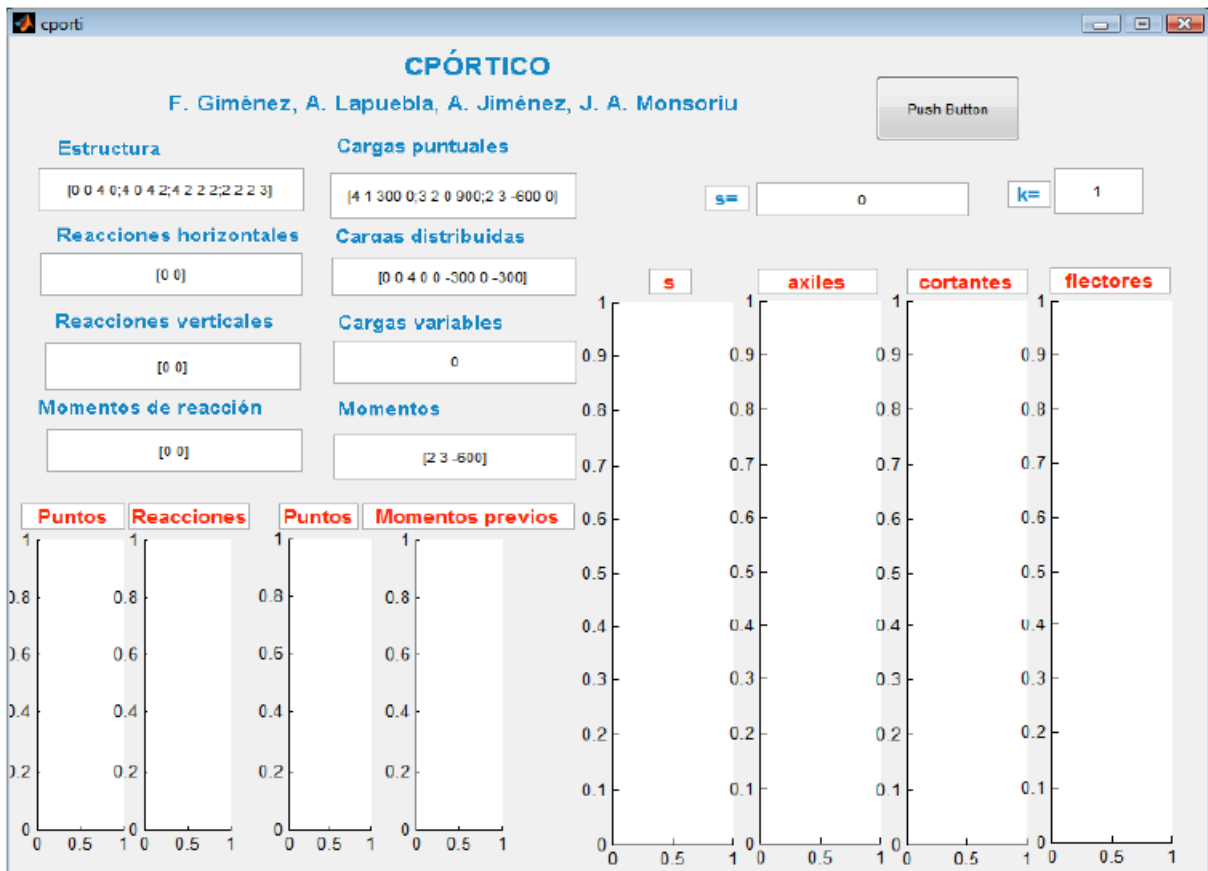


Figura 6: Interfaz de usuario de cporti.m

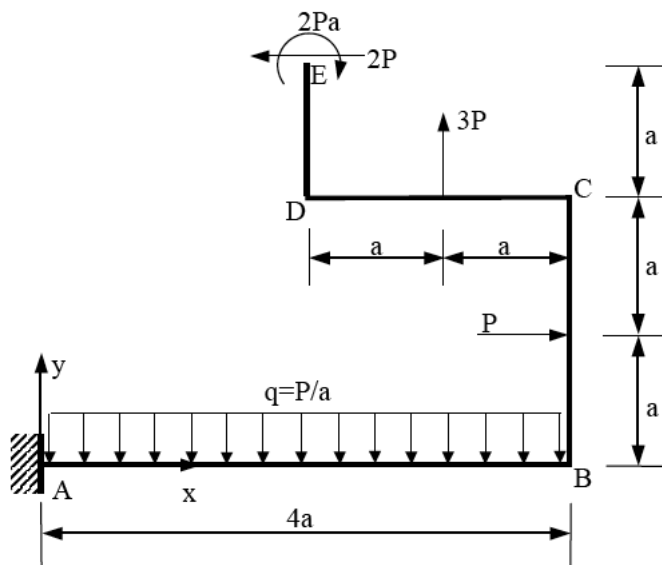


Figura 7: Estructura del Ejemplo 1. $P = 300kp$ y $a = 1m$.

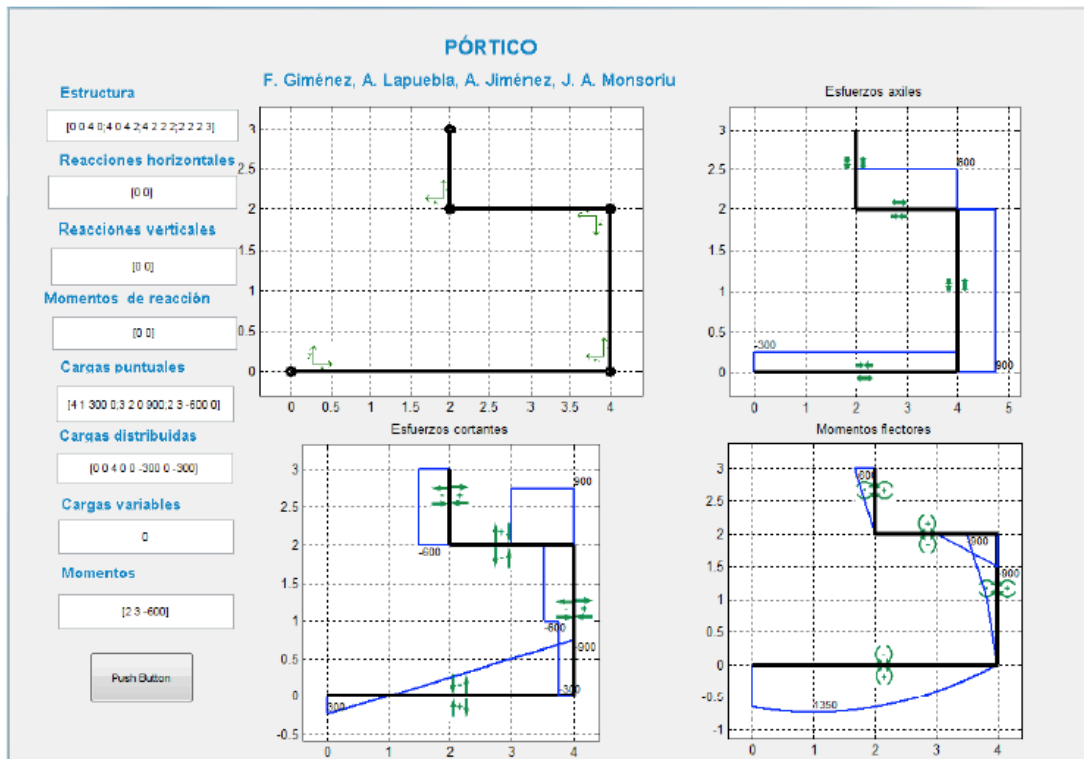


Figura 8: Aplicación porti.m. Estructura y diagramas de esfuerzos del Ejemplo 1.



Figura 9: Aplicación cporti.m. Reacciones y valores de esfuerzos en las secciones $s = 0$ y $s = 1.7$ de la barra $k = 3$ de la estructura del Ejemplo 1.

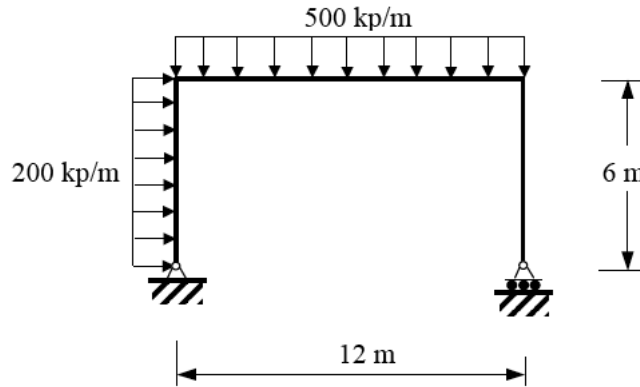


Figura 10: Estructura del Ejemplo 2.

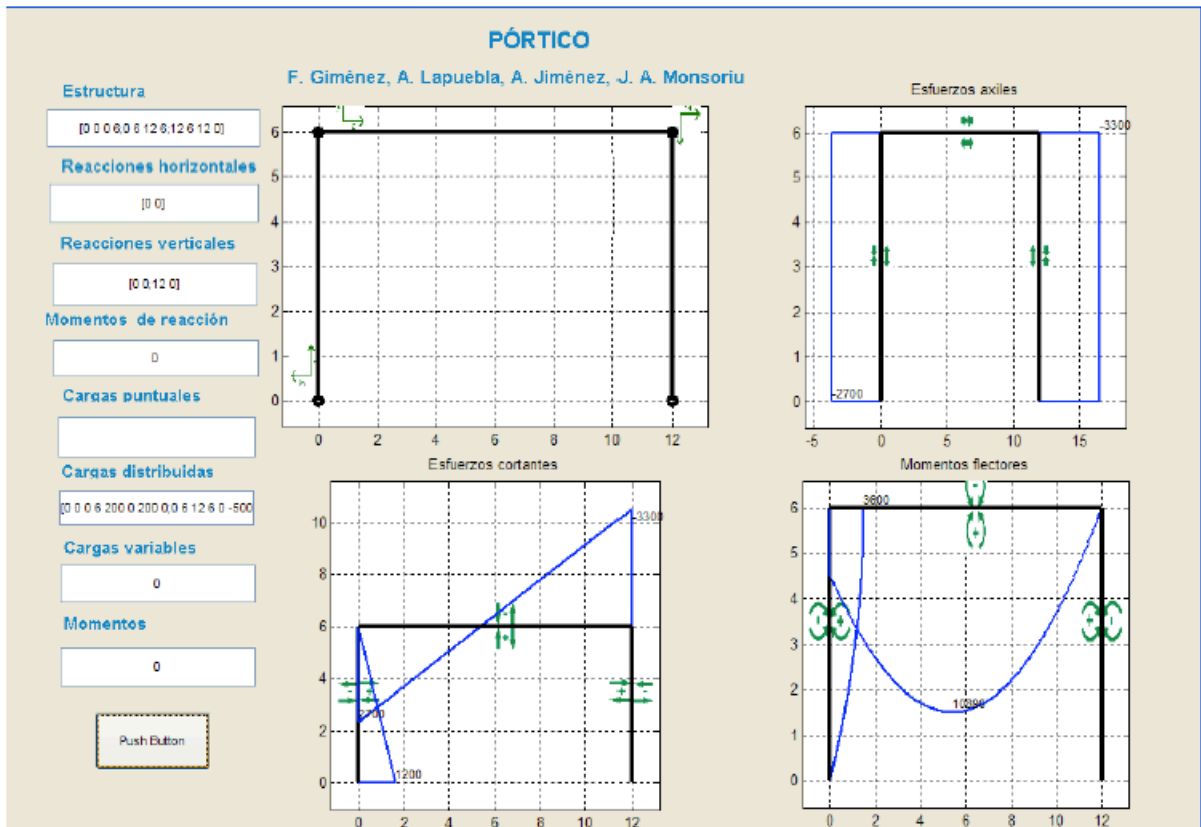


Figura 11: Aplicación porti.m. Estructura y diagramas de esfuerzos del Ejemplo 2.

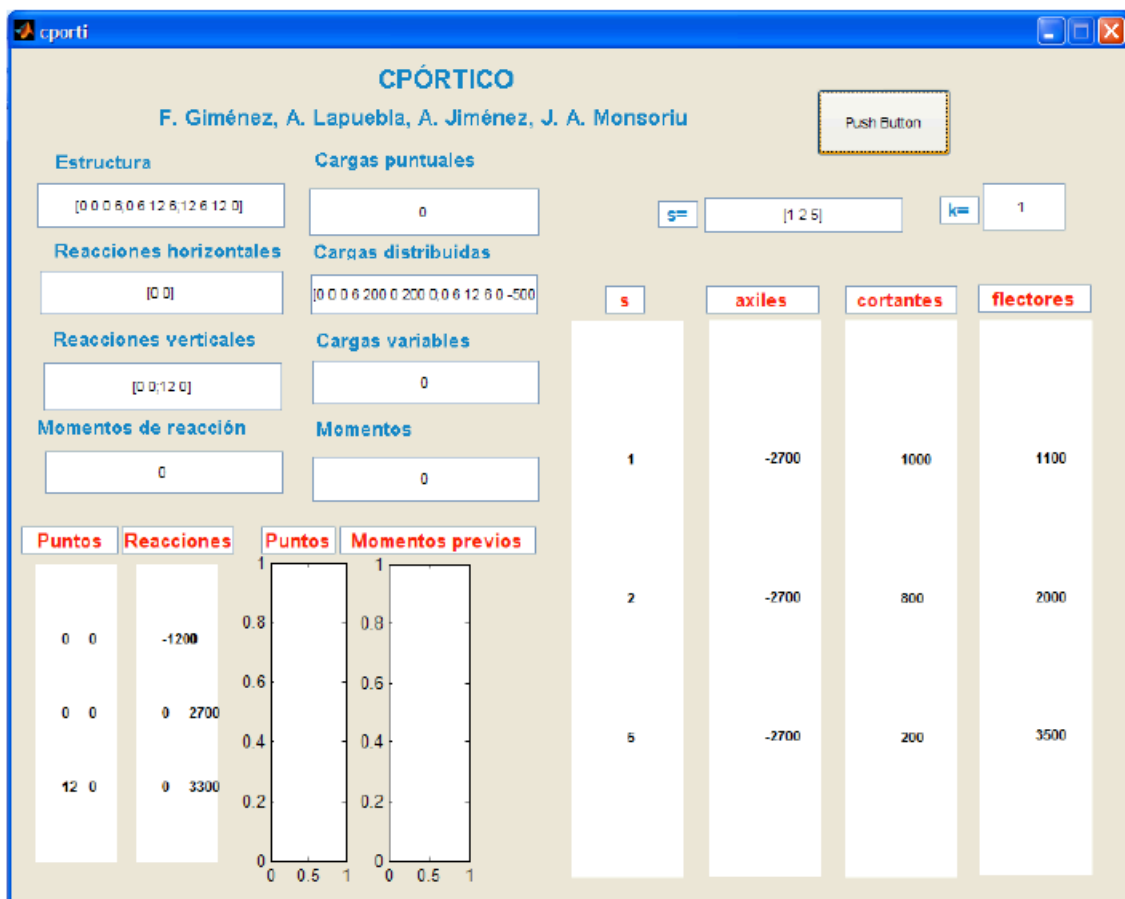


Figura 12: Aplicación cpórtico.m. Reacciones y valores de esfuerzos en las secciones $s = 1$, $s = 2$ y $s = 5$ de la barra $k = 1$ de la estructura del Ejemplo 2.

Referencias

- [1] T. Duffy y K. Jonassen. *Constructivism and the technology of instruction*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, New Jersey, USA, 1992.
- [2] A. Vidaurre, J. Riera, M. H. Giménez y J. A. Monsoriu. Contribution of simulation in visualizing physics processes. *Comput. Appl. Eng. Educ.*, 10 (2002) 45.
- [3] C. Depcik y D. N. Assanis. Graphical user interfaces in an engineering educational environment. *Comput. Appl. Eng. Educ.*, 13 (2005) 48.
- [4] The Mathworks, INC. *MATLAB[®] R2008a User's Guide*. The Mathworks, INC. Natick, MA. USA.
- [5] <http://www.matpic.com/>
- [6] A. Cordero Barbero, E. Martínez Molada, J. L. Hueso Pagoaga y J. R. Torregrosa Sánchez. *Métodos Numéricos con MATLAB[®]*. Editorial Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, España, 2005.
- [7] J. L. García-Santander, F. Giménez y G. Rubio. *Prácticas de Métodos Matemáticos*. Editorial Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, España, 2009.
- [8] J. Alcalde Gil, S. Ivorra Chorro, A. J. Jiménez Mocholí, A. Lapuebla Ferri y M. Romero García. *Elasticidad y Resistencia de Materiales. Apuntes de clase*. Editorial Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, España, 2009.
- [9] S. Ivorra Chorro, A. J. Jiménez Mocholí y A. Lapuebla Ferri. *Ejercicios interactivos de elasticidad y resistencia de materiales (libro-CD)*. Editorial Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, España, 2004.

