

# HAC2018 | V Congreso Iberoamericano de Hormigón Autocompactante y Hormigones Especiales

Valencia, 5 y 6 de Marzo de 2018

## Determinación analítica y experimental de la resistencia a tracción de probetas de hormigón reforzadas con fibras de acero

S. Lorente <sup>(1)</sup>, C. Molins <sup>(2)</sup> y S. Ocete <sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup> Departamento de Tecnología de la Arquitectura, Universitat Politècnica de Catalunya, España.

<sup>(2)</sup> Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universitat Politècnica de Catalunya, España.

<sup>(3)</sup> Responsable gestió i obres Zona Portuària Nord, Ports de la Generalitat, España.

DOI: <http://dx.doi.org/10.4995/HAC2018.2018.5616>

### RESUMEN

Las propiedades mecánicas del hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA) están íntimamente ligadas a la cuantía, tipología y orientación de las fibras. Determinar de manera fiable la resistencia a tracción del HRFA es un tema aún no resuelto y que está siendo investigado a nivel internacional. La tomografía mediante rayos X se ha erigido como una de las herramientas más eficaces para determinar la posición y orientación de las fibras. Por otra parte, en los últimos años se han propuesto y desarrollado diferentes modelos para simular el comportamiento resistente y determinar la capacidad a tracción del HRFA. Uno de estos métodos se basa en la superposición del compartimento individual de las fibras en la sección de fisura en función de la orientación. De los resultados obtenidos en una primera campaña experimental en que se tomografiaron los testigos que posteriormente fueron ensayados a tracción uniaxial, se ha derivado analíticamente su resistencia a tracción uniaxial. La comparación de los datos analíticos con los obtenidos en los ensayos permite contrastar la idoneidad de la formulación planteada. Así mismo, el estudio de los resultados permite analizar la influencia de la cuantía y la orientación de las fibras en la resistencia del material.

**PALABRAS CLAVE:** resistencia a tracción, hormigón con fibras, tomografía, modelo constitutivo

## 1.- INTRODUCCIÓN

### 1.1.- Modelos constitutivos del HRFA

Conseguir un modelo que describa de manera fiable el comportamiento del HRFA es el paso previo e imprescindible para obtener ecuaciones que permitan optimizar el diseño estructural. La gran variedad de parámetros y fenómenos envueltos, hacen que todavía dicha ley constitutiva no se haya determinado. En todos los modelos actuales se tiene en

cuenta el efecto de las fibras como elemento puente para transmitir los esfuerzos una vez iniciada la fisuración.

Existe un primer grupo de modelos, adoptados recientemente en varias normativas, en los que el comportamiento del HRFA se representa con diagramas tensión - ancho de fisura o tensión –deformación. Tienen la ventaja de proporcionar una visión física real del mecanismo resistente y de expresarse en los mismos términos que los diagramas del acero y del hormigón. En el segundo grupo de modelos se encuentran el análisis inverso y el análisis directo, los cuales se basan en validar y ajustarlas ecuaciones constitutivas propuestas mediante su contraste con resultados experimentales. Estas ecuaciones constitutivas pueden definirse por tramos o como una ecuación continua.

### **1.2.- Modelo constitutivo por superposición**

Para predecir el comportamiento del HRFA, Laranjeira [1] propuso una relación entre la tensión y el ancho de fisura, en el que la resistencia se obtiene como la suma de la contribución del hormigón y la suma de la contribución individual de cada una de las fibras de acero presentes en el plano de rotura.

$$\sigma_{HRFA}(\omega) = \sigma_{Hormigón}(\omega) + \Sigma \sigma_{Fibras}(\omega) \quad (1)$$

Para el cálculo de la resistencia a tracción aportada por la matriz de hormigón se utiliza la ecuación propuesta por Gopalaratnam[2], donde k es una constante de valor  $39,8 \text{ mm}^{-1}$  y la resistencia media a tracción del hormigón  $f_{ctm}$  se obtiene de la expresión del Eurocódigo 2:

$$\sigma_{Hormigón}(\omega) = f_{ctm} \cdot e^{-k\omega} \quad (2)$$

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2,12 \cdot \text{Ln}(1 + \frac{f_{ck}+8}{10}) & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (3)$$

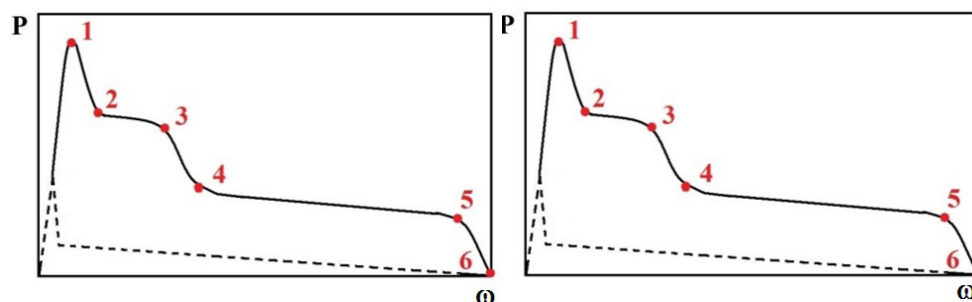
Para determinar la contribución de las fibras de acero ( $\sigma_{Fibras}$ ), el modelo precisa del número de fibras presentes en la sección de rotura  $N_{\theta_i}$  y de la respuesta de cada fibra en el ensayo de arranque individual  $P_{\theta_i}(\omega)$ , ambos parámetros relacionados con la orientación de la fibra  $\theta_i$  respecto a la sección de rotura, siendo  $A_{sec}$  el área de dicha sección

$$\sigma_{Fibras}(\omega) = \frac{\Sigma(P_{\theta_i} \cdot N_{\theta_i})}{A_{sec}} \quad (4)$$

Para obtener la respuesta mecánica asociada a cada orientación, el modelo parte de datos experimentales previos de ensayos de arrancamiento de fibras aisladas alineadas con la carga. Es decir, para calcular el comportamiento de fibras inclinadas, se necesitan ensayos previos a arrancamiento de fibras alineadas con la carga y embebidas en una matriz de hormigón de las mismas características que de la que se quieren predecir los resultados analíticamente.

### 1.3.- Comportamiento de fibras de acero aisladas en ensayos de arranque

Entender los mecanismos que se producen al arrancarse las fibras es imprescindible para comprender el comportamiento del material, siendo diferentes en fibras lisas y en fibras acabadas en gancho, así como también dependiendo de la orientación del esfuerzo. En la 'Figura 1' se muestra el comportamiento de una fibra aislada con gráficos fuerza – apertura de fisura, para fibras lisas y acabadas en gancho. Aun siendo a diferente escala, los gráficos comparten una misma forma, en función del fenómeno físico al que hacen referencia. Estos puntos se obtienen por análisis inverso de múltiples ensayos de extracción de fibras.



**Figura 1.** Diagrama fuerza – abertura de fisura en fibras inclinadas lisas o con gancho

El primer mecanismo que desarrollan las fibras es la resistencia a deslizar a través de la matriz. Una vez se pierde la adherencia, la fibra se alinea con la carga aplicada provocando una exfoliación progresiva de la matriz en la sección de salida de la fibra[3] y alcanzando la carga pico representada por el punto 1. En las fibras acabadas en gancho [4], el anclaje mecánico implica que han de sufrir deformaciones plásticas para ser arrancadas. En el proceso de deformación del gancho, puntos 2 a 4, y hasta su completo alisado, intervienen estados locales de esfuerzos cortantes y de flexión, influenciados por el diámetro de la fibra, el límite elástico del acero y la resistencia de la matriz. En todos los casos, una vez se pierde la adherencia, la resistencia es también debida a la fricción debido al deslizamiento de la fibra. Este proceso continúa hasta que la fibra embebida remanente en la matriz alcanza una longitud crítica, momento en el que comienza la etapa previa a la extracción de la fibra.

## 2.- CAMPAÑA EXPERIMENTAL

### 2.1.- Descripción de la campaña

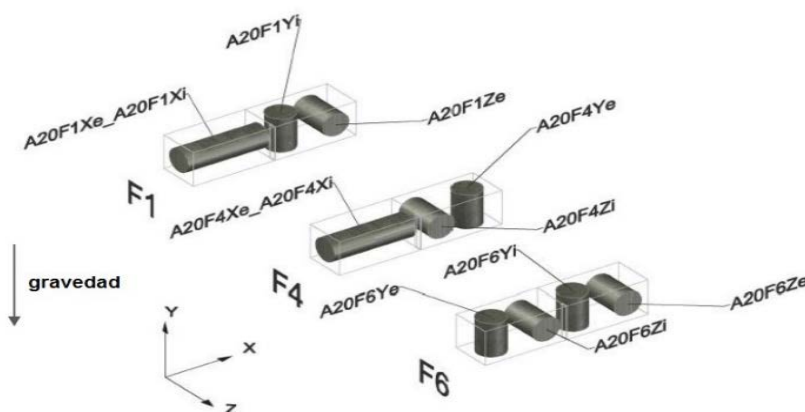
Los datos experimentales de este artículo se han obtenido de una serie de probetas realizadas en 2008 por Guàrdia y Molins [5]. Con posterioridad al ensayo, las probetas fueron perforadas en las tres direcciones del espacio para obtener testigos de 100mm de diámetro y se realizaron tomografías para determinar la posición exacta de las fibras. La campaña experimental inicial estaba formada por 48 probetas prismáticas (600x150x150mm) de hormigón de alta trabajabilidad en fresco. La mitad de las probetas se realizaron con un hormigón de resistencia normal (serie A) y la otra mitad con uno de

alta resistencia (serie B). Para cada serie se hicieron cuatro amasadas con diferentes cuantías de fibras (0, 20, 40 y 60 kg/m<sup>3</sup>) y se realizaron seis probetas idénticas etiquetadas de F1 a F6. Las fibras son Dramix RC 80/60 BP de 60mm de longitud y 0,71mm de diámetro acabadas en gancho y un límite elástico de 2300N/mm<sup>2</sup>.

En esta campaña se emplearon las probetas de la amasada A20. Dicho hormigón presentó una resistencia a compresión ( $f_{cm,28}$ ) de 46.47 N/mm<sup>2</sup>, una resistencia a tracción de la matriz de hormigón sin fibras con el ensayo brasileño de 3,99 N/mm<sup>2</sup> y un módulo elástico de 35800N/mm<sup>2</sup>. En la Tabla 1 se muestra la dosificación empleada mientras que en la ‘Figura 2’ se muestra el esquema y la nomenclatura utilizados para designar cada uno de los 10 testigos. Las últimas dos letras indican la dirección de perforación y la posición del testigo dentro de la probeta.

**Tabla 1.** Dosificación del hormigón de la amasada serie A20 (resistencia normal)

Dosificación	Materiales	A20 (kg/m <sup>3</sup> )
Cemento	Uniland CEM I 52,5	334
Filler	Calcáreo	100
Agua	Red Barcelona	177
Grava 12/20	Calcáreo	308,11
Gravilla 5/12	Calcáreo	449,52
Arena 0/5	Calcáreo	338,56
Arena 0/2	Calcáreo	602,63
Aditivo	SikaViscocrete 5920	6,3534
Fibras	Dramix RC 80/60 BP	20
Peso total	-	2236,17



**Figura 2.** Denominación de los testigos extraídos de las diferentes probetas

## 2.2.- Orientación de las fibras

Todas las probetas ensayadas a tracción fueron tomografiadas con anterioridad con el objetivo de caracterizar la distribución y orientación de las fibras. La tomografía axial computerizada (TAC) es un ensayo no destructivo que permite obtener una imagen de la sección transversal de una pieza, en función de la capacidad de cada material de absorber más o menos radiación. En la campaña experimental, se realizó una tomografía por cada mm de espesor y posteriormente a través de un software propio se generó un modelo 3D de la probeta, a partir de la cual se obtuvo el número de fibras, y su orientación tanto en la matriz como en la sección de rotura [6].

## 2.3.- Ensayo de tracción uniaxial

Para realizar el ensayo se siguieron las recomendaciones propuestas por la RILEM [7] y en programas experimentales anteriores [1, 8]. Los ensayos se realizaron en el Laboratorio de Tecnología de Estructuras del Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la UPC con una máquina dinámica de ensayos mecánicos Instron 8505 con sistema servohidráulico axial con control por lazo cerrado. El software utilizado para controlar la máquina y almacenar los datos del ensayo fue el FastTrack 2 de Instron.

Con el fin de crear una sección débil por donde rompiera la probeta se hizo una entalla central de 2mm de ancho y 10mm de profundidad. Una vez calibrado el sistema y fijada la probeta a los platos con resina, se colocan los extensómetros alrededor de la probeta y se realiza el ensayo utilizando el desplazamiento como variable de control. De los 10 ensayos realizados, la A20F4Xi y la A20F6Zi rompieron fuera de la sección entallada y la A20F1Ze se rompió por error en la fase de preparación.

## 3.- ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

### 3.1.- Curva tensión desplazamiento

La primera fase en el comportamiento a tracción del HRFA es el instante en el que la matriz de hormigón fisura ( $S_1$ ). Como se observa en la 'Figura 3', una vez la matriz ha fisurado experimenta un descenso brusco de la resistencia para posteriormente alcanzar la tensión máxima residual ( $S_2$ ), directamente relacionada con la capacidad resistente de las fibras. La fase final corresponde a la abertura máxima de fisura ( $S_3$ ) donde la tensión residual es cero.

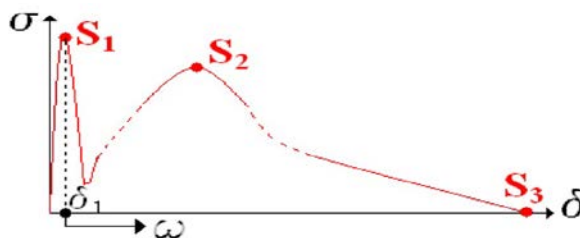
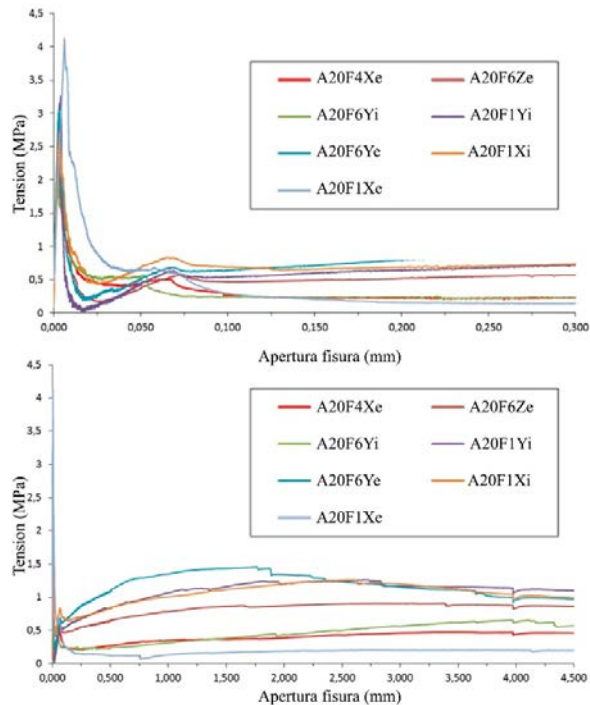


Figura 3. Curva tensión desplazamiento en HRFA

Las curvas tensión – apertura de fisura para las distintas probetas se muestran en la ‘Figura 4’. Puede observarse como una vez superado el pico resistente de la matriz de hormigón se produce la fisuración y son únicamente las fibras las que empiezan a ofrecer resistencia haciendo de puente de la fisura, efecto que se aprecia con fisuras inferiores a 0.05mm.



**Figura 4.** Resultados ensayos a tracción hasta 0.30mm y hasta 4mm de apertura.

La resistencia post fisuración aumenta progresivamente con el ancho de la fisura hasta el máximo de resistencia residual, valor que se da para un rango de abertura de fisuras que va de 1,75 a 3,96mm, momento en el que las fibras empiezan a deslizar. Es evidente que los resultados con grandes aberturas de fisura no tienen interés de cara a aplicaciones estructurales, pero si son útiles para entender los mecanismos que gobiernan la respuesta del HRFA. En dos de las probetas la capacidad para resistir cargas alcanzó una abertura de fisura de 40mm, lo que evidencia que las fibras con gancho no deslizan necesariamente por el lado de la fisura con menor longitud de anclaje (las fibras tienen 60mm de longitud). En el resto de las probetas la abertura está alrededor de los 30mm de longitud.

### 3.2.- Fibras en la sección de rotura

La respuesta del HRFA está íntimamente relacionada con el número de fibras presentes en la sección de rotura y con su capacidad para desarrollar mecanismos resistentes. Se han considerado como fibras efectivas aquellas que presentaban el gancho deformado después del ensayo y no efectivas el resto (Tabla 2). El número de fibras activas tiene tendencia a

ser inferior al 50% de las fibras presentes en la sección de rotura, debido a que muchas de las fibras no tienen la longitud suficiente para activar mecanismos resistentes. También influye la presencia de muchas fibras seccionadas debido a la semejanza entre el diámetro de perforación de la probeta de 100mm y la longitud de las fibras de 60mm.

**Tabla 2.** Número de fibras en la sección de rotura

	$N_f$	$N_{act}$	7,5°	22,5°	37,5°	52,5°	67,5°	82,5°	$\sigma_{res, m\grave{a}x}$ [MPa]	$\omega_{res, m\grave{a}x}$ [mm]
A20F1Xe	12	2	0	0	0	2	0	0	0,21	3,91
A20F1Xi	22	9	0	2	3	3	1	2	1,26	2,54
A20F4Xe	10	4	0	0	1	3	1	0	0,48	3,5
A20F6Ye	21	9	2	5	2	0	0	0	1,46	1,75
A20F1Yi	22	11	0	2	2	5	2	2	1,26	2,65
A20F6Yi	19	6	0	0	0	2	7	1	0,66	3,96
A20F6Ze	15	8	0	1	2	3	2	1	0,91	3,34

Se aprecia que las probetas interiores tienen una mayor cantidad de fibras, pero no se aprecia relación alguna entre la cantidad de fibras y la dirección de extracción. Se observa también, que las probetas con un mayor número de fibras activas son las que mayor resistencia residual desarrollan, y confirmando trabajos anteriores [9] la mayor resistencia de las fibras se produce para direcciones con una ligera inclinación (máxima para 22.5°) respecto a la dirección del esfuerzo.

### 3.3.- Modelo de comportamiento de la matriz de hormigón

De la campaña experimental realizada en el 2008 conocemos el valor de la resistencia característica del hormigón  $f_{ck}$  ( $f_{cm} = f_{ck} + 8$  MPa), a partir de la cual se obtiene la resistencia media a tracción 3,42 MPa. Al comparar con los resultados experimentales obtenidos, se observa según se resume en la Tabla 3, que el modelo sobrevalora la resistencia máxima de la matriz, es decir el valor  $f_{ctm}$  obtenido con la expresión del Eurocódigo es mayor que el alcanzado en los ensayos.

**Tabla 3.** Resistencia máxima experimental de las probetas

	A20F1Xe	A20F1Xi	A20F4Xe	A20F6Ye	A20F1Yi	A20F6Yi	A20F6Ze
$\sigma$ [MPa]	4,12	2,7	1,91	3,5	3,26	2,05	2,34
Diferencia [%]	-17	27	79	-2	5	67	46

En campañas experimentales anteriores también se obtuvieron en los ensayos a tracción resistencias inferiores a la obtenida con la expresión del Eurocódigo [1,8]. Muy probablemente este hecho está relacionado con la tipología del ensayo y por la concentración de tensiones en la probeta debido a tener el giro bloqueado en los platos de la prensa.

### 3.4.- Modelo de comportamiento de las fibras de acero

El modelo de Laranjeira precisa del número de fibras presentes en la sección de rotura  $N_{\theta_i}$  y de la respuesta de cada fibra en el ensayo de arranque individual  $P_{\theta_i}(\omega)$ . Como todas las probetas se tomografiaron antes de los ensayos, tanto el número de fibras presentes en la sección de rotura ( $N_i$ ), como su orientación ( $\theta_i$ ) son parámetros conocidos. Para obtener la respuesta mecánica asociada a cada orientación se utilizan las ecuaciones que modelizan los puntos clave del gráfico del ensayo de arrancamiento de fibras.

Para definir el comportamiento de fibras inclinadas se necesitan ensayos experimentales previos a arrancamiento de fibras alineadas con la carga y embebidas en una matriz de hormigón de las mismas características que las de la que se quieren predecir los resultados analíticamente. No hay constancia de campañas experimentales previas a arrancamiento con un hormigón como el usado en las probetas ensayadas. Con el fin de poder comparar los resultados, se procedió a realizar un análisis inverso, rectificando los valores manualmente hasta encontrar un modelo de resistencia a arrancamiento de las fibras que se ajustara a los resultados experimentales. El ajuste más preciso se obtuvo para las fibras con inclinaciones bajas respecto al plano de rotura.

### 3.5.- Análisis de resultados

Se ha realizado un contraste probeta por probeta obteniendo las diferencias entre ambos métodos. La respuesta analítica se ha tomado conservadoramente puesto que solo se han tenido en cuenta las fibras con ambos ganchos presentes y no se han tenido en cuenta fibras con longitudes embebidas inferiores a 7.5mm siguiendo el criterio de campañas experimentales anteriores. En la 'Figura 5' se observan los resultados para la probeta A20F1Xe para anchos de fisura menores de 0.30mm o 3.5mm.

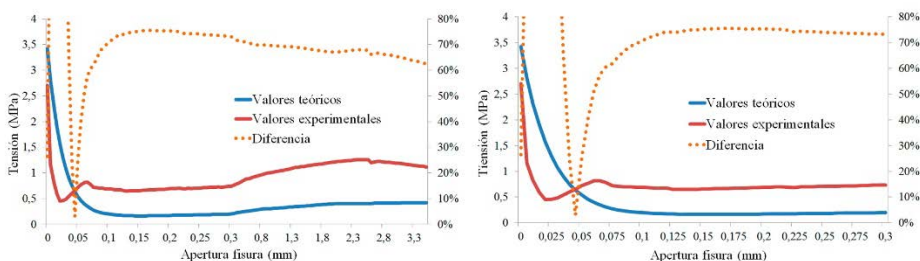


Figura 5. Contraste resultados ensayos hasta aberturas 0.30mm y 3.5mm probeta A20F1Xe

En la Tabla 4 se muestra la diferencia entre los resultados obtenidos analíticamente y los de la campaña experimental. Se comparan las resistencias residuales experimentales y analíticas así como los anchos de fisura en que se producen. En todos los casos el valor analítico está por debajo del experimental, llegando hasta una diferencia del 30%. Para las probetas A20F1Xe y A20F6Yi, se muestra las resistencias experimentales para anchos de fisura de 3.5mm, puesto que la resistencia máxima se produjo para un ancho de fisura mayor.



Para aberturas de fisura menores de 0.1mm, que es cuando el hormigón desarrolla toda su capacidad resistente, el modelo analítico da valores muy superiores al experimental en todos los casos. Para aberturas de fisura entre 0,1 y 0,3 mm, que es cuando las fibras comienzan a desarrollar los mecanismos resistentes, el error está entre un 6 y un 45%, con un valor promedio para las 7 probetas del 19%. Para aberturas de fisura entre 0,3 y 3,5mm, que es cuando las fibras desarrollan toda su capacidad resistente, el error está entre un 5% y un 22%, con un valor promedio del 16%. En todos los casos, las probetas con un mejor ajuste tenían las fibras con orientaciones sensiblemente perpendiculares al plano de rotura, marcas de clase de  $7,5^\circ$  a  $52,5^\circ$ .

**Tabla 4.** Comparación entre valores experimentales y analíticos

	$\sigma_{res,m\acute{a}x}$ [MPa]		$\omega$ [mm]		Error medio tensión [%]		
	Exper.	Teórica	Exper.	Teórica	$\omega \leq 0,1mm$	$\omega \geq 0,1mm$ $\omega \leq 0,3mm$	$\omega \geq 0,3mm$ $\omega \leq 3,5mm$
A20F1Xe	0,20*	0,15	3,5	3,5	38	30	20
A20F1Xi	1,26	1,04	2,54	3,2	73	9	20
A20F4Xe	0,48	0,42	3,5	3,5	84	23	13
A20F6Ye	1,46	1,35	1,75	1,1	+100	6	5
A20F1Yi	1,26	1,06	2,65	3,2	+100	10	16
A20F6Yi	0,62*	0,44	3,5	3,5	92	45	20
A20F6Ze	0,91	0,78	3,34	3,2	+100	8	22

\* La  $\sigma_{res,m\acute{a}x}$  se produjo para un ancho de fisura superior a 3,5 mm

#### 4.- CONCLUSIONES

De las 10 probetas de HRFA previamente tomografiadas siete fueron ensayadas con éxito a tracción directa, pudiendo comparar los resultados con el modelo analítico de superposición propuesto por Laranjeira para la resistencia residual a tracción. Del trabajo realizado se observa que el ensayo a tracción directa proporciona información valiosa sobre el comportamiento del HRFA una vez ha fisurado, y es posible relacionar la abertura de fisura con la resistencia aportada por las fibras.

Del análisis de las curvas tensión deformación, se constata que las fibras empleadas en este ensayo empiezan a trabajar para desplazamientos inferiores a 0.05mm, desarrollando la máxima resistencia para anchos de fisura de entre 1.75 y 3.96mm. Se ha comprobado, como la resistencia de las fibras es mayor para ángulos pequeños respecto a la dirección del esfuerzo. También, se observa cómo mientras la matriz de hormigón desarrolla mayor resistencia para mayores deformaciones, las fibras con una orientación capaz de desarrollar mayor resistencia, lo hacen para una abertura de fisura menor.

Los valores analíticos obtenidos utilizando el método de superposición de Laranjeira y los valores experimentales se corresponden de manera diferente según la fase del ensayo que se examine. La formulación para la resistencia de la matriz del hormigón basada en el

Eurocódigo sobreestima la contribución del hormigón según se ha contrastado con el ensayo a tracción uniaxial. El error entre el modelo analítico y el experimental se encuentra entre un 19% para anchos comprendidos entre 0,1 y 0,3mm, y del 16% para anchos entre 0,3 y 3,5mm. En probetas con fibras con orientaciones preferenciales en la dirección del esfuerzo, el ajuste entre ambos modelos ha sido más preciso.

En todos los casos, la tensión residual máxima del modelo analítico ha sido menor que la obtenida experimentalmente. Este hecho es probablemente debido a la aportación resistente de fibras sin gancho que no se han tenido en cuenta o a la contribución de zonas de hormigón fuera de la sección entallada. A destacar también como en la inspección visual se han localizado numerosas fibras con el gancho no deformado, hecho que indica que probablemente no todas las fibras con gancho desarrollan todos los mecanismos resistentes para alcanzar su respuesta máxima.

## REFERENCIAS

- [1] Laranjeira F. (2010) 'Design-oriented constitutive model for steel fiber reinforced concrete', Tesi doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya.
- [2] Gopalaratnam V., Shah S. (1987) 'Tensile failure of steel fiber-reinforced mortar'. *Journal of Engineering Mechanics*, 113 (5): 635-652.
- [3] Cunha VMCF., Barros JAO., Sena-Cruz JM. (2007) 'Pullout behavior of hooked-end steel fibres in self-compacting concrete', Report 07-DEC/E06, University of Minho.
- [4] Pompo A., Stupak P.R., Nicolais L., Marchese B. (1996) 'Analysis of steel fibre pull-out from a cement matrix using video photography'. *Cement & Concrete Composites*, 18:3-8.
- [5] Guàrdia J., Molins C. (2008) 'Caracterització del comportament a tracció de formigó d'alta treballabilitat reforçat amb fibres d'acer mitjançant l'assaig Barcelona'. Universitat Politècnica de Catalunya.
- [6] Molins C., Martínez J., Arnáiz N. (2008) 'Distribución de fibras de acero en probetas prismáticas de hormigón'. ACHE.
- [7] RILEM TC 162-TDF (2001) 'Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: Uniaxial tension test for steel fibre reinforced concrete – Recommendations', *Materials and Structures*, 34:3-6.
- [8] Barragan BE (2002) 'Failure and toughness of steel fiber reinforced concrete under tension and shear', PhD Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya
- [9] Robins P., Austin S., Jones P. (2002) 'Pull-out behaviour of hooked steel fibres'. *Materials and Structures*, 35:434-442