



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escola Tècnica
Superior d'Enginyeria
Informàtica

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Informàtica
Universitat Politècnica de València

Arqueología informática: los sistemas de numeración con Scratch

TRABAJO FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería Informática

Autor: Diego Manzanera Blasco

Tutor: Xavier Molero Prieto

Curso 2017-2018

Resum

La informàtica necessita els sistemes de numeració per a la representació de les dades de qualsevol aplicació. No obstant açò, els sistemes de numeració no han sigut sempre tal com els coneixem. És per açò que s'han desenvolupat cinc aplicacions per a explicar alguns dels principals i més antics sistemes de numeració que han existit al llarg de la història: el sistema babilònic, el sistema maya, el sistema grec, el sistema romà i el sistema egipci.

Aquestes aplicacions s'han desenvolupat en el llenguatge de programació Scratch. Aquesta eina té com a objectiu que els usuaris que no tenen coneixements grans sobre codi siguen capaços de millorar les seues habilitats mentals mitjançant l'aprenentatge de la programació.

Les aplicacions desenvolupades s'usaran amb finalitats educatives en el Museu d'Informàtica de la Universitat Politècnica de València, amb l'objectiu d'ensenyar als visitants com es representaven els números en els principals sistemes de numeració més destacats.

Paraules clau: història dels números, Scratch, difusió de patrimoni, sistemes de numeració, programació

Resumen

La informática necesita los sistemas de numeración para la representación de los datos de cualquier aplicación. Sin embargo, los sistemas de numeración no han sido siempre tal y como los conocemos. Es por ello que se han desarrollado cinco aplicaciones para explicar algunos de los principales y más antiguos sistemas de numeración que han existido a lo largo de la historia: el sistema babilónico, el sistema maya, el sistema griego, el sistema romano y el sistema egipcio.

Estas aplicaciones se han desarrollado en el lenguaje de programación Scratch. Esta herramienta tiene como objetivo que usuarios que no tienen conocimientos grandes sobre código sean capaces de mejorar sus habilidades mentales mediante el aprendizaje de la programación.

Las aplicaciones desarrolladas se usarán con fines educativos en el Museo de Informática de la Universitat Politècnica de València, con el objetivo de enseñar a los visitantes cómo se representaban los números en los principales sistemas de numeración más destacados.

Palabras clave: historia de los números, Scratch, difusión de patrimonio, sistemas de numeración, programación

Abstract

Computing needs numeral systems to represent any data of any application. However, numeral systems have not always been as we know them. Therefore, five applications have been developed to explain some of the main and oldest numeral systems which have been existed throughout history: the Babylonian system, the Mayan system, the Greek system, the Roman system and the Egyptian system.

These applications have been developed in the Scratch programming language. The tool aim is to improve the mental skills of users who do not have great knowledge of coding by learning programming.

The applications which have been developed will be used for educational purposes in the Museum of Computing of the Universitat Politècnica de València in order to teach visitors how the most important numeral systems represented their numbers.

Key words: history of numbers, Scratch, dissemination of cultural heritage, numeral systems, programming

Índice general

Índice general	V
Índice de figuras	VII

1 Introducción	1
1.1 Motivación	1
1.2 Objetivos	1
1.3 Estructura de la memoria	2
1.4 Notas bibliográficas	2
2 Los sistemas de numeración a lo largo de la historia	5
2.1 La numeración babilónica	5
2.1.1 Historia de su procedencia	5
2.1.2 La numeración sexagesimal posicional	7
2.1.3 El cero babilónico	10
2.2 El sistema numérico egipcio	12
2.2.1 La escritura jeroglífica	12
2.2.2 Las cifras egipcias	14
2.2.3 La escritura hierática	16
2.3 La numeración maya	18
2.3.1 La civilización maya	18
2.3.2 Las cifras significativas y el cero	20
2.4 El sistema de numeración griego	23
2.4.1 La numeración griega ática	23
2.4.2 El alfabeto griego	25
2.5 Los números romanos	25
2.5.1 Grafismos iniciales	25
2.5.2 Las cifras romanas	27
3 El entorno de programación Scratch	29
3.1 Por qué elegir Scratch	29
3.2 Proyecto Scratch	30
3.3 Finalidad de Scratch	32
3.4 Scratch y el pensamiento computacional	34
3.5 Entorno de programación en Scratch	35
3.5.1 Interfaz	35
3.5.2 Panel de objetos	36
3.5.3 Panel de programas	37
3.5.4 Panel multimedia	39
4 Implementación de los sistemas de numeración en Scratch	41
4.1 Organización del menú principal	41
4.2 Opciones de las aplicaciones	42
4.3 Diferencias entre aplicaciones	49
4.3.1 La representación babilónica	49
4.3.2 La implementación egipcia	54

4.3.3	La representación maya	57
4.3.4	La representación griega ática	62
4.3.5	La implementación romana	67
5	Página web	73
5.1	Implementación	73
5.2	Estructura	74
6	Conclusiones	77
6.1	Consideraciones finales	77
6.2	Trabajo futuro	78
	Bibliografía	79

Índice de figuras

1.1	Portada: «Historia Universal de las Cifras»	3
2.1	Cifras de base asirio-babilónicas.	5
2.2	Signos del sistema mixto asirio-babilónico.	6
2.3	Sistema decimal mesopotámico.	6
2.4	Número 7 659 en numeración decimal mesopotámica.	6
2.5	Decenas en numeración mariota.	7
2.6	Número 7 659 en numeración mariota.	7
2.7	Números babilónicos del 1 al 59	8
2.8	Número 7 659 en numeración babilónica	8
2.9	Tablilla Plimpton 322.	9
2.10	Tablilla babilónica de Júpiter.	9
2.11	Número cero en numeración babilónica.	10
2.12	Número cero en una representación babilónica.	10
2.13	Tablilla babilónica con el uso del cero.	11
2.14	Ejemplos de jeroglíficos.	12
2.15	Orientación de los jeroglíficos.	13
2.16	Reproducción de la palabra <i>orange</i> .	13
2.17	Reproducción de la palabra <i>buitre</i> .	14
2.18	Cifras de base jeroglífica egipcia.	14
2.19	Número 7 659 en numeración jeroglífica egipcia.	15
2.20	Estela de Nefertiabet en Gizeh.	16
2.21	Extracto de los Anales de Tutmosis III.	16
2.22	Cifras de base hierática egipcia.	17
2.23	Número 7 659 en numeración hierática egipcia.	17
2.24	Estela H de la cultura maya.	18
2.25	Códice de París.	19
2.26	Códice de Dresde.	20
2.27	Cifras de base maya.	21
2.28	Versiones del cero maya.	21
2.29	Número 7 659 en numeración maya.	22
2.30	Número cero en una representación maya.	22
2.31	Cifras de base griega ática.	23
2.32	Fragmento de una inscripción griega.	23
2.33	Sistema de numeración ático	24
2.34	Número 7 659 en numeración griega ática.	25
2.35	Cifras de base griega alfabética.	25
2.36	Número 7 659 en numeración griega alfabética.	25
2.37	Grafismos originales de la numeración romana.	26
2.38	Transformaciones en los grafismos romanos.	26
2.39	Número 7 659 en numeración romana.	27
3.1	Logo y lema de Scratch	29
3.2	Tendencias de actividad mensual	30

3.3	Portada de inicio de Scratch	31
3.4	Mitchel Resnick y LEGO	31
3.5	Herramienta dibujar objeto nuevo en Scratch	33
3.6	Botón de Compartir en Scratch	33
3.7	Modificaciones de proyectos mensual	34
3.8	Interfaz de Scratch	35
3.9	Panel de Objetos	36
3.10	Opción del panel de Objetos	37
3.11	Ejemplos de bloques en Scratch	37
3.12	Panel de Programas	38
3.13	Panel de Disfraces	39
3.14	Panel de Sonidos	40
4.1	Menú principal de la aplicación.	41
4.2	Código de cambio de color en un botón.	42
4.3	Opción «Ayuda» de la aplicación.	43
4.4	Opción «Créditos» de la aplicación.	43
4.5	Funcionamiento del modo «Escribir».	44
4.6	Código para adivinar número.	45
4.7	Funcionamiento del modo «Adivinar».	46
4.8	Código del objeto de dificultad.	47
4.9	Código para elegir número.	48
4.10	Disfraces de los objetos babilónicos.	50
4.11	Código del resultado babilónico.	50
4.12	Código del modo «Adivinar» babilónico.	51
4.13	Código del modo «Escribir» babilónico.	52
4.14	Funcionamiento del modo «Jugar» babilónico.	53
4.15	Código del modo «Jugar» babilónico.	53
4.16	Objetos de símbolos egipcios.	54
4.17	Código del disfraz egipcio.	54
4.18	Código del modo «Adivinar» egipcio.	55
4.19	Código del resultado egipcio.	55
4.20	Código del modo «Escribir» egipcio.	56
4.21	Funcionamiento del modo «Jugar» egipcio.	57
4.22	Objetos de símbolos mayas.	58
4.23	Código del modo «Adivinar» maya.	58
4.24	Código del modo «Escribir» maya.	59
4.25	Funcionamiento del modo «Jugar» maya.	60
4.26	Código del modo «Jugar» maya 3.	61
4.27	Código del modo «Jugar» maya 1.	61
4.28	Código del modo «Jugar» maya 2.	62
4.29	Disfraces de los objetos griegos.	63
4.30	Código del modo «Escribir» griego.	64
4.31	Código del modo «Adivinar» griego.	65
4.32	Funcionamiento del modo «Jugar» griego.	66
4.33	Código del modo «Jugar» griego 1.	66
4.34	Código del modo «Jugar» griego 2.	67
4.35	Disfraces de los objetos romanos.	68
4.36	Código del modo «Escribir» romano 1.	69
4.37	Código del modo «Escribir» romano 2.	70
4.38	Código del modo «Jugar» romano.	70
4.39	Funcionamiento del modo «Jugar» romano.	71

5.1	Logo del Museo.	73
5.2	Código de la página web.	74
5.3	Interfaz de la web.	75

CAPÍTULO 1

Introducción

En este primer capítulo se exponen las razones por las que se ha decidido llevar a cabo la elaboración del trabajo, el cual está enfocado en la arqueología informática, concretamente en los sistemas de numeración. Además, este capítulo expresa los objetivos a cumplir y la estructura de la memoria.

1.1 Motivación

El Museo de Informática¹ de la Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Informàtica de la Universitat Politècnica de València fue inaugurado el 11 de diciembre de 2001 y ofrece un recorrido por la historia de la informática a sus visitantes.

Entre las actividades que el Museo de Informática ofrece se encuentran las exposiciones a través de sus diferentes vitrinas didácticas y divulgativas, y los talleres de aprendizaje del lenguaje de programación visual llamado Scratch². Estos talleres pretenden acercar a los alumnos de diferentes edades y formaciones la importancia de programar en la actualidad, y mediante el lenguaje Scratch se familiarizan con el entorno y la programación.

La informática requiere de los sistemas de numeración para la representación de los datos numéricos, por ello, y con la intención de divulgar el Museo de Informática y el lenguaje de programación Scratch, se ha diseñado una serie de aplicaciones en este lenguaje para conocer algunos de los diferentes sistemas de numeración que ha habido a lo largo de la historia.

1.2 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es diseñar una serie de aplicaciones didácticas sobre los sistemas de numeración que han tenido mayor importancia en nuestra historia (*Babilónica, Egipcia, Maya, Griega y Romana*) para su inclusión en la web del Museo de Informática.

Los objetivos que el trabajo presenta se pueden resumir de la siguiente manera:

1. Mostrar la historia de los sistemas de numeración y la representación de sus números.

¹Página accesible en <http://museo.inf.upv.es>

²Página accesible en <https://scratch.mit.edu/>

2. Explicar el funcionamiento de la aplicación Scratch.
3. Resumir el funcionamiento de las aplicaciones diseñadas.
4. Entender el motivo de la inclusión de las aplicaciones en la página web del Museo de Informática.

Por otra parte, se pretende dar a conocer la programación a los alumnos más jóvenes a través de la herramienta Scratch.

1.3 Estructura de la memoria

En esta sección se ofrece una breve descripción de cada uno de los 6 capítulos que forman parte de la memoria.

- **Capítulo 1.** Se trata del capítulo actual, en el cual se exponen los motivos por los cuales se ha llevado a cabo este trabajo y los objetivos a conseguir. La última parte hace referencia a la bibliografía utilizada, en la cual se dividen en grupos similares los diferentes libros y enlaces.
- **Capítulo 2.** Se analiza los diferentes sistemas de numeración importantes que ha habido y cómo representaban los diferentes números. Estos sistemas son el babilónico, el egipcio, el maya, el griego y el romano. Además, se explica cómo ha evolucionado los símbolos utilizados a lo largo de la historia en estos sistemas, incluyendo las anomalías que pueden presentar ciertos sistemas a la hora de expresar algunas cifras.
- **Capítulo 3.** Se detalla la funcionalidad del lenguaje Scratch y las herramientas que ofrece, tanto la interfaz como los diferentes paneles que dispone. Se comentan los motivos por los cuales Scratch es una buena aplicación para la programación y el desarrollo de juegos simples, además de explicar que ventajas tiene frente a otro tipo de herramientas de programación.
- **Capítulo 4.** Se explica las diferentes aplicaciones sobre los sistemas de numeración implementadas en Scratch, incluyendo las similitudes entre las diferentes aplicaciones y cómo se ha desarrollado cada aplicación por separado. Para cada aplicación se detalla el código y método necesario para la formación de los símbolos en dicha aplicación.
- **Capítulo 5.** Se explica como se ha incluido las aplicaciones diseñadas en Scratch en la página web del Museo de Informática.
- **Capítulo 6.** Se recoge las principales conclusiones obtenidas y un análisis para observar si se han cumplido los objetivos planteados. Se incluye un apartado para exponer posibles continuaciones del trabajo con otros sistemas de numeración.

1.4 Notas bibliográficas

En este apartado realizamos una breve descripción sobre la bibliografía empleada para la realización del trabajo, así como su relación con los diferentes apartados de la memoria.

- La mayor parte de la información recogida para el conocimiento sobre los diferentes sistemas de numeración a lo largo de la historia provienen del autor Georges Ifrah, el cual ha recibido un reconocimiento importante por parte de los académicos gracias a sus descubrimientos y estudios sobre la historia de los números. Uno de sus libros principales es *Historia Universal de las Cifras* [9], en la Figura 1.1 se ve la portada de este libro. Tal fue su aportación, que redactó más libros hablando sobre los números y la computación [10, 11].



Figura 1.1: Portada del libro: «Historia Universal de las Cifras» [9]

- Para conocer el contexto de las diferentes civilizaciones se utilizaron diferentes libros [5, 19], entre los cuales destaca *The history of the abacus* [15], en el cual se puede entender mejor el uso de los ábacos en los sistemas de numeración y la forma de calcular que tenían los antiguos romanos.
- Por otro lado, varios autores han escrito libros muy interesantes sobre la historia de las matemáticas [2, 4, 14] y de los sistemas de numeración [3, 6, 8]. Entre ellos se puede destacar *Historia de las matemáticas en los últimos 10 000 años* [18], el cual se explica conceptos sobre las matemáticas y también se explica los diferentes sistemas de numeración necesarios para la elaboración de este trabajo.
- La información necesaria para utilizar el entorno de programación Scratch proviene de diferentes libros [7, 13, 17], de artículos [1, 16, 20] y de la guía de referencia [12] que proporciona la web <http://eduteka.icesi.edu.co/> dedicada a usuarios que se interesan en el uso de las TIC para el aprendizaje.

CAPÍTULO 2

Los sistemas de numeración a lo largo de la historia

En este capítulo se va hablar sobre los diferentes sistemas de numeración que han estado presentes en nuestra antigüedad, señalando en qué momentos históricos se presentaron y cómo se expresaban las cifras en cada uno de ellos.

2.1 La numeración babilónica

2.1.1. Historia de su procedencia

La numeración babilónica más destacada proviene de diferentes sistemas de representación anteriores, los cuales se han resumido en los siguientes puntos:

- **Numeración asirio-babilónica.** A partir de, aproximadamente, el año 3300 a.C., los sumerios comenzaron a representar las unidades en un sistema formado con objetos de tamaños y formas. Utilizaban una notación sexagesimal para sus representaciones. Tiempo después, alrededor de 2350 a.C., los acadios¹ adoptaron la notación sexagesimal de sus predecesores, pero no estaban cómodos con la utilización de un sistema en una base tan diferente a la estrictamente decimal que ellos utilizaban de forma oral.

Los acadios disponían de una cifra que representaba el 1 (*el clavo vertical*) y otra que representaba el 10 (*la espiga*). Sin embargo no disponían de símbolos para representar la centena o el millar, por lo que decidieron optar por crear dos nuevas representaciones llamadas «ME» y «LIM» respectivamente. Se pueden observar las cuatro representaciones en la Figura 2.1, la representación del 1 000 está formado por la representación del 10 junto a la representación del 100.



Figura 2.1: Cifras de base de la numeración asirio-babilónica.

¹Habitaban al norte de los sumerios, eran un pueblo semita que invadió toda Mesopotamia.

A raíz de la costumbre que tenían de contar por centenas y miles, introdujeron notaciones decimales en su sistema sexagesimal, es decir, convirtieron el sistema en uno mixto, combinando unidades sexagesimales y decimales a la vez. Se pueden observar en la Figura 2.2.

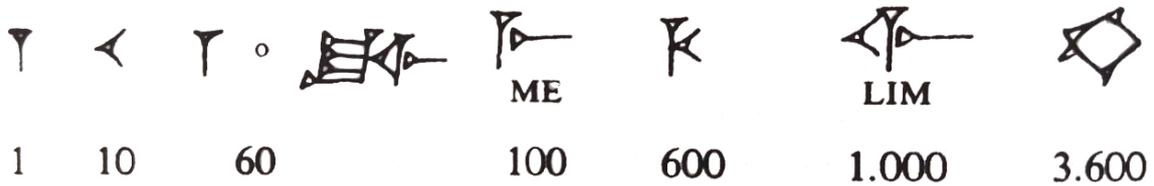


Figura 2.2: Signo representativo de cada uno de los números del sistema mixto asirio-babilónico.

- **El sistema decimal mesopotámico.** La numeración decimal prevalece sobre la sexagesimal a partir del momento en el cual la lengua y la escritura acadia fueron sustituidas por las sumerias. De esta forma se eliminan los antiguos signos de 60, 600, 3 600, 36 000 y 216 000 (Figura 2.2) y se quedaron solamente con las cifras ME y LIM.

Las unidades simples y las decenas fueron representadas por repeticiones a partir del clavo vertical y de la espiga de la decena. En la Figura 2.3 podemos observar cómo se representaban, destacando que los números 60, 70, 80 y 90 no cumplen exactamente con el principio de repetición.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	60 + 10	60 + 20	60 + 30
10	20	30	40	50	60	70	80	90

Figura 2.3: Símbolos representados en el sistema decimal mesopotámico.

A modo de ejemplo, en la Figura 2.4, podemos ver como se representaría el número 7 659 en este sistema decimal: 7 clavos verticales \times 1 000 + 6 clavos verticales \times 100 + 5 espigas \times 10 + 9 clavos verticales = 7 659.

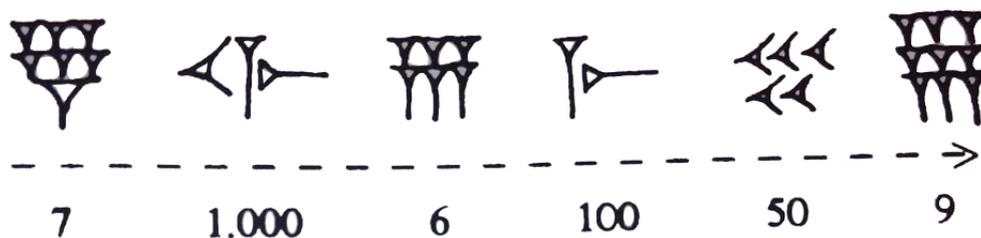


Figura 2.4: Representación del número 7 659 expresado en numeración decimal mesopotámica.

- Numeración Mariota.** Hacia el 2000 a.C. aparece la numeración Mariota. El nombre hace referencia a la ciudad de Mari, en Mesopotamia. A diferencia del anterior sistema, este se representa con base 100. Las 9 unidades simples se presentaban igual que en el anterior sistema (Figura 2.3), sin embargo aparecen diferencias en la notación de decenas, en este caso sí que se cumple el principio de repetición como aparece en las unidades simples. En la Figura 2.5 podemos observar cómo se representaban las decenas. Otra de las diferencias es que ya no se solía utilizar el símbolo decimal clásico que representaba a la centena (ME). Para representarlo se utilizaba simplemente un clavo vertical. Solo hacía falta poner el o los clavos en el lugar correcto para dar el valor de una unidad simple o el valor de una centena. Surge por tanto la escritura abreviada, en la Figura 2.6 podemos visualizar cómo se representaría el mismo número explicado antes, el 7 659, pero mediante la escritura abreviada mariota.



Figura 2.5: Representación de las decenas en la numeración mariota.

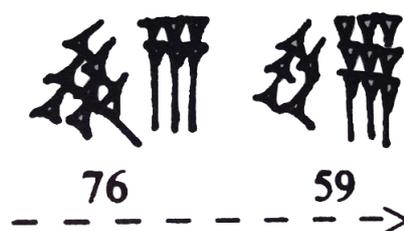


Figura 2.6: Representación del número 7 659 expresado en numeración mariota.

La información obtenida para expresar la historia de la aparición del sistema de numeración babilónico explicada en esta subsección está obtenida de la siguiente referencia [9]. Para una explicación más detallada, se recomienda leer el capítulo 13, "Las numeraciones mesopotámicas tras el eclipse de los sumerios" de dicha referencia.

2.1.2. La numeración sexagesimal posicional

Este sistema no se sabe con exactitud cuándo aparece, pero se sitúa en los alrededores del siglo XIX a.C., entre 1800-1900 a.C., y es considerado el primer sistema de numeración posicional, es decir «el valor de un dígito particular depende tanto de su valor como de su posición en el número que se quiere representar»².

Se puede asemejar a nuestra numeración actual, de la cual se diferencia en la base y en el modo de formación de las cifras. Es decir, un grupo de cifras como [2; 1; 3], que en nuestro sistema posicional actual significaría $2 \times 10^2 + 1 \times 10 + 3 = 213$, en el sistema babilónico sería traducido como $2 \times 60^2 + 1 \times 60 + 3 = 7263$. Esto se debe a que, tal como Georges Ifrah menciona, «en lugar de ser decimal, como nuestro sistema posicional actual, la numeración erudita babilónica estuvo fundada, pues, sobre una base sexagesimal» [9].

²Definición obtenida de https://es.wikipedia.org/wiki/Numeraci%C3%B3n_babil%C3%B3nica.

Esta numeración solo utiliza dos signos, los cuales hemos mencionado anteriormente: un clavo vertical (la unidad) y una espiga (la decena). La representación de los números del 1 al 59 se basaba en el principio aditivo, en la Figura 2.7 podemos observar cómo se representaban.

∇ 1	∇∇ 11	∇∇∇ 21	∇∇∇∇ 31	∇∇∇∇∇ 41	∇∇∇∇∇∇ 51
∇∇ 2	∇∇∇ 12	∇∇∇∇ 22	∇∇∇∇∇ 32	∇∇∇∇∇∇ 42	∇∇∇∇∇∇∇ 52
∇∇∇ 3	∇∇∇∇ 13	∇∇∇∇∇ 23	∇∇∇∇∇∇ 33	∇∇∇∇∇∇∇ 43	∇∇∇∇∇∇∇∇ 53
∇∇∇∇ 4	∇∇∇∇∇ 14	∇∇∇∇∇∇ 24	∇∇∇∇∇∇∇ 34	∇∇∇∇∇∇∇∇ 44	∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 54
∇∇∇∇∇ 5	∇∇∇∇∇∇ 15	∇∇∇∇∇∇∇ 25	∇∇∇∇∇∇∇∇ 35	∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 45	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 55
∇∇∇∇∇∇ 6	∇∇∇∇∇∇∇ 16	∇∇∇∇∇∇∇∇ 26	∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 36	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 46	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 56
∇∇∇∇∇∇∇ 7	∇∇∇∇∇∇∇∇ 17	∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 27	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 37	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 47	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 57
∇∇∇∇∇∇∇∇ 8	∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 18	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 28	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 38	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 48	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 58
∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 9	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 19	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 29	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 39	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 49	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 59
∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 10	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 20	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 30	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 40	∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇∇ 50	

Figura 2.7: Números babilónicos del 1 al 59.

La representación de los números se basa en diferentes rangos: el primer rango hace referencia a los números del 1 al 59, las sesentenas son las del segundo orden, los múltiplos de 3 600 corresponden a las unidades de tercera orden, y así sucesivamente.

Para entenderlo mejor, utilizaremos la Figura 2.8, la cual representa el mismo valor que el que representa las Figuras 2.4 y 2.6. El número 2 está en el rango 3, el número 7 está en el rango 2 y el número 39 en el rango 1. Es decir, el valor que representa estos símbolos es: $2 \times 60^2 + 7 \times 60 + 39 = 7659$.

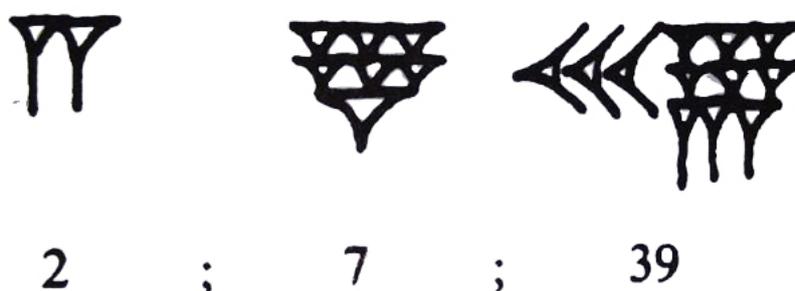


Figura 2.8: Representación del número 7659 expresado en numeración babilónica.

Entre las diferentes tablillas que existen acerca del sistema de numeración babilónico podemos destacar la Tablilla Plimpton 322, la cual se puede ver en la Figura 2.9. Se caracteriza porque es una tabla con 15 filas y 4 columnas, «cuyo contenido revela que los matemáticos de Babilonia conocían ya, en la época de la I dinastía, el teorema llamado 'de Pitágoras'». [9]. La segunda tablilla, la cual está presente en la Figura 2.10, desvela

que los babilónicos disponían de ciertos conocimientos sobre astronomía, pues la tablilla presenta métodos geométricos para calcular la posición de Júpiter.



Figura 2.9: Tablilla matemática Plimpton 322, fechada entre los años 1800 y 1700 a.C. la cual se puede encontrar en la Universidad de Columbia. Un análisis detallado de la tablilla ha demostrado que en ella aparece la relación matemática de Pitágoras $a^2 = b^2 + c^2$.



Figura 2.10: Tablilla babilónica de Júpiter, la cual demuestra que los babilónicos tenían ciertos conocimientos de astronomía. Se puede encontrar en el Museo Británico de Londres.

2.1.3. El cero babilónico

La aparición del signo cero no ocurrirá hasta el siglo IV a.C. Los matemáticos comenzaron a usar un verdadero cero para especificar la ausencia de unidades sexagesimales de cierto rango. Anteriormente empleaban un espacio vacío, pero desde ese siglo utilizarán alguno de los símbolos representados en la Figura 2.11, normalmente suele aparecer el último de ellos.



Figura 2.11: Representación del número 0 expresado en numeración babilónica.

El doble clavo o la doble espiga nunca fueron concebidos con el sentido de «número cero». Estos símbolos significaban «vacío», pero no está demostrado que lo hubieran pensado en el sentido de «nada».

Para entender mejor el uso del cero, podemos hacer hincapié en la Figura 2.12, en ella podemos observar cómo el número 3 465 es representado mediante un 'clavo vertical' en el rango 3, la representación del cero en el rango 2, y la representación del número 45 en el rango 1. Si calculamos el número obtenemos que: $1 \times 60^2 + 0 \times 60 + 45 = 3\,645$.



Figura 2.12: Número 3 645 representado en numeración babilónica donde aparece el número 0 en el rango 2, es decir, representa la ausencia de valor en el segundo rango.

Uno de los más antiguos testimonios conocidos del uso del cero babilónico proviene de la «tablilla matemática que data probablemente de finales del siglo III o comienzos del II a.C., proveniente de excavaciones clandestinas de Uruk.» [9]. La podemos ver en la Figura 2.13.

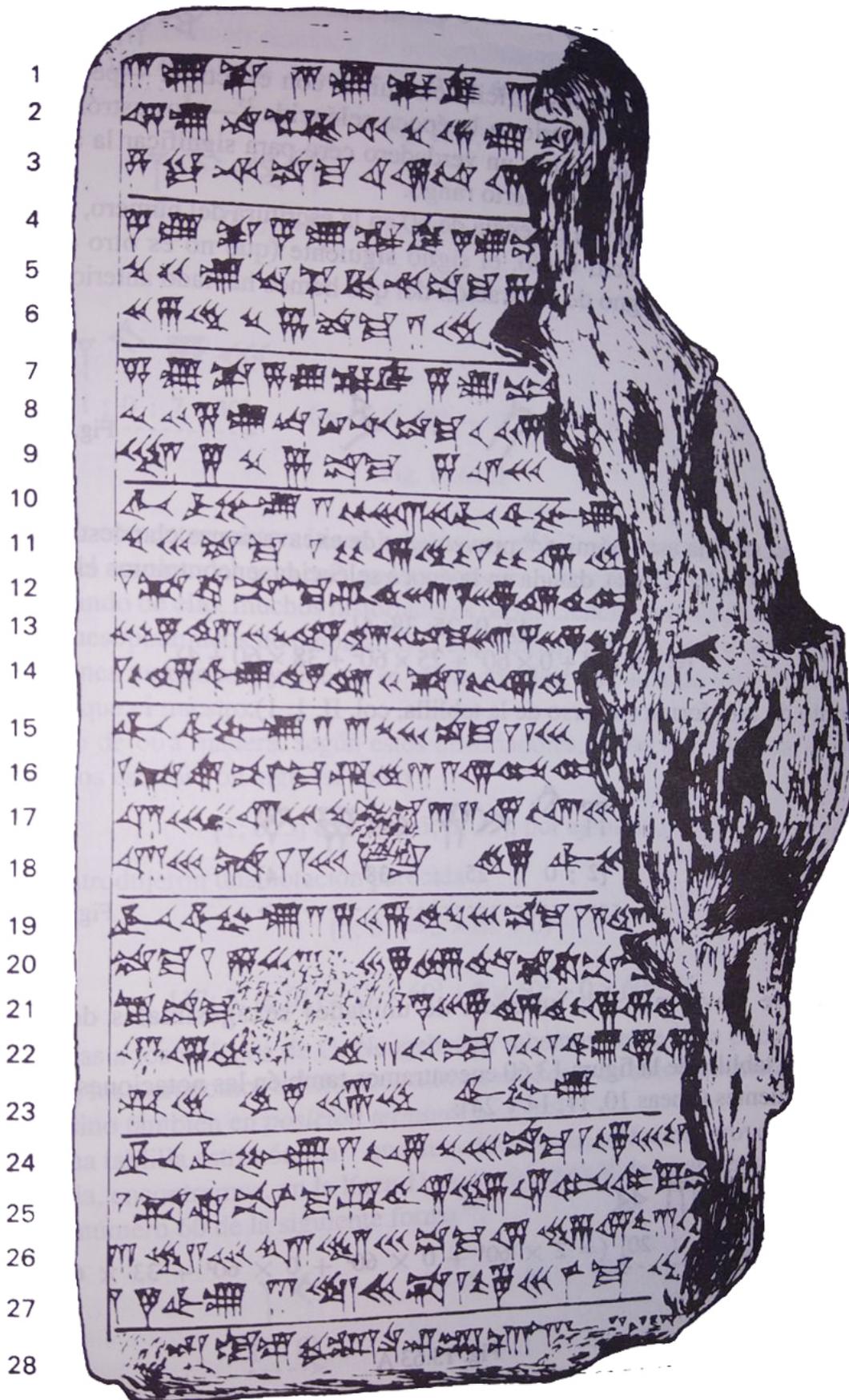


Figura 2.13: Tablilla matemática, que data de finales del siglo III a.C., que es uno de los más antiguos testimonios conocidos del uso del cero babilónico. Proviene de excavaciones clandestinas de Uruk y en la actualidad se puede encontrar en el Museo de Louvre, París.

2.2 El sistema numérico egipcio

Hacia el año 3000 a.C., los egipcios inventaron una escritura y sistema de numeración escrita. A pesar de que se ha demostrado que existían contactos entre Egipto y Mesopotamia, no se puede confirmar que los egipcios adaptaron el sistema sumerio para crear su propia escritura. J. Vercoutter declara que «no solo los signos jeroglíficos que utilizó se extrajeron de la fauna y flora nilótica [...] sino que incluso los instrumentos y utensilios que en ella figuran eran empleados en Egipto desde el Eneolítico antiguo, lo que prueba que la escritura (jeroglífica) fue producto de la civilización egipcia exclusivamente» [9].

2.2.1. La escritura jeroglífica

La forma de comunicación de los faraones se nos ha transmitido por textos que aparecen en papiros, trozos de alfarería, láminas de caliza y, sobre todo, en monumentos de piedra, a través de los jeroglíficos.

Estos jeroglíficos reproducen con cierta minuciosidad al hombre en diferentes posiciones. Además reproducen también la figura de todo tipo de animales, edificios, monumentos, objetos sagrados, astros, etcétera. En la Figura 2.14 podemos observar algunas de las reproducciones que utilizaban.

En las diversas inscripciones que se han encontrado, los jeroglíficos podían leerse de izquierda a derecha o de derecha a izquierda, también horizontal o verticalmente. Su orientación varía según el sentido de la lectura. En la Figura 2.15 se ve como se pueden escribir los jeroglíficos según el sentido de la lectura.



Figura 2.14: Ejemplos de jeroglíficos de la escritura egipcia.

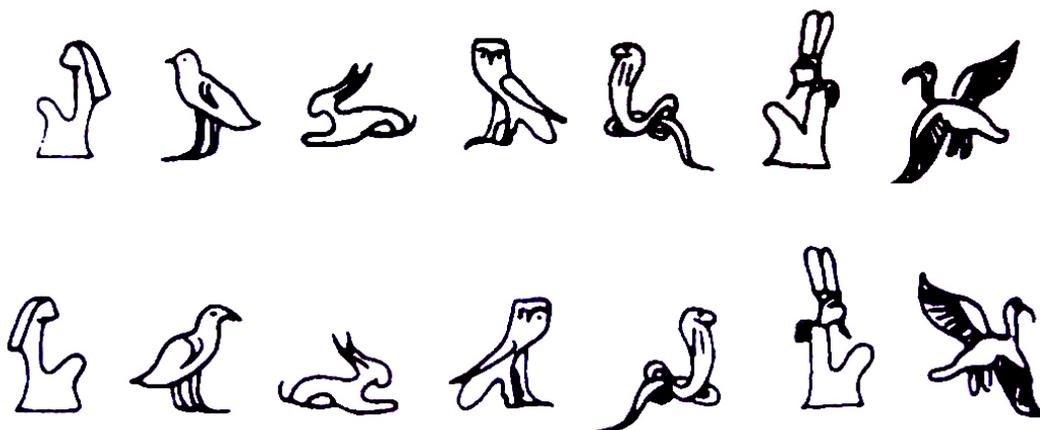


Figura 2.15: Orientación de izquierda a derecha (parte de arriba) y de derecha a izquierda (parte de abajo) de los jeroglíficos egipcios.

Los jeroglíficos podían significar lo que representaban visualmente, pero no siempre era así, en numerosas ocasiones representaban ideas próximas y acciones. Georges Ifrah lo explica con una serie de ejemplos: «La imagen de una pierna humana podía representar no solo “pierna”, sino también “marchar”, “correr” o “huir” [...] El valor ideográfico de un carácter no se limitaba, pues, a su valor pictográfico, sino que se yuxtaponía a él.» [9].

Sin embargo, aparece la complicación de representar ideas abstractas o acciones. Debido a esto, se les ocurrió la idea de utilizar el valor fonético para representar los conceptos. Georges Ifrah lo comenta mediante el ejemplo de la palabra «naranja» (*orange*) en francés, bastaría con representar la idea de oro (en francés, *or*) seguida de la de un ángel (en francés, *ange*). Con ello se obtiene el sonido «OR-ANGE», que evocará la idea que buscamos expresar fonéticamente. En la Figura 2.16 se observa cómo se representaría.

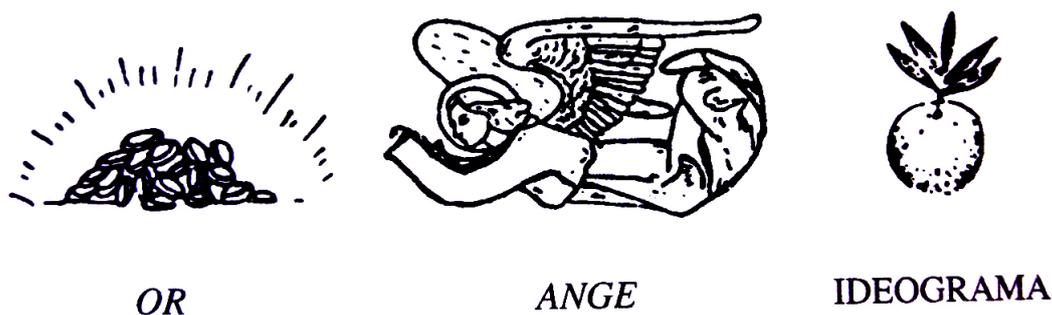


Figura 2.16: Reproducción de la palabra *orange* utilizando el valor fonético para representarla.

Así fue como los egipcios elaboraron su escritura, algunos jeroglíficos dejaron de ser empleados para representar imágenes simbólicas, y comenzaron a ser utilizados por su valor fonético, el cual fue mayoritariamente consonántico, debido a que la escritura egipcia otorgaba a las vocales simplemente una importancia secundaria. En la Figura 2.17 se puede ver un ejemplo de la palabra «buitre» (*NeReT* en egipcio) representado por el ideograma de un «hilo de agua» (sonido «N»), seguido de una boca (sonido «R») y finalmente del «pedazo de pan» (sonido «T»).

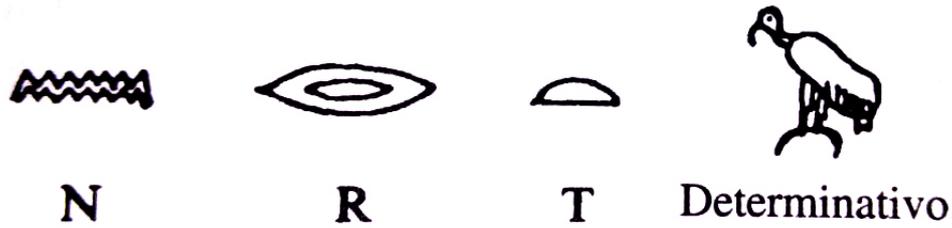


Figura 2.17: Reproducción de la palabra *buitre* en escritura jeroglífica egipcia.

2.2.2. Las cifras egipcias

La representación de los números naturales del sistema de numeración egipcio era simple y directo. Existían símbolos que representaban el 1, el 100, el 1 000, el 10 000, el 100 000 y el 1 000 000, y utilizando el sistema aditivo, repitiendo estos símbolos hasta nueve veces, se podía representar cualquier número. Estamos por tanto ante un sistema de numeración de base 10. En la Figura 2.18 se observa qué símbolo representa a cada rango. La orientación de las cifras se dibujan según el sentido de la lectura.

	LECTURA DE DERECHA A IZQUIERDA					LECTURA DE IZQUIERDA A DERECHA				
1										
10	∩					∩				
100	∩		∩		∩	∩		∩		∩
1.000	☪	☪	☪	☪	☪	☪	☪	☪	☪	☪
10.000	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩	∩
100.000	☪	☪	☪	☪	☪	☪	☪	☪	☪	☪
1.000.000	☪	☪	☪	☪	☪	☪	☪	☪	☪	☪

Figura 2.18: Cifras de base de la numeración jeroglífica egipcia.

La explicación de las formas de las siete cifras jeroglíficas es bastante compleja de descubrir, sin embargo Georges Ifrah nos explica que existen algunas hipótesis que explican por qué eligieron cada uno de los símbolos [9]:

- **Trazo vertical** - 1. La barra vertical es el símbolo gráfico más intuitivo que podemos imaginar para representar la unidad, su uso se extiende hasta los hombres prehistóricos. El trazo podría simbolizar un bastoncillo.
- **Asa** - 10. Esta «U» mayúscula invertida podría hacer referencia a un cordón que habría servido para unir los bastoncillos (trazos verticales) hasta formar un paquete de 10 unidades.
- **Cuerda** - 100. No es difícil suponer que el origen de la palabra «espiral» correspondía con los mismos sonidos que la palabra «cien».
- **Flor de Loto** - 1 000. La anterior explicación podría también ser utilizada para suponer que el origen de la palabra «flor de loto» correspondiera con los sonidos respectivos de la palabra «mil».
- **Dedo** - 10 000. El dedo levantando e inclinado haría referencia a la antigua forma que existía de contar hasta 9.999, la cual se podía realizar a través de diferentes posiciones de los dedos y la mano.
- **Renacuajo** - 100 000. La rana o renacuajo tendría un significado más simbólico, haciendo referencia a la gran fecundidad de estos animales en el Nilo.
- **Hombre arrodillado** - 1 000 000. Este símbolo representaba *un genio que sostenía la bóveda celeste*. Su origen podría darse de un hombre que contemplaba las estrellas que formaban parte del firmamento y tomaba entonces conciencia de su multitud.

Este sistema de numeración no necesita cifra que represente el número cero, además, tampoco importa el orden en el que se representen las cifras, pudiendo escribir cualquier número de forma vertical u horizontal. En la Figura 2.19 aparecen 7 flores de loto, 6 cuerdas, 5 asas y 9 trazos verticales. Multiplicando cada uno de ellos por su potencia de 10 y sumando los resultados, obtenemos el número 7 659.

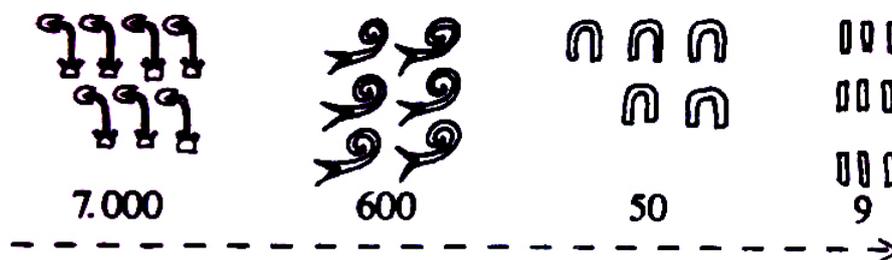


Figura 2.19: Representación del número 7 659 expresado en numeración jeroglífica egipcia.

A modo de ejemplo, se ilustran dos figuras que representan inscripciones jeroglíficas del Antiguo Egipto. La Figura 2.20 es una pintura jeroglífica que representa la fórmula de la ofrenda y los alimentos que se solía utilizar para el culto funerario de los difuntos. La Figura 2.21 es un extracto de los anales de Tutmosis III, donde se enumera el botín del año 29 de reinado de este faraón.



Figura 2.20: Estela de Nefertiabet en Gizeh. Actualmente se expone en el Museo de Louvre, París.



Figura 2.21: Extracto de los Anales de Tutmosis III en la cual se pueden visualizar la representación de los números 276 y 4622. En la actualidad se encuentra en el Museo de Louvre, París.

2.2.3. La escritura hierática

A diferencia de los artesanos egipcios, que usaban el sistema jeroglífico para representar los números sobre inscripciones monumentales, los escribas utilizaban una notación llamada «hierática».

La escritura jeroglífica solía utilizarse para fines decorativos y conmemorativos, mientras que la escritura hierática fue empleada para consignar cuentas corrientes, enumeraciones o inventarios, informes y testamentos, etcétera. Los escribas fueron simplificando el trazo hasta llegar a prácticamente signos cursivos; en la Figura 2.22 podemos ver cómo se representaban las diferentes unidades. Un ejemplo de representación de un número en este tipo de escritura es la Figura 2.23, la cual representa el mismo valor, 7 659, que representa la Figura 2.19.

1	∟	10	∟	100	—	1.000	∟
2	∟∟	20	∟	200	—	2.000	∟∟
3	∟∟∟	30	∟	300	—	3.000	∟∟∟
4	∟∟∟∟	40	∟	400	—	4.000	∟∟∟∟
5	∟	50	∟	500	—	5.000	∟∟∟∟
6	∟	60	∟	600	—	6.000	∟∟∟∟
7	∟	70	∟	700	—	7.000	∟∟∟∟
8	∟	80	∟	800	—	8.000	∟∟∟∟
9	∟	90	∟	900	—	9.000	∟∟∟∟

Figura 2.22: Cifras de base de la numeración hierática egipcia.

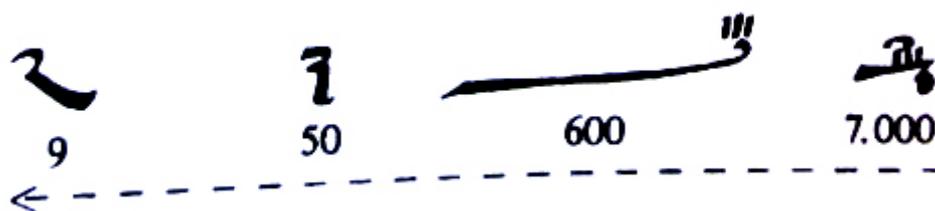


Figura 2.23: Representación del número 7 659 expresado en numeración hierática egipcia.

2.3 La numeración maya

2.3.1. La civilización maya

George Gheverghese Joseph nos explica en su libro «The crest of the Peacock» [8] que «hay un área de América Central cuya historia y cultura fueron modeladas por la civilización maya [...] Este área cubrió Belice, el centro y sur de México, Guatemala, El Salvador y partes de Honduras.» Por lo tanto, no es de extrañar que la civilización maya sea la que tiene más prestigio de todas las culturas precolombinas de América central. Durante el primer milenio d. C., los mayas alcanzaron altas posiciones en los dominios más importantes: el arte, la arquitectura, la educación, el comercio, las matemáticas, la escultura, etcétera.

La evidencia que se relaciona con la civilización maya precolombina proviene de las siguientes fuentes:

- Las inscripciones jeroglíficas que cubren las estelas³ que están repartidas por la región. Estas estelas fueron construidas cada ciclo *k'atun*, es decir, cada veinte años. La principal información que nos proporcionan son el día exacto de su construcción, los principales acontecimientos de los últimos veinte años desde su creación, y los nombres de sacerdotes o nobles que más predominaban. En la Figura 2.24 aparece la imagen de una de las estelas mejor conservadas de la civilización maya.



Figura 2.24: Estela H de Copán en Honduras perteneciente a la cultura maya.

³Monumentos formados por una piedra alta tallada de la cultura maya de la Mesoamérica antigua.

- Los jeroglíficos y las pinturas en paredes de cuevas y ruinas mayas que proporcionan información útil tanto de la vida cotidiana de los antiguos mayas como de sus conocimientos y actividades científicas.
- Los códices o manuscritos, que escaparon de las destrucciones de los conquistadores europeos, en cuya escritura se emplearon glifos⁴, los cuales no han podido ser descifrados aún en su totalidad. Se trata de una serie de manuscritos que se designan, normalmente, por el nombre de las ciudades donde se conservan:
 - El Códice de Dresde, conservado en la biblioteca estatal de Dresde, en Alemania. (Figura 2.26).
 - El Códice de Tro-Cortesiano o de Madrid, que forma parte de las adquisiciones del Museo de América de Madrid.
 - El Códice de París, que en la actualidad pertenece a la Biblioteca Nacional de París. (Figura 2.25).
 - El Códice de Grolier, el cual se mostró en el Club Grolier de Nueva York, por eso obtiene este nombre.



Figura 2.25: Códice de París perteneciente a la cultura maya.

⁴Trazo grabado en hueco o esculpido en relieve, también denominados *jeroglíficos*.

2.3.2. Las cifras significativas y el cero

Muchos de los manuscritos mayas fueron, prácticamente en su totalidad, destruidos por los inquisidores españoles. De hecho, «las únicas menciones numéricas que poseemos no se relacionan con la aritmética práctica, sino con la astronomía y el cómputo del tiempo.» [9]. Gracias al *Codex de Dresde*, el cual se puede ver en la Figura 2.26, se ha podido descubrir cierta información sobre el sistema posicional que utilizaban los mayas.



Figura 2.26: Códice de Dresde perteneciente a la cultura maya.

Un aspecto importante de este códice es que reveló la existencia de un sistema de notación de base 20. El valor de las cifras depende de su posición dentro del número, además contaba con un verdadero cero, del cual se desconoce el motivo por el cual tiene forma de concha o caparazón de caracol, en la Figura 2.28 se puede observar varias versiones del mismo, recopiladas de distintos manuscritos encontrados. Para las cifras del 1

al 19 se trataba de un sistema aditivo, basado en puntos y rayas, tal y como aparecen en la Figura 2.27.

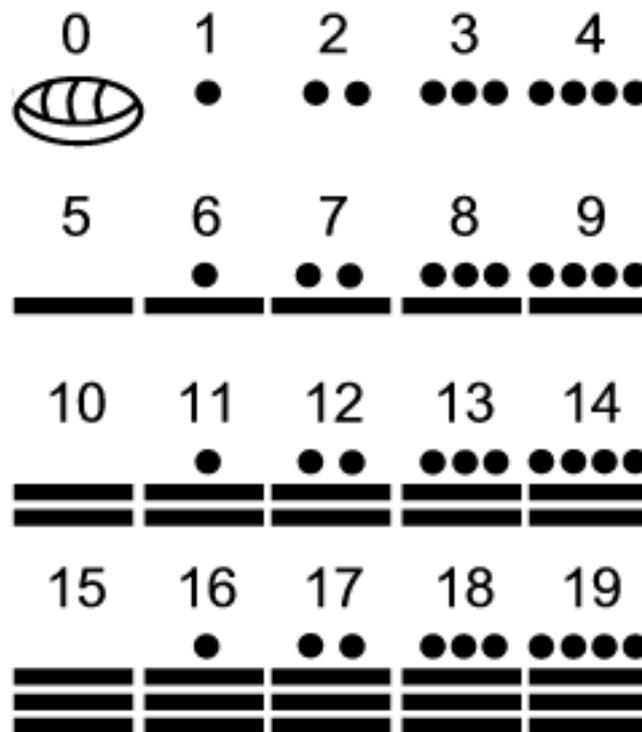


Figura 2.27: Cifras de base de la numeración maya.

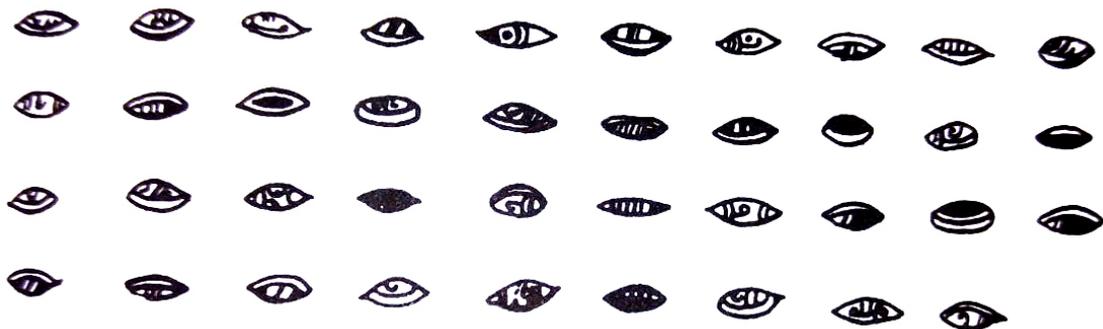


Figura 2.28: Diversas formas del glifo «cero» en la numeración maya.

Cada número superior a 20 se escribía sobre una columna vertical que comprendía tantos niveles como órdenes de unidades había, es decir, el nivel inmediatamente superior era equivalente a unos valores veinte veces mayores que los del nivel anterior. Para entenderlo mejor, vamos a observar la Figura 2.29. En la parte izquierda, en el primer rango de la representación tenemos el número 19, en el segundo rango el número 2, y en el tercer rango el número 19. Con ello obtenemos el número 7 659, el cual se obtiene de sumar 19 (primer rango) + 2×20 (segundo rango) + 19×20^2 (tercer rango).



Figura 2.29: Representación del número 7 659 expresado en numeración maya, a la derecha para representar fechas y a la izquierda para el resto de casos.

Sin embargo, hay una irregularidad cuando se utilizan para indicar fechas. En este caso las cifras que ocupaban el tercer nivel se multiplicaban por 18×20 (360), en lugar de 20×20 (400). Lo mismo ocurre con el cuarto nivel, se multiplicaría por 18×20^2 , en lugar de por 20^3 . Esta irregularidad se debe a que los calendarios mayas estaban formados por 360 días, el múltiplo de 20 más cercano a 365. Por lo tanto, para el cálculo de fechas se utilizaban un valor múltiplo de 360 en el tercer nivel mientras que para el resto de casos se utilizaba un valor múltiplo de 400. En la parte derecha de la Figura 2.29 podemos obtener el cálculo del mismo número, el 7 659, pero con esta irregularidad: 19 (primer rango) + 4×20 (segundo rango) + $1 \times 18 \times 20$ (tercer rango) + $1 \times 18 \times 20^2$, y simplificando obtenemos $19 + 80 + 360 + 7200 = 7659$.

Los mayas requerían de un signo para el cero con el cual indicar la ausencia de unidades de algún orden, debido a que cada cifra tiene un valor relativo según el lugar que ocupa. Es por ello que se debe evitar identificar la función del cero maya con la de nuestro cero actual. En la Figura 2.30 aparece representado el símbolo del cero en los rangos 1 y 3, para dar a conocer la ausencia de unidades en esos niveles.

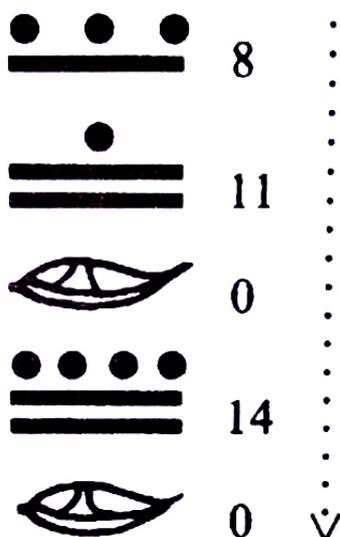


Figura 2.30: Representación de la numeración maya donde aparece el número cero en el primer y tercer rango para explicar que en esos niveles existe la ausencia de unidades.

2.4 El sistema de numeración griego

2.4.1. La numeración griega ática

Ian Stewart nos explica que «la geometría griega supuso una gran mejora sobre la geometría babilónica, pero no así la aritmética griega [...] Los griegos dieron un gran paso atrás; no utilizaban la notación posicional». [18] La numeración ática fue usada por los antiguos griegos desde el siglo V a.C. hasta los inicios de la era cristiana.

								
1	5	10	50	100	500	1.000	5.000	10.000

Figura 2.31: Cifras de base de la numeración griega ática.

El sistema ático se caracteriza porque, a excepción del caso de la barra vertical para representar la unidad, sus cifras representan las iniciales de los nombres griegos de los números correspondientes, es por ello que a este sistema también se lo conoce como sistema de numeración acrofónico. En la Figura 2.31 podemos observar qué símbolo corresponde a cada número:

- El número 1 es representado por una barra vertical.
- El número 5 representa la letra PI, inicio de la palabra (*Pénte*).
- El número 10 representa la letra DELTA, inicio de la palabra (*Déka*).
- El número 100 representa la letra ETA, inicio de la palabra (*Hékaton*).
- El número 1 000 representa la letra XI, inicio de la palabra (*Jilioi*).
- El número 10 000 representa la letra MY, inicio de la palabra (*Múriori*).

Por otro lado, los signos que se asocian a los números 50, 500, 5 000 y 50 000 están compuestos a partir del símbolo PI (5) junto a la correspondiente potencia de 10. En otras palabras, para quintuplicar el valor de una de las letras DELTA, ETA, XI o MY basta con colocarla en el interior de la letra PI (5).



Figura 2.32: Fragmento de una inscripción griega proveniente de Atenas.

En la Figura 2.32 podemos observar un fragmento de inscripción que data del siglo V a.C. En él se puede visualizar de un ejemplo de notación de este sistema de numeración.

Para la formación de cualquier número se utiliza el principio de adición, repitiendo hasta alcanzar cuatro cifras iguales aquellos símbolos que representen el número 1 o cualquier potencia de 10. Para entenderlo mejor se dispone de la Figura 2.33, en la cual aparecen cómo se representarían las 9 unidades básicas, las decenas, las centenas, las unidades de millar y las centenas de millar.

1	I	100	H	10.000	M
2	II	200	HH	20.000	MM
3	III	300	HHH	30.000	MMM
4	IIII	400	HHHH	40.000	MMMM
5	Γ	500	Ϟ	50.000	Ϟ
6	ΓI	600	ϞH	60.000	ϞM
7	ΓII	700	ϞHH	70.000	ϞMM
8	ΓIII	800	ϞHHH	80.000	ϞMMM
9	ΓIIII	900	ϞHHHH	90.000	ϞMMMM
10	Δ	1.000	χ		
20	ΔΔ	2.000	χχ		
30	ΔΔΔ	3.000	χχχ		
40	ΔΔΔΔ	4.000	χχχχ		
50	Ϟ ^Δ	5.000	Ϟ ^χ		
60	Ϟ ^Δ Δ	6.000	Ϟ ^χ χ		
70	Ϟ ^Δ ΔΔ	7.000	Ϟ ^χ χχ		
80	Ϟ ^Δ ΔΔΔ	8.000	Ϟ ^χ χχχ		
90	Ϟ ^Δ ΔΔΔΔ	9.000	Ϟ ^χ χχχχ		

Figura 2.33: Sistema de notación numérica de inscripciones del Ática.

A modo de ejemplo, se utiliza el mismo número que se ha utilizado en los apartados anteriores, el 7 659. En la Figura 2.34 vemos la unión de diferentes símbolos, cada uno de ellos representando un valor, y la suma de todos ellos nos da como resultado 7 659.

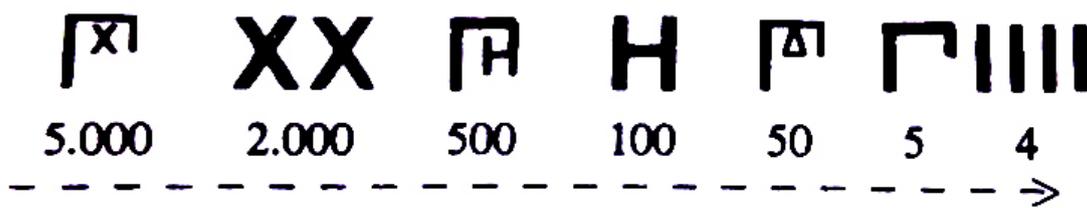


Figura 2.34: Representación del número 7 659 expresado en numeración griega ática.

2.4.2. El alfabeto griego

A partir del siglo IV a.C., el sistema ático había cambiado de nuevo, transformándose en un sistema prácticamente decimal, también denominado sistema jónico. A cada cifra del 1 al 9 se asignó una letra, a cada decena otra, y cada centena otra letra para cada una. De forma que se obtuvo un sistema formado por 27 símbolos, los cuales se pueden ver en la Figura 2.35.

A	B	Γ	Δ	E	Ϛ	Z	H	Θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	K	Λ	M	N	Ξ	O	Π	Ϛ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
P	Σ	T	Υ	Φ	X	Ψ	Ω	Ϟ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Figura 2.35: Cifras de base de la numeración griega alfabética.

Para escribir números mayores a 999 se podían utilizar los mismos símbolos mencionados anteriormente pero colocando un trazo delante del mismo, de esta manera multiplicaríamos el valor de ese símbolo por 1 000.

En comparativa al sistema acrofónico, podemos mirar la Figura 2.36, la cual representa el número 7 659, y podemos observar que se ha utilizado la letra Z (valor 7) con un trazo delante de este para multiplicar su valor 1 000, convirtiendo el símbolo en otro con un valor de 7 000.

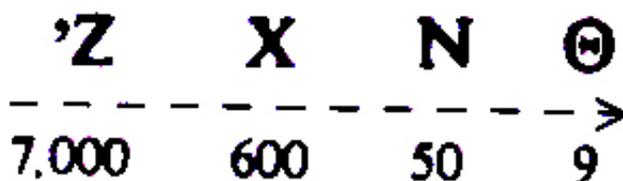


Figura 2.36: Representación del número 7 659 expresado en numeración griega alfabética.

2.5 Los números romanos

2.5.1. Grafismos iniciales

La numeración romana es un sistema que apareció y tuvo su mayor esplendor en la Antigua Roma, siendo utilizado en todo el Imperio Romano, además este sistema se

sigue utilizando en algunos ámbitos. Sin embargo, los grafismos que se utilizan no siempre fueron como los conocemos. En la Figura 2.37 se muestran las formas más antiguas que se conocen de los números romanos las cuales no tenían nada que ver con las letras alfabéticas.

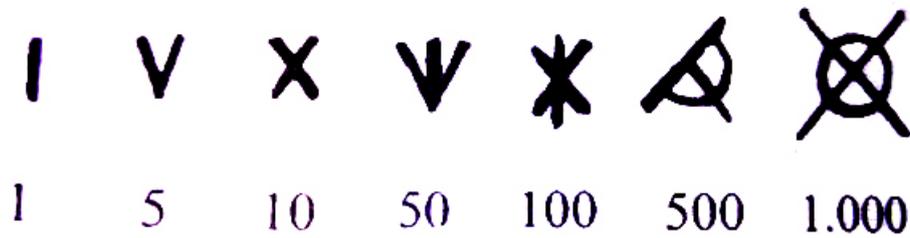


Figura 2.37: Grafismos originales que se utilizaron en el sistema de numeración romano.

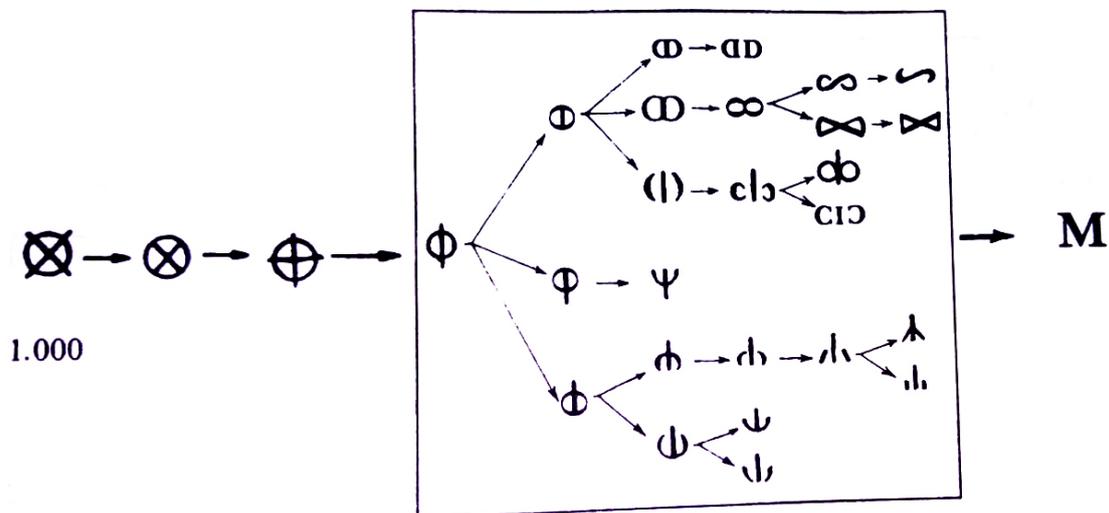
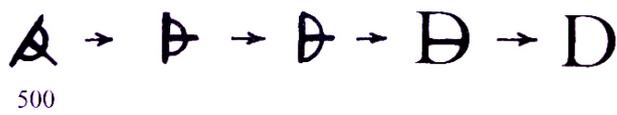
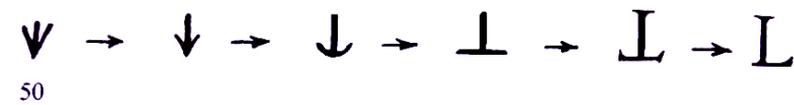


Figura 2.38: Transformaciones de los grafismos originales de la numeración romana.

Estos grafismos sufrieron una serie de modificaciones hasta alcanzar el sistema romano más conocido de todos, esos cambios se pueden ver en la Figura 2.38 y son los siguientes:

- La unidad, representada anteriormente por un trazo vertical, fue cambiada por la letra I.
- El número 5, debido a su clara forma, fue remplazado por la letra V.

- La misma explicación del número 5 se puede aplicar a la decena, su similitud con la letra X fue la que hizo que se transformara en esta letra.
- La cincuentena, la cual estaba representada por un ángulo agudo acompañado de un trazo vertical, fue evolucionando hasta ser convertida en la letra L.
- La cifra primitiva de la centena, que era una cruz cortada por un trazo vertical, fue separada en sus diferentes líneas que la formaban, quedando transformada finalmente por la letra C por la similitud de una de sus líneas y por coincidir con la inicial del término latino *centum* («cien»).
- El número 500, anteriormente representado por un semicírculo de aspecto particular, sufrió una rotación de 45 grados hacia la izquierda y una evolución posterior hasta transformarse completamente en la letra D.
- El millar, el cual era un círculo cortado por una cruz, sufrió una transformación más complicada de entender, ya que hubo diferentes versiones de este símbolo hasta alcanzar, finalmente, la forma de la letra M, coincidiendo con el inicio del término *mille*.

2.5.2. Las cifras romanas

Como muchos de los sistemas de numeración de la Antigüedad, la formación de los números romanos seguían el principio aditivo, aunque no se podía poner una misma letra más de tres veces seguidas, a pesar de que en los principios de esta numeración se utilizaban más de tres letras seguidas. Las cifras utilizadas eran independientes unas de otras, pero su yuxtaposición implicaba, de forma general, la suma de sus valores.

Sin embargo, los romanos complicaron su sistema aplicando una regla por la que «*todo signo numérico colocado a la izquierda de una cifra de valor superior se resta*» [9]. De esta manera se forman los siguientes números:

- IV en lugar de IIII para representar el 4 ($= 5 - 1$).
- IX en lugar de VIIII para representar el 9 ($= 10 - 1$).
- XL en lugar de XXXX para representar el 40 ($= 50 - 10$).
- XC en lugar de LXXXX para representar el 90 ($= 100 - 10$).
- CD en lugar de CCCC para representar el 400 ($= 500 - 100$).
- CM en lugar de DCCCC para representar el 900 ($= 1\ 000 - 100$).

VIĪ DCLIX

Figura 2.39: Representación del número 7659 expresado en numeración romana.

Cuando se trata de números iguales o mayores al 4000, se puede colocar una línea horizontal por encima de la primera o primeras letras. Esta línea representa que la base de la multiplicación es por 1000. Por ejemplo, podemos observar la Figura 2.39, en la cual tenemos el número 7 (VII) con una línea horizontal encima, donde se multiplica su

valor por 1 000, es decir, representa el 7 000. El resto de cifras se deben sumar, teniendo en cuenta que las dos últimas letras hacen referencia al número 9 ($IX = 10 - 1$), tal y como se ha explicado en la regla anterior.

CAPÍTULO 3

El entorno de programación Scratch

En este capítulo se describe el entorno de programación Scratch. Se destaca el porqué de su elección, se habla del origen y evolución del proyecto, la finalidad que busca y el funcionamiento de la herramienta.

3.1 Por qué elegir Scratch

Para la realización de este proyecto, se ha decidido utilizar Scratch como herramienta para la elaboración de las aplicaciones didácticas debido a los siguientes motivos:



Figura 3.1: Logo y lema de Scratch: «Imagina, programa y comparte».

- **Facilidad de uso.** Scratch ofrece la posibilidad de programar tanto a usuarios expertos como a usuarios que se están iniciando en la programación. El formato de arrastre de bloques de código que se conectan entre sí permite la fácil interpretación y se evita la necesidad de grandes conocimientos de programación.
- **Plataforma muy desarrollada.** La aplicación y la web se actualizan constantemente y están disponibles en más de 40 idiomas.
- **Trabajo colaborativo.** Todos los usuarios de la plataforma pueden, no solo ver los programas creados por el resto de usuarios, sino también modificar dichos programas, permitiendo mejorar las aplicaciones.

- El componente social.** La plataforma Scratch permite el registro de usuarios para poder crear proyectos, compartirlos, comentarlos y valorarlos. Este es el motivo por el cual el lema de Scratch es «*Imagina, programa y comparte*», dicho lema aparece en la Figura 3.1. La plataforma cuenta con más 29 millones de proyectos compartidos¹ y más de 25 millones de usuarios registrados². En la Figura 3.2 podemos ver una gráfica de la evolución del número de proyectos y usuarios a lo largo de los años, destacando su gran crecimiento en la actualidad.

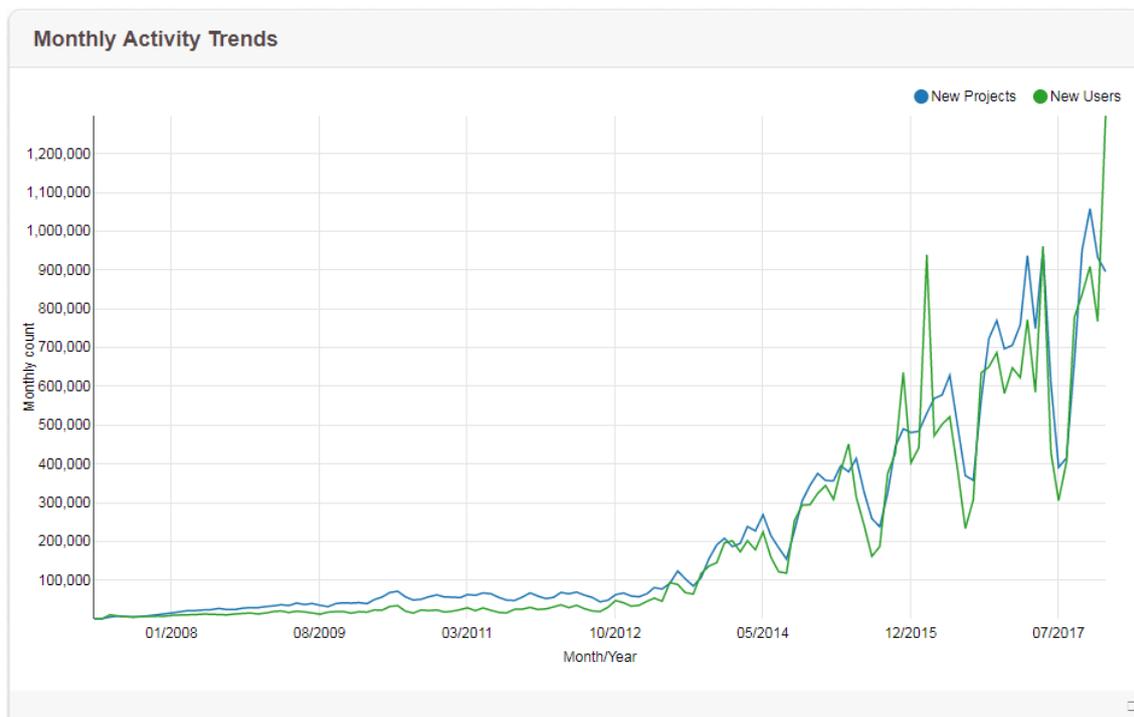


Figura 3.2: Tendencias de actividad mensual en Scratch: proyectos y usuarios.

- Editor online y offline.** La página web de Scratch cuenta con su propio editor de programación, de forma que se pueda utilizar en cualquier lugar. Además, desde la web se puede descargar la versión de escritorio, para trabajar sin necesidad de estar conectado a la página.
- Gratuito.** La plataforma Scratch es completamente gratuita para los usuarios que la utilizan.

3.2 Proyecto Scratch

Scratch es una plataforma gratuita de programación visual orientada para que estudiantes, escolares y profesores aprendan a programar gracias a la creación de historias, juegos, animaciones y otro tipo de aplicaciones. Scratch también pretende fomentar la creatividad, el razonamiento sistemático y el trabajo colaborativo, ya que, además de su versión de escritorio, cuenta con una versión online en la que los usuarios pueden visualizar y modificar los proyectos del resto de usuarios. La plataforma Scratch es accesible desde su página web <https://scratch.mit.edu/>, cuya portada es la que se muestra en la Figura 3.3.

¹29 503 949 proyectos compartidos según la página web de Scratch consultada en marzo de 2018.

²25 788 749 usuarios registrados según la página web de Scratch consultada en marzo de 2018.

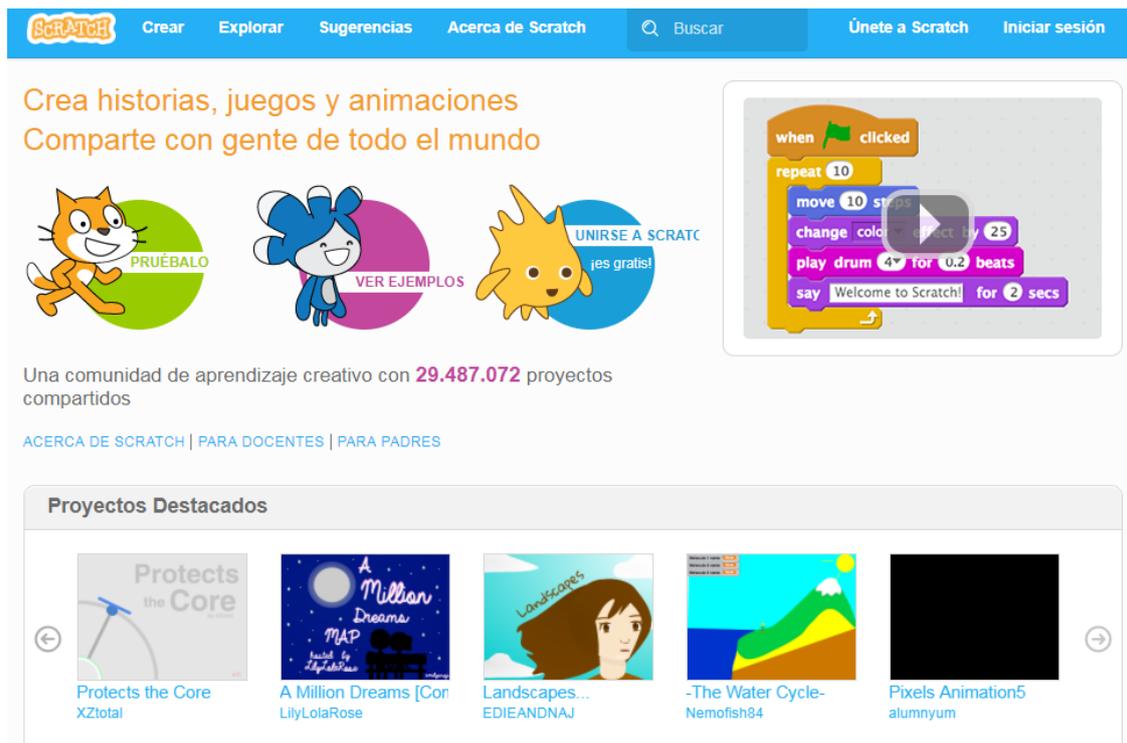


Figura 3.3: Portada de inicio de la página web de Scratch.

En proyecto Scratch surge en el año 2003 gracias al grupo de investigación *Lifelong Kindergarten* del MIT Media Lab, liderado por Mitch Resnick. La idea de crear este proyecto surge de los pensamientos de los participantes del grupo: afirman que el mundo actual está cambiando más rápido que nunca, y que los niños deben crecer aprendiendo a diseñar, expresarse y a usar su creatividad. Mitch lo afirma de la siguiente forma en su artículo: «El conocimiento por sí solo no es suficiente: deben aprender a usar su conocimiento de forma creativa» [16]. Mitch Resnick se basó en las ideas de Seymour Papert y en su concepto de programación en bloques de LEGO (Figura 3.4) para desarrollar la plataforma en la que los niños pudieran jugar y desarrollar sus capacidades intelectuales.



Figura 3.4: Mitchel Resnick y bloques de LEGO.

El término «*Scratch*» proviene de la música hip hop: El «*scratching*» es una técnica utilizado por el *disk jockey* (DJ) que consiste en reproducir los vinilos hacia delante y hacia atrás con sus manos, de manera que, experimentando, crea clips de música de forma creativa. Scratch pretende hacer algo parecido, mezclando animaciones, gráficos, imágenes y sonidos busca crear aplicaciones personales y creativas.

La herramienta de trabajo Scratch es un proyecto de desarrollo cerrado y código abierto. Se dice que es de desarrollo cerrado ya que se reserva la elaboración de la versión estándar, sin buscar la contribución de la comunidad de usuarios. Por otra parte, se trata de código abierto puesto que en un futuro el equipo pretende liberar el código fuente, de manera que los usuarios puedan modificar y extender el programa.

Scratch se lanzó oficialmente en el año 2007, cuya versión original fue la 1.0 y se trataba de la versión de escritorio. En el año 2013 surge la versión 2.0 de Scratch, la cual permitía crear, editar y ver los proyectos directamente en un navegador Web, sin necesidad de descargar e instalar ningún programa [12]. Esta es la versión que se sigue utilizando a día de hoy, sin embargo se ha anunciado la versión de Scratch 3.0 para agosto de 2018. Para mayor información sobre el anuncio se puede visitar el enlace https://wiki.scratch.mit.edu/wiki/Scratch_3.0.

3.3 Finalidad de Scratch

Scratch fue desarrollado con la intención de que los usuarios inexpertos en el campo de la programación pudieran aprender de una forma interactiva, creativa y didáctica. Utilizando Scratch se pretende mejorar las habilidades necesarias para resolver problemas, diseñar nuevos proyectos y comunicar las ideas.

El objetivo principal es la creación de una herramienta que sea atractiva para aquellos usuarios que no tienen experiencia en la programación. Por lo tanto la herramienta debe ser sencilla e intuitiva para que cualquier usuario tenga la oportunidad de crear historias o juegos y compartirlos.

Las principales características de Scratch se pueden resumir en los siguientes puntos:

- **Más aprendizaje.** Para que la gente aprenda mejor debe trabajar en proyectos que sean personales y que además le resulten significativos, de esta forma se asimilan mejor los conceptos. Para ello Scratch hace uso de dos conceptos esenciales de diseño:
 - *Personalización.* Scratch permite la importación de imágenes, sonidos o vídeos para aumentar las posibilidades de que el usuario haga la aplicación con la mayor precisión y una apariencia más cercana a sus ideas. Además, ofrece la posibilidad de crear nuestros propios objetos mediante la herramienta «Dibujar objeto nuevo», ver la Figura 3.5.
 - *Diversidad.* La herramienta permite que el rango de gente que pueda utilizarla sea el mayor posible, ya que no limita las creaciones a realizar. Scratch da soporte para la libre elección de realizar animaciones, juegos, simulaciones, historias. . .

Por otro lado, la utilización de gráficos 2D, en lugar de utilizarlos en 3D, hace que sea más fácil para los usuarios manejar la herramienta, ya que la manipulación es más sencilla en un entorno 2D.

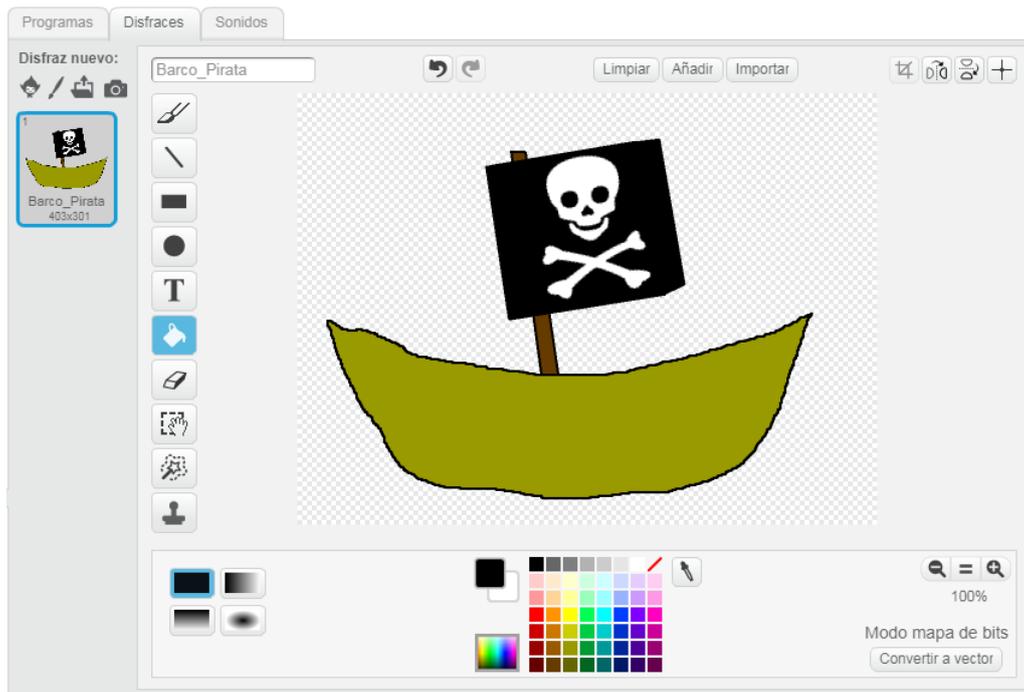


Figura 3.5: Barco pirata creado mediante la herramienta «Dibujar objeto nuevo» en Scratch.

- Más facilidad de uso.** La forma de programar en Scratch consiste en arrastrar bloques de código agrupándolos según su función. Si la conexión es correcta, los bloques quedarán conectados, sino, los bloques se separarán. Los bloques son de distinto color y forma según la función que realicen. La herramienta permite la manipulación de un conjunto de bloques a la vez, de manera que se puede observar el efecto que este produce incluso cuando el programa se está ejecutando. De esta manera se permite que la forma de programar sea muy interactiva con el usuario.
- Más social.** Uno de los principales aspectos para Scratch es estar en contacto con los usuarios, creando una comunidad donde se pueda colaborar, opinar y modificar el trabajo del resto de usuarios.

Una vez el usuario ha presionado la opción «Compartir» (Figura 3.6), cualquier usuario puede acceder a la aplicación, visualizarla, dejar comentarios³ y modificarla. Según las estadísticas obtenidas de la web de Scratch, más o menos el 30% de proyectos que hay en los últimos años son modificaciones o ampliaciones de otros proyectos (Figura 3.7).

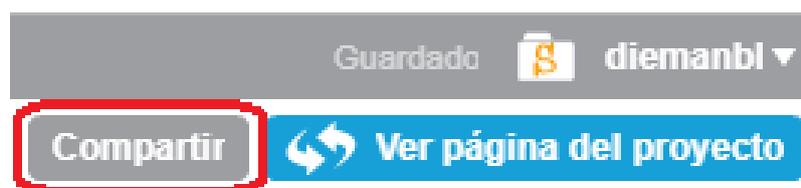


Figura 3.6: Botón de Compartir en Scratch.

³146 984 676 comentarios escritos en los proyectos según la página web de Scratch consultada en marzo de 2018.

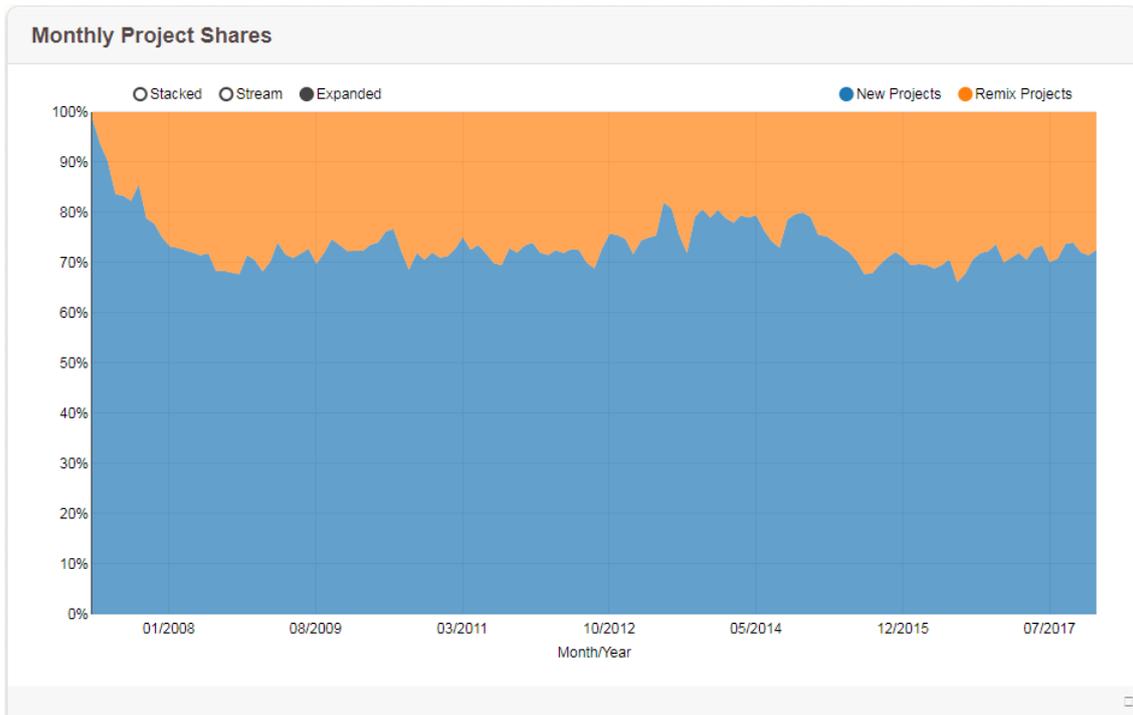


Figura 3.7: Modificaciones de proyectos mensual en Scratch durante los últimos años.

3.4 Scratch y el pensamiento computacional

El pensamiento computacional, es decir, el *computational thinking*, es un concepto definido por Jannete Marie Wing y lo define como «procesos de pensamiento involucrados en formular problemas y encontrar soluciones, de manera que éstas estén representadas tal que puedan llevarse a cabo por un agente que procesa información (humano o máquina)» [20].

El pensamiento computacional de Scratch se basa en los siguientes conceptos: condicionales, datos, eventos, iteración, operadores, paralelismo y secuencia. Scratch también pretende adaptar ciertas prácticas para el pensamiento computacional. Busca focalizarlas en cómo aprendes los conceptos, es decir, centrándose en cómo estás aprendiendo y no en qué estás aprendiendo. Las prácticas son las siguientes:

- **Abstraer, modular y modelizar.** Se crean modelos para gestionar la complejidad.
- **Divide y vencerás.** Ser incremental en la búsqueda de soluciones.
- **Probar y depurar.** También llamado «Prueba y error». Se da lugar a una primera prueba, y en caso de que aparezca un error se corrige.
- **Reusar y remezclar.** Se procede a reutilizar elementos que ya tenemos, para evitar tener que empezarlos de nuevo.

La conclusión del pensamiento computacional es que se trata de una habilidad para resolver problemas difíciles de manera algorítmica. Otra de sus ventajas es que ayuda a mejorar la eficiencia de los procesos. El concepto fue utilizado por primera vez por Seymour Papert en 1996, y se puede aplicar a todas las disciplinas que existen, no solo a la informática.

3.5 Entorno de programación en Scratch

En esta sección se va a comentar los diferentes paneles de trabajo que dispone Scratch, cómo están organizados, qué funciones realizan y sus utilidades.

3.5.1. Interfaz

Tal y como se ha comentado en las primeras secciones de este capítulo, Scratch cuenta tanto con una versión online como una de escritorio. Para la realización de este proyecto se ha utilizado la versión online, y será esta la versión que será explicada. Para ello haremos uso de la Figura 3.8.

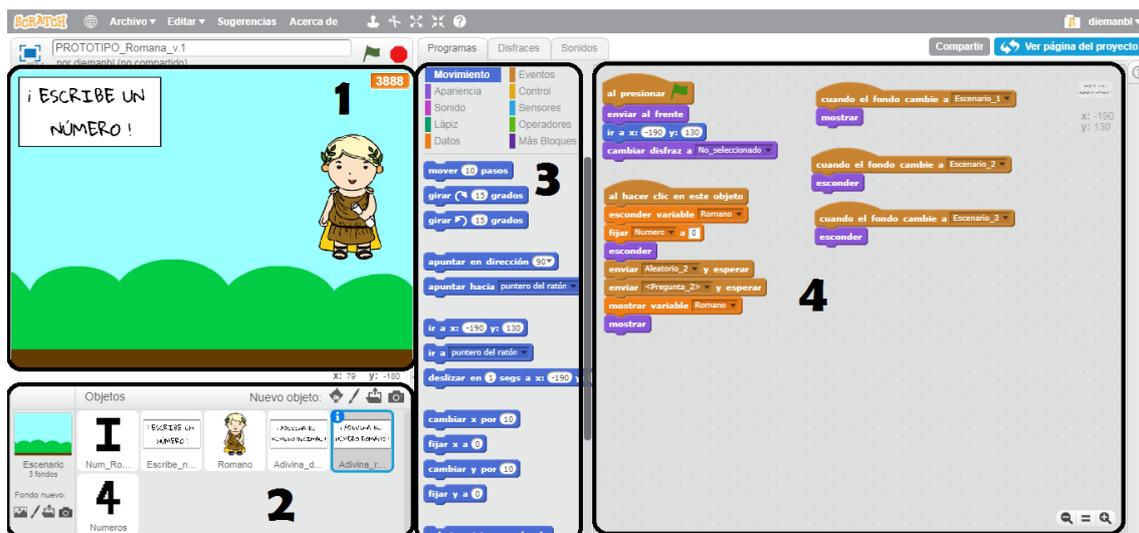


Figura 3.8: Interfaz de la versión online de la plataforma Scratch.

Los diferentes elementos que forman la interfaz de Scratch son los siguientes:

- **Escenario.** Es la zona de la interfaz donde se observa el resultado de la programación que se ha realizado. Para observar el resultado debemos pulsar la bandera verde que está justo encima del escenario. El escenario corresponde con la zona marcada con un 1 en la Figura 3.8. Cuenta con unas dimensiones de 480 píxeles de ancho y 360 píxeles de alto, y se trata de un plano cartesiano XY.
- **Espacio de objetos.** Podemos observar esta zona en la parte inferior izquierda de la Figura 3.8, señalada con un 2. En este espacio se pueden observar los diferentes objetos (personajes, símbolos, elementos) y escenarios que vamos a utilizar, además de las herramientas para poder crearlos o importarlos.
- **Paleta de bloques.** Esta parte está compuesta por la zona marcada con un 3 en la Figura 3.8. En la parte superior aparece un listado con los diferentes tipos de bloques, y al seleccionar uno de los tipos nos aparecen los diferentes bloques que se pueden utilizar del mismo tipo, los cuales aparecen en la parte inferior.
- **Área de programa.** La zona de la derecha de la interfaz hace referencia al área de programa, en la Figura 3.8 es la parte marcada con un 4. En este área es donde se programa, los bloques se arrastra de la paleta de bloques hasta esta zona, y si la sintaxis es correcta, se permite la unión entre diferentes bloques. Si dos bloques no son compatibles no se podrán unir. Además, se puede mover, eliminar o duplicar un conjunto de instrucciones (bloques), sin necesidad de tener que ir bloque a bloque.

3.5.2. Panel de objetos

Uno de los paneles más importantes que tiene Scratch es el panel de objetos. En este panel se encuentran todos los objetos necesarios para llevar a cabo nuestro proyecto. A cada objeto se le asigna todos los fragmentos de código que le corresponden, esto se diferencia de otros lenguajes de programación ya que Scratch busca que el usuario que esté haciendo un proyecto tenga localizado en todo momento el código relacionado con los objetos.

Esto ofrece ventajas a los usuarios que no están muy experimentados en el mundo de la programación, pues asocian parte del código con el objeto correspondiente, además de que hay una imagen para reconocerlos.

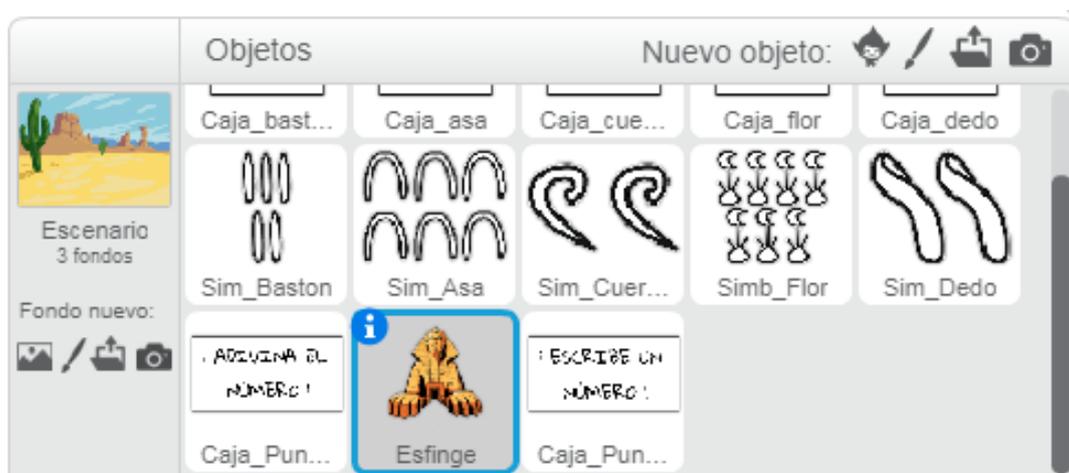


Figura 3.9: Panel de Objetos en Scratch.

Los objetos se pueden crear de 4 formas distintas, que se pueden observar en la parte superior derecha de la Figura 3.9. La primera de las formas es mediante la biblioteca que ofrece Scratch, en ella aparecen objetos predeterminados, clasificados según distintas temáticas. La segunda de las formas es la de crear un nuevo objeto, la cual nos permite crear nuestro propio objeto dibujando en el panel de dibujo que aparece. La tercera forma es importar nuestros propios objetos, los cuales podemos obtener desde cualquier página web. La última opción es capturar imágenes mediante la cámara de nuestro ordenador.

Al seleccionar un objeto, nos aparecerá en el área de programa el código asociado a ese objeto en la pestaña «Programas». Además, nos aparecerá otras pestañas llamadas «Disfraces» y «Sonidos» de las cuales hablaremos más adelante. Por otro lado, al seleccionar un objeto, se rodea de un marco azul y aparece un símbolo con la letra "i", en la Figura 3.9 se puede observar. Si presionamos nos aparecerá información relacionada con ese objeto, en la que podremos cambiar el nombre, el estilo de rotación, si puede ser arrastrado o si se desea que esté visible. En la Figura 3.10 podemos ver la información relacionada a un objeto.

La última de las funciones que aparece en este panel se encuentra en la parte izquierda, y hace referencia a los escenarios. Las opciones para la creación de escenarios son las mismas que las que se utilizan para crear objetos.



Figura 3.10: Panel de Objetos en Scratch.

3.5.3. Panel de programas

La diferencia de Scratch con otros lenguajes de programación es que en esta herramienta no se utilizan líneas de código; en su lugar se incluyen bloques que han sido predefinidos por su propio lenguaje. Su comportamiento es similar a los bloques de LEGO, y cada bloque simula una característica básica de un lenguaje de programación. En la Figura 3.11 podemos ver algunos de los bloques pertenecientes a los bloques de movimiento.

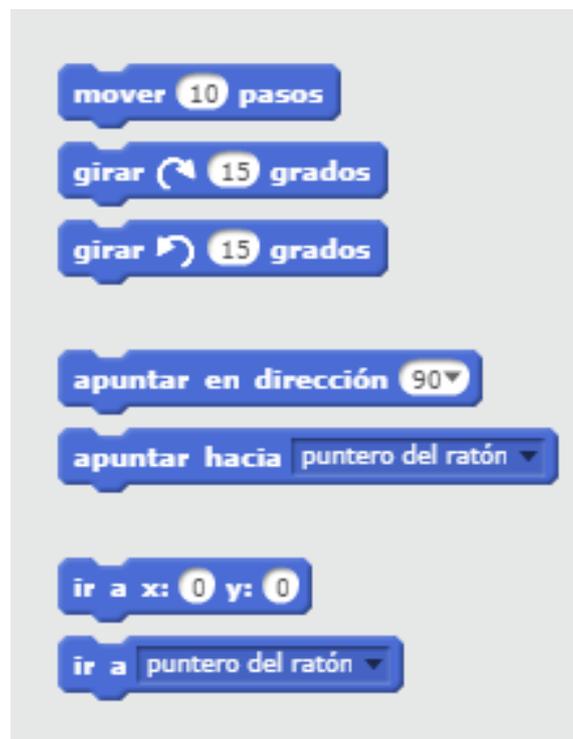


Figura 3.11: Ejemplos de bloques de movimiento en Scratch.

Los bloques que son del mismo color significan que pertenecen al mismo tipo de bloque, haciendo que el usuario se familiarice con los diferentes colores y se le facilite la programación. Los tipos de bloques existentes son los siguientes (Figura 3.12):

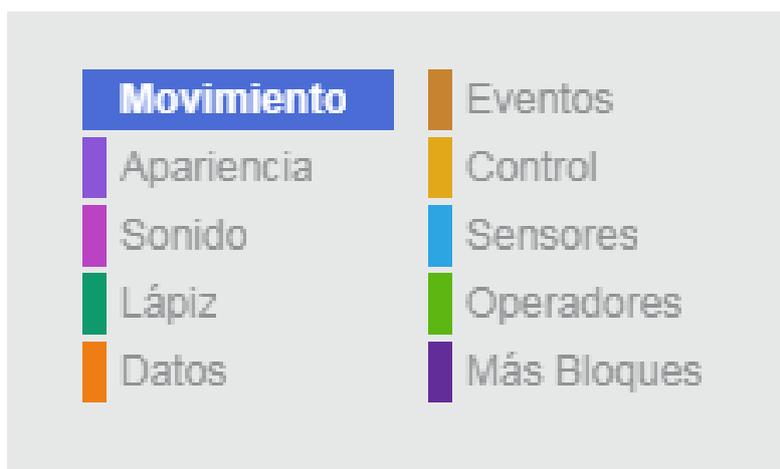


Figura 3.12: Panel de Programas en Scratch.

- **Movimiento.** Relacionados con el movimiento de objetos. Permite posicionar el objeto en un punto del escenario, desplazarlo o cambiar su ángulo de orientación, entre otras opciones.
- **Apariencia.** Estos bloques permiten cambiar la apariencia del objeto, desde cambiar sus disfraces, ocultar o mostrar el objeto o establecer efectos en ellos.
- **Sonido.** Hacen referencia a aquellos bloques que permiten accionar sonidos, cambiar el volumen o detener la música.
- **Lápiz.** Permiten dibujar en el escenario desde el objeto donde se ha implementado. Se pueden cambiar el grosor o el color de la línea.
- **Datos.** Son bloques en los cuales se pueden declarar variables y cambiar sus valores.
- **Eventos.** Son los que se encargan de gestionar todos los eventos de los conjuntos de instrucciones, de forma que pueden inicializar el resto de conjuntos. Permiten el envío y recepción de mensajes,
- **Control.** Estos bloques son muy importantes ya que gestionan el flujo de tiempo. Hacen la función de bucles y condicionales de los lenguajes de programación. Además pueden ser utilizados para crear clones de los objetos.
- **Sensores.** Permiten detectar diferentes situaciones durante la ejecución del proyecto, por ejemplo si una tecla está pulsada o si el ratón está pulsado.
- **Operadores.** Este tipo de bloques son los que hacen referencia a los operadores algebraicos, como la suma, la resta o la multiplicación.
- **Más bloques.** Estos bloques están dedicados para aquellos usuarios que tienen más experiencia con la herramienta. El usuario puede crear sus propios bloques a partir de los bloques que ofrece Scratch.

La lista anterior hace referencia únicamente a los tipos de bloques. Para conocer en profundidad cada uno de los bloques de cada tipo se recomienda visitar la siguiente referencia [12] desde la página 15.

3.5.4. Panel multimedia

En una de las secciones anteriores hemos mencionado que al seleccionar un objeto nos aparecían tres pestañas. En esta sección hablaremos sobre la pestaña que permite la edición de disfraces y la pestaña que permite la edición de sonidos.

- **Disfraces.** En esta pestaña podemos crear diferentes versiones de los objetos, en las que se permite cambiar la forma, color, tamaño, etcétera. En la Figura 3.13 podemos observar un objeto cuyos disfraces corresponden a las letras utilizadas en los números romanos.

Al igual que con los objetos, existen cuatro formas para crear disfraces: La primera forma es utilizar los diferentes disfraces que nos proporciona la biblioteca de Scratch. La segunda de las formas es crear los disfraces desde cero. La tercera forma es importar nuestros propios disfraces⁴, lo cuales podemos crear en otras herramientas de nuestro ordenador u obtener los disfraces de nuestro disco duro. La cuarta y última forma es hacer una foto desde la cámara del ordenador.

Gracias a los diferentes disfraces de un objeto se pueden crear animaciones para cada objeto. Mediante los bloques de apariencia podremos cambiar los disfraces del objeto. Además, Scratch permite que podamos duplicar los disfraces, e incluso que guardemos una copia del mismo en nuestro ordenador.

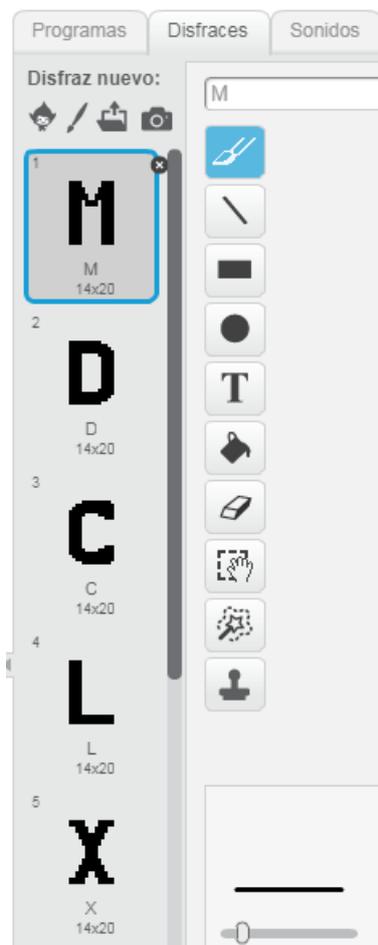


Figura 3.13: Panel de Disfraces en Scratch: números romanos.

⁴Si importamos un GIF se creará un disfraz por cada imagen que aparezca en el GIF.

- **Sonidos.** Al igual que el panel de programas y el panel de disfraces, cada objeto tiene su propio panel de sonidos, podemos observar un ejemplo en la Figura 3.14. En este panel se pueden controlar los diferentes sonidos que queremos asociar a un determinado objeto, permitiendo que el sonido se reproduzca en el momento de la ejecución que queramos. Además podemos modificar la duración del sonido, recortarlo o añadirle efectos.

Las tres formas de obtener sonidos es utilizar los que proporciona la biblioteca Scratch, grabarlos en el momento mediante el micrófono del ordenador o importar los desde nuestro ordenador.



Figura 3.14: Panel de Sonidos en Scratch.

CAPÍTULO 4

Implementación de los sistemas de numeración en Scratch

Este capítulo está dedicado para explicar cómo se han implementado las aplicaciones en el lenguaje Scratch y cuál es su funcionamiento. Se ha creado un total de cinco aplicaciones, una por cada sistema de numeración estudiado, donde algunas de las funciones de las aplicaciones son comunes. Sin embargo, la formación de los números y los símbolos o algunos modos de juegos difieren de una aplicación a otra.

4.1 Organización del menú principal

Para la implementación de las interfaces de las aplicaciones se han seguido las reglas claves para el desarrollo de interfaces webs, permitiendo crear aplicaciones que sean fáciles de aprender e intuitivas, debido a que están destinadas para, principalmente, alumnos de primaria y secundaria. El objetivo es que el usuario sea capaz de interactuar con la aplicación sabiendo en todo momento lo que está haciendo.



Figura 4.1: Menú principal de la aplicación en Scratch sobre el sistema de numeración egipcio.

La interfaz principal de cada aplicación, es decir, el menú principal, consta de diferentes elementos, los cuales se pueden ver en la Figura 4.1. Los elementos que la forman son los siguientes:

- **Título.** Da nombre a la aplicación y varía según el sistema de numeración que vaya a ser utilizado en dicha aplicación.
- **Fotografía.** Es una imagen en la que se observa un ejemplo real del sistema de numeración correspondiente a la aplicación.
- **Botones.** Son cinco botones que permiten un enlace a otra interfaz dentro de la aplicación. Si el ratón se posiciona sobre cualquier botón dentro del juego, su color variará. Por ejemplo en la Figura 4.3 podemos observar el botón «Menú principal» sin la flecha del ratón sobre él, pero en la Figura 4.4 la flecha está sobre el botón, haciendo que este cambie de color. Por último, en la Figura 4.2 tenemos el código que permite efectuar el cambio de color.
- **Símbolos.** En la parte inferior de la pantalla aparecen tres símbolos que hacen referencia al logo de la «Universitat Politècnica de València», al logo de la «Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática» y al logo del «Museo de Informática».



Figura 4.2: Fragmento de código que permite el cambio de color en el botón «Menú principal». El disfraz número 1 hace referencia al disfraz sin seleccionar, mientras que el disfraz número 2 da lugar al seleccionado. Se cambia el color del botón cuando el puntero está encima de este.

4.2 Opciones de las aplicaciones

En la sección anterior se ha mencionado que en el menú principal existen cinco botones. Cada botón transforma la interfaz en otra distinta, la cual puede ser un modo de juego o simplemente información útil. Comenzaremos a explicar los dos últimos botones que se observan:

- **Ayuda.** Este botón lleva al usuario a una imagen en la cual aparece una pequeña explicación del uso de los tres modos de juego diferentes que tiene cada aplicación. El usuario tendrá que hacer clic sobre el botón «Menú principal» para regresar a la interfaz principal.

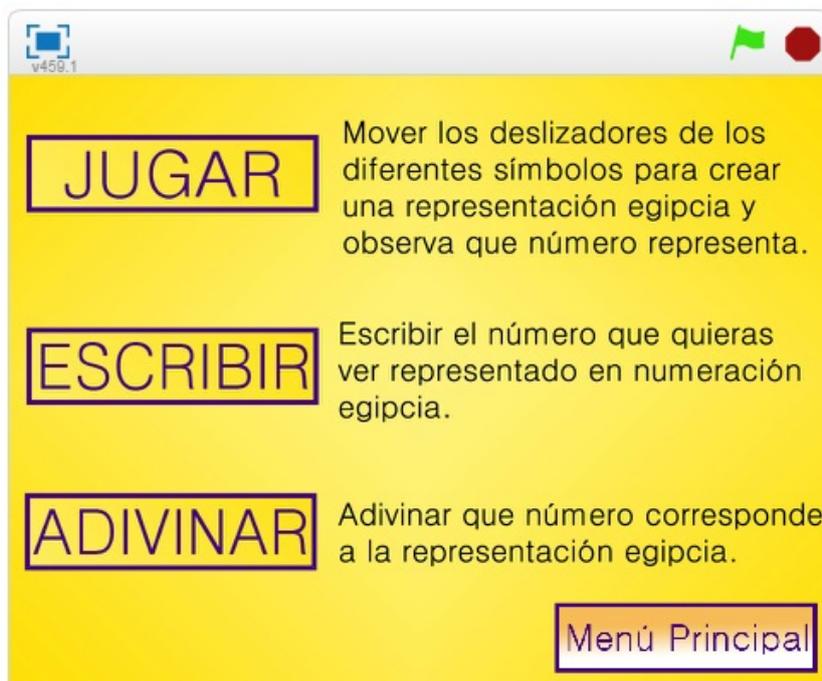


Figura 4.3: Interfaz que muestra una pequeña explicación sobre los diferentes modos de juego de la aplicación, en este caso, del sistema de numeración egipcio.

- Créditos.** Al pulsar en este botón, el usuario podrá observar otra interfaz diferente en la cual aparece la siguiente información: el nombre del creador de la aplicación, el nombre del tutor del trabajo final de grado y los enlaces a las webs correspondientes al «Museo de Informática» y a la «Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática». El usuario deberá pulsar el botón «Menú principal» para regresar a la pantalla principal. Esta interfaz es igual para todas las aplicaciones.



Figura 4.4: Interfaz que muestra los créditos de la aplicación, y en ella aparecen los nombres del creador y del tutor y los enlaces correspondientes a las webs.

Sin embargo, los principales botones son los tres primeros que aparecen en la Figura 4.1, ya que son aquellos que permiten jugar con los símbolos y números de los sistemas de numeración. Los botones correspondientes son:

- **Jugar.** Este botón es el más diferentes de los tres, ya que el modo de juego al que lleva difiere de una aplicación a otra. Es por ello que no se explica en este apartado, sino en la siguiente sección, en la cual se habla de cada una de las aplicaciones de forma individual.
- **Escribir.** Este modo de juego tiene un funcionamiento bastante sencillo, utilizaremos la Figura 4.5 para entenderlo mejor: lo primero que aparece es una interfaz dónde hay un botón que dice «¡Escribe un número!». Al hacer clic en él, el personaje correspondiente a cada aplicación nos indicará que escribamos el número que queremos ver representado. Si está dentro de los límites (este límite varía según el sistema de numeración) aparecerá la representación simbólica correspondiente al número elegido. Si el número no está dentro de los límites o no corresponde a un número entero, el personaje nos indicará el error y tendremos que volver a empezar. Una vez representado, el usuario podrá regresar al menú principal o, si lo desea, volver a hacer clic en el botón para elegir un nuevo número y ver otra representación.

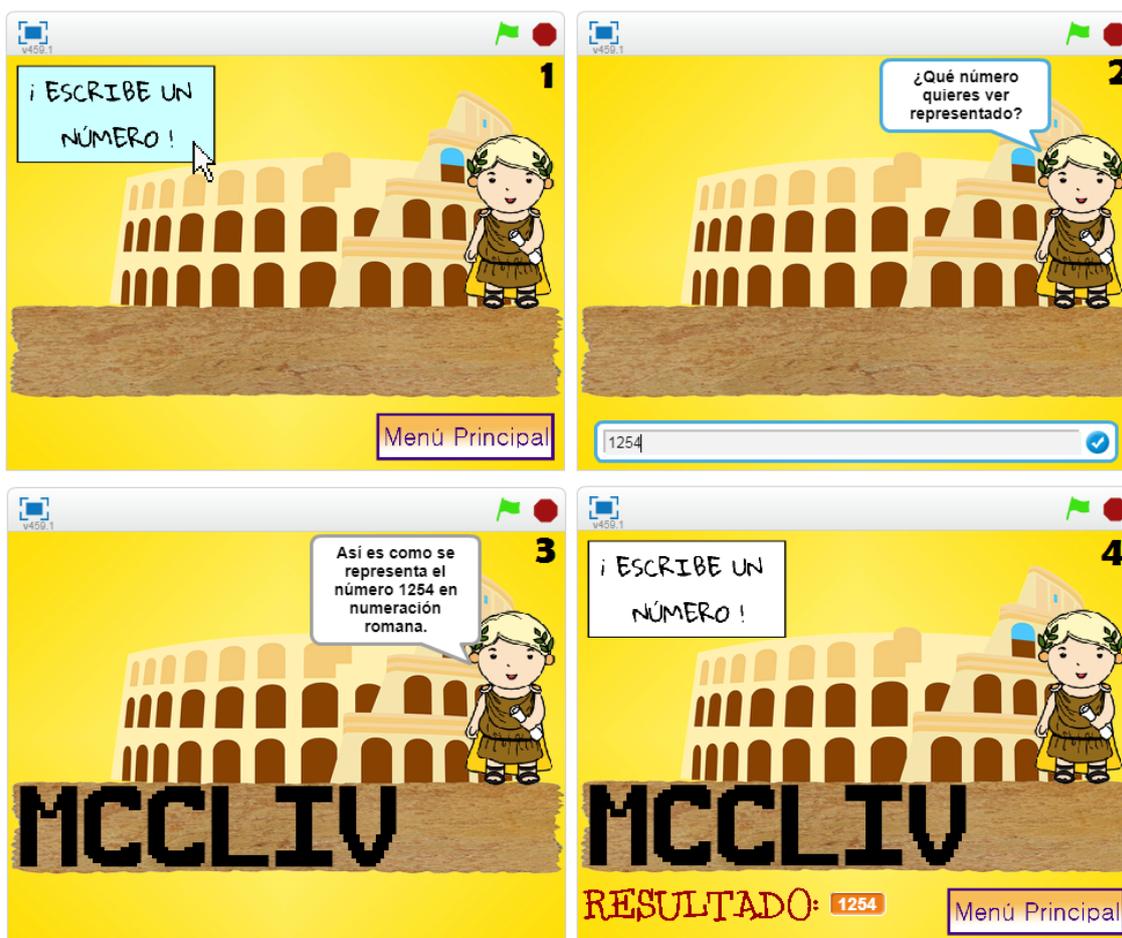


Figura 4.5: Funcionamiento del modo de juego «Escribir» representado en sus diferentes pasos, en este caso explicado a través de la aplicación sobre el sistema de numeración romano.

En la Figura 4.6 se puede ver el código correspondiente al funcionamiento. Al hacer clic en «¡Escribe un número!» se envía el evento representado, y lo primero que se

hace es comprobar que el número se puede representar, para ello se utilizan operadores aritméticos. Si el número se puede representar, se actualizarán las variables correspondientes a cada aplicación y se enviará el evento «Calcular_Simbologia», el cual se explica en la siguiente sección, ya que cada sistema de numeración tiene su propia forma de crear la representación simbólica.

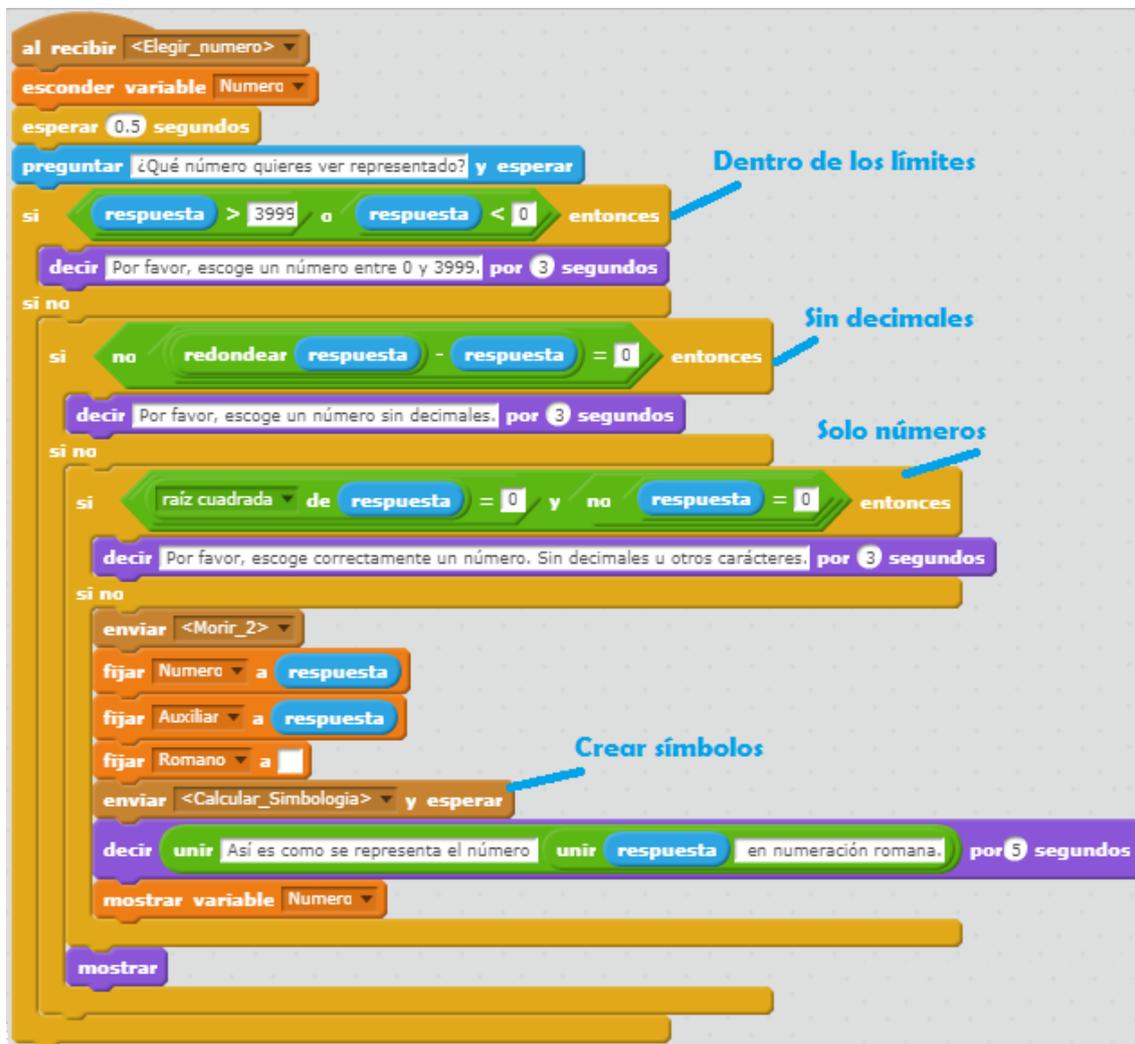


Figura 4.6: Fragmento de código que evalúa si el número escogido equivale al representado. Corresponde a la aplicación sobre el sistema de numeración maya.

- Adivinar.** Este modo de juego consiste en adivinar el número que está representado en el sistema de numeración de la aplicación, su funcionamiento también es sencillo e intuitivo, en la Figura 4.7 tenemos los diferentes pasos: primero debemos hacer clic en el botón que dice «¡Adivina el número!», y nos aparecerá una ventana en la que debemos escoger que dificultad elegir (fácil, medio o difícil). La diferencia entre las opciones hace referencia al número máximo que puede tomar la simbología representada, siendo pequeño con la opción fácil o más grande si elegimos las otras opciones. Además, la cantidad máxima de cada dificultad varía según el sistema de numeración. Una vez escogido se representará la simbología de un número, y debemos escribir el número que creamos que es el correcto. Si nuestra respuesta es incorrecta, el sistema nos dirá cuál es el número correcto. Finalmente, al igual que en el modo de juego «Escribir», podremos elegir entre volver al menú principal o volver a adivinar otro número distinto.



Figura 4.7: Funcionamiento del modo de juego «Adivinar» representado en sus diferentes pasos, en este caso explicado a través de la aplicación sobre el sistema de numeración maya.

En la Figura 4.8 se ve el código correspondiente al objeto relacionado con los botones de dificultad, mencionados anteriormente. En el código se observa como se crean los tres botones (clones) cada uno con un disfraz distinto, correspondientes a los niveles de dificultad. Cuando el ratón se posiciona encima de alguno de estos botones este cambia su brillantez, haciendo que su color cambie, y al dejar de posicionarlo vuelve a su aspecto normal. Cuando hacemos clic en uno de ellos cambiamos el valor de la variable «¿Dificultad?» al correspondiente.

En la Figura 4.9 aparecen dos fragmentos de código: el de arriba hace referencia al objeto del botón «¡Adivina el número!». Cuando se hace clic sobre el botón, la variable «¿Dificultad?» toma el valor «SI», permitiendo que aparezcan los tres botones de dificultad (Figura 4.8). Cuando se hace clic sobre algunos de los botones, el código continúa y se envía el evento «Aleatorio» para crear un número y su simbología correspondiente de forma arbitraria, este evento varía según el sistema de numeración. Luego envía el evento «Preguntar» que es activado en el objeto del personaje correspondiente, es decir, el código de abajo en la misma Figura, preguntando al usuario por el número que representa. El mensaje final que se observa dependerá de si el usuario ha acertado o ha fallado la respuesta.

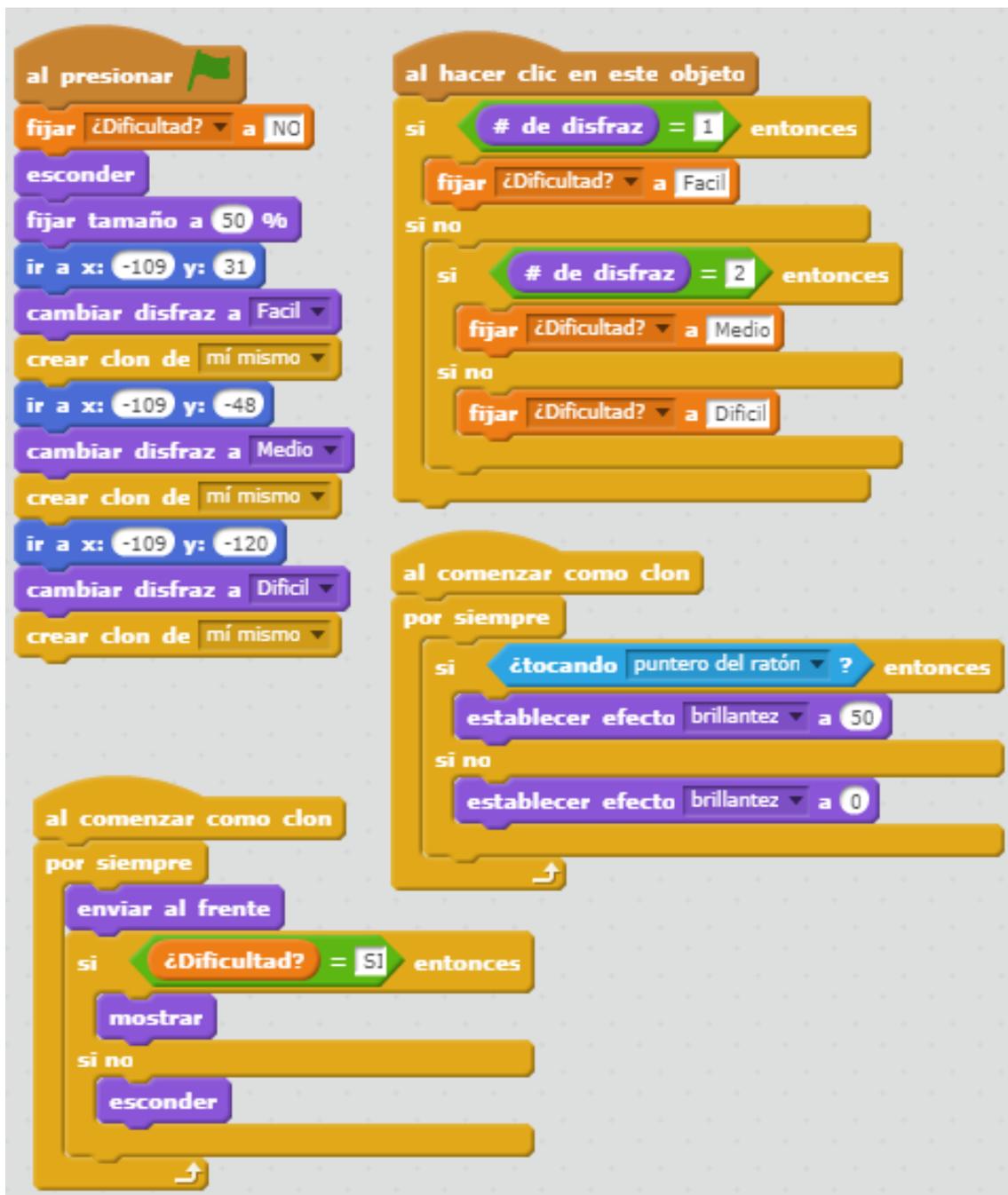


Figura 4.8: Código correspondiente a los botones de dificultad, los cuales aparecen en el modo de juego «Adivinar». El código es el mismo para todas las aplicaciones creadas en Scratch.

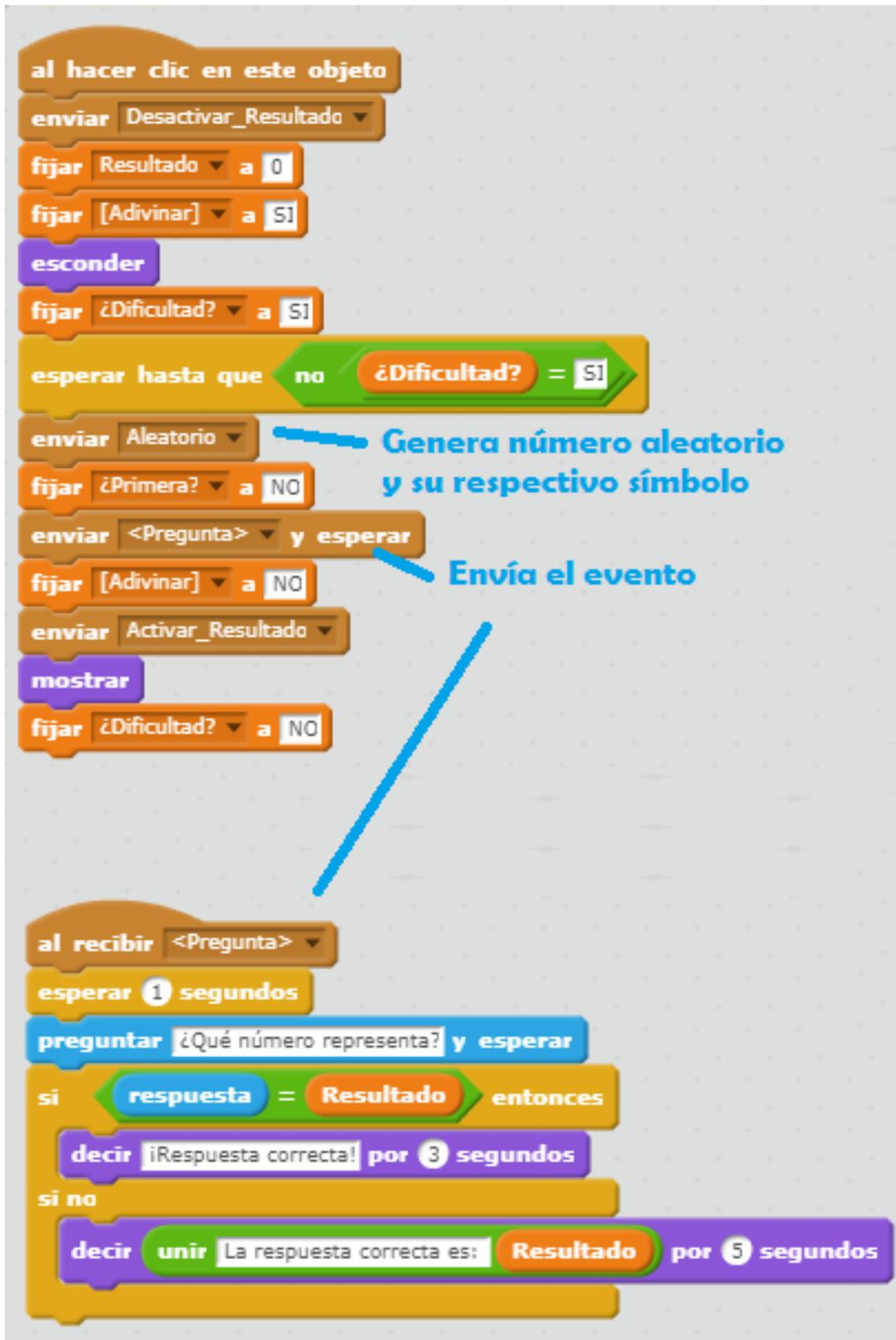


Figura 4.9: Fragmento de código que evalúa si el número que se desea ver representado es adecuado. Corresponde a la aplicación sobre el sistema de numeración maya.

4.3 Diferencias entre aplicaciones

Las cinco aplicaciones que se han creado en la plataforma Scratch comparten ciertas semejanzas, sobre todo en la estructura, para mantener una consistencia entre todas. Sin embargo existe una diferencia principal entre las aplicaciones, y es la modalidad de juego a la cual se accede a través del botón «Jugar».

Por otra parte, en cuanto a la implementación, la forma en la que los símbolos se forman varía según el sistema de numeración, debido a que cada aplicación dispone de sus objetos y sus variables necesarias.

En esta sección se explican estas diferencias, tanto visuales como de implementación, que forman parte de las aplicaciones desarrolladas.

4.3.1. La representación babilónica

Para la formación de símbolos en esta aplicación se han utilizado, principalmente, dos objetos, aunque en realidad son seis debido a que cada objeto se repite dos veces más para poder generar números de hasta rango 3. Los dos objetos utilizados se pueden ver en la Figura 4.10, el objeto de la izquierda dispone de 10 disfraces, ya que el primer disfraz está vacío, y hace referencia a las unidades (clavos verticales). A la derecha se encuentra los disfraces del objeto que hace referencia a las espigas (clavos horizontales), es decir, a las decenas, con un total de 6 disfraces, también cuenta con su disfraz vacío. Se ha optado por separar los disfraces en unidades y decenas para hacerlo más ameno, aunque se podría haber creado un único objeto con 60 disfraces y cada disfraz sería una combinación de los disfraces actuales.

Cada uno de estos seis objetos (dos objetos por rango) lleva asociado una variable cuyo nombre se compone de las siglas CV o CH, según si hace referencia a clavos verticales u horizontales; y un número, el cual hace referencia al rango. En la Figura 4.11 aparece el fragmento de código correspondiente a la ecuación para obtener el resultado real a la representación. Está programado para que cada valor de cada variable esté asociado con el disfraz correspondiente a su objeto.

En la Figura 4.12 podemos ver el funcionamiento del evento «Aleatorio», el cual está presente en los 6 objetos de símbolos babilónicos (en cada objeto varía según el número de disfraces y según la dificultad elegida) y que se utiliza en el modo de juego «Adivinar». Cada objeto opta por un disfraz y valor diferente, se calcula el resultado (Figura 4.11) y el usuario debe escribir correctamente este resultado, el cual está oculto hasta que haya dado una respuesta.

Sin embargo, el método de creación de símbolos en el modo «Escribir» es diferente, en este caso se utilizará la metodología de descomposición numérica: el usuario escoge un número, este valor se almacena en una variable y se intenta dividir dicho número entre 36 000. El resultado de dicha división será el valor de las espigas del rango 3. Por ejemplo, si hubiésemos escogido el número 48 574, la división daría como resultado 1, por tanto, las espigas (clavos horizontales) del rango 3 tendría que ser 1. El resto de esa división (en este caso sería 12 574) se dividiría entre 3 600. El resultado es 3, por lo tanto deben haber 3 clavos verticales en el rango 3. El resto de la división continuaría siendo dividido entre 600, para obtener las espigas del rango 2; luego entre 60, para los clavos del rango 2; más tarde entre 10, para las espigas del rango 1 y el último resto de la última división serían los clavos del rango 1. En el caso que algún resto no pudiese ser dividido por el número correspondiente (la división da como valor entero un 0) no se realizaría ninguna división y se dividiría el mismo resto entre el siguiente valor seguido en el orden que

hemos mencionado, y ese objeto cuya división no ha sido posible no tendría valor, por lo tanto su disfraz sería el vacío.



Figura 4.10: Disfraces de los objetos utilizados para la representación de símbolos babilónicos. Los disfraces de la izquierda hacen referencia al objeto cuyo símbolo es el clavo mientras que los disfraces de la derecha son los del símbolo de la espiga (clavo horizontal).



Figura 4.11: Fragmento de código que está constantemente calculando el valor decimal representado en numeración babilónica, multiplicando cada variable por su valor correspondiente.

En Scratch, el valor que deseamos ver representado es almacenado en la variable cuyo nombre es «Valor_recibo». En la sección anterior hemos visto que en este modo de juego se envía el evento «Calcular_Simbologia», este evento lo recibe el objeto correspondiente a las espigas del rango 3. En la Figura 4.13 podemos ver, en la parte superior, el código asociado, en el cual transforma su disfraz y cambia el valor del objeto por el correspondiente. Al finalizar este fragmento de código se envía otro evento, el cual se llama «Calcular_Simbologia_2», que recibe el objeto relacionado con los clavos del rango 3, cuyo código se puede ver en la parte inferior de la Figura 4.13. El código es similar pero dividiendo el número que ha recibido entre 3 600, de la misma manera que se ha explicado

en la metodología de creación de estos símbolos. Finaliza enviando otro evento al objeto de espigas del rango 2, es decir, se crea una cadena hasta finalizar el método y haber obtenido el disfraz y valor necesario para cada uno de los seis objetos.

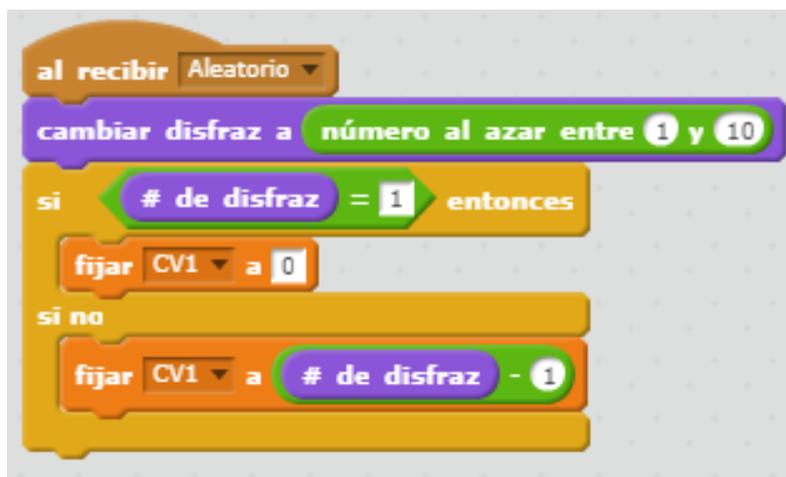


Figura 4.12: Fragmento de código, correspondiente al objeto de clavos del rango 1, que permite cambiar el disfraz y el valor de la variable de forma arbitraria para el modo de juego «Adivinar».

La última forma de creación de estos símbolos es mediante el acceso que nos ofrece el botón «Jugar». Cuando se hace clic sobre él, la aplicación se transforma en la primera imagen de la Figura 4.14. Este modo consiste en formar la simbología que el usuario desee, aumentando o disminuyendo el valor de las representaciones de cada disfraz. Para ello se debe pulsar las casillas con los signos «más» y «menos» para variar el valor del objeto que está debajo de cada columna de estos botones.

La interfaz también dispone de un texto en el cual indica que número se está representado actualmente. El resultado se transforma automáticamente cada vez que se modifica alguno de los símbolos, ya que cada botón envía un mensaje de suma o resta al objeto adecuado, de manera que este aumenta o disminuye su valor, a no ser que no pueda aumentar más o no pueda disminuir menos. Esto se puede ver en la Figura 4.15, donde el valor de la variable correspondiente a ese objeto aumenta o disminuye (si no está en los extremos) una unidad cada vez que recibe un evento enviado por el botón suma o el botón resta. Al modificar el valor de su variable se actualiza al instante el valor del resultado; esto ya se ha explicado mediante el código de la Figura 4.11.

Finalmente, otro de los objetos que puede aparecer en las representaciones es el símbolo del valor «cero» (Figura 2.11). En la parte inferior-izquierda de la Figura 4.14 se puede ver un ejemplo de él. Este símbolo realmente no hace la función del cero del sistema decimal, más bien hace referencia al sentido de «valor nulo», es por ello que solo aparecerá representado cuando el valor de las variables de un mismo rango sea 0 y haya algún valor en alguna de las variables de un rango superior.

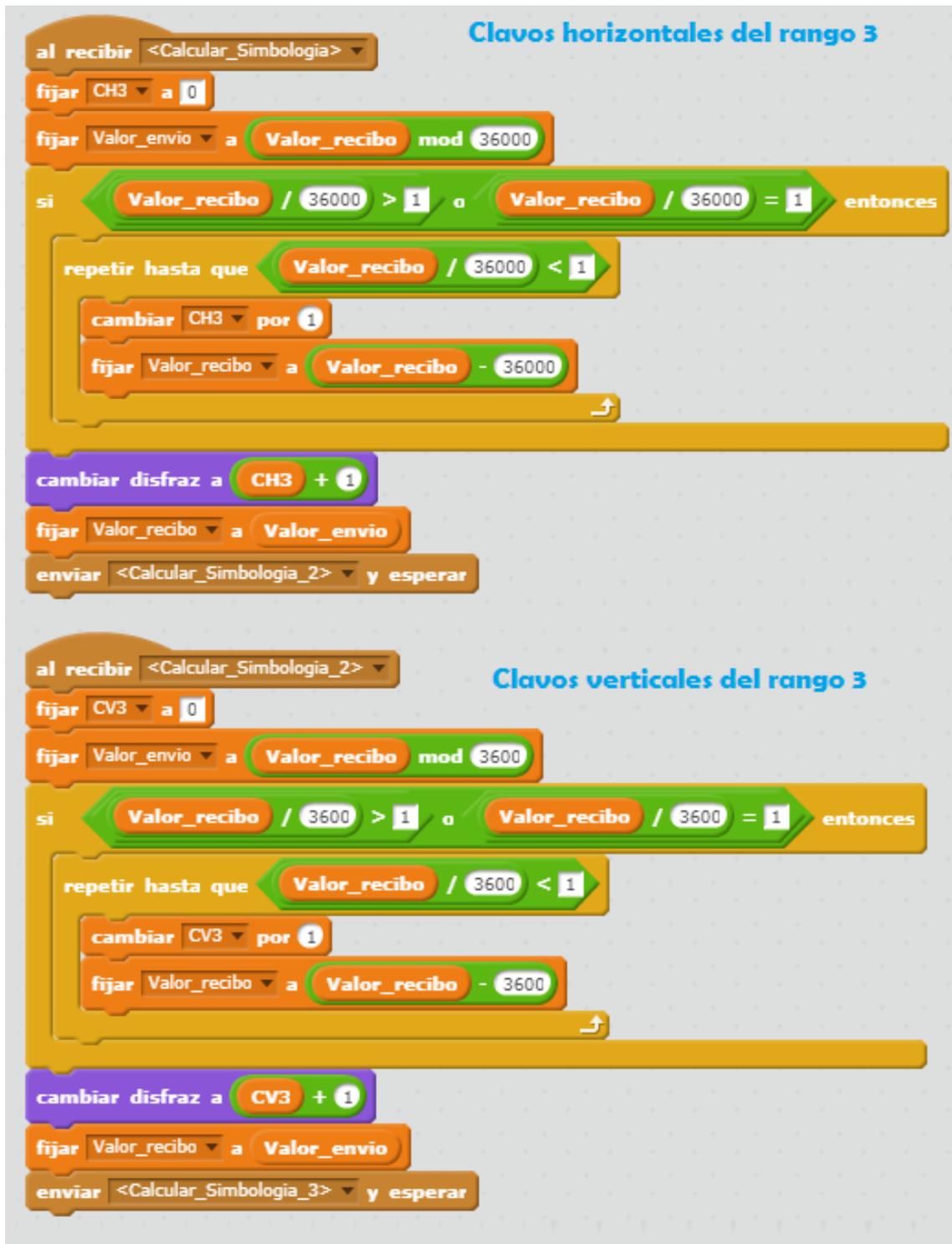


Figura 4.13: Fragmento de código, correspondiente al objeto de clavos horizontales (arriba) y al objeto de clavos verticales (abajo) de rango 3, que permite crear una cadena de eventos para formar el símbolo adecuado en el modo de juego «Escribir».



Figura 4.14: Funcionamiento del modo de juego «Jugar» en el que aparecen cuatro ejemplos de números representados en el sistema babilónico.



Figura 4.15: Fragmento de código, que corresponde al objeto relacionado con los clavos del rango 1, donde se observa el cambio de valor de la variable asociada cuando recibe un evento de suma o de resta procedente de los botones que tiene encima del objeto en la pantalla.

4.3.2. La implementación egipcia

En esta aplicación se han utilizado cinco objetos distintos para poder representar la numeración egipcia. Estos objetos están relacionados con los símbolos del bastón, del asa, de la cuerda, de la flor y del dedo. En la Figura 4.16 podemos observar los cinco objetos, cada uno de ellos dispone de diez disfraces, y cada uno de los disfraces representa el número de símbolo que representa ese objeto. Por ejemplo en la misma Figura se observa que hay 7 bastones y 9 asas.



Figura 4.16: Representación de los objetos que están relacionados con los símbolos egipcios necesarios para la representación de los números en la aplicación sobre la numeración egipcia.

Cada uno de estos cinco objetos dispone de una variable cuyo nombre es la inicial del símbolo del objeto. El valor de este variable representa cuantas unidades de ese símbolo existen, y constantemente el objeto cambia al disfraz correspondiente. La Figura 4.17 es un fragmento de código del programa que hace referencia al objeto relacionado con el símbolo del dedo, y podemos ver el bucle «por siempre» el cual cambia el disfraz de dicho objeto al número de la variable. De esta forma bastará con cambiar el valor de la variable para que el disfraz del objeto se actualice al correcto.

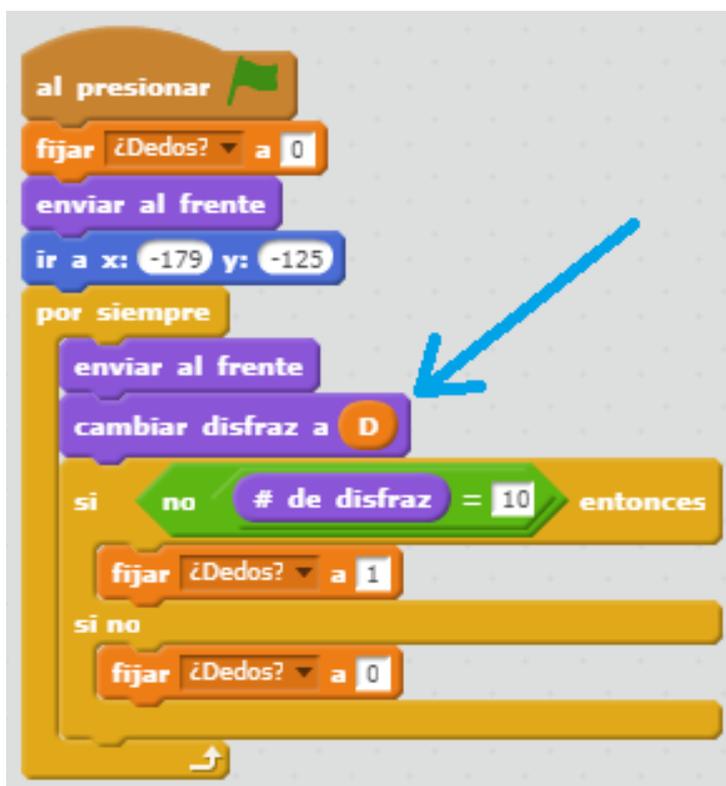


Figura 4.17: Fragmento de código que representa el constante cambio que está presente en el disfraz, en este caso, del objeto relacionado con el símbolo del dedo egipcio.



Figura 4.18: Fragmento de código que permite cambiar el valor de cada una de las cinco variables correspondientes a los símbolos egipcios de forma arbitraria para el modo de juego «Adivinar».

Por lo tanto podemos explicar el funcionamiento del evento «Aleatorio». Cuando este evento se envía, es decir, cuando se hace clic en el botón «¡Adivina el número!» en el modo de juego «Adivinar», se actualiza la variable correspondiente a cada objeto simbólico a un número aleatorio entre 0 y 9. En la Figura 4.18 está el código del evento. Además, aparece unas condiciones en las que actúa la variable «¿Dificultad?», permitiendo que el número que surja aleatorio sea más o menos grande dependiendo de la dificultad elegida.

Existe otro fragmento de código, el cual se puede ver en la Figura 4.19, que multiplica cada valor de cada variable por su potencia de 10 correspondiente. De esta forma el valor de la variable «Resultado» se actualiza automáticamente cuando se genera una representación egipcia diferente.



Figura 4.19: Fragmento de código que está constantemente calculando el valor decimal representado en numeración egipcia, multiplicando cada variable por su valor correspondiente.

El evento «Calcular_simbologia» procede del modo de juego «Escribir», el cual el usuario escoge un número y se genera en representación egipcia. Su código se puede ver en la Figura 4.20, y el objeto que recibe dicho evento es aquel que corresponde al símbolo

del dedo (las decenas de millar). Si la longitud del número escogido es de cinco cifras coge la primera cifra, la asigna a su variable y envía las cuatro cifras restantes al siguiente objeto, es decir, al símbolo de la flor, mediante el evento «Calcular_simbologia_2». Esto se repite durante los cinco objetos hasta que cada uno ha obtenido, para su respectiva variable, el valor correspondiente de la cifra escogida por el usuario.



Figura 4.20: Fragmento de código, correspondiente al objeto del dedo egipcio (arriba) y al objeto de la flor egipcia (abajo), que permite crear una cadena de eventos para formar el símbolo adecuado en el modo de juego «Escribir».

Lo explicamos mediante un ejemplo, si el usuario escoge el número 34 092, las variables obtienen los siguientes valores:

- El 3 para el objeto del símbolo del dedo (decenas de millar).
- El 4 para el objeto del símbolo de la flor (unidades de millar).
- El 0 para el objeto del símbolo de la cuerda (centenas).
- El 9 para el objeto del símbolo del asa (decenas).
- El 2 para el objeto del símbolo del bastón (unidades).

Si el número escogido es, por poner otro ejemplo, el 2340, cuando se reciba el evento «Calcular_simbologia» asignará un 0 a la variable de los dedos, y enviará el nuevo evento «Calcular_simbologia_2», el cual sí que cumplirá la restricción del condicional y asignará el valor 2 a la variable de las flores.

Finalmente se va a explicar el modo «Jugar». Se mecanismo es muy sencillo, nos aparece un pergamino con el nombre de los cinco símbolos posibles y un deslizador para cada uno de ellos. Estos deslizadores modifican el valor de la variable asociada al objeto, y al arrastrar alguno de ellos se modifica su valor y se cambia, de forma automática, el disfraz de su objeto de la misma manera que hemos explicado anteriormente. El valor que puede optar cada deslizador oscila entre 0 y 9, ya que son las cantidades mínimas y máximas que puede tener un mismo símbolo. En la Figura 4.21 podemos ver cuatro ejemplos de números egipcios representados. Además, en la interfaz aparece un texto que nos indica que valor se está representado, para conocer y aprender el sistema de numeración egipcio de una forma más dinámica.



Figura 4.21: Funcionamiento del modo de juego «Jugar» en el que aparecen cuatro ejemplos de números representados en el sistema egipcio.

4.3.3. La representación maya

La aplicación en Scratch que se ha realizado sobre la numeración maya permite la creación de símbolos de hasta tercer rango en dicha numeración. Es por ello que se requieren un total de 6 símbolos para poder representarlos: un objeto para los puntos y un objeto para las rayas por rango, y debido a que hay tres rangos, necesitaremos un total de 6 símbolos. Podemos observarlos en la Figura 4.22, en este caso cada objeto tiene un

disfraz distinto. Los objetos de puntos tienen cinco disfraces, que van en una sucesión de puntos desde 0 a 4. Lo mismo ocurre con los disfraces de las rayas, pero en este caso solo hay cuatro disfraces, ya que el máximo número de rayas en un rango es 3.

La formación de los símbolos en el modo «Adivinar» es bastante simple. Cuando se activa el botón «¡Adivina el número!», la variable «Resultado» se fija a valor 0. Es entonces cuando se envía el evento «Aleatorio», que es recibido por los seis objetos que acabamos de mencionar. Este evento escoge un disfraz aleatorio para ese objeto y suma a la variable «Resultado» el valor correspondiente a ese objeto, es decir, el número que representa dependiendo del rango en el que esté. En la Figura 4.23 se puede ver el código «Aleatorio» para el símbolo de la raya en el rango 3, en el que vemos que suma a la variable «Resultado» un valor resultante de 2000 (5×20^2) por la cantidad de rayas que se hayan creado, es decir, según el disfraz.

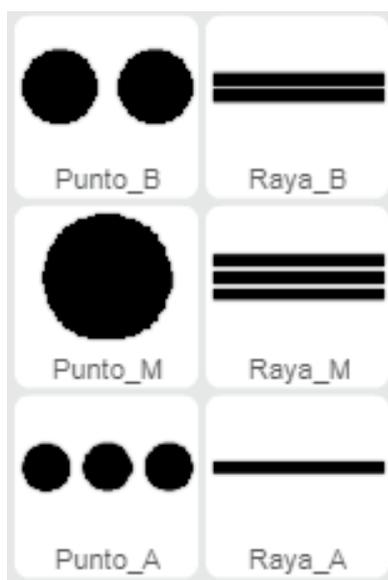


Figura 4.22: Representación de los objetos que están relacionados con los símbolos mayas necesarios para la representación de los números en la aplicación sobre la numeración maya.

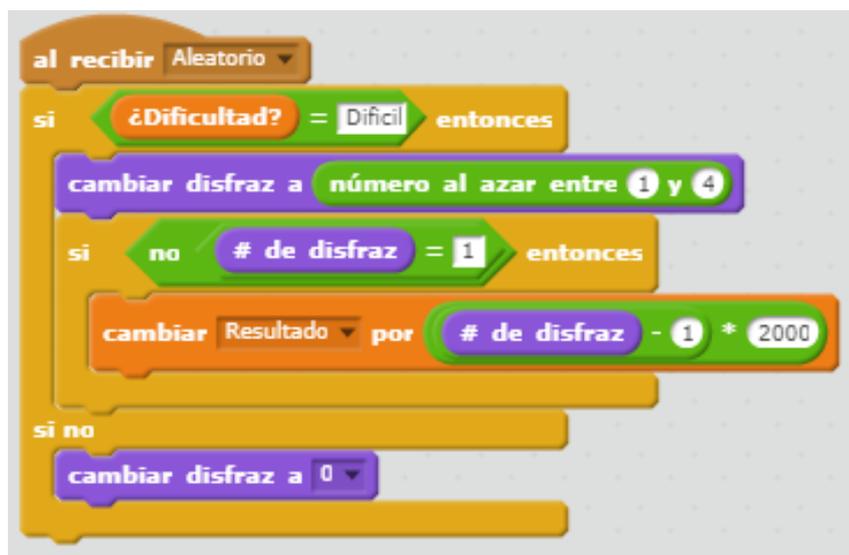


Figura 4.23: Fragmento de código que permite cambiar el disfraz del objeto correspondiente al símbolo de la raya maya en el rango 3 de forma arbitraria para el modo de juego «Adivinar».



Figura 4.24: Fragmento de código, correspondiente al objeto de la raya (arriba) y al objeto del punto maya (abajo) en el rango 3, que permite crear una cadena de eventos para formar el símbolo adecuado en el modo de juego «Escribir».

La representación de los números en el modo «Escribir» es similar a la metodología utilizada en la aplicación sobre el sistema egipcio y sobre el sistema babilónico. Se utiliza la técnica de descomposición numérica para la formación de los símbolos. Cuando se hace clic en el botón «¡Escribe un número!» y se ha escogido un número, se envía el evento

«Calcular_Simbologia», el cual es recibido en el objeto de la raya en el rango 3. El número escogido se divide entre 2000, y el resultado entero será la cantidad de rayas que deben aparecer en el rango 3. El resto de la división entera es enviado, mediante el evento «Calcular_Simbologia_2», y es dividido entre 400 para obtener el número de puntos en el mismo rango. El resto se vuelve a enviar de forma sucesiva: se divide entre 100 para el número de rayas en el rango 2, y el nuevo resto entre 20 para el número de puntos en el mismo rango. Finalmente el resto es dividido entre 5 para las rayas de primer rango y el resto es el número de puntos de dicho rango. Este proceso se representa mediante un conjunto de eventos (cada uno en su respectivo objeto) que los encadena, en la Figura 4.24 podemos observar los dos primeros eventos de esta cadena.

Sin embargo, la diferencia principal de esta aplicación es el modo «Jugar». Para entender mejor la mecánica de este modo podemos ver la Figura 4.25, en ella aparecen los pasos a seguir. Al acceder con el botón «Jugar» nos aparecerá la primera interfaz que podemos ver en la imagen. Para formar los símbolos debemos arrastrar el punto o la raya de la esquina superior-izquierda hasta alguna de las cajas de la columna central. Cada caja corresponde a un rango: la de abajo al rango 1, la del medio al rango 2 y la de arriba al rango 3. Cuando nuestro elemento haya tocado alguna de las cajas se sumará dicho elemento al rango correspondiente. Debemos hacer esto tanta veces como queramos para formar números más grandes. Si queremos eliminar un símbolo de alguno de los rangos simplemente deberemos hacer clic sobre dicho símbolo en la parte derecha, donde está la representación. Por último, aparece un texto en el cual nos indica que número se está representando para entender mejor cómo funciona el sistema de numeración maya.

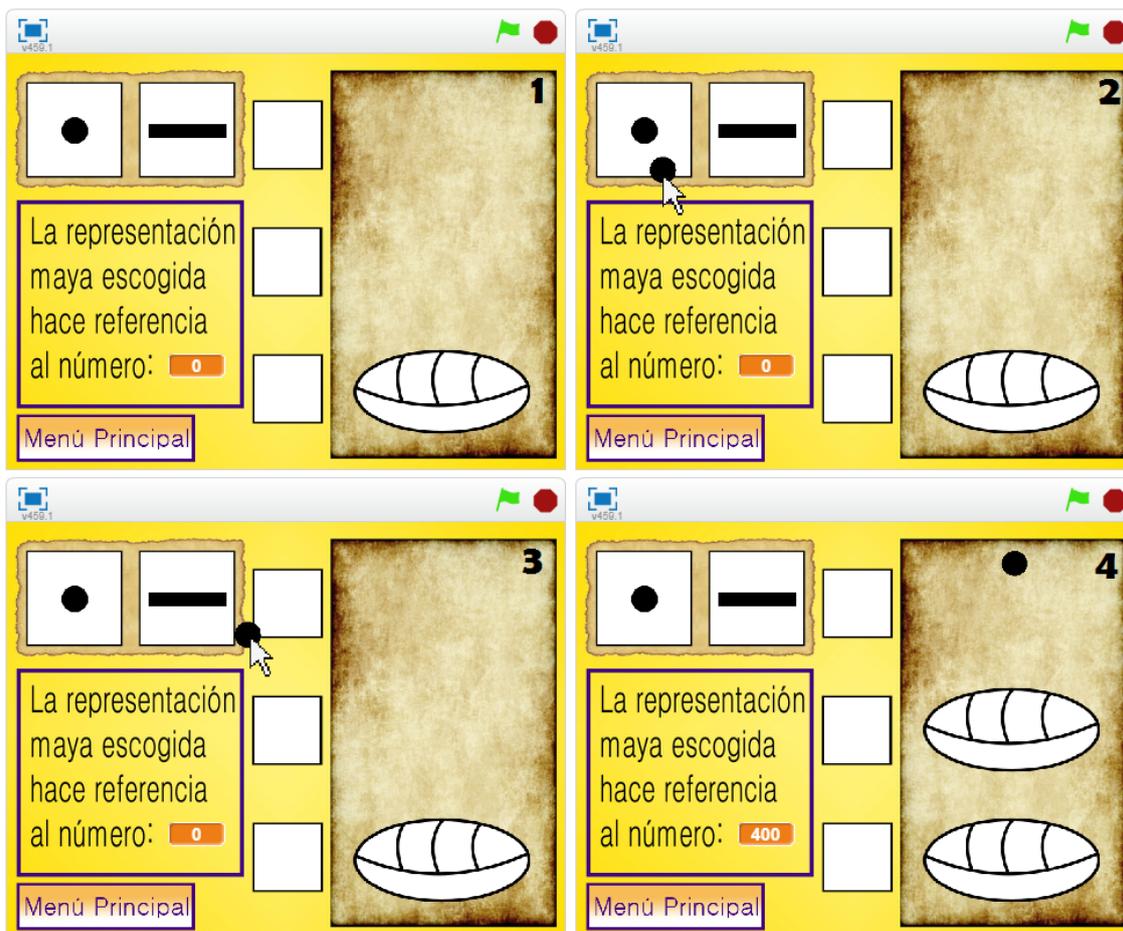


Figura 4.25: Funcionamiento del modo de juego «Jugar» representado en sus diferentes pasos para la aplicación sobre el sistema maya.

El código correspondiente a este modo de juego se presenta en diversas figuras: en la Figura 4.27 se ve el código correspondiente a los objetos del punto y la raya, que permite crear un clon cuando se hace clic sobre alguno de ellos. Este clon se eliminará cuando se deje de presionar el ratón o cuando se ha arrastrado a algunas de las cajas correspondientes. Una vez arrastrado a alguna de las cajas, se modificarán las variables necesarias y se enviará el evento «Operacion». Este código pertenece a las tres cajas y se puede ver en la Figura 4.28. Finalmente, cada uno de los 6 objetos que forman las representación recibirán el evento «Operacion» (Figura 4.26), pero solo uno de ellos activará la modificación de su disfraz, esto dependerá del valor de las variables modificadas en el paso anterior. Si hacemos clic sobre un símbolo de la representación, este se eliminará. En ambos casos el valor de la variable «Resultado» se modificará correctamente.

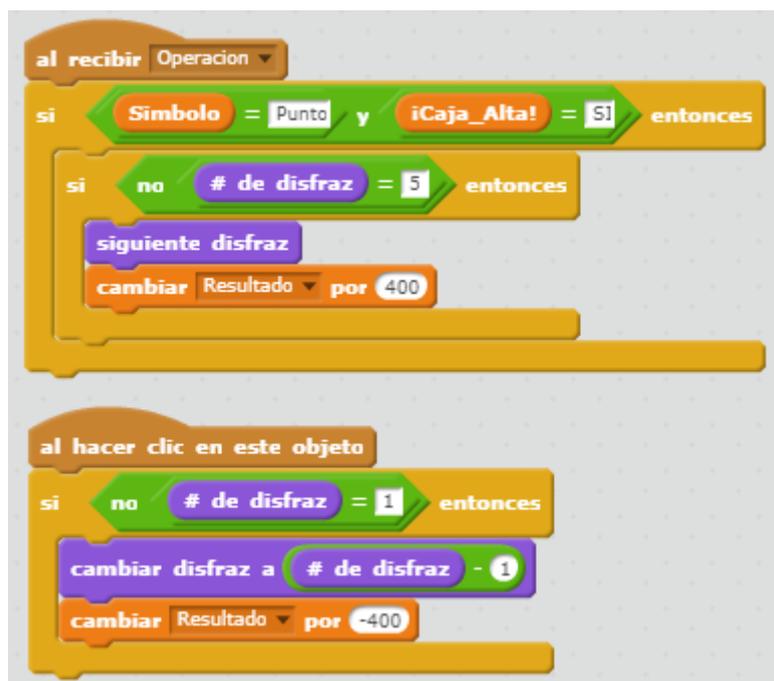


Figura 4.26: Fragmento de código, perteneciente al objeto del punto en el rango 3, que actualiza el valor del disfraz y de la variable «Resultado» según el tipo de evento que se activa.

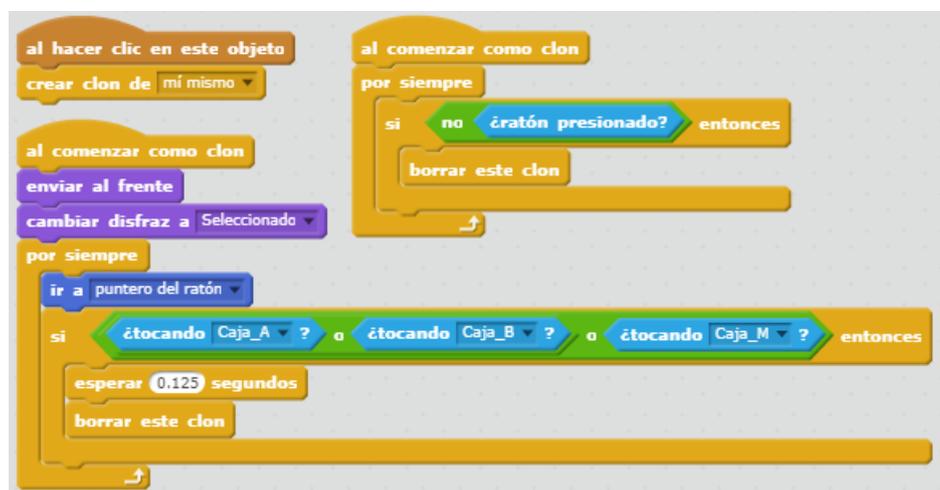


Figura 4.27: Fragmento de código que permite arrastrar el punto o la raya en el modo «Jugar» maya para crear cualquier representación posible.



Figura 4.28: Fragmento de código, perteneciente al objeto de la caja alta (rango 3), que permite modificar las variables necesarias para enviar el evento «Operacion» en el modo «Jugar» maya.

4.3.4. La representación griega ática

Para representar los símbolos en la aplicación sobre el sistema de numeración griega se han utilizado principalmente dos objetos. Con un único objeto, la parte derecha de la Figura 4.29, se van a representar los símbolos griegos. El objeto dispone de un disfraz por cada símbolo griego necesario.

La idea principal de esta formación es ir creando clones y separándolos una cierta distancia para que los símbolos no se pongan unos encima de otros, y cada clon tendrá el disfraz adecuado para formar la representación correcta. Esto también se aplica a los números naturales que conocemos, los cuales son el otro objeto principal que se puede ver en la parte izquierda de la Figura 4.29.

Para adaptar de una forma adecuada la representación de los símbolos griegos a su espacio dedicado en la interfaz se utiliza un evento llamado «Tamaño_y_Desplazamiento», el cual asigna un cierto valor a las variables «¡Tamaño!» y «¡Desplazamiento!» según el número de símbolos que vaya a tener la representación que se va a formar. De esta manera se pretende que, si se necesitan pocos símbolos para representar un número, estos sean más grandes que si se requieren muchos, en cuyo caso tendrían que ser más pequeños para que quepan en la interfaz.



Figura 4.29: Disfraces de los objetos utilizados para la representación de los números en la aplicación griega. Los disfraces de la izquierda hacen referencia a los números naturales y los de la derecha a los símbolos griegos necesarios para las representaciones.

Para formar la representación en el modo de juego «Escribir» se utiliza la descomposición numérica. La idea es formar los símbolos necesarios siguiendo la siguiente lista, a la cual hemos llamado «Numeración»: 5 000, 1 000, 500, 100, 50, 10, 5, 1. El método para la formación es dividir el número escogido por el usuario entre los elementos de la lista siguiéndolos en orden. Cada vez que hagamos una división, el resultado entero será la cantidad de símbolos que hacen referencia a ese elemento de la lista escogido y el resto de la división se utilizará para ser dividido por el siguiente elemento de la lista. Si no se puede hacer la división por uno de los elementos, se pasa al siguiente. Por ejemplo, si el número escogido es el 5 529 obtendríamos:

- $5\,529/5\,000 = 1$: un símbolo que hace referencia al valor 5 000.
- $529/500 = 1$: un símbolo que hace referencia al valor 500.
- $29/10 = 2$: dos símbolos que hacen referencia al valor 20.
- $9/5 = 1$: un símbolo que hace referencia al valor 5.
- $4/1 = 4$: cuatro símbolos que hacen referencia al valor 1.

El código, el cual aparece en la Figura 4.30, dispone de dos bucles: el primero de ellos cuenta la cantidad de símbolos que harán falta, y con esta cantidad se definirá el tamaño y desplazamiento necesario para formarlos. El segundo bucle hace el mismo recorrido

que el primero pero en este caso ya se dispone a crear los clones de los símbolos griegos con el disfraz correspondiente.

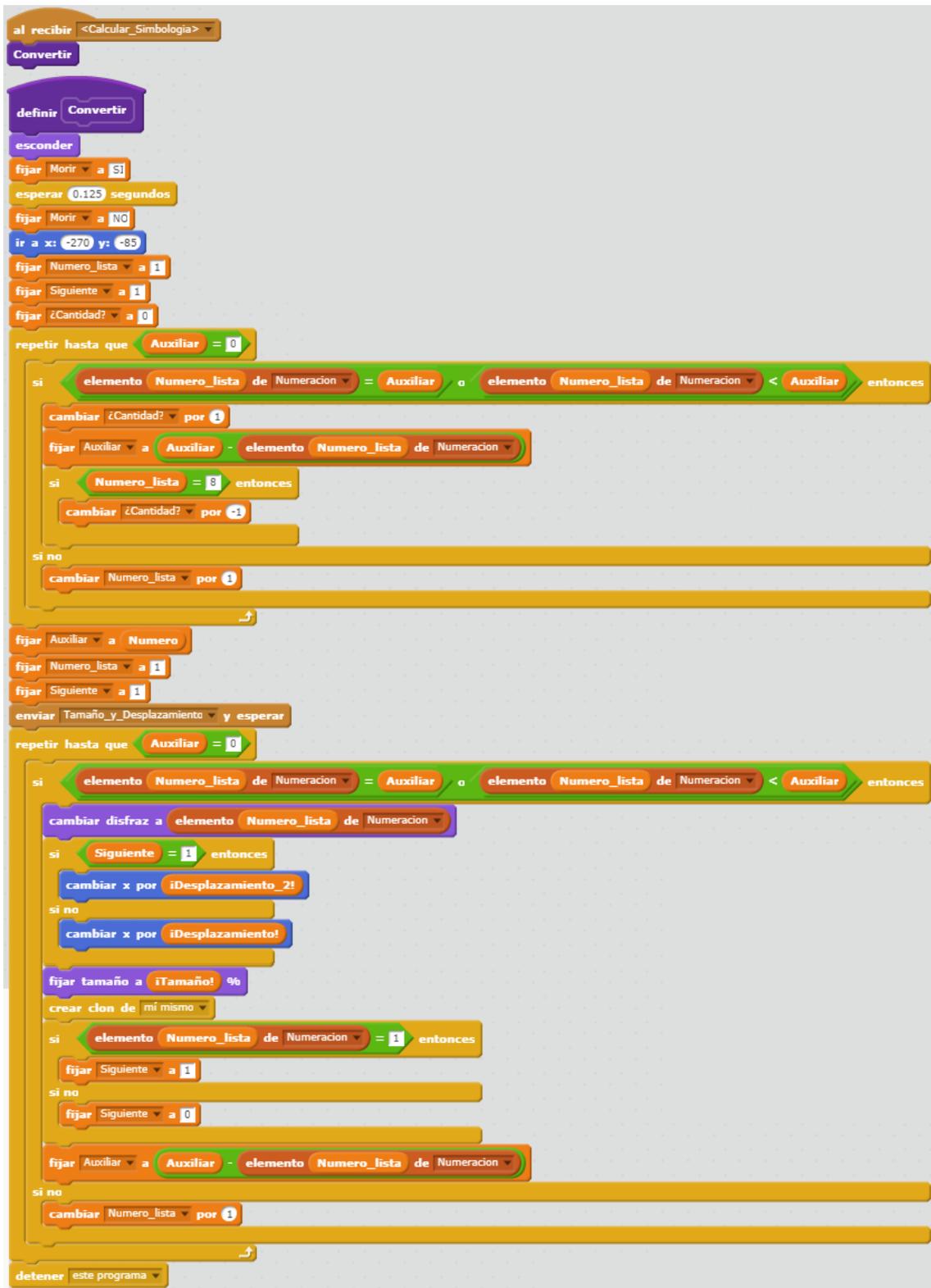


Figura 4.30: Fragmento de código que permite la representación simbólica griega de un número creando los clones necesarios con el disfraz adecuado.

El proceso que sigue el modo de juego «Aleatorio» es prácticamente el mismo. La principal diferencia es que las variables «Número» y «Auxiliar» son fijadas a un valor

arbitrario, según la dificultad que se escoge cuando se hace clic en el botón «¡Adivina el número!» (Figura 4.31). Una vez se ha elegido un número aleatorio, se envía el evento «Calcular_Simbologia», el cual es exactamente el mismo código utilizado en el modo de juego «Escribir» (Figura 4.30).

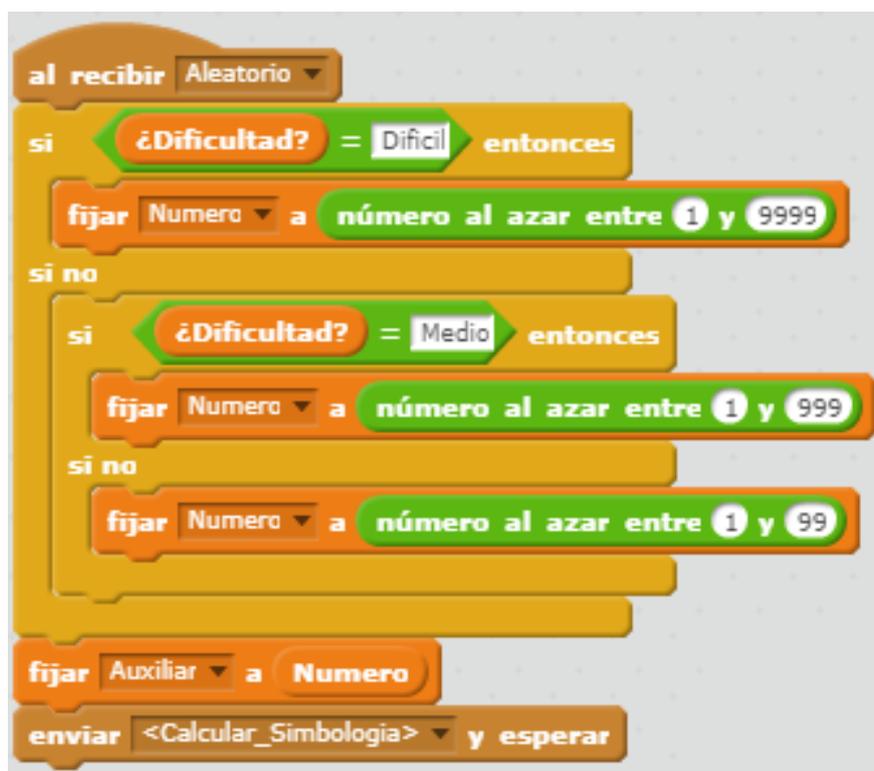


Figura 4.31: Fragmento de código que permite elegir un número aleatorio según el nivel de dificultad elegido para la representación de los números griegos.

Por último, el modo «Jugar» (Figura 4.32) tiene el funcionamiento contrario al modo «Adivinar». En este caso aparece un número natural y debemos crear la representación griega que se le asocie. Para ello debemos arrastrar los diferentes símbolos que aparecen a la zona gris, y si queremos eliminar algunos de los símbolos debemos hacer clic sobre dicho símbolo en la representación.

En la Figura 4.34 se puede ver el código que escoge un valor aleatorio y crea la representación del número natural adecuado, de la misma forma que se crean los símbolos griegos. Por otro lado, en la Figura 4.32 podemos observar los 8 símbolos, que corresponden a 8 objetos distintos, cuyo código aparece en la Figura 4.33. En este caso, el código corresponde al objeto cuyo valor representa el valor 10, es decir, al triángulo. Cuando se hace clic y se mantiene pulsado el ratón, se crea un clon el cual debemos arrastrar a la barra gris. Este símbolo puede aparecer un máximo de cuatro veces, entonces si intentamos ponerlo una quinta vez no nos lo permitirá.

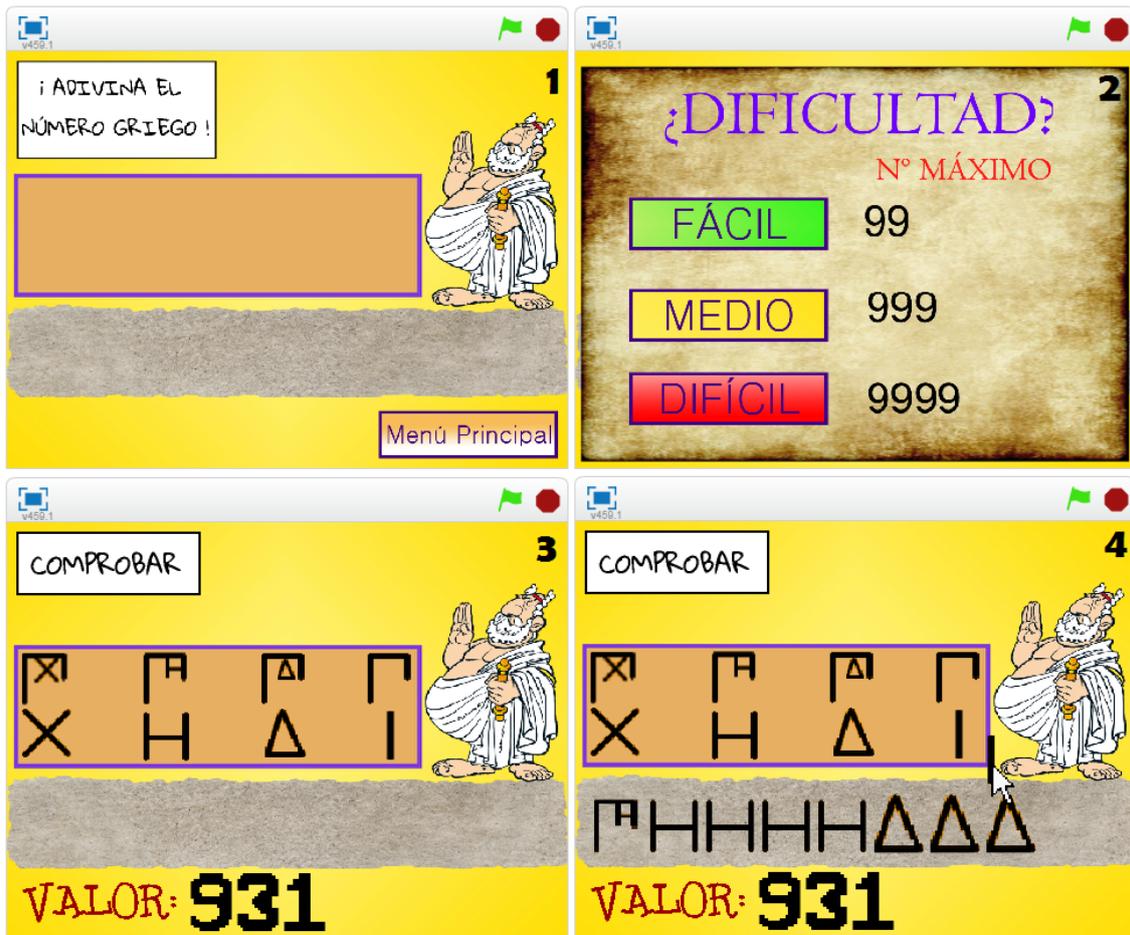


Figura 4.32: Funcionamiento del modo de juego «Jugar» representado en sus diferentes pasos para la aplicación sobre el sistema griego.

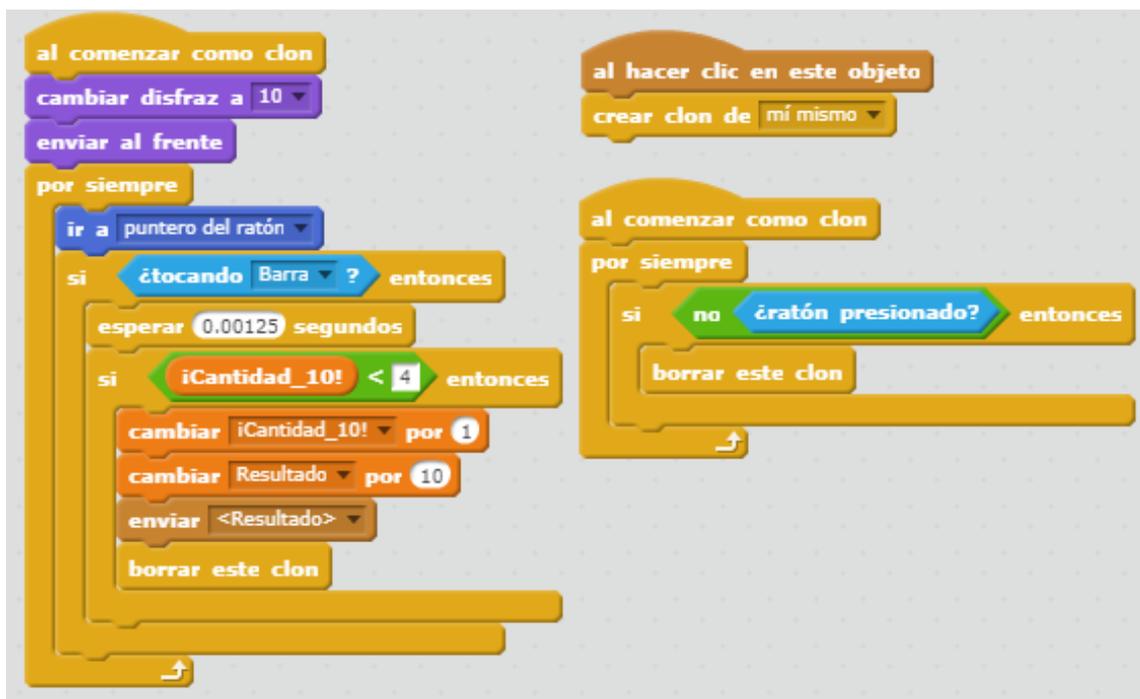


Figura 4.33: Fragmento de código correspondiente al objeto del símbolo del triángulo para el correcto funcionamiento del modo «Jugar» en la aplicación griega.



Figura 4.34: Fragmento de código, correspondiente a la aplicación sobre el sistema de numeración griego, que permite escoger un número aleatorio y crear su representación en el sistema decimal.

4.3.5. La implementación romana

Esta aplicación tiene dos objetos fundamentales para la representación de los números: uno de los objetos tiene los números naturales como disfraces, y el otro objeto tiene las letras que se utilizan en el sistema romano en los disfraces. Ambos objetos los podemos ver en la Figura 4.35.

Para la formación de los números se utilizan dos listas, llamadas «Numeración» y «Romanos». Estas listas están ordenadas de mayor a menor y hacen referencia al orden de las posibles letras utilizadas, incluyendo las peculiaridades de cambio de orden:

- M = 1 000.
- CM = 900.

- $D = 500$.
- $CD = 400$.
- $XC = 90$.
- $L = 50$.
- $XL = 40$.
- $X = 10$.
- $IX = 9$.
- $V = 5$.
- $IV = 4$.
- $I = 1$.



Figura 4.35: Disfraces de los objetos utilizados para la representación de los números en la aplicación romana. Los disfraces de la izquierda hacen referencia a los números naturales y los de la derecha a las letras romanas necesarias para las representaciones.

En los dos modos de juego comunes, «Adivinar» y «Escribir», el mecanismo para la formación de la representación romana es el mismo: se asigna a una variable el número escogido por el usuario o un número aleatorio, dependiendo del modo de juego seleccionado, y el valor de esta variable es dividido por los números de la lista mencionada siguiendo el mismo orden. El resultado de la división entera indica la cantidad que hace

falta del símbolo al que hace referencia, y el resto de la división es dividido por el siguiente número natural de la lista. Si la división no da un resultado mayor o igual a 1, se utiliza directamente el siguiente número de la lista para dividirlo.

Por ejemplo, si el número escogido es 1 304:

- $1\ 304/1\ 000 = 1$: una unidad de M.
- $304/100 = 3$: tres unidades de C.
- $4/4 = 1$: una unidad de IV.

El resultado final es la unión de los resultados. En el ejemplo propuesto la solución sería: MCCCIV. En la Figura 4.36 podemos ver el código correspondiente. Cuando comienza el código, la variable «Romano» tiene valor vacío. Se activa el bucle que va restando valor a la variable con el número natural, siguiendo el orden de las listas, y se va añadiendo a la variable «Romano» las letras necesarias hasta crear la correcta representación. Si utilizamos el mismo ejemplo, al final del bucle la variable «Romano» tendrá el valor MCCCIV.

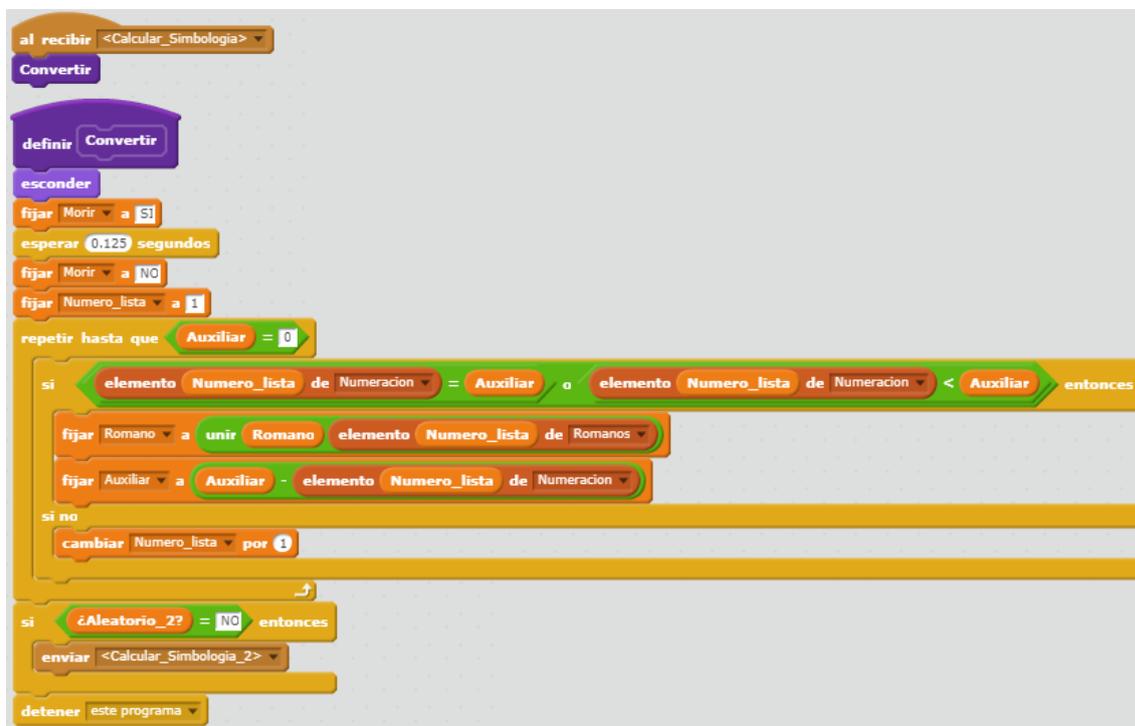


Figura 4.36: Fragmento de código que permite crear la representación del número romano y fijar el resultado en una variable.

Finalmente, se debe ver por pantalla la representación romana. Para ello se debe recorrer un bucle y por cada letra de la variable «Romano» se crea un objeto con el disfraz de la misma letra. Este código se puede ver en la Figura 4.37.

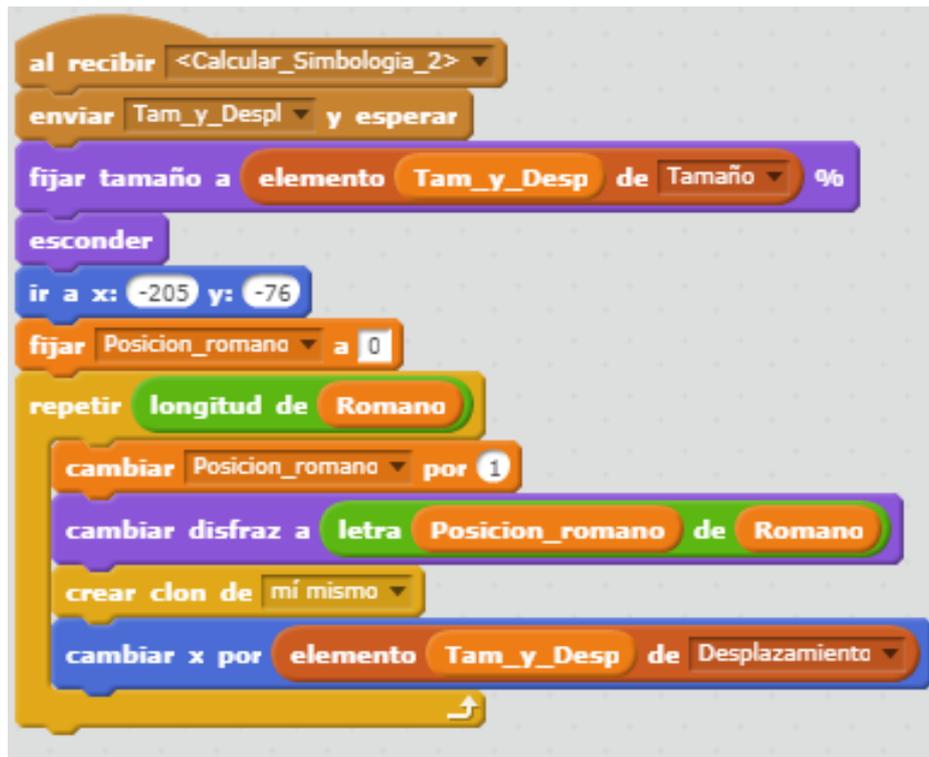


Figura 4.37: Fragmento de código que permite formar la representación romana mediante un bucle que recorre la variable que contiene el valor correcto.

Finalmente, el modo «Jugar» es el contrario que el modo «Adivinar». En este caso, cuando pulsamos el botón «¡Adivina el número romano!» debemos escoger una dificultad, y aparecerá un número natural aleatorio. En la zona de abajo escribiremos, con letras, que representación romana creemos que es. Si fallamos, el sistema nos dará la respuesta correcta. En la Figura 4.38 se puede ver el código que permite comparar el valor real con el que escribimos y en la Figura 4.39 se ve los pasos que se siguen en esta modalidad de juego.



Figura 4.38: Fragmento de código que permite comparar el resultado que ofrece el usuario con el real en la aplicación romana y decir uno u otro mensaje según la respuesta.



Figura 4.39: Funcionamiento del modo de juego «Jugar» representado en sus diferentes pasos para la aplicación sobre el sistema romano.

CAPÍTULO 5

Página web

Este capítulo explica cómo se ha desarrollado la página web para el museo de la ETSINF, ya que la difusión de la información que se ha elaborado forma parte de unos de los objetivos principales de este trabajo. En ella se puede visualizar las cinco aplicaciones, desarrollada en lenguaje Scratch, que se han implementado. Además, se adjunta un enlace para cada una de las aplicaciones para que los usuarios puedan acceder, compartirlos o reinventarlos.

El Museo de Informática acerca a los más jóvenes, de una forma dinámica y atractiva, a la informática y a la programación mediante su web y sus diferentes páginas. Es por ello que otro de los objetivos es elaborar esta página web para permitir que alumnos de diferentes cursos y edades comiencen a conocer los lenguajes de programación y sus utilidades.

5.1 Implementación

La página web del museo, cuyo logo se puede ver en la Figura 5.1, está administrada mediante la plataforma WordPress. Para la creación de nuestra web, se ha pedido permiso para tener acceso y poder editar una nueva página a partir del resto de páginas webs ya creadas en otros trabajos de final de grado, es decir, manteniendo una base y estructura similar al resto de páginas web.

La página web está implementada en lenguaje HTML. En la Figura 5.2 se puede ver un fragmento de este código, el cual hace referencia a la información relativa al sistema babilónico. El resto de sistemas de numeración tiene una misma estructura HTML, cambiado la información a la adecuada.



Figura 5.1: Logo del Museo de Informática.

```

<h3 style="text-align:center;color:#404040;"><strong>El sistema
babilónico</strong></h3>
<h3><strong>Historia</strong></h3>
<p>La numeración babilónica más destacada aparece entre el 1800 y 1900 a.C., y
es considerado el primer sistema de numeración posicional. Este sistema está
representado en base sexagesimal, formando los números del 1 al 59 de forma
aditiva mediante los símbolos de la cuña vertical y la cuña horizontal. Este
sistema fue utilizado por diversos pueblos de Mesopotamia, entre los que
destacan los sumerios, los acadios y los babilonios.</p>
<h3><strong>Instrucciones</strong></h3>
<ol>
<li>Presionar la bandera verde para comenzar la aplicación y el botón rojo para
terminar.</li>
<li>Pulsar "Jugar", a continuación hacer clic sobre las casillas con los
símbolos "+" y "-" para modificar la representación actual.</li>
<li>Pulsar "Escribir" para ver representado el número que el usuario desee.
<ol>
<li>Pulsar la casilla que dice ";Escribe un número!".</li>
<li>Escribir el número que se desea ver representado.</li>
</ol>
</li>
<li>Pulsar "Adivinar" para averiguar una representación aleatoria.
<ol>
<li>Pulsar la casilla que dice ";Adivina el número!".</li>
<li>Escoger la dificultad deseada.</li>
<li>Escribir el número representado.</li>
</ol>
</li>
<li>Pulsar "Ayuda" si se desea conocer el funcionamiento de los tres modos de
juego.</li>
<li>Pulsar "Créditos" para conocer al creador de la aplicación y los enlaces a
las webs correspondientes.</li>
</ol>
<p><center><iframe src="https://scratch.mit.edu/projects/embed/209116299/?
autostart=false" width="700" height="700" frameborder="0"
allowfullscreen="allowfullscreen"></iframe></center></p>
<p>Para acceder a la página de la aplicación en la web de Scratch ir al
siguiente enlace -> <a href="https://scratch.mit.edu/projects/209116299">Sistema
de numeración babilónico</a></p>

```

Figura 5.2: Fragmento de código que pertenece a la página web del Museo de Informática sobre los sistemas de numeración en Scratch.

5.2 Estructura

Al comenzar la página web podemos observar el título de la página, el cual es «Sistemas de numeración en Scratch». Seguidamente aparece el nombre del creador de las aplicaciones sobre los sistemas de numeración y una pequeña explicación sobre el objetivo de la página web, incluyendo una pequeña explicación de la herramienta utilizada para la elaboración de las aplicaciones.

El resto de la web está dividida en cinco secciones, una por cada sistema de numeración implementado. En cada sección se explica un poco sobre el origen e historia del sistema

para poner en contexto al usuario, y a continuación se detallan las instrucciones para comenzar la aplicación y poder navegar sobre ella de una forma sencilla y dinámica. Por último se incluye la aplicación para poder jugar desde la propia web y además un enlace para acceder a la aplicación desde la página oficial de Scratch.

Si observamos la Figura 5.3 podemos observar un ejemplo del resultado final de la página web, y para poder acceder a ella se deberá visitar el siguiente enlace <http://museo.inf.upv.es/es/arqueologia-informatica-los-sistemas-de-numeracion-con-scratch/>.

Sistemas de numeración con Scratch

Diego Manzanera Blasco

Los sistemas de numeración han estado presentes a lo largo de la historia y han sido utilizados por diferentes culturas para representar sus cifras. En esta sección se presentan cinco aplicaciones sobre los principales sistemas que han existido (el sistema babilónico, el sistema egipcio, el sistema maya, el sistema griego ático y el sistema romano) para que los usuarios aprendan como se representaban los números en dichos sistemas.

Las aplicaciones han sido creadas en el lenguaje de programación **Scratch**, donde se permite crear proyectos y compartirlos con el resto de usuarios. Además, un usuario puede comentar y valorar cualquier proyecto que sea público, incluyendo una opción de modificar un proyecto, creando una nueva versión, para realizar los cambios que se crean convenientes.

El sistema babilónico

Historia

La numeración babilónica más destacada aparece entre el 1800 y 1900 a.C., y es considerado el primer sistema de numeración posicional. Este sistema está representado en base sexagesimal, formando los números del 1 al 59 de forma aditiva mediante los símbolos de la cuña vertical y la cuña horizontal. Este sistema fue utilizado por diversos pueblos de Mesopotamia, entre los que destacan los sumerios, los acadios y los babilonios.

Instrucciones

1. Presionar la bandera verde para comenzar la aplicación y el botón rojo para terminar.
2. Pulsar "Jugar", a continuación hacer clic sobre las casillas con los símbolos "+" y "-" para modificar la representación actual.
3. Pulsar "Escribir" para ver representado el número que el usuario desee.
 1. Pulsar la casilla que dice "Escribe un número!".
 2. Escribir el número que se desea ver representado.
4. Pulsar "Adivinar" para averiguar una representación aleatoria.
 1. Pulsar la casilla que dice "Adivina el número!".
 2. Escoger la dificultad deseada.
 3. Escribir el número representado.
5. Pulsar "Ayuda" si se desea conocer el funcionamiento de los tres modos de juego.
6. Pulsar "Créditos" para conocer al creador de la aplicación y los enlaces a las webs correspondientes.



Figura 5.3: Interfaz web donde está ubicada la información sobre las aplicaciones desarrolladas.

CAPÍTULO 6

Conclusiones

En este último capítulo se detallan las consideraciones finales que se han obtenido a partir del trabajo realizado durante la elaboración del proyecto. Se realiza un resumen global y se analizan los objetivos a cumplir. Por último, se ha añadido un apartado para poder expresar qué trabajo futuro se podría realizar a partir de este trabajo o que tenga cierta relación con los sistemas de numeración.

6.1 Consideraciones finales

En el presente trabajo se ha podido demostrar que, gracias a un lenguaje tan sencillo como es Scratch, se pueden crear una serie de aplicaciones para poder entender los diferentes sistemas de numeración más importantes que han existido mediante juegos y diferentes metodologías. Para poder desarrollar estas aplicaciones, se ha utilizado una serie de artículos y libros explicativos sobre el lenguaje Scratch, los cuales se pueden ver en la bibliografía de este mismo trabajo.

Para la elaboración de este trabajo se ha puesto especial atención en el lenguaje Scratch, debido a que se trata de un lenguaje innovador y de actualidad. Durante los diferentes capítulos explicados anteriormente, se ha detallado que Scratch es una buena herramienta para acercar a los usuarios con menos experiencia al mundo de la programación, ya que Scratch elimina la fase de aprendizaje de la escritura de código, y en su lugar se utiliza una serie de bloques de código y, cómo si de un rompecabezas se tratase, unirlos para generar un fragmento de código funcional destinado a los objetos de cada aplicación. A pesar de que con otros lenguajes de programación hubiese sido más fácil operar con números (sobre todo las partes de código que controlan que lo que el usuario escribe en la aplicación sean números enteros y no decimales o letras), Scratch demuestra que con sus bloques de operadores se puede llegar a desarrollar unas aplicaciones que permitan manipular números para la representación en diversos sistemas de numeración.

Lo primero que se ha realizado en el proyecto es una explicación de los cinco sistemas de numeración que más importancia han tenido a lo largo de la historia, para que el lector entienda que importancia han tenido y las diferencias que habían entre ellos. Se ha desarrollado la historia de la utilización de los símbolos de cada sistema de numeración, así como sus anomalías o rarezas más destacadas, incluyendo ejemplos para entender mejor como se utilizaban.

Por otro lado, se ha explicado el lenguaje Scratch, explicando los motivos de su utilización y las diferentes herramientas que presenta para la elaboración de aplicaciones. Seguidamente, se explica la metodología de desarrollo llevada a cabo en las cinco aplicaciones creadas.

Finalmente, estas aplicaciones son subidas a una nueva página web que permanecerá en la web oficial del Museo de Informática de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática, con el objetivo de que los usuarios puedan acceder a las aplicaciones y poder tanto utilizarlas como reinventarlas para crear nuevas versiones. Con ello se pretende que los usuarios entiendan que los sistemas de numeración que utilizamos en la actualidad, y también el que utilizan los ordenadores para manipular grandes cantidades de datos, no siempre han sido de la misma manera que los conocemos.

6.2 Trabajo futuro

Como trabajo futuro para llevar a cabo se presentan diversas opciones, las primeras de ellas hacen referencia a los cinco sistemas de numeración mencionados en el capítulo 2 de este trabajo, para permitir ampliaciones a partir de ellos:

- Se pueden crear ampliaciones sobre la aplicación del sistema babilónico, o crear otras nuevas, en las que se detalle la evolución que sufrió dicho sistema de numeración. De esta forma quedaría representado también la numeración común asirio-babilónica y la numeración mariota.
- Para la numeración egipcia se ha utilizado la representación jeroglífica, pero también se ha explicado la numeración hierática egipcia la cual podría ser otra aplicación para crear explicando dicha numeración.
- La aplicación sobre el sistema maya ha sido representado utilizado base 20 en todos sus niveles (rangos). Es por ello que, a modo de comparación, se podría recrear la misma aplicación pero convirtiendo el rango 3 de forma que el valor de las cifras que ocupaban el tercer nivel se multiplique por 18×20 (360), en lugar de 20×20 (400), ya que ésta era una irregularidad que utilizaban los mayas para indicar las fechas.
- Se ha creado una aplicación que explica el sistema de numeración griego ático (o acrofónico). Se puede crear una aplicación para explicar mejor la numeración griega alfabética, la cual también tiene una pequeña explicación en este trabajo.
- Para el sistema romano se podría realizar una ampliación donde se observase cómo ha evolucionado las grafías de las letras, ya que no siempre se utilizaron las letras que todos conocemos actualmente.

Por otro lado, también existen otros sistemas de numeración presentan en diferentes culturas que han tenido y tienen gran importancia en la historia. Se puede realizar una explicación de estos sistemas y la elaboración de diversas aplicaciones para entender cómo se representaban los números en dichos sistemas de numeración. Entre estos otros sistemas se pueden encontrar la numeración azteca, la numeración sumeria, la numeración armenia alfabética, la numeración hebrea alfabética, e incluso una que puede llegar a ser muy interesante que es la numeración china, explicando la evolución que ha sufrido dicho sistema.

Bibliografía

- [1] ÁLVAREZ, JUANA. *Scratch como Herramienta de Apoyo en los Procesos Pedagógicos*, 2017. Disponible en <<http://scratchherramientaeducativa.blogspot.com.es/2017/03/scratch-esun-lenguaje-deprogramacion.html>> [Consultado el 23 de febrero de 2018].
- [2] B. BOYER, CARL. *A History of Mathematics*. Wiley International Edition, 1968.
- [3] BATANERO, C.; CID, E. & GODINO, J. D. *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Proyecto Edumat-Maestros, 2003. Disponible en <https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/2_Sistemas_numericos.pdf> [Consultado el 23 de enero de 2018].
- [4] BURTON, DAVID M. *The History of Mathematics: An Introduction*. McGraw-Hill, New York, 2011.
- [5] COTTERELL, ARTHUR. *Historia de Las Civilizaciones Antiguas*. Crítica, Barcelona, 2000.
- [6] FOMIN, S. V. *Sistemas de numeración*. Mir, Moscú, Traducción al español, 1975.
- [7] GARRIDO BARRIENTOS, SERGIO. *Scratch para niños... y no tan niños*. Amazon Media EU S.à r.l., Francia, 2015.
- [8] GHEVERGHESE JOSEPH, GEORGE. *The Crest of the Peacock*. Princeton University Press, 2011.
- [9] IFRAH, GEORGES. *Historia universal de las cifras*. Espasa Calpe, S.A., Madrid, sexta edición, 2008.
- [10] IFRAH, GEORGES. *The Universal History of Computing: From the Abacus to the Quantum Computer*. John Wiley & Sons, Inc. New York, 2001.
- [11] IFRAH, GEORGES. *The Universal History of Numbers: From Prehistory to the Invention of the Computer*. John Wiley & Sons, Inc. New York, 2000.
- [12] LÓPEZ GARCÍA, JUAN CARLOS. *Guía de referencia de Scratch 2.0*. EDUTEKA, Colombia, 2013. Disponible en <<http://www.eduteka.org/pdfdir/ScratchGuiaReferencia.pdf>> [Consultado el 23 de enero de 2018].
- [13] MCMANUS, SEAN. *Scratch programming in easy steps*. East Steps Limited, United Kingdom, 2013.
- [14] ORTIZ FERNÁNDEZ, ALEJANDRO. *Historia de la Matemática, Volumen 1*. Pontificia Universidad Católica del Perú. Disponible en <<http://textos.pucp.edu.pe/pdf/2389.pdf>> [Consultado el 28 de enero de 2018].

- [15] PULLAN, J. M. *The history of the abacus*. Hutchinson, Londres, 1968.
- [16] RESNICK, MITCHEL. *Lifelong Kindergarten*. Cultures of Creativity, LEGO Foundation, 2014. Disponible en <<http://web.media.mit.edu/~mres/papers/CulturesCreativityEssay.pdf>> [Consultado el 1 de marzo de 2018].
- [17] SERRANO, GABRIEL. *Programación Scratch para niños*. Amazon Media EU S.à.r.l., Francia, 2015.
- [18] STEWART, IAN. *Historia de las matemáticas: En los últimos 10 000 años*. Grupo Planeta (GBS), 2008.
- [19] URIBE FORERO, DIANA. *Historia de las civilizaciones*. Aguilar, Altea, Taurus, Alfguara, 2008.
- [20] WING, JANNETTE MARIE. *Computational thinking*. *Viewpoint*. Communications of the ACM, 49(3):33-35, 2009.