



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

CAMPUS D'ALCOI

Investigación de factores que afectan a las pensiones a nivel estatal y europeo

MEMORIA PRESENTADA POR:

Inmaculada Pascual Gandia

GRADO DE ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE
EMPRESAS

Convocatoria de defensa: Junio 2018

I. INTRODUCCIÓN	5
1. Las pensiones en Europa	7
1.1. Modelo actual de las pensiones en España	7
1.1.1. Principales problemas de las pensiones	10
1.1.2. Modelos europeos	11
2. Formación requerida	13
II. OBJETIVOS.....	15
III. METODOLOGÍA	19
1. Búsqueda	20
2. Análisis Univariante y Bivariante	22
3. Series temporales.....	22
3.1. Modelos ARIMA.....	23
4. Análisis multivariante.....	25
4.1. Componentes principales	25
4.2. Regresión múltiple	25
4.3. Herramientas de cálculo	26
IV. RESULTADOS.....	27
1. Análisis univariante y bivariante.....	29
1.1. Matriz de datos	29
1.2. Análisis de la Pensión media.....	31
1.3. Análisis altas y bajas de jubilación	33
2. Series temporales.....	35
2.1. Matriz de datos	35
2.2. Serie temporal beneficiarios	35
2.3. Serie estacionaria	37
2.4. Modelo ARIMA.....	39
2.4.1. Teórico.....	39
2.4.2. Validación del modelo planteado.....	39

2.5.	Serie temporal pensión media	42
2.6.	Serie estacionaria	44
2.7.	Modelo ARIMA.....	46
2.7.1.	Teórico.....	46
2.7.2.	Validación del modelo planteado.....	46
3.	Análisis multivariante.....	50
3.1.	Matriz de datos	50
3.2.	Componentes principales con España	50
3.3.	Regresión Múltiple Lineal	51
3.3.1.	Modelo teórico	51
3.3.2.	Análisis de Significación	51
3.3.3.	Estudio de la normalidad de los residuos.....	52
3.3.1.	Estudio de la heterocedasticidad.....	52
3.3.2.	Estudio de la autocorrelación	53
3.3.3.	Solución problema Heterocedasticidad.....	54
3.3.4.	Modelo definitivo.....	56
3.3.5.	Predicciones	57
3.4.	Componentes principales modelo Regresión Múltiple sin España	59
3.5.	Regresión Múltiple Lineal	59
3.5.1.	Modelo teórico	59
3.5.2.	Análisis de Significación	60
3.5.3.	Estudio de la normalidad de los residuos.....	60
3.5.4.	Estudio de la heterocedasticidad.....	61
3.5.5.	Estudio de la autocorrelación	61
3.5.6.	Modelo definitivo.....	62
3.5.7.	Predicciones	63
V.	CONCLUSIONES	65
VI.	BIBLIOGRAFÍA	69
VII.	ANEXO	77

I. Introducción

1. Las pensiones en Europa

1.1. Modelo actual de las pensiones en España

En el año 1900 nació la seguridad social, la entidad pública encargada de pagar y gestionar las pensiones públicas en España. Ésta sufre diversos cambios hasta la constitución, donde se define como un sistema social universal que garantiza prestaciones económicas, sociales y sanitarias ante situaciones de necesidad.

Las pensiones de jubilación son el gasto más alto para la seguridad social. La fuente de financiación para hacer frente al pago de las pensiones y prestaciones sanitarias y sociales es un sistema público mixto de reparto que se compone de:

- Cotizaciones sociales. Suponen un 88% de la financiación. Son el porcentaje que aportan las empresas y trabajadores de salario mensual. Las empresas aportan un 23,6% y los trabajadores un 4,7% hasta llegar a la base máxima de cotización situada en 3751,20€ mensuales en 2017.
- Financiaciones del estado procedentes de los impuestos generales aprobados por el gobierno [1].

El mayor reto de la economía española en la actualidad es hacer frente a los gastos generados por la seguridad social. El sistema se encuentra en déficit desde hace siete años y el gobierno ha vaciado casi completamente el Fondo de reserva dejándolo en poco más de 8.000 millones de euros de los 66.815 millones que alcanzo en 2011 (Figura I.1) [2]. Esto está afectando directamente a las pensiones impidiendo subidas proporcionales al IPC y, por la tanto, disminuyendo el poder adquisitivo de los pensionistas. Como consecuencia de esta situación se han realizado dos grandes reformas en el periodo 2011-2013:

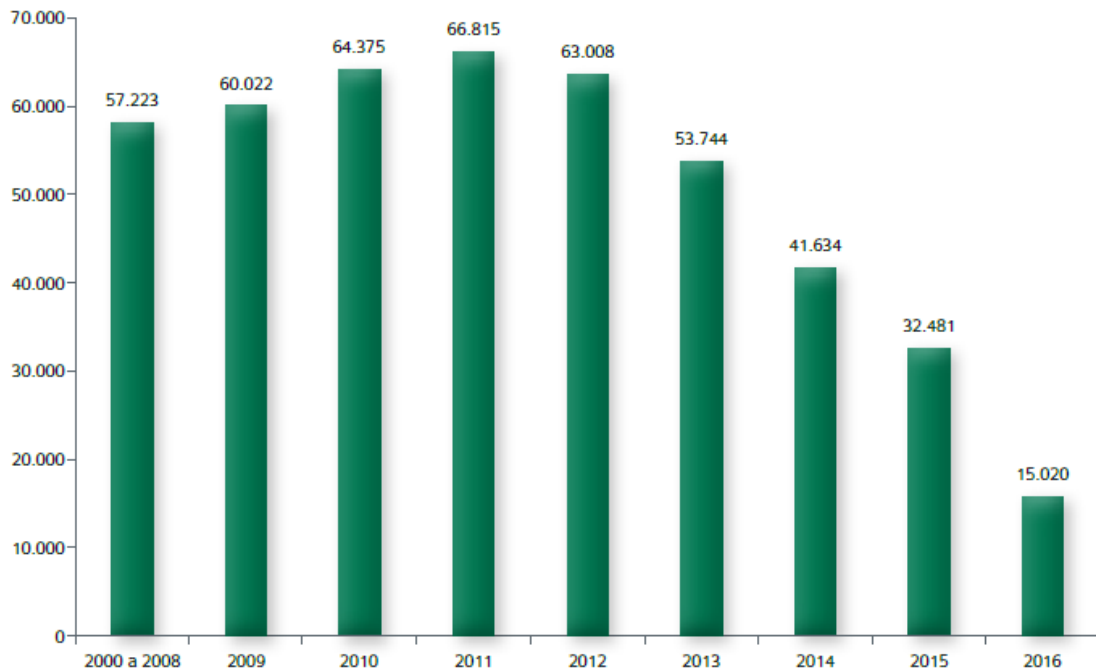


Figura I.1 Evolución fondo de reserva (en millones de euros) Fuente: Página seguridad social. Informe fondo de reserva

- La “Ley sobre la actualización, adecuación y modernización del sistema de Seguridad Social”, aprobada en 2011. Sus puntos clave fueron:
 1. Ampliar la base reguladora, es decir, los años de un trabajador con historial laboral completo (jubilación a los 65 y más de 35 años cotizados) a la hora de calcular su pensión. Se pasa de tener en cuenta los últimos 15 años cotizados a tener los últimos 25.
 2. La edad legal de jubilación pasa de los 65 a los 67 años para todos los trabajadores, existiendo una excepción para aquellos trabajadores cuyas carreras laborales a sus 65 años sean iguales o superiores a los 38 años y 6 meses. Estos últimos podrán seguir cobrando su pensión a los 65 años. Esta medida se aplica gradualmente desde el año 2013 hasta el 2027 variando según lo mostrado en la siguiente Tabla I.1 [3].

Tabla I.1 Aplicación Progresiva del Aumento de la Edad de Jubilación

año	edad de jubilación	cotización para 100% de pensión	años de cotización para retirarse a los 65 años	período de cómputo
2013	65 años y un mes	35 años y un mes	35 años	16 años
2014	65 años y dos meses	35 años y dos meses	35 años y seis meses	17 años
2015	65 años y tres meses	35 años y tres meses	35 años y seis meses	18 años
2016	65 años y cuatro meses	35 años y cuatro meses	36 años	19 años
2017	65 años y cinco meses	35 años y cinco meses	36 años	20 años
2018	65 años y seis meses	35 años y seis meses	36 años y seis meses	21 años
2019	65 años y ocho meses	35 años y ocho meses	36 años y seis meses	22 años
2020	65 años y diez meses	35 años y diez meses	37 años	23 años
2021	66 años	36 años	37 años	24 años
2022	66 años y dos meses	36 años y dos meses	37 años y seis meses	25 años
2023	66 años y cuatro meses	36 años y cuatro meses	37 años y seis meses	
2024	66 años y seis meses	36 años y seis meses	38 años	
2025	66 años y ocho meses	36 años y ocho meses	38 años	
2026	66 años y 10 meses	36 años y 10 meses	38 años y seis meses	
2027	67 años	37 años	38 años y seis meses	

- La reforma “reguladora del Factor de Sostenibilidad y del Índice de Revalorización de las Pensiones del Sistema de Pensiones de la Seguridad Social” [4], que se aprobó en el año 2013 para complementar la ya aprobada en 2011. Sus elementos clave son:

1. Factor de sostenibilidad. Éste se define como un instrumento que, con carácter automático, permite vincular el importe de las pensiones de jubilación del sistema de seguridad social a la evolución de la esperanza de vida de los pensionistas, ajustando las cuantías que percibirán aquellos que se jubilen en similares condiciones en momentos temporales diferentes. Para su cálculo se tendrán en cuenta las tablas de mortalidad de la población pensionista del sistema de la seguridad social y la edad de 67 años como edad de referencia.
2. Se establecen topes mínimos y máximos a la revalorización de las pensiones, siendo un 0.25% la subida mínima y la máxima no puede superar el 0.5% del IPC del año anterior. Dado el déficit del sistema de seguridad social, las pensiones llevan cuatros años consecutivos subiendo el mínimo establecido por esta medida, es decir, el 0.25% del IPC [5].

1.1.1. Principales problemas de las pensiones

El principal problema de las pensiones es el factor demográfico Figura I.2. A partir de la segunda mitad del siglo XX disminuye la natalidad y aumenta la esperanza de vida, por lo que la pirámide poblacional se está invirtiendo. Esto significa que habrá más pensionistas y menos personas en edad de trabajar. En el año 2060 se calcula que por cada jubilado habrá menos de dos personas en edad de trabajar mientras que, en la actualidad, la media es de 3.5 trabajadores por cada jubilado.

La productividad en España es otro de los factores influyentes. El crecimiento en los últimos 20 años ha sido nulo afectando a los salarios y a la renta del país y, por lo tanto, afectando de forma directa a los ingresos de la seguridad social. Los economistas calculan que para resolverse el problema se deberían crear 500.000 puestos de trabajos al año [6-8].

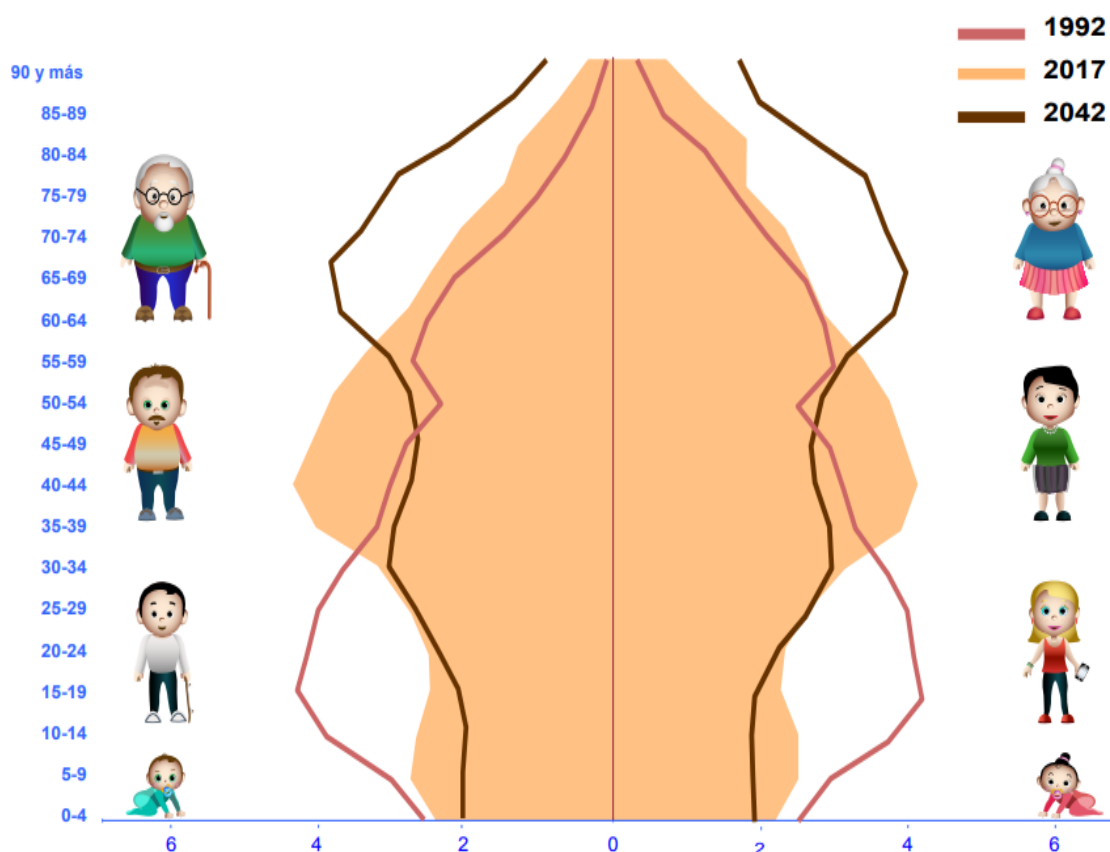


Figura I.2 Pirámide de población presente, pasada y futura. Fuente: INE

1.1.2. Modelos europeos

España no es el único país que se encuentra en esta situación. De la misma manera, otros países europeos han tenido la necesidad de implantar reformas en los últimos años que, en su mayoría, consisten en el aumento de la edad de jubilación y de la cantidad de años cotizados para conseguir cobrar la pensión máxima.

Los sistemas de pensiones son gestionados individualmente por cada de país y, aunque conservan diferencias entre ellos, se pueden clasificar en varios modelos según sus características. La OCDE, a través de un informe publicado en 2017, ha dividido los sistemas de pensiones en públicos, privados y mixtos. A su vez, estos se subdividen en sistemas de reparto e individuales. En Europa encontramos distintos ejemplos:

- Países como Francia o Alemania tienen un modelo público de pensiones, pero se incentiva a los ciudadanos para que lo complementen con un sistema de ahorro privado.

- Reino Unido también complementa su sistema público obligando a las empresas a la apertura de un plan de pensiones privados al contratar a un nuevo trabajador y aportar mensualmente parte de su salario. El trabajador puede desistir del mismo, pero los índices de desistimiento son mucho más bajos de lo esperado.
- Los países nórdicos, como Dinamarca, tienen un sistema de pensiones universal independiente de la cotización que se complementa con la aportación a un fondo público individual con dinero fruto de cotizaciones salariales. El modelo sueco diverge en la posible elección del carácter del fondo de aportación individual, que podrá ser público o privado [9-11].

2. Formación requerida

Tanto para la búsqueda de información, cómo para su tratamiento, el alumno ha necesitado los conocimientos adquiridos en las asignaturas:

- **Econometría:**
 - Planteamiento, cálculo y validación de los modelos de regresión múltiple, series temporales, Análisis univariante y bivariante planteados

- **Modelos Matemáticos para ADE:**
 - Realización cálculos realizados durante el proyecto.

- **Investigación comercial.**
 - Planteamiento e investigación realizada para el proyecto.

- **Economía Española.**
 - Análisis de la obtención de los datos en cada serie temporal.

- **Métodos estadísticos en Economía.**
 - Realización del planteamiento de los test de hipótesis y posterior interpretación de la varianza de los residuos.

- **Macroeconomía:**
 - Investigación acerca de los diferentes índices que afectan a la economía para la obtención los parámetros relevantes para la realización de la regresión múltiple

- **Introducción a la estadística:**
 - Obtención de la normalidad de los residuos mediante la campana de Gauss y los distintos test de hipótesis.

II. Objetivos

El objetivo principal es saber qué factores afectan al sistema actual de las pensiones en España y tratar de modelizarlas para poder hacer predicciones.

Para alcanzar el propósito se plantean los siguientes los objetivos secundarios:

- Recopilar las variables que afectan a las pensiones, basándose en estudios anteriores.
- Analizar el valor medio de las pensiones y el total de beneficiarios en la actualidad.
- Conocer si existe mucha diferencia entre las altas y bajas en la pensión de jubilación.
- Conocer el comportamiento de España frente al resto de países de la unión europea.
- Conocer como evolucionaran las pensiones en los próximos años.

III. Metodología

1. Búsqueda

Cuando se empezó el proyecto se propuso diversas maneras de enfocarlo ya que en la actualidad el mundo de las pensiones es muy amplio.

En primer lugar, se decidió analizar las pensiones en España separadas por sexo, para analizar su comportamiento. Los datos han sido obtenidos en la página de la seguridad social donde se pueden encontrar todos los datos desde 2005 hasta la actualidad.

En segundo lugar, se realizarán series temporales para saber cómo va a seguir su evolución, en este caso la fuente también ha sido la página de la seguridad social.

En tercer lugar, se hará una regresión múltiple dónde se analizará el comportamiento de España frente al resto de países europeos. Se propusieron muchas variables, pero muchas de ellas no ha sido posible encontrarlas ya que no había información sobre todos los países. La fuente de información ha sido el Eurostat. Los datos con los que se planteará la regresión múltiple son del año 2015, ya que es el último año que hay información completa para todos los países que conforman la Unión Europea. En el siguiente esquema Figura III.1 se puede ver el procedimiento que se va a seguir:

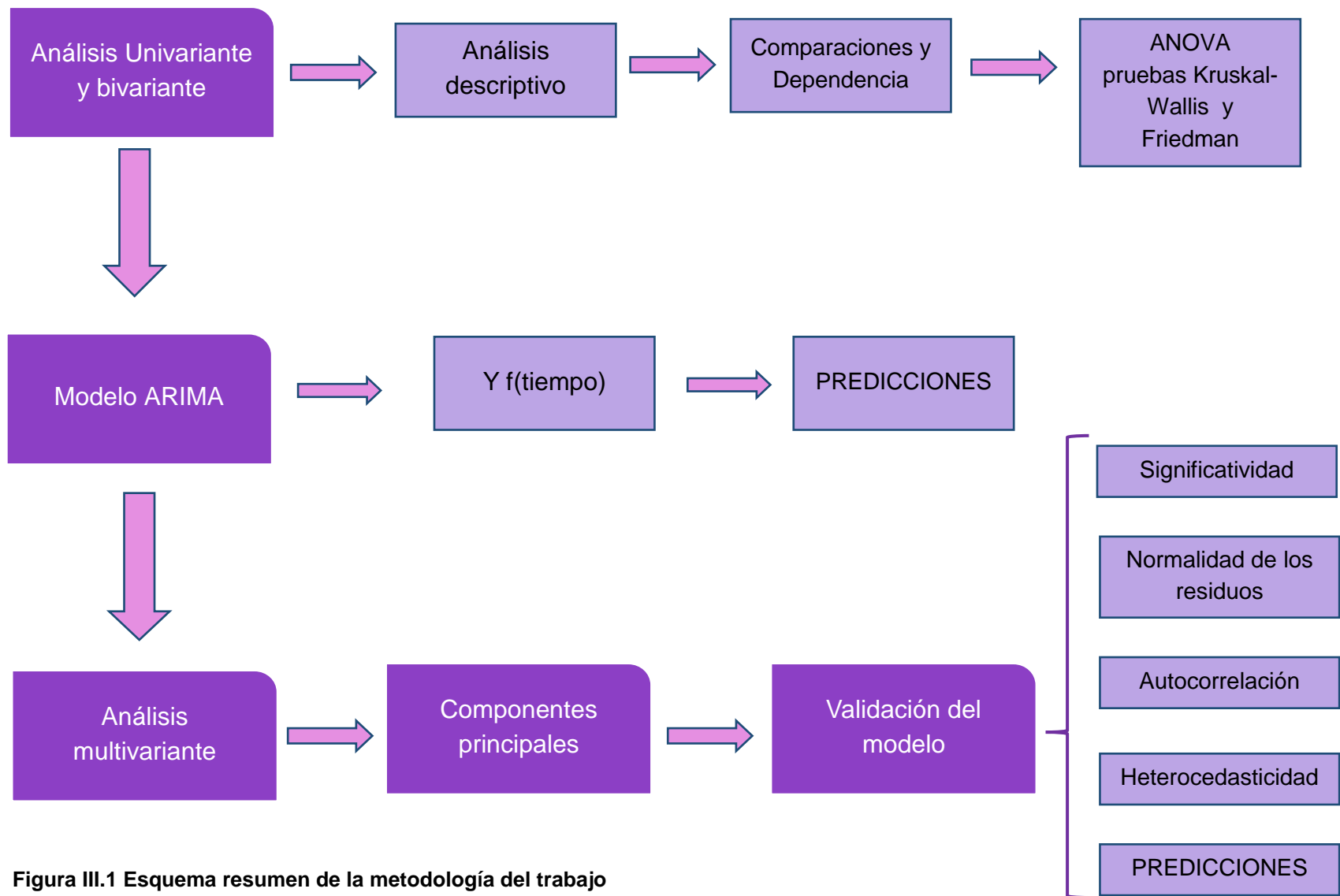


Figura III.1 Esquema resumen de la metodología del trabajo

2. Análisis Univariante y Bivariante

El análisis univariante se centra en analizar y describir una única característica/variable. Las variables recopiladas pueden ser cualitativas si no son numéricas (sexo, estado civil) o cuantitativas si son numéricas (renta).

En el análisis bivariante de manera simultánea se observan dos variables ($x;y$) en una muestra de n individuos.

Se van a realizar un análisis univariante y bivariante simultáneamente ya que en cada caso se va a analizar el sexo y las altas y bajas de jubilación. Se realizarán los análisis por separado y comparando las variables consideradas entre sí. De este modo se realizará un tanto de las correlaciones y dependencias existentes en la base de datos, a la vez que se resumirá la información, detectando y comparando valores medios (o medianos), viendo las diferencias en la dispersión de los datos en cada caso, y sobre todo tratando de detectar información errónea o distorsionada mediante la búsqueda de puntos anómalos.

3. Series temporales

Una serie temporal es el estudio de una sucesión de datos de una variable ordenados cronológicamente para poder construir modelos que describan el comportamiento histórico de la variable y así poder hacer predicciones de valores futuros [12].

Los componentes de una serie temporal son:

- **Tendencia:** muestra el movimiento a largo plazo de la serie.
- **Variaciones estacionales:** Variaciones que se producen a corto plazo (1 año o menos)
- **Variables cíclicas:** Variaciones a largo plazo (5 o 6 años)
- **Variaciones residuales:** oscilaciones que no tiene una estructura reconocible. Ya que son hechos puntuales como por ejemplo el cambio de moneda.

3.1. Modelos ARIMA

Para realizar un modelo ARIMA primero en las series temporales hay que conseguir tener una serie estacionaria. Para conseguirlo hay que cumplir cuatro objetivos:

- Tener tendencia nula o constante
- No tener variaciones estacionales
- La varianza debe ser constante
- No existir autocorrelación

Si existe algún problema de los nombrados anteriormente hay que solucionar el problema con diferentes modificaciones hasta conseguir que sea estacionaria. Las modificaciones son las siguientes:

- **Problemas de tendencia.** se aplican diferenciaciones de orden no estacional hasta solucionar el problema. Normalmente se suele aplicar hasta 3 diferenciaciones.
- **Problemas de variaciones estacionales:** se aplican diferenciaciones de orden estacional hasta solucionar el problema. Normalmente se suelen aplicar hasta 2 diferenciaciones.
- **Problemas de varianza:** se aplica a la variable que se explica la raíz cuadrada o logaritmo neperiano.
- **Problemas de autocorrelación:** si el problema persiste se aplican diferenciaciones hasta que se solucione el problema.

Cuando se obtenga la serie estacionaria ya se puede proceder a plantear el modelo ARIMA. Se trata de un proceso autorregresivo en el cual se integra la media móvil. Donde se formulan modelos para procesos no estacionarios [13].

Los modelos ARIMA se expresan como:

$$\text{ARIMA } (p,d,q) \times (P,D,Q)$$

Siendo:

p = Orden del AR

d = Orden no estacional

q = Orden del MA

P = Orden del SAR

D = Orden estacional

Q = Orden del SMA

Por tanto, los modelos ARIMA pueden ser:

- Modelo AR (autoregresivo):

AR (k)

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \beta_3 Y_{t-3} + \dots + \beta_k Y_{t-k} + U$$

Siendo: k = número de variables explicativas del modelo.

Ejemplo:

AR (2)

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + U$$

- Modelo MA (media móvil):

MA (k)

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Res}_{t-1} + \beta_2 \text{Res}_{t-2} + \beta_3 \text{Res}_{t-3} + \dots + \beta_k \text{Res}_{t-k} + U$$

Ejemplo:

MA (3)

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Res}_{t-1} + \beta_2 \text{Res}_{t-2} + \beta_3 \text{Res}_{t-3} + U$$

- Modelo ARIMA:

Ejemplo:

AR (2) y MA (2)

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \beta_3 \text{Res}_{t-1} + \beta_4 \text{Res}_{t-2} + U$$

Para validar el modelo ARIMA hay que comprobar:

- La significatividad del modelo
- Los residuos tengan media nula y no exista homocedasticidad
- La normalidad de los residuos
- Inexistencia de autocorrelación en el FAS

4. Análisis multivariante

4.1. Componentes principales

La técnica que se va a emplear para asegurar la independencia de las variables seleccionadas para el modelo es la de los componentes principales. Esta herramienta tiene por objeto representar un conjunto de variables observadas en un pequeño número de nuevas variables, combinación lineal de las anteriores, pero no correlacionadas entre sí.

Se transforman las k variables X en otras k variables Z con las propiedades:

- las variables Z no están relacionadas entre sí.
- la primera variable Z será la dirección más representativa del conjunto de variables X y así sucesivamente [14].

4.2. Regresión múltiple

En este apartado el objetivo será cuantificar la relación que tienen las pensiones, variable explicada, con las variables explicativas propuestas. Se estudiará una metodología, la regresión lineal, que nos permita analizar los problemas que suceden actualmente en las pensiones en el estado español.

La metodología propuesta identificará las variables que son realmente explicativas, determinando la importancia relativa de cada una de ellas [15].

Para validar los modelos analizaremos:

- La significatividad tanto del modelo como de sus variables.
- La normalidad de los residuos
- La heterocedasticidad
- La autocorrelación

Una vez comprobado que el modelo propuesto no tenga ningún problema o, en caso de tenerlo haber logrado solucionarlo, se realizarán las predicciones.

En este trabajo se van a realizar dos regresiones múltiples donde se analizarán las pensiones a nivel europeo. En un modelo se analizará el comportamiento de las pensiones en Europa y en el otro el comportamiento de las pensiones de Europa sin España. Más adelante se verá la razón y los criterios seguidos en cada caso.

4.3. Herramientas de cálculo

Las herramientas utilizadas para la realización de los cálculos contenidos en este trabajo son:

- **Excel:** herramienta utilizada para la realización de tablas y gráficos
- **Statgraphics:** programa utilizado en la versión 5.1 para la realización de cada una de las series temporales, tanto para la serie no estacionaria, como en el modelo ARIMA y sus predicciones futuras.

IV. Resultados

1. Análisis univariante y bivalente.

En este apartado se va a analizar el comportamiento de la pensión media de jubilación, por sexos, y las altas y bajas de jubilación.

1.1. Matriz de datos

En la Tabla IV.1 se muestra un gráfico con los datos obtenidos para el análisis de la pensión media, los cuales han sido adquiridos en la página de la seguridad social. En el apartado 0.

En la Tabla VII.1 se reflejan los datos numéricos empleados para el análisis (ANEXO). En la misma figura puede verse que hay una diferencia considerable en todos los meses representados, entre el valor medio de las pensiones entre hombres y mujeres calculado en euros. En el siguiente apartado se analizarán con detenimiento estas diferencias.

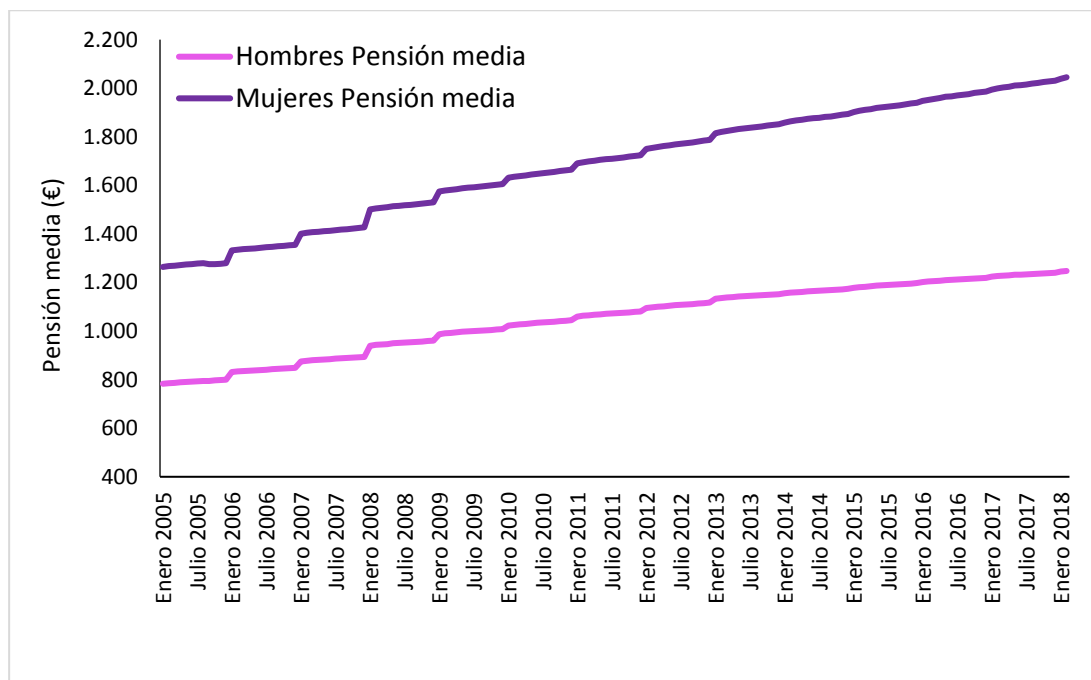


Figura IV.1 Datos obtenidos para el análisis de la pensión media entre hombres y mujeres

En cuanto a las altas y bajas en número de personas de las pensiones en España, puede verse como parece que el número de altas supera al de las bajas, y cómo ambos fenómenos parecen tener una tendencia constante y unas oscilaciones

periódicas, que se comentarán también con detenimiento en análisis posteriores
 Figura IV.2

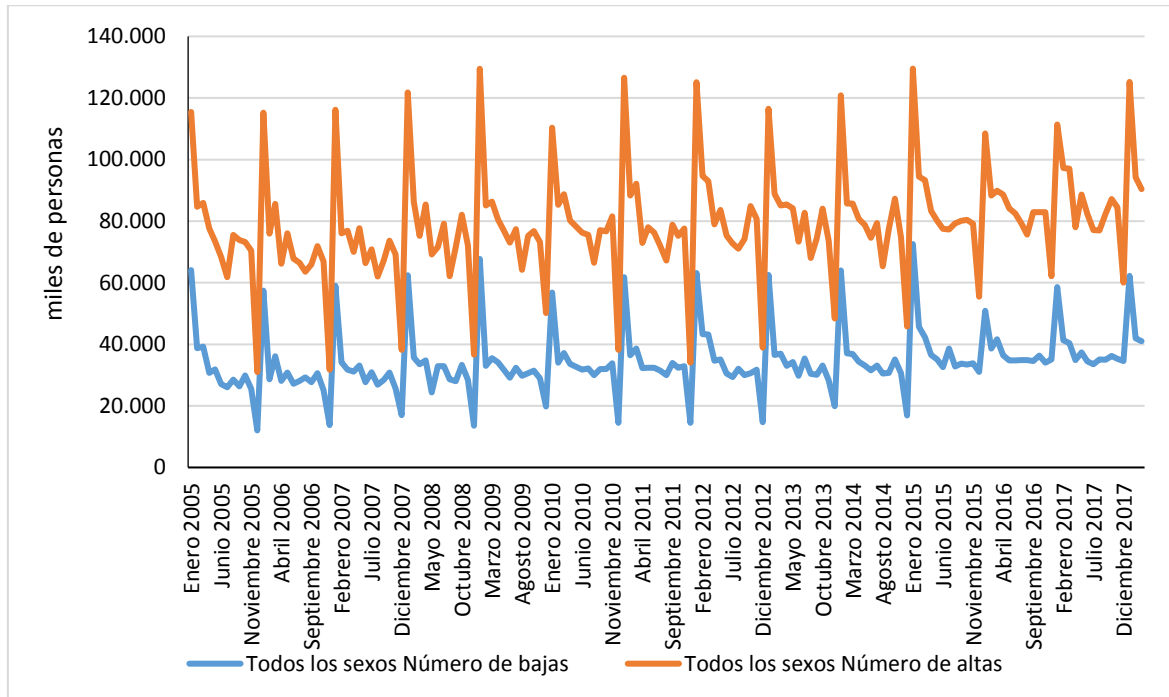


Figura IV.2 Datos obtenidos para el análisis de la altas y bajas de jubilación

1.2. Análisis de la Pensión media

En este apartado vamos a comparar el importe de la pensión media entre los hombres y las mujeres. Los datos obtenidos son desde enero del 2005 a febrero del 2018.

La Tabla IV.1 muestra el mínimo y el máximo que cobran los pensionistas por sexo. El sesgo y la curtosis nos están indicando que las variables no siguen una distribución normal, ya que los valores de las mismas no se comprenden ente [-2, +2].

Tabla IV.1 Resumen estadístico Pensión media

	Recuento	Promedio	Desviación Estándar	Coeficiente de Variación	Mínimo	Máximo	Rango
Hombres_2	158	1050,12	141,385	13,4637%	783,01	1247,46	464,45
Mujeres_2	158	637,49	95,448	14,9725%	479,41	797,5	318,09
Total	316	843,806	239,176	28,3449%	479,41	1247,46	768,05

	Sesgo Estandarizado	Curtosis Estandarizada
Hombres_2	-2,16626	-2,77754
Mujeres_2	-0,489315	-3,07409
Total	1,45635	-4,74743

En la Figura IV.3 observamos la diferencia que existe entre la pensión media entre hombres y mujeres. La pensión media máxima que cobran las mujeres es inferior al mínimo de pensión media que cobran los hombres. Además, la dispersión de los datos es mayor en el caso de los hombres que en el de las mujeres, y la media tiene un valor inferior a la mediana.

Gráfico Caja y Bigotes

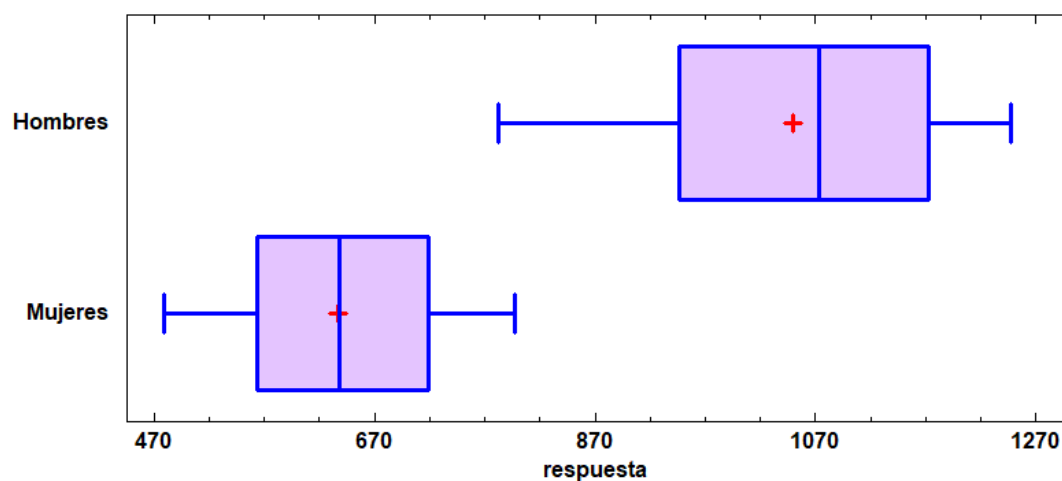


Figura IV.3 Gráfico cajas y bigotes para la pensión media

La tabla de Kruskal-Wallis Tabla IV.2 nos indica que la diferencia entre medianas es muy significativa.

Tabla IV.2 Prueba de Kruskal- Wallis

	Tamaño de Muestra	Rango Promedio
Hombres	158	237,297
Mujeres	158	79,7025

Estadístico = 235,043 Valor-P = 0

intervalos de confianza del 95,0%

Contraste	Sig.	Diferencia	+/- Límites
Hombres - Mujeres	*	157,595	20,1473

* indica una diferencia significativa.

En el gráfico Figura IV.4 se corrobora la información dicha anteriormente, se ve claramente la diferencia de medianas que hay entre hombres y mujeres, siendo la pensión de los hombres es mucho más elevada.

Gráfico de Medianas con Intervalos del 95,0% de Confianza

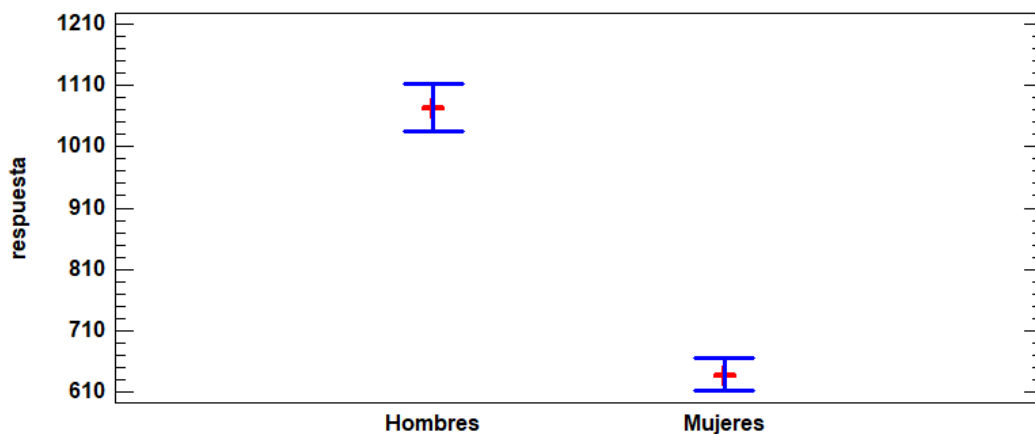


Figura IV.4 Gráfico de medianas para la pensión media

Se puede afirmar la existencia de una brecha salarial por sexos en las pensiones, ya que la pensión media de los hombres es de 1050€ mientras que de las mujeres es de 637€.

1.3. Análisis altas y bajas de jubilación

En este apartado se analizará la diferencia entre las altas y bajas de jubilación. Los datos obtenidos son desde 2005 hasta 2018.

En el resumen estadístico Tabla IV.3 Se observa que, en el análisis por grupos, altas o bajas, los datos no siguen una distribución normal. La desviación estándar es mayor en el caso del número de bajas, indicando mayor dispersión que en el caso de las altas.

Tabla IV.3 Resumen estadístico altas y bajas de jubilación

	<i>Recuento</i>	<i>Promedio</i>	<i>Desviación Estándar</i>	<i>Coeficiente de Variación</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
número de bajas	158	34430,2	10300,0	29,9156%	12021,0	72550,0
número de altas	158	44667,0	8465,15	18,9517%	17976,0	64803,0
Total	316	39548,6	10717,9	27,1005%	12021,0	72550,0

	<i>Rango</i>	<i>Sesgo Estandarizado</i>	<i>Curtosis Estandarizada</i>
número de bajas	60529,0	7,14516	8,36048
número de altas	46827,0	-4,52037	4,16558
Total	60529,0	1,31849	0,0914009

En el gráfico de cajas y bigotes Figura IV.5 se puede ver como hay más altas que bajas de jubilación. Dato citado anteriormente como el principal problema que afecta a las pensiones. También se puede observar como hay muchos puntos anómalos en ambos grupos. Esto puede deberse a factores no controlables que afectan a las altas y las bajas, que dependen de la demografía.

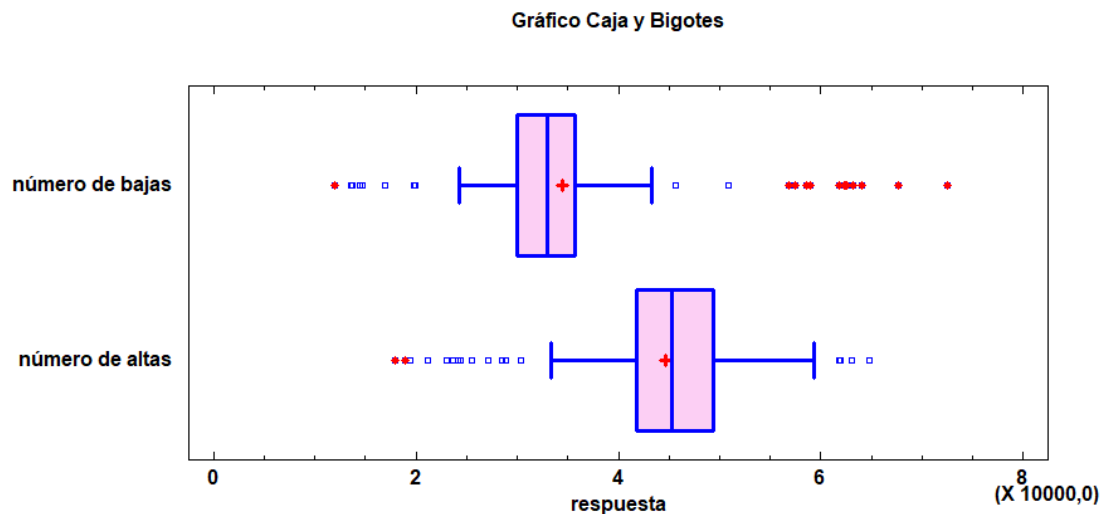


Figura IV.5 Gráfico cajas y bigotes altas y bajas de jubilación

La prueba de Kruskal-Wallis Tabla IV.4 confirma que existe una diferencia significativa entre las medianas de los dos grupos analizados.

Tabla IV.4 Prueba de Kruskal-Wallis

	<i>Tamaño de Muestra</i>	<i>Rango Promedio</i>
número de bajas	158	106,82
número de altas	158	210,18

Estadístico = 101,105 Valor-P = 0

intervalos de confianza del 95,0%

<i>Contraste</i>	<i>Sig.</i>	<i>Diferencia</i>	<i>+/- Límites</i>
número de bajas - número de altas	*	-103,361	20,1473

* indica una diferencia significativa.

En el gráfico de las medianas Figura IV.6 se corrobora la diferencia que existe una gran diferencia entre las altas y las bajas en la seguridad social, destacando de forma preocupante el número de altas. Al encontrarnos con una pirámide de población convencional en la actualidad podemos concluir que esto se debe a un aumento de la esperanza de vida. La situación se agravará cuando la llamada generación del “baby boom” llegue a la edad de jubilación y la pirámide poblacional se invierta por completo.

Gráfico de Medianas con Intervalos del 95,0% de Confianza

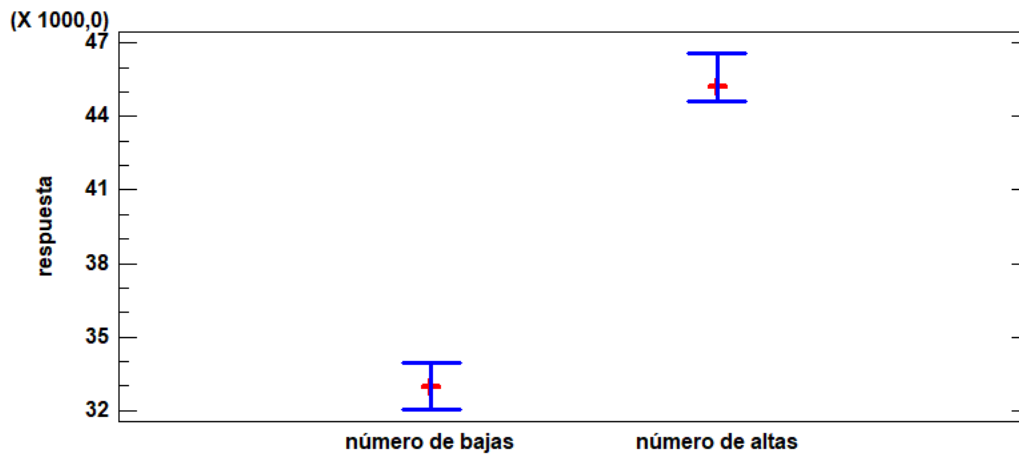


Figura IV.6 Gráfico de medianas altas y bajas de jubilación

2. Series temporales

2.1. Matriz de datos

En las figuras Figura IV.7 y Figura IV.15 se muestran los gráficos de los datos obtenidos para el análisis de las series temporales, los cuales han sido obtenidos de la página de la seguridad social. En el apartado VII. ANEXO Tabla VII.2 se reflejan los datos numéricos empleados para el análisis.

2.2. Serie temporal beneficiarios

Primero, se mostrará en el gráfico inicial Figura IV.7 del número de pensionistas sin ninguna modificación. En el eje de las X representa el tiempo, en este caso desde el año 2011 hasta febrero del 2018, y en el eje de las Y el número de pensionistas. El objetivo de este gráfico es hacer su descripción y analizar las propiedades que nos indiquen si la serie es estacionaria o no.

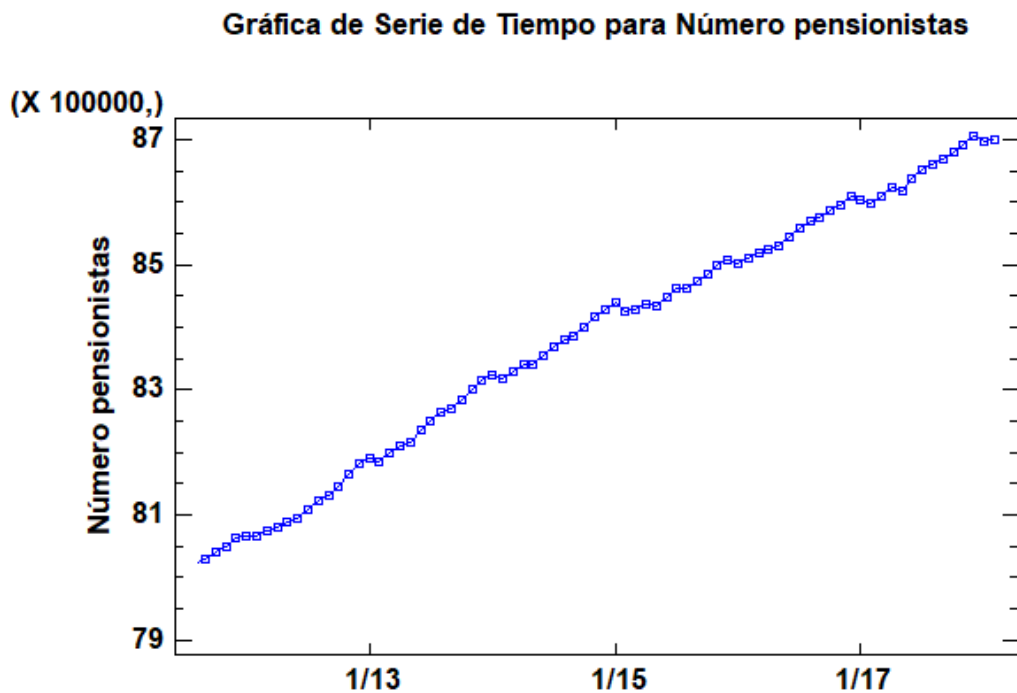


Figura IV.7 Gráfica serie de tiempo de número de pensionistas

En segundo lugar, se muestra el gráfico FAS. Dónde se buscará si existe o no existe estacionalidad y tendencia, aún sin modificar los datos obtenidos en la página de la seguridad social. Podemos observar simultáneamente si existe estacionalidad o tendencia. La estacionalidad se detecta si los factores de autocorrelación generan forma sinusoidal, y la tendencia si los factores de autocorrelación descienden progresivamente.

En la serie representada se observa claramente una tendencia alcista en el número de pensionistas a lo largo del tiempo. Esto mismo se manifiesta también en el gráfico del FAS Figura IV.8, donde se observa como los factores de autocorrelación descienden de forma progresiva. Ni la serie, ni el gráfico del FAS dan muestras de que pueda haber forma sinusoidal por lo que se considera que la serie no tiene estacionalidad.

Autocorrelaciones Estimadas para Número pensionistas

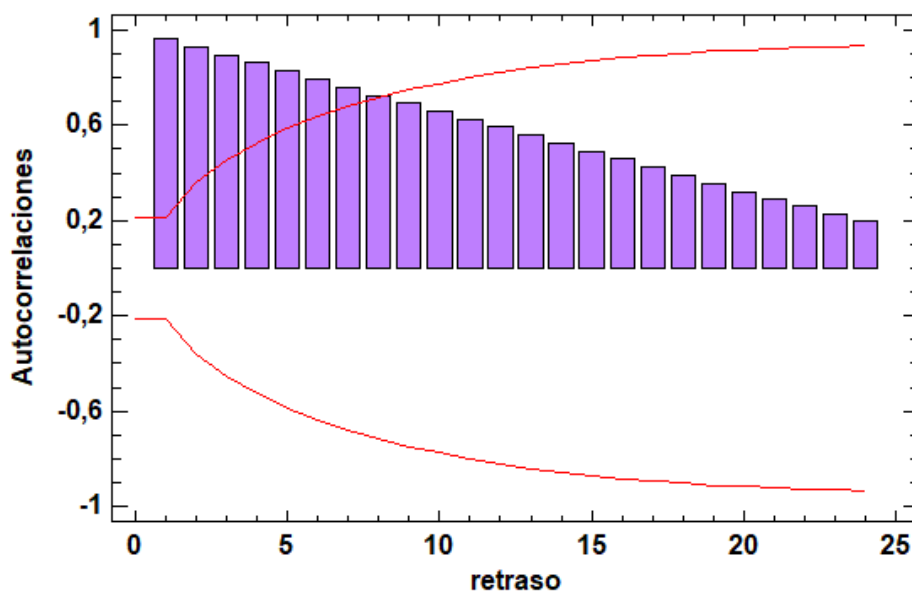


Figura IV.8 Gráfico FAS sin modificaciones de los datos obtenidos en la Seguridad Social

Tanto en el FAS Figura IV.8 como en el FAP Figura IV.9 se observa que hay factores de autocorrelación que superan los límites de autocorrelación, por lo que se afirmará que existe autocorrelación.

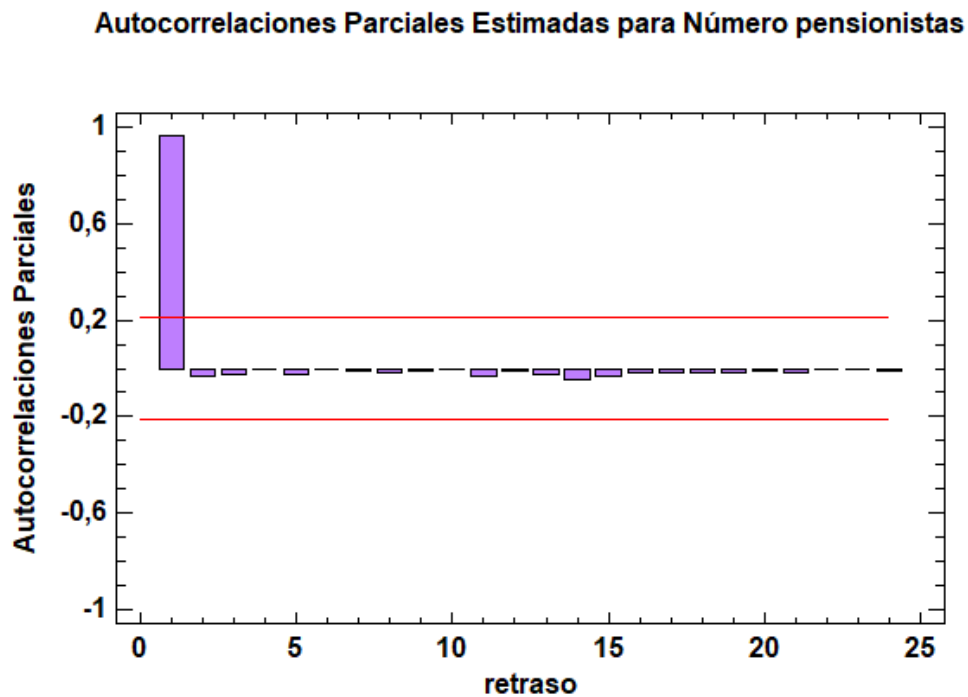


Figura IV.9 Gráfico FAP sin modificaciones de los datos obtenidos en la Seguridad Social

Transcurrido el análisis se evidencia que la serie no es estacionaria al presentar tendencia alcista, y se tendrá que modificar para poder proponer un modelo ARIMA.

2.3. Serie estacionaria

Como se ha dicho anteriormente la serie no es estacionaria. Ahora se tienen que aplicar los cambios pertinentes para intentar conseguir que lo sea. En este caso se realizan las siguientes operaciones en la serie:

- Diferenciación no estacional: 1
- Diferenciación estacional: 2

Anteriormente se había dicho que la serie no tenía variación estacional, pero al solucionar la tendencia surge el problema, por lo que se tiene que corregir. Una vez aplicadas las diferenciaciones los gráficos han sufrido cambios por lo que se van a volver a analizar. Como se puede observar en el siguiente gráfico Figura IV.10 una vez hechos los ajustes los problemas han desaparecido, ya no existe tendencia ni variación estacional.

Gráfica de Serie de Tiempo para ajuste de Número pensionistas

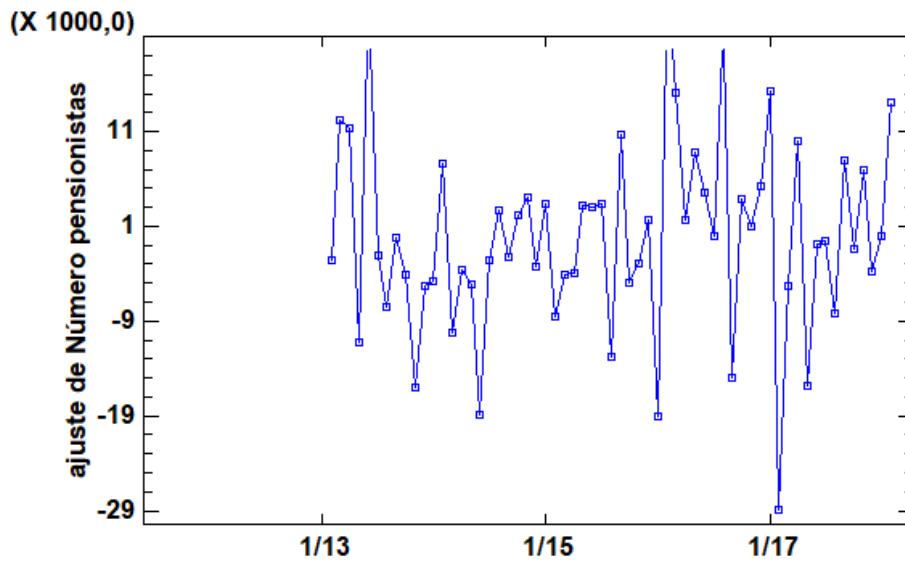


Figura IV.10 Gráfico del número de pensionistas después de aplicar las diferenciaciones

Seguidamente, se analiza el FAS Figura IV.11. Que se puede observar claramente que ya no existe tendencia ya que los factores de autocorrelación no descienden de forma progresiva.

Por lo tanto, se puede afirmar que se ha solucionado el problema.

Autocorrelaciones Estimadas para ajuste de Número pensionistas

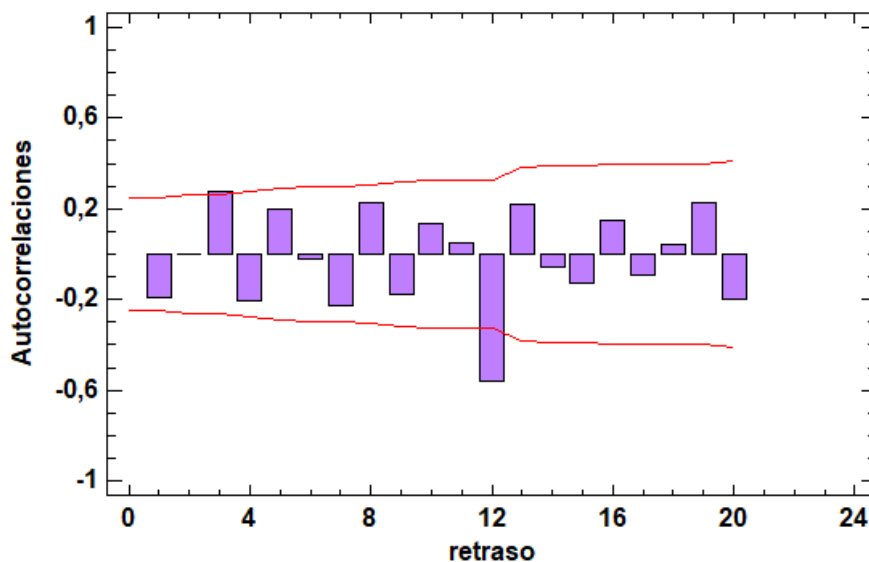


Figura IV.11 Gráfico del FAS después de aplicar las diferenciaciones

2.4. Modelo ARIMA

2.4.1. Teórico

Para plantear un modelo ARIMA teórico se va a buscar el patrón teórico que más se parezca a los resultados obtenidos en el FAS Figura IV.12. En este caso el modelo más ajustado a los resultados obtenidos es el siguiente:

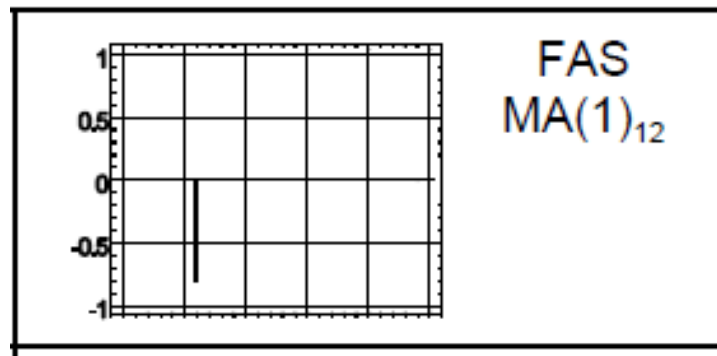


Figura IV.12 Modelo ARIMA teórico

Por lo tanto; el modelo ARIMA que se plantea es: ARIMA (0,1,0) x (0,2,1) con constante. El siguiente paso es proceder a las pruebas de validación para obtener un modelo lo más ajustado posible a la serie planteada.

2.4.2. Validación del modelo planteado

Una vez insertado el modelo con MA (1)₁₂ no se cumplían las características suficientes para la validación del modelo, ya que seguía habiendo problemas de autocorrelación. Para solucionar el problema se ha aumentado MA (1)₁₂ a MA (2)₁₂. Una vez comprobado el problema desaparece por lo que el modelo final planteado es:

ARIMA (0,1,0) x (0,2,2) sin constante

2.4.2.1. Tabla de significación

En primer lugar, se observa la significación de los parámetros Tabla IV.5, se analizará el p-valor para determinar su significatividad.

$H_0: \beta_i=0$ modelo no significativo } $\alpha=0.05$
 $H_1: \beta_i \neq 0$ modelo significativo }

Tabla IV.5 resumen de Modelo ARIMA

Parámetro	Estimado	Error Estd.	t	Valor-P
SMA(1)	1,51198	0,0656805	23,0202	0,000000
SMA(2)	-0,656441	0,0594363	-11,0444	0,000000

Como los P-Valor son menores que 0.05, se rechaza H_0 y concluimos que las variables del modelo son significativas. Como ya se ha dicho, se ha eliminado la constante por no ser significativa para el modelo.

2.4.2.2. Autocorrelación

Como se observa el gráfico FAS Figura IV.13 los factores de autocorrelación no superan los límites de autocorrelación. Por lo que concluimos que se descarta este problema.

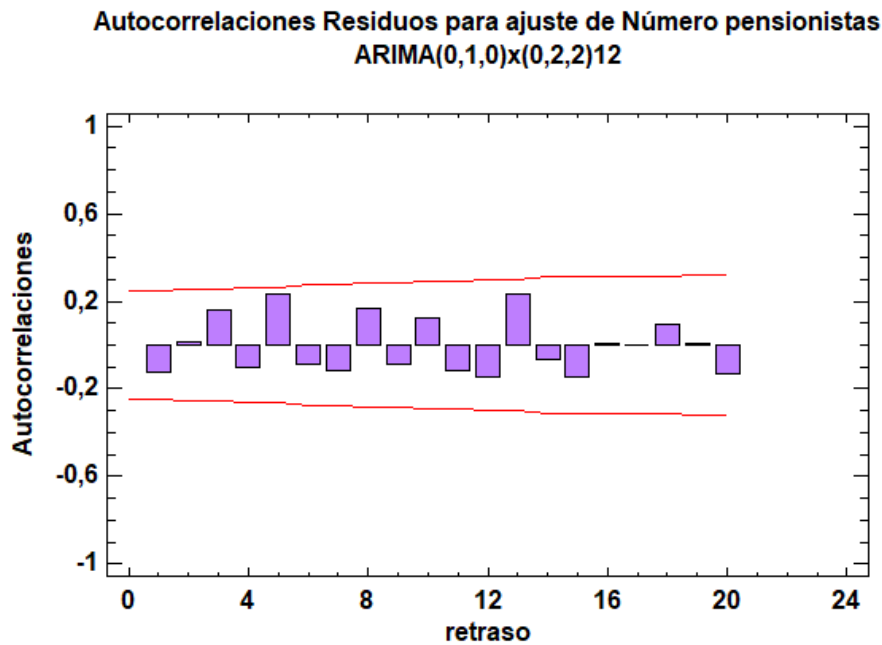


Figura IV.13 Gráfico FAS comprobación de Autocorrelación

2.4.2.3. Homocedasticidad

Se observa como en el gráfico Figura IV.14 la varianza se encuentra alrededor de 0 y es constante, por lo que se puede decir que el principio de homocedasticidad también se cumple.

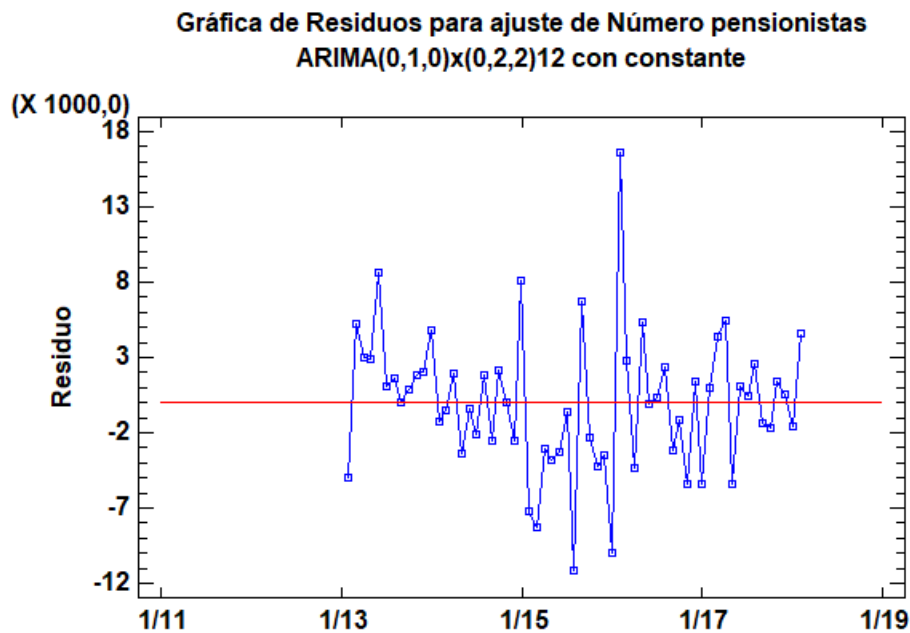


Figura IV.14 Gráfico de los residuos, comprobación de la heterocedasticidad

2.4.2.4. Normalidad de residuos

Si observamos el test para la normalidad de los residuos Tabla IV.6, como hay un p-valor que es menor que 0.05, concluiríamos los residuos no son normales. En este caso como tenemos más de 30 datos podemos asumir que si lo son.

Tabla IV.6 Prueba de normalidad de los Residuos

Prueba	Estadístico	Valor-P
Chi-Cuadrado	15,3934	0,567165
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,974765	0,45877
Valor-Z para asimetría	1,08882	0,276231
Valor-Z para curtosis	2,46433	0,0137269

H_0 : los residuos siguen una distribución normal
 H_1 : los residuos no siguen una distribución normal

$\alpha=0.05$

2.4.2.5. Predicciones

Una vez validado el modelo podemos realizar las predicciones. En la siguiente tabla Tabla IV.7 se muestran los datos pronosticados de los 4 meses posteriores (Pronóstico). Como el periodo se analiza es hasta junio del 2018, y durante la realización del proyecto se han publicado ya los datos correspondientes a este mes se reflejan también (2018) viéndose que los datos reales quedan en todos los caos dentro del intervalo de confianza de la predicción del modelo ARIMA. Además, en la tabla también se añaden los datos reales de los mese del pronóstico del año anterior (2017), con tal de comparar las tendencias y valorar las diferencias entre los periodos.

Tabla IV.7 Predicciones del número de pensionistas

Periodo	Pronóstico	Inferior	Superior	2017	2018
mar-18	8.707.760	8.696.200	8.719.310	8.610.495	8.708.127
abr-18	8.719.100	8.702.750	8.735.440	8.624.602	8.715.347
may-18	8.715.100	8.695.090	8.735.110	8.618.842	8.714.595
jun-18	8.734.460	8.711.350	8.757.570	8.637.504	

Una vez hechas las predicciones se puede observar como cada mes van creciendo los pensionistas, como se ha comentado antes, y este fenómeno afectará negativamente a las pensiones ya que cada vez hay más beneficiarios y el sistema de la seguridad social cada vez tiene menos ingresos. Si comparamos los datos reales del 2018 con los del año 2017 Tabla IV.7 los pensionistas han crecido una media de 100.000 personas en un año.

2.5. Serie temporal pensión media

En primer lugar, como se ha hecho anteriormente, lo primero que se va a mostrar es el gráfico inicial de la pensión media sin ninguna modificación Figura IV.15. En este caso se observa claramente en el gráfico que la serie tiene tendencia alcista. Además, destaca que hay periodos en los que el aumento es brusco, sobre todo entre 2011 y 2014. A partir de este momento el incremento es constante y no se observan esos escalones.

Gráfica de Serie de Tiempo para Pensión media

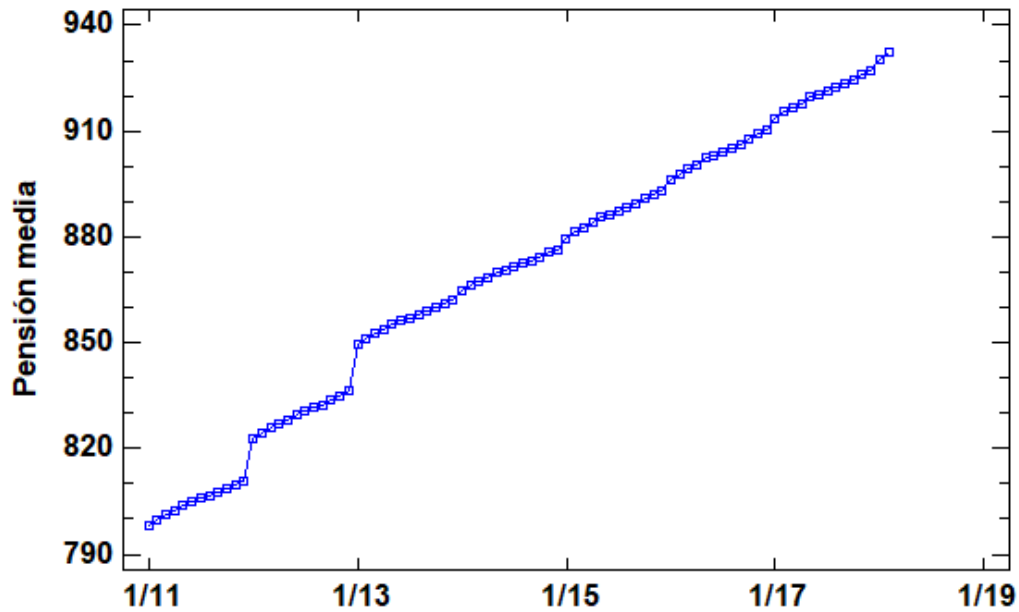


Figura IV.15. Gráfica serie de la pensión media en España

En segundo lugar, se mostrará el gráfico FAS Figura IV.16. En éste se observa que ocurre exactamente lo mismo que en el caso anterior, y se puede decir que hay tendencia y en un principio, que no existe estacionalidad.

Autocorrelaciones Estimadas para Pensión media

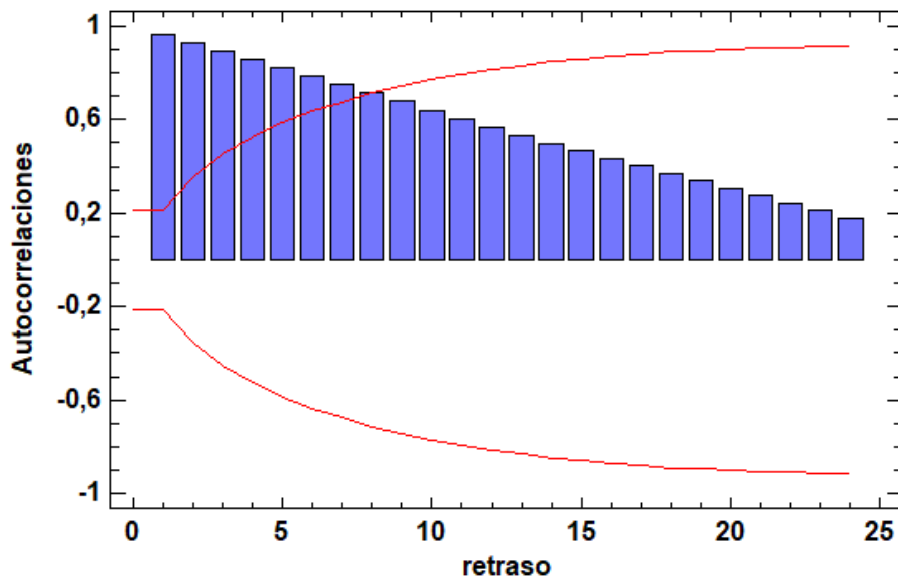


Figura IV.16 Gráfico FAS sin modificaciones de los datos obtenidos en la Seguridad Social

Una vez analizada se puede afirmar que la serie tiene exactamente los mismos problemas que en el caso anterior, no es estacionaria porque no cumple los cuatro requisitos mostrando una tendencia claramente alcista.

2.6. Serie estacionaria

Como en el caso anterior, los datos no cumplen los requisitos para ser una serie sea estacionaria y se aplican cambios para solucionar los problemas de tendencia.

En este caso se han aplicado las siguientes diferenciaciones:

- Orden no estacional: 1
- Ordena estacional: 2

Como los gráficos han sufrido diferenciaciones se van a volver a analizar. Una vez aplicadas las diferenciaciones se puede observar cómo ha desaparecido el problema y ya no existe tendencia. Figura IV.17. Al solucionar la tendencia se comprueba que tiene estacionalidad, lo que explica que se hayan aplicado hasta dos diferenciaciones de orden estacional, cuando lo que se había detectado en un principio era sólo tendencia.

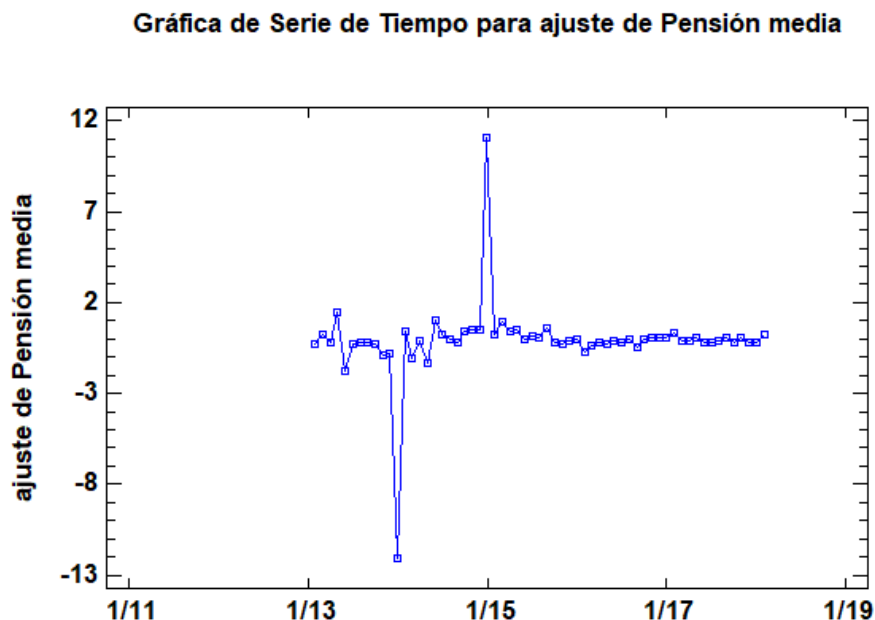


Figura IV.17 Gráfico de la pensión media después de aplicar las diferenciaciones

A continuación, se analiza el FAS Figura IV.18. Dónde observa claramente que ya no existe tendencia.

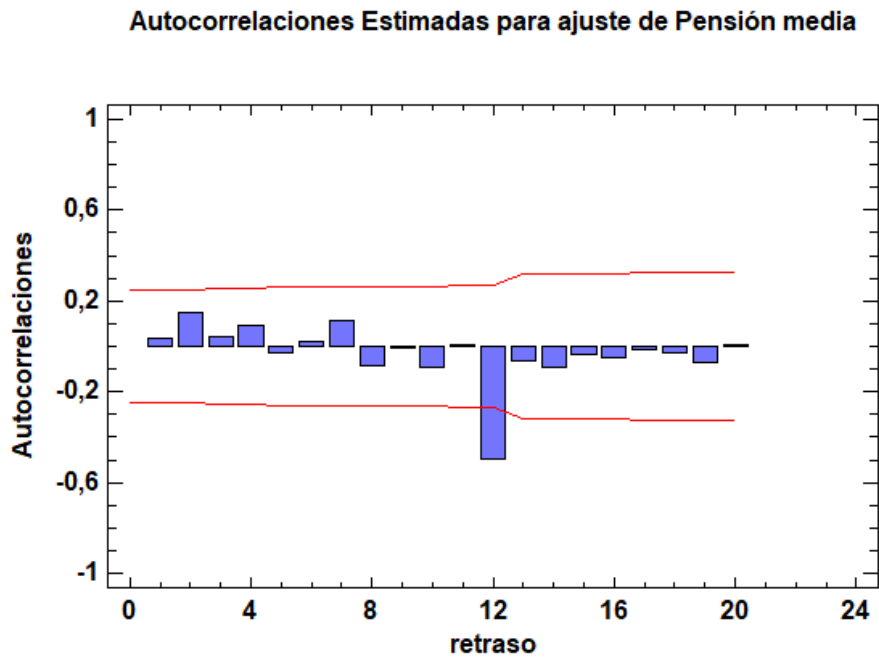


Figura IV.18 Gráfico del FAS después de aplicar las diferenciaciones

Para finalizar, se analiza el gráfico FAP Figura IV.19, el cual debe seguir teniendo autocorrelación, hay que destacar que los resultados serán distintos a los anteriores ya que se han hecho modificaciones. Se corrobora que existe autocorrelación tanto en el FAS como en el FAP. Después de observar el resultado, se buscarán en las funciones de autocorrelación el gráfico que más se parezca al obtenido. El cual nos indicara el modelo ARIMA que se debe plantear.

Autocorrelaciones Parciales Estimadas para ajuste de Pensión media

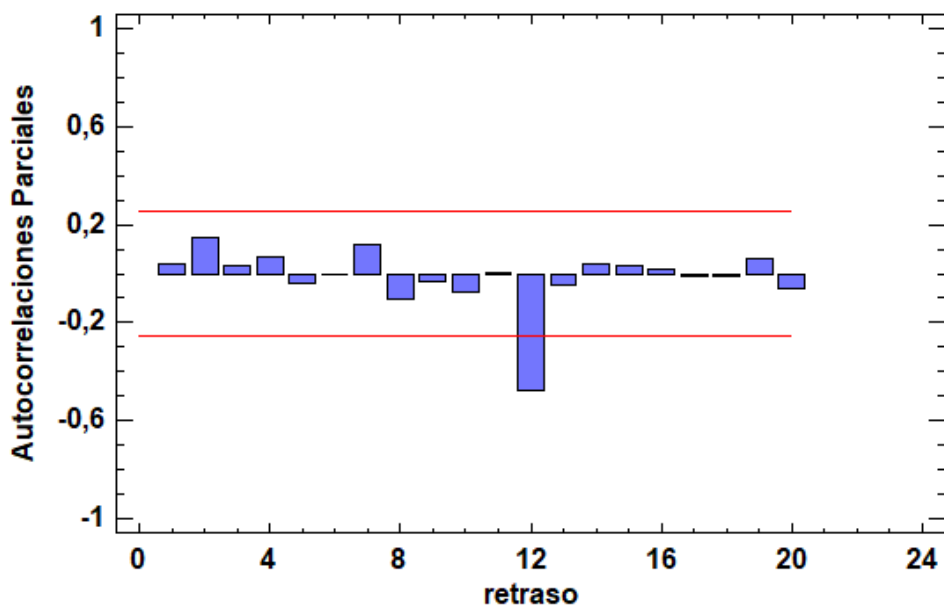


Figura IV.19 Gráfico del FAS después de aplicar las diferenciaciones

2.7. Modelo ARIMA

2.7.1. Teórico

Como se ha realizado anteriormente, hay que buscar el gráfico del patrón teórico que más se parezca a los resultados obtenidos tras hacer la serie estacionaria y plantear el modelo ARIMA Figura IV.20. En este caso el modelo más ajustado a los resultados obtenidos es el siguiente:

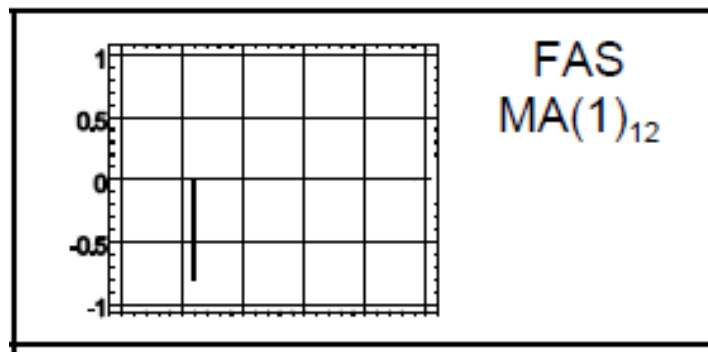


Figura IV.20 Modelo teórico ARIMA

Por lo tanto, el modelo ARIMA planteado es: ARIMA (0,1,0) x (0,2,1) con constante. Ahora se harán las pruebas de validación para obtener el modelo más ajustado para esta serie.

2.7.2. Validación del modelo planteado

Una vez insertado el modelo, al analizar la constante no sale significativa por lo que el modelo planteado es:

$$\text{ARIMA (0,1,0) x (0,2,1)}$$

2.7.2.1. Tabla de significación

Primero se va a observar la significación de los parámetros, se observará la p-valor para determinar su significatividad Tabla IV.8, empleando los mismos test de hipótesis descritos en la serie anterior.

Tabla IV.8 Resumen de Modelo ARIMA

Parámetro	Estimado	Error Estd.	t	Valor-P
SMA(1)	0,951889	0,045915	20,7315	0,000000

Desviación estándar estimada de ruido blanco = 1,36603

Como el P-Valor es menor que 0.05 , se rechaza H_0 y concluimos que la componente SMA(1) es significativa.

2.7.2.2. Autocorrelación

En la Figura IV.21 los factores de autocorrelación no superan los límites de autocorrelación.

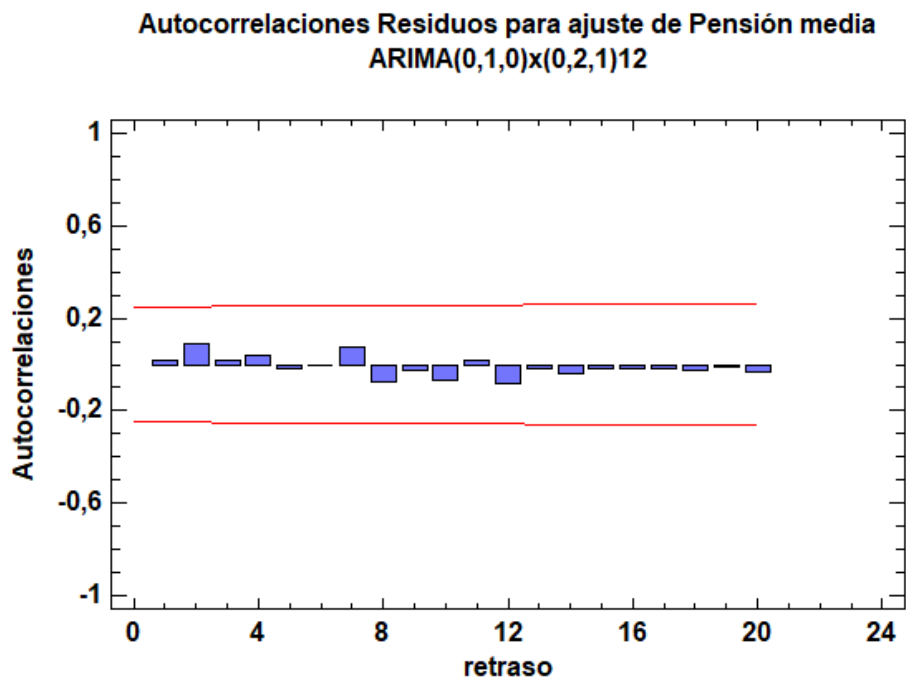


Figura IV.21 Comprobación Autocorrelación

2.7.2.3. Homocedasticidad

Se observa como los residuos tienen media nula y su varianza es constante Figura IV.22 por lo que se puede decir que también se cumple el principio de homocedasticidad y media nula. En este caso en particular hay que destacar que hay un punto anómalo en enero de 2014. Justo cuando entra en vigor la reforma

“reguladora del Factor de Sostenibilidad y del Índice de Revalorización de las Pensiones del Sistema de Pensiones de la Seguridad Social” explicada en el apartado 1.1. Este punto puede indicar que a partir de ese momento las pensiones empiezan a aumentar de forma progresiva, cuando anteriormente cada año aumentaban más bruscamente, como se puede observar en la Figura IV.15

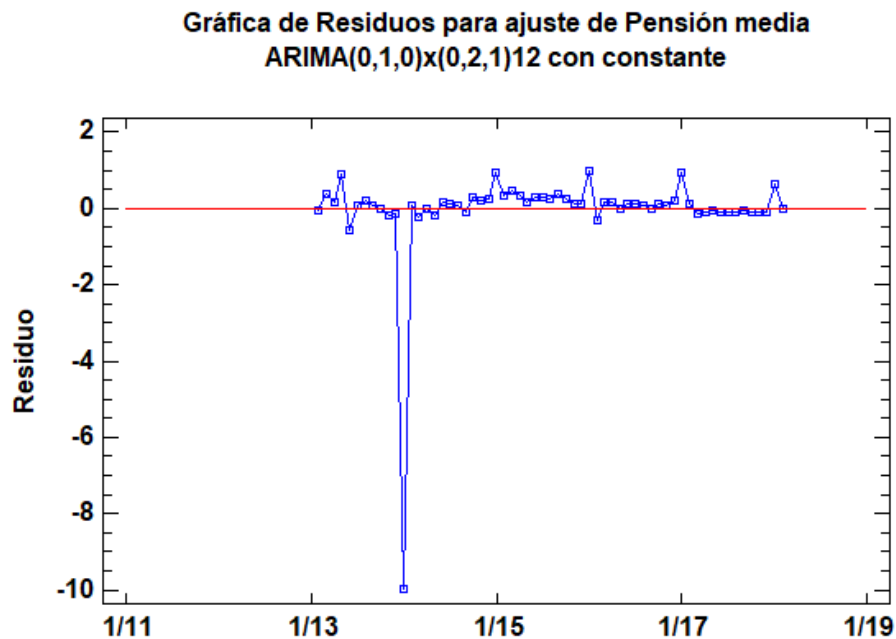


Figura IV.22 Gráfico residuos para la comprobación de la homocedasticidad

2.7.2.4. Normalidad de residuos

Si observamos el test para la normalidad de los residuos Tabla IV.9, como hay un p-valor es menor que 0.05 concluiríamos los residuos no son normales, pero como en este caso tenemos más de 30 datos podemos asumir que sí lo son.

Tabla IV.9 Pruebas de normalidad de Residuos

Prueba	Estadístico	Valor-P
Chi-Cuadrado	187,197	0,0
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,29691	0,0
Valor-Z para asimetría	6,41196	1,44333E-10
Valor-Z para curtosis	6,95599	3,52296E-12

2.7.2.5. Predicciones

Una vez validado el modelo se pueden realizar las predicciones. En la siguiente tabla Tabla IV.10 se muestran los datos de los 4 meses posteriores como resultado de la predicción (Pronóstico). Como el periodo se analiza es hasta junio del 2018, en la tabla también constara el dato real del 2018, y el del año 2017, igual que se hizo con la serie anterior.

Tabla IV.10 Predicciones Medias

Periodo	Pronóstico	Inferior	Superior	2017	2018
mar-18	933,33	930,59	936,08	916,61	933,57
abr-18	934,45	930,57	938,34	917,71	934,63
may-18	936,42	931,66	941,17	919,55	936,60
jun-18	937,06	931,57	942,56	920,22	

Una vez obtenidos los datos de las predicciones se observa como la media de las pensiones va subiendo muy lentamente, apenas sube 1 euro mensual, por lo que hace que los pensionistas vayan perdiendo poder adquisitivo ya que no se corresponde lo que aumentan las pensiones con el aumento del IPC. Si comparamos la media del año anterior con la de este año apenas sube en 15 euros.

Respecto a las previsiones se puede afirmar que el modelo es válido ya que el pronóstico realizado coincide prácticamente con lo mismo que lo sucedido en la realidad, que queda en todos los casos dentro del intervalo de confianza de la predicción.

3. Análisis multivariante

3.1. Matriz de datos

Las variables elegidas para realizar la regresión múltiple son:

- Tasa de dependencia (Cada 100 personas)
- Población activa (15 a 25 años) en %
- Total, población activa (%)
- población activa (55 a 65 años) en %
- PIB (en millones)
- Salario mínimo (euros/mes)
- IPC
- Beneficiarios (personas)

En el apartado VII. Anexos Tabla VII.3 se encuentra la matriz de los datos seleccionados para la realización de la regresión múltiple.

3.2. Componentes principales con España

La técnica que se va a realizar para garantizar la independencia de las variables explicativas incluidas es la de los componentes principales. Los pesos para los componentes principales para el modelo con España son los que se muestran en la Tabla IV.11 dónde se destacan las variables con los mayores pesos en cada caso.

Tabla IV.11 Componentes principales Regresión Múltiple con España

	CMPWGT_1	CMPWGT_2	CMPWGT_3	CMPWGT_4
	Pesos de Componente	Pesos de Componente	Pesos de Componente	Pesos de Componente
tasa de natalidad	0,481047	-0,0562922	0,198506	-0,178831
Esperanza de vida	0,143402	0,339242	0,0954106	0,550518
tasa de dependencia	0,0155858	0,240166	-0,589581	-0,117357
población activa (15 a 25 años)	-0,0444122	0,495443	0,382579	0,129282
total población activa	-0,084278	0,487872	-0,0605556	-0,163327
población (activa 55 a 64 años)	-0,100045	0,534314	0,0679023	-0,214937
PIB	0,454516	0,200248	-0,137454	-0,0566348
salario mínimo	0,239994	-0,0396959	-0,123188	0,703303
paro	0,443889	-0,0392717	-0,0737559	-0,130708
ipc	0,174326	-0,0721246	0,625761	-0,135007
BENEFICIARIOS	0,486923	0,0816978	-0,134745	-0,168628

Una vez introducidos los datos en el Statgraphics, nos calcula que en este modelo hay 4 componentes principales. Las variables que más afectan a cada componente son:

- Componente 1: PIB y beneficiarios
- Componente 2: Población activa de 15 a 25 años, y la población activa de los 55 a 65 años.
- Componente 3: la tasa de natalidad y el IPC
- Componente 4: la esperanza de vida y el salario mínimo

3.3. Regresión Múltiple Lineal

3.3.1. Modelo teórico

En este proyecto la variable dependiente Y, serán las pensiones calculadas en millones. Como el método que se está utilizando para garantizar la independencia de las variables explicativas Xi es mediante la generación de sus componentes principales, el modelo teórico planteado quedará como:

$$\text{Pensión} = \beta_0 + \beta_1\text{PCOMP}_1 + \beta_2\text{PCOMP}_2 + \beta_3\text{PCOMP}_3 + \beta_4\text{PCOMP}_4 + U$$

La función queda como sigue tras una primera estimación de los parámetros del modelo:

$$\text{PENSIÓN} = 47695,5 + 34958,9*\text{PCOMP}_1 + 18052,9*\text{PCOMP}_2 - 16137,9*\text{PCOMP}_3 - 1537,11*\text{PCOMP}_4$$

3.3.2. Análisis de Significación

Ahora se procede a analizar si el modelo y sus variables son significativos (test de hipótesis de significatividad, igual que en los apartados anteriores). Como P-valor de las variables PCOMP_1, PCOMP_2, PCOMP_3 es menor que α se acepta la hipótesis nula y concluimos que las variables son significativas. Por el contrario, como el p-valor de la variable PCOMP_4 Tabla IV.12 es mayor que α no cogemos la hipótesis nula y concluimos que no es significativa. Se puede afirmar que el modelo es significativo ya que el p-valor es menor que α por tanto se rechaza la hipótesis nula. Tabla IV.13

Tabla IV.12 Significatividad de las variables

<i>Parámetro</i>	<i>Estimación</i>	<i>Error</i>		<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
		<i>Estándar</i>	<i>T</i>		
CONSTANTE	47695,5	4159,39	11,4669	0,0000	
PCOMP_1	34958,9	2192,61	15,944	0,0000	
PCOMP_2	18052,9	2665,05	6,77393	0,0000	
PCOMP_3	-16137,9	3347,36	-4,82109	0,0000	
PCOMP_4	-1537,11	4099,85	-0,374919	0,7105	

Tabla IV.13 Análisis de Varianza, Significatividad del modelo

<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	1,8468E11	4	4,61701E10	80,87	0,0000
Residuo	1,59857E10	28	5,70917E8		
Total (Corr.)	2,00666E11	32			

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

$H_1: \text{al menos un } \beta_i \neq 0$

3.3.3. Estudio de la normalidad de los residuos

En el test de normalidad se observa como el p-valor Tabla IV.14 no es mayor que 0.05 en todos los test realizados, por lo que no aceptamos la hipótesis nula y se concluye que los residuos no siguen una distribución normal.

Tabla IV.14 pruebas de la Normalidad de los residuos

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Chi-Cuadrado	16,9394	0,20209
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,868527	0,000676163
Valor-Z para asimetría	1,82354	0,0682211
Valor-Z para curtosis	3,40519	0,000661284

3.3.1. Estudio de la heterocedasticidad

Para analizar la varianza de los residuos se calcula un modelo a partir de los residuos al cuadrado, con las mismas variables explicativas. Si alguna de estas resulta significativa señalará que es la causante de problema de heterocedasticidad de los residuos. En la Tabla IV.15 se muestran los resultados obtenidos.

Tabla IV.15 Comprobación de la heterocedasticidad. Residuos ²

Parámetro	Estimación	Error		Valor-P
		Estándar	T	
CONSTANTE	4,84414E8	2,09815E8	2,30877	0,0286
PCOMP_1	2,97043E8	1,10603E8	2,68566	0,0120
PCOMP_2	5,13467E7	1,34435E8	0,381944	0,7054
PCOMP_3	-1,77394E8	1,68853E8	-1,05058	0,3024
PCOMP_4	-7,23394E6	2,06811E8	-0,0349785	0,9723

$$\left. \begin{array}{l} H_0: \sigma^2 = \text{constante} \\ H_1: \sigma^2 \neq \text{constante} \end{array} \right\} \alpha = 0,05$$

Las variables PCOMP_2, PCOMP_3 y PCOMP_4 tienen un p-valor mayor de 0.05 por tanto se acepta la hipótesis nula y se concluye que no generan heterocedasticidad. En cambio, la variable PCOMP_1 tiene un p-valor menor que 0.05 por tanto se concluye que genera heterocedasticidad, por tanto, hay que solucionar el problema.

3.3.2. Estudio de la autocorrelación

En los siguientes gráficos Tabla IV.23 y Tabla IV.24 se observa como los factores de autocorrelación no superan los límites de autocorrelación por lo que se puede afirmar que no existe.

Autocorrelaciones Estimadas para PENSIÓN

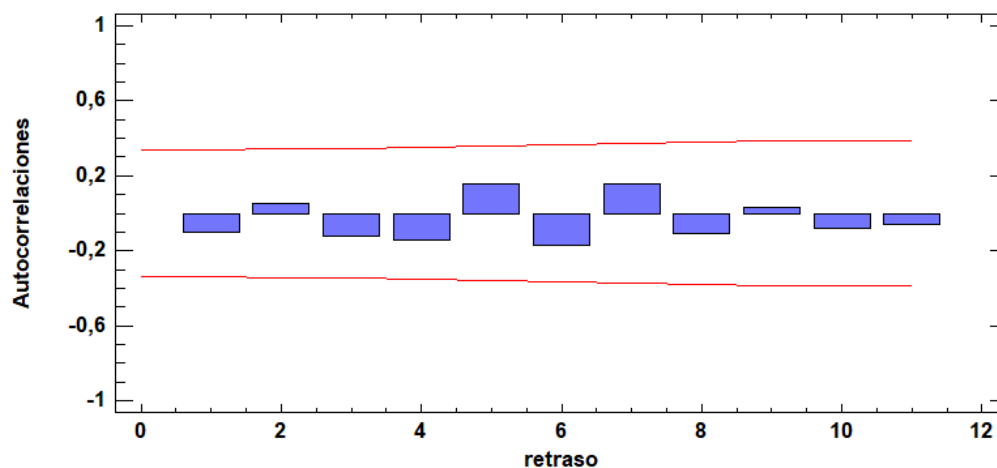


Figura IV.23 Gráfico FAS comprobación de la autocorrelación

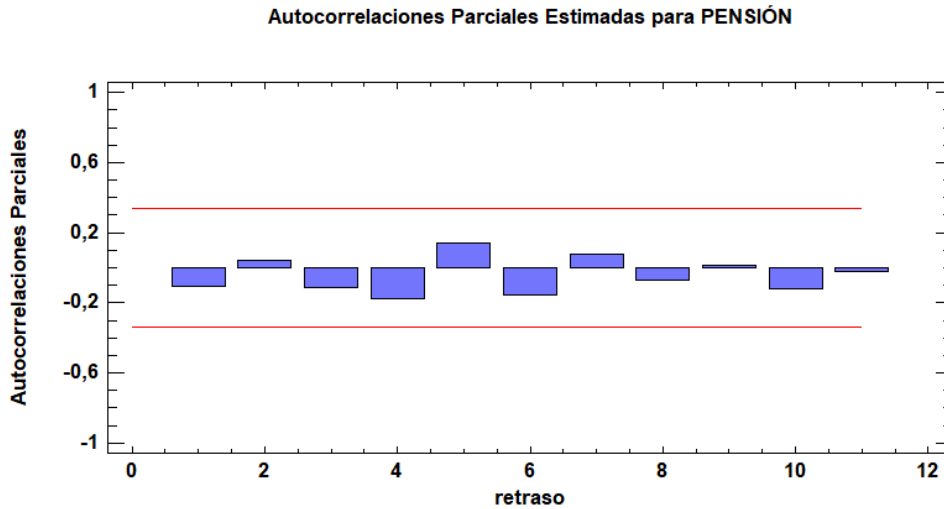


Figura IV.24 Gráfico FAP comprobación de la Autocorrelación

3.3.3. Solución problema Heterocedasticidad

Como se observa en el gráfico Tabla IV.15 solo hay una variable que genera heterocedasticidad, por tanto, se va a proceder a solucionar el problema.

Para solucionar la Heterocedasticidad cuando solo hay una variable que la produce se soluciona de la siguiente forma: se divide el modelo inicial por la variable que produce heterocedasticidad elevada a C. Como no se puede calcular C directamente se calculará a través de h. Para encontrar h, se ajustarán los residuos² frente a la variable que genera heterocedasticidad, el valor h se recomienda que sean números enteros positivos, enteros negativos y fraccionarios entre 0 y 1. Una vez obtenido h se dividirá en entre 2 para obtener el valor de C.

A continuación, se va a realizar una tabla donde se expondrán las diferentes opciones y se escogerá el valor que mayor R² tenga.

$$\frac{pension}{PCOMP_1^c} = \frac{\beta_0}{PCOMP_1^c} + \frac{PCOMP_1}{PCOMP_1^c} + \frac{PCOMP_2}{PCOMP_1^c} + \frac{PCOMP_3}{PCOMP_1^c} + \frac{PCOMP_4}{PCOMP_1^c}$$

Tabla IV.16 Búsqueda de "h" para solucionar la heterocedasticidad

h	R ²
1	19.78
2	9.59
-1	0.52
-2	0.044
3	6.66
0.5	6.08
0.6	5.43
0.25	7.74

Como el R² más elevado es 1, se selecciona el valor de h = 1 Tabla IV.16 y los dividimos entre dos para obtener C. Por lo tanto, C=0.5

$$\frac{\text{pensión}}{PCOMP_1^{0.5}} = \frac{\beta_0}{PCOMP_1^{0.5}} + \frac{PCOMP_1}{PCOMP_1^{0.5}} + \frac{PCOMP_2}{PCOMP_1^{0.5}} + \frac{PCOMP_3}{PCOMP_1^{0.5}} + \frac{PCOMP_4}{PCOMP_1^{0.5}}$$

Una vez calculada, se procede a comprobar si se ha resuelto el problema analizando el modelo con los residuos al cuadrado de la solución propuesta, y las nuevas variables explicativas. Como se puede observar en este caso, la heterocedasticidad se ha solucionado Tabla IV.17 ya que todos los P-Valores resultantes son mayores de 0.05.

Tabla IV.17 Tabla comprobación corrección de la heterocedasticidad

		Error	Estadístico	
Parámetro	Estimación	Estándar	T	Valor-P
CONSTANTE	1,8913E8	1,37348E9	0,137701	0,8971
PCOMP_1/(PCOMP_1^0.5)	1,37522E8	7,91466E8	0,173756	0,8705
PCOMP_2/(PCOMP_1^0.5)	5,38816E7	2,83739E8	0,189899	0,8586
PCOMP_3/(PCOMP_1^0.5)	-1,89485E8	3,74506E8	-0,505959	0,6395
PCOMP_4/(PCOMP_1^0.5)	-4,47575E7	3,58795E8	-0,124744	0,9067

Una vez solucionado el problema se comprueba de nuevo la distribución de los residuos mediante los test de normalidad. Los nuevos resultados se muestran en la Tabla IV.18, y como en este caso son todos mayores que 0.05 se acepta la hipótesis nula y se concluye que los residuos son normales.

Tabla IV.18 Comprobación normalidad de los residuos

Prueba	Estadístico	Valor-P
Chi-Cuadrado	8,0	0,238103
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,892191	0,206496
Valor-Z para asimetría	0,444743	0,656502
Valor-Z para curtosis	Datos Insuficientes	

Una vez solucionados los problemas, y haber obtenido un modelo valido, Ha quedado un punto atípico Tabla IV.19, que sigue un comportamiento diferente a los otros, y en este caso el punto atípico es España.

Tabla IV.19 puntos atípicos

	Y			Residuo
Fila	Y	Predicha	Residuo	Estudentizado
9	2,38543E9	5,49435E8	1,836E9	8,87

3.3.4. Modelo definitivo

Tras las modificaciones realizadas se puede concluir que el modelo planteado es válido. Además, el ajuste es muy bueno, alcanzando un R² de 93.81%.

Tabla IV.20 Validación del modelo

Parámetro	Estimación	Error		Estadístico	Valor-P
		Estándar	T		
1/(PCOMP_1 ^{0.5})	38429,3	11670,0	3,293		0,0166
PCOMP_1/(PCOMP_1 ^{0.5})	37508,9	7635,69	4,91231		0,0027
PCOMP_2/(PCOMP_1 ^{0.5})	23756,4	7371,56	3,22271		0,0181

Análisis de Varianza

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Modelo	8,57913E10	3	2,85971E10	30,36	0,0005
Residuo	5,65207E9	6	9,42012E8		
Total	9,14434E10	9			

Al final del modelo solo quedan dos variables significativas por lo que el modelo queda de la siguiente forma:

$$\frac{\text{pensión}}{PCOMP_1^{0.5}} = \frac{38429,3 * 1}{PCOMP_1^{0.5}} + \frac{7508,9 * PCOMP_1}{PCOMP_1^{0.5}} + \frac{23756,4 * PCOMP_2}{PCOMP_1^{0.5}}$$

3.3.5. Predicciones

Una vez comprobado que se ha conseguido un modelo válido, se han realizado 4 predicciones. Para la realización de las predicciones, se han tenido que calcular los valores de los componentes principales, el primer paso es darle valor a las X de nuestra base completa de datos. Después se calculan los valores estandarizados Tabla VII.4 restándole a cada uno la media y dividiéndola por la desviación. A continuación, se calculan los valores de los componentes principales teniendo en cuenta el peso de cada uno Tabla VII.5. Para finalizar se introducen los datos obtenidos para cada componente principal en el modelo. En este caso los datos que calcula el software para la predicción no son los válidos porque este modelo está dividido por su componente principal $PCOMP_1^{0.5}$. Por tanto, se tiene que hacer otra operación, multiplicando el dato obtenido y el dato introducido en el modelo y elevarlo por 0.5.

Tabla IV.21. Resultado de la para PENSIÓN/(PCOMP_1^{0.5})

Fila	Ajustado	Error Est.	Inferior 95,0%	Superior 95,0%
34	209.166,95	66.644,74	46.092,04	372.241,06
35	162.120,00	57.736,78	20.843,02	303.396,99
36	178.785,48	54.728,14	44.870,35	312.700,60
37	175.523,49	53.461,81	44.707,18	306.341,26

En la primera predicción se ha cambiado el PIB de España por el PIB de Alemania. Si España tuviera el mismo PIB que Alemania se podrían invertir en pensiones un total de 209 mil millones de euros.

La segunda predicción se ha realizado como si España tuviera un 11,80% de beneficiarios, dato obtenido calculando el % de beneficiarios de cada país de Europa respecto a su población total y eligiendo el país con menos beneficiarios en este caso Chipre, respecto al 20% que hay en la actualidad. En este caso la cifra que destinaria para las pensiones sería de 162 mil millones de euros.

La tercera predicción que se hace es aumentar la población activa de 18 a 25 años a un 68.50% el mismo % que, en los países bajos, respecto al 34,70% que hay actualmente, el resultado sería que en España aumentarían las pensiones a 178.785 mil millones de euros.

Y para finalizar si la población activa de los 55 a 65 años aumentara del 57.60% a un 87.60%, igual que en Islandia, en España se podría invertir un total de 175.523 mil millones de euros en las pensiones.

Como se puede observar en el siguiente gráfico Figura IV.25. Si en España ocurrieran cualquiera de las 4 situaciones planteadas, la situación mejoraría, ya que incluso analizando los datos con el margen de error que tienen, el resultado es mayor que el que existe actualmente en España.

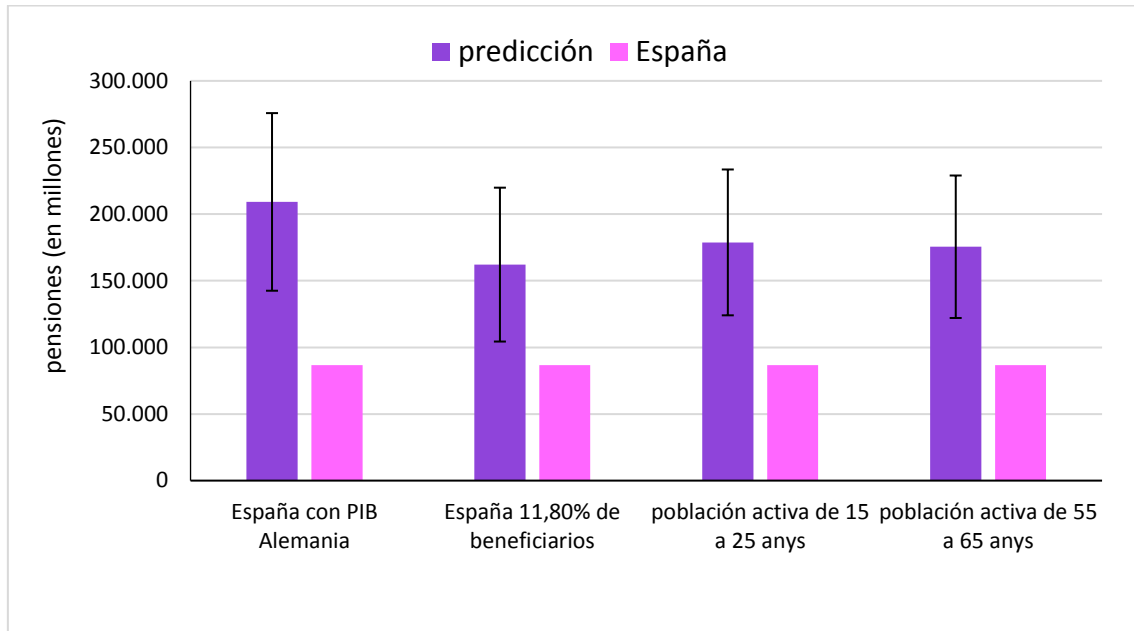


Figura IV.25 Predicciones regresión múltiple

Las primeras conclusiones que se pueden sacar de este modelo son que España sigue una distribución de las pensiones diferente a toda Europa, ya que aparece como punto anómalo hasta cuando se soluciona la heterocedasticidad. En el resultado de las predicciones se puede afirmar que uno de los principales problemas de las pensiones en España, como ya se ha dicho anteriormente, es la población activa, ya que haciendo predicciones elevando el % de la población activa, el total del dinero que se podría destinar aumentaría considerablemente.

3.4. Componentes principales modelo Regresión Múltiple sin España

Una vez realizada la regresión múltiple anterior, y viendo que España se comporta de forma diferente al resto de los países de Europa, se decide analizar el comportamiento de las pensiones sin España. Los pesos de los componentes principales Tabla IV.22 para el modelo sin España son los siguientes:

Tabla IV.22 Componentes principales Regresión Múltiple sin España

	CMPWGT_1	CMPWGT_2	CMPWGT_3
	Pesos de Componente	Pesos de Componente	Pesos de Componente
tasa de natalidad	0,476843	-0,0306504	0,0362084
Esperanza de vida	0,163989	0,282388	-0,457274
tasa de dependencia	0,2071	-0,00723958	0,46979
población activa (15 a 25 años)	0,0177626	0,529067	-0,153325
total población activa	0,0680488	0,464065	0,163516
población (activa 55 a 64 años)	0,0272959	0,497118	0,239027
PIB	0,468593	0,0406509	-0,00591083
salario mínimo	0,218269	-0,12975	-0,65267
paro	0,448832	-0,140543	0,106272
ipc	0,0352767	0,368502	-0,11988
BENEFICIARIOS	0,476688	-0,0532572	0,0991395

Las variables que más afectan a cada componente en este caso son:

- Componente 1: tasa de natalidad y beneficiarios
- Componente 2: total de población activa y población activa (de 15 a 25 años)
- Componente 3: la tasa de dependencia y salario mínimo

3.5. Regresión Múltiple Lineal

3.5.1. Modelo teórico

De nuevo la variable dependiente Y son las pensiones medidas en millones de euros del año 2015. el modelo teórico planteado en este caso es el siguiente:

$$\text{Pensión} = \beta_0 + \beta_1 \text{PCOMP}_1 + \beta_2 \text{PCOMP}_2 + \beta_3 \text{PCOMP}_3 + U$$

El resultado a l realizar la primera estimación de los parámetros del modelo es:

$$\text{PENSIÓN} = 46600,0 + 39237,1 \cdot \text{PCOMP}_1 + 2955,17 \cdot \text{PCOMP}_2 + 498,223 \cdot \text{PCOMP}_3$$

3.5.2. Análisis de Significación

Ahora se procede a analizar si el modelo y sus variables son significativos. Como el p-valor de la variable PCOMP_1 es menor que α no cogemos la hipótesis nula y concluimos que no es significativa. Por el contrario, el p-valor de las variables PCOMP_2, PCOMP_3 es mayor que α por tanto se acepta la hipótesis nula y concluimos que las variables son significativas Tabla IV.23. También se puede afirmar que el modelo es significativo ya que el p-valor es menor que α y se rechaza la hipótesis nula. Tabla IV.24

Tabla IV.23 Significatividad de las variables

		<i>Error</i>	<i>Estadístico</i>	
<i>Parámetro</i>	<i>Estimación</i>	<i>Estándar</i>	<i>T</i>	<i>Valor-P</i>
CONSTANTE	46600,0	2775,24	16,7913	0,0000
PCOMP_1	39237,1	1383,97	28,3511	0,0000
PCOMP_2	2955,17	1714,62	1,72351	0,0962
PCOMP_3	498,223	2556,29	0,194901	0,8469

Tabla IV.24 Análisis de Varianza, Significatividad del modelo

<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	1,92631E11	3	6,42104E10	268,93	0,0000
Residuo	6,44655E9	27	2,38761E8		
Total (Corr.)	1,99078E11	30			

3.5.3. Estudio de la normalidad de los residuos

En el test de normalidad Tabla IV.25 se observa como todos los p-valor son mayores que 0.05, por lo que aceptamos la hipótesis nula y concluimos que los residuos son normales.

Tabla IV.25 pruebas de la Normalidad de los residuos

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Chi-Cuadrado	12,0645	0,440512
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,967216	0,499492
Valor-Z para asimetría	0,671917	0,501634
Valor-Z para curtosis	1,7899	0,0734704

3.5.4. Estudio de la heterocedasticidad

En Tabla IV.26 Se muestran los resultados del ajuste del modelo para la comprobación de la heterocedasticidad. El procedimiento es el mismo que en el caso anterior. Esta vez se observa que en todos los casos se supera el valor de significación (0,05), y se acepta la hipótesis nula en todos los casos, por lo que no hay signos de heterocedasticidad en ninguna de las variables explicativas. Esto hace pensar, que en gran parte eran los datos del país España, los causantes de heterocedasticidad en el caso anterior.

Tabla IV.26 Comprobación de la heterocedasticidad. Residuos ²

Parámetro	Estimación	Error		Valor-P
		Estándar	Estadístico T	
PCOMP_1	3,98411E7	3,94659E7	1,00951	0,3214
PCOMP_2	-3,90182E7	4,8895E7	-0,798	0,4316
PCOMP_3	-1,05957E7	7,28963E7	-0,145352	0,8855

3.5.5. Estudio de la autocorrelación

Como se observa el gráfico FAS Figura IV.26 los factores de autocorrelación no superan los límites de autocorrelación, asegurando la ausencia del problema.

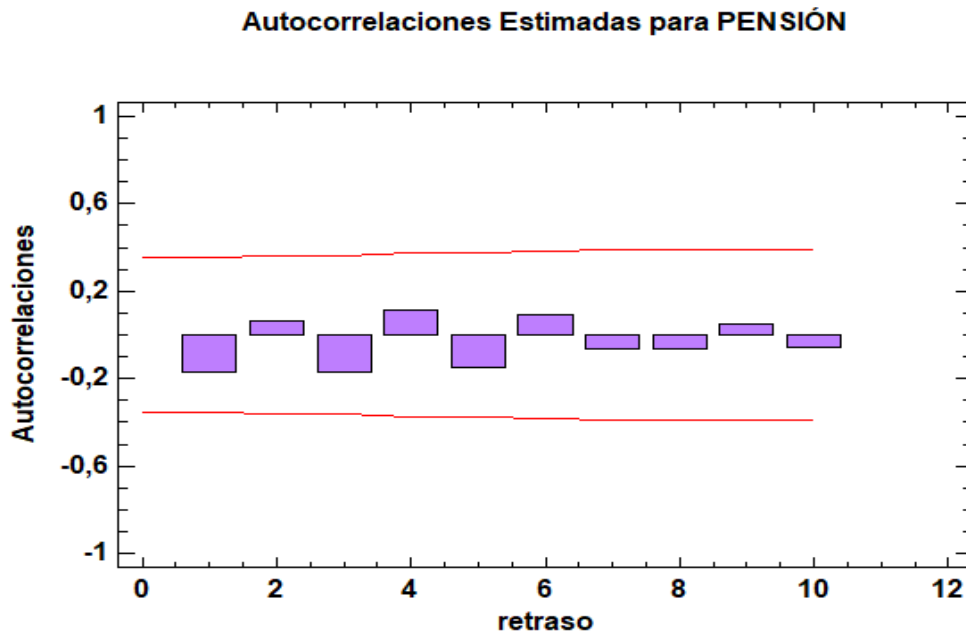


Figura IV.26 Gráfico FAS comprobación de la autocorrelación

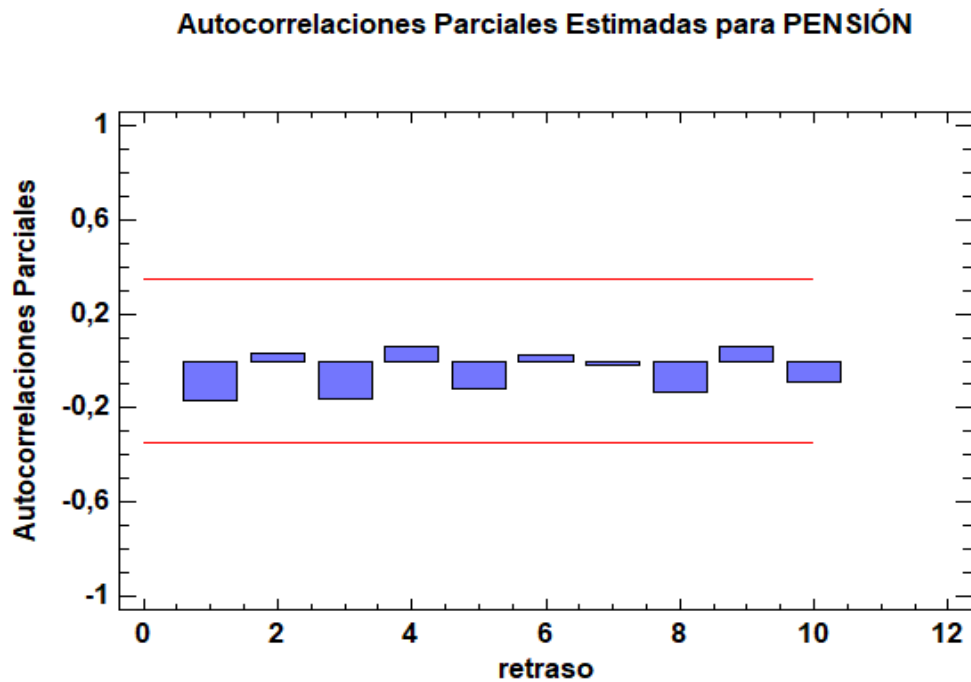


Figura IV.27 Gráfico FAP comprobación de la Autocorrelación

3.5.6. Modelo definitivo

Una vez comprobado que no existe ningún problema Tabla IV.27, con excepción de la significación, se eliminan las variables explicativas no significativas, y con esto se puede concluir que el modelo planteado es válido y además que el ajuste del mismo es muy elevado, con un R^2 de 96.401%.

Tabla IV.27 Validación del modelo

		Error	Estadístico	
Parámetro	Estimación	Estándar	T	Valor-P
CONSTANTE	46600,0	2823,08	16,5068	0,0000
PCOMP_1	39237,1	1407,83	27,8707	0,0000

Análisis de Varianza

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Modelo	1,91913E11	1	1,91913E11	776,77	0,0000
Residuo	7,16485E9	29	2,47064E8		
Total (Corr.)	1,99078E11	30			

Al final del modelo solo queda una variable significativa por lo que el modelo queda de la siguiente forma:

$$\text{PENSIÓN} = 46600,0 + 39237,1 * \text{PCOMP}_1$$

En la variable que ha salido significativa los componentes que más peso tienen son la tasa de natalidad y beneficiarios.

3.5.7. Predicciones

Como se ha dicho en el apartado anterior en la regresión múltiple, sin España se ha obtenido un componente principal significativo, en el que todas las variables seleccionadas tienen presencia. Llegado el momento se procede con la realización de predicciones con el modelo validado.

Para calcular las predicciones se han hecho los cálculos explicados anteriormente, pero sin el último paso ya que en este modelo ninguna variable nos ha generado problemas.

Se van a realizar tres predicciones:

- Se obtendrá la cantidad de dinero que se debería estar invirtiendo en España para que el sistema fuera sostenible.
- Se aumentará la tasa de natalidad de España respecto al país que más natalidad tiene.
- Se disminuirán los beneficiarios de España respecto al país que menos beneficiarios tiene actualmente.

Para obtener la cifra de los beneficiarios y la natalidad el proceso que se ha seguido es ver el porcentaje que obtiene cada país europeo respecto a su población total, y a continuación aplicarlo sobre la población española.

Tabla IV.28. Resultado de la regresión para las Pensión

Fila	Ajustado	Error Est.	Inferior 95,0%	Superior 95,0%
32	206.876	16973.6	172.161	241.591
33	238.043	17384.4	202.488	273.598
34	177.611	16647.2	143.564	211.659

En la primera predicción el resultado es que en España se deberían destinar 206.876.000 millones de euros para tener un sistema de pensión sostenible, respecto a los 86.748.000 que se destinan en la actualidad. El segundo resultado obtenido nos indica que, si en España tuviéramos la misma natalidad que en Irlanda, 1,40%, en España se debería invertir aún más en pensiones un total de 238.043.000 euros. Por último, el resultado obtenido es que, si en España el número de beneficiarios fuera el mismo porcentaje que en Chipre, que ronda el 12%, en España se deberían invertir 177.611.000 millones de euro.

Como se observa en la Figura IV.28 España no llega en ningún caso a la cifra que se debería invertir en las pensiones.

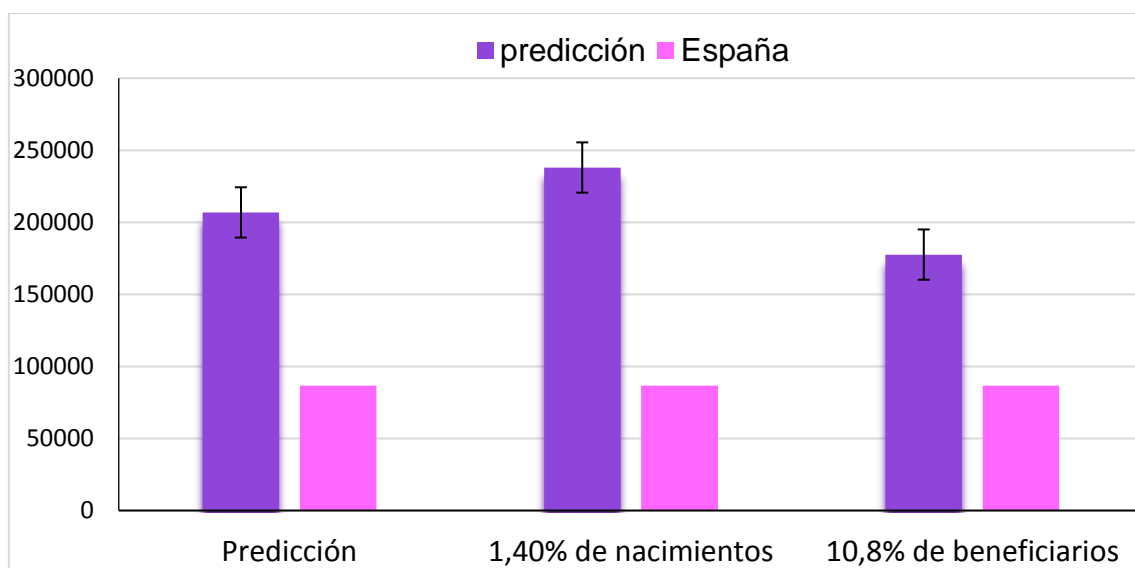


Figura IV.28 Resultados regresión múltiple

Las conclusiones que se obtienen del modelo de regresión múltiple son las siguientes:

Primero, se puede corroborar que el sistema de España no es sostenible, ya que en las condiciones demográficas y de empleo que hay actualmente las pensiones no tienen un futuro asegurado.

Si en España aumentara la natalidad la cifra de las pensiones aumentaría aún más ya que habría más población. También se puede ver desde otro punto de vista ya que al incrementar la tasa de natalidad después sería tener más población activa en caso de que se creara más empleo, por lo que podría afectar positivamente a las pensiones.

Por otro lado, se observa que, aunque en España hubiera menos beneficiarios, aun así, no estaría destinando suficiente dinero a las pensiones. Por lo que aplicándose la reforma de retrasar la edad de jubilación no es suficiente para hacer un modelo de pensiones sostenible.

V. Conclusiones

En este proyecto la finalidad era conocer que variables están afectando a las pensiones y saber cómo evolucionarán, y cómo podrían hacerlo si se tomaran medidas en los factores más determinantes.

Una vez obtenidos todos los resultados podemos verificar los problemas expuestos en la introducción. Para empezar, se afirma que cada vez las altas de jubilación son más elevadas que las bajas, es decir, la pirámide de población se empieza a invertir, aunque se sabe que lo peor está por llegar, ya que la generación del “baby boom” empieza a jubilarse en menos de 10 años. Urge la imposición de medidas para incentivar la natalidad y frenar, o invertir el fenómeno.

También hay que destacar la pensión media que tienen los jubilados, ya que aumenta solo un 0.25%, el mínimo exigido, lo que hace que los pensionistas pierdan poder adquisitivo todos los años, ya que su pensión no aumenta respecto al IPC. Respecto a la media cabe señalar la diferencia que hay entre la media de los hombres y las mujeres ya que la diferencia es muy elevada, se puede entender que la diferencia viene porque a principios del siglo XX las mujeres no trabajaban, por tanto, no cotizaban, lo mismo que los hombres, pero, por consiguiente, la diferencia de medias en los próximos años debería disminuir ya que desde hace décadas las mujeres están cotizando igual que los hombres.

Por otro lado, después de realizar las regresiones múltiples, se vuelve a corroborar, que las pensiones no son sostenibles ya que, destacamos respecto al resto de Europa negativamente ya que el único país que nos daba problemas para hacer los modelos válidos.

Una vez obtenidos las predicciones de ambos modelos podemos concluir que para que España tuviera unas pensiones dignas, siguiendo las tendencias y modelos del resto de Europa, deberíamos implantar medidas para llegar a tener un valor del PIB como países referentes como Alemania.

Se puede afirmar que solo aumentado la población activa no sería una solución ya que, si nos basamos en los resultados de las predicciones, es verdad que las pensiones mejorarían mucho, pero aún no llegaríamos a poder destinar la cantidad que la previsión nos indica. A la vez, basándonos en las predicciones si el total de beneficiarios se redujera, no alcanzaríamos la cifra que la predicción nos señala, pero estaríamos cerca.

Por lo que se puede concluir que corroboramos los problemas señalados en la introducción, ya que, de todas las variables elegidas para realizar el trabajo, las que mayor peso han tenido en los componentes principales han sido el PIB, la población activa y los beneficiarios.

Por lo tanto, España debería aumentar la población activa, generar trabajos, para a la vez aumentar la producción, y así incrementar el PIB para poder hacer frente a que todos tuvieran unas pensiones dignas. Como los objetivos que se tienen que cumplir para solucionar el problema no son fáciles, se podrían basar en otros modelos europeos para encontrar posibles soluciones, por ejemplo, obligando a las empresas cuando contraten a un trabajador abrirle un plan de pensiones o incentivando a las personas a que se hicieran fondos de pensiones privados. Así existiría un modelo de pensiones público y privado por lo que la gente al llegar a la jubilación podría tener una pensión aceptable.

VI. Bibliografía

- [1] <https://www.jubilaciondefuturo.es/es/blog/la-historia-de-la-seguridad-social.html> (última consulta junio 2018)
- [2] https://www.elespanol.com/espana/politica/20171201/266224191_0.html (última consulta junio 2018)
- [3] http://www1.seg-social.es/ActivaInternet/Panorama/REV_028100 (última consulta junio 2018)
- [4] http://www.seg-social.es/Internet_1/Normativa/index.htm?dDocName=150460 (última consulta junio 2018)
- [5] <https://www.boe.es/buscar/doc.php?id=BOE-A-2013-13617> (última consulta mayo 2018)
- [6] https://cincodias.elpais.com/cincodias/2018/02/22/midiner/1519299759_739559.html (última consulta junio 2018)
- [7] https://www.elconfidencial.com/economia/2017-07-23/los-5-graficos-que-explican-por-que-todo-el-mundo-esta-preocupado-con-las-pensiones_1419497/ (última consulta junio 2018)
- [8] Conde-Ruiz J. “medidas para restaurar (o no la sostenibilidad de las pensiones” <http://documentos.fedea.net/pubs/fpp/2017/01/FPP2017-04.pdf>
- [9] https://cincodias.elpais.com/cincodias/2018/04/13/midiner/1523627356_193804.html (última consulta junio 2018)
- [10] <https://www.elperiodico.com/es/economia/20180209/otros-sistemas-pensiones-europa-6613531> (última consulta junio 2018)
- [11] https://www.lainformacion.com/economia-negocios-y-finanzas/economia/pensiones-prestaciones-sistema-espana-dinamarca-hucha_0_972504137.html (última consulta junio 2018)
- [12] Autor Chirivella, V. “Capítulo X, “Series Temporales” “Apuntes econometría” Editorial UPV. Pag. 256-276)
- [13] Autor Chirivella, V. “Capítulo X, “Modelo ARIMA” “Apuntes econometría” Editorial UPV (Pag 271-289)
- [14] Autor Chirivella, V. “Capítulo IV, “componentes principales” “Apuntes econometría” Editorial UPV (Pag 134)
- [15] Autor Chirivella, V. “Capítulo i, “regresión lineal múltiple” “Apuntes econometría” Editorial UPV (Pag 23)

Listado de Tablas

Tabla I.1 Aplicación Progresiva del Aumento de la Edad de Jubilación	9
Tabla IV.1 Resumen estadístico Pensión media	31
Tabla IV.2 Prueba de Kruskal- Wallis	32
Tabla IV.3 Resumen estadístico altas y bajas de jubilación	33
Tabla IV.4 Prueba de Kruskal-Wallis	34
Tabla IV.5 resumen de Modelo ARIMA.....	40
Tabla IV.6 Prueba de normalidad de los Residuos.....	41
Tabla IV.7 Predicciones del número de pensionistas	42
Tabla IV.8 Resumen de Modelo ARIMA	47
Tabla IV.9 Pruebas de normalidad de Residuos.....	48
Tabla IV.10 Predicciones Medias.....	49
Tabla IV.11 Componentes principales Regresión Múltiple con España	50
Tabla IV.12 Significatividad de las variables	52
Tabla IV.13 Análisis de Varianza, Significatividad del modelo	52
Tabla IV.14 pruebas de la Normalidad de los residuos	52
Tabla IV.15 Comprobación de la heterocedasticidad. Residuos ²	53
Tabla IV.16 Búsqueda de "h" para solucionar la heterocedasticidad	55
Tabla IV.17 Tabla comprobación corrección de la heterocedasticidad	55
Tabla IV.18 Comprobación normalidad de los residuos	55
Tabla IV.19 puntos atípicos.....	56
Tabla IV.20 Validación del modelo.....	56
Tabla IV.21. Resultado de la para PENSIÓN/(PCOMP_1 ^{0.5})	57
Tabla IV.22 Componentes principales Regresión Múltiple sin España	59
Tabla IV.23 Significatividad de las variables	60
Tabla IV.24 Análisis de Varianza, Significatividad del modelo	60
Tabla IV.25 pruebas de la Normalidad de los residuos	60
Tabla IV.26 Comprobación de la heterocedasticidad. Residuos ²	61
Tabla IV.27 Validación del modelo.....	62
Tabla IV.28. Resultado de la regresión para las Pensión.....	63
Tabla VII.1 Matriz datos análisis bivalente.....	78
Tabla VII.2 Matriz datos modelo ARIMA	82

Tabla VII.3 Datos de los países europeos para realizar la Regresión Múltiple	85
Tabla VII.4 valores estandarizados regresión múltiple con España	86
Tabla VII.5 Peso componentes principales	87
Tabla VII.6 valores estandarizados regresión múltiple sin España	88
Tabla VII.7 Peso componentes principales	89

Listado de Figuras

Figura I.1 Evolución fondo de reserva (en millones de euros) Fuente: Página seguridad social. Informe fondo de reserva	8
Figura I.2 Pirámide de población presente, pasada y futura. Fuente: INE	11
Figura III.1 Esquema resumen de la metodología del trabajo	21
Figura IV.1 Datos obtenidos para el análisis de la pensión media entre hombres y mujeres	29
Figura IV.2 Datos obtenidos para el análisis de la altas y bajas de jubilación	30
Figura IV.3 Gráfico cajas y bigotes para la pensión media.....	31
Figura IV.4 Gráfico de medianas para la pensión media.....	32
Figura IV.5 Gráfico cajas y bigotes altas y bajas de jubilación	33
Figura IV.6 Gráfico de medianas altas y bajas de jubilación	34
Figura IV.7 Gráfica serie de tiempo de número de pensionistas	35
Figura IV.8 Gráfico FAS sin modificaciones de los datos obtenidos en la Seguridad Social	36
Figura IV.9 Gráfico FAP sin modificaciones de los datos obtenidos en la Seguridad Social	37
Figura IV.10 Gráfico del número de pensionistas después de aplicar las diferenciaciones.....	38
Figura IV.11 Gráfico del FAS después de aplicar las diferenciaciones	38
Figura IV.12 Modelo ARIMA teórico	39
Figura IV.13 Gráfico FAS comprobación de Autocorrelación	40
Figura IV.14 Gráfico de los residuos, comprobación de la heterocedasticidad	41
Figura IV.15. Gráfica serie de la pensión media en España.....	43
Figura IV.16 Gráfico FAS sin modificaciones de los datos obtenidos en la Seguridad Social ...	43
Figura IV.17 Gráfico de la pensión media después de aplicar las diferenciaciones.....	44
Figura IV.18 Gráfico del FAS después de aplicar las diferenciaciones	45
Figura IV.19 Gráfico del FAS después de aplicar las diferenciaciones	45
Figura IV.20 Modelo teórico ARIMA.....	46
Figura IV.21 Comprobación Autocorrelación	47
Figura IV.22 Gráfico residuos para la comprobación de la homocedasticidad.....	48
Figura IV.23 Gráfico FAS comprobación de la autocorrelación	53
Figura IV.24 Gráfico FAP comprobación de la Autocorrelación	54
Figura IV.25 Predicciones regresión múltiple.....	58
Figura IV.26 Gráfico FAS comprobación de la autocorrelación	61
Figura IV.27 Gráfico FAP comprobación de la Autocorrelación	62
Figura IV.28 Resultados regresión múltiple	64

VII. ANEXO

Tabla VII.1 Matriz datos análisis bivalente

	Hombres	Mujeres	Todos los sexos	Todos los sexos2
	Pensión media	Pensión media	Número de bajas	Número de altas
ene-05	783,01	481,05	64.084	51.410
feb-05	785,42	482	38.710	45.923
mar-05	786,98	482,55	39.269	46.701
abr-05	788,61	483,16	30.676	46.890
may-05	790	483,65	31.815	41.599
jun-05	791,44	484,16	27.084	41.224
jul-05	792,87	484,65	26.061	35.750
ago-05	794,16	485,51	28.502	46.998
sep-05	795,1	479,86	26.347	47.545
oct-05	796,54	479,41	29.874	43.374
nov-05	798,02	479,41	25.472	44.982
dic-05	799,4	479,47	12.021	18.966
ene-06	830,89	500,88	57.427	57.773
feb-06	833,42	501,54	28.592	47.363
mar-06	834,96	501,93	36.156	49.491
abr-06	836,61	502,31	28.065	38.053
may-06	837,97	502,76	30.841	45.245
jun-06	839,61	503,3	27.196	40.655
jul-06	841,17	503,77	28.131	38.358
ago-06	842,66	504,39	29.221	34.302
sep-06	844,04	504,86	27.704	38.227
oct-06	845,48	505,69	30.570	41.287
nov-06	847,03	506,27	25.099	41.789
dic-06	848,43	506,78	13.782	17.976
ene-07	875,34	525,57	59.004	57.139
feb-07	878,05	526,42	34.168	41.878
mar-07	879,84	527,02	31.718	45.110
abr-07	881,38	527,56	31.167	38.876
may-07	882,87	528,08	33.073	44.638
jun-07	884,51	528,72	27.665	38.715
jul-07	886,08	529,18	30.921	39.888
ago-07	887,74	529,8	26.843	35.175
sep-07	889,12	530,33	28.429	38.789
oct-07	890,66	531,28	30.837	42.860
nov-07	892,35	531,99	25.636	43.539
dic-07	893,91	532,56	16.986	21.223
ene-08	940,02	561,13	62.454	59.356

feb-08	942,86	562,06	35.731	50.462
mar-08	944,78	562,67	33.477	41.768
abr-08	946,36	563,31	34.791	50.636
may-08	949,75	564,52	24.328	44.897
jun-08	950,99	564,9	32.941	38.651
jul-08	952,15	565,36	32.893	46.233
ago-08	953,89	566,09	28.680	33.387
sep-08	955,15	566,54	28.003	43.608
oct-08	956,76	567,65	33.357	48.769
nov-08	958,62	568,57	28.409	43.701
dic-08	960,21	569,29	13.600	23.032
ene-09	987,28	587,35	67.699	61.745
feb-09	990,44	588,71	32.957	52.175
mar-09	992,42	589,38	35.543	50.826
abr-09	994,25	590,27	34.166	46.312
may-09	996,98	591,29	31.781	45.234
jun-09	998,37	592,02	29.132	43.849
jul-09	999,74	592,68	32.401	44.973
ago-09	1.001,47	593,49	29.747	34.430
sep-09	1.002,83	594,17	30.650	44.522
oct-09	1.004,51	595,51	31.489	45.237
nov-09	1.006,24	596,61	28.994	44.221
dic-09	1.007,81	597,32	19.765	30.341
ene-10	1.022,68	608,37	56.778	53.532
feb-10	1.025,43	609,74	34.022	51.252
mar-10	1.027,36	610,69	37.159	51.532
abr-10	1.029,28	611,63	33.600	46.615
may-10	1.032,05	612,87	32.665	45.550
jun-10	1.033,79	613,84	31.740	44.463
jul-10	1.035,39	614,7	32.155	43.380
ago-10	1.037,15	615,65	29.962	36.475
sep-10	1.038,70	616,47	31.944	45.132
oct-10	1.040,70	617,83	32.012	44.658
nov-10	1.042,50	618,92	33.784	47.798
dic-10	1.044,40	619,91	14.502	23.711
ene-11	1.059,55	630,59	61.761	64.803
feb-11	1.062,70	632,33	36.395	51.903
mar-11	1.064,68	633,43	38.641	53.475
abr-11	1.066,68	634,52	32.321	40.624
may-11	1.069,13	635,81	32.383	45.610
jun-11	1.070,68	636,7	32.402	43.849

jul-11	1.072,21	637,61	31.480	40.414
ago-11	1.073,82	638,63	30.005	37.191
sep-11	1.075,32	639,54	33.936	44.921
oct-11	1.077,16	640,99	32.394	42.848
nov-11	1.078,78	642,03	32.929	44.677
dic-11	1.080,38	643,11	14.498	19.497
ene-12	1.094,81	654,63	63.187	61.896
feb-12	1.097,93	656,54	43.336	51.274
mar-12	1.100,05	657,91	43.156	49.787
abr-12	1.102,09	659,21	34.669	44.305
may-12	1.103,89	660,36	35.050	48.540
jun-12	1.106,44	661,75	30.519	44.781
jul-12	1.108,01	662,81	29.361	43.403
ago-12	1.109,69	664,1	32.035	38.997
sep-12	1.111,29	665,23	30.024	44.138
oct-12	1.113,07	666,99	30.643	54.228
nov-12	1.115,10	668,8	31.781	48.948
dic-12	1.117,01	670,31	14.712	24.201
ene-13	1.132,86	682,42	62.494	53.958
feb-13	1.135,49	684,41	36.491	52.298
mar-13	1.137,88	686,13	36.989	48.108
abr-13	1.139,64	687,54	33.008	52.407
may-13	1.142,44	689,57	34.297	49.894
jun-13	1.143,35	690,93	29.824	43.542
jul-13	1.144,43	692,23	35.425	47.241
ago-13	1.145,88	693,91	30.379	37.617
sep-13	1.147,20	695,33	30.138	44.338
oct-13	1.148,62	697,16	33.131	50.918
nov-13	1.150,14	698,85	28.313	45.338
dic-13	1.151,49	700,35	19.899	28.513
ene-14	1.155,35	703,37	64.008	56.808
feb-14	1.157,93	705,74	37.052	48.711
mar-14	1.159,58	707,14	36.848	48.856
abr-14	1.161,10	708,5	34.388	46.356
may-14	1.163,62	710,21	33.074	45.695
jun-14	1.164,73	711,39	31.540	43.099
jul-14	1.165,95	712,58	33.113	46.226
ago-14	1.167,48	714,02	30.493	34.865
sep-14	1.168,67	715,11	30.755	46.704
oct-14	1.170,33	717,17	35.084	52.209
nov-14	1.172,03	718,97	30.635	44.065

dic-14	1.173,53	720,44	16.903	28.849
ene-15	1.177,53	723,46	72.550	56.984
feb-15	1.180,60	726,01	45.683	48.796
mar-15	1.182,55	727,71	42.204	51.079
abr-15	1.184,32	729,32	36.533	46.768
may-15	1.186,99	731,31	35.122	44.990
jun-15	1.188,09	732,66	32.630	44.885
jul-15	1.189,45	734,13	38.610	38.686
ago-15	1.190,97	735,68	32.751	46.539
sep-15	1.192,49	737,31	33.751	46.397
oct-15	1.194,14	739,54	33.458	46.998
nov-15	1.195,72	741,32	33.857	45.342
dic-15	1.197,19	742,81	30.979	24.430
ene-16	1.201,38	745,88	50.920	57.535
feb-16	1.203,90	748,42	38.580	49.722
mar-16	1.205,72	750,4	41.625	48.287
abr-16	1.207,38	752,23	36.475	52.103
may-16	1.209,89	754,4	34.793	49.325
jun-16	1.210,91	755,88	34.732	47.803
jul-16	1.212,14	757,56	34.907	44.380
ago-16	1.213,60	759,37	34.835	40.771
sep-16	1.215,01	761,03	34.579	48.293
oct-16	1.216,61	763,44	36.319	46.629
nov-16	1.218,05	765,28	34.046	48.816
dic-16	1.219,44	767,06	35.053	27.095
ene-17	1.223,73	770,52	58.537	52.873
feb-17	1.226,17	773,13	41.314	55.898
mar-17	1.227,82	774,92	40.391	56.624
abr-17	1.229,33	776,75	34.895	43.090
may-17	1.231,87	778,83	37.399	51.267
jun-17	1.232,61	780,21	34.429	47.977
jul-17	1.233,62	781,77	33.483	43.579
ago-17	1.234,96	783,49	35.035	41.903
sep-17	1.236,34	785,18	34.940	47.438
oct-17	1.237,77	787,39	36.183	50.990
nov-17	1.239,16	789,34	35.280	49.216
dic-17	1.240,41	791	34.527	25.508
ene-18	1.244,69	794,46	62.252	63.025
feb-18	1.247,46	797,5	41.963	52.244

Tabla VII.2 Matriz datos modelo ARIMA

	Todos los sexos Número pensionistas	Todos los sexos2 Pensión media
Enero 2011	7.957.105	797,92
Febrero 2011	7.960.682	799,80
Marzo 2011	7.974.576	801,05
Abril 2011	7.988.085	802,26
Mayo 2011	7.986.750	803,83
Junio 2011	8.001.081	804,79
Julio 2011	8.013.580	805,77
Agosto 2011	8.022.089	806,77
Septiembre 2011	8.029.573	807,64
Octubre 2011	8.039.470	808,82
Noviembre 2011	8.049.966	809,83
Diciembre 2011	8.061.785	810,85
Enero 2012	8.066.507	822,82
Febrero 2012	8.066.202	824,56
Marzo 2012	8.074.196	825,85
Abril 2012	8.080.563	827,03
Mayo 2012	8.089.367	828,07
Junio 2012	8.094.141	829,57
Julio 2012	8.108.855	830,51
Agosto 2012	8.122.950	831,54
Septiembre 2012	8.130.374	832,46
Octubre 2012	8.143.932	833,63
Noviembre 2012	8.165.528	834,99
Diciembre 2012	8.182.112	836,27
Enero 2013	8.190.914	849,60
Febrero 2013	8.184.117	851,20
Marzo 2013	8.198.453	852,61
Abril 2013	8.208.976	853,72
Mayo 2013	8.216.616	855,54
Junio 2013	8.235.780	856,26
Julio 2013	8.250.627	857,07
Agosto 2013	8.262.770	858,11
Septiembre 2013	8.269.866	859,00
Octubre 2013	8.282.989	860,00

Noviembre 2013	8.299.713	861,06
Diciembre 2013	8.315.826	862,00
Enero 2014	8.323.965	864,92
Febrero 2014	8.318.212	866,57
Marzo 2014	8.328.658	867,53
Abril 2014	8.339.738	868,47
Mayo 2014	8.341.124	870,07
Junio 2014	8.355.745	870,75
Julio 2014	8.368.115	871,52
Agosto 2014	8.381.031	872,48
Septiembre 2014	8.385.487	873,20
Octubre 2014	8.400.291	874,35
Noviembre 2014	8.416.198	875,52
Diciembre 2014	8.428.617	876,53
Enero 2015	8.439.499	879,52
Febrero 2015	8.426.243	881,50
Marzo 2015	8.428.726	882,76
Abril 2015	8.436.354	883,89
Mayo 2015	8.434.731	885,66
Junio 2015	8.447.911	886,46
Julio 2015	8.461.153	887,41
Agosto 2015	8.462.042	888,53
Septiembre 2015	8.474.512	889,58
Octubre 2015	8.485.978	890,88
Noviembre 2015	8.498.073	892,13
Diciembre 2015	8.508.482	893,13
Enero 2016	8.503.090	896,30
Febrero 2016	8.509.091	898,01
Marzo 2016	8.518.727	899,29
Abril 2016	8.524.591	900,50
Mayo 2016	8.528.843	902,31
Junio 2016	8.545.172	903,14
Julio 2016	8.559.328	904,14
Agosto 2016	8.568.629	905,30
Septiembre 2016	8.574.146	906,37
Octubre 2016	8.586.224	907,77
Noviembre 2016	8.595.509	909,10

Diciembre 2016	8.609.085	910,24
Enero 2017	8.602.601	913,63
Febrero 2017	8.598.985	915,53
Marzo 2017	8.610.495	916,61
Abril 2017	8.624.602	917,71
Mayo 2017	8.618.842	919,55
Junio 2017	8.637.504	920,22
Julio 2017	8.652.057	921,10
Agosto 2017	8.661.628	922,17
Septiembre 2017	8.668.141	923,23
Octubre 2017	8.679.378	924,56
Noviembre 2017	8.692.779	925,85
Diciembre 2017	8.705.707	926,87
Enero 2018	8.698.160	930,27
Febrero 2018	8.699.056	932,29

Tabla VII.3 Datos de los países europeos para realizar la Regresión Múltiple

	PENSIÓN	tasa de natalidad	Esperanza de vida	tasa de dependencia	población activa (15 a 25 años)	total población activa	población (activa 55 a 64 años)	PIB	salario mínimo	paro	ipc	BENEFICIARIOS
Belgium	36255,29	122274,00	81,10	27,80	30,00	67,60	46,60	108668,00	1501,82	421,80	101,77	2815679,00
Bulgaria	3025,19	65950,00	74,70	30,20	26,00	69,30	58,00	12605,30	184,07	305,10	98,68	2179937,00
Czech Republ	11710,26	110764,00	78,70	26,60	32,50	74,00	58,00	44586,20	331,71	268,00	100,66	2931615,00
Denmark	23622,89	58205,00	80,80	28,80	62,10	78,50	67,60	69179,80	0,00	180,90	100,02	1472267,00
Germany	262502,57	737575,00	80,70	32,00	48,80	77,60	69,40	778110,00	1440,00	1949,60	100,38	23261206,00
Estonia	1015,04	13907,00	78,00	28,70	41,80	76,70	68,70	5342,90	390,00	42,30	100,80	416841,00
Ireland	11483,09	65536,00	81,50	19,70	47,40	72,00	60,30	69094,00	1461,85	226,20	99,79	932440,00
Greece	24391,73	91847,00	81,10	32,40	26,00	67,80	41,60	44670,50	683,76	1197,00	100,02	2686578,00
Spain	86748,33	418432,00	83,00	27,90	34,70	74,30	57,60	282199,00	756,70	5056,00	99,66	9448336,00
France	270021,37	799671,00	82,40	29,20	37,10	71,30	52,60	566195,00	1457,52	3053,70	100,31	18938000,00
Croatia	2459,69	37503,00	77,50	28,30	33,20	71,50	44,30	11089,90	395,61	305,90	99,37	1228020,00
Italy	195017,00	485780,00	82,70	33,70	26,20	66,90	51,10	435497,20	0,00	3033,30	99,94	16031543,00
Cyprus	1593,40	9170,00	81,80	21,20	37,90	64,00	57,40	4449,00	0,00	62,80	98,78	137025,00
Latvia	1616,47	21979,00	74,80	29,50	41,30	73,90	65,50	6435,20	360,00	98,20	100,10	593689,00
Lithuania	2013,47	31475,00	74,60	28,10	33,80	75,70	66,20	9663,60	300,00	134,00	100,68	936264,00
Luxembourg	2546,21	6115,00	82,40	20,50	35,20	74,10	40,30	13987,00	1922,96	18,40	100,04	174857,00
Hungary	7843,51	92135,00	75,70	26,50	31,00	70,90	48,10	30588,90	332,76	307,80	100,45	2169780,00
Malta	561,67	4325,00	82,00	26,90	51,60	68,60	42,40	2439,90	720,46	10,60	100,90	86547,00
Netherlands	68517,00	170510,00	81,60	27,20	68,50	67,60	67,10	177403,00	1501,80	613,80	100,11	3530336,00
Austria	37815,90	84381,00	81,30	27,40	57,40	79,60	48,60	90426,20	0,00	251,80	100,97	2410353,00
Poland	32451,04	369308,00	77,50	22,20	32,80	75,50	46,90	119644,00	409,53	1304,30	99,81	9648027,00
Portugal	19589,32	85500,00	81,30	31,10	33,50	68,10	57,00	45371,90	589,17	646,50	100,64	3014507,00
Romania	10895,86	197491,00	75,00	25,20	31,30	73,40	42,70	47598,60	217,50	623,90	98,93	5289793,00
Slovenia	2606,26	20641,00	80,90	26,60	35,30	66,10	39,70	9942,40	790,73	90,30	99,85	636857,00
Slovakia	5040,78	55602,00	76,70	19,70	31,70	71,80	51,80	20397,00	380,00	314,40	99,52	1415171,00
Finland	21244,98	55472,00	81,60	31,30	52,20	70,90	65,20	54878,00	0,00	252,10	100,39	1540972,00
Sweden	40987,22	114870,00	82,20	31,10	55,10	75,80	78,70	120072,10	0,00	388,30	101,14	2662142,00
United Kingd	265239,06	776746,00	81,00	27,50	58,50	81,70	64,40	667268,70	1378,87	1746,20	100,65	15640063,00
Iceland	846,86	4129,00	82,50	20,50	80,20	76,90	87,60	4018,90	0,00	7,60	100,79	66395,00
Norway	24770,78	58815,00	82,40	24,50	55,90	88,40	73,40	84820,80	0,00	118,50	103,89	1327302,00
Switzerland	53811,85	86559,00	83,00	26,40	67,50	83,30	73,20	152421,20	0,00	228,90	99,47	3013100,00
Former Yugos	3104,01	23075,00	75,50	18,00	32,80	64,90	50,60	202919,10	213,72	248,90	100,24	1711249,00
Turkey	42602,41	1325783,00	78,20	11,80	41,80	56,00	34,10	210818,80	424,26	3035,40	107,66	12009136,00

Tabla VII.4 valores estandarizados regresión múltiple con España

	tasa de natal	Esperanza de vida	tasa de desempleo	población activa	TOTAL POBLACION	población activa	PIB	salario mínimo	paro	ipc	BENEFICIARIOS
Belgium	-0,25638303	0,45074866	0,3084969	-0,91293013	-0,7971855	-0,81060867	-0,14081779	1,67248498	-0,32516383	0,80033915	-0,288711438
Bulgaria	-0,44206011	-1,81048926	0,80814831	-1,19910154	-0,52432335	0,08921718	-0,62775336	-0,6426085	-0,42436596	-1,14397882	-0,394163442
Czech Republic	-0,29432677	-0,39721556	0,05867119	-0,73407301	0,23006025	0,08921718	-0,46564426	-0,38322668	-0,45590323	0,10212368	-0,269480864
Denmark	-0,4675922	0,34475313	0,51668499	1,38359537	0,95234241	0,84696527	-0,3409809	-0,9659925	-0,52994355	-0,30119659	-0,51154631
Germany	1,77201155	0,30942129	1,18288688	0,43207546	0,80788598	0,98904304	3,25254009	1,56387631	0,97355953	-0,07596579	3,102635664
Estonia	-0,6136245	-0,64453846	0,49586618	-0,0687245	0,66342954	0,93379057	-0,66456599	-0,2808197	-0,64776202	0,19116841	-0,686612275
Ireland	-0,4434249	0,59207603	-1,37782663	0,33191547	-0,09095405	0,270761	-0,34141582	1,60226355	-0,49143578	-0,44262058	-0,60108867
Greece	-0,35668834	0,45074866	1,26616211	-1,19910154	-0,76508407	-1,20526913	-0,46521695	0,23527354	0,33380354	-0,30224418	-0,310125721
spain	0,71992821	1,12205366	0,32931571	-0,57667874	0,27821239	0,05764435	0,73879954	0,36341842	3,61418934	-0,52328464	0,8114628
France	1,97671655	0,91006261	0,59996022	-0,40497589	-0,20330905	-0,33701612	2,17835676	1,59465638	1,91211199	-0,11944058	2,385535433
Croatia	-0,53583818	-0,82119767	0,41259094	-0,68399301	-0,17120762	-0,99215248	-0,63543482	-0,27096375	-0,42368591	-0,70713582	-0,552060128
Italy	0,94194689	1,01605814	1,53680663	-1,18479297	-0,9095405	-0,45541425	1,51585813	-0,9659925	1,89477075	-0,34833792	1,903434652
Cyprus	-0,62924044	0,69807155	-1,0655445	-0,34774161	-1,37501123	0,04185793	-0,66909711	-0,9659925	-0,63033576	-1,07745716	-0,733026005
Latvia	-0,58701443	-1,77515742	0,66241665	-0,10449592	0,21400953	0,68120788	-0,65902919	-0,3335253	-0,6002436	-0,24829354	-0,657278086
Lithuania	-0,55571002	-1,84582111	0,37095332	-0,6410673	0,5029224	0,73646034	-0,46266464	-0,4389365	-0,56981141	0,1146947	-0,600454374
Luxembourg	-0,63931152	0,91006261	-1,21127616	-0,54090731	0,24611096	-1,30788085	-0,62074961	2,41236619	-0,66807848	-0,28705419	-0,726750723
Hungary	-0,35573893	-1,45717084	0,03785238	-0,84138728	-0,26751191	-0,69221053	-0,53659566	-0,38138198	-0,42207079	-0,03039584	-0,395848207
Malta	-0,64521242	0,76873524	0,12112762	0,63239544	-0,63667835	-1,14212346	-0,67928111	0,29975006	-0,67470895	0,2555949	-0,741398908
Netherlands	-0,09736876	0,62740787	0,18358404	1,84146962	-0,7971855	0,80749922	0,20759545	1,67244984	-0,1619521	-0,24515079	-0,17016962
Austria	-0,38130068	0,52141234	0,22522166	1,04734398	1,12890027	-0,65274449	-0,23328429	-0,9659925	-0,46967422	0,29854589	-0,355943804
Poland	0,55798657	-0,82119767	-0,85735641	-0,71261015	0,47082097	-0,78692904	-0,08518116	-0,24650835	0,4250151	-0,43214473	0,844586011
Portugal	-0,3776118	0,52141234	0,99551759	-0,66253016	-0,71693193	0,01028509	-0,4616616	0,06909278	-0,1341551	0,08798128	-0,255731375
Romania	-0,00842348	-1,70449374	-0,23279214	-0,81992443	0,13375596	-1,11844383	-0,4503746	-0,5838769	-0,15336648	-0,98736484	0,121675604
Slovenia	-0,59142527	0,38008497	0,05867119	-0,53375303	-1,03794622	-1,35524011	-0,64125142	0,42320414	-0,60695908	-0,40857407	-0,650117709
Slovakia	-0,47617322	-1,10385241	-1,37782663	-0,79130729	-0,12305548	-0,40016179	-0,58825774	-0,29838823	-0,41646039	-0,61442454	-0,521016956
Finland	-0,47660177	0,62740787	1,03715521	0,67532115	-0,26751191	0,65752825	-0,4134758	-0,9659925	-0,4694192	-0,06706132	-0,500150052
Sweden	-0,28079097	0,83939892	0,99551759	0,88279542	0,51897311	1,7231115	-0,08301115	-0,9659925	-0,35364088	0,40225681	-0,314178977
United Kingdom	1,90114224	0,41541681	0,24604047	1,12604111	1,46596528	0,59438258	2,69069276	1,45647986	0,8006571	0,09688575	1,838498955
Iceland	-0,64585855	0,94539445	-1,21127616	2,67852097	0,69553097	2,42560712	-0,67127726	-0,9659925	-0,67725914	0,18645428	-0,744741567
Norway	-0,46558128	0,91006261	-0,3785238	0,9400297	2,54136317	1,30477141	-0,26169769	-0,9659925	-0,58298736	2,1344388	-0,535591992
Switzerland	-0,37412071	1,12205366	0,01703357	1,76992677	1,72277672	1,28898499	0,08096433	-0,9659925	-0,48914062	-0,6453283	-0,255964758
Former Yugoslav Republic of Macedo	-0,58340137	-1,52783452	-1,73174639	-0,71261015	-1,2305548	-0,4948803	0,33693489	-0,5905178	-0,47213939	-0,16343915	-0,47190581
turkey	3,71109164	-0,57387478	-3,02251255	-0,0687245	-2,65906841	-1,79725983	0,37697796	-0,2206299	1,89655587	4,50040978	1,236228651
Spain pib alemania	0,71992821	1,12205366	0,32931571	-0,57667874	0,27821239	0,05764435	3,25254009	0,36341842	3,61418934	-0,52328464	0,8114628
españa beneficiaris chipre	1,97671655	1,12205366	0,32931571	-0,57667874	0,27821239	0,05764435	0,73879954	0,36341842	3,61418934	-0,52328464	0,15673554
poblacio activa de 15 a 25 anys	0,71992821	1,12205366	0,32931571	1,84146962	0,27821239	0,05764435	0,73879954	0,36341842	3,61418934	-0,52328464	0,8114628
poblacio activa de 55 a 65 anys	0,71992821	1,12205366	0,32931571	-0,57667874	0,27821239	2,42560712	0,73879954	0,36341842	3,61418934	-0,52328464	0,8114628
peso componente principl pc1	0,481047	0,143402	0,0155858	-0,0444122	-0,084278	-0,100045	0,454516	0,239994	0,443889	0,174326	0,486923
peso componente principl pc2	-0,0562922	0,339242	0,240166	0,495443	0,487872	0,534314	0,200248	-0,0396959	-0,0392717	-0,0721246	0,0816978

Tabla VII.5 Peso componentes principales

	PCOMP_1	PCOMP_2	PCOMP_3	PCOMP_4
	Componentes	Componentes	Componentes	Componentes
	Principales	Principales	Principales	Principales
	0,326854	-1,19601	-0,169038	1,61163
	-1,39012	-1,23079	-1,62277	-1,24132
	-0,812717	-0,397394	-0,17448	-0,476507
	-1,31731	1,84074	0,250794	-0,409985
	4,5127	2,23577	-1,30831	-0,298861
	-1,48431	0,557225	-0,0934221	-0,606337
	-0,543007	0,029936	0,620308	1,93833
	-0,0590081	-1,25357	-1,40414	0,633313
	2,83945	0,395863	-1,02927	-0,00650759
	4,52221	0,362844	-1,072	0,492236
	-1,15926	-1,19571	-0,96365	-0,162351
	2,9616	-0,165066	-1,75603	-0,982763
	-1,45288	-0,857347	0,203823	0,502724
	-1,61776	-0,124303	-0,574862	-1,11914
	-1,53656	-0,330786	-0,393627	-1,39571
	-0,465497	-1,0254	0,118924	2,90893
	-0,971033	-1,48838	-0,398048	-0,771233
	-0,911596	-0,481609	0,441294	1,38392
	0,249162	1,20248	0,38791	1,78318
	-0,849363	0,932893	0,548868	-0,164748
	0,634721	-0,983534	-0,190058	-0,75934
	-0,364229	-0,352574	-0,666073	0,390262
	-0,64045	-1,55224	-0,912433	-1,0496
	-0,829108	-1,46377	-0,435296	1,27778
	-1,2079	-1,43233	0,12422	-0,308357
	-1,07978	0,982144	-0,0913661	-0,202585
	-0,76362	2,13171	0,312334	-0,575525
	3,58477	2,2765	-0,141631	0,0825524
	-1,78237	2,88499	2,30017	0,0373397
	-0,984454	2,45806	2,1164	-0,731232
	-1,0209	2,91134	0,457501	-0,136698
	-0,797987	-2,03664	0,551366	-0,58959
	4,40975	-3,63505	4,9626	-1,05382
España con PIB Alemania	3,98250048	0,899022083		
España 11,80% de beneficiarios	3,125737679	0,271413409		
población activa de 15 a 25 anys	2,732569894	1,593705241		
población activa de 55 a 65 anys	2,603062347	1,660886227		

Tabla VII.6 valores estandarizados regresión múltiple sin España

	valores estandarizados										
	tasa de natal	Esperanza de vida	tasa de desempleo	población activa	TOTAL POBLACIÓN	población activa	PIB	salario mínimo	paro	ipc	BENEFICIARIOS
Belgium	-0,150369	0,46532478	0,25577928	-0,9090947	-0,96380485	-0,88661789	-0,1026711	1,62845887	-0,21303851	1,5362266	-0,22386148
Bulgaria	-0,39647599	-1,78091454	0,83244529	-1,18770998	-0,66290132	0,03386026	-0,57960146	-0,61950166	-0,3564183	-1,68023387	-0,32988399
Czech Republic	-0,20066179	-0,37701497	-0,03255373	-0,73496015	0,16900843	0,03386026	-0,42082326	-0,36764138	-0,40200005	0,38117762	-0,20452686
Denmark	-0,43031767	0,36003231	0,49605679	1,32679293	0,96551778	0,80899975	-0,2987214	-0,93350819	-0,50901274	-0,28602996	-0,44790192
Germany	2,53818086	0,32493482	1,2649448	0,40039712	0,80621591	0,95433841	3,22096248	1,52299962	1,66404504	0,08656648	3,18583326
Estonia	-0,62387722	-0,62269739	0,47202904	-0,08717962	0,64691404	0,89781782	-0,61565769	-0,26820399	-0,67929928	0,5284832	-0,62391501
Ireland	-0,39828496	0,60571474	-1,69046852	0,30288177	-0,18499572	0,21957076	-0,29914738	1,56027372	-0,45335631	-0,51998587	-0,53792871
Greece	-0,28331938	0,46532478	1,36105581	-1,18770998	-0,92840444	-1,29033637	-0,42040473	0,23292361	0,73938666	-0,28776297	-0,24539162
France	2,80950854	0,92159214	0,59216779	-0,41455257	-0,30889717	-0,4021557	2,1688507	1,55288714	3,02056287	0,0146467	2,46485342
Croatia	-0,5207748	-0,79818484	0,37591803	-0,68620247	-0,27349676	-1,07232839	-0,58712509	-0,25863384	-0,35543541	-0,95757007	-0,48863492
Italy	1,43796583	1,02688461	1,67341656	-1,17377921	-1,08770631	-0,52327125	1,51996462	-0,93350819	2,99549905	-0,36401527	1,98014441
Cyprus	-0,64457548	0,7110072	-1,33005226	-0,35882952	-1,60101233	-0,01458596	-0,62009571	-0,93350819	-0,6541126	-1,57018795	-0,67057985
Latvia	-0,58860672	-1,74581705	0,66425104	-0,12200653	0,15130823	0,63943799	-0,61023466	-0,31938123	-0,6106195	-0,19851312	-0,59442212
Lithuania	-0,54711407	-1,81601203	0,32786253	-0,64441018	0,46991196	0,69595858	-0,59420636	-0,42173573	-0,56663495	0,4019737	-0,53729098
Luxembourg	-0,65792426	0,92159214	-1,49824651	-0,54689483	0,18670864	-1,39530318	-0,57274162	2,34688505	-0,70866326	-0,26263437	-0,66427061
Hungary	-0,28206097	-1,42993965	-0,05658148	-0,83944088	-0,379698	-0,76550234	-0,49031681	-0,36585017	-0,35310103	0,16195227	-0,33157787
Malta	-0,66574564	0,78120218	0,03952953	0,59542782	-0,78680278	-1,22574141	-0,63007045	0,29553044	-0,71824649	0,63506311	-0,67899805
Netherlands	0,06039759	0,64081223	0,11161278	1,77257738	-0,96380485	0,7686279	0,23858319	1,62842475	0,02285627	-0,1933141	-0,10467833
Austria	-0,31594198	0,53551976	0,15966828	0,99941997	1,16022006	-0,72513049	-0,19323766	-0,93350819	-0,42190367	0,70611638	-0,29145758
Poland	0,92904291	-0,79818484	-1,08977475	-0,714064	0,43451155	-0,86239478	-0,04817765	-0,2348876	0,87121744	-0,5026558	0,91556726
Portugal	-0,31105252	0,53551976	1,04869505	-0,66530633	-0,87530382	-0,04688344	-0,41692244	0,07156175	0,0630321	0,35778203	-0,19070299
Romania	0,17829072	-1,67562208	-0,36894223	-0,81854473	0,06280719	-1,2015183	-0,40586736	-0,56247315	0,03526532	-1,42114937	0,18874581
Slovenia	-0,59445309	0,3951298	-0,03255373	-0,53992945	-1,22930797	-1,4437494	-0,59282218	0,41540461	-0,62032558	-0,46366315	-0,587223
Slovakia	-0,44169145	-1,07896476	-1,69046852	-0,7906832	-0,22039613	-0,46675066	-0,54091737	-0,28526307	-0,34499215	-0,80419897	-0,4574238
Finland	-0,44225948	0,64081223	1,09675055	0,63722011	-0,379698	0,61521488	-0,36972672	-0,93350819	-0,42153509	0,10129704	-0,436444
Sweden	-0,18272068	0,85139716	1,04869505	0,83921619	0,48761217	1,70525479	-0,04605223	-0,93350819	-0,25419723	0,87768405	-0,2494668
United Kingdom	2,70933804	0,43022729	0,18369603	1,07603918	1,53192442	0,55061992	2,67065959	1,41871746	1,41414401	0,37251259	1,9148574
Iceland	-0,66660206	0,95668963	-1,49824651	2,58752707	0,68231446	2,42387369	-0,6223106	-0,93350819	-0,72193234	0,52068466	-0,68235879
Norway	-0,42765229	0,92159214	-0,53713649	0,89493924	2,71783833	1,27731319	-0,22106725	-0,93350819	-0,58567854	3,74321067	-0,47207769
Switzerland	-0,30642523	1,13217708	-0,08060923	1,70292356	1,81512774	1,26116446	0,114554	-0,93350819	-0,45003904	-0,85532267	-0,19093763
Former Yugoslav Republic of	-0,58381776	-1,50013463	-2,09894027	-0,714064	-1,44171046	-0,5636431	0,36526506	-0,56892149	-0,42546667	-0,05813958	-0,40804696
Spain	1,1436896	1,13217708	0,27980703	-0,58172174	0,22210906	0,00156278	0,75887248	0,35735255	5,48062596	-0,65342739	0,88226485
espanya/irlanda	2,16723324	1,13217708	0,27980703	-0,58172174	0,22210906	0,00156278	0,75887248	0,35735255	5,48062596	-0,65342739	0,88226485
espanya/chipre	1,1436896	1,13217708	0,27980703	-0,58172174	0,22210906	0,00156278	0,75887248	0,35735255	5,48062596	-0,65342739	0,22399543
peso componente principal	0,476843	0,163989	0,2071	0,0177626	0,0680488	0,0272959	0,468593	0,218269	0,448832	0,0352767	0,476688

Tabla VII.7 Peso componentes principales

	Componentes Principales	Componentes Principales	Componentes Principales
	0,110848	-0,84222	-1,61947
	-1,15724	-1,91001	1,81128
	-0,706785	-0,155046	0,431947
	-0,727802	1,76307	0,747268
	5,72405	0,628253	0,304934
	-1,16561	0,873046	0,799091
	-0,719895	0,0638539	-2,16509
	0,162288	-1,81335	0,0770323
	5,46067	-1,05543	-0,587643
	-1,11936	-1,50351	0,528123
	3,87541	-1,63109	1,40468
	-1,74505	-1,06654	-0,51788
	-1,32399	-0,0961998	1,39769
	-1,31801	0,0117935	1,42367
	-0,908123	-0,894977	-3,00617
	-1,06276	-1,24068	0,65245
	-1,1121	-0,112928	-1,28418
	0,564749	0,781463	-1,53339
	-0,550621	1,31403	0,134113
	0,815656	-1,1788	0,258278
	-0,145614	-0,520307	0,0844967
	-0,566428	-1,95839	1,00993
	-1,11979	-1,5733	-1,0173
	-1,49644	-1,24014	-0,139335
	-0,647093	0,879021	0,704788
	-0,0629555	2,24936	0,90757
	4,66063	1,3516	-0,441328
	-1,43911	3,6161	-0,464641
	-0,591561	4,2456	-0,0238336
	-0,262259	2,5835	0,414997
	-1,42571	-1,56778	-0,292084
Spain	4,084792954		
espanya/irlanda	4,572862576		
espanya/chipre	3,77100382		