

Trabajo de Investigación CST/MIH

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO TERMO-MECÁNICO
SECCIONAL DE COLUMNAS RECTANGULARES DE HORMIGÓN
ARMADO SOMETIDAS A LA ACCIÓN DEL FUEGO. FLEXO-
COMPRESIÓN RECTA Y ESVIADA

Por:

David Leonardo Peña Mansilla

Junio 2018

Autor / Author: David Leonardo Peña Mansilla		Fecha / Date: Junio 2018
Título / Title ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO TERMO-MECÁNICO SECCIONAL DE COLUMNAS RECTANGULARES DE HORMIGÓN ARMADO SOMETIDAS A LA ACCIÓN DEL FUEGO. FLEXO-COMPRESIÓN RECTA Y ESVIADA		
Directores del trabajo / Supervisors: Prof. Dr. Antonio Hospitaler Prof. Dr. Vicente Alberó Gabarda Prof. Dra. Carmen Ibañez Usach	Código / Code: CST/MIH	Nºpáginas / Pages: 147
Departamento / Department: INGENIERÍA DE LA CONSTRUCCIÓN Y PROYECTOS DE INGENIERÍA CIVIL		
Universidad / University: UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA		 UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA
Palabras clave / Keywords: Columnas, Hormigón armado, Resistencia al fuego, Análisis termo-mecánico		
Código Unesco: 3305.05 Tecnología del hormigón		

Índice

1	Introducción	4
2	Objetivos.....	8
3	Estado del arte.....	9
4	El incendio	12
4.1	Fases de desarrollo de un incendio	12
4.2	Modelización de un incendio	13
4.2.1	Curvas nominales tiempo- temperatura	16
4.2.2	Curvas paramétricas tiempo- temperatura.....	17
5	Propiedades de los materiales y constantes físicas	20
5.1	Propiedades térmicas del hormigón	20
5.2	Propiedades mecánicas del hormigón	27
5.3	Propiedades mecánicas del acero	31
5.4	Spalling	34
6	Análisis térmico seccional.....	35
6.1	Tipos de modelos térmicos.....	35
6.1.1	Analíticos	35
6.1.2	Simplificados.....	37
6.1.3	Numéricos.....	47
6.2	Validación de los modelos térmicos.....	55
7	Análisis mecánico seccional.....	69
7.1	Diagrama momento- curvatura.....	72
7.2	Diagrama de interacción momento- axial	74
7.3	Diagrama momentos biaxiales	75
7.3.1	Flexión biaxial a temperatura ambiente	75
7.3.2	Comprobaciones del método de Bresler a temperatura ambiente	80
7.3.3	Flexión biaxial a altas temperaturas.....	82
7.4	Método iterativo incremental	84
7.5	Método de la isoterma 500°C	85
7.5.1	Limitaciones.....	85
7.5.2	Procedimiento de cálculo	86
7.6	Validación del modelo termo-mecánico seccional para flexión uniaxial	87
7.7	Validación del modelo termo-mecánico seccional para flexión biaxial	91
8	Resultados	95
8.1	Análisis seccional frente a flexión biaxial expuesta al fuego por las 4 caras.....	97
8.2	Análisis seccional frente a flexión biaxial expuesta al fuego por 2 caras contiguas	99

8.3	Análisis de la influencia de la disposición y distribución de la armadura	102
8.4	Método de la isoterma 500°C para el cálculo de flexión biaxial	104
8.5	Modelo simplificado diagramas momentos biaxiales en situación de incendio...	110
8.5.1	Ejemplo de aplicación del método	129
9	Conclusiones y futuras líneas de investigación	135
10	Anexos	137
10.1	Base física- matemática del modelo termo- mecánico seccional	137
10.2	Método iterativo incremental- Método exacto	141
10.3	Método de la Isoterma 500°C	142
11	Bibliografía.....	143

1 Introducción

Asegurar la satisfacción de las exigencias básicas y la superación de los niveles mínimos de calidad propios del requisito básico de seguridad en caso de incendio, es uno de los objetivos que debe cumplirse sin excusas para reducir a límites aceptables el riesgo de que los usuarios de un edificio u otra obra ingenieril sufran daños derivados de un incendio de origen accidental, como consecuencia de las características de su proyecto, construcción, uso o mantenimiento. Como parte de los parámetros que permitan cumplir con este objetivo, en el “Documento Básico SI Seguridad en caso de incendio” [1] se establecen una serie de exigencias tales como: limitar el riesgo de propagación del incendio por el interior del edificio y también por el exterior tanto en el edificio considerado como en otros; que el edificio disponga de los medios, de evacuación adecuados para que los ocupantes puedan abandonarlo o alcanzar un lugar seguro dentro del mismo en condiciones de seguridad; disponer de instalaciones y equipos de protección contra incendios que hagan posible la detección, el control, la extinción del incendio y transmisión de la alarma a los ocupantes; disponer de las condiciones de acceso y movilización que faciliten la intervención de bomberos; y por último, asegurar que la estructura portante mantendrá su resistencia al fuego durante el tiempo necesario para que puedan cumplirse todas las anteriores exigencias básicas.

Para entender la importancia del cumplimiento de todas las exigencias básicas antes descritas es necesario evaluar cuantitativamente la ocurrencia de los mismos. Para ello, se presentan unas gráficas(Fig. 1.1 y Fig. 1.2) con cifras históricas ocurridas entre 1993-2015 basadas en datos estadísticos disponibles en el boletín Nº22 del CTIF [2], el cual consta de datos aportados por una media de 39 países que en total suman una población media de 2500 millones de habitantes.

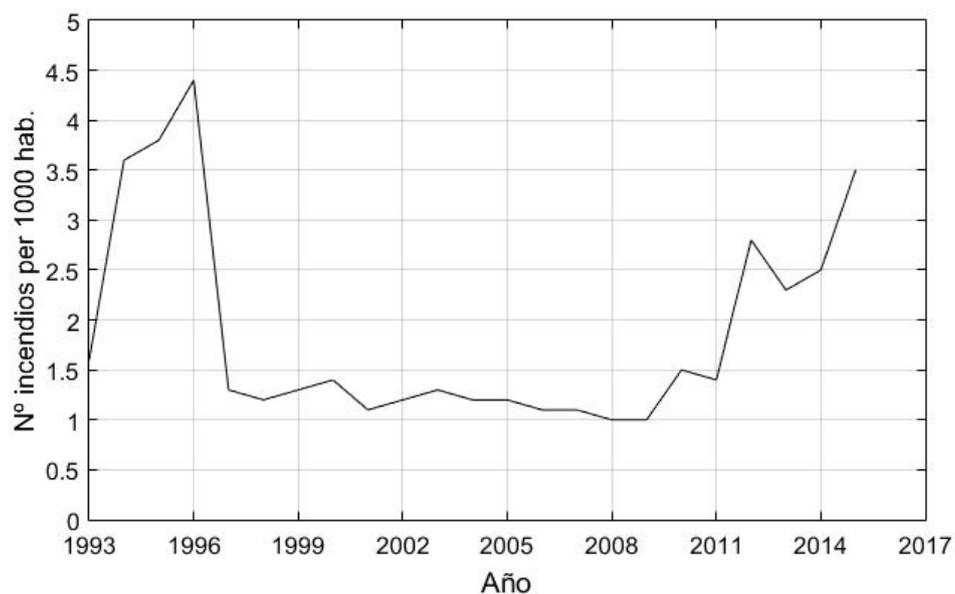


Fig. 1.1 Nº de incendios per 1000 habitantes, 1993-2015. [2]

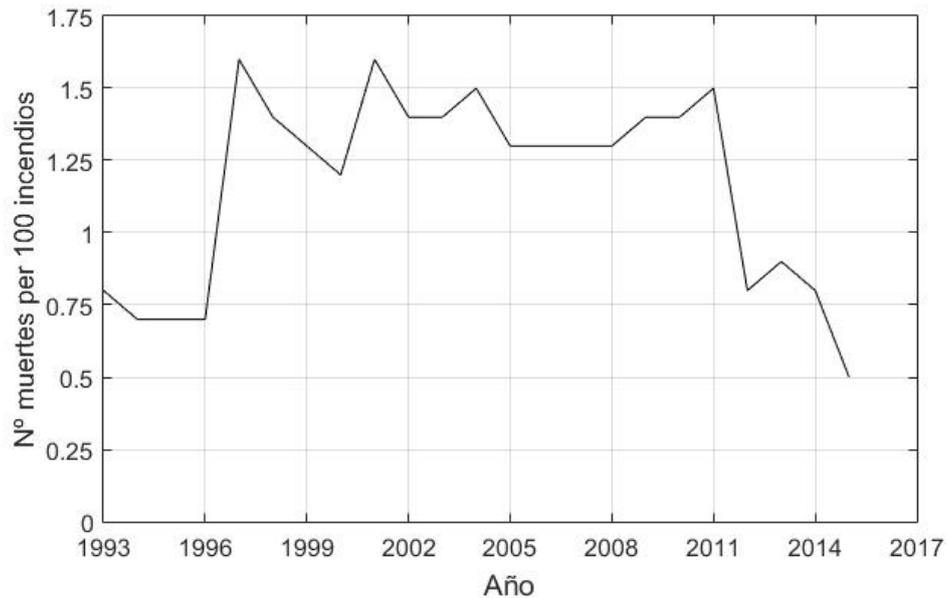


Fig. 1.2 N° de muertes per 100 incendios, 1993-2015. [2]

En la Fig. 1.1 se puede observar que las cifras no bajan de 1, es decir, 1 incendio al año cada 1000 habitantes lo que, para hacerse una idea, en un país como España (≈ 46 millones) correspondería a un total a 46000 incendios anuales, incendios entre los que se incluyen incendios de estructuras, vehículos, forestales, hierbas y arbustos, basura, entre otros. Además, de la Fig. 1.2 se puede deducir que el número de muertes promedio por causas relacionadas con incendios frecuentemente es de 1.25 muertes per 100 incendios, cifra que en los últimos años de este estudio (2015) favorablemente ha descendido a solo 1 muerto por cada 100 incendios. Con respecto a las cifras señaladas, estas cifras presentan una gran variabilidad entre ellas, por lo que solo pueden considerarse como referenciales.

Para el caso de España, las muertes por incendios en el año 2016 fue de 0.376 per 100000 habitantes [3], un número bajo en comparación con datos mundiales promedios presentados en la Fig. 1.3.

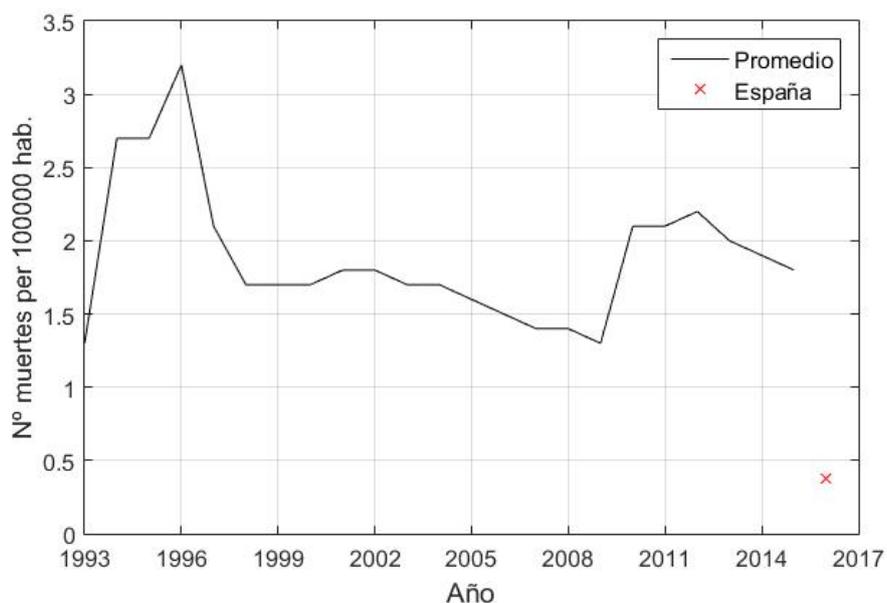


Fig. 1.3 N° de muertes por incendios per 100000 habitantes. [2] [3]

En cuanto a la distribución por tipos de incendios para el año 2015 en el mundo, de acuerdo al boletín Nº22 del CTIF [2] (Fig. 1.4), el porcentaje de incendios ocurridos en estructuras es el más alto, seguido por los incendios en hierbas y arbustos, y luego por aquellos debido a un conjunto de otras circunstancias.

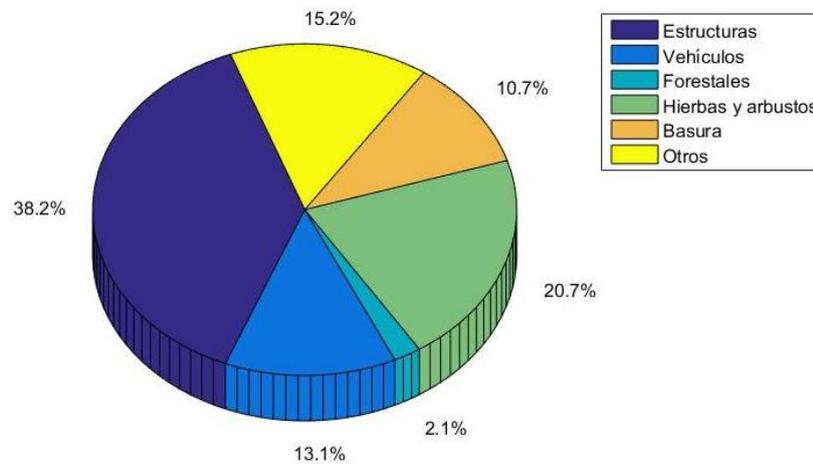


Fig. 1.4 Distribución por tipos de incendios año 2015. [2]

Por lo tanto, tal y como se ha mostrado, existe un alto nivel de ocurrencias de incendios en estructuras y a su vez un gran número de muertes asociadas a ellas, donde como dato local se puede mencionar que en España en el año 2016 murieron 133 personas relacionados con el fuego en viviendas (colectiva y unifamiliar) debido en parte a que en este país el mayor porcentaje de personas vive en un piso (66.5%) frente al 33.1% que lo hace en una vivienda unifamiliar [4].

Por consiguiente, para minimizar el número de muertes, además de todas las pérdidas materiales que provocan estas catástrofes, es imprescindible que se cumplan los requisitos básicos de seguridad en caso de incendio, requisitos de los cuales este trabajo abordará parte de los relacionados con la resistencia al fuego de la estructura, específicamente el cálculo de estructuras de hormigón armado, el cual, de acuerdo con el EUROCÓDIGO 2 Parte 1-2 [5], sigue el esquema presentado en la Fig. 1.5.

En la Fig. 1.5, se muestran varios modelos de cálculo de estructuras de hormigón armado (HA) expuestas al fuego, de los cuales, en esta investigación, se desarrolló el procedimiento de cálculo con reglas prescriptivas aplicado al análisis de un elemento aislado (columna de HA) mediante métodos simplificados y avanzados, con un enfoque centrado en el comportamiento seccional frente a flexión esviada en situación de incendio.

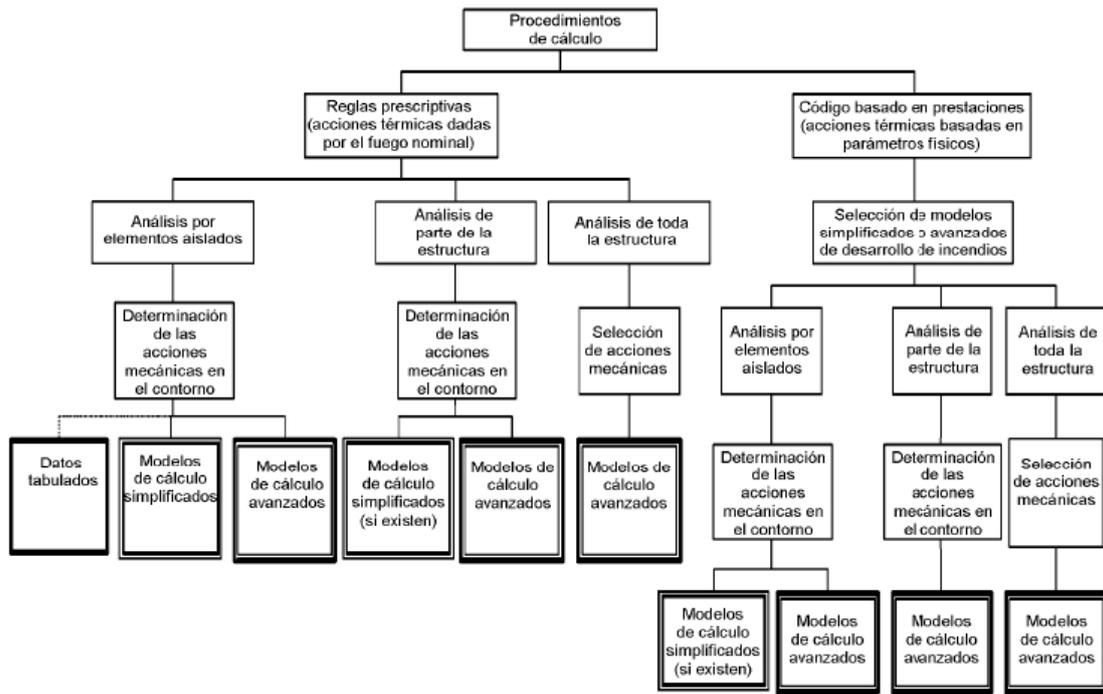


Fig. 1.5 Procedimientos alternativos de cálculo.[6]

2 Objetivos

Objetivo principal:

- Desarrollar un modelo numérico para el análisis termo- mecánico seccional de columnas rectangulares de hormigón armado en situación de incendio frente a flexión recta y esviada.

Objetivos específicos:

- Estudiar el estado del arte del comportamiento térmico y mecánico de los materiales componentes del hormigón armado.
- Estudiar y desarrollar modelos de análisis térmico seccional numérico y simplificado.
- Recopilar y estudiar resultados publicados de ensayos termo-mecánicos de pilares de hormigón armado expuestos al fuego.
- Comparar y validar con datos experimentales las predicciones de temperaturas obtenidas con los distintos modelos de análisis térmicos seccionales implementados.
- Estudiar el estado del arte de los principales modelos simplificados de cálculo de flexión biaxial a temperatura ambiente para secciones de hormigón armado.
- Estudiar el estado del arte de la aplicabilidad del método de Bresler para el análisis del comportamiento de una sección de HA frente a una flexión biaxial en situación de incendio.
- Validar el modelo numérico de análisis termo-mecánico seccional de pilares rectangulares de hormigón armado expuestos al fuego para flexión recta y esviada.
- Implementar el método de la isoterma 500°C para el análisis termo- mecánico seccional de columnas rectangulares de hormigón armado expuesto al fuego, para flexión recta y esviada.
- Analizar y comparar los resultados obtenidos con el modelo numérico para el análisis termo-mecánico seccional de pilares rectangulares de hormigón armado, con el método de la isoterma 500°C.
- Analizar el comportamiento termo-mecánico de una sección cuadrada de HA expuesto por las 4 caras a un fuego normalizado.
- Analizar el comportamiento termo-mecánico de una sección cuadrada de HA expuesto por 2 caras contiguas a un fuego normalizado.
- Analizar la influencia sobre la resistencia a flexión recta y esviada, de la disposición y distribución de la armadura longitudinal en la sección transversal de una columna cuadrada de HA en situación de incendio.
- Formular un modelo simplificado para el análisis termo- mecánico de secciones rectangulares de HA a flexión recta y esviada.

3 Estado del arte

Actualmente, las estructuras de hormigón armado son las más empleadas en la industria de la edificación y obras civiles en general, lo que ha impulsado que constantemente se vayan mejorando y complementando las normativas de construcción que las regulan. Para ello es necesario que los diseños de estos elementos estructurales sean capaces de abarcar los peores escenarios factibles en la vida útil de los mismos. Así es como las acciones accidentales han sido el mayor reto dada su complejidad (variabilidad y aleatoriedad), por lo que requieren un constante estudio e investigación que proporcionen mejores modelos predictivos junto a sus respectivas medidas de seguridad que las contengan. Una de estas acciones accidentales ocurrentes a las que se pueden exponer los elementos estructurales de hormigón armado, es el fuego. Para su análisis se plantean generalmente, tres etapas: la modelización del incendio, el análisis térmico y el análisis mecánico.

Continuando con el comportamiento de elementos estructurales ante la acción accidental del fuego, el análisis termo-higro-mecánico del hormigón armado, se inicia con la definición de las propiedades físicas y mecánicas de los materiales implicados, las cuales en el caso del hormigón armado corresponden al hormigón (áridos, cemento, agua, adiciones, fibras, etc.) y a las armaduras (acero) en condiciones de altas temperaturas. Entre estas propiedades destacan la conductividad térmica, el calor específico, las deformaciones térmicas y mecánicas, los LITS (load induced thermal strain) [7], la relación tensión-deformación-temperatura, entre otras, las cuales han sido estudiadas por variados autores tales como el Comité Europeo de Normalización (CEN) en el EUROCÓDIGO 2 [5], T. Z. Harmathy [8] a través de la investigación titulada "Thermal properties of concrete at elevated temperatures" donde se formularon modelos para las propiedades térmicas de varios tipos de hormigones y de los materiales componentes por separado validándolos mediante ensayos experimentales. También T.T Lie junto a un comité de expertos, con la publicación "ASCE Manuals and Reports on Engineering Practice N°78" [9], recopiló investigaciones de prestigiosos investigadores incluido Harmathy [8] con capítulos que tratan desde las curvas de fuego, pasando por el modelado de las propiedades térmicas y mecánicas del hormigón, acero y madera, y finalizando con modelos matemáticos para el cálculo de la resistencia al fuego, entre otros. De igual manera complementando lo desarrollado anteriormente en el Manual N°78 de la ASCE [9], V. K. R. Kodur y M. A. Sultán [10] estudiaron los efectos de la temperatura sobre las propiedades térmicas de hormigones de alta resistencia (con fibras).

A su vez, en base a las propiedades físico-mecánicas del hormigón armado a altas temperaturas se han propuesto variados modelos constitutivos tanto para el análisis higro-térmico [5] [11] [12] [13] [14] [15] [16] como mecánico [5] [13] [17] [18] [19][20] [21][22]. Es así como se han conformado múltiples líneas de investigación, donde cada una profundiza algún parámetro en base a unas variables significativamente influyentes, entre las cuales destacan hoy por hoy los estudios del spalling [23] [24] [25], resistencia mecánica e influencia del confinamiento de las armaduras frente a momentos uniaxial [19] [26] [27] y biaxiales [28] [29] [30] [31] [32] en losas, vigas y columnas de hormigón armado expuestos al fuego, también se ha abordado el estudio del comportamiento frente al fuego de elementos de hormigón armado con fibras, adiciones y diversas dosificaciones [23] [33], al igual que la resistencia residual de hormigones posterior a un incendio [34] entre otros (resistencia a torsión, cortante, protecciones contra el fuego, estructuras mixtas, etc.), en los cuales las metodologías de trabajo más recurrentes son la formulación de modelos numéricos

complejos mediante elementos finitos u otros, en los cuales se construye un laboratorio virtual que se calibra con datos experimentales propios u obtenidos por reportes disponibles en bibliografía, con la finalidad (en general) de establecer nuevas relaciones entre variables o formular nuevos modelos simplificados y/o más precisos.

Con respecto al estudio de la flexión biaxial en secciones de columnas de hormigón armado (HA) expuestas al fuego, el cual es el objetivo principal de este trabajo, no existe un nivel de estudio profundo en lo que se refiere a datos experimentales ni modelos simplificados de cálculo en comparación a los estudios que existen para la flexión biaxial a temperatura ambiente, para los cuales se han formulado numerosos modelos matemáticos. Entre esos destaca la publicación realizada por Boris Bresler (1960) [35] quien estableció un criterio para el refuerzo de columnas bajo carga axial y momento biaxial, modelo que actualmente es la base de normativas tales como el EUROCÓDIGO 2 parte 1-1 [36], y también la inspiración de investigaciones que con posterioridad han propuesto otros modelos simplificados de cálculo tales como las realizadas por M. Fossetti y M. Papia [37] y J. L Bonet et al. [38], por mencionar algunos.

Con respecto a los métodos de cálculo de secciones sometidas a solicitaciones de axil y flexión esviada a temperatura ambiente, J. L. Bonet et al. [38] los jerarquizan según se muestra en la Fig. 3.1, esquema que también podría aplicarse para secciones expuestas al fuego, pero incorporando las limitaciones extras que esta situación accidental conlleve.

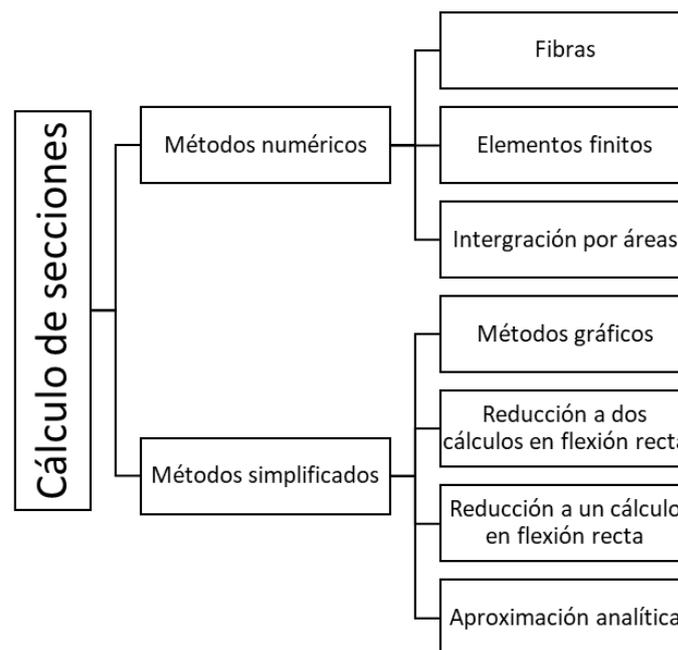


Fig. 3.1 Métodos de cálculo de secciones sometidas a solicitaciones de axil y flexión esviada [38].

Para el caso de utilizar métodos numéricos de cálculo, se integran numéricamente las tensiones del hormigón, descomponiendo la sección en fibras o mediante otras estrategias, pero en ambas se requiere la utilización de computadores. Es por ello que se han elaborado métodos simplificados, que eviten la integración numérica o analítica. En la Fig. 3.1 se presentan 4 métodos simplificados pero no todos son aplicables a cualquier situación de incendio, dada la no uniformidad de la temperatura en la sección y por la posibilidad de un calentamiento no simétrico que podría experimentar la sección (por ejemplo un

calentamiento por 2 caras contiguas) lo que conduce a que, si bien, se pueda tener una sección armada simétricamente a temperatura ambiente, no mantenga esta característica una vez expuesto el elemento al fuego. Siguiendo con el análisis del esquema de la Fig. 3.1, los métodos gráficos se aplican mediante ábacos en roseta solo para secciones rectangulares y circulares adimensionales, tales como las elaboradas por Jiménez Montoya, publicadas en el libro “Jiménez Montoya. Hormigón armado” [39], y para el método de reducción a dos cálculos en flexión recta, corresponde realizar un cálculo seccional a flexo-compresión recta en cada eje principal de manera independiente uno del otro (suele estar del lado de la inseguridad). En cuanto a la reducción a un cálculo en flexión recta, es un caso particular solo aplicable a secciones cuadradas con igual armado en las 4 caras, y por último dentro de las aproximaciones analíticas, los modelos más utilizados corresponden a los de Bresler [35], tanto el de carga recíproca como el de aproximación de la superficie de interacción mediante cortes por planos axil constante (ambos explicados luego en este trabajo). También se puede mencionar el trabajo de J. L. Bonet et al. [38] quienes propusieron una expresión analítica para el cálculo de la superficie de interacción de secciones de hormigón armado con una distribución de armadura doblemente simétrica, sometidas a esfuerzos combinados de flexión esviada y axil, modelo basado en definir la superficie de interacción mediante generatrices de referencia que se apoyan sobre 2 líneas directrices para 2 niveles de axil conocidos, y sobre los axiles de agotamiento correspondientes a la situación de carga de compresión y tracción simple (ver Fig. 3.2).

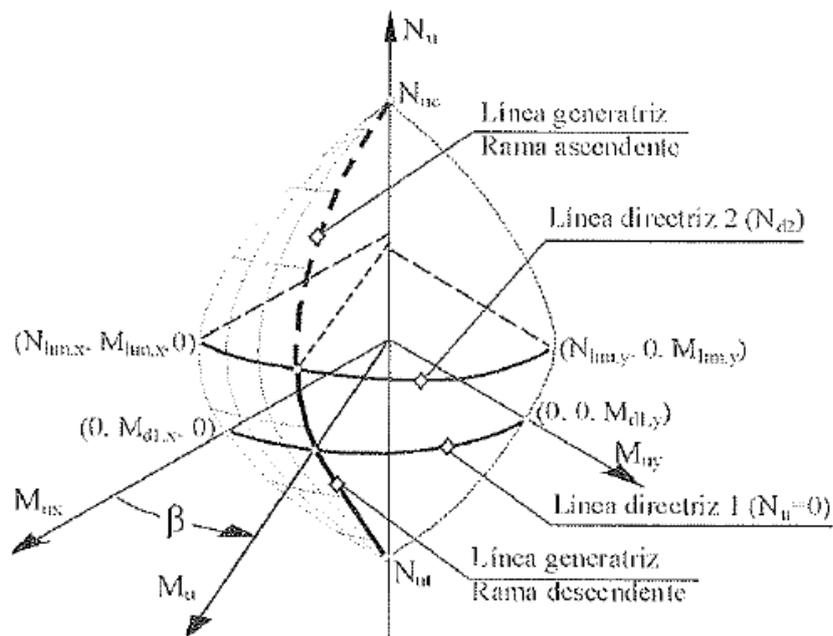


Fig. 3.2 Superficie de interacción. Modelo Bonet et al. [38]

4 El incendio

La respuesta de un elemento o estructura de hormigón armado frente a un incendio real dependerá de la naturaleza del fuego, el cual puede variar considerablemente de un incendio a otro. La característica clave del incendio del que se debe tener conocimiento es la curva tiempo- temperatura impuesta por el fuego en su superficie, cuyos parámetros principales son: a) la velocidad de calentamiento (tasa de incremento de la temperatura), el cual influye en el desarrollado de la temperatura, humedad y gradiente de poros en el interior del elemento de hormigón, b) el rango de temperaturas máximas alcanzadas, las que influyen sobre las propiedades físico- químicas de los materiales, c) la duración del fuego, que influye en el desarrollo de la temperatura de la estructura con el tiempo, y d) el régimen de enfriamiento (por ejemplo, un enfriamiento con agua tendría una influencia diferente sobre el material y la distribución de temperatura con respecto a un enfriamiento natural) [40].

4.1 Fases de desarrollo de un incendio

Según lo publicado en 1992 en el “ASCE Manuals and Reports on engineering Practice N°78” [9], el desarrollo de un incendio en una habitación se divide en tres períodos: fase de crecimiento, fase de fuego totalmente desarrollado y fase de decaimiento (Fig. 4.1).

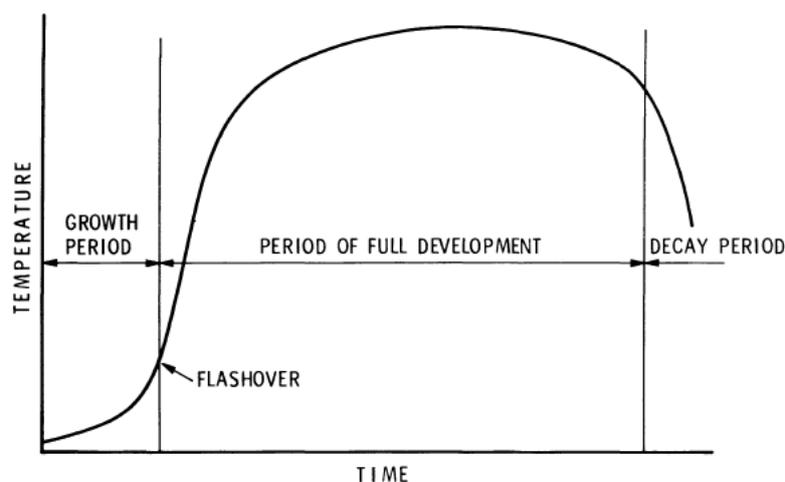


Fig. 4.1 Curso generalizado de temperaturas para un fuego en una habitación. [9]

Pero, actualmente, a parte de las 3 fases básicas de un incendio publicadas en el manual de ASCE [9], se agregan 4 más, quedando finalmente conformada por 6 etapas: incipiente, de crecimiento, flashover, totalmente desarrollado, decaimiento y extinción (Fig. 4.2).



Fig. 4.2 Etapas de desarrollo de un incendio.[41]

En la fase incipiente se produce el calentamiento del combustible potencial por medio de diversos procesos de combustión con llamas (o sin llamas) o radiación. Luego en la fase de crecimiento (pre-flashover) se produce la ignición que puede ser provocada (chispa o llama) o no provocada (combustión espontánea), en este punto el incendio es pequeño por lo que la evacuación se puede realizar sin problemas y el riesgo estructural es insignificante, pero si no se actúa sobre el foco de incendio y además se cuenta con suficiente oxígeno, el fuego seguirá creciendo hasta producirse una ignición súbita de los materiales combustibles no incendiados del interior del recinto (flashover) debido a que la radiación emitida por las llamas y humo alcanzan temperaturas de ignición. Los ocupantes que no hayan escapado de un recinto antes de que un flashover ocurra probablemente no sobrevivirán. Después del flashover, el fuego entra en un estado de desarrollo total alcanzando la máxima tasa o velocidad de liberación de calor (constante durante un período tiempo) y a su vez produciendo grandes cantidades de gases de incendio. El calor liberado y el volumen de gases de incendio producidos pueden ser controlados por el combustible o por la ventilación. En esta fase se produce el mayor daño estructural y además los gases de incendio no quemados probablemente comiencen a fluir desde el recinto donde se está desarrollando el incendio hacia espacios adyacentes u otros recintos, donde en caso de encontrarse con espacios donde el aire es más abundante pueden inflamarse. En la medida que el fuego consume el combustible disponible, la cantidad de calor liberado comenzará a disminuir entrando en la fase de decaimiento. Por último el fuego se extinguirá cuando todo el material combustible se haya consumido y deje de liberarse calor. [41]

4.2 Modelización de un incendio

Dado que ningún incendio es igual a otro, además de ser multivariante, para poder evaluar comportamientos térmicos y estructurales de elementos de construcción en situación de incendio es necesario entablar modelos de incendios que puedan aplicarse de manera controlada y que sean replicables. Estos dependiendo de su sofisticación requerirán distintos

parámetros de entrada y procedimientos de cálculos, tal y como se puede observar en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1 Comparación entre modelos de incendio. [41]

Modelo de incendio	Curvas nominales	Tiempo equivalente	Fuego en recintos		Modelos de Zona		CFD/Modelos de campo
			Paramétrico	Localizado	Una Zona	Dos Zonas	
Complejidad	Simple	Intermedio			Avanzado		
Fase del incendio	Post-flashover			Pre-flashover	Post-flashover	Pre-flashover	cualquiera
Distribución de temperaturas	Uniforme en todo el recinto			No uniforme a lo largo de la llama	Uniforme	Uniforme en cada capa	Función de la posición y del tiempo
Datos y Parámetros del modelo	Fuego tipo. Sin parámetros físicos	-Carga de fuego -Ventilación -Propiedades térmicas del cerramiento -Tamaño del recinto		-Carga de fuego -Altura del techo	-Carga de fuego -Ventilación -Propiedades térmicas del cerramiento -Tamaño del recinto -Datos para el balance de masa y de calor del sistema		Datos detallados relativos a la geometría del recinto, materiales, ventilación, etc...
Procedimientos de diseño	UNE EN 1991-1-2:2004				COMP2	CCFM	FDS SMARTFIRE SOFIE
	UNE EN 1363:2000	CTE DB SI ANEJO B	UNE EN 1991-1-2	UNE EN 1991-1-2	SFIRE-4 OZONE	CFAST OZONE	
	Cálculos simples con calculadora		Hoja de cálculo	Cálculos simple	Modelo informático de dinámica de fluidos (CTE DB SI-A)		

En la Tabla 4.1 se puede observar los principales modelos de incendio disponibles, los que se pueden agrupar de acuerdo a la Fig. 4.3, cuyos modelos de cálculo se pueden encontrar en las siguientes fuentes bibliográficas:

- Curvas nominales EUROCÓDIGO 2 Parte 1-2 [6]
- Curvas normalizadas tiempo- temperatura CTE DB SI Anejo B.2 [1]
- UNE EN 1363-1-2015 [42]
 - UNE EN 1363-2-2000 [43]
 - E119-18 [44]
- Tiempo equivalente CTE DB SI Anejo B.3 [1]
- EUROCÓDIGO 2 Parte 1-2 [6]
- Curvas paramétricas EUROCÓDIGO 2 Parte 1-2 [6]
- Fuegos localizados EUROCÓDIGO 2 Parte 1-2 [6]
- Modelos de incendio de una o dos zonas EUROCÓDIGO 2 Parte 1-2 [6]
- Basados en dinámica de fluidos EUROCÓDIGO 2 Parte 1-2 [6]

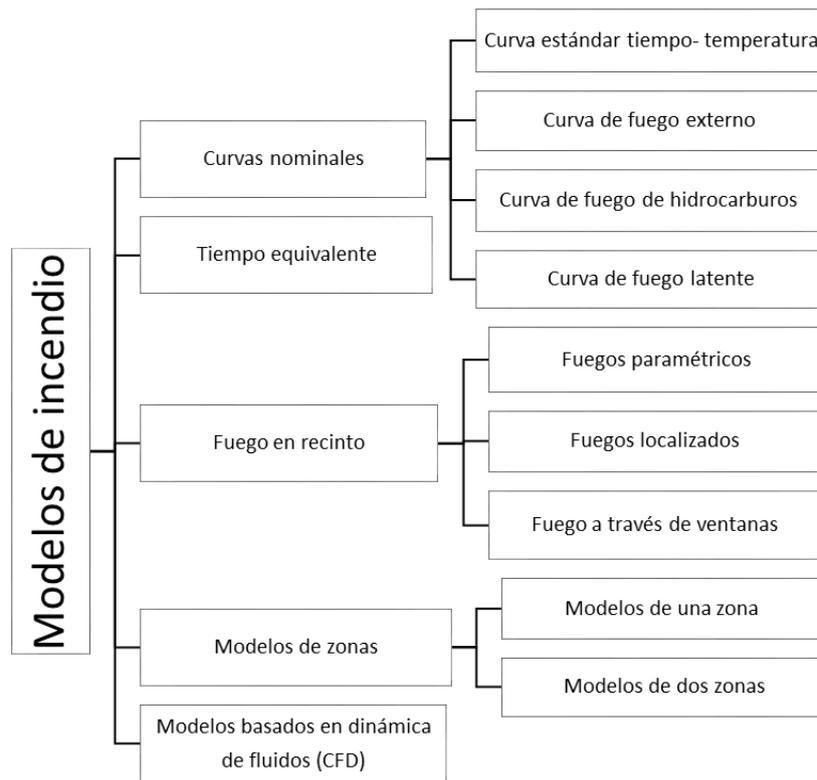


Fig. 4.3 Clasificación de los modelos de incendio.[6][1][42][43][44]

En la Fig. 4.4 se muestran algunas de las curvas de fuego agrupadas en la Fig. 4.3, donde cabe destacar que la curva de fuego paramétrica graficada es para un tiempo $t=t^*$ de fuego lento.

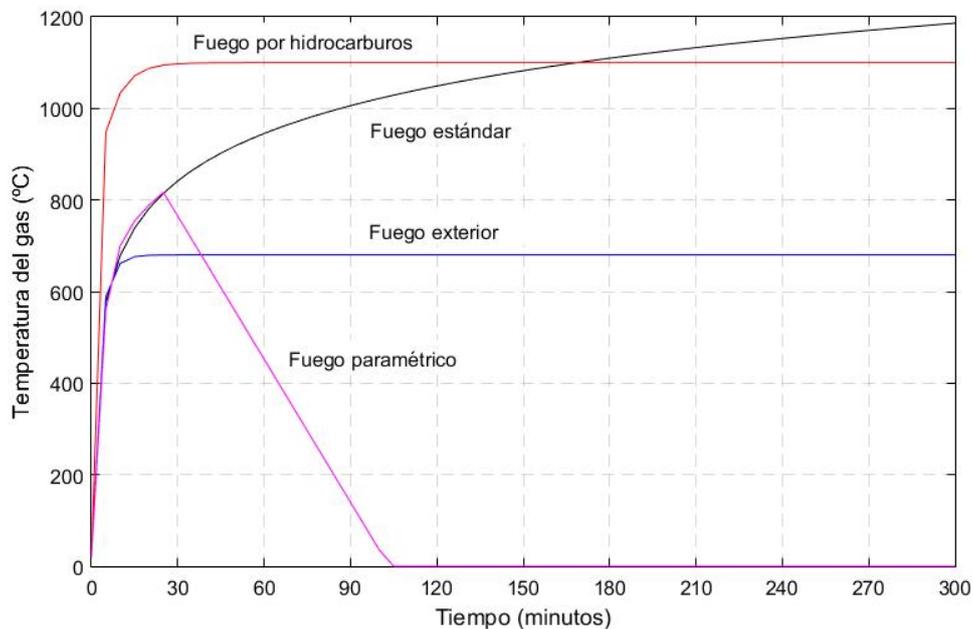


Fig. 4.4 Curvas tiempo- temperatura.[6][42][43]

Dado que el análisis de las curvas de incendios no es parte de los objetivos de esta investigación, a continuación solo se explicarán los modelos de incendio simplificados representados en la Fig. 4.4.

4.2.1 Curvas nominales tiempo- temperatura

Las curvas nominales tiempo- temperatura corresponden a 3 curvas: una correspondiente a un fuego en un recinto cerrado producto de la combustión de productos celulósicos, curva denominada “estándar”; una curva de fuego en ambientes exteriores; y una curva en un recinto cerrado producto de la combustión de hidrocarburos.

En la Fig. 4.5 se muestran las distintas curvas estándar de tiempo- temperatura utilizadas en varios países para el ensayo de elementos de construcción. Se observa que todas las curvas son similares hasta las 2 horas, a partir de donde la curva aplicada en Japón se desmarca de las otras. La curva de fuego estándar tiempo- temperatura aplicada en Europa corresponde a la curva ISO 834 perteneciente a la Organización Internacional de Normalización. También destaca la curva tiempo- temperatura aplicada en Norteamérica la cual es la curva de fuego estándar E 119. En Sudamérica se suele usar también la curva ISO 834 para la realización de ensayos de materiales de construcción en situaciones de incendio. [9]

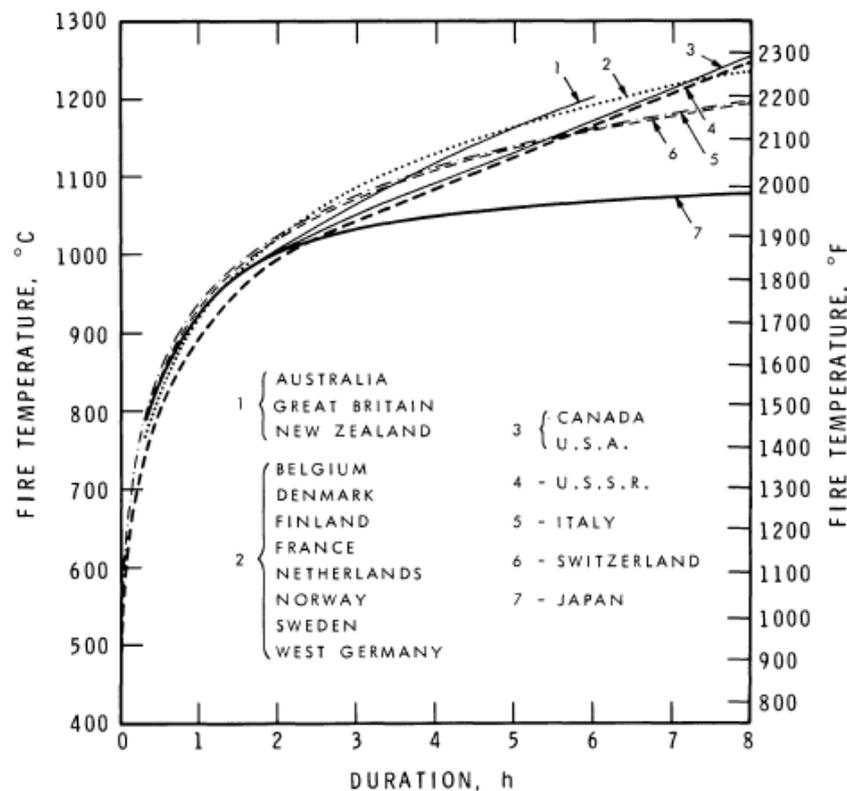


Fig. 4.5 Relaciones de fuego estándar tiempo- temperatura usados en varios países para ensayar elementos de hormigón.[9]

A continuación se presentarán los modelos matemáticos de las principales curvas nominales tiempo- temperatura, graficadas anteriormente en la Fig. 4.4.

- La curva estándar ISO 834 está definida por [42] [6]:

$$T_g = 20 + 345 * \log_{10}(8 * t + 1) \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (4.1)$$

donde

T_g es la temperatura del gas en el sector de incendio [°C]
 t es el tiempo [minutos]

- La curva estándar ASTM E119 está definida por [44] [13]:

$$T_g = 20 + 750 * (1 - e^{-3.79553 * \sqrt{t}}) + 1741 * \sqrt{t} \quad [°C] \quad (4.2)$$

donde

T_g es la temperatura del gas en el sector de incendio [°C]
 t es el tiempo [horas]

- La curva de fuego exterior está definida por [43] [6]:

$$T_g = 660 * (1 - 0.687 * e^{-0.32*t} - 0.313 * e^{-3.8*t}) + 20 \quad [°C] \quad (4.3)$$

donde

T_g es la temperatura del gas en el sector de incendio [°C]
 t es el tiempo [minutos]

- La curva tiempo- temperatura de hidrocarburos está definida por [43] [6]:

$$T_g = 1080 * (1 - 0.325 * e^{-0.167*t} - 0.675 * e^{-2.5*t}) + 20 \quad [°C] \quad (4.4)$$

donde

T_g es la temperatura del gas en el sector de incendio [°C]
 t es el tiempo [minutos]

4.2.2 Curvas paramétricas tiempo- temperatura

El modelado de curvas paramétricas tiempo- temperatura no deja de ser un modelo simplificado, pero que a diferencia de los modelos de curvas nominales tiempo- temperatura, es capaz de explicar la etapa de decrecimiento, lo que se asemeja más a un fuego real. Lo descrito a continuación en cuanto al cálculo del modelo de la curva paramétrica tiempo- temperatura corresponde textualmente al anexo A del EUROCÓDIGO 1 parte 1-2 [6]:

Las siguientes curvas tiempo- temperatura son válidas para sectores de incendio cuya superficie construida no exceda de 500m², sin aberturas en la cubierta y con una altura máxima de 4 metros. Se supone la combustión completa de toda la carga de fuego.

Si las densidades de carga de fuego se especifican sin consideraciones específicas sobre las condiciones de combustión, este procedimiento debería limitarse a sectores de incendio cuya carga de fuego sea principalmente de tipo celulósico.

Las curvas tiempo- temperatura de la fase de calentamiento se definen por:

$$T_g = 20 + 1325 * (1 - 0.324 * e^{-0.2*t^*} - 0.204 * e^{-1.7*t^*} - 0.472 * e^{-19*t^*}) \quad (4.5)$$

donde

T_g es la temperatura del gas en el sector de incendio [°C]
 $t^* = t * \Gamma$ [horas] (4.6)

con

t es el tiempo [horas]

$$\Gamma = [O/b]^2 / (0.04/1160)^2 \quad [-]$$

$$b = \sqrt{(\rho * c * \lambda)}$$

Con los siguientes límites: $100 \leq b \leq 2200$ [J/m²s^{1/2}K]

ρ densidad del elemento de la envolvente del sector de incendio [Kg/m³]

c calor específico del elemento de la envolvente del sector de incendio	[Kg/m ³]
λ conductividad térmica del elemento de la envolvente del sector de incendio	[W/mK]
O coeficiente de abertura $O = A_v * \sqrt{h_{eq}}/A_t$	[m ^{1/2}]

Con los siguientes límites: $0.02 \leq O \leq 0.20$

A_v superficie total de las aberturas verticales en todas las paredes [m²]

h_{eq} media ponderada de altura de las ventanas de todas las paredes [m]

A_t superficie total de la envolvente (paredes, techo y suelo, incluidas las aberturas) [m²]

Para calcular el coeficiente b pueden tomarse los valores a temperatura ambiente de la densidad ρ , del calor específico c y de la conductividad térmica λ del elemento de la envolvente del sector de incendio.

Para un cerramiento con varias capas de materiales, $b = \sqrt{(\rho * c * \lambda)}$ debería introducirse de la siguiente forma:

- Si $b_1 < b_2, b = b_1$ (4.7)

- Si $b_1 > b_2$ se calcula un espesor límite s_{lim} para el material expuesto, conforme a:

$$s_{lim} = \sqrt{\frac{3600 * t_{m\acute{a}x} * \lambda_1}{c_1 * \rho_1}} \text{ con } t_{m\acute{a}x} \text{ dado por la ecuación (4.13)} \quad [m] \quad (4.8)$$

Si $s_1 > s_{lim}$ entonces $b = b_1$ (4.9)

Si $s_1 < s_{lim}$ entonces $b = \frac{s_1}{s_{lim}} * b_1 + \left(1 - \frac{s_1}{s_{lim}}\right) * b_2$ (4.10)

donde

El índice 1 representa la capa directamente expuesta al fuego, el índice 2 la capa siguiente, etc.

s_i es el espesor de la capa i ;

$$b_i = \sqrt{\rho_i * c_i * \lambda_i};$$

ρ_i es la densidad de la capa i ;

c_i es el calor específico de la capa i ;

λ_i es la conductividad térmica de la capa i .

Para tener en cuenta los diferentes coeficientes b de las paredes, techos y suelos, $b = \sqrt{(\rho * c * \lambda)}$ debería introducirse como:

$$b = (\sum(b_j * A_j)) / (A_t - A_v) \quad (4.11)$$

donde

A_j es la superficie del elemento de la envolvente j , excluidas las aberturas;

b_j es la propiedad térmica del elemento j de la envolvente conforme a las ecuaciones (4.7) y (4.8).

La temperatura máxima $T_{m\acute{a}x}$ en la fase de calentamiento tiene lugar par $t^* = t^*_{m\acute{a}x}$

$$t^*_{m\acute{a}x} = t_{m\acute{a}x} * \Gamma \quad [\text{horas}] \quad (4.12)$$

$$\text{Con } t_{m\acute{a}x} = \text{m\acute{a}x}[(0.2 * 10^{-3} * q_{t,d}/O); t_{lim}] \quad [\text{horas}] \quad (4.13)$$

donde

$q_{t,d}$ es el valor de cálculo de la densidad de carga de fuego referida a la superficie total A_t de la envolvente $q_{t,d} = q_{f,d} * A_f / A_t$ [MJ/m²]. Se debería tener en cuenta los siguientes límites: $50 \leq q_{t,d} \leq 1000$ [MJ/m²];

$q_{f,d}$ es el valor de cálculo de la densidad de carga de fuego referida a la superficie de suelo construida A_f [MJ/m²] indicada en el anexo E del EUROCÓDIGO 1 parte 1-2 [6].

t_{lim} viene dado más adelante.

Cuando $t_{m\acute{a}x} = t_{lim}$, la variable t^* de la ecuación (4.5) se sustituye por:

$$t^* = t * \Gamma_{lim} \quad [\text{horas}] \quad (4.14)$$

$$\text{Con } \Gamma_{lim} = [O_{lim}/b]^2 / (0.04/1160)^2 \quad (4.15)$$

$$\text{Donde } O_{lim} = 0.1 * 20^{-3} * q_{t,d} / t_{lim} \quad (4.16)$$

Si ($O > 0.04$ y $q_{t,d} < 75$ y $b < 1160$), Γ_{lim} en la ecuación (4.15) tiene que multiplicarse por k dado por:

$$k = 1 + \left(\frac{O-0.04}{0.04}\right) * \left(\frac{q_{t,d}-75}{75}\right) * \left(\frac{1160-b}{1160}\right) \quad (4.17)$$

Para fuegos de desarrollo lento, $t_{lim} = 25min$; para fuegos de desarrollo medio $t_{lim} = 20min$ y para fuegos de desarrollo rápido, $t_{lim} = 15min$.

Por último, las curvas tiempo- temperatura en la fase de enfriamiento vienen dadas por:

$$T_g = T_{máx} - 625 * (t^* - t^*_{máx} * X) \quad \text{para } t^*_{máx} \leq 0.5 \quad (4.18A)$$

$$T_g = T_{máx} - 250 * (3 - t^*_{máx}) * (t^* - t^*_{máx} * X) \quad \text{para } 0.5 \leq t^*_{máx} < 2 \quad (4.18B)$$

$$T_g = T_{máx} - 250 * (t^* - t^*_{máx} * X) \quad \text{para } t^*_{máx} > 2 \quad (4.18C)$$

Donde t^* viene dado por (4.5)

$$t^*_{máx} = (0.2 * 10^{-3} * q_{t,d} / O) * \Gamma \quad (4.18D)$$

$X = 1.0$ si $t_{máx} > t_{lim}$, o bien $X = \Gamma * t_{lim} / t^*_{máx}$ si $t_{máx} = t_{lim}$

Presentados los distintos modelos de incendio aplicables al cálculo de la resistencia al fuego de elementos y estructuras de hormigón, y explicados algunos de los modelos simplificados de curvas tiempo- temperatura, es necesario puntualizar que en la presente tesis, solo se trabajó con la curva de fuego estándar ISO 834.

5 Propiedades de los materiales y constantes físicas

Las propiedades térmicas y mecánicas que interesan en este trabajo son las pertinentes al hormigón y acero. Para la elaboración del mapa térmico de la sección debido a un determinado tiempo de exposición a una curva de fuego, se tuvo en consideración solo el hormigón despreciando así la influencia del acero, ya que en los casos de estudios abordados en este trabajo, el área transversal total de las barras de refuerzo era muy inferior con respecto al área de la sección de hormigón; por lo tanto las propiedades térmicas del acero no fueron requeridas en esta ocasión. En relación al análisis termo-mecánico seccional de una columna de hormigón armado (objeto de estudio), son necesarias las propiedades mecánicas del hormigón y el acero.

Los modelos de cálculo de las propiedades requeridas de ambos materiales se presentan a continuación.

5.1 Propiedades térmicas del hormigón

- Calor específico

Los modelos de cálculo de transmisión de calor en el hormigón pueden considerar de manera explícita o implícita la humedad interna. Para modelos de cálculo que consideran la humedad explícitamente, el EUROCÓDIGO 2 [5] propone que se determine el calor específico del hormigón $c_p(T)$ de acuerdo a las siguientes condiciones:

Áridos silíceos y calizos, con humedad cero ($u = 0\%$):

$$c_p(T) = 900 \left(\frac{J}{KgK} \right) \quad \text{para } 20^\circ C \leq T \leq 100^\circ C \quad (5.1)$$

$$c_p(T) = 900 + (T - 100) \left(\frac{J}{KgK} \right) \quad \text{para } 100^\circ C < T \leq 200^\circ C \quad (5.2)$$

$$c_p(T) = 1000 + (T - 200)/2 \left(\frac{J}{KgK} \right) \quad \text{para } 200^\circ C < T \leq 400^\circ C \quad (5.3)$$

$$c_p(T) = 1100 \left(\frac{J}{KgK} \right) \quad \text{para } 400^\circ C < T \leq 1200^\circ C \quad (5.4)$$

donde T es la temperatura del hormigón ($^\circ C$)

Para los casos donde no se considere explícitamente la humedad en el método de cálculo, la función dada para el calor específico del hormigón con áridos silíceos o calizos puede modelizarse con un valor constante $c_{p,peak}$ situado entre los $100^\circ C$ y $115^\circ C$ con disminución lineal entre $115^\circ C$ y $200^\circ C$.

$c_{p,peak} = 900 J/KgK$ para una humedad del 0% del peso del hormigón.

$c_{p,peak} = 1470 J/KgK$ para una humedad del 1.5% del peso del hormigón.

$c_{p,peak} = 2020 J/KgK$ para una humedad del 3% del peso del hormigón.

El calor específico del hormigón en función de la temperatura para un porcentaje de humedad de 0, 1.5 y 3, se ilustran en la Fig. 5.1.

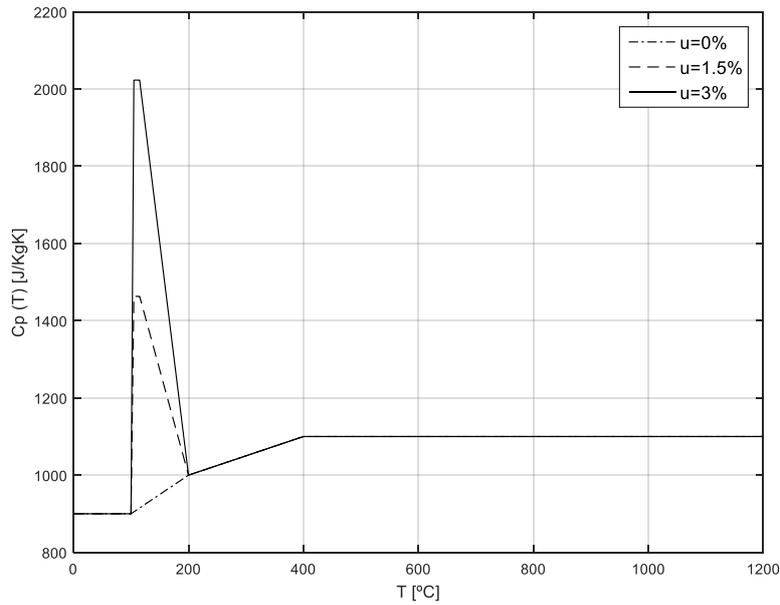


Fig. 5.1 Calor específico, $C_p(T)$, como función de la temperatura para 3 contenidos de humedad, u , de 0, 1.5 y 3% en peso para hormigón síliceo.[5]

El EUROCÓDIGO 2 [5] también permite interpolar linealmente para otros valores de humedad, la cual se puede observar en la Fig. 5.2.

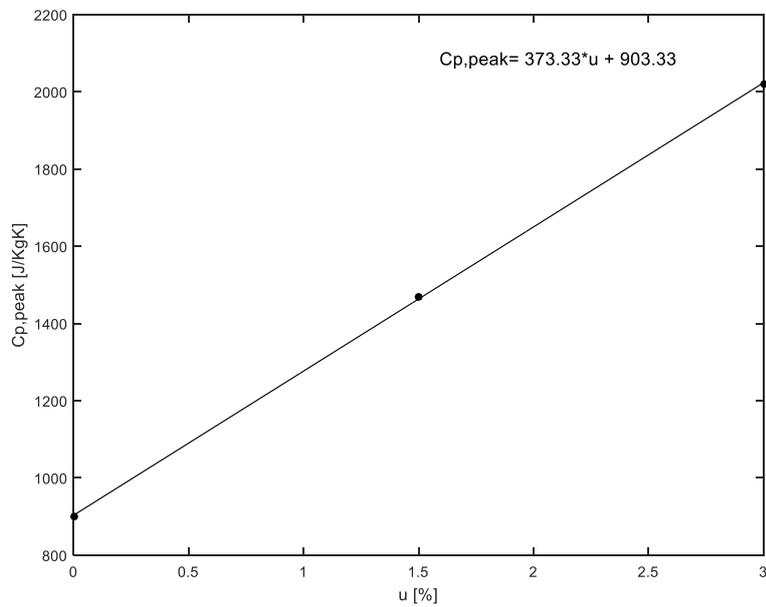


Fig. 5.2 Interpolación lineal de $c_{p,peak}$ del hormigón.

- Densidad

La densidad del hormigón varía con la temperatura por la pérdida de agua. El EUROCÓDIGO 2 [5] lo define de la siguiente manera:

$$\rho(T) = \rho(20^{\circ}\text{C}) \quad \text{para } 20^{\circ}\text{C} \leq T \leq 115^{\circ}\text{C} \quad (5.5)$$

$$\rho(T) = \rho(20^{\circ}\text{C}) * \left(1 - 0.02 * \frac{T-115}{85}\right) \quad \text{para } 115^{\circ}\text{C} < T \leq 200^{\circ}\text{C} \quad (5.6)$$

$$\rho(T) = \rho(20^{\circ}\text{C}) * \left(0.98 - 0.03 * \frac{(T-200)}{200}\right) \quad \text{para } 200^{\circ}\text{C} < T \leq 400^{\circ}\text{C} \quad (5.7)$$

$$\rho(T) = \rho(20^{\circ}\text{C}) * \left(0.95 - 0.07 * \frac{(T-400)}{800}\right) \quad \text{para } 400^{\circ}\text{C} < T \leq 1200^{\circ}\text{C} \quad (5.8)$$

La densidad del hormigón de peso normal a 20°C $\rho(20^{\circ}\text{C})$ es de 2300 Kg/m³.

En la Fig. 5.3 se representa la variación de la densidad del hormigón con la temperatura:

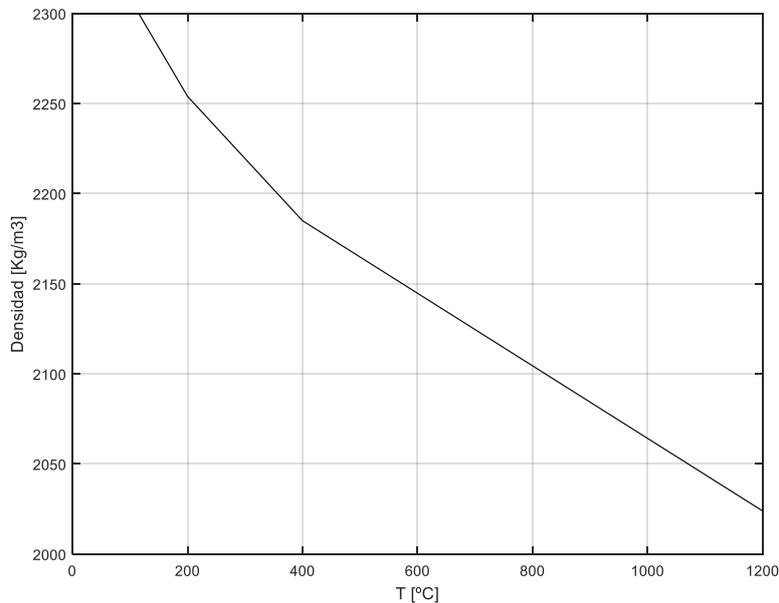


Fig. 5.3 Densidad del hormigón de peso normal en función de la temperatura. [5]

- Capacidad térmica

La capacidad térmica o calor específico volumétrico, corresponde al producto entre el calor específico y la densidad del material. El Eurocódigo 2 [5] establece formulaciones para determinar por separado el calor específico y densidad del hormigón. Por contraparte la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles (ASCE) en los Manuales y Reportes N°78 sobre practica Ingenieril [9], optan por establecer directamente la capacidad térmica en sus cálculos, los cuales están basados en los modelos establecidos por Harmathy en 1970 [8].

La capacidad térmica del hormigón publicada por Harmathy [8] no considera la humedad en el hormigón por lo que solo es aplicable cuando los modelos térmicos que aplican esta propiedad incluyen la humedad explícitamente en sus propios modelos de cálculo.

A continuación se presentan los modelos de la capacidad térmica del hormigón con 3% de humedad propuesto en el EUROCÓDIGO 2 (Fig. 5.4) y de un 0% de humedad propuesto por la ASCE (Fig. 5.5).

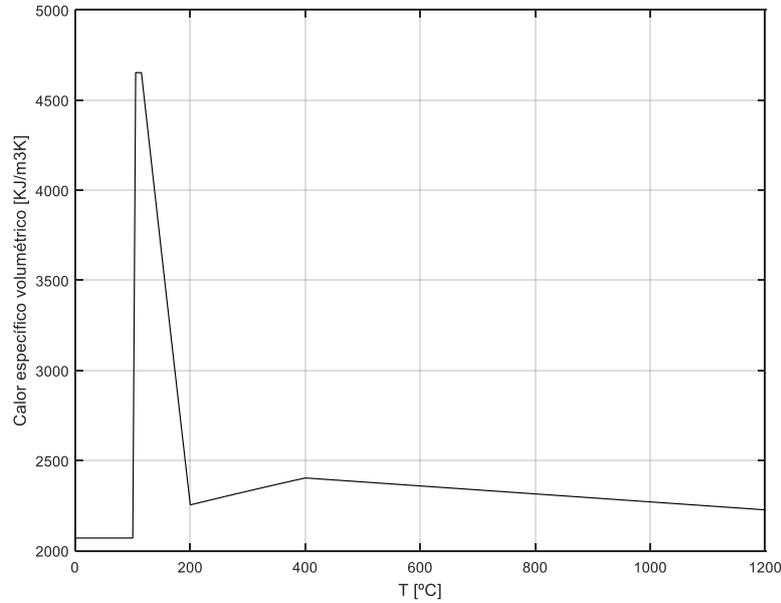


Fig. 5.4 Calor específico volumétrico $C_v(T)$ como función de la temperatura para una humedad, u , del 3% en peso y una densidad de 2300 Kg/m^3 para hormigón silíceo.[5]

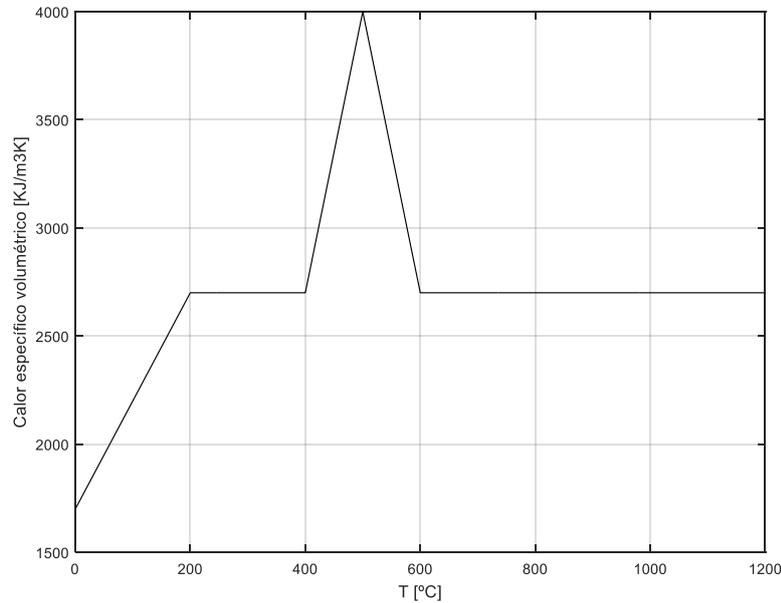


Fig. 5.5 Calor específico volumétrico $C_v(T)$ como función de la temperatura para una humedad, u , del 0% en peso de un hormigón de peso normal con áridos silíceos.[9]

De igual manera es posible comparar ambos modelos de la propiedad en cuestión, lo que se puede apreciar en la Fig. 5.6.

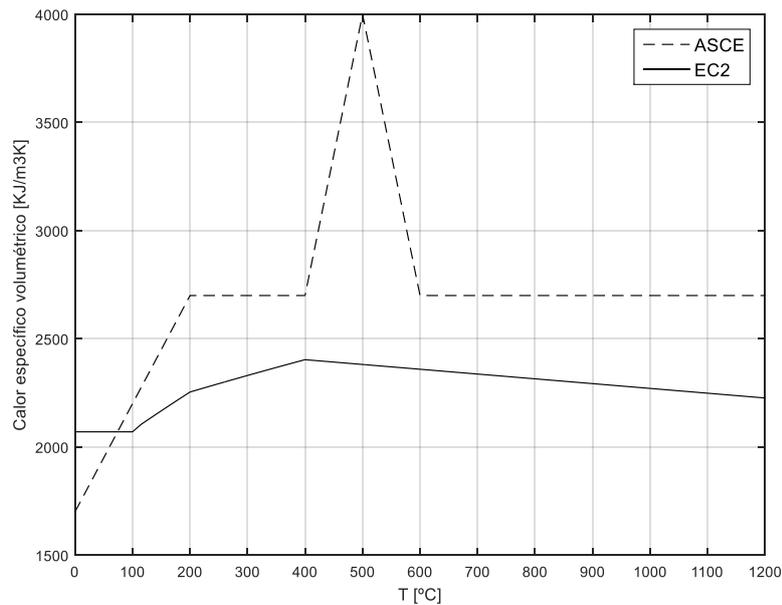


Fig. 5.6 Comparación entre los modelos de calor específico volumétrico $C_v(T)$ propuesto por la ASCE y por el EUROCÓDIGO 2 como función de la temperatura para una humedad, u , del 0% en peso de un hormigón de peso normal con áridos silíceos. [5] [9]

En la Fig. 5.6 se aprecia que ambos modelos presentan una gran disimilitud. En el caso del modelo propuesto en la ASCE [9], Harmathy registra un pico en el rango de temperaturas de alrededor de 500°C por el calor absorbido por la pasta de cemento al perder el agua química, lo cual también ocurre pero a una temperatura inferior (entre los 100 y 200 °C) si se considera el agua física (humedad) del hormigón en el modelo. El modelo del EUROCÓDIGO 2 [5] desprecia esta fuga de calor (a los 500°C) por lo que no es capaz de reflejar este fenómeno químico- físico. Los efectos que ambos modelos de esta propiedad generen en los modelos térmicos del hormigón serán analizados más adelante.

- Conductividad térmica

La conductividad térmica λ_c del hormigón en el EUROCÓDIGO 2 [5] está definido para un rango restringido por un límite superior e inferior (Fig. 5.7).

El límite superior de la conductividad térmica λ_c del hormigón de peso normal puede determinarse a partir de:

$$\lambda_c = 2 - 0.2451 * \left(\frac{T}{100}\right) + 0.0107 * \left(\frac{T}{100}\right)^2 \text{ W/mK para } 20^\circ\text{C} \leq T \leq 1200^\circ\text{C} \quad (1.9)$$

donde T es la temperatura del hormigón.

El límite inferior de la conductividad térmica λ_c del hormigón de peso normal puede determinarse a partir de:

$$\lambda_c = 1.36 - 0.136 * \left(\frac{T}{100}\right) + 0.0057 * \left(\frac{T}{100}\right)^2 \text{ W/mK para } 20^\circ\text{C} \leq T \leq 1200^\circ\text{C} \quad (1.10)$$

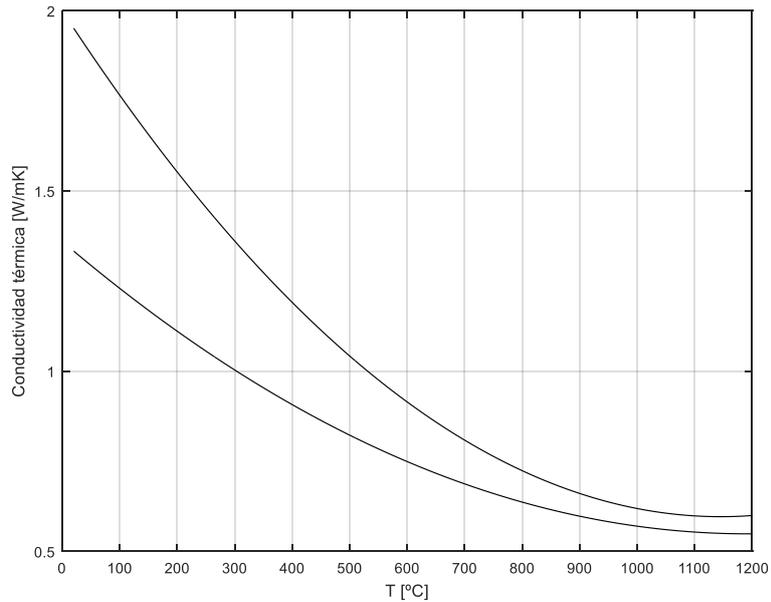


Fig. 5.7 Conductividad térmica del hormigón de peso normal EUROCÓDIGO 2. [5]

Basándose en estudios realizados en 1970 por Harmathy [8], Lie [9] [13] modela la conductividad térmica para hormigones de peso normal y árido silíceo tal y como se muestra en la Fig. 5.8. Así también en la Fig. 5.9 se puede observar la conductividad térmica propuesta por el grupo de investigación liderado por Kodur [10] para hormigones de alta resistencia tanto para áridos calizos como silíceos, donde se observa que la conductividad térmica es distinta para cada tipo de árido y a su vez, tal y como se muestra en la Fig. 5.10 distinta para cada tipo de hormigón (normal- alta resistencia). Además en la Fig. 5.10 se puede observar que la propiedad de la conductividad térmica del hormigón del EUROCÓDIGO 2 [5] es menor a lo propuesto por la ASCE [9] de manera significativa.

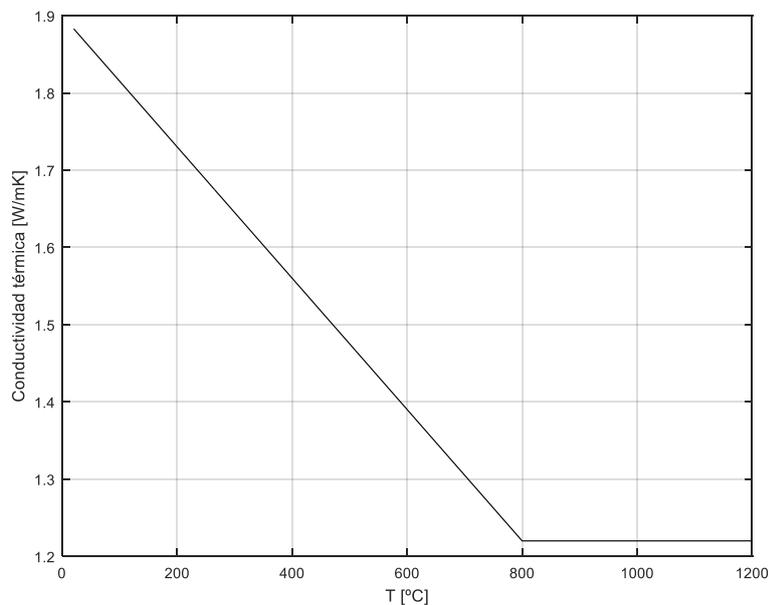


Fig. 5.8 Conductividad térmica del hormigón de peso normal Lie. [9] [13]

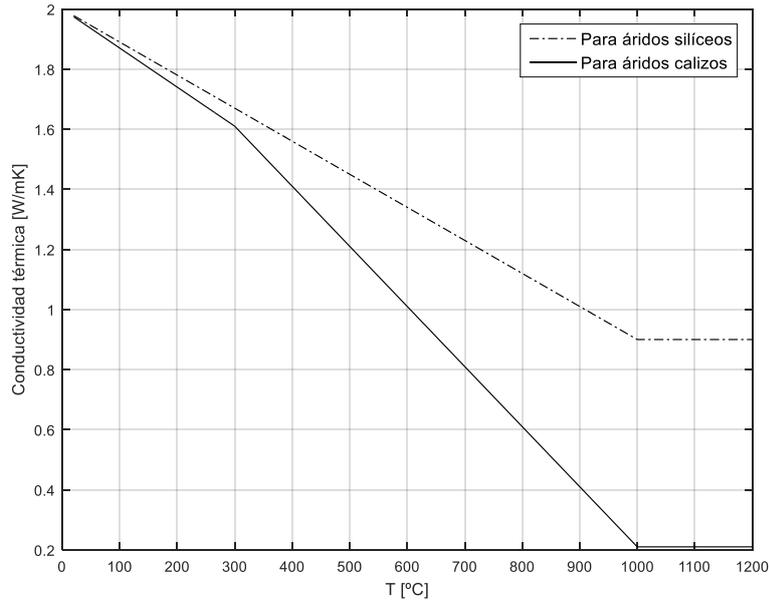


Fig. 5.9 Conductividad térmica del hormigón de alta resistencia de peso normal. [10]

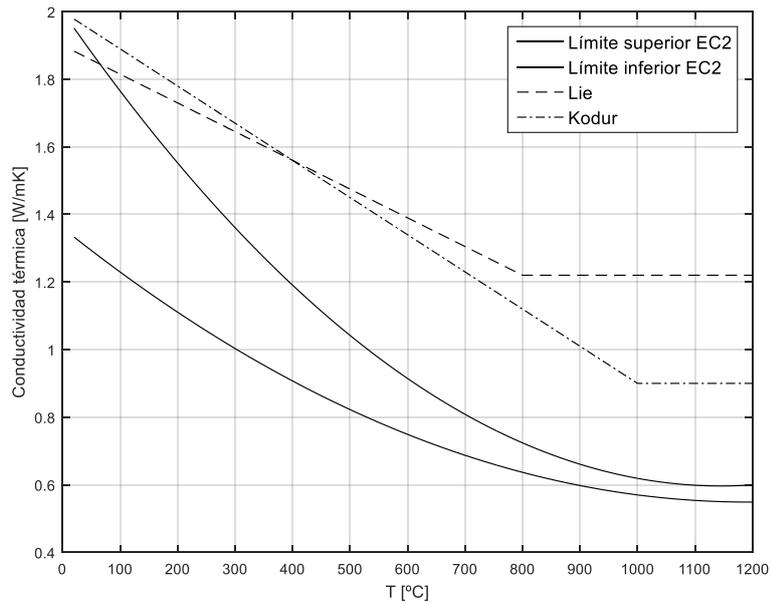


Fig. 5.10 Comparación modelos conductividad térmica del hormigón de peso normal con áridos silíceos.

5.2 Propiedades mecánicas del hormigón

- Elongación térmica

La elongación térmica unitaria $\varepsilon_c(T)$ del hormigón puede determinarse, respecto a su longitud a 20°C, a partir de las siguientes condiciones:

Áridos silíceos:

$$\varepsilon_c(T) = -1.8 * 10^{-4} + 9 * 10^{-6} * T + 2.3 * 10^{-11} * T^3 \quad \text{para } 20^\circ\text{C} \leq T \leq 700^\circ\text{C} \quad (5.11)$$

$$\varepsilon_c(T) = 14 * 10^{-3} \quad \text{para } 700^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C} \quad (5.12)$$

Áridos calizos

$$\varepsilon_c(T) = -1.2 * 10^{-4} + 6 * 10^{-6} * T + 1.4 * 10^{-11} * T^3 \quad \text{para } 20^\circ\text{C} \leq T \leq 805^\circ\text{C} \quad (5.13)$$

$$\varepsilon_c(T) = 12 * 10^{-3} \quad \text{para } 805^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C} \quad (5.14)$$

Las gráficas de elongación térmica propuestas por el EUROCÓDIGO 2 para hormigones con áridos silíceos y calizos dadas por las ecuaciones (5.11) (5.12) y (5.13) (5.14), respectivamente, se pueden observar en la Fig. 5.11.

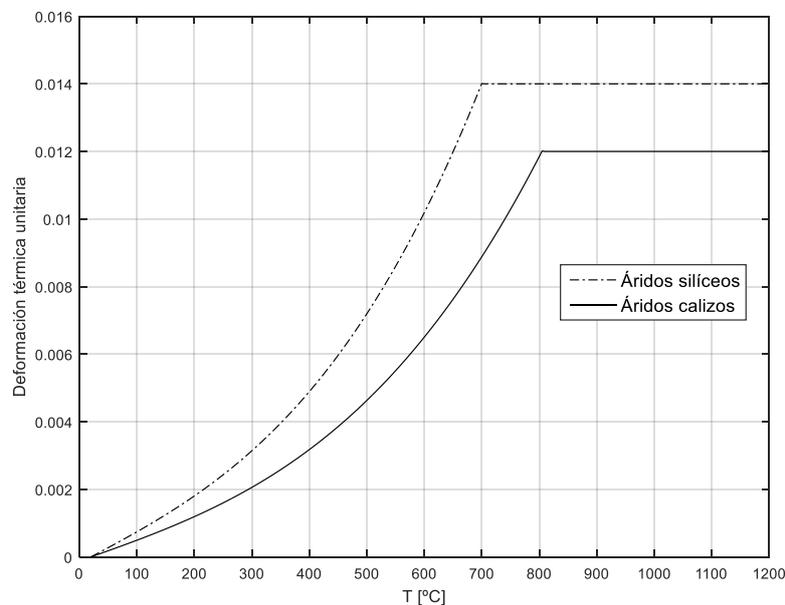


Fig. 5.11 Elongación térmica unitaria $\varepsilon_c(T)$ del hormigón con áridos silíceos y calizos. [5]

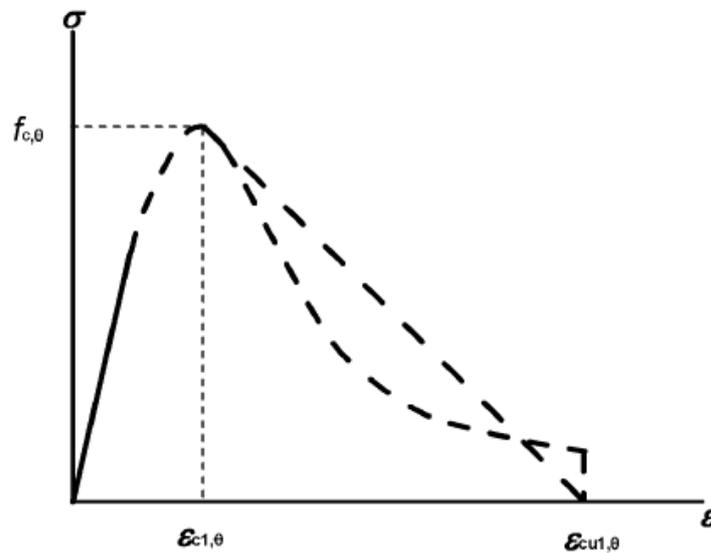
- Relación esfuerzo- deformación

En el EUROCÓDIGO 2 [5] se establece un modelo para obtener la propiedad de resistencia y deformación unitaria de hormigón sometido a tensión uniaxial a temperaturas elevadas, la cual se muestra en la Fig. 5.12.

El modelo tensión deformación de la Fig. 5.12 está definida por los siguientes dos parámetros:

- La resistencia a compresión $f_{c,T}$;
- La deformación unitaria $\epsilon_{c1,T}$ correspondiente a $f_{c,T}$;

Cuyos valores de los parámetros antes mencionados, se presentan en la Tabla 5.1 en función de rangos de temperaturas y cuyos valores intermedios se permiten obtener por interpolación lineal.



Rango	Tensión $\sigma(\theta)$
$\epsilon \leq \epsilon_{c1,\theta}$	$\frac{3\epsilon f_{c,\theta}}{\epsilon_{c1,\theta} \left(2 + \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{c1,\theta}} \right)^3 \right)}$
$\epsilon_{ct(\theta)} < \epsilon \leq \epsilon_{cu1,\theta}$	Para cuestiones de tipo numérico debería adoptar una rama descendente. Se permiten modelos lineales o no lineales.

Fig. 5.12 Modelo matemático para relaciones tensión- deformación unitaria del hormigón comprimido a temperaturas elevadas.[5]

Nota: En el EUROCÓDIGO 2, θ corresponde a la temperatura del hormigón ($^{\circ}\text{C}$).

Tabla 5.1 Valores para los principales parámetros de las relaciones tensión- deformación unitaria del hormigón de peso normal con áridos silíceos o calizos a temperaturas elevadas. [5]

Hormigón Temperatura [T] °C	Áridos silíceos			Áridos calizos		
	$\frac{f_{c,T}}{f_{ck}}$ [-]	$\epsilon_{c,T}$ [-]	$\epsilon_{cu1,T}$ [-]	$\frac{f_{c,T}}{f_{ck}}$ [-]	$\epsilon_{c,T}$ [-]	$\epsilon_{cu1,T}$ [-]
1	2	3	4	5	6	7
20	1.00	0.0025	0.0200	1.00	0.0025	0.0200
100	1.00	0.0040	0.0225	1.00	0.0040	0.0225
200	0.95	0.0055	0.0250	0.97	0.0055	0.0250
300	0.85	0.0070	0.0275	0.91	0.0070	0.0275
400	0.75	0.0100	0.0300	0.85	0.0100	0.0300
500	0.60	0.0150	0.0325	0.74	0.0150	0.0325
600	0.45	0.0250	0.0350	0.60	0.0250	0.0350
700	0.30	0.0250	0.0375	0.43	0.0250	0.0375
800	0.15	0.0250	0.0400	0.27	0.0250	0.0400
900	0.08	0.0250	0.0425	0.15	0.0250	0.0425
1000	0.04	0.0250	0.0450	0.06	0.0250	0.0450
1100	0.01	0.0250	0.0475	0.02	0.0250	0.0475
1200	0.00	-	-	0.00	-	-

Continuando con los modelos propuestos para estimar la relación tensión-deformación del hormigón en función de la temperatura, en el FIB Bulletin N°46: Fire design of concrete structures- structural behaviour and assessment [45], presenta un ejemplo de diagrama para un hormigón con resistencia a la compresión característica $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ (Fig. 5.13), el cual está basado en el modelo del EUROCÓDIGO 2 [5] antes descrito:

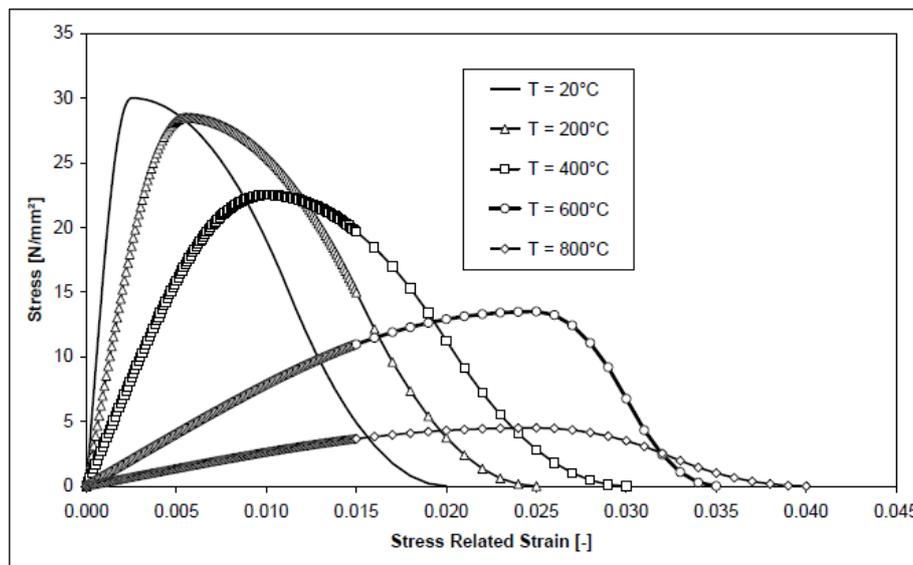


Fig. 5.13 Relación tensión- deformación para un hormigón de resistencia característica de 30MPa con áridos silíceos para diferentes temperaturas. [45]

- Resistencia a tracción

La relación tensión- deformación de las Fig. 5.12 y Fig. 5.13 antes mostradas no tiene incluida la rama de resistencia a tracción del hormigón, ya que ésta se puede despreciar (conservador). En caso de considerarlo el EUROCÓDIGO 2 [5] establece lo siguiente:

La resistencia a la tracción característica del hormigón a temperatura ambiente se puede reducir por un factor dependiente de la temperatura, mediante la siguiente expresión (5.14):

$$f_{ck,t} = K_{c,t}(T) * f_{ck,t} \tag{5.14}$$

donde en ausencia de datos precisos, se deben utilizar los siguientes valores de $K_{c,t}(T)$:

$$K_{c,t}(T) = 1 \quad \text{para } 20^{\circ}\text{C} \leq T \leq 100^{\circ}\text{C} \tag{5.15}$$

$$K_{c,t}(T) = 1.0 - 1.0 * (T - 100)/500 \quad \text{para } 100^{\circ}\text{C} < T \leq 600^{\circ}\text{C} \tag{5.16}$$

$$K_{c,t}(T) = 0 \quad \text{para } T > 600^{\circ}\text{C} \tag{5.17}$$

Así también en la Fig. 5.14 se muestra la variación del coeficiente de reducción de tracción con la temperatura, donde se puede interpretar que para temperaturas superiores a los 100°C la resistencia a la tracción del hormigón comienza a disminuir linealmente hasta ser totalmente nula para temperaturas igual o superior a los 600°C.

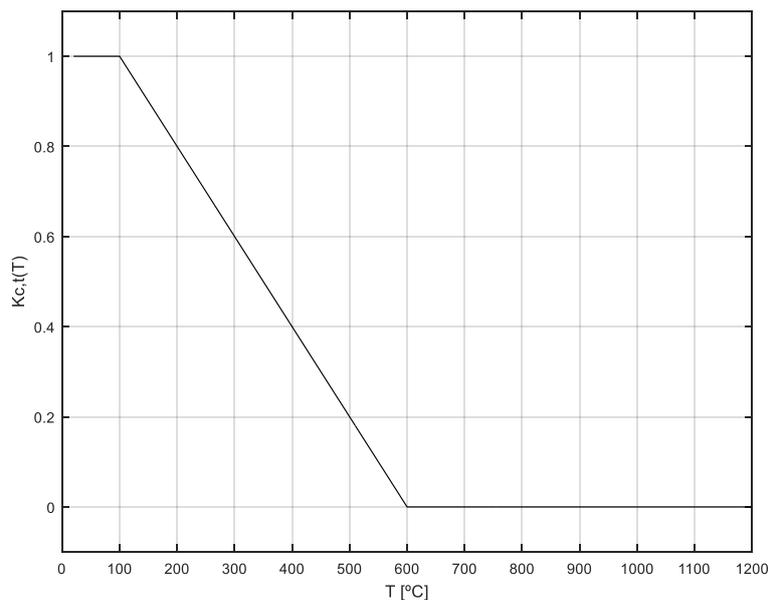


Fig. 5.14 Coeficiente de reducción $K_{c,t}(T)$ de la resistencia a tracción ($f_{ck,t}$) del hormigón a altas temperaturas. [5]

La resistencia característica del hormigón a temperatura ambiente puede calcularse con la siguiente expresión (5.18) disponible en la Tabla 3.1 del EUROCÓDIGO 2 Parte 1-1 [36].

$$f_{ck,t} = 0.7 * (0.3 * f_{ck}^{2/3}) \tag{5.18}$$

5.3 Propiedades mecánicas del acero

- Elongación térmica

De acuerdo al EUROCÓDIGO 2 [5], la elongación térmica unitaria del acero $\varepsilon_s(T)$ puede determinarse con respecto a su longitud a 20°C a partir de las siguientes condiciones:

Acero de armaduras pasivas:

$$\varepsilon_s(T) = -2.416 * 10^{-4} + 1.2 * 10^{-5} * T + 0.4 * 10^{-8} * T^2 \quad \text{para } 20^\circ\text{C} \leq T \leq 750^\circ\text{C} \quad (5.19)$$

$$\varepsilon_s(T) = 11 * 10^{-3} \quad \text{para } 750^\circ\text{C} < T \leq 860^\circ\text{C} \quad (5.20)$$

$$\varepsilon_s(T) = -6.2 * 10^{-3} + 2 * 10^{-5} * T \quad \text{para } 860^\circ\text{C} \leq T \leq 1200^\circ\text{C} \quad (5.21)$$

Acero para armaduras activas:

$$\varepsilon_p(T) = -2.016 * 10^{-4} + 1 * 10^{-5} * T + 0.4 * 10^{-8} * T^2 \quad \text{para } 20^\circ\text{C} \leq T \leq 1200^\circ\text{C} \quad (5.22)$$

Donde T es la temperatura del acero en °C.

Las representaciones gráficas de las ecuaciones (5.19) (5.20) (5.21) y (5.22) se pueden ver en la Fig. 5.15.

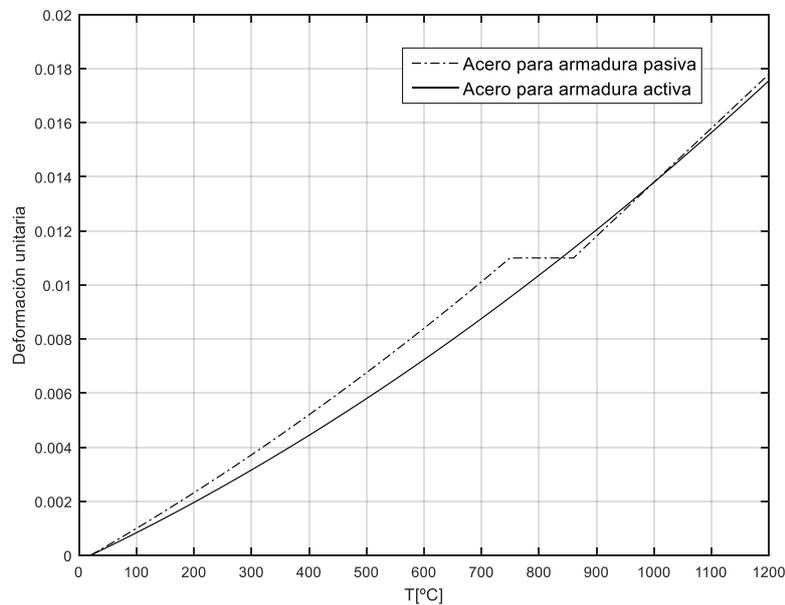


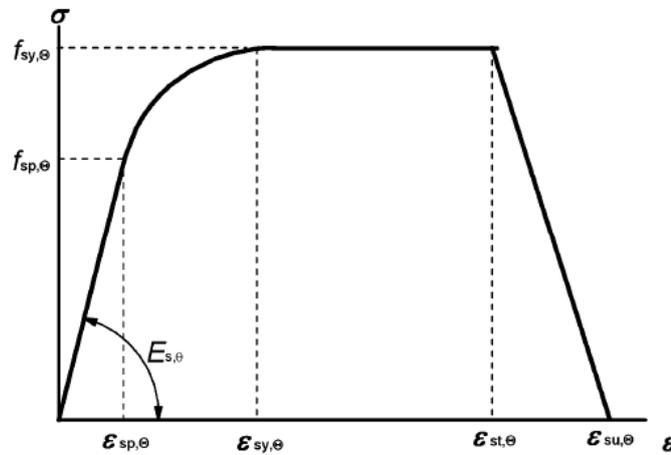
Fig. 5.15 Deformación térmica unitaria $\varepsilon_s(T)$ del acero. [5]

• Relación esfuerzo- deformación

Según el EUROCÓDIGO 2 [5], las relaciones tensión- deformación unitaria del acero están definidas por tres parámetros:

- la pendiente del dominio lineal elástico $E_{s,T}$
- el límite de proporcionalidad $f_{s,T}$
- el nivel máximo de tensión.

En la Fig. 5.16 se puede apreciar la gráfica del modelo matemático de las relaciones tensión- deformación del acero para armaduras pasivas y activas a altas temperaturas.



Rango	Tensión $\sigma(\theta)$	Módulo tangente
$\varepsilon_{sp,\theta}$	$\varepsilon E_{s,\theta}$	$E_{s,\theta}$
$\varepsilon_{sp,\theta} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{sy,\theta}$	$f_{sp,\theta} - c + (b/a)[a^2 - (\varepsilon_{sy,\theta} - \varepsilon)^2]^{0,5}$	$\frac{b(\varepsilon_{sy,\theta} - \varepsilon)}{a[a^2 - (\varepsilon - \varepsilon_{sy,\theta})^2]^{0,5}}$
$\varepsilon_{sy,\theta} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{st,\theta}$	$f_{sy,\theta}$	0
$\varepsilon_{st,\theta} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{su,\theta}$	$f_{sy,\theta} [1 - (\varepsilon - \varepsilon_{st,\theta}) / (\varepsilon_{su,\theta} - \varepsilon_{st,\theta})]$	-
$\varepsilon = \varepsilon_{su,\theta}$	0,00	-
Parámetro *	$\varepsilon_{sp,\theta} = f_{sp,\theta} / E_{s,\theta}$ $\varepsilon_{sy,\theta} = 0,02$ $\varepsilon_{st,\theta} = 0,15$ $\varepsilon_{su,\theta} = 0,20$ Armadura pasiva de clase A: $\varepsilon_{st,\theta} = 0,05$ $\varepsilon_{su,\theta} = 0,10$	
Funciones	$a^2 = (\varepsilon_{sy,\theta} - \varepsilon_{sp,\theta})(\varepsilon_{sy,\theta} - \varepsilon_{sp,\theta} + c/E_{s,\theta})$ $b^2 = c(\varepsilon_{sy,\theta} - \varepsilon_{sp,\theta})E_{s,\theta} + c^2$ $c = \frac{(f_{sy,\theta} - f_{sp,\theta})^2}{(\varepsilon_{sy,\theta} - \varepsilon_{sp,\theta})E_{s,\theta} - 2(f_{sy,\theta} - f_{sp,\theta})}$	
* Los valores para los parámetros $\varepsilon_{st,\theta}$ y $\varepsilon_{su,\theta}$ para el acero para armaduras activas pueden tomarse de la tabla 3.3. La armadura pasiva de clase A se define en el anexo C de la Norma EN 1992-1-1.		

Fig. 5.16 Modelo matemático para las relaciones tensión- deformación unitaria del acero para armaduras pasivas y activas a temperaturas elevadas (el acero para armaduras activas se designa con el subíndice “p” en lugar de “s”).[5]

Nota: En el EUROCÓDIGO 2, θ corresponde a la temperatura del hormigón ($^{\circ}\text{C}$).

Los valores a incorporar en el modelo matemático de la Fig. 5.16 están tabulados en la Tabla 5.2 en función de la temperatura del acero y su proceso de fabricación, donde además se permite la interpolación lineal entre las filas de la tabla.

Tabla 5.2 Valores de la clase N para los parámetros de la relación tensión- deformación unitaria del acero laminado en caliente y conformado en frío para la armadura pasiva a temperaturas elevadas. [5]

Temperatura del acero T [°C]	$\frac{f_{sy,T}}{f_{yk}}$		$\frac{f_{sp,T}}{f_{yk}}$		$\frac{E_{s,T}}{E_s}$	
	Laminado en caliente	Conformado en frío	Laminado en caliente	Conformado en frío	Laminado en caliente	Conformado en frío
1	2	3	4	5	6	7
20	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
100	1.00	1.00	1.00	0.96	1.00	1.00
200	1.00	1.00	0.81	0.92	0.90	0.87
300	1.00	1.00	0.61	0.81	0.80	0.72
400	1.00	0.94	0.42	0.63	0.70	0.56
500	0.78	0.67	0.36	0.44	0.60	0.4
600	0.47	0.40	0.18	0.26	0.31	0.24
700	0.23	0.12	0.07	0.08	0.13	0.08
800	0.11	0.11	0.05	0.06	0.09	0.06
900	0.06	0.08	0.04	0.05	0.07	0.05
1000	0.04	0.05	0.02	0.03	0.04	0.03
1100	0.02	0.03	0.01	0.02	0.02	0.02
1200	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

En la Fig. 5.17 se muestra un ejemplo de las gráficas de los modelos de relación de tensión-deformación del acero establecidos en el EUROCÓDIGO 2 para temperaturas de 20, 200, 400, 600 y 800°C:

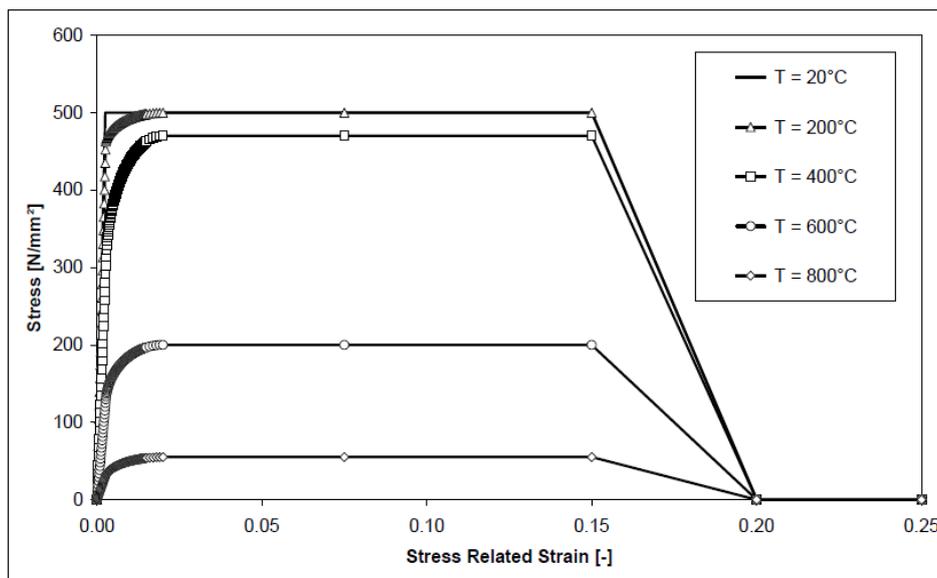


Fig. 5.17 Relación tensión- deformación de barra de acero a diferentes temperaturas. [45]

5.4 Spalling

Se denomina “spalling” al desconchado explosivo que ocurre en hormigones expuestos al fuego. En el informe del estado del arte del FIB Bulletin N°46 [45] se precisa que los factores que con mayor frecuencia influyen en el spalling son: aumento rápido de la temperatura, alto contenido de humedad, alto nivel de estrés por compresión, edad joven del hormigón, baja porosidad, elementos esbeltos y efectos geométricos (desconchado habitual en las esquinas). Así también el Eurocódigo 2 [5] establece que el desconchado explosivo en el hormigón es muy poco frecuente para humedades respecto al peso inferiores al 3%, es así que si los elementos se dimensionan para la clase de exposición X0 y XC1 [36], la humedad de dicho elemento sería menor que $k\%$ en peso, donde $2.5 \leq k \leq 3.0$ y por lo tanto no requeriría una comprobación adicional, pero si la humedad fuera mayor al 3%, se deberá realizar una evaluación más precisa de la humedad, el tipo de áridos, la permeabilidad del hormigón y la velocidad de calentamiento.

El “spalling” es un tema muy relevante ya que al producirse deja las armaduras expuestas al fuego, lo que conlleva a una pérdida importante de la capacidad resistente del elemento. Entre las investigaciones recientes destacan las realizadas a hormigones especiales como por ejemplo la desarrollada por investigadores del Colegio de Ingenieros de la Universidad de Duhok (Irak) quienes investigaron el efecto de la incorporación de filler y adición puzolánica en la resistencia al fuego y protección contra el spalling de hormigones de alta resistencia [23] o la desarrollada por investigadores del Departamento de Ingeniería Civil e Ingeniería Estructural de la Universidad de Sheffield (UK) los cuales estudiaron el efecto del confinamiento de una columna de hormigón armado y su influencia en el nivel de desconchado producido en una situación de incendio [24]. En la Fig. 5.18 se puede observar un esquema del proceso de spalling en hormigones expuestos al fuego.

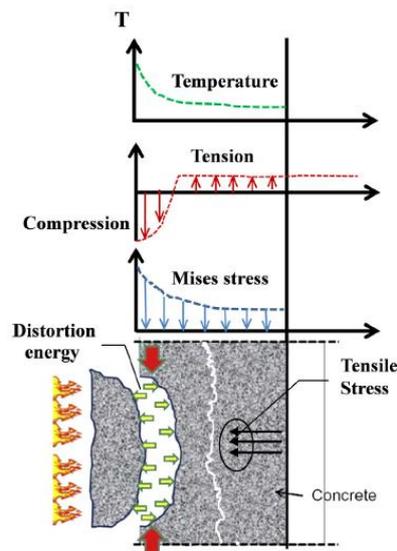


Fig. 5.18 Mapa esquemático del spalling [46]

En este trabajo fin de máster no se abordará el “spalling” en el hormigón, sino que se dejará planteado para futuras etapas, ya que este trabajo trata solo a una etapa inicial de investigación sobre estructuras de hormigón armado expuestas al fuego.

6 Análisis térmico seccional

Para el análisis térmico de un material es necesario tener en consideración la teoría del fenómeno de calentamiento y las leyes básicas de transferencia de calor, ya que estos serán la base en la implementación de modelos numéricos o simplificados que permitan determinar el mapa térmico del elemento de estudio expuesto a un calentamiento.

En este trabajo, uno de los objetivos es determinar el mapa térmico de una sección de hormigón armado expuesto a una curva de calentamiento estándar, información imprescindible para determinar luego la capacidad resistente de un elemento de hormigón expuesto al fuego. A continuación se presentarán los principales tipos de modelos térmicos actualmente utilizados.

6.1 Tipos de modelos térmicos

6.1.1 Analíticos

Por modelo analítico se entiende como la aplicación directa de las leyes físicas que gobiernan el fenómeno, las cuales están generalmente descritas por ecuaciones diferenciales. En el caso de los modelos térmicos analíticos se refiere a la transferencia de calor donde es posible identificar los fenómenos de conducción, convección y radiación, los cuales se describirán brevemente a continuación:

La conducción de calor de un sólido está basada en la ecuación de Fourier de intercambio de calor, el cual en un sistema de coordenadas cartesianas queda definido de la siguiente manera [47]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (6.1)$$

donde

$\{x, y, z\}$ es el vector de coordenadas cartesianas (m)

T es la temperatura (K)

k es la conductividad térmica (W/mK)

Q representa a la generación interna de calor (W/m³)

ρ es la masa específica (Kg/m³)

c es el calor específico (J/KgK)

t es el tiempo (s)

El intercambio de calor por convección está basada en la ley de enfriamiento y calentamiento de Newton, la cual se aplica para las zonas superficiales externas e internas (cavidades interiores). La ecuación para el intercambio de calor por convección es la siguiente [47]:

$$\dot{h}_c = \alpha_c * (T_g - T_s) \quad (6.2)$$

donde

\dot{h}_c es el flujo de calor por convección entre un gas y un sólido (W/m²)

α_c es el coeficiente de convección (W/m²K)

T_g es la temperatura del gas (K)

T_s es la temperatura del sólido (K)

Para los valores del coeficiente de transferencia de calor por convección α_c pueden usarse los establecidos en el EUROCÓDIGO 1 parte 2 [6], los cuales son dependientes del modelo del fuego expuesto. Los diferentes valores de α_c se pueden observar en la Tabla 6.1:

Tabla 6.1 Coeficientes de calor por convección [6].

Curva de fuego	α_c (W/m ² k)
Curva normalizada tiempo- temperatura (ISO834)	25
Curva de fuego exterior	25
Curva de hidrocarburos	50
Modelo de fuego simplificado (fuego natural)	35

La transferencia de calor por radiación de un cuerpo gris está presente en las mismas circunstancias de la convección y está dada por la ecuación (6.3) [47]:

$$\dot{h}_r = \sigma * \varepsilon * (T_s^4) \quad (6.3)$$

donde

\dot{h}_r es el flujo de calor emitido por radiación de un sólido (W/m²)

σ es la constante de Stefan- Boltzmann (5.67*10⁻⁸ W/mK⁴)

ε es la emisividad del sólido (adimensional)

T_s es la temperatura en la superficie del sólido (K)

En cuanto a las cavidades internas se aplican las siguientes ecuaciones (SAFIR) [47]:

$$G_i = \sum_j F_{ij} J_j \quad (6.4)$$

$$J_i = \sigma \varepsilon_i T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) G_i \quad (6.5)$$

$$Q_i = \sigma \varepsilon_i T_i^4 - \varepsilon_i G_i \quad (6.6)$$

donde

G_i es el flujo de calor por radiación recibido en la superficie i

J_i es el flujo de calor por radiación emitido por la superficie i

Q_i es el flujo neto que sale de la superficie i

F_{ij} es el factor visto entre la superficie i y j

Prosiguiendo con el tema, el EUROCÓDIGO 1 parte 2 [6], establece que la acción térmica viene dada por el flujo neto de calor \dot{h}_{net} (W/m²), el cual considera la transmisión de calor por convección y por radiación. La transmisión de calor por convección corresponde a la ecuación (6.2), y la transmisión de calor por radiación está dada por la ecuación (6.7), la cual deriva de la ecuación (6.3).

$$\dot{h}_r = \Phi * \varepsilon_m * \varepsilon_f * \sigma * (T_r^4 - T_s^4) \quad (6.7)$$

donde

\dot{h}_r es el flujo de calor emitido por radiación entre el fuego y la superficie de hormigón (W/m²)

Φ es el factor de forma (adimensional)

ε_m es la emisividad de la superficie del elemento (adimensional)

ε_f es la emisividad del fuego (adimensional)

σ es la constante de Stefan- Boltzmann (5.67*10⁻⁸ W/mK⁴)

T_r es la temperatura efectiva de radiación del fuego (K)

T_s es la temperatura de la superficie del elemento (K)

6.1.2 Simplificados

Los modelos simplificados de transferencia de calor corresponden a modelos simples basados en modelos exactos que, generalmente, corresponden a modelos numéricos previamente validados con datos experimentales. En este apartado se tratan dos modelos simplificados altamente aceptados en el mundo científico: los modelos de Wickström y Kodur. Además, se presentan algunas mejoras planteadas por otros autores con respecto a los modelos originales recién mencionados.

- Método de Wickström

En el artículo “A very simple method for estimating temperature in fire exposed concrete structures”, Ulf Wickström [11] expuso un conjunto de fórmulas sencillas para obtener la temperatura de cualquier punto de una sección de hormigón expuesta al fuego. Las condiciones de fuego fueron simuladas para la curva estándar de fuego ISO 834, aunque las fórmulas presentadas pueden ser usadas para cualquier modelo de incendio. Las fórmulas se obtuvieron con un ajuste basado en un modelo de elementos finitos mediante el programa TASEF-2, el cual modelaba el mapa térmico de la sección de hormigón teniendo en consideración la variación de la conductividad térmica con la temperatura, la evaporación del agua física en el hormigón y la no linealidad de las condiciones de contorno pero sin tener en consideración la posibilidad de spalling en el elemento. A continuación se presentará un extracto del artículo [11] junto a las formulaciones planteadas:

En general el incremento en la temperatura de un punto en una sección de hormigón expuesta al fuego θ_x , está dada por la siguiente expresión multiplicativa:

$$\theta_x = n_x * n_w * \theta_f \quad (6.8)$$

donde θ_f es la temperatura en grados centígrados del aire (gas) según la curva estándar de fuego ISO 834 (u otro modelo de incendio), n_w y n_x son los coeficientes que tienen en cuenta la variación de temperatura que se produce entre la temperatura del gas y la temperatura de la superficie del elemento de hormigón y el punto a calcular respectivamente.

En general el incremento de temperatura en el ambiente θ_f producido por un incendio según la curva estándar ISO 834 es el siguiente:

$$\theta_f = 345 * \log(480 * t + 1) \quad (6.9)$$

Siendo t la duración del fuego en horas.

El incremento de la temperatura en la superficie de un elemento de hormigón θ_w se expresa de la siguiente forma:

$$\theta_w = n_w * \theta_f \quad (6.10)$$

donde n_w es un coeficiente dado en función de la variable a escala del tiempo t_w en horas y se determina mediante la siguiente formulación:

$$n_w = 1 - 0.0616 * t_w^{-0.88} \quad (6.11)$$

$$t_w = \left(\frac{\gamma}{\gamma_i}\right) * t \quad (6.12)$$

$$\gamma = \frac{A_w * \sqrt{h_w} / A_t}{\sqrt{(k * \rho * c)}} \quad (6.13)$$

$$\gamma_i = \sqrt{(k * \rho * c)} / \sqrt{(k * \rho * c)_c} \quad (6.14a)$$

Se puede considerar la constante $\sqrt{(k * \rho * c)_c} = 1550 \text{ W s}^{1/2} / \text{mK}$

$$\gamma_i = \sqrt{(k * \rho * c)} / 1550 \quad (6.14b)$$

donde γ y γ_i son los factores que tienen en cuenta las condiciones de ventilación y geometría del recinto donde se está produciendo el fuego, la inercia térmica efectiva de la estructura y el tipo de hormigón utilizado en dicha estructura.

A_t es el área total interna del recinto incluidos los huecos (m^2);

A_w es el área de los huecos (m^2);

h_w es la altura de los huecos (m);

ρ la densidad del hormigón a altas temperaturas, el cual para un hormigón de peso normal puede considerarse como $\rho = 2400 \text{ Kg/m}^3$

k es la conductividad térmica del hormigón a temperaturas elevadas según la Fig. 6.1.

c es el calor específico del hormigón a altas temperaturas, el cual puede asumirse como $c = 1000 \text{ J/KgK}$

Cabe destacar que cuando se emplea esta formulación para predecir la respuesta térmica de un hormigón de densidad normal utilizando la curva estándar de fuego, no es necesario calcular t_w ya que se puede considerar $t_w = t$.

El siguiente paso será calcular el coeficiente n_x que tiene en cuenta la reducción de temperatura producida dentro de la sección de hormigón, desde la superficie de la pieza hasta el punto a calcular.

$$\theta_x = n_x * \theta_w \tag{6.15}$$

donde n_x es un coeficiente que depende de la variable U_x ;

$$U_x = \gamma_a * \frac{t}{x^2} \text{ (h/m}^2\text{)} \tag{6.16}$$

$$\gamma_a = \frac{a}{a_c} \tag{6.17}$$

Siendo γ_a la relación entre la difusividad térmica del hormigón de la estructura real, $a = \frac{K}{c*\rho}$ y la difusividad térmica de un hormigón de densidad normal $a_c=417*10^{-9}\text{m}^2*\text{s}^{-1}$.

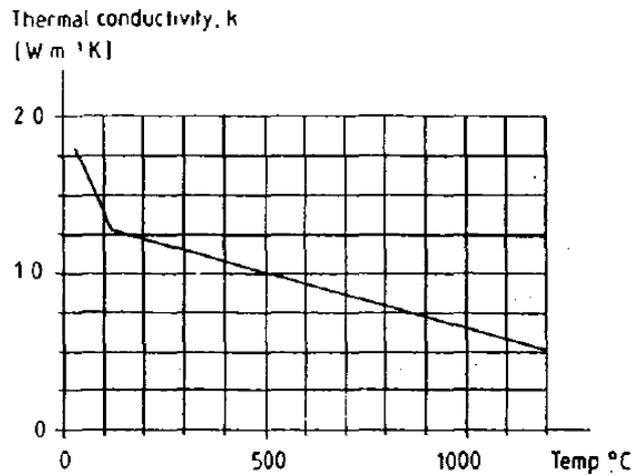


Fig. 6.1 Conductividad térmica de un hormigón normal en función de la temperatura. [11]

En la Fig. 6.2 se pueden observar 2 curvas que muestran la relación entre las variables de las que dependen las formulas simplificadas antes expuestas. La curva superior y eje superior horizontal: muestra la relación n_w versus $t_w = \left(\frac{\gamma}{\gamma_i}\right) * t$ y la curva inferior y eje inferior horizontal muestran la relación x versus U_x , para los casos en donde se considere a la conductividad térmica constante o variable.

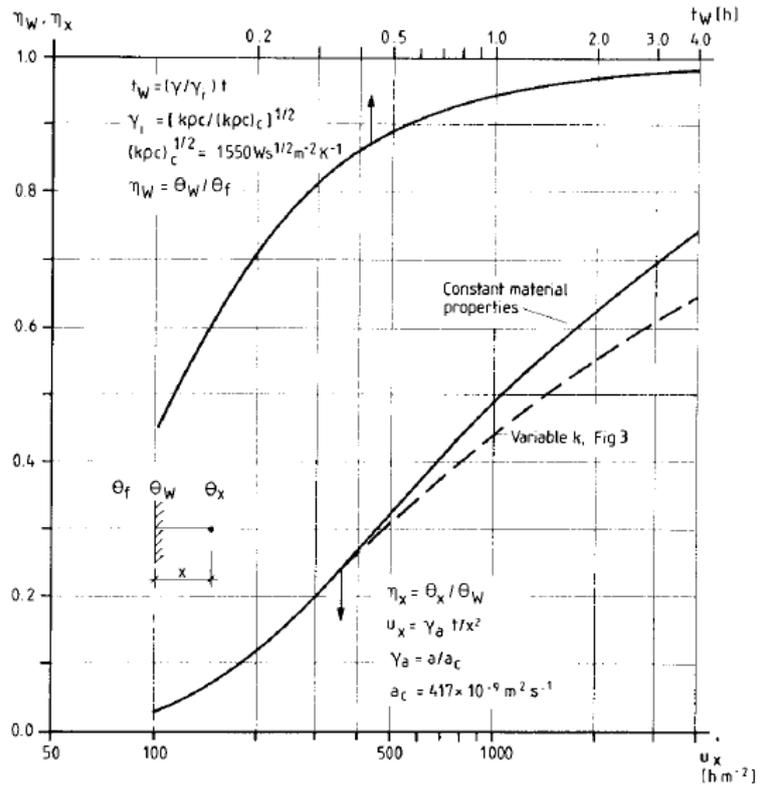


Fig. 6.2 Relación entre variables del modelo.[11]

El factor n_x se obtiene de la Fig. 6.2 (curva inferior) o alternativamente desde la fórmula (6.18):

$$n_x = 0.23 * \ln U_x - 1.09 \tag{6.18}$$

Si se consideran las propiedades térmicas constantes con $k=1.0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ se puede definir el coeficiente n_x de la siguiente manera:

$$n_x = 0.18 * \ln U_x - 0.81 \tag{6.19}$$

Por tanto para un hormigón de densidad normal considerando que las propiedades térmicas del hormigón son constantes y que todos los γ son 1 ($\gamma = \gamma_i = \gamma_a = 1$); el incremento de temperatura en un punto de la sección de hormigón a una distancia x de la superficie se determina mediante la siguiente ecuación:

$$\theta_x = 345 * \log(480 * t + 1) * (1 - 0.0616 * t^{-0.88}) * (0.18 * \ln \left(\frac{t}{x^2}\right) - 0.81) \tag{6.20}$$

donde "t" es el tiempo de exposición en horas y "x" la distancia desde la superficie en metros.

La fórmula anterior es para un análisis unidireccional, en tanto puede haber interacción entre 2 caras opuestas, lo cual ocurre en caso de que la profundidad de penetración del calor (6.21) sea mayor que (6.22), para el cual n_x puede ser aproximado por (6.23):

$$\delta = 3.6 * \sqrt{(a * t)} \tag{6.21}$$

$$D = 2 * d - x \tag{6.22}$$

donde

D es la posición de un punto en la sección medido desde la cara opuesta, d es la mitad del ancho de la sección del elemento y x es la distancia desde la cara expuesta al fuego.

$$n_x = n_x^{izquierda} + n_x^{derecha} \quad (6.23)$$

donde la distancia x es considerada para cada lado desde su propia superficie expuesta.

A continuación se presenta como quedaría la formulación en el caso que la transmisión de calor fuera bidireccional, es decir, si los focos de calor atacaran dos caras contiguas y perpendiculares entre sí, del elemento de hormigón:

$$\theta_{xy} = (n_w * (n_x + n_y - 2 * n_x * n_y) + n_x * n_y) * \theta_f \quad (6.24)$$

Cabe destacar que n_y se calculará de la misma manera que n_x , considerando “ y ” la distancia desde una de las superficies hasta el punto del que se desea conocer la temperatura en metros y “ x ” la distancia desde la otra superficie hasta el mismo punto.

En cuanto a n_x y n_y es necesario restringirlo, ya que por razones físicas no puede ser negativa ni mayor 1, ya que negativa implicaría un enfriamiento hasta temperaturas bajo 0°C y mayor a 1 correspondería a una temperatura mayor incluso a la temperatura del fuego al que estuviera siendo expuesto. Parte de este análisis se puede apreciar en las Fig. 6.3 y Fig. 6.4, las cuales representan un cuarto sección de hormigón expuesta al fuego por sus 4 caras.

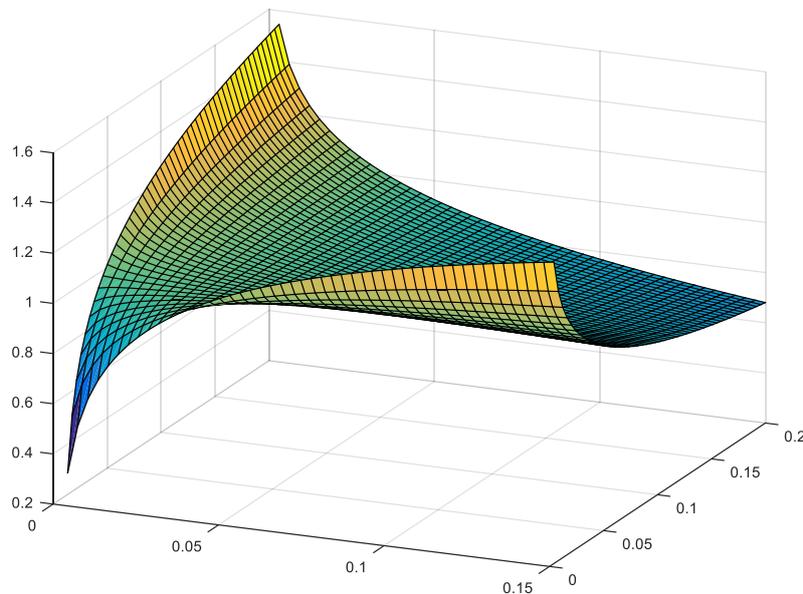


Fig. 6.3 Representación del conjunto de términos que multiplican a la temperatura del aire θ_f sin restricción de n_x ni n_y para una exposición al fuego en caras contiguas.

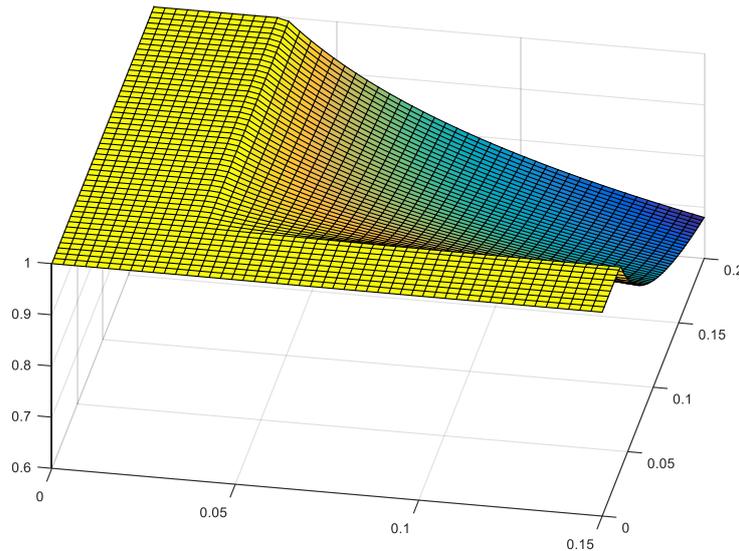


Fig. 6.4 Representación del conjunto de términos que multiplican a la temperatura del aire θ_f con las restricciones de n_x y n_y para una exposición al fuego en caras contiguas.

En la Fig. 6.3 se observa que, si no se restringen las variables n_x y n_y , las predicciones de temperatura en los bordes serían incluso mayores que la del propio aire que está en contacto con el fuego. En las esquinas, por mero conflicto matemático, se obtendrían temperaturas menores que en las zonas interiores, algo irracional si consideramos que el calor va desde el exterior hacia el interior del elemento. Por contraparte, en la Fig. 6.4 se observa como los problemas de predicción antes mencionados se resuelven con tales restricciones propuestas.

Continuando, en el capítulo 4 de la tesis doctoral titulada “Simplified Tools for Performance-Based Design of Reinforced Concrete Frames Exposed to Fire”, Salah El-Din Farouk El-Fitiany [48] desarrolla las fórmulas simplificadas de Wickström [11], dividiendo la sección de hormigón armado por zonas con lo cual se mejora la precisión de las predicciones de las fórmulas de Wickström, especialmente para transmisión de calor bidireccional.

La Fig. 6.5 muestra una sección de una columna de hormigón armado expuesta al fuego por sus 4 caras; caras izquierda (L), derecha (R), abajo (B), y arriba (T). En cuanto a la aplicación de las fórmulas de Wickström [11], este investigador [48] las resume de la siguiente manera:

- 1) La temperatura del fuego T_f en grados Celsius se calcula primero para un tiempo específico de duración t (hr) usando una relación temperatura del fuego versus tiempo.
- 2) Un tiempo modificado (t^*) que evalúa el tiempo correspondiente a la exposición al fuego estándar ISO 834. La razón entre el tiempo modificado (t^*) y el tiempo de duración actual (t) está definido por un factor (Γ) que depende de las dimensiones del compartimiento.
- 3) El fuego estándar ISO 834 esta descrito por la ecuación (6.25):

$$T_{f(ISO)} = 345 * \log(480 * t^* + 1) \quad (6.25)$$

donde $T_{f(ISO)}$ es la temperatura del fuego estándar ISO 834 en Celsius para una duración del tiempo al fuego modificado t^* en horas.

- 4) El incremento de temperatura en un punto (x,y) dentro de la sección debido al calentamiento desde las 4 caras puede ser estimado usando las ecuaciones (6.26):

$$T_{xy} = [n_w * (n_x + n_y - 2 * n_x * n_y) + n_x * n_y] * T_f \quad (6.26a)$$

$$n_w = 1 - 0.0616 * (\sqrt{\Gamma} * t)^{-0.88} \geq 0 \quad (6.26b)$$

$$\sqrt{\Gamma} = \gamma \quad [\text{Ver ecuación (6.13)}] \quad (6.26c)$$

$$n_x = [0.18 * \ln\left(\frac{t}{x^2}\right)]_{Fuego(L)} + [0.18 * \ln\left(\frac{t}{(b-x)^2}\right)]_{Fuego(R)} \geq 0 \quad (6.26d)$$

$$n_y = [0.18 * \ln\left(\frac{t}{y^2}\right)]_{Fuego(B)} + [0.18 * \ln\left(\frac{t}{(h-y)^2}\right)]_{Fuego(T)} \geq 0 \quad (6.26e)$$

donde b es el ancho de la sección, h es el alto de la sección, T_{xy} es el incremento de temperatura en el punto (x,y) en grados Celsius, n_w es la razón entre la temperatura superficial y la temperatura del fuego, y n_x y n_y son las razones entre la temperaturas interna y superficial debido al calentamiento en la dirección x e y, respectivamente.

En las Fig. 6.5 y Fig. 6.6 se muestran las 9 regiones de temperaturas dentro de la sección de hormigón. Los valores mostrados en cada región indican que superficies de calentamiento son las causantes del aumento de temperatura en "x" e "y" en tal región. El valor cero indica que la temperatura es constante en esa dirección, es así como la región R2 (0,0) indica que su temperatura es constante en ambas direcciones ya que no está siendo afectada por el fuego, o el caso de la región R2 (0,T) el cual indica que la temperatura es constante en la dirección x porque solo es afectado por el calor proveniente de la cara de arriba (T). Así también en la Fig. 6.6 la región R3 (L+R,T,B) indica que esta región está siendo calentada por el fuego expuesto en las 4 caras.

La distancia que limita cada región de las Fig. 6.5 y Fig. 6.6 está basada en la distancia de incidencia del calor proveniente de cada cara expuesta al fuego (z) el cual se calcula buscando el valor de x para el cual n_x y n_y son ceros, obteniendo se así la ecuación (6.27).

$$z = \sqrt{e^{-4.5 * t}} \quad (6.27)$$

Si el valor de z es menor o igual a b/2 y h/2 la representación corresponde a la Fig. 6.5 en caso contrario la Fig. 6.6, o sino una combinación de ambas figuras (Fig. 6.5 y Fig. 6.6).

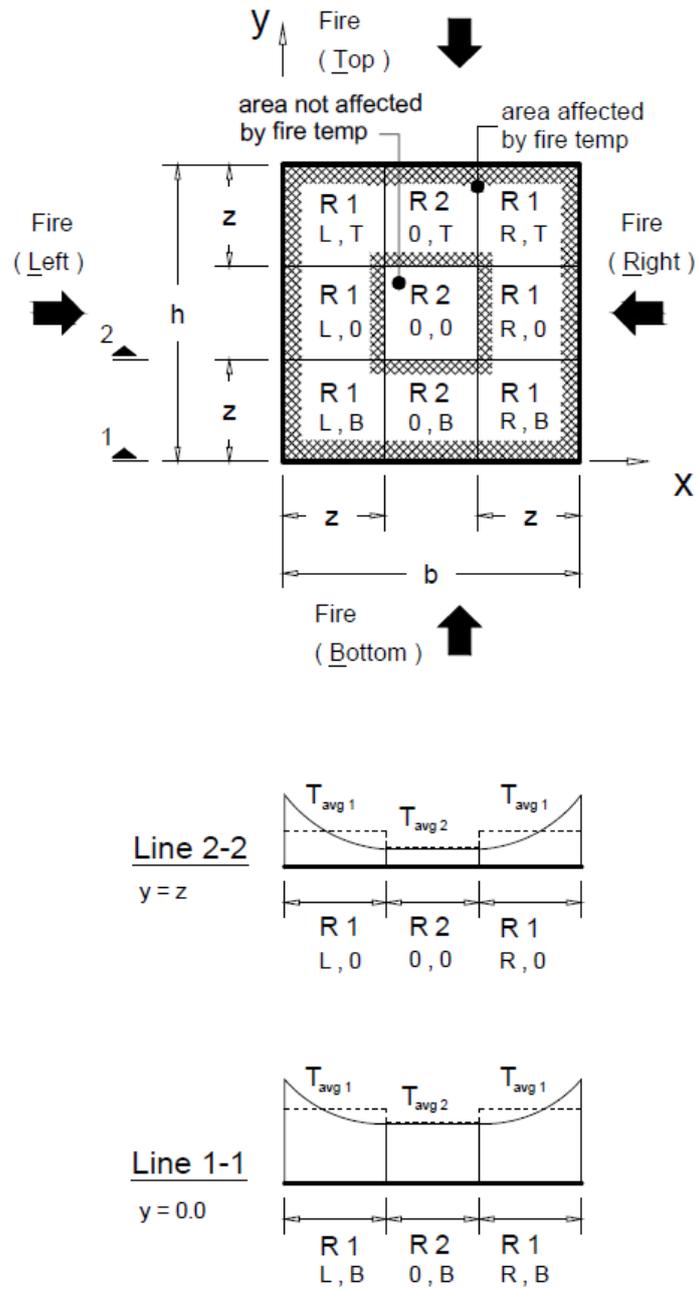


Fig. 6.5 Cálculo de temperaturas del ejemplo para columnas de hormigón armado ($z \leq b/2$) [48]

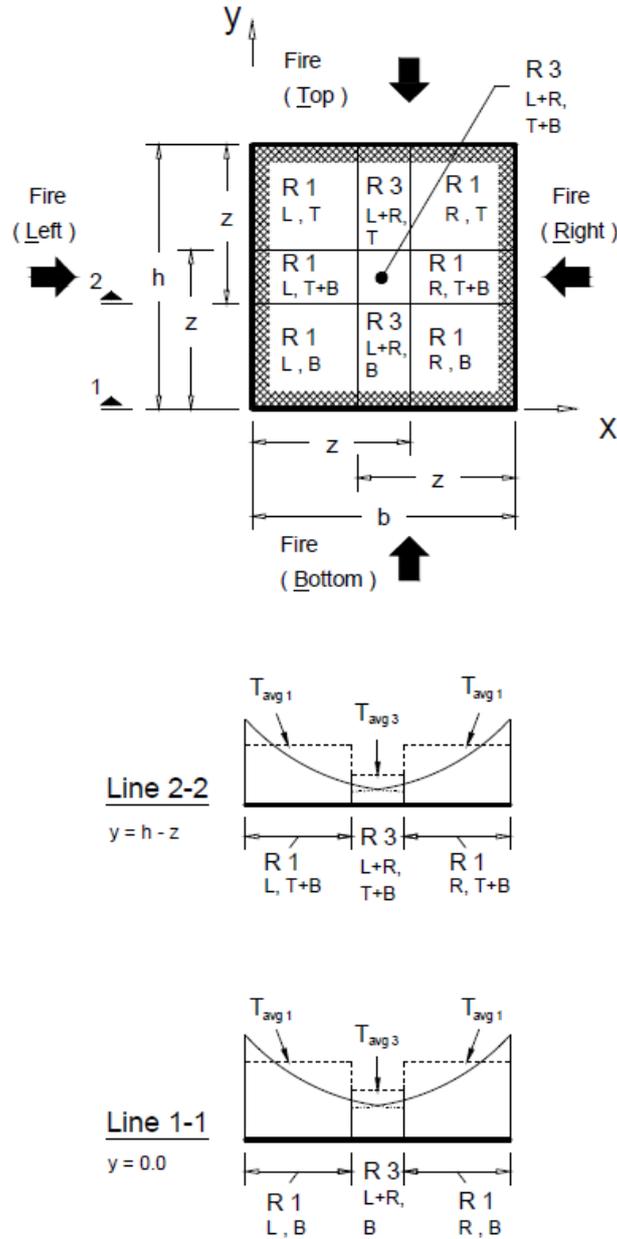


Fig. 6.6 Cálculo de temperaturas del ejemplo para columnas de hormigón armado ($z > b/2$) [48]

El cálculo de las temperaturas promedio en cada región está representado en las Fig. 6.5 y Fig. 6.6 (Line 1-1 y Line 2-2) mediante líneas segmentadas. En cuanto a las fórmulas de cálculo, El-Fitiyany [48] presenta las siguientes 3 ecuaciones para ello (6.28a) (6.28b) (6.28c):

$$T_{avg1} = [0.18 * n_w - 0.36 * n_w * n_y + 0.18 * n_y] * \left[x_2 * \ln\left(\frac{t}{x_2^2}\right) - x_1 * \ln\left(\frac{t}{x_1^2}\right) \right] * \frac{T_f}{(x_2 - x_1)} - 0.45 * T_f * n_w + 1.9 * T_f * n_w * n_y - 0.45 * T_f * n_y \quad x = x_1 \rightarrow x_2 \quad (6.28a)$$

$$T_{avg2} = T_f * n_w * n_y \quad (6.28b)$$

$$T_{avg3} = [0.18 * n_w - 0.36 * n_w * n_y + 0.18 * n_y] * \left[x_2 * \ln\left(\frac{t}{(b-x_2)^2}\right) - x_1 * \ln\left(\frac{t}{(b-x_1)^2}\right) \right] * \frac{T_f}{(x_2 - x_1)} + b * [-0.18 * n_w - 0.36 * n_w * n_y - 0.18 * n_y] * \left[\ln\left(\frac{t}{(b-x_2)^2}\right) - \ln\left(\frac{t}{(b-x_1)^2}\right) \right] * \frac{T_f}{(x_2 - x_1)} - 0.45 * T_f * n_w + 0.9 * T_f * n_w * n_y - 0.45 * T_f * n_y + T_{avg1} \quad x = x_1 \rightarrow x_2 \quad (6.28c)$$

- Método de Kodur

Investigadores del Departamento de Ingeniería Civil y ambiental de la Universidad Estatal de Michigan, encabezados por V.K.R. Kodur desarrollaron en el año 2013 un nuevo modelo simplificado para la predicción de la temperatura en elementos de hormigón armado expuestos al fuego [12]. Este nuevo modelo está basado en una regresión no lineal estadística, utilizando datos obtenidos a partir de un análisis de elementos finitos (validado con anterioridad). Este nuevo modelo propone incluir parámetros no considerados en el modelo simplificado propuesto por Wickström [11] en el año 1986, tales como tipo de árido (silíceo o calizo) y tipo de hormigón (resistencia normal o alta resistencia).

Las fórmulas propuestas para transferencia de calor 1-D y 2-D son las siguientes:

Para transferencia de calor 1-D:

$$T_z = c_1 * \eta_z * (at^n) \quad (6.29)$$

$$\eta_z = a_1 * \ln \frac{t}{z^{1.5}} + a_2 * \sqrt{z} + a_3 \quad (6.30)$$

donde t es el tiempo de exposición al fuego en horas, z es la distancia desde el punto en la sección de hormigón a la superficie expuesta al fuego en metros, a_1 , a_2 y a_3 son los coeficientes para ser trazadas en el análisis de regresión, at^n es la temperatura bajo la exposición a fuego estándar. Para fuego ISO834, $a=935$ y $n=0.168$, y para fuego ASTM E119, $a=910$ y $n=0.148$.

Para transferencia de calor 2-D, la ecuación de temperatura es obtenida combinando el calor de cada cara expuesta al fuego:

$$T_{yz} = c_2 * [b_1 * \eta_z * \eta_y + b_2 * (\eta_z + \eta_y) + b_3] * (at^n) \quad (6.31)$$

donde η_z y η_y son los factores de transferencia de calor resultantes de las caras expuestas al fuego en "y" y en "z", η_y se calcula de la misma manera que η_z en la ecuación (6.23). b_1 , b_2 y b_3 son los coeficientes para trazar en el análisis de regresión. c_1 y c_2 son los coeficientes para tener en cuenta el tipo de hormigón, y el valor predeterminado de c_1 y c_2 es 1.0 para hormigones con resistencias normales y árido calizo. En el análisis de regresión, la ecuación (6.29) se evaluó primero, para encontrar el valor de a_1 , a_2 y a_3 , y entonces estos valores obtenidos se utilizaron para obtener b_1 , b_2 y b_3 para la fórmula de transferencia de calor 2-D.

Por consiguiente las fórmulas finales para cada tipo de hormigón y árido son las siguientes:

Transferencia 1-D:

$$T_c = c_1 * \eta_z * (at^n) \quad (6.32)$$

$$\eta_z = 0.155 * \ln \frac{t}{z^{1.5}} - 0.348 * \sqrt{z} - 0.371 \quad (6.33)$$

Transferencia 2-D:

$$T_c = c_2 * [-1.481 * \eta_z * \eta_y + 0.985 * (\eta_z + \eta_y) + 0.017] * (at^n) \quad (6.34)$$

donde c_1 son 1.0, 1.01, 1.12 y 1.12 para hormigones de resistencia normal- áridos calizos, hormigones de alta resistencia- áridos calizos, hormigones resistencia normal- áridos silíceos y hormigones de alta resistencia- áridos silíceos, respectivamente; c_2 son 1.0, 1.06, 1.12 y 1.20

para hormigones de resistencia normal- áridos calizos, hormigones de alta resistencia- áridos calizos, hormigones resistencia normal- áridos silíceos y hormigones de alta resistencia- áridos silíceos, respectivamente.

El modelo simplificado del perfil térmico de una sección de hormigón armado propuesto por Kodur tiene las siguientes limitaciones, las cuales deben ser consideradas en su aplicación [12]:

1. Las ecuaciones propuestas solo son aplicables para la evaluación de temperaturas de la sección transversal en elementos de hormigón armado expuestos a fuego normalizado. Estas ecuaciones no son aplicables para los incendios de diseño, que tienen una fase de enfriamiento después de la fase de crecimiento.
2. Las predicciones usando las ecuaciones propuestas podrían tener un error relativamente alto cuando las temperaturas están en el rango de 20-300 °C y desde el intervalo de temperaturas de 300-800 °C la exactitud es buena, el cual es el objetivo principal en el análisis de regresión.
3. Las ecuaciones propuestas no tienen en consideración la variabilidad en el contenido de humedad del hormigón, lo que podría dar lugar a predicciones ligeramente conservadoras.
4. Las ecuaciones propuestas pueden no dar resultados precisos cuando un lado del elemento es pequeño (menor de 200 mm), ya que la temperatura puede resultar de la transferencia de calor desde múltiples caras expuestas al fuego (3 o 4 caras).

6.1.3 Numéricos

Los modelos numéricos descritos en este trabajo serán de diferencias finitas y de elementos finitos. El modelo térmico de diferencias finitas fue programado en el software Matlab versión 2015 [49] y el modelo térmico de elementos finitos a utilizar para trabajos posteriores a este, será el incorporado en el software SAFIR 2015 [49]. En este caso para la introducción de los datos y visión de los resultados se usará un pre-procesador y pos-procesador correspondientes a GID [50] y DIAMOND [51], respectivamente.

- Diferencias finitas

El modelo de diferencias finitas para el análisis térmico seccional de elementos de hormigón armado expuesto al fuego corresponde al disponible en el reporte interno N°601 del Institute for Research in Construction (CNRC) publicado en 1990 por T. T. Lie y R. J. Irwin, titulado "Evaluation of the fire resistance of reinforced concrete columns with rectangular cross-sections" [13]. Las formulaciones son el resultado de un conjunto de estudios ejecutados entre el consejo Nacional de Investigación de Canadá y la Asociación de Cementos Portland, el cual conllevó a la realización de un extenso programa de pruebas de más de 40 columnas de hormigón armado a escala real, entre las que se incluían las de sección transversal rectangular con las cuales se validaron los modelos matemáticos planteados para el cálculo de la distribución de temperaturas en la sección y la resistencia mecánica del elemento, ambas bajo situación de incendio.

Las columnas se expusieron a un calentamiento controlado en un horno de manera que la temperatura media seguía la curva de temperatura- tiempo ASTM E119, la cual puede ser aproximada por la ecuación (6.35):

$$T_f = 20 + 750 * (1 - \exp(-3.79553 * \sqrt{t})) + 170.41 * \sqrt{t} \quad (6.35)$$

donde

T_f = temperatura en °C, y

t =tiempo en hrs.

Las columnas de hormigón armado fueron expuestas al fuego en sus 4 caras.

La sección transversal de una columna se subdivide en triángulos en la superficie y en cuadrados en las zonas interiores, tal y como se ilustra en la Fig. 6.7. También se puede observar que para una exposición al fuego en las 4 caras, basta con calcular ¼ de la sección, por razones de simetría.

En la Fig. 6.7 se puede observar que el tamaño de las subdivisiones están en función de $\Delta\xi$, el cual es un valor impuesto por cada investigador, el cual deberá ser ajustado de acuerdo a la relación precisión requerida versus tiempo de cálculo. Así también las coordenadas (x,y) están dadas por la ecuación (6.36):

$$x = (n - 1)\Delta\xi/2 \text{ y } y = (m - 1)\Delta\xi/2. \quad (6.36)$$

donde n y m corresponden a la ubicación del elemento con respecto al eje x e y, respectivamente, y N y M corresponde al valor máximo que puede adoptar n y m, respectivamente.

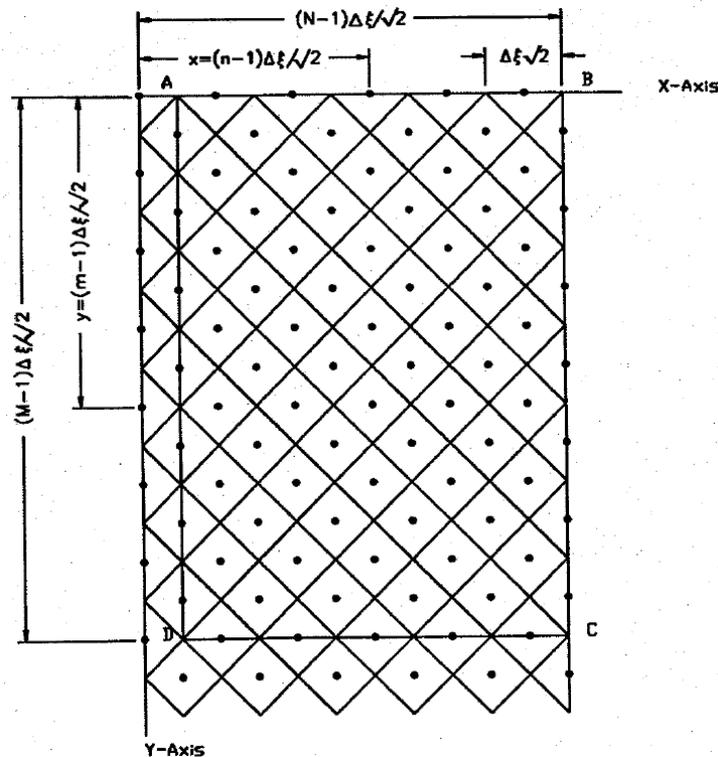


Fig. 6.7 Malla para el análisis térmico en ¼ de la sección. [13]

Observación: En la Fig. 6.7 el cuarto de sección de la columna de hormigón corresponde al cuadrilátero formado por los puntos A, B, C y D. [13]

Las siguientes ecuaciones corresponden al límite de la sección, el cual está en contacto directo con el fuego. Así también cabe recordar que el fuego expuesto corresponde al fuego estándar ASTM E119 (6.35), el cual en el modelo de cálculo es:

$$T_f^j = 20 + 750 * (1 - \exp(-3.79553 * \sqrt{t})) + 170.41 * \sqrt{t} \quad (6.37)$$

donde t es el tiempo en horas y T_f^j es la temperatura del fuego en °C para un tiempo $t = j\Delta t$.

Para los elementos en la superficie de la columna a lo largo del eje x , la temperatura en el tiempo $t = (j + 1)\Delta t$ se da por la expresión:

$$T_{1,n}^{j+1} = T_{1,n}^j + \frac{2\Delta t}{[(\rho_c C_c)_{1,n}^j + \rho_w C_w \phi_{1,n}^j] * (\Delta \xi)^2} * \left\{ \left(\frac{k_{2,(n-1)}^j + k_{1,n}^j}{2} \right) * (T_{2,(n-1)}^j - T_{1,n}^j) + \left(\frac{k_{2,(n+1)}^j + k_{1,n}^j}{2} \right) * (T_{2,(n+1)}^j - T_{1,n}^j) + \sqrt{2} \varepsilon_f \varepsilon_c \sigma \Delta \xi [(T_f^j + 273)^4 - (T_{1,n}^j + 273)^4] \right\} \quad (6.38)$$

donde

$T_{m,n}^j$ es la temperatura promedio del hormigón en la celda (m,n) para un instante de tiempo j

ρ_c es la densidad del hormigón (Kg/m³) para una temperatura $T_{1,n}^j$ (°C)

C_c es el calor específico del hormigón (J/Kg°C) para una temperatura $T_{m,n}^j$ (°C)

$(\rho_c C_c)_{m,n}^j$ es la capacidad térmica del hormigón para una temperatura $T_{m,n}^j$ (°C), el cual corresponde a multiplicar la densidad por el calor específico.

ρ_w es la densidad del agua (Kg/m³)

C_w es el calor específico del agua (J/Kg°C)

$\phi_{m,n}^j$ Concentración de humedad en el hormigón (fracción del volumen). 0.05 en las columnas evaluadas por Lie.

$\Delta \xi$ es el ancho de la malla (m)

$k_{m,n}^j$ es la conductividad térmica (W/m°C) para una temperatura $T_{m,n}^j$ (°C)

ε_f Emisividad del fuego en el horno: 0.75 (adimensional)

ε_c Emisividad del hormigón: 0.8 (adimensional)

σ constante de Stefan- Boltzmann (W/m²K⁴)

T_f^j Temperatura del fuego en el instante j

Para los elementos en la superficie de la columna a lo largo del eje y , la temperatura en el tiempo $t = (j + 1)\Delta t$ viene dada por:

$$T_{1,N}^{j+1} = T_{1,N}^j + \frac{2\Delta t}{[(\rho_c C_c)_{m,N}^j + \rho_w C_w \phi_{m,N}^j] * (\Delta \xi)^2} * 3600 * \left\{ \left(\frac{k_{(m-1),(N-1)}^j + k_{m,N}^j}{2} \right) * (T_{(m-1),(N-1)}^j - T_{m,N}^j) + \left(\frac{k_{(m+1),(N-1)}^j + k_{m,N}^j}{2} \right) * (T_{(m+1),(N-1)}^j - T_{m,N}^j) + \sqrt{2} \varepsilon_f \varepsilon_c \sigma \Delta \xi [(T_f^j + 273)^4 - (T_{m,N}^j + 273)^4] \right\} \quad (6.39)$$

En las ecuaciones antes propuestas por Lie (1990) [13] no se tiene en consideración la transmisión de calor por convección, sino solo radiación, además de que por tema de unidades según lo dispuesto por Lie también se debería añadir un factor de conversión para la variación

de temperatura, es por ello que al incorporarle la convección y ese factor de conversión de unidades se obtienen en vez de la ecuación (6.38) la (6.40) y en vez de la (6.39) la (6.41):

$$T_{1,n}^{j+1} = T_{1,n}^j + \frac{2\Delta t}{[(\rho_c C_c)_{1,n}^j + \rho_w C_w \phi_{1,n}^j] (\Delta \xi)^2} * 3600 * \left\{ \left(\frac{k_{2,(n-1)}^j + k_{1,n}^j}{2} \right) * (T_{2,(n-1)}^j - T_{1,n}^j) + \left(\frac{k_{2,(n+1)}^j + k_{1,n}^j}{2} \right) * (T_{2,(n+1)}^j - T_{1,n}^j) + \sqrt{2} \varepsilon_f \varepsilon_c \sigma \Delta \xi \left[(T_f^j + 273)^4 - (T_{1,n}^j + 273)^4 \right] + \Delta \xi * \alpha_c * (T_f^j - T_{1,n}^j) \right\} \quad (6.40)$$

$$T_{1,N}^{j+1} = T_{1,N}^j + \frac{2\Delta t}{[(\rho_c C_c)_{m,N}^j + \rho_w C_w \phi_{m,N}^j] (\Delta \xi)^2} * 3600 * \left\{ \left(\frac{k_{(m-1),(N-1)}^j + k_{m,N}^j}{2} \right) * (T_{(m-1),(N-1)}^j - T_{m,N}^j) + \left(\frac{k_{(m+1),(N-1)}^j + k_{m,N}^j}{2} \right) * (T_{(m+1),(N-1)}^j - T_{m,N}^j) + \sqrt{2} \varepsilon_f \varepsilon_c \sigma \Delta \xi \left[(T_f^j + 273)^4 - (T_{m,N}^j + 273)^4 \right] + \Delta \xi * \alpha_c * (T_f^j - T_{m,N}^j) \right\} \quad (6.41)$$

donde además de las variables ya descritas en la ecuación (6.38) se agrega:

α_c coeficiente de convección: 25 W/m²K [6]

Para los elementos en la zona interior de la sección de hormigón, la temperatura en el tiempo $t = (j + 1)\Delta t$ esta dada por:

$$T_{m,n}^{j+1} = T_{m,n}^j + \frac{\Delta t}{[(\rho_c C_c)_{m,n}^j + \rho_w C_w \phi_{m,n}^j] (\Delta \xi)^2} * 3600 * \left[\left(\frac{k_{(m-1),(n-1)}^j + k_{m,n}^j}{2} \right) * (T_{(m-1),(n-1)}^j - T_{m,n}^j) + \left(\frac{k_{(m+1),(n-1)}^j + k_{m,n}^j}{2} \right) * (T_{(m+1),(n-1)}^j - T_{m,n}^j) + \left(\frac{k_{(m+1),(n+1)}^j + k_{m,n}^j}{2} \right) * (T_{(m+1),(n+1)}^j - T_{m,n}^j) \right] \quad (6.39)$$

donde ya se incorporó el factor de conversión de unidades (3600) a la ecuación original propuesta por Lie [13].

Además de las ecuaciones dispuestas en los apartados anteriores se necesitan las siguientes 2 ecuaciones auxiliares, basadas en la simetría del cuarto de sección con respecto a la sección completa:

Línea A-D

$$T_{m,1}^{j+1} = T_{m,3}^{j+1} \quad (6.40)$$

Línea C-D

$$T_{(M+1),n}^{j+1} = T_{(M-1),n}^{j+1} \quad (6.41)$$

A continuación se presentan las ecuaciones propuestas por Lie [13] para la variación de humedad en la sección, pero agregándole la transferencia de calor con convección y el factor de conversión de unidades. Los efectos de la humedad la sección están referidos a la situación de evaporación del agua atrapada en poros internos y externos en el hormigón, periodo en el

cual se absorbe todo el calor suministrado para el cambio fase líquido-gaseosa. Este periodo de evaporación va desde que se alcanza los 100°C hasta que el elemento quede seco.

Para los elementos ubicados en el límite entre el fuego y el hormigón a lo largo del eje x, el volumen de humedad está dado por:

$$V_{1,n} = \frac{(\Delta\xi)^2}{2} * \phi_{1,n} \quad (6.42)$$

donde

$V_{1,n}$ es el volumen de agua atrapado (m³) por unidad de longitud (m) en la celda (1,n)

$\phi_{1,n}$ es la concentración de humedad en el hormigón (fracción del volumen) en la celda (1,n)

$\Delta\xi$ es el ancho de la malla (m)

A partir de una ecuación de balance de calor se puede derivar que, por unidad de longitud de la columna, el Volumen $\Delta V_{1,n}$, evaporado en el tiempo Δt desde el elemento de hormigón, es:

$$\Delta V_{1,n} = \frac{3600 * \Delta t}{\rho_w \lambda_w} * \left\{ \left(\frac{k_{2,(n-1)}^j + k_{1,n}^j}{2} \right) * (T_{2,(n-1)}^j - T_{1,n}^j) + \left(\frac{k_{2,(n+1)}^j + k_{1,n}^j}{2} \right) * (T_{2,(n+1)}^j - T_{1,n}^j) + \sqrt{2} \varepsilon_f \varepsilon_c \sigma \Delta \xi \left[(T_f^j + 273)^4 - (T_{1,n}^j + 273)^4 \right] + \Delta \xi * \alpha_c * (T_f^j - T_{m,N}^j) \right\} \quad (6.43)$$

donde además de los parámetros ya mencionados con anterioridad, tenemos:

$\Delta V_{1,n}$ volumen evaporado de agua por unidad de longitud de la columna (m³/m)

Δt lapso de tiempo (h)

λ_w es el calor de vaporización del agua (J/Kg). $\lambda_w = 2.3 * 10^6$ [Lie]

Para los elementos ubicados en el límite entre el fuego y el hormigón a lo largo del eje y, el volumen inicial de humedad está dado por:

$$V_{m,N} = \frac{(\Delta\xi)^2}{2} * \phi_{m,N} \quad (6.44)$$

A partir de una ecuación de equilibrio térmico puede deducirse que, por unidad de longitud de la columna, el volumen $\Delta V_{m,N}$ evaporado en el tiempo Δt desde el elemento de hormigón es:

$$\Delta V_{m,N} = \frac{3600 * \Delta t}{\rho_w \lambda_w} * \left\{ \left(\frac{k_{(m-1),(N-1)}^j + k_{m,N}^j}{2} \right) * (T_{(m-1),(N-1)}^j - T_{m,N}^j) + \left(\frac{k_{(m+1),(N-1)}^j + k_{m,N}^j}{2} \right) * (T_{(m+1),(N-1)}^j - T_{m,N}^j) + \sqrt{2} \varepsilon_f \varepsilon_c \sigma \Delta \xi \left[(T_f^j + 273)^4 - (T_{m,N}^j + 273)^4 \right] + \Delta \xi * \alpha_c * (T_f^j - T_{m,N}^j) \right\} \quad (6.45)$$

Para los elementos de hormigón dentro de la columna, el volumen inicial de humedad viene dado por:

$$V_{m,n} = \frac{(\Delta\xi)^2}{2} * \phi_{m,n} \quad (6.46)$$

Del mismo modo, tal como para los elementos de hormigón superficiales, se puede derivar que, por unidad de longitud de la columna, el volumen $\Delta V_{m,n}$ evaporado en el tiempo Δt está dado por:

$$\Delta V_{m,n} = \frac{3600 \cdot \Delta t}{\rho_w \lambda_w} * \left[\left(\frac{k_{(m-1),(n-1)}^j + k_{m,n}^j}{2} \right) * (T_{(m-1),(n-1)}^j - T_{m,n}^j) + \left(\frac{k_{(m+1),(n-1)}^j + k_{m,n}^j}{2} \right) * (T_{(m+1),(n-1)}^j - T_{m,n}^j) + \left(\frac{k_{(m-1),(n+1)}^j + k_{m,n}^j}{2} \right) * (T_{(m-1),(n+1)}^j - T_{m,n}^j) + \left(\frac{k_{(m+1),(n+1)}^j + k_{m,n}^j}{2} \right) * (T_{(m+1),(n+1)}^j - T_{m,n}^j) \right] \quad (6.47)$$

Por otro lado, en el artículo “Nonlinear analysis of reinforced concrete cross-sections exposed to fire” publicado en el 2007 por Daniel Di Capua y Antonio R. Mari, investigadores de la Universidad Politécnica de Cataluña plantea que por evidencia experimental la temperatura a la cual hierve el agua de los poros en el hormigón varía de los 100 a 140°C, con lo cual propone de manera simplificada la ecuación (6.48) [52]:

$$\phi(T) = \begin{cases} \phi_0 & T \leq 100^\circ\text{C} \\ \phi_0 * \left[1 - \frac{T-100}{40} \right] & 100^\circ\text{C} < T \leq 140^\circ\text{C} \\ 0 & T > 140^\circ\text{C} \end{cases} \quad (6.48)$$

Donde ϕ_0 es el contenido de humedad inicial

T es la temperatura en °C

Por lo tanto la ecuación (6.48) es una alternativa a las ecuaciones propuestas por Lie [13] para el cálculo de la variación de humedad en la sección de hormigón.

También es importante señalar que el EUROCÓDIGO 2 [5] permite superponer el calor latente debido a la evaporación del agua libre a la ecuación de modelado del calor específico del hormigón (apartado 5.1). Por lo tanto, si se trabaja con las ecuaciones del calor específico que ya tienen en sus bases considerado este calor latente, se deberá suponer en el hormigón una humedad inicial igual a cero ($\phi_0 = 0$) en las ecuaciones de incremento de temperatura de Lie [13].

- Elementos finitos

Se denominan elementos finitos a la discretización de un objeto en un número limitado de superficies (objetos 2D) o volúmenes (objetos 3D) elementales. La forma de estas superficies o volúmenes son simples y están dados por la unión de puntos distribuidos por el usuario en la superficie o volumen analizado; estos puntos se denominan nodos. [47]

El programa de elementos finitos en el cual se centrará este apartado corresponde al software SAFIR [53], programa diseñado en la Université de Liège, el cual es un programa computacional que modela el comportamiento de estructuras de edificaciones expuestas al fuego. Las estructuras pueden estar fabricadas con un esqueleto 3D de elementos lineales como vigas y columnas, en conjunto con elementos planos tales como losas o muros (Fig. 6.8), aunque también permite el análisis de elementos volumétricos como es el caso de los detalles estructurales tales como los conectores (Fig. 6.9). Así también el programa contempla el diseño de estructuras con materiales tales como el acero, hormigón, madera, aluminio y yeso, de manera individual o combinada.[54]

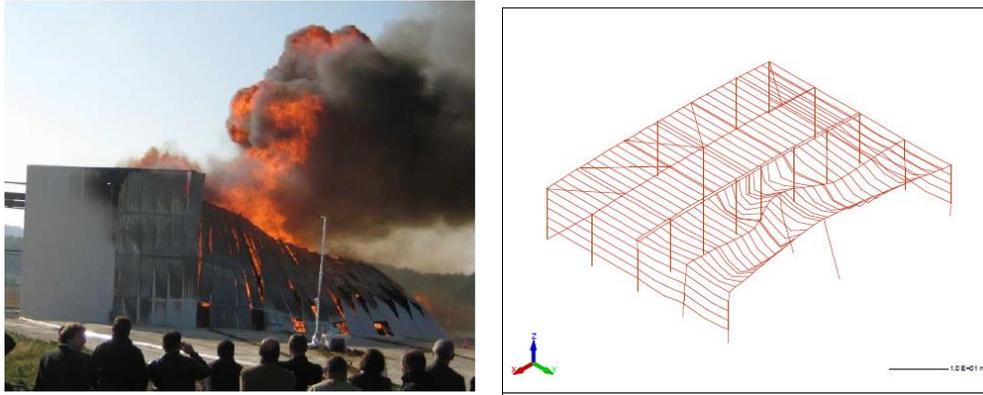


Fig. 6.8 Esqueleto 3D de elementos lineales, DIAMOND para SAFIR. [54]

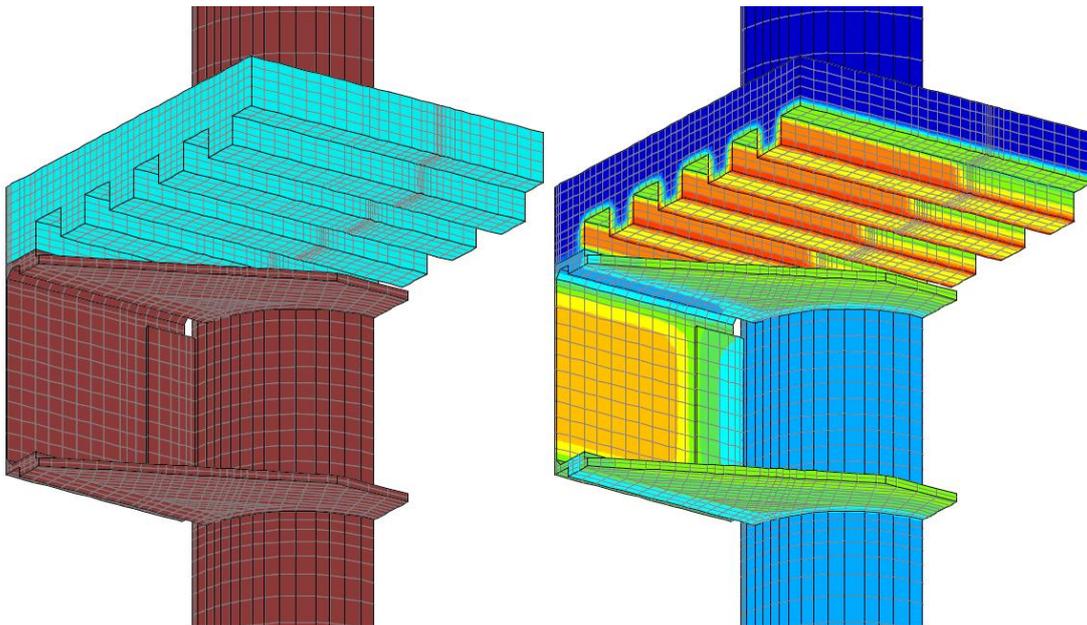


Fig. 6.9 Cálculo térmico 3D. Unión acero-hormigón, DIAMOND para SAFIR. [54]

En la Fig. 6.10 se muestran 3 distintas discretizaciones para un elemento 2D. A la izquierda se observa el número de nodos y a la derecha los elementos finitos que pueden ser triángulos y/o cuadriláteros, ya que SAFIR solo une linealmente los nodos. Por otro lado también se puede definir el tamaño de malla, de acuerdo a la precisión requerida por el usuario y tiempo de cálculo computacional máximo aceptable, tal y como se muestra en la Fig. 6.11. Una buena selección de la forma y tamaño de malla permiten obtener resultados más precisos, ya que además de tener mayor cantidad de datos permiten adaptarse mejor a la forma real del elemento (Fig. 6.12).

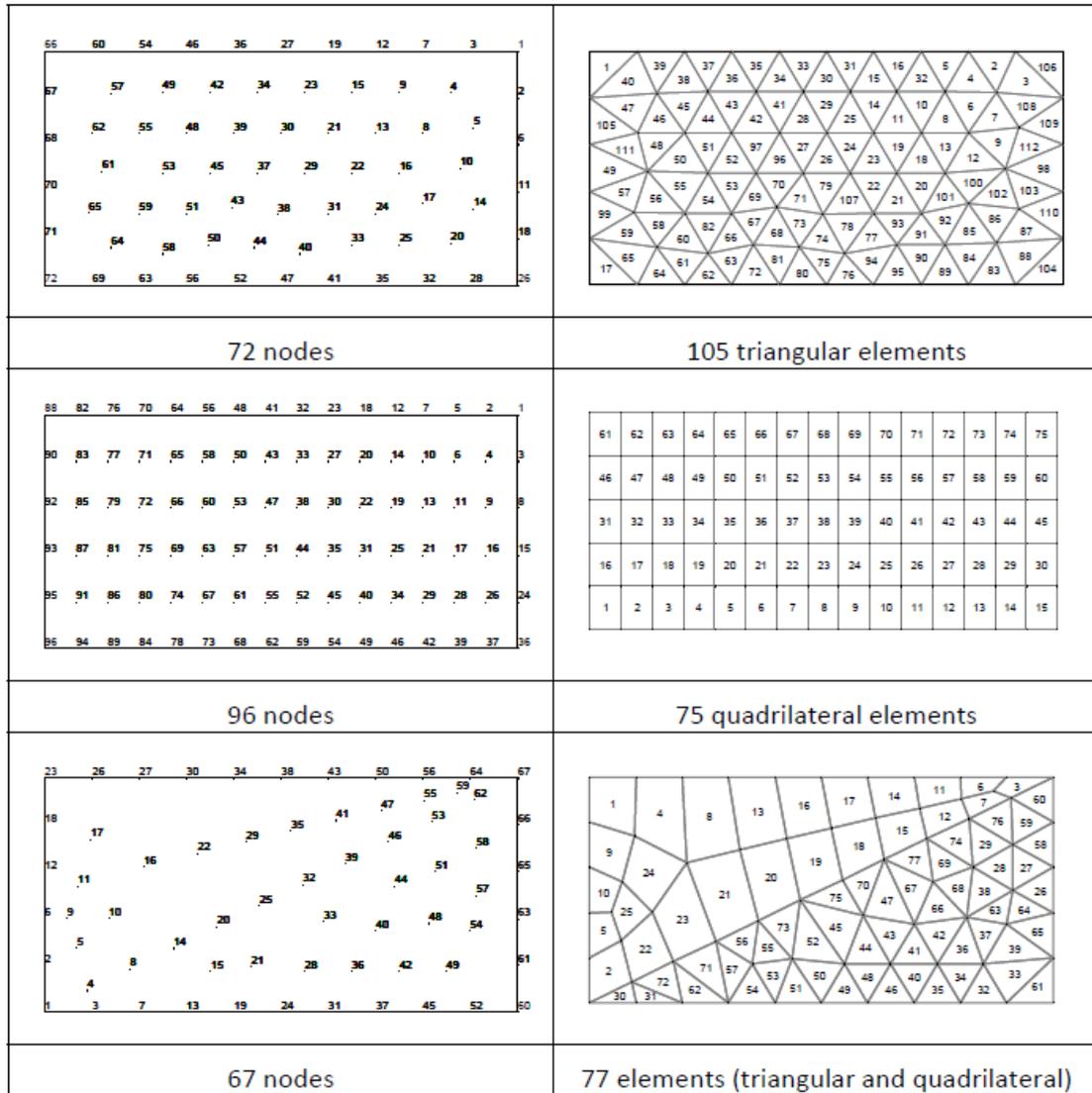


Fig. 6.10 Tres distintas discretizaciones. [47]

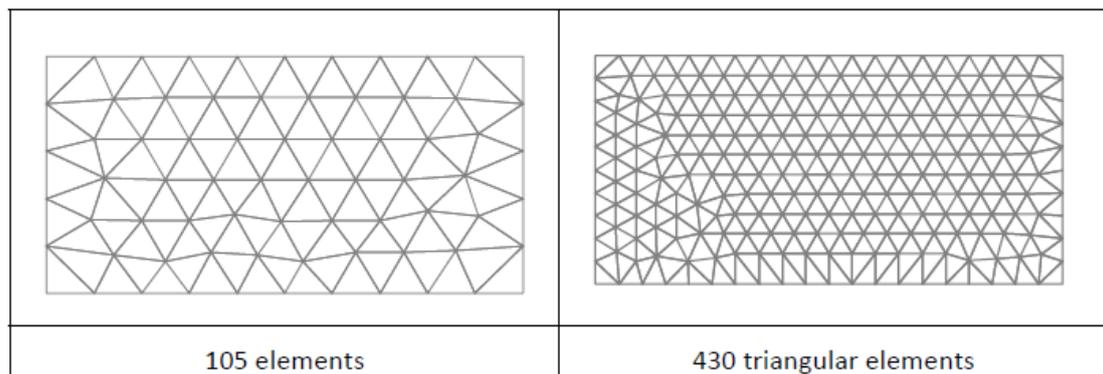


Fig. 6.11 Tamaños de malla en un elemento rectangular. [47]

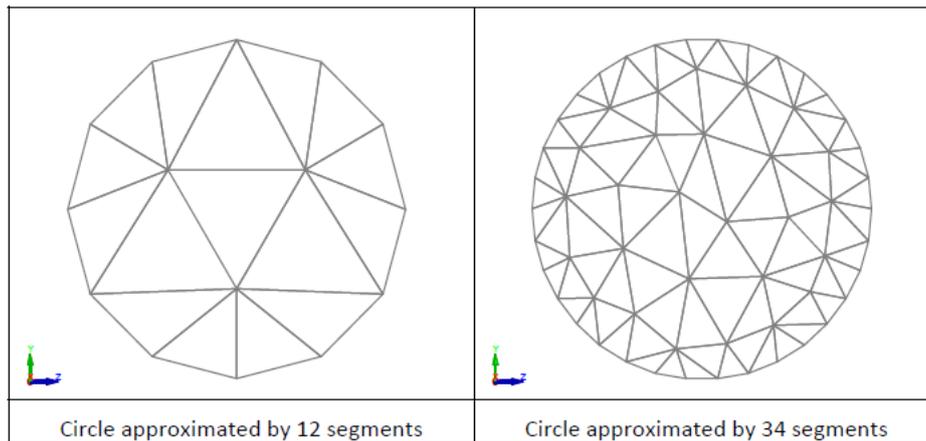


Fig. 6.12 Diferentes tamaños de malla en un elemento circular. [47]

Con respecto a las propiedades de los materiales para el análisis térmico-mecánico, SAFIR se rige por un Manual de propiedades de materiales cuyos autores son Thomas Gernay y Jean-Marc Franssen, pertenecientes a la Université de Liège- ArGenCo- Structural Engineering. [55]

6.2 Validación de los modelos térmicos

A continuación se evaluará la aplicación de variados modelos térmicos a una sección de hormigón, los cuales serán validados con resultados experimentales de bibliografía especializada en el área.

En total se presentarán en este trabajo 11 modelos térmicos de los cuales 2 corresponden a modelos simplificados [11] [12] y los otros 9 a modelos térmicos de diferencias finitas de Lie [13] con variantes en las propiedades térmicas de los materiales y/o modelación higr-térmica. Los modelos basados en Lie [13] (Tabla 6.2) primeramente serán reducidos a solo uno, mediante una validación realizada con los datos experimentales anexos a la misma publicación en la que Lie presentó su modelo térmico de diferencias finitas y luego este modelo seleccionado será contrastado con los modelos simplificados de Wickström y Kodur y finalmente el que tenga las mejores predicciones de temperaturas será el usado para el análisis termo-mecánico de secciones de hormigón, calculados en los apartados siguientes.

Tabla 6.2 Modelos térmicos basados en Lie.

Modelo	calor específico/capacidad térmica del hormigón		Variación de la humedad	Conductividad térmica		Observaciones generales
	Fuente	Observación		Fuente	Observación	
1	EC2	$u=0\%$	No varía	EC2	Límite inferior	No real
2	EC2	$u=0\%$	Variable	EC2	Límite inferior	---
3	EC2	$u>0\%$	Fija	EC2	Límite inferior	---
4	Lie	$u=0\%$	Variable	Lie	Curva única	Modelo 4 y 5 son iguales
5	Lie	$u=0\%$	Variable	Lie	Curva única	
6	Lie	$u=0\%$	Variable	EC2	Límite inferior	Modelo 6 y 7 son iguales
7	Lie	$u=0\%$	Variable	EC2	Límite inferior	

8	Lie	u=0 %	Di Capua Variable Lie	EC2	Límite superior	Modelo 8 y 9 son iguales
9	Lie	u=0 %	Variable Di Capua	EC2	Límite superior	

Nota: u es el porcentaje de humedad inicial en el hormigón (ver Fig. 5.1).

En la primera columna de la Tabla 6.2 se enumera el modelo. A continuación, en la columna combinada aledaña, se muestra el modelo usado para obtener el calor específico del hormigón o capacidad térmica del hormigón según sea el caso, donde se especifica si la fuente de la propiedad se extrajo de [5] o [13] y una pequeña observación sobre la humedad inicial implicada en la propiedad, la cual para todos los modelos fue considerada de manera explícita en el modelo térmico de Lie (por lo tanto la humedad no se considera en el modelo de esta propiedad), salvo el modelo N°3 el cual considera esta agua libre de manera implícita en esta propiedad térmica del material (calor específico). En la columna N°4 se define el mecanismo de cálculo para la pérdida de agua libre por el aumento de la temperatura, donde para el modelo N°1 se mantuvo fijo, o sea, la humedad inicial del hormigón se conserva (esto no sucede en la realidad, pero podría ser analizado de esta forma para ver su influencia en los modelos térmicos), para el modelo N°3 la humedad inicial en el modelo de Lie es cero (ya que como se mencionó esta pérdida de agua física está considerada en la propiedad del calor específico) y para todos los otros modelos térmicos se explicita si se usa el modelo higr-térmico de Lie [13] o de Di Capua [52]. Con respecto a la conductividad térmica se muestra si se aplicó la propiedad térmica expuesta por Lie o el EUROCODIGO 2, y además en las observaciones se especifica si se usó el límite inferior o superior de la banda. Por último, en las observaciones generales se indica si los modelos térmicos cuya única diferencia con otro modelo es el cálculo higr-térmico, dan resultados aproximadamente iguales y por lo tanto basta utilizar solo uno de los dos.

Los modelos térmicos de la Tabla 6.2 se contrastaron con los resultados experimentales de 2 columnas de hormigón armado, disponibles en [13].

En la columna N° 1 de sección transversal 305x305mm y altura de 3810mm se ubicaron termopares en 3 niveles: A-B-C (Fig. 6.13). La posición de los termopares se puede ver en la Fig. 6.14.

Para la columna N°2 de dimensiones idénticas a la columna N°1, la posición de los termopares se puede observar en la Fig. 6.15. Ambas columnas estuvieron expuestas a un fuego estándar ASTM E119, cuyas curvas de calentamiento en el horno para la columna N°1 y columna N°2 se pueden ver en las Fig. 6.16 y Fig. 6.17, respectivamente.

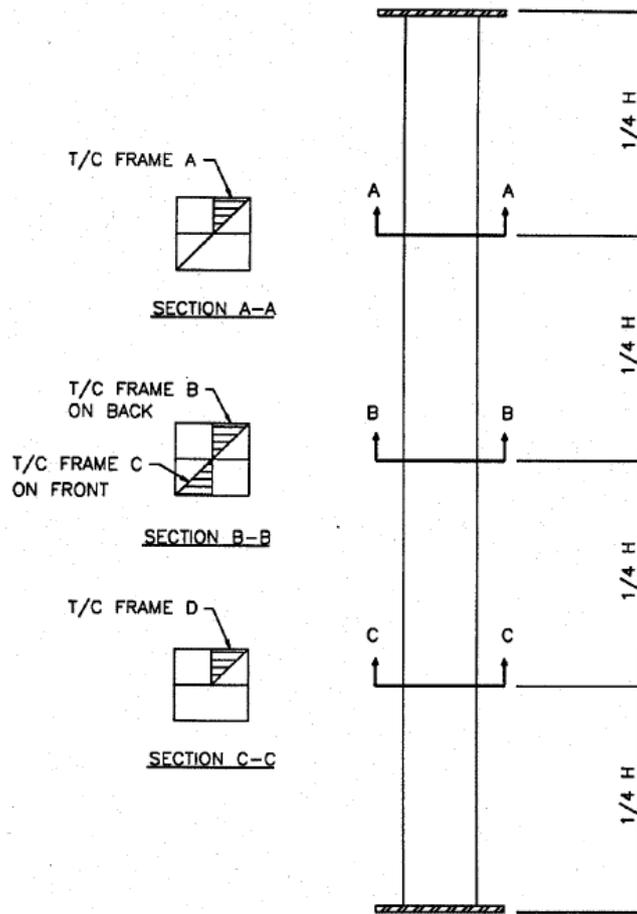


Fig. 6.13 Ubicación de las secciones medidas en la columna N° 1 de Lie. [56]

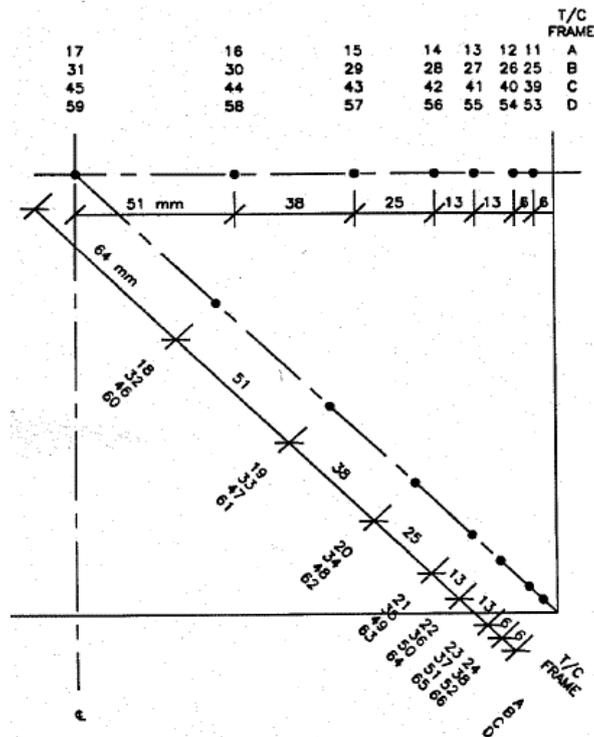


Fig. 6.14 Posiciones de los termopares en las secciones A-B-C de la columna N° 1 de Lie. [56]

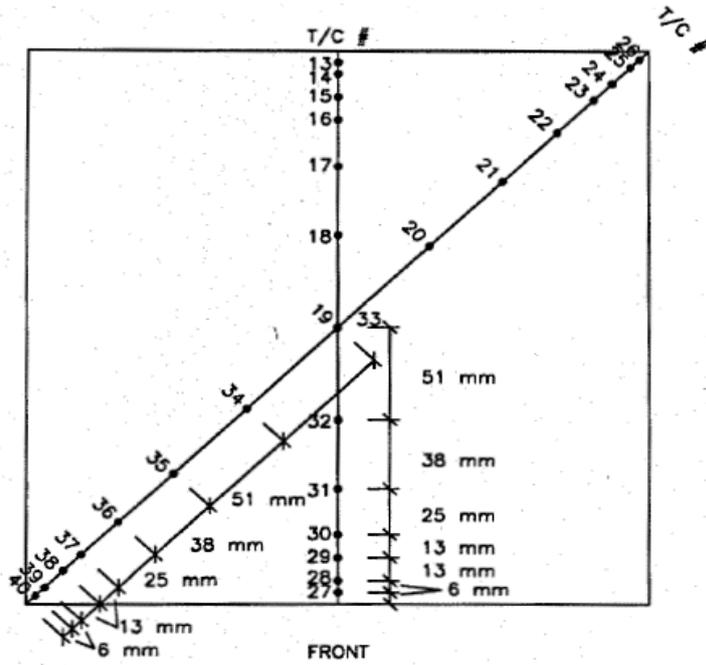


Fig. 6.15 Posición de los termopares en las secciones de la columna N° 2 de Lie [56]

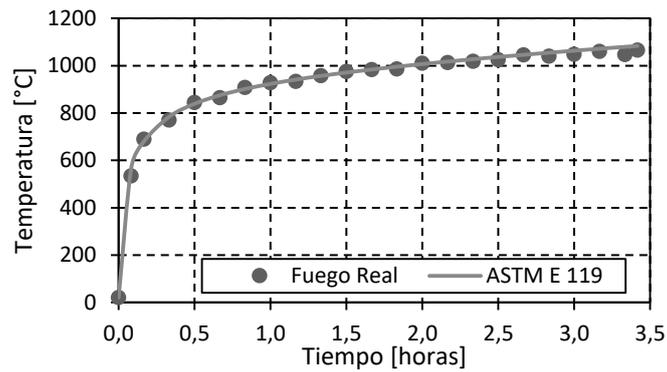


Fig. 6.16 Curvas de calentamiento columna N°1. Temperaturas registradas en el horno y Curva estándar ASTM E119 .[56]

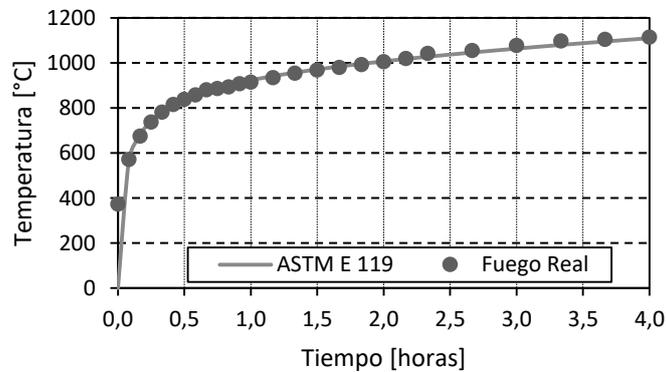


Fig. 6.17 Curvas de calentamiento columna N°2. Temperaturas registradas en el horno y Curva estándar ASTM E119 .[56]

En la Fig. 6.18 se muestran los errores medios en las predicciones de temperaturas para los termopares ubicados en las áreas sombreadas A-B-C-D repartidas en las secciones A-B-C de la columna N°1. En paralelo en la Fig. 6.19 están representados los errores medios en las predicciones de temperaturas para los termopares de la columna N°2.

El error medio de predicción de temperaturas se calculó de acuerdo a la ecuación (6.49):

$$MEDIA DE ERRORES = \sum_{i=1}^n \frac{T_{ti} - T_{pi}}{n} \quad (6.49)$$

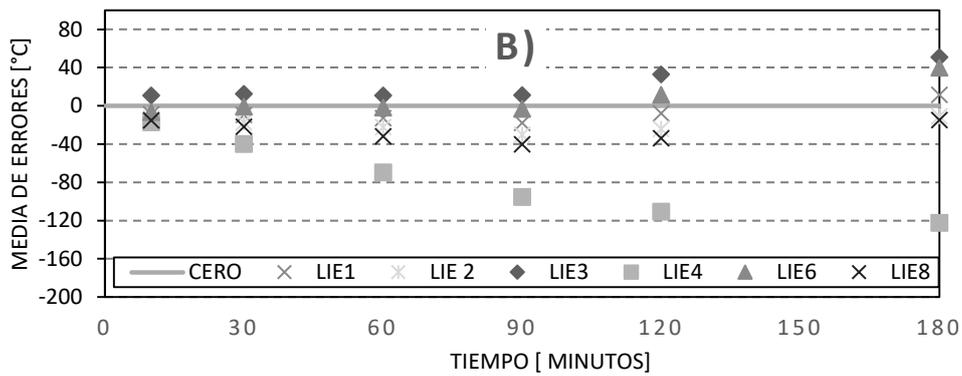
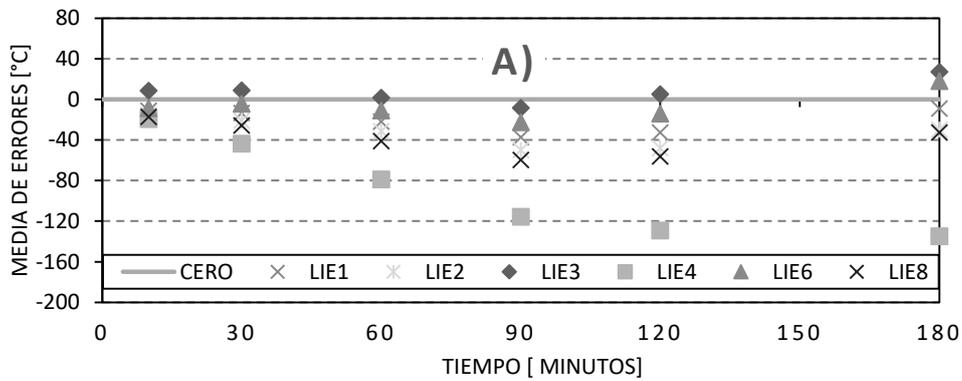
Donde

T_t es la temperatura entregada por el termopar (°C)

T_p es la temperatura predicha por el modelo térmico (°C)

n es el número de termopares

Las temperaturas contrastadas corresponden a tiempos de exposición al fuego estándar ASTM E119 para 10, 30, 60, 90, 120 y 180 minutos. Los modelos térmicos se nombran de la siguiente manera: LIE+N° del modelo, ejemplo LIE1= Modelo N° 1 de la Tabla 6.2.



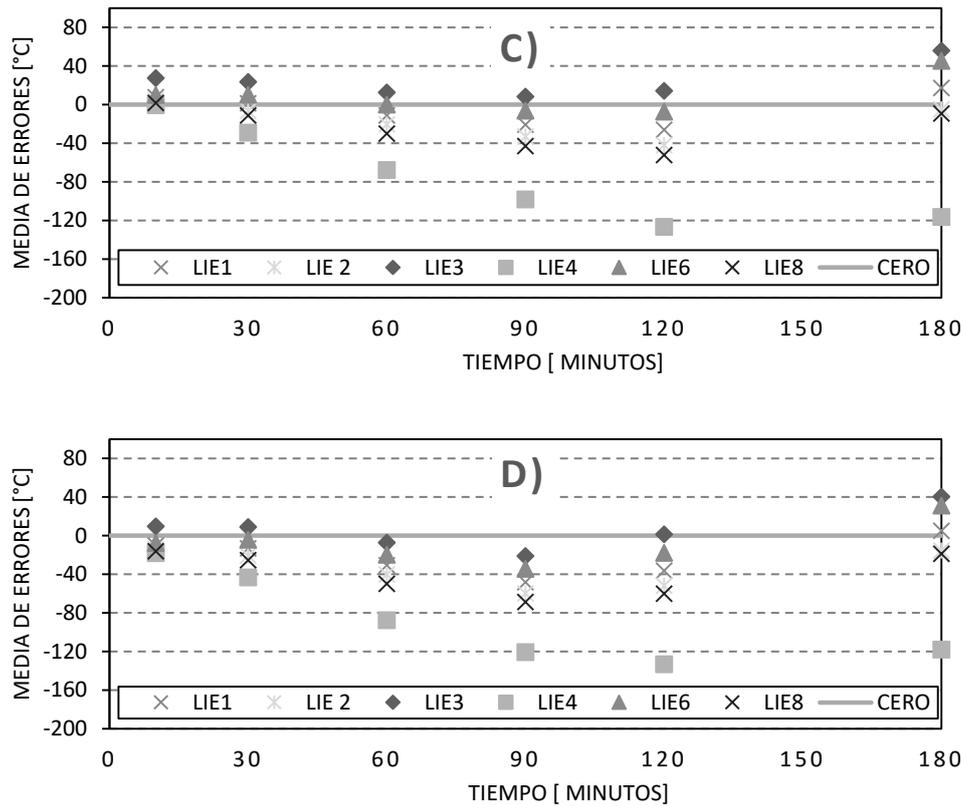


Fig. 6.18 Media de errores de predicciones de temperaturas en la columna N°1. a) Área sombreada A, b) Área sombreada B, c) Área sombreada C, y d) Área sombreada D.

En la Fig. 6.18, se observa que la tendencia de todos los modelos térmicos es predecir temperaturas mayores a los registrados por los termopares. También es necesario destacar los modelos LIE3 y LIE4, ya que estos estrictamente acogen en conjunto las propiedades térmicas del EC2 [5] y del artículo de Lie [13], pueden ser considerados como los representativos de los modelos térmicos normativos del EUROCÓDIGO 2 y ASCE, respectivamente.

Claramente se observa (Fig. 6.18) que entre LIE3 y LIE4 hay una diferencia considerable en las predicciones, donde el modelo LIE3 es el que mejor se ajusta a los datos experimentales y LIE4 es el que predice temperaturas con un nivel de seguridad mayor a todos los otros modelos térmicos. El resto de los modelos predicen temperaturas limitadas por los modelos LIE3 y LIE4.

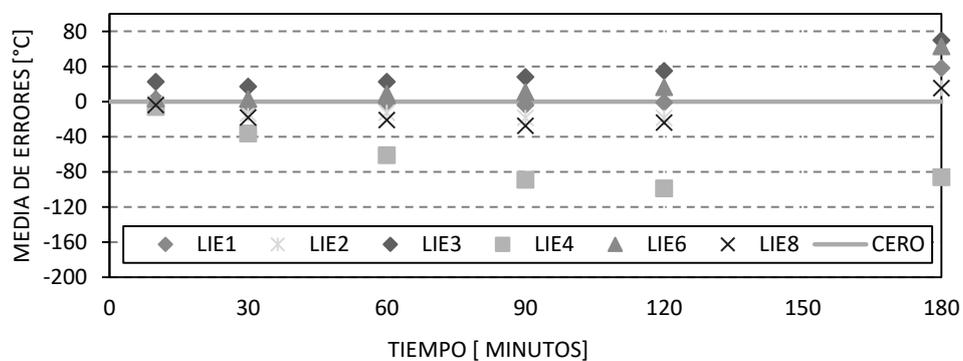


Fig. 6.19 Media de errores de predicciones de temperaturas en la columna N°2.

Con respecto a la validación de los modelos térmicos con la columna N°2, en la Fig. 6.19 se pueden observar las mismas características descritas antes para la columna N°1, pero levemente desplazada hacia el lado de la inseguridad para los modelos LIE1, LIE3 y LIE6 para tiempos de exposición al fuego mayores a 2 horas. Dado el mayor nivel de inseguridad observado en la columna N°2 en algunos modelos térmicos, en la Fig. 6.20 se grafica la variabilidad en las predicciones obtenidas para los modelos de mejor ajuste.

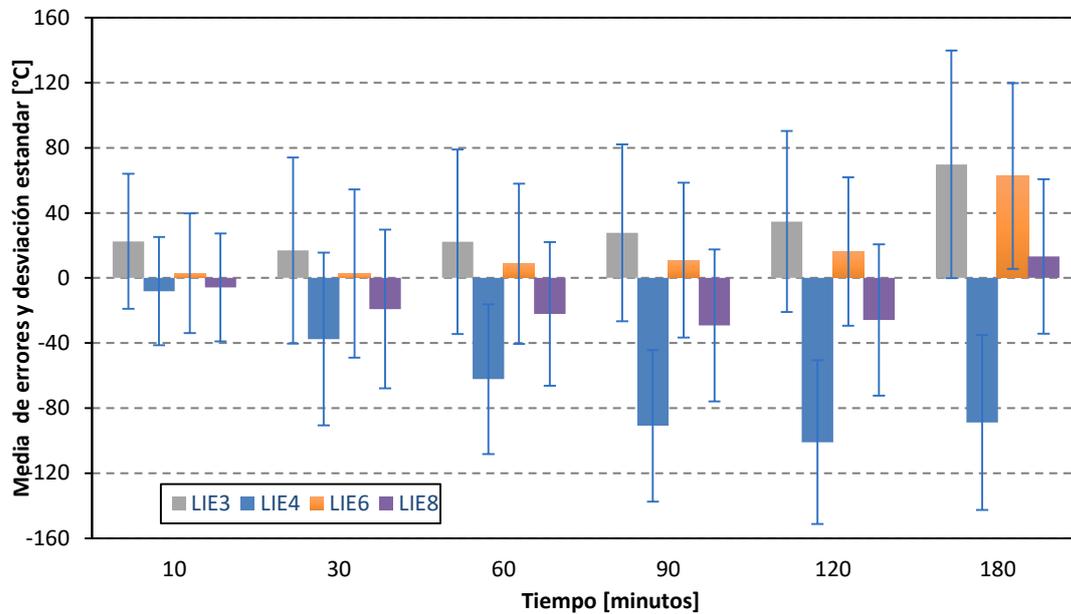


Fig. 6.20 Media de errores de predicciones de temperatura y desviación estándar. Columna N°2.

Principalmente, en la Fig. 6.20 se observa que existe una gran variabilidad en el error medio de las predicciones de temperaturas, donde además destaca el modelo LIE8 como el de mejor relación entre precisión y variabilidad.

También a modo de referencia se presentan las isotermas disponibles en el “anexo A del EUROCÓDIGO 2” [5] (Fig. 6.21) y la disponible en “ASCE Manual and Report on Engineering Practice N°78. Structural fire protection” [9] (Fig. 6.22) para un tiempo de exposición al fuego de 2 horas. Además en la figura N°38 se superponen ambos ejemplos normativos de isotermas, con la intención de contrastar las diferencias entre ambos resultados.

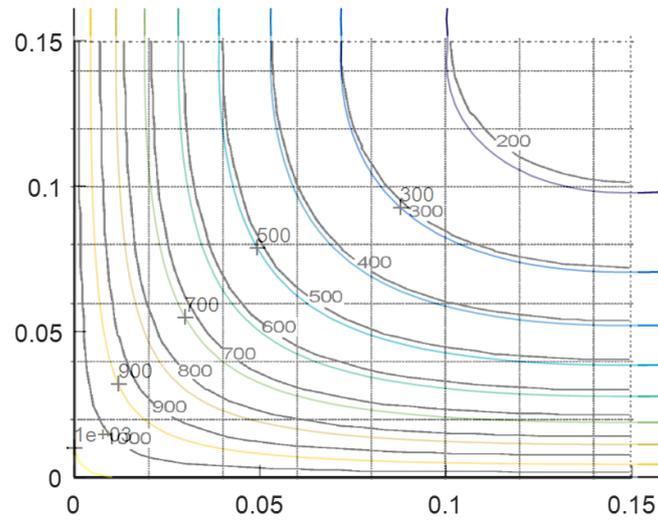


Fig. 6.21 Superposición de isotermas EC2- LIE3 para una sección de hormigón de 300x300mm y un tiempo de exposición al fuego de 2 horas.

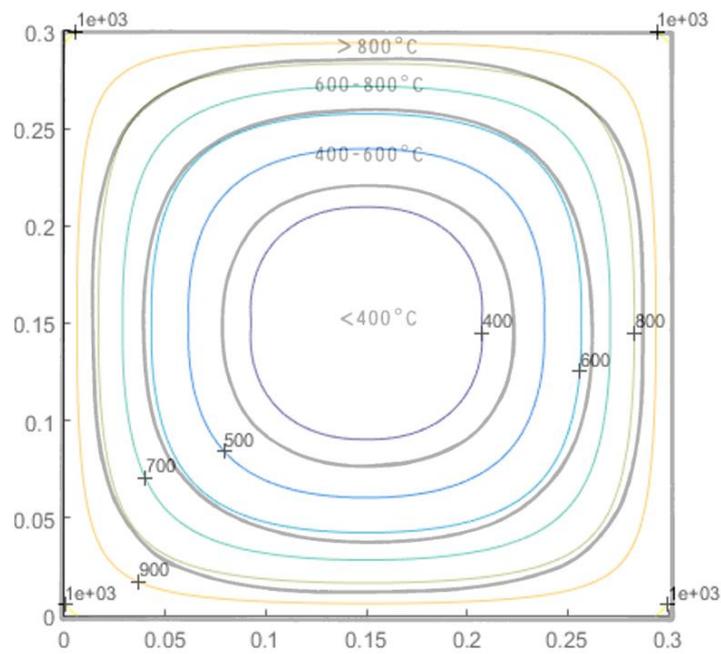


Fig. 6.22 Superposición de isotermas ASCE- LIE4 para una sección de hormigón de 300x300mm y un tiempo de exposición al fuego de 2 horas.

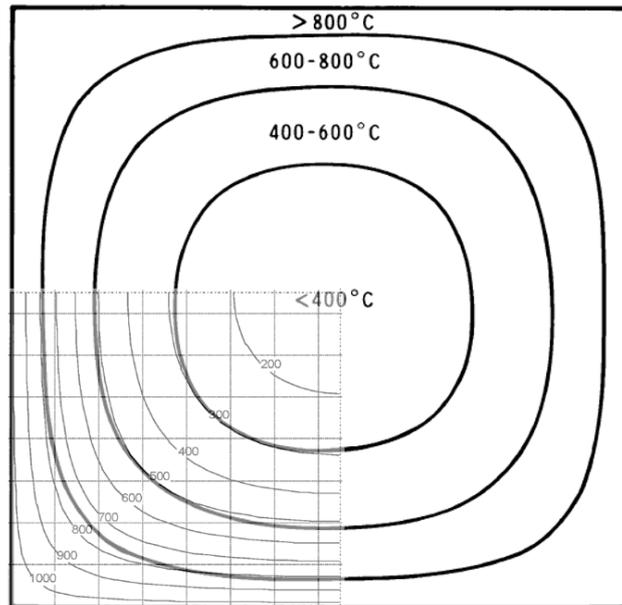


Fig. 6.23 Superposición de isotermas ASCE- EC2 para una sección de hormigón de 300x300mm y un tiempo de exposición al fuego de 2 horas.

En la Fig. 6.21 se observa un cuarto de sección de hormigón armado de 300x300mm con las isotermas obtenidas en el anexo A del EUROCÓDIGO 2 (color negro) y el modelo térmico LIE3 (isotermas de colores). Si bien las isotermas no se ajustan del todo entre ellas, si es preciso aseverar que las diferencias son mínimas. En cuanto a la Fig. 6.22 se hace el mismo ejercicio de comparar isotermas pero con el Manual de la ASCE, donde se observa que las isotermas del modelo térmico LIE4 (isotermas de colores) se ajustan muy bien a las isotermas del manual de la ASCE.

Por último en la Fig. 6.23 al comparar ambos ejemplos normativos de isotermas para una misma sección y tiempo de exposición al fuego (distintas curvas de calentamiento, pero similares [ASTM E119 e ISO 834]), claramente se observa que el modelo de la ASCE tiene un calentamiento de la sección más rápido, lo que en gran medida se debe a las diferencias percibidas en las curvas de comportamiento de la conductividad térmica del hormigón propuesta en cada normativa. Por lo mismo es que entre los modelos térmicos analizados en la Tabla 6.2 se obtienen resultados con grandes diferencias entre ellos.

En conclusión por el lado de la seguridad el modelo térmico de diferencias finitas de Lie seleccionado será el modelo N°8 (LIE8) y en algunos casos se usará el modelo LIE3 para efectos de comparar resultados con otros autores que basan sus modelos en propiedades propuestas por el EUROCÓDIGO 2.

Por último en la Fig. 6.24 se presenta una comparación entre las temperaturas predichas por el modelo térmico LIE8 y las registradas en los termopares en las columnas N°1 y N°2 de Lie [13], además de líneas de margen de error de $\pm 10\%$.

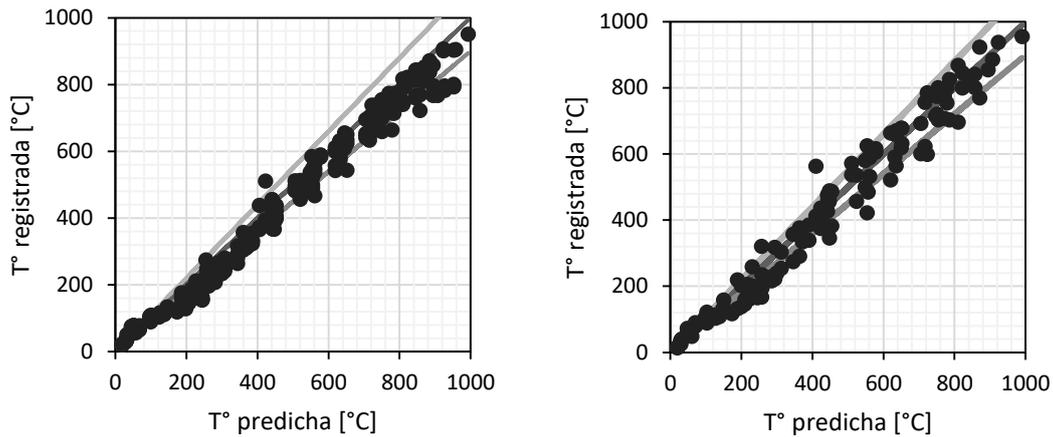


Fig. 6.24 Comparación entre temperaturas predichas por el modelo térmico LIE8 y temperaturas registradas por termopares. A la izquierda resultados de la columna N°1 y a la derecha de la columna N°2 de Lie [13].

En ambas gráficas (Fig. 6.24) se observa que el modelo térmico LIE8 tiene una buena precisión (error acotado al 10%) y que, en general, las temperaturas predichas tienen un error por el lado de la seguridad, lo cual confirma lo planteado con anterioridad.

En la segunda parte de la validación de los modelos térmicos, se considerará el modelo térmico de diferencias finitas LIE8 y los modelos simplificados de Wickstöm y Kodur. Esta validación se realizará con reportes internos de la “National Research Council Canada. Institute for Research in Construction” [57] [58].

En la Fig. 6.25 se muestran las 2 posiciones analizadas, donde se ubican algunos termopares en una sección de hormigón de 305x305mm. La sección mostrada corresponde a una columna de hormigón armado expuesto a un fuego estándar ASTM E119, denominada por el investigador como columna N°1 de la Serie I y secciones A, B, C disponible en el reporte experimental de Lie y Woollerton [57].

Las especificaciones de la columna analizada corresponden a un hormigón de resistencia normal, con áridos silíceos y un porcentaje de humedad del 5%.

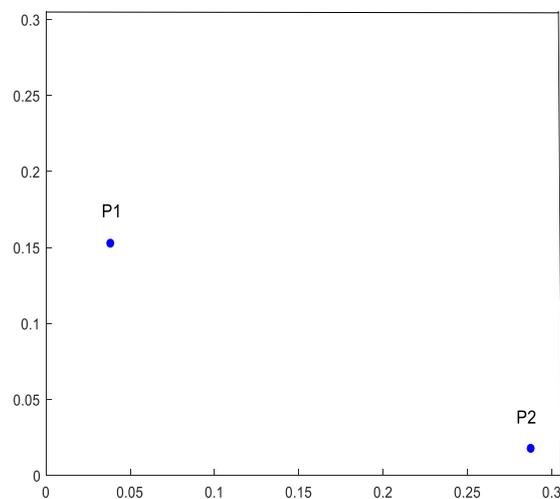


Fig. 6.25 Posición de termopares columnas Serie I Columna 1-A, 1-B y 1C de Lie y Woollerton [57].

En la Fig. 6.26 se muestran las temperaturas registradas por los termopares ubicados en la columna N° 1 en la posición 1 y 2 en las secciones A-B-C, cuyas secciones estaban equidistantes entre ellas.

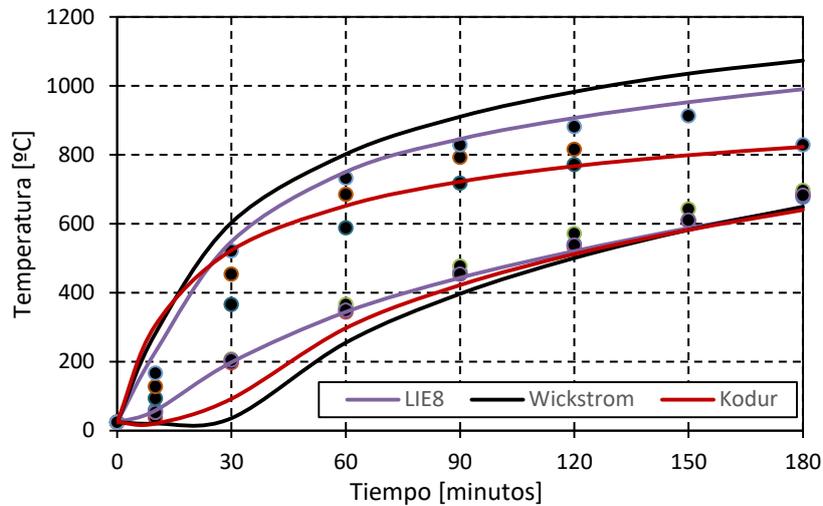


Fig. 6.26 Comparación entre valores experimentales de Lie y Woollerton y los modelos térmicos simplificados y de diferencias finitas.

Se observa que en la serie de datos de la zona superior de la gráfica (termopares de la posición P2) muestran una variabilidad significativa según la altura en que se ubique la sección donde están los termopares, y que el modelo que mejor predice corresponde al modelo de diferencias finitas LIE8. En cuanto a los registros de la posición P1 (puntos en la zona inferior de la gráfica), la variabilidad en los registros de temperaturas es baja y los tres modelos térmicos analizados muestran predicciones similares, pero nuevamente el modelo que se ajusta mejor a los datos experimentales es el modelo LIE8. Con respecto a los niveles de ajuste de cada modelo térmico analizado se pueden observar en la Fig. 6.27, donde se representan además las líneas de margen de error de $\pm 10\%$.

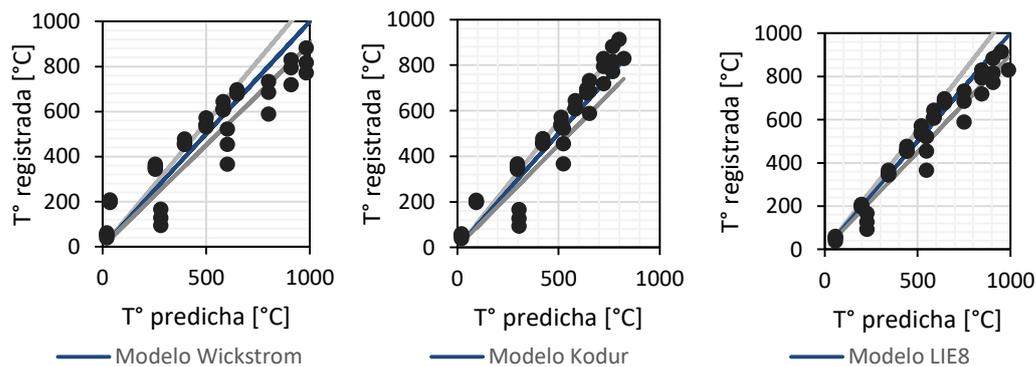


Fig. 6.27 Comparación entre temperaturas predichas por el modelo térmico de Wickström (izquierda), Kodur (centro) y LIE8 (derecha) y temperaturas registradas por los termopares [57].

Se puede observar en la Fig. 6.27 que el modelo térmico que tiene las mejores predicciones es el modelo LIE8. En cuanto a los modelos simplificados, se obtienen buenas predicciones pero con un error mayor al del modelo de diferencias finitas.

A continuación se presentará una segunda validación con el reporte experimental titulado "Fire resistance of High- Performance Concrete Columns" de Kodur et al. [58]. Los datos extraídos corresponden a los obtenidos para la columna TNC1 de la serie I, el cual tenía las siguientes características: Hormigón de resistencia normal con áridos silíceos y una sección de 0.305x0.305m.

En la Fig. 6.28 se muestran las posiciones de los termopares en la columna TNC1 y en la Tabla 6.3 las coordenadas de los termopares y las temperaturas registradas por los termopares a diferentes tiempos de exposición a la curva de fuego estándar ASTM E119 (expuesto al fuego por las 4 caras).

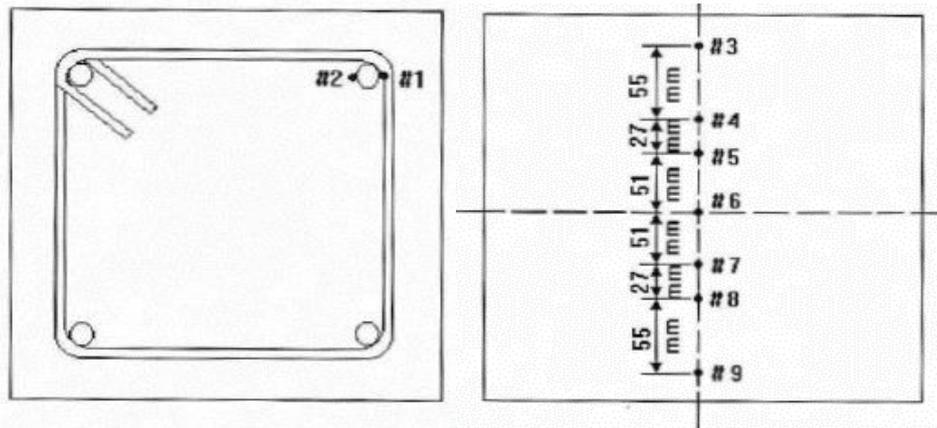


Fig. 6.28 termopares en la columna TNC1. [58]

Tabla 6.3 Resultados experimentales termopares columna TNC1.

Serie I	columna	Nodo	Coordenadas		Tiempos (min)							
			x(m)	y(m)	0	10	30	60	90	120	150	180
TNC1		9	0,0195	0,1525	21	124	314	458	552	602	649	721
TNC1		8	0,0745	0,1525	21	26	100	125	193	224	270	365
TNC1		3	0,0195	0,1525	21	70	181	311	416	500	567	632
TNC1		4	0,0745	0,1525	21	22	60	107	139	182	243	317
TNC1		1	0,048	0,0605	21	23	111	142	226	309	384	454
TNC1		2	0,073	0,0605	21	23	108	139	220	303	378	446

En las 4 gráficas de la Fig. 6.29 se comparan las temperaturas registradas por los termopares y obtenidas con los modelos térmicos analizados en este trabajo.

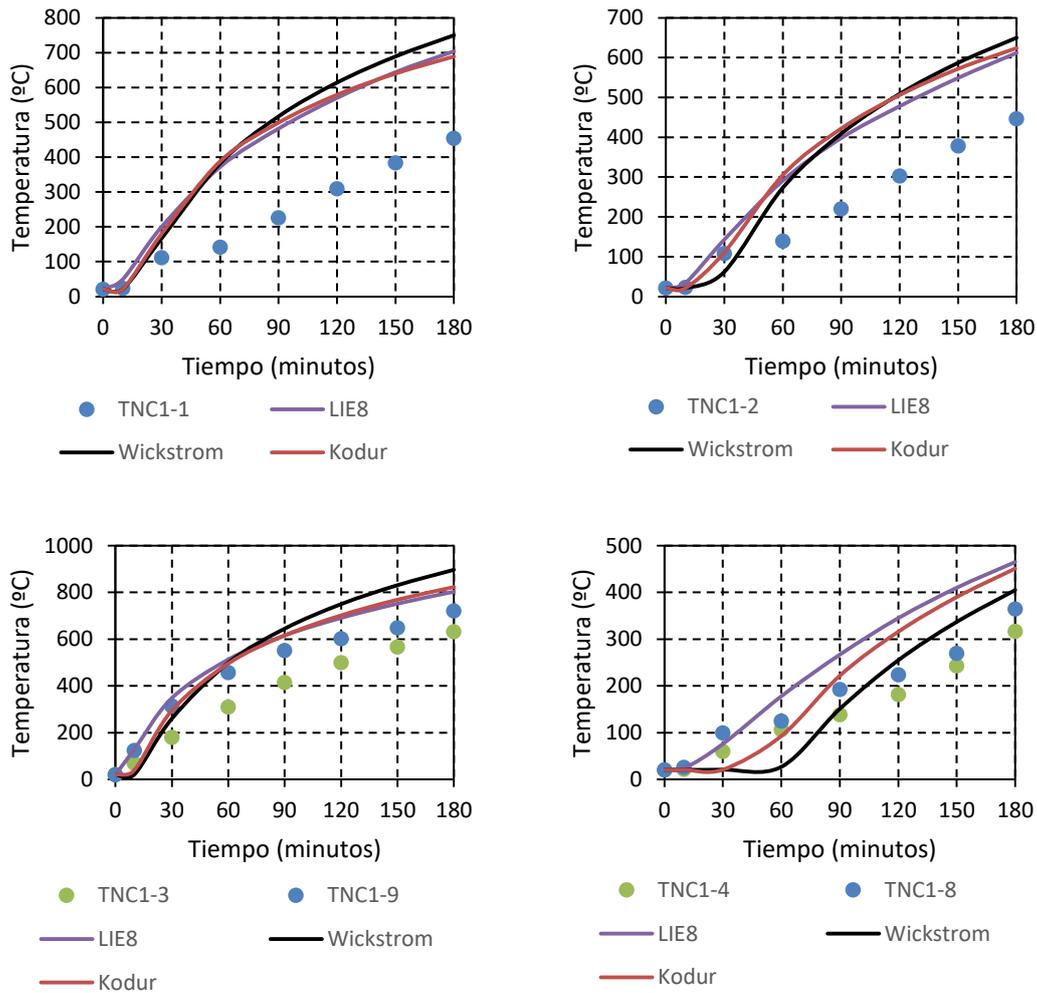


Fig. 6.29 Comparación entre valores experimentales de Kodur et al. y los modelos térmicos simplificados y de diferencias finitas.

Se observa (Fig. 6.29) que las temperaturas registradas por los termopares son inferiores a las predichas por los 3 modelos, pero en sí siguen las mismas tendencias con el aumento del tiempo de exposición al fuego. En la Fig. 6.30 se grafica la precisión de cada modelo térmico con respecto a los resultados experimentales de la columna TNC1.

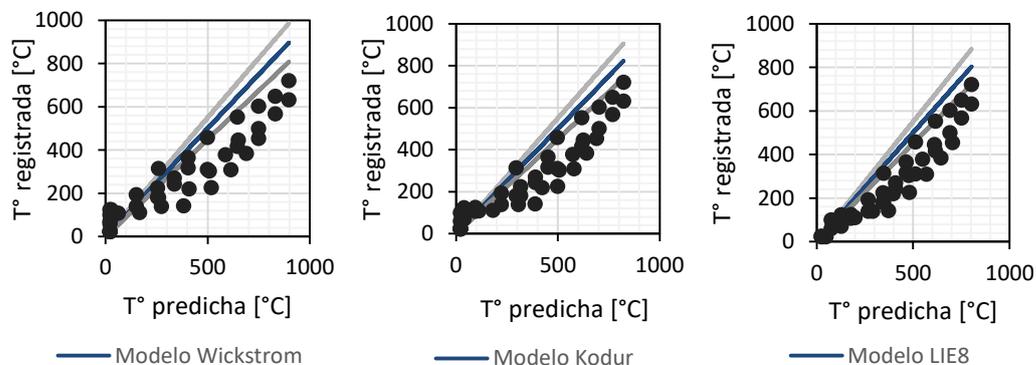


Fig. 6.30 Comparación entre temperaturas predichas por el modelo térmico de Wickström (izquierda), Kodur (centro) y LIE8 (derecha) y temperaturas registradas por termopares [58].

En los tres modelos térmicos analizados en la Fig. 6.30 se observa que las temperaturas predichas son mayores a las registradas por los termopares, por lo que no se podría aseverar que sean unos buenos predictores de esta columna.

Al considerar en conjunto los resultados experimentales de estos 3 reportes experimentales, se puede concluir que el modelo térmico LIE8 es un buen predictor en 2 de ellos y en el último tendría un error pero por el lado de la seguridad. Así también se precisa que el modelo LIE8 fue validado para columnas de hormigón de resistencia normal con áridos silíceos.

7 Análisis mecánico seccional

En cuanto a los modelos seccional mecánico para el hormigón armado, el EUROCÓDIGO 2 [5] establece que los métodos avanzados para la respuesta mecánica deben basarse en principios e hipótesis conocidos de la teoría de la mecánica estructural, teniendo en cuenta los cambios en las propiedades de los materiales con la temperatura. En tanto a la deformación unitaria total ε la define como:

$$\varepsilon = \varepsilon_{th} + \varepsilon_{\sigma} + \varepsilon_{fluencia} + \varepsilon_{tr} \quad (7.1)$$

Donde

ε_{th} es la deformación térmica unitaria

ε_{σ} es la deformación térmica instantánea dependiente de la tensión

$\varepsilon_{fluencia}$ es la deformación unitaria por fluencia básica

ε_{tr} es la deformación unitaria por fluencia transitoria

En la actualidad la deformación unitaria por fluencia puede considerarse mediante modelos implícitos o explícitos, existiendo en la literatura variados estudios y modelos. [59] [60] [61] [62] [63]

Físicamente la deformación unitaria por fluencia transitoria es la diferencia de deformaciones entre el hormigón que se calienta bajo carga y el hormigón que se carga a una temperatura elevada (se carga luego de calentarse). Así también a esta deformación unitaria se le denominan LITS, cuyas deformaciones son causadas por la suma de la fluencia térmica transitoria, fluencia de secado, fluencia básica y cambios en el comportamiento elástico producto del cambio del módulo de elasticidad con la temperatura. [64]

- Modelos implícitos

Uno de los modelos más utilizados es el del EUROCÓDIGO 2, el cual considera en su formulación a la deformación por fluencia transitoria de manera implícita en la deformación mecánica.

El modelo implícito suele estar definida por la ecuación (7.2), pero la deformación de fluencia básica suele ser omitida para el cálculo estructural de estructuras de edificación en situación de incendio. La fluencia básica ocurre solo por el paso del tiempo con todo el resto condiciones constantes (carga y temperatura).

En la Fig. 5.12 se observa el modelo tensión- deformación del hormigón, donde ε en la ecuación allí dispuesta corresponde a la deformación mecánica (7.2).

$$\varepsilon_m = \varepsilon^{implicita} = \varepsilon_{\sigma} + \varepsilon_{tr} \quad (7.2)$$

También es importante precisar que en los siguientes casos los modelos implícitos no son correctos [64]:

- En situaciones donde se disminuye la carga del elemento y aumenta la temperatura, los modelos implícitos consideran que la deformación de fluencia transitoria es reversible, aspecto que los datos experimentales han desmentido tajantemente.
- En situación de aumento de la carga y temperatura constante, los modelos implícitos subestiman altamente la rigidez.
- Al aumentar la carga y la temperatura, los modelos implícitos sobreestima la deformación de fluencia transitoria.

Solamente son correctos los resultados de los modelos implícitos cuando la temperatura aumenta y la carga es constante.

En la Fig. 7.1 se pueden observar las curvas de tensión normalizada versus la deformación instantánea (ε_σ) y mecánica ($\varepsilon_\sigma + \varepsilon_{tr}$), además de las gráficas en fase de descarga, obtenidos por un modelo implícito y explícito a temperatura constante de 500°C.

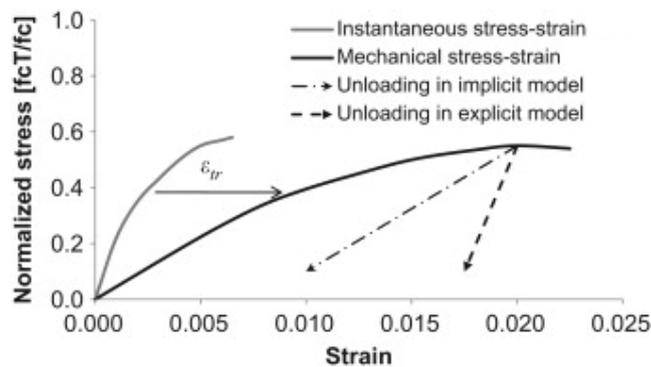


Fig. 7.1 Componentes de deformación en modelos implícitos y explícitos a 500°C. [64]

- Modelos explícitos

En este apartado se describirá el modelo explícito formulado por investigadores del Fondo Nacional de investigación Científica de ingeniería Estructural de la Universidad de Liege (Bélgica) [64], quienes para solventar todas las desventajas mencionadas de los modelos implícitos, tomaron el modelo implícito de mayor aceptación en la comunidad científica, el modelo del EUROCÓDIGO 2 (EC2 model) y desarrollaron un nuevo modelo explícito (ETC model).

En la Fig. 7.2 se muestra el contraste de resultados entre el modelo de cálculo implícito del EUROCÓDIGO 2 (EC2 model), el modelo de cálculo explícito propuesto (ETC model) y datos experimentales (gráficas lado derecho) para distintos circuitos de carga (gráficas lado izquierdo) [64].

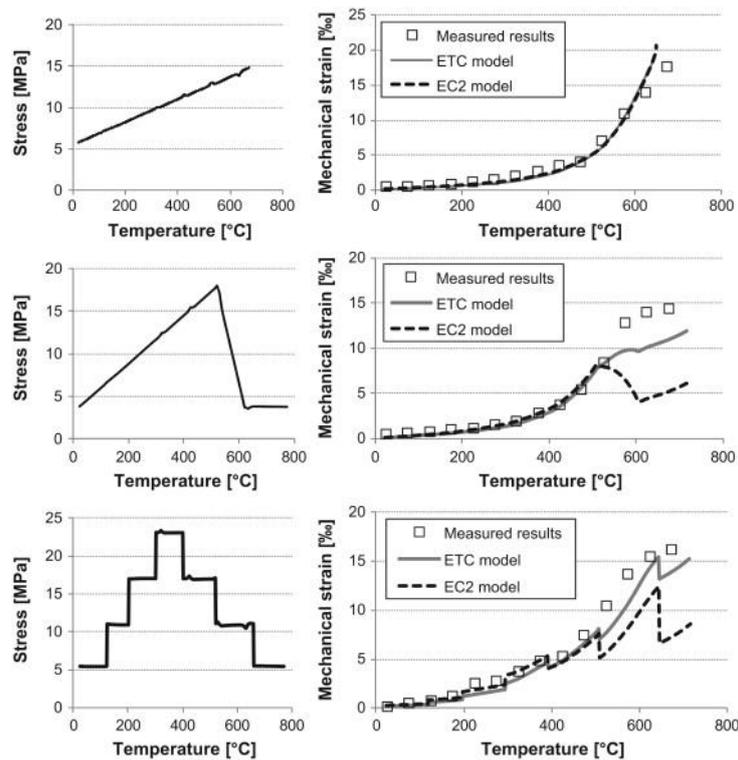


Fig. 7.2 Relación deformación mecánica- temperatura: Comparación entre resultados experimentales y modelos de cálculo. [64]

Se observa (Fig. 7.2) que ambos modelos (implícito y explícito) en todas las situaciones donde hay una carga constante o un aumento de carga dan resultados muy similares a los datos experimentales, pero, cuando existe descarga, el modelo implícito muestra un error considerable en la predicción de las deformaciones mecánicas. En cambio el modelo explícito ETC2 sigue ajustándose a los datos experimentales.

Es necesario señalar que, en este trabajo, se utilizará el modelo de cálculo implícito del EUROCÓDIGO 2 [5], ya que las curvas de calentamiento a las que serán sometidas las secciones analizadas no incluirán fase de enfriamiento y la carga aplicada será constante, por lo cual tal y como se ha descrito anteriormente no existirían mayores errores en la predicción de las deformaciones mecánicas. Otro punto importante a mencionar es que el artículo citado en este apartado [64] es parte de los códigos de modelado del software de elementos finitos "SAFIR" [53].

Por último, también cabe mencionar que para el análisis mecánico seccional del hormigón armado a altas temperaturas, implica trabajar solo con las deformaciones mecánicas restando todas las deformaciones impuestas por otras causas, y que en el caso de las barras de acero en la sección de hormigón, la deformación mecánica en función de la temperatura está dada por la ecuación (7.3):

$$\varepsilon_m = \varepsilon - \varepsilon_s \quad (7.3)$$

Siendo,

ε_m la deformación unitaria mecánica del acero

ε la deformación unitaria total del acero

ε_s la elongación térmica unitaria del acero.

7.1 Diagrama momento- curvatura

El diagrama momento- curvatura, es la representación gráfica del momento requerido para flexionar una sección de hormigón armado. Este diagrama dependerá directamente del esfuerzo axial aplicado. En la Fig. 7.3 se puede observar el diagrama momento- curvatura a temperatura ambiente de una sección de hormigón armado de 300x300mm (HA-30) con 4 barras $\varnothing 16$ ($f_{yk}=500\text{MPa}$) para dos esfuerzos axiales, del cual claramente se puede apreciar que los momentos resistentes dependen fuertemente del axial aplicado.

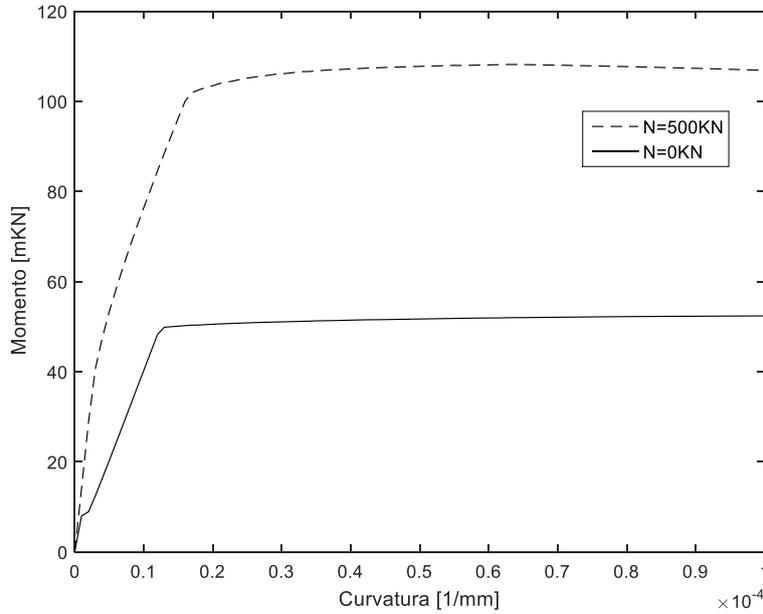


Fig. 7.3 Diagrama momento- curvatura para un esfuerzo axial de 500KN y 0KN.

Analizando la gráfica momento curvatura con axil nulo (línea continua de la Fig. 7.3), en la Fig. 7.4 se muestra el promedio de las tensiones por fibras para el momento máximo para el cual se visualiza que las barras traccionadas han plastificado. Por otro lado al continuando con la gráfica del ejemplo con un axil de 500KN, en la Fig. 7.5 se muestra el promedio de las tensiones, el cual a diferencia del caso anterior una barra esta comprimida.

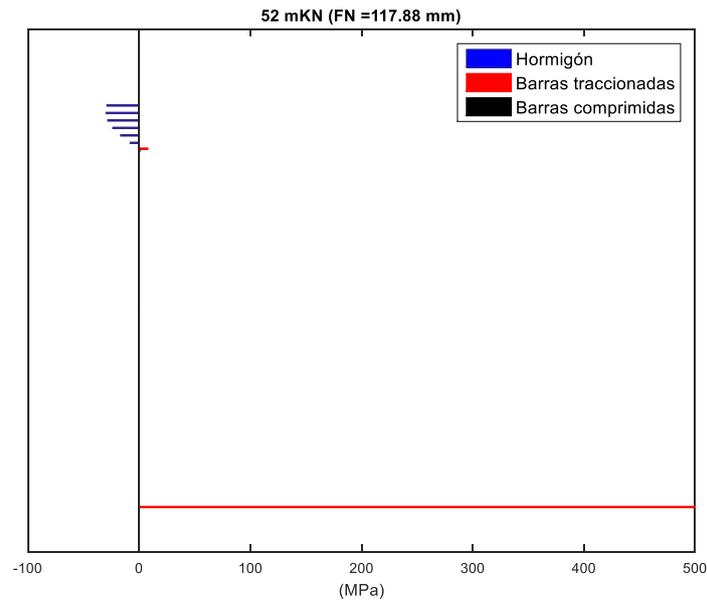


Fig. 7.4 Promedio de tensiones por fibra para el momento máximo con axil nulo.

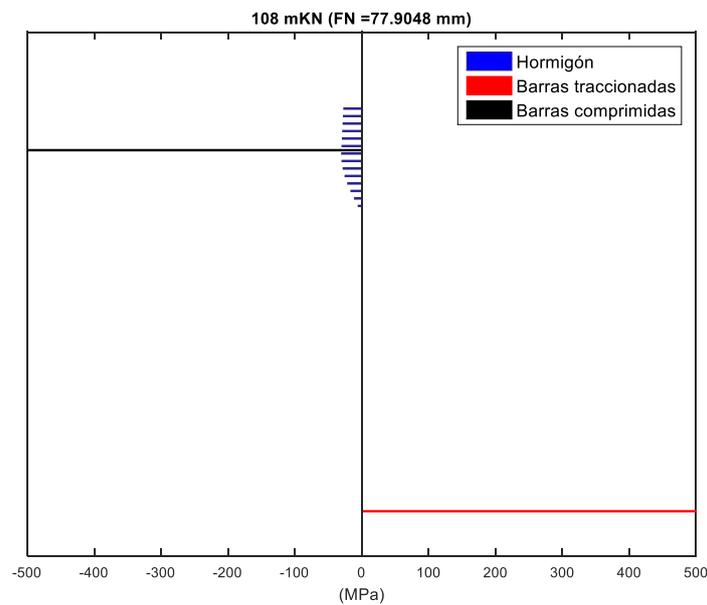


Fig. 7.5 Promedio de tensiones por fibra para el momento máximo con axil de 500KN.

Por último en la Fig. 7.6, se muestran las mismas tensiones graficadas en la Fig. 7.5 pero sin promediar. En ella se observa que, a nivel de una misma fibra (paralelo a la fibra neutra) las tensiones son iguales para un mismo material (hormigón o acero), circunstancia muy particular y que ocurre solo cuando la temperatura en toda la sección es la misma (o aproximadamente la misma).

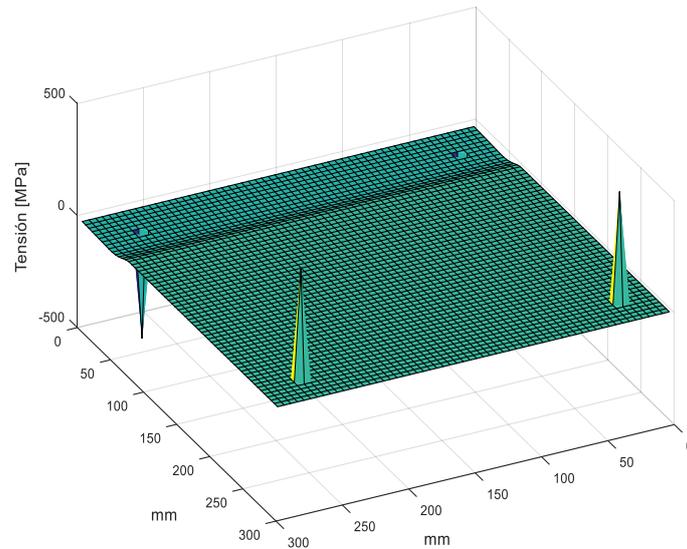


Fig. 7.6 Tensiones en la sección de Hormigón armado para el momento máximo con un axil de 500KN.

7.2 Diagrama de interacción momento- axial

Continuando con el análisis mecánico de una sección de hormigón armado, se debe calcular de manera reiterada el diagrama momento curvatura (y registrar sus respectivos momentos máximos) para todo el rango de esfuerzos axiales que la sección de hormigón armado sea capaz de resistir. A continuación estos puntos se grafican en un plano cuyos ejes x-y corresponden al esfuerzo axial aplicado y momento máximo resistido, respectivamente. Una vez graficados estos puntos se interpolan formando la envolvente que limita las combinaciones de esfuerzos N-M que la sección resiste (zona interior) y las que no resiste (zona exterior).

En la Fig. 7.7 se muestra el diagrama de interacción momento- axial de una columna con una sección de hormigón armado de 300x300mm (HA-30) con 4 barras $\varnothing 16$ ($f_{yk}=500\text{MPa}$) para tiempos de exposición a un fuego estándar ISO 834 por las 4 caras.

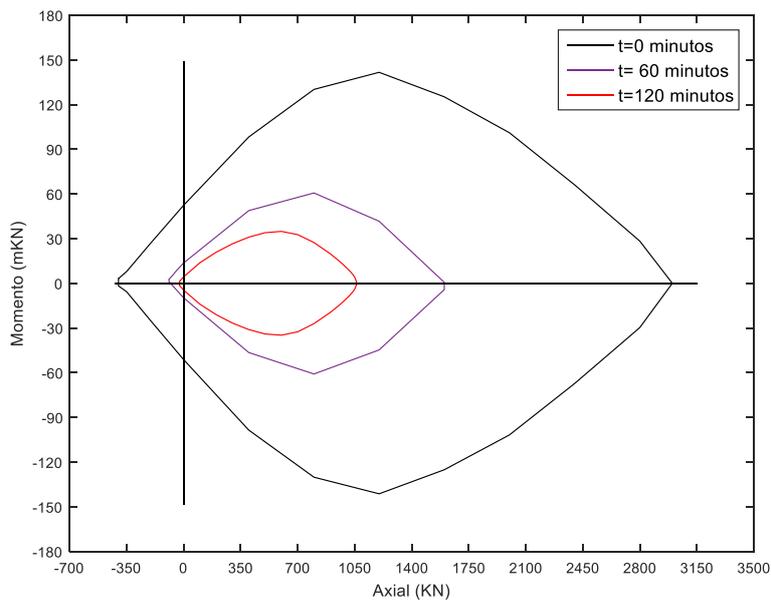


Fig. 7.7 Diagrama de interacción Momento-axial columna HA 300x300mm.

En la Fig. 7.7 se observa que en la medida que aumenta el tiempo de exposición al fuego, la capacidad resistente de la sección disminuye.

7.3 Diagrama momentos biaxiales

Aunque este trabajo se centra en el análisis termo-mecánico seccional de columnas de hormigón armado, se abordará tácitamente el análisis mecánico seccional a temperatura ambiente, centrado en los modelos propuestos por Bresler en 1960 [35] y EUROCÓDIGO 2 parte 1 [36], los cuales son actualmente ampliamente utilizados y además son también las bases de los modelos simplificados para el análisis termo-mecánico seccional con momentos biaxiales con los que se compararán los resultados obtenidos con el modelo numérico propuesto.

7.3.1 Flexión biaxial a temperatura ambiente

El profesor del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de California y también Miembro ACI, Boris Bresler [35], diseñó un modelo simplificado para el análisis de columnas de hormigón armado bajo el efecto combinado de compresión con flexiones biaxiales. Este modelo plantea 2 métodos de aproximación: método A y Método B.

- El método A o Método de Carga Recíproca

Este método está basado en una asunción de un número posible de superficies de falla en 3 dimensiones (Fig. 7.8):

Superficie de falla 1 (Failure Surface S_1)- Punto de falla definido como una función de la carga axial y las excentricidades.

Superficie de falla 2 (Failure Surface S_2)- Básicamente lo mismo que la superficie de falla 1. El punto de falla está definido como una función de $1/P_n$, e_x , e_y

De la geometría del plano aproximado deriva la ecuación de carga recíproca de Bresler:

$$\frac{1}{p_n} = \frac{1}{p_{nx0}} + \frac{1}{p_{ny0}} - \frac{1}{p_0} \quad (7.4)$$

donde

p_n es el valor aproximado de la carga última en flexión biaxial con excentricidades de e_x , e_y

p_{nx0} es la carga última donde solamente la excentricidad e_y está presente ($e_x = 0$)

p_{ny0} es la carga última donde solamente la excentricidad e_x está presente ($e_y = 0$)

p_0 es la carga última para columna cargada concéntricamente.

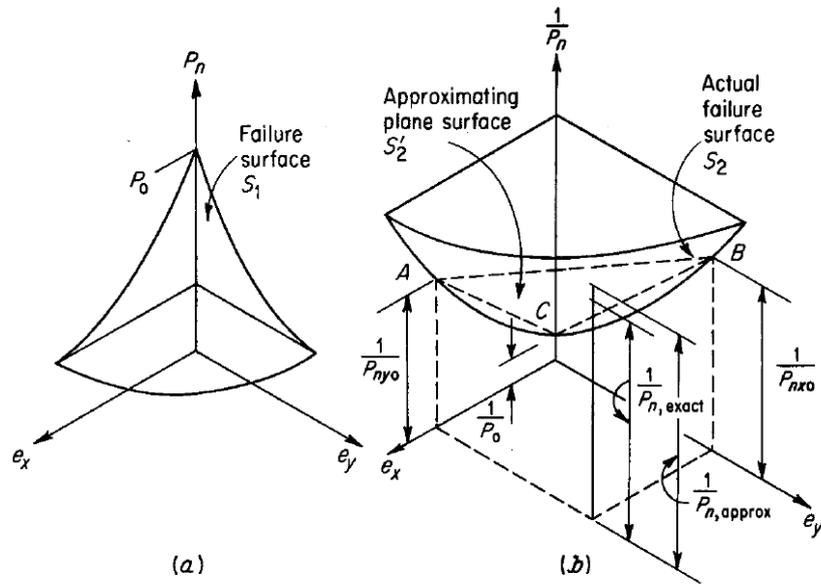


Fig. 7.8 Superficies de falla. (a) Superficie de falla 1, (b) Superficie de falla 2. [35]

- Método B o método del contorno

Este método está basado en aproximar superficies \$S_3\$ (\$P_u\$, \$M_x\$, \$M_y\$) con una familia de curvas correspondiente a valores constantes de \$P_u\$ (Fig. 7.9) que pueden considerarse como contornos de carga.[35]

La forma general de estas curvas puede ser aproximada por la ecuación de interacción no-dimensional (7.5):

$$\left(\frac{M_x}{M_{x0}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_y}{M_{y0}}\right)^\beta = 1 \tag{7.5}$$

donde

\$M_x = P_u * y\$, \$M_{x0} = P_u * y_0\$ donde \$x = M_y = 0\$; \$M_y = P_u * x\$, \$M_{y0} = P_u * x_0\$ donde \$y = M_x = 0\$; \$\alpha\$ y \$\beta\$ son exponentes que dependen de las dimensiones de la columna, cantidad y distribución del refuerzo de acero, relación tensión- deformación del acero y hormigón, recubrimiento de hormigón, y disposición y tamaño de los estribos laterales o en espiral.

La ecuación (7.5), Bresler la simplifica aún más, dejándola más conveniente para el diseño, dividiendo todos los momentos de la ecuación (7.5) por \$P_u\$, con lo que se obtiene la ecuación (7.6):

$$\left(\frac{y}{y_0}\right)^\alpha + \left(\frac{x}{x_0}\right)^\beta = 1 \tag{7.6}$$

También Bresler propone asumir \$\alpha = \beta\$, con lo que se simplifica aún más el cálculo. Unos ejemplos de este modelo simplificado se pueden observar en la Fig. 7.10.

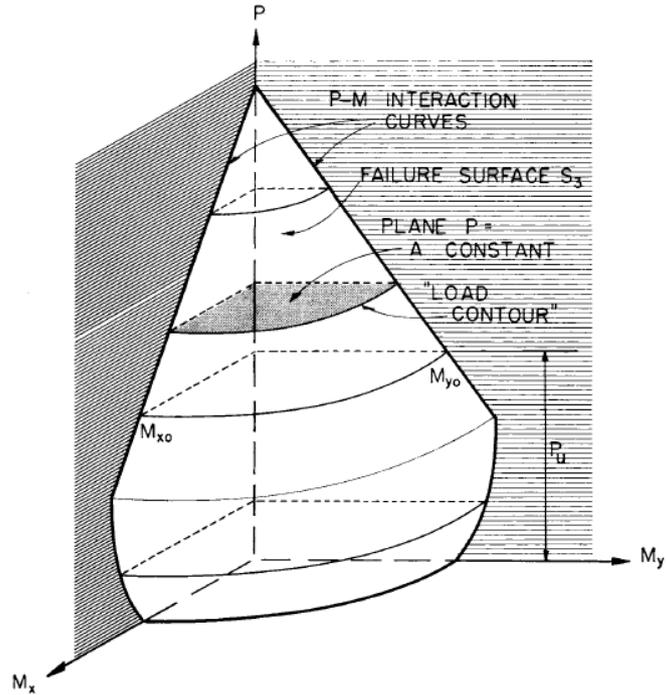


Fig. 7.9 Representación gráfica del método B o método del contorno. [35]

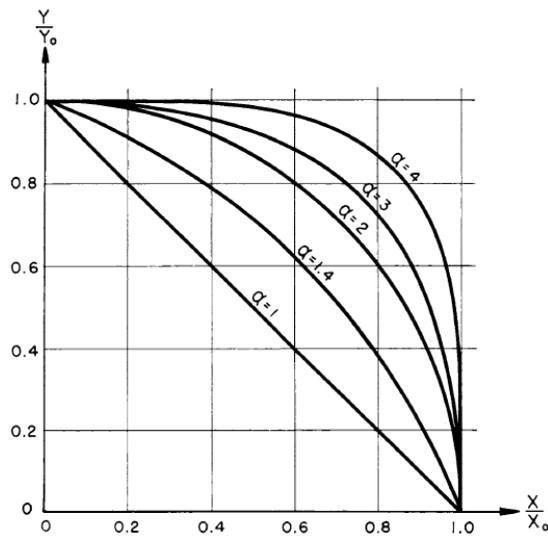


Fig. 7.10 Curvas de interacción. [35]

En este artículo publicado por Bresler en 1960 también se anexan algunos valores de ajuste de α para la ecuación (7.7), los cuales se pueden observar en la Tabla 7.1 donde destaca que los valores de α varían entre 1.15 y 1.55:

$$\left(\frac{y}{y_0}\right)^\alpha + \left(\frac{x}{x_0}\right)^\alpha = 1 \tag{7.7}$$

Tabla 7.1 Valores de α para columnas rectangulares. [35]

Column	Size, in.	Reinforcing steel			Concrete f'_c , ksi	Coefficient α_f
		Bars*	p , percent	f_y , ksi		
A	15x15	4-#7	1.07	50	3	1.48
B	15x15	8-#7	2.14	50	3	1.35
C	15x15	8-#10	4.49	50	3	1.15
D	12x20	4-#7	1.0	50	3	1.55
E	12x20	8-#7	2.0	50	3	1.45

*Concrete cover for all columns is taken as 2 in. clear for main reinforcing bars.

Nota: Los valores de α de la Tabla 7.1 fueron validados mediante ensayos experimentales.

Por último, es pertinente mencionar lo estipulado en el EUROCÓDIGO 2 con respecto al cálculo de flexión biaxial a temperatura ambiente, ya que éstas están basadas en el método B de Bresler.

- EUROCÓDIGO 2 Flexión biaxial

A continuación se presenta el procedimiento de cálculo de secciones de hormigón armado para flexión biaxial establecidas en el EUROCÓDIGO 2 parte 1 [36].

En el artículo 5.8.9 del EUROCÓDIGO 2 parte 1 [36] se establece que como primer paso en el cálculo seccional mecánico, se puede realizar el cálculo individual en cada dirección principal sin tener en cuenta la flexión biaxial.

En caso de que las esbelteces satisfagan las siguientes 2 condiciones no serán necesarias más comprobaciones:

$$\frac{\lambda_y}{\lambda_z} \leq 2 \text{ y } \frac{\lambda_z}{\lambda_y} \leq 2 \quad (7.8)$$

Y si las excentricidades relativas e_y/h_{eq} y e_z/b_{eq} (Fig. 7.11) satisfacen una de las siguientes condiciones:

$$\frac{e_y/h_{eq}}{e_z/b_{eq}} \leq 0.2 \text{ o } \frac{e_z/b_{eq}}{e_y/h_{eq}} \leq 0.2 \quad (7.9)$$

donde

b , h son la anchura y el canto de la sección;

$b_{eq} = i_y * \sqrt{12}$ y $h_{eq} = i_z * \sqrt{12}$ para una sección rectangular equivalente;

λ_y , λ_z son las esbelteces l_0/i con respecto a los ejes 'y' y 'z', respectivamente;

i_y , i_z son los radios de giro con respecto a los ejes 'y' y 'z', respectivamente;

$e_z = M_{Edy}/N_{ed}$; excentricidad en el eje 'z';

$e_y = M_{Edz}/N_{ed}$; excentricidad en el eje 'y';

M_{Edy} es el momento de cálculo en el eje 'y', incluyendo el momento de segundo orden;

M_{Edz} es el momento de cálculo en el eje 'z', incluyendo el momento de segundo orden;

N_{ed} es el valor de cálculo de la carga axial en la combinación correspondiente de cargas.

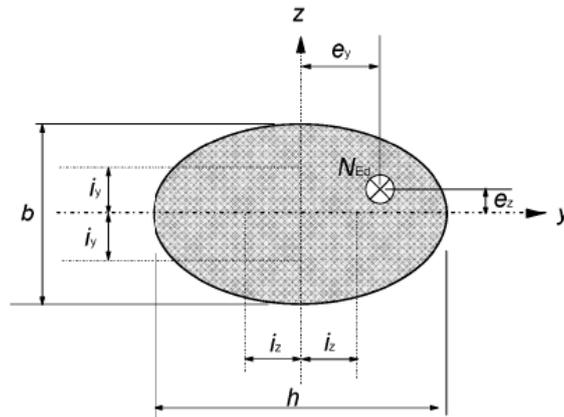


Fig. 7.11 Definición de las excentricidades e_y y e_z . [36]

En caso de que no se satisfagan las condiciones de las ecuaciones (7.8) y (7.9), se debería considerar la flexión biaxial incluyendo los efectos de segundo orden en cada dirección. En ausencia de un cálculo de sección transversal preciso para la flexión biaxial, se puede usar el siguiente criterio simplificado:

$$\left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}}\right)^a + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a \leq 1.0 \tag{7.10}$$

donde

$M_{Edz/y}$ es el momento de cálculo respecto a los ejes apropiados, incluyendo un momento de segundo orden;

$M_{Rdz/y}$ es el momento resistente en la dirección respectiva;

a es el exponente:

Para secciones transversales elípticas y circulares $a=2$

Para secciones transversales rectangulares: Tabla 7.2

Tabla 7.2 Exponentes para secciones transversales rectangulares. [36]

N_{Ed}/N_{Rd}	0.1	0.7	1.0
$a=$	1.0	1.5	2.0

Con interpolación lineal para valores intermedios.

N_{Ed} es el valor de cálculo de la fuerza axial

$N_{Rd} = A_c f_{cd} + A_s f_{yd}$ resistencia axial de cálculo de la sección

donde

A_c es el área bruta de la sección de hormigón

A_s es el área de armadura longitudinal.

7.3.2 Comprobaciones del método de Bresler a temperatura ambiente

En el artículo “Simplified method for evaluating the biaxial capacity of rectangular reinforced concrete columns during fire”, Wang et al. [65], en una primera parte mediante una herramienta de cálculo validada con datos experimentales, realizan un estudio paramétrico de la ecuación (7.9) para encontrar el rango de valores de los exponentes de la ecuación. En este artículo se parametriza la ecuación de aproximación de Bresler (7.5) quedando expresada de la siguiente manera:

$$\left[\frac{\mu_x(v, \alpha_\mu)}{\mu_x(v, \alpha_\mu=0^\circ)} \right]^{\gamma(v)} + \left[\frac{\mu_y(v, \alpha_\mu)}{\mu_y(v, \alpha_\mu=90^\circ)} \right]^{\gamma(v)} = 1 \quad (7.11)$$

donde

$\gamma(v)$ es el exponente de la ecuación de aproximación de Bresler (3.5) en función de v ;

v es la carga axial adimensional;

μ_x, μ_y son las capacidades del momento flector adimensional a lo largo del eje x e y, respectivamente;

α_μ es el ángulo del eje de flexión.

Así también derivan las siguientes ecuaciones:

$$v = \frac{N}{f_{ck}bh} \quad (7.12)$$

$$\mu_x = \frac{M_x}{f_{ck}bh^2} \quad (7.13)$$

$$\mu_y = \frac{M_y}{f_{ck}hb^2} \quad (7.14)$$

donde

N es el valor de la carga axial

f_{ck} es la resistencia característica a la compresión del hormigón;

b, h son el ancho y el alto de la sección rectangular de hormigón;

M_x es el momento de cálculo uniaxial en el eje x;

M_y es el momento de cálculo uniaxial en el eje y.

Luego, para tres columnas de hormigón armado de 300x300mm expuestas en la Tabla 7.3 se analizaron los coeficientes de la ecuación (7.11) que se ajustaban a los resultados del análisis numérico, cuyos resultados se muestran en la Fig. 7.12.

Tabla 7.3 Propiedades de las columnas investigadas. [65]

Nº	Resistencia a la compresión del hormigón a 20°C f_{ck} (MPa)	Esfuerzo de fluencia del refuerzo a 20°C f_{yk} (MPa)	Número de barras de refuerzo	Recubrimiento mm	Razón de refuerzo ω
1	65	500	4 ϕ 16	25	0.1
2	55	500	4 ϕ 32	25	0.5
3	25	500	4 ϕ 32	25	1.1

donde

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \tag{7.15}$$

A_s área total de la sección transversal de las barras de refuerzo.

A_c área de la sección transversal de hormigón.

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c} \tag{7.16}$$

con $\gamma_c = 1.5$ y $\alpha_{cc} = 0.85$ recomendado por el EUROCÓDIGO 2 [36].

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \tag{7.17}$$

con $\gamma_s = 1.15$ recomendado por el EUROCÓDIGO 2 [36].

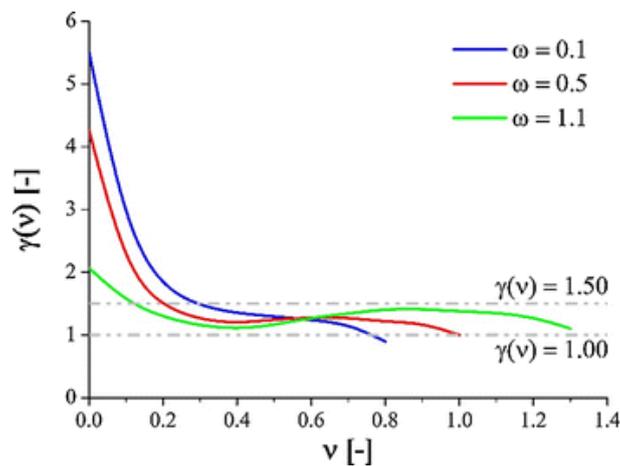


Fig. 7.12 Valores numéricos del coeficiente $\gamma(v)$ a temperatura ambiente para las columnas investigadas.[65]

En la Fig. 7.12 se observa que $\gamma(v)$ varía entre 1.0 y 1.5 para $v \geq 0.3$ para las columnas analizadas, y es mayor a 1.5 para cargas axiales adimensionales bajas para las distintas relaciones de refuerzo. Al contrastar estos resultados con los mostrados en la Tabla 7.2 (disponibles en el EUROCÓDIGO 2) se puede concluir que son prácticamente idénticos en el

rango $0.1 \leq N_{Ed}/N_{Rd} \leq 0.7$ pero que para relaciones mayores a 0.7 el EUROCÓDIGO 2 tiende a sobreestimar la capacidad resistente a flexión biaxial de la sección de hormigón armado.

En la Fig. 7.13 se puede observar el diagrama de interacción de momentos a temperatura ambiente, en la que destaca que, para cada relación de refuerzo analizado (0.1, 0.5 y 1.1) tiende a comportarse linealmente para cargas axiales adimensionales mayores o iguales a 0.4.

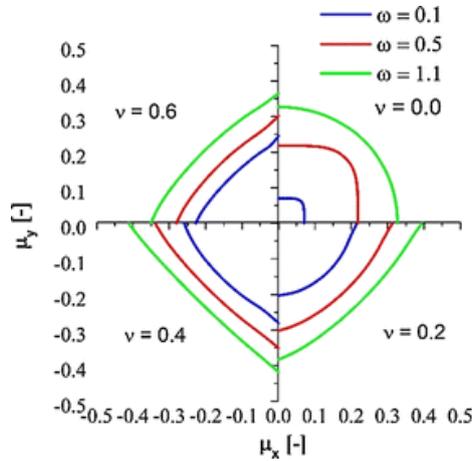


Fig. 7.13 Diagrama de interacción de momentos para valores de $v=0.2, 0.4, 0.6$ a temperatura ambiente. [65]

7.3.3 Flexión biaxial a altas temperaturas

Continuando con la investigación desarrollada por Wang et al. [65], la segunda parte del estudio se centró en el análisis de columnas de hormigón armado sometidas a flexión biaxial a altas temperaturas.

Para las mismas tres columnas de la Tabla 7.3 se buscaron los valores de $\gamma(v)$ de la ecuación (3.11) que se ajustaban a los resultados numéricos calculados para una exposición por las 4 caras a un fuego estándar ISO 834 para tiempos de 30, 60 y 90 minutos, los cuales están representados en la Fig. 7.14.

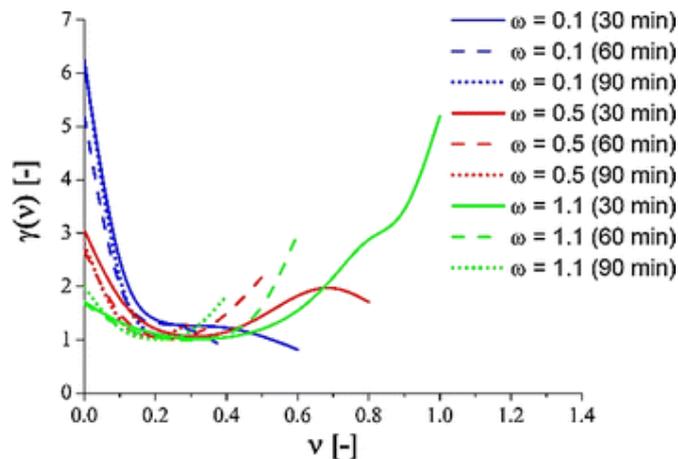


Fig. 7.14 Valores numéricos del coeficiente $\gamma(v)$ para columnas con diferentes relaciones de refuerzo en caso de incendio ISO 834 para tiempos de 30, 60 y 90 minutos. [65]

En la Fig. 7.14 se aprecia que el límite inferior tiende a 1.0 para todas las razones de refuerzo de manera similar a lo observado a temperatura ambiente (Fig. 7.12), pero para razones de refuerzo altos esta no se estabilizaba en un rango acotado sino que para $\nu > 0.4$ aumentaba el valor de $\gamma(\nu)$ por sobre 2.0.

Con respecto a la influencia de los parámetros tales como la duración del fuego, dimensiones de la sección transversal y recubrimientos de la armadura de refuerzo, sobre el valor del coeficiente $\gamma(\nu)$, se pueden observar en la Fig. 7.15, Fig. 7.16 y Fig. 7.17, respectivamente.

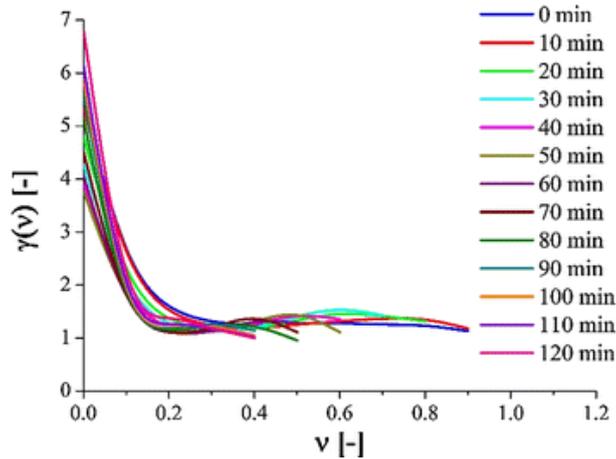


Fig. 7.15 Valores numéricos del coeficiente $\gamma(\nu)$ para columnas con diferentes relaciones de refuerzo en caso de incendio ISO 834 para diferentes tiempos de exposición. [65]

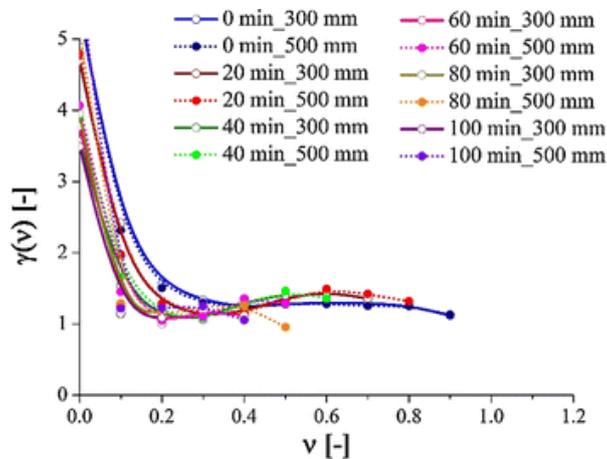


Fig. 7.16 Valores numéricos del coeficiente $\gamma(\nu)$ para columnas con diferentes dimensiones de sección transversal y duración de incendio ISO 834. [65]

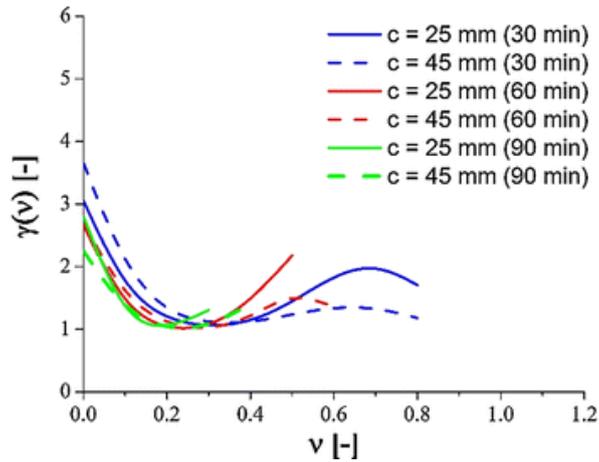


Fig. 7.17 Valores numéricos del coeficiente $\gamma(v)$ para columnas con diferentes espesores de recubrimientos de la armadura y duración de incendio ISO 834. [65]

En la Fig. 7.15, Fig. 7.16 y Fig. 7.17 se observa que los valores de los coeficientes $\gamma(v)$ se encuentran entre 1.0 y 2.0 para niveles de carga axial entre 0.15 y 0.4.

Por último Wang et al. [65] basándose en los resultados obtenidos para columnas de hormigón armado expuestas por las 4 caras a una curva de fuego estándar ISO 834, concluyen que se puede adoptar el valor $\gamma(v) = 1.0$ de manera conservadora en la aproximación de Bresler y que para usar un valor $\gamma(v) > 1.0$ es necesario estudiar el caso en específico dada la interacción entre los parámetros (analizados en las gráficas anteriores).

7.4 Método iterativo incremental

De manera simple, el método iterativo incremental o también denominado método exacto, consiste en analizar de manera iterativa la relación momento - curvatura de una sección de hormigón armado para una determinada carga axial aplicada y registrar el máximo momento resistido por la sección. El cálculo antes mencionado debe repetirse para toda la gama de cargas que la sección se permita resistir, resultados que permiten construir el diagrama de interacción momento-axial. Este procedimiento además permite obtener los diagramas N-M de una sección de hormigón armado para diferentes tiempos de exposición a una curva de fuego establecida (con las que se obtuvieron las isoterma). En la Fig. 7.18 se puede observar un ejemplo de la aplicación del método.

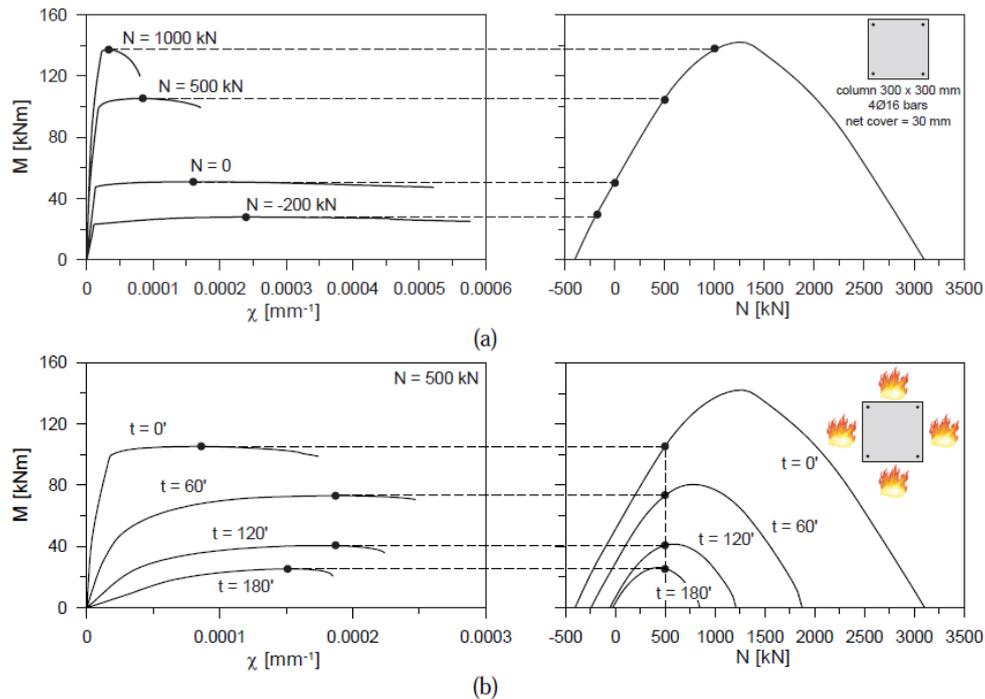


Fig. 7.18 Ejemplo de aplicación del método iterativo- incremental a temperatura ambiente (a); y a diferentes tiempo de exposición al fuego (b) [45]

7.5 Método de la isoterma 500°C

Este método se encuentra en el EUROCÓDIGO 2 [5] además de otras normativas. El método consiste en determinar una sección transversal reducida de hormigón de acuerdo al daño causado por una exposición al fuego normalizado o cualquier otro régimen de calentamiento que produzca campos de temperaturas similares en el elemento expuesto al fuego. Esta nueva sección reducida se calcula determinando el espesor de superficie dañada que se toma igual a la profundidad media de la isoterma 500°C. El hormigón dañado $T > 500^{\circ}\text{C}$ se considerará que no aporta a la capacidad portante del elemento, mientras que al resto de la sección se le considerarán sus propiedades a temperatura ambiente.

7.5.1 Limitaciones

Este método es válido para unas anchuras mínimas en la sección transversal, dadas en la Tabla 7.4:

- Para una exposición a fuego normalizado función de la resistencia al fuego.
- Para una exposición al fuego paramétrico con un coeficiente de abertura $O \geq 0.14 \text{ m}^{1/2}$

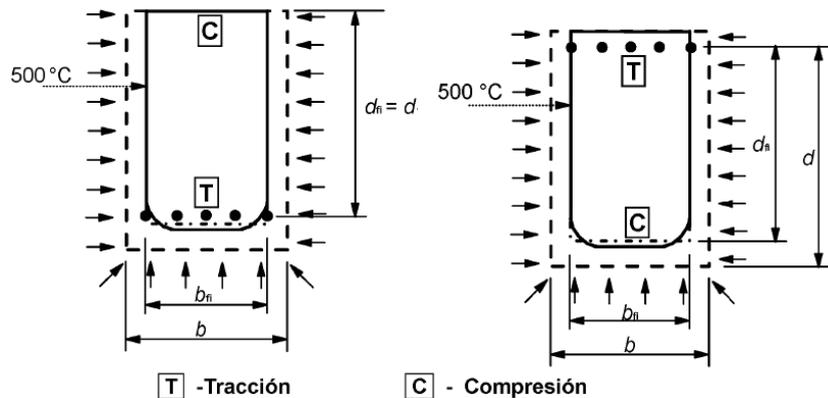
Tabla 7.4 Anchura mínima de la sección transversal en función de la resistencia al fuego (para la exposición al fuego normalizado) y densidad de carga de fuego (para la exposición al fuego paramétrico) [5]

a) Resistencia al fuego					
Resistencia al fuego	R60	R90	R120	R180	R240
Anchura mínima de la sección transversal, mm	90	120	160	200	280
b) Densidad de carga de fuego					
Densidad de carga de incendio MJ/m ²	200	300	400	600	800
Anchura mínima de la sección transversal, mm	100	140	160	200	240

7.5.2 Procedimiento de cálculo

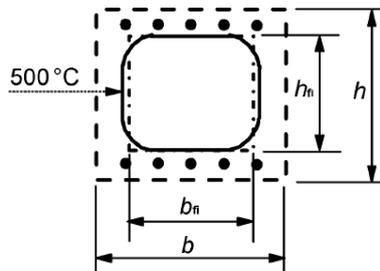
El procedimiento para calcular la resistencia de una sección transversal de hormigón armado en la situación de incendio con el método simplificado de la isoterma 500°C, se describe a continuación [5]:

- a) Se determina la isoterma 500°C para la exposición al fuego especificada (fuego normalizado o paramétrico).
- b) Se determina una nueva anchura b_{fi} y una nueva altura d_{fi} de la sección transversal excluyendo la isoterma 500°C exterior del hormigón (Fig. 7.19). También se puede considerar que las esquinas redondeadas de las isotermas son cuadradas a modo de simplificación.



a) Exposición al fuego en 3 caras con la zona de tracción expuesta.

b) Exposición al fuego en 3 caras con la zona de compresión expuesta.



c) Exposición al fuego en 4 caras

Fig. 7.19 Sección transversal reducida de una viga y pilar de hormigón armado. [5]

- c) Determinar la temperatura de las armaduras en el centro de cada barra. Estas barras pueden quedar fuera de la sección reducida, pero también se consideran en el cálculo de la capacidad portante última de la sección de hormigón armado expuesta al fuego.
- d) Determinar la resistencia reducida de la armadura debido a la temperatura de acuerdo al apartado 5.3 Propiedades mecánicas del acero.
- e) Se utilizan los métodos de cálculo convencionales para la sección transversal reducida para determinar la capacidad portante última con la resistencia de las barras de la armadura obtenidas en el punto d).

7.6 Validación del modelo termo-mecánico seccional para flexión uniaxial

En este apartado se validó el modelo termo - mecánico seccional de hormigón armado para casos de cálculo de flexión uniaxial, mediante una comparación de curvas momento - curvatura a temperatura ambiente, obtenidos por el programa de diseño propio (Fig. 7.20) y las curvas obtenidas con el laboratorio virtual de simulación de diagramas momento curvatura de una sección rectangular de hormigón armado para axil constante (Fig. 7.21), elaborado por el Pedro Miguel Sosa de la Universidad Politécnica de Valencia (España) [66]. Así también luego, se compararon los diagramas de interacción momento – axial a diferentes tiempos de exposición a una curva de fuego estándar ISO 834 con los diagramas disponibles en el “Fib Bulletin N°46: Fire design of concrete structures- structural behavior and assesment” [45].

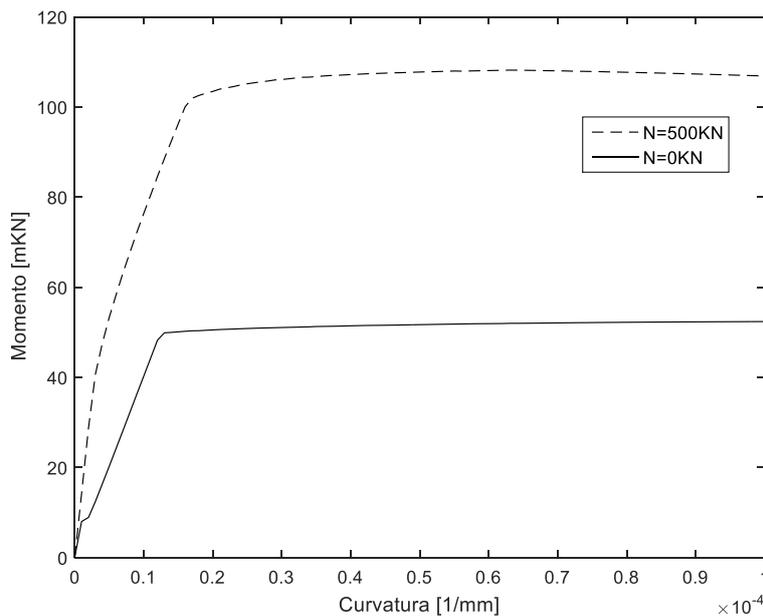


Fig. 7.20 Diagrama momento- curvatura para un esfuerzo axial de 0KN y 500KN.

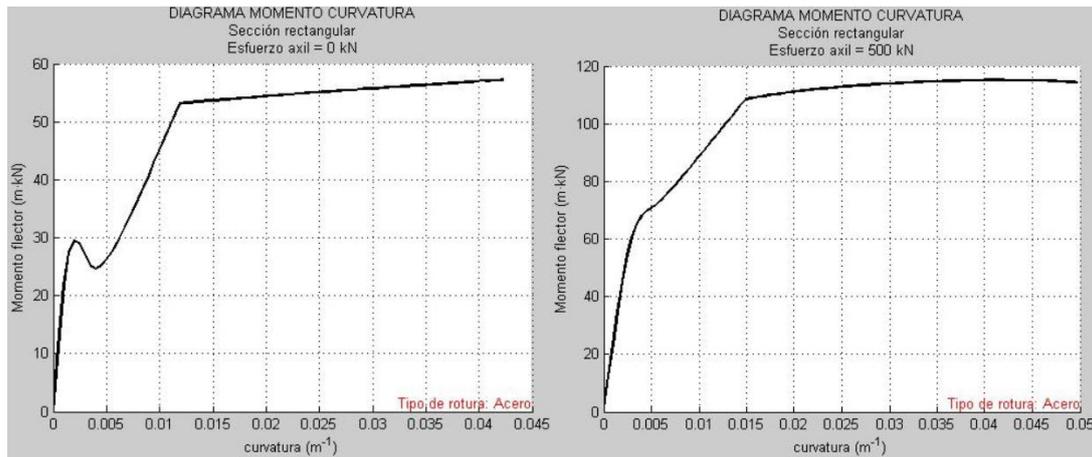


Fig. 7.21 Diagrama momento- curvatura para un esfuerzo axial de 0kN y 500kN [66].

Se puede observar tanto en la Fig. 7.20 y Fig. 7.21 que para un axil nulo y de 500kN hay un cambio brusco en la pendiente de las curvas (rigidez). Esto se debe a la fisuración del hormigón para un momento denominado momento de fisuración, que, como se muestra, ocurre en curvaturas muy bajas producto de la poca resistencia a la tracción que poseen las fibras de hormigón. En cuanto al valor de este momento de fisuración no son iguales en ambos modelos debido a las diferentes ecuaciones constitutivas implementadas en cada uno, pero si nos centramos en el momento último (o de rotura) que es el que interesa en este trabajo, la diferencia entre ambos modelos es muy poca. Por lo tanto al tener un error pequeño y a su vez del lado de la seguridad con respecto a los resultados contrastados, se puede dar por validado el modelo propio para el análisis mecánico a flexión recta de una sección rectangular de hormigón armado para axil constante a temperatura ambiente.

Continuando con la validación del modelo de cálculo para la obtención de los diagramas de interacción momento – axil a diferentes tiempos de exposición a una curva de fuego normalizado (estándar), en la Fig. 7.22 se muestra la sección de hormigón armado con la que se validó el modelo. Además de las especificaciones mostradas en la figura es necesario complementarla con la siguiente información: el hormigón tiene una resistencia característica a la compresión $f_{c,k} = 30MPa$, las barras de acero tienen una resistencia característica $f_{y,k} = 500MPa$, es un hormigón fabricado con áridos silíceos, y las propiedades térmicas y mecánicas aplicadas para la obtención de los diagramas de la Fig. 7.23 disponibles en el Fib Bulletin N°46 [45] están basadas en el EUROCÓDIGO 2 [5], donde además se menciona que la conductividad del hormigón se consideró como la media entre el límite inferior y superior, estipulado en tal normativa.

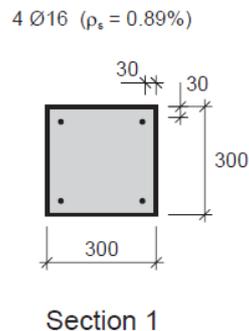


Fig. 7.22 Sección de hormigón armado calculado. Fib Bulletin N°46. [45]

En la Fig. 7.23 se presenta el diagrama de interacción momento - axil obtenido de la sección mostrada en la Fig. 7.22 para diferentes tiempos de exposición por las 4 caras a un fuego estándar ISO 834, y en las Fig. 7.24 y Fig. 7.25 se muestran los resultados obtenidos con el modelo de cálculo propio para el método exacto e isoterma 500°C. En cuanto al método de la isoterma 500°C, estas fueron obtenidas por diferencias finitas de Lie y mediante el método simplificado de wickström (Fig. 7.24 y Fig. 7.25, respectivamente).

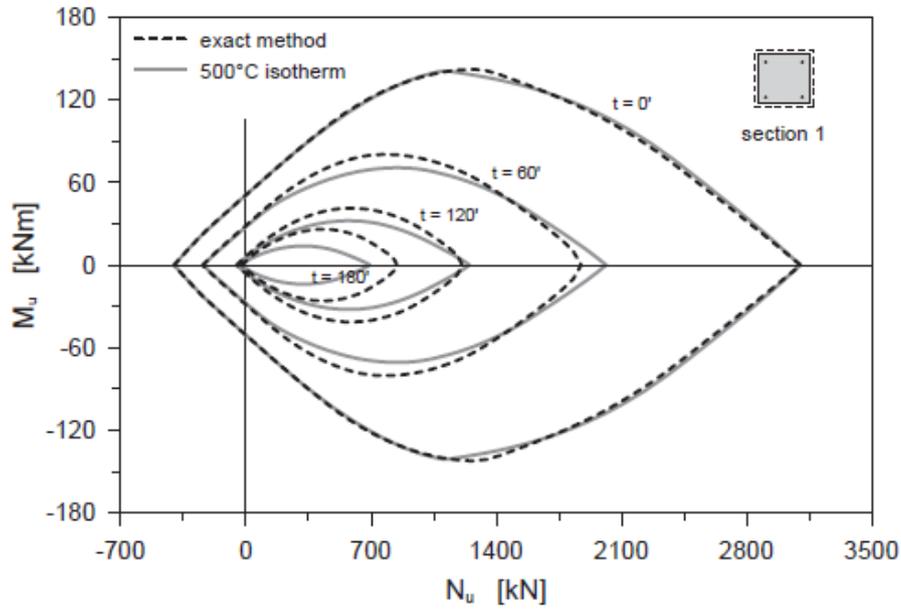


Fig. 7.23 Diagrama momento-axil. Fib Bulletin Nº46. [45]

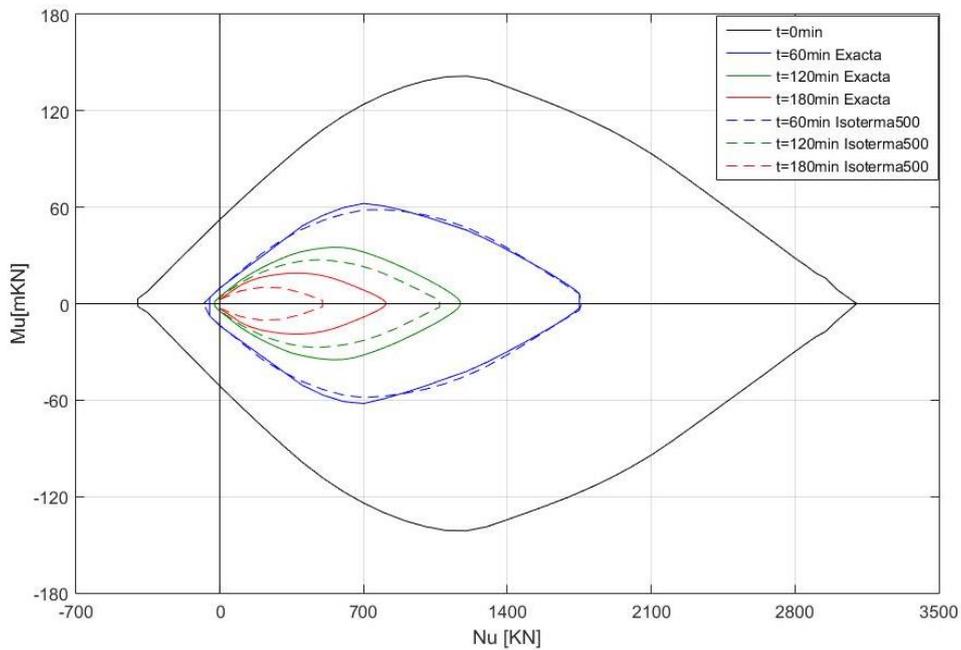


Fig. 7.24 Diagrama momento - axil: Método Exacto e Isotherma500 (Lie).

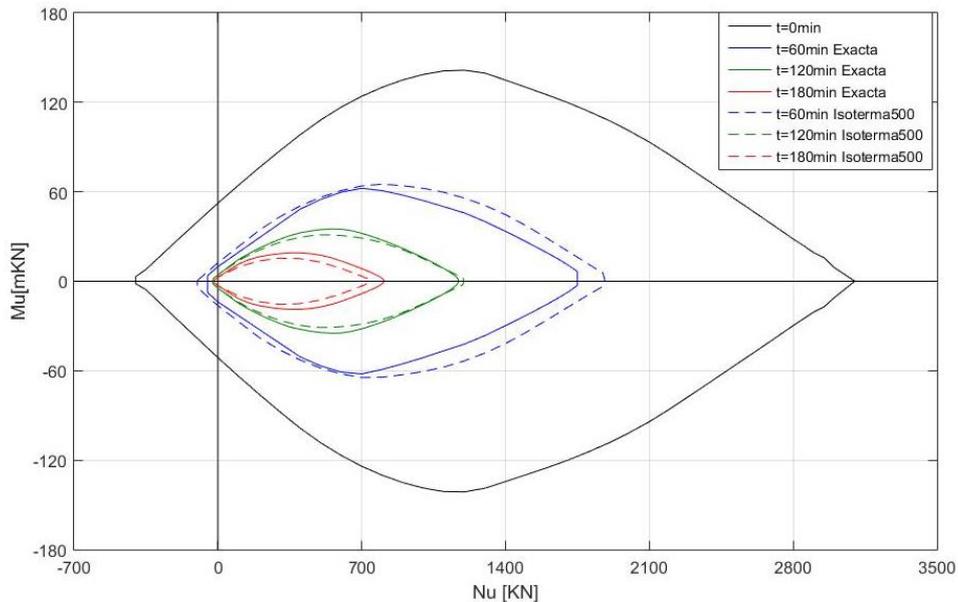


Fig. 7.25 Diagrama momento - axil: Método Exacto e Isoterma500 (Wickström).

Antes de cualquier conclusión es necesario mencionar que la gráfica disponible en la Fig. 7.23 se determinó sin descontar las deformaciones térmicas, por lo tanto, muestra resultados un poco mayores a las reales.

Al comparar la Fig. 7.23 y la Fig. 7.24, se puede observar que para un tiempo=0 minutos, ambas gráficas son prácticamente idénticas, pero que, para tiempos mayores, los diagramas obtenidos por el modelo de cálculo propio son menores a los disponibles en [45]. Esto es debido a que el modelo térmico propio fue calibrado con datos de variados autores que condujeron a isotermas más estrictas en comparación a las del EUROCÓDIGO 2, pero que en ninguna circunstancia esto produjo diferencias por el lado de la inseguridad al compararlas con los diagramas con los que se validó el modelo de cálculo.

En la Fig. 7.24 y Fig. 7.25 los resultados determinados con el método exacto son los mismos, la diferencia entre ambas figuras está en los diagramas obtenidos por el método de la isoterma 500°C. En la Fig. 7.24 se observa que usando la isoterma 500°C obtenida con el modelo de diferencias finitas de Lie el diagrama para un tiempo de exposición de 60 minutos es muy similar al obtenido por el método exacto y que para tiempos superiores se incurre en mayores diferencias, pero siempre por el lado de la seguridad, similar a lo que se observa en la Fig. 7.23. Por lo que respecta a los diagramas con la isoterma 500°C obtenida con el método simplificado de Wickström, este presentó un buen ajuste con respecto al método exacto, levemente del lado de la inseguridad solo para un tiempo de exposición de 60 minutos y que además al contrastarlo con los resultados extraídos de [45] aún seguirían dentro del lado de la seguridad. En conclusión, esto sugiere que es posible usar este último método, dada su mayor simplicidad y opción de calcular incluso a mano, una conclusión nada nueva pero que era importante demostrar para su uso en los siguientes resultados.

7.7 Validación del modelo termo-mecánico seccional para flexión biaxial

A continuación, se presentan los resultados obtenidos con el modelo termo - mecánico seccional frente a flexión biaxial a temperatura ambiente de una sección de HA para una disposición de armado determinada (Fig. 7.26). Los resultados del análisis están representados de manera adimensional en la Fig. 7.27, y por otro lado en la Fig. 7.28 se muestra el ábaco en roseta para flexión esviada para la misma disposición de armado evaluado, disponible en el libro “Jiménez Montoya. Hormigón armado” [39] , con la que se contrastaran los resultados y validará la herramienta de cálculo diseñada.

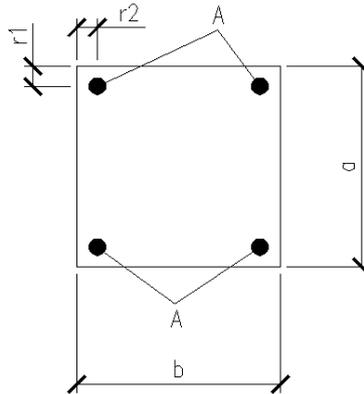


Fig. 7.26 Disposición del armado.

donde

A =área transversal de la sección de la barra de acero;

a = alto de la sección;

b = ancho de la sección;

r_1 y r_2 = son los recubrimientos mecánicos de las armaduras, correspondientes al 10% del alto y 10% del ancho, respectivamente.

Para el caso analizado, los valores de las variables mostradas en Fig. 7.26, corresponden a: $a=b=300\text{mm}$; A =variable (según ω requerido); $r_1 = r_2 = 30\text{mm}$; $f_{c,k}$ =variable (según ω y ν requeridos); $f_{y,k} = 500\text{MPa}$. Con los cuales se obtuvieron los siguientes valores adimensionales, calculadas según las siguientes ecuaciones:

$$\omega = \frac{A_s f_{y,k}}{A_c f_{c,k}} \quad (7.18)$$

$$\nu = \frac{N}{f_{c,k} b h} \quad (7.19)$$

$$\mu_x = \frac{M_x}{f_{c,k} b h^2} \quad (7.20)$$

$$\mu_y = \frac{M_y}{f_{c,k} h b^2} \quad (7.21)$$

donde

A_s área total de la sección transversal de las barras de refuerzo.

A_c área de la sección transversal de hormigón.

N es el valor de la carga axial

f_{ck} es la resistencia característica a la compresión del hormigón;

b, h son el ancho y el alto de la sección rectangular de hormigón;

M_x es el momento de cálculo uniaxial en el eje x ;

M_y es el momento de cálculo uniaxial en el eje y .

En la Fig. 7.27 se muestran los diagramas de interacción para flexión biaxial para 3 diferentes cuantías mecánicas (ω) representadas en colores y niveles de carga (v) correspondientes cada uno a un cuadrante. En cuanto a la Fig. 7.28 se muestran variadas cuantías mecánicas (ω) representadas con cada curva y niveles de carga (v) correspondientes cada una a un octante. También se precisa que todos los momentos adimensionales a continuación mostrados corresponden a momentos totales, osea la suma de los momentos de 1er y 2º orden.

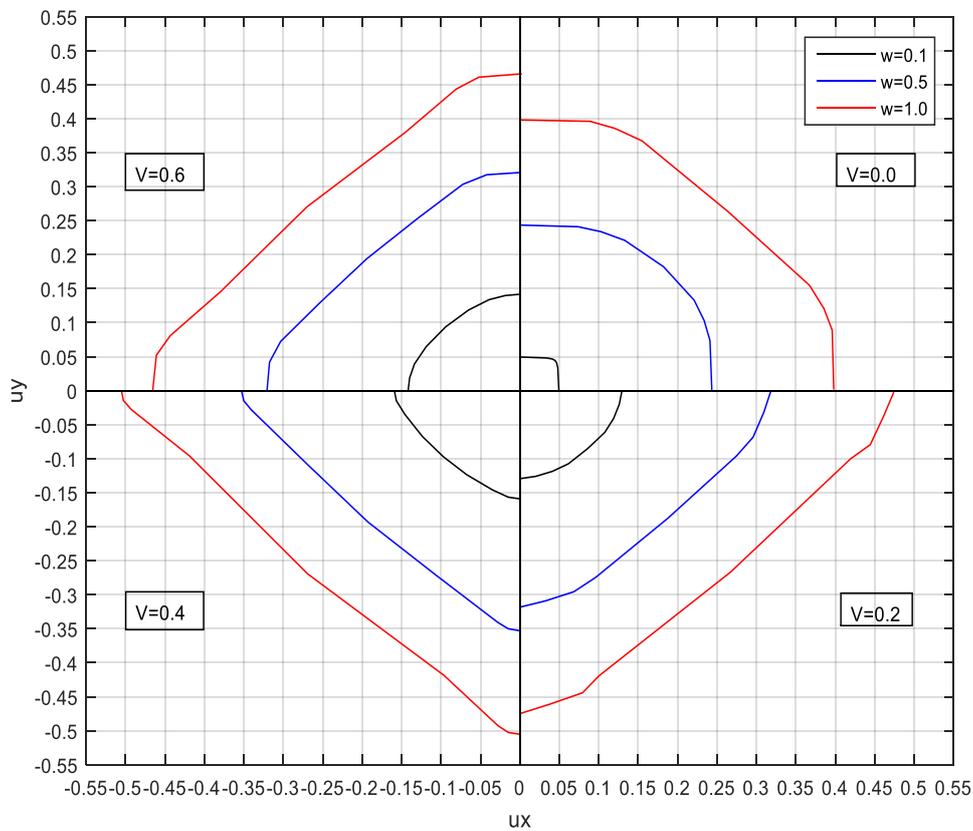


Fig. 7.27 Roseta para flexión esviada a temperatura ambiente.

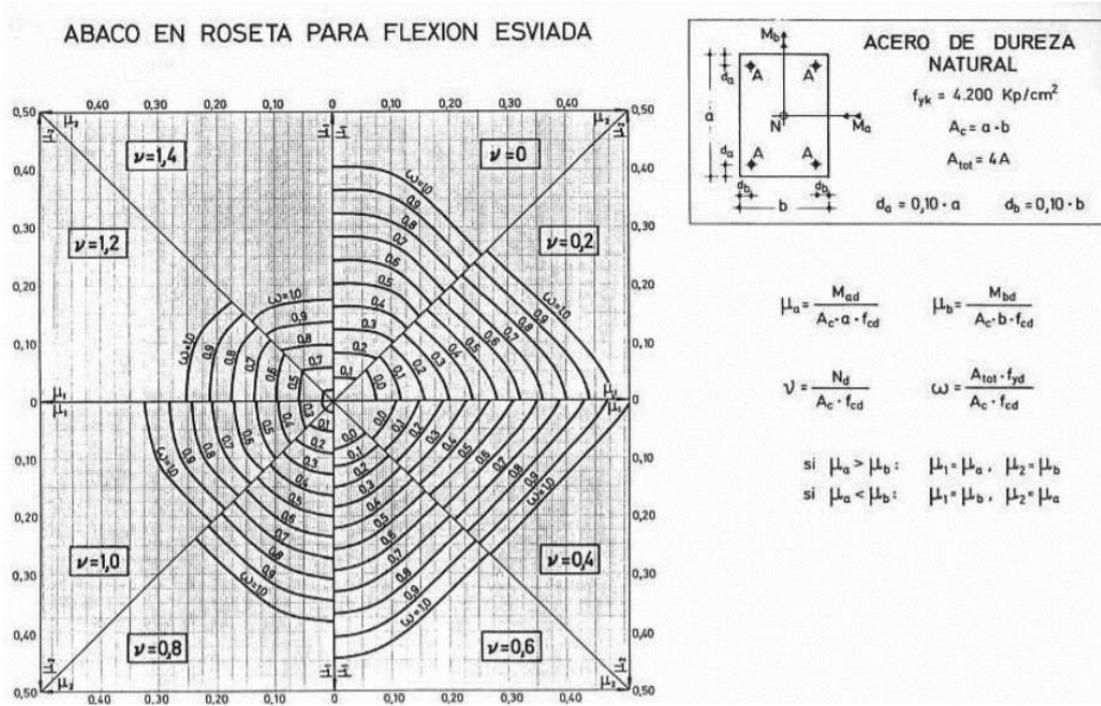


Fig. 7.28 Abaco en roseta para flexión esviada. [39]

Al comparar las curvas adimensionales de la Fig. 7.27 con las curvas pertinentes de la Fig. 7.28, se puede observar que las formas y valores de cada curva se ajustan bien, manteniendo las tendencias tales como que al aumentar el nivel carga (ν) y también a mayor cuantía mecánica de acero (ω), las curvas de momentos adimensionales (μ_x, μ_y) se vuelven rectas que unen los momentos adimensionales de cada eje principal ($\mu_x, 0$) y $(0, \mu_y)$.

Así también, al modelizar los diagramas de momentos biaxiales mediante la ecuación de Bresler, se puede interpretar que al aumentar el nivel de carga y la cuantía mecánica, los exponentes de la ecuación (7.11) tienden a acercarse a 1.0. En caso contrario, o sea con bajo nivel de carga y baja cuantía mecánica se obtiene un exponente creciente mayor a 1.0 tal y como se expuso con anterioridad en el apartado 7.3.2 según lo publicado por Wang et al. [65]. Esta conclusión, por otra parte, se contradice con lo estipulado por el EUROCÓDIGO 2 parte 1-1 [36], descrito en este trabajo en la Tabla 7.2, donde se muestra que en la medida que aumenta el nivel de carga, el exponente de la ecuación de Bresler aumenta.

De manera adicional a la validación del modelo de cálculo para flexión esviada a temperatura ambiente con el ábaco de rosetas de Jiménez Montoya, a continuación se presenta otra validación pero con datos experimentales, con los que M. Fossetti y M. Papia [37] validaron su propio modelo de cálculo para flexión esviada, y que fueron recogidos de Zhan et al. [67]. Las 2 columnas de hormigón armado consideradas en esta validación tenían una sección de 400x400mm y 12 barras $\phi 16$ repartidas en las 4 caras con igual separación entre ellas. En la Tabla 7.5 se pueden observar las otras propiedades relevantes para el cálculo de la sección.

Tabla 7.5 Propiedades de las columnas validadas

Columna Nº	Resistencia a la compresión del hormigón a 20°C f_{ck} (MPa)	Esfuerzo de fluencia del refuerzo a 20°C f_{yk} (MPa)	Número de barras de refuerzo	Recubrimiento mecánico (mm)	Nivel de carga (v)
1	49.86	423	12 ϕ 16	30	0.2
2	46.53	423	12 ϕ 16	30	0.32

La validación del modelo de cálculo para flexión biaxial (en este caso para circunstancias de temperatura ambiente) se presenta en la Fig. 7.29, donde se grafican las curvas de interacción de momento último en el eje x versus momento último en el eje y, de la columna 1 y columna 2 descritas anteriormente, además de los datos experimentales extraídas de [67].

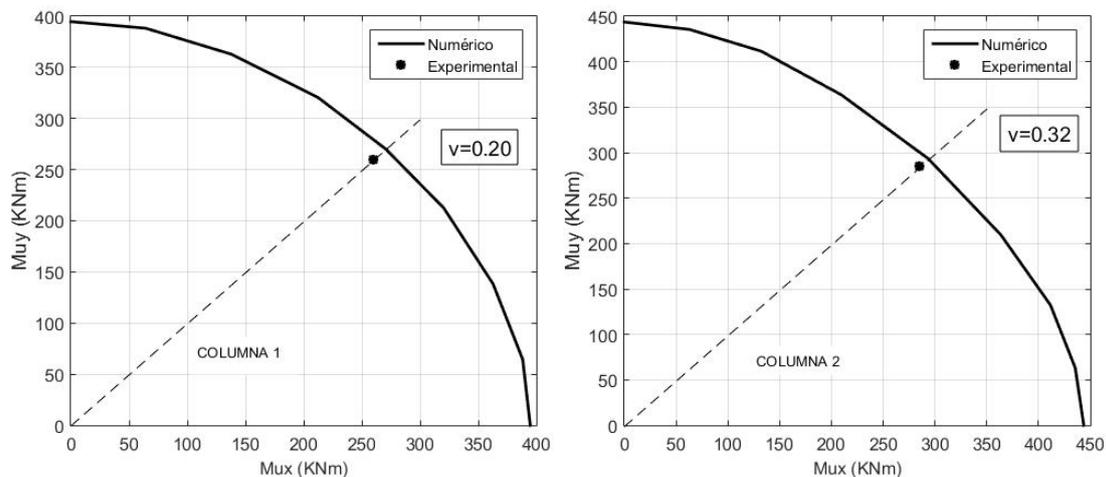


Fig. 7.29 Validación del modelo de cálculo para flexión biaxial.

En la Fig. 7.29 se puede observar que el modelo de cálculo numérico diseñado se ajusta muy bien al registro experimental analizado para ambas columnas, pero con un pequeño error por el lado de la inseguridad.

Con respecto a la validación del modelo de cálculo para momentos biaxiales en circunstancias de exposición a una curva de fuego, en este trabajo no se realizó mediante un contraste con datos experimentales dado los pocos reportes que existen de ellos. Además era requerido tener resuelto el modelo de cálculo a nivel de pieza, ya que es necesario también el cálculo del momento de segundo grado y en esta investigación solo se ha trabajado el cálculo seccional. Por ello, como una seudo-validación del modelo de cálculo de secciones rectangulares de hormigón armado para momentos biaxiales en situación de incendio se procedió a validar por partes el modelo. Así es como se procedió a la validación del cálculo seccional para flexión biaxial a temperatura ambiente y también el cálculo a flexión uniaxial a temperatura ambiente y a distintos tiempos de exposición a un fuego normalizado. Por lo tanto, gran parte del modelo de cálculo cuenta ya con su validación, pero sigue siendo necesaria la validación del modelo completo, lo que se espera realizar en futuros trabajos que continúen con esta línea de investigación.

8 Resultados

Respondiendo a los objetivos principales de esta investigación en relación al análisis de la resistencia a flexión biaxial de secciones rectangulares de hormigón armado expuestas a una curva de fuego nominal, se precedió a fijar algunos parámetros limitando así la amplitud del estudio. Los parámetros fijados fueron:

- Tipo de hormigón: Hormigones de resistencia normal $f_{c,k} \leq 50MPa$.
- Tipo de áridos: áridos silíceos.
- Recubrimiento mecánico: 30mm.
- Resistencia del acero de las barras de refuerzo: $f_{y,k} = 500MPa$.
- Curva de fuego: Curva de fuego estándar ISO 834.
- Caras expuestas al fuego: 3 y 4 caras.
- Dimensiones de la sección: 300x300mm.

Con respecto al parámetro “dimensiones de la sección”, a temperatura ambiente no influye significativamente, pero en situaciones de incendio esto no se puede asegurar sin un análisis previo, ante lo cual en este trabajo se optó por fijarla.

Los resultados presentados a continuación corresponden a secciones cuadradas de HA expuestas a 4 caras y 2 caras contiguas a un fuego estándar ISO 834. Lo primero fue seleccionar los valores de los parámetros no fijados, tales como la cuantía mecánica (ω) y el nivel de carga adimensional (ν).

De acuerdo al Art. 9.5.2(2) del EUROCÓDIGO 2 parte 1-1 [36], se establece para pilares un área mínima de armadura longitudinal ($A_{sl,min}$) y en el Art. 9.5.2(3) del EUROCÓDIGO 2 parte 1-1 [36] un área máximo de cuantía ($A_{sl,max}$), calculadas de acuerdo a las ecuaciones (8.1) y (8.2), respectivamente.

$$A_{sl,min} = \frac{0,1 * N_{Ed}}{f_{yc,d}} \text{ ó } 0,004 * A_c \quad (8.1)$$

donde

$A_{s,min}$ es el mayor de ambos cálculos de la ecuación (8.1) la que va repartida en ambas caras (comprimida y traccionada)

N_{Ed} es el axil de compresión de cálculo;

$f_{yc,d}$ es la resistencia de cálculo del acero

A_c es el área bruta de la sección de hormigón.

$$A_{sl,max} = \frac{f_{cd} * A_c}{f_{yc,d}} \quad (8.2)$$

donde

$f_{c,d}$ es la resistencia de cálculo del hormigón a compresión;

A efectos de este análisis, se trabajaron con los valores característicos de cada material, cuyas propiedades se presentan en la Tabla 8.1 y cuyas dimensiones de la sección se muestran en la Fig. 8.1.

Tabla 8.1 Propiedades de las secciones investigadas.

Sección Nº	Resistencia a la compresión del hormigón a 20°C f_{ck} (MPa)	Esfuerzo de fluencia del refuerzo a 20°C f_{yk} (MPa)	Número de barras de refuerzo	Recubrimiento mecánico (mm)	Cuantía mecánica (ω)
1	40	500	4 ϕ 16	30	0.1
2	30	500	4 ϕ 32	30	0.6

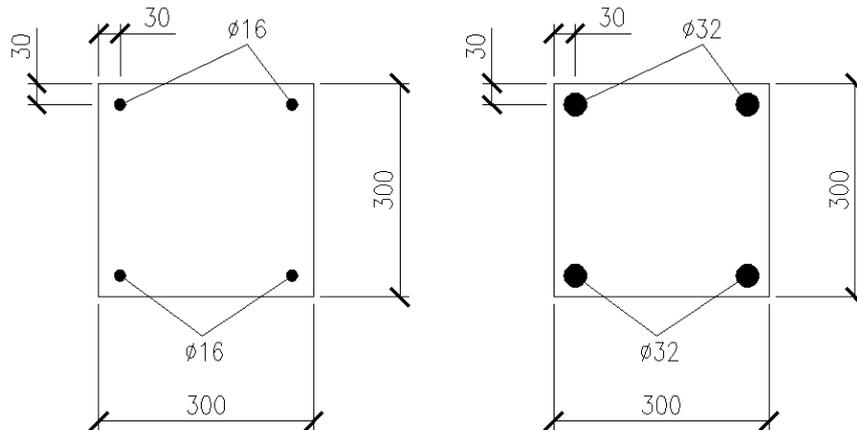


Fig. 8.1 Secciones de HA expuestas al fuego a 4 caras y 2 caras contiguas. Sección N°1 (izquierda) y sección N°2 (derecha).

Complementando la información entregada en la Tabla 8.1, en la Tabla 8.2 se muestran los niveles de cargas considerados y la comprobación de cuantías mínimas y máximas para cada caso según EUROCÓDIGO 2 parte 1-1 [36].

Tabla 8.2 Niveles de carga investigados y comprobación de cuantías mínimas y máximas.

Sección Nº	N_{ed} (KN)	ν	Cuantía mecánica (ω)	Área total de las armaduras (mm^2)	Área mínima de las armaduras (mm^2) [36]	Área máxima de las armaduras (mm^2) [36]
1	0	0.0	0.1	804	360	7200
1	800	0.2	0.1	804	360	7200
1	1450	0.4	0.1	804	360	7200
1	2150	0.6	0.1	804	430	7200
2	0	0.0	0.6	3216	360	5400
2	540	0.2	0.6	3216	360	5400
2	1080	0.4	0.6	3216	360	5400
2	1600	0.6	0.6	3216	360	5400

En la Tabla 8.2 se observa que todos los casos analizados cumplen con las cuantías mínimas y máximas exigidas en el EUROCÓDIGO 2 parte 1-1 [36]. Teniendo claros la sección, el armado y nivel de carga, se procedió a estudiar el comportamiento de ellos a flexión biaxial y frente a la acción del fuego expuestos a 4 caras y luego a 2 caras contiguas.

8.1 Análisis seccional frente a flexión biaxial expuesta al fuego por las 4 caras

Para las secciones de HA analizadas, en la Fig. 8.2 se presentan los mapas térmicos obtenidos al calentar la sección por las 4 caras para tiempos de exposición de 60, 90 y 120 minutos.

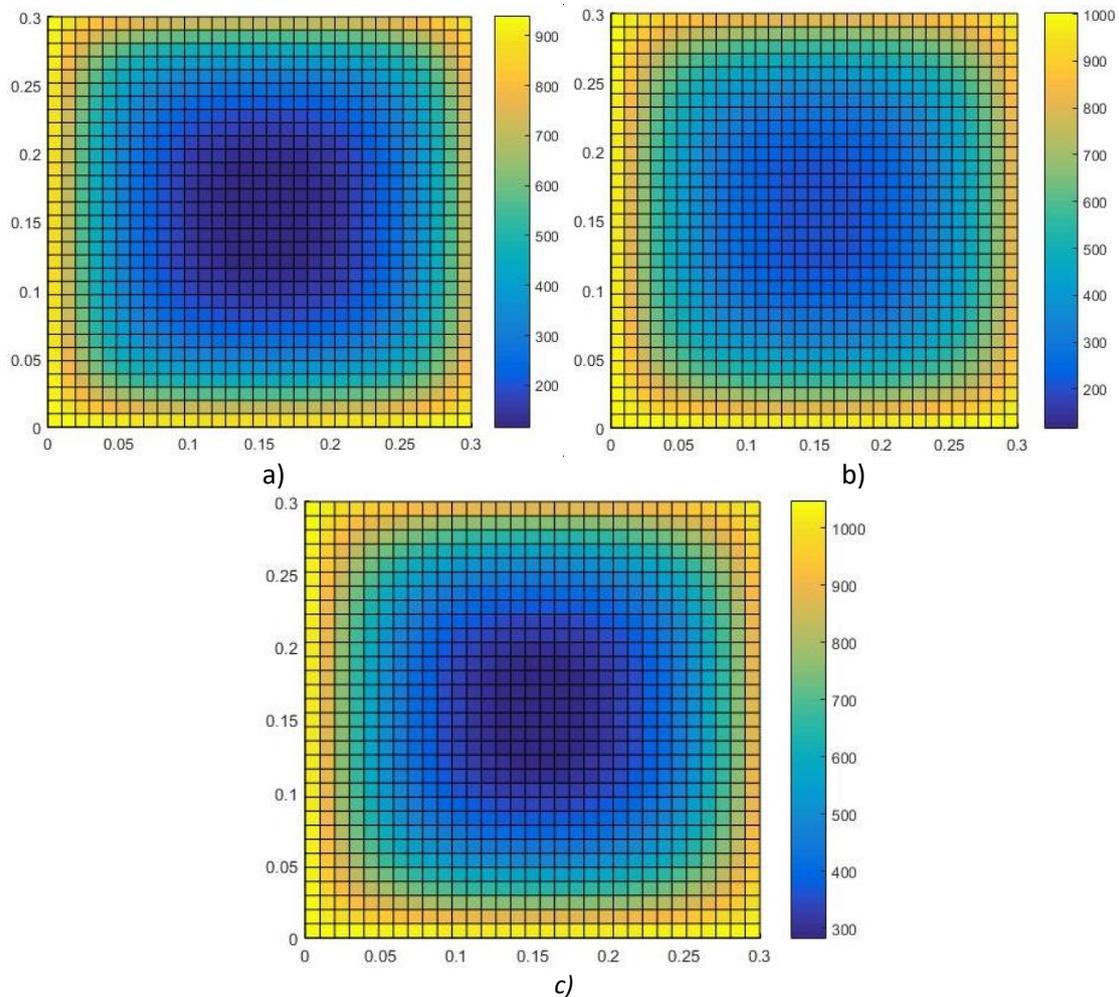


Fig. 8.2 Mapa térmico sección HA 300x300 expuesto a 4 caras. a) 60 minutos, b) 90 minutos y c) 120 minutos.

Los diagramas de momentos biaxiales adimensionales para distintos tiempos de exposición a la curva de fuego estándar ISO 834 se presentan en las Fig. 8.3 y Fig. 8.4 correspondientes a los cálculos para las cuantías $\omega=0.1$ y $\omega=0.6$, respectivamente. En cada subgráfica se presentan los resultados para cada nivel de carga adimensional. También a efectos de representación de las curvas de momentos de manera adimensional (μ_x, μ_y) , estos se adimensionaron en base a las características iniciales del hormigón (t=0 minutos), tal y como se muestran en las ecuaciones (8.3) y (8.4).

$$\mu_x = \frac{M_x}{f_{ck}(t=0)bh^2} \quad (8.3)$$

$$\mu_y = \frac{M_y}{f_{ck}(t=0)hb^2} \quad (8.4)$$

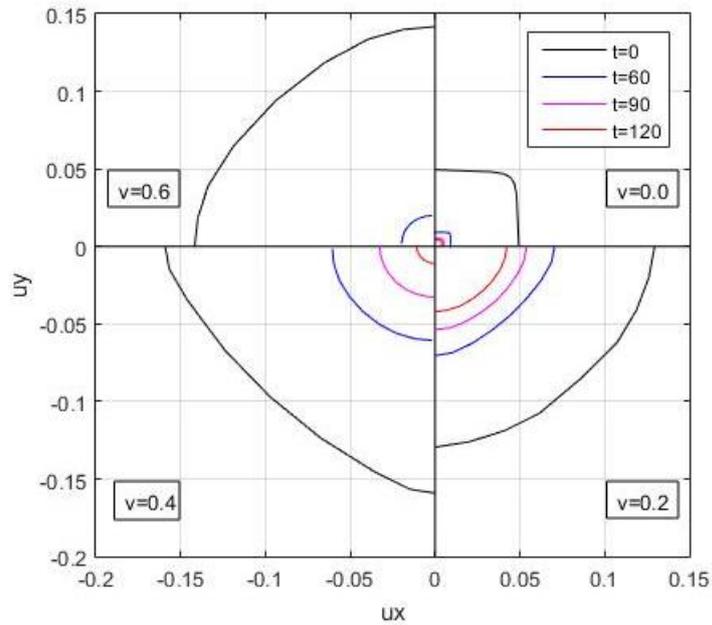


Fig. 8.3 Diagrama de momentos biaxiales adimensionales con $\omega=0.1$. 4 caras expuestas.

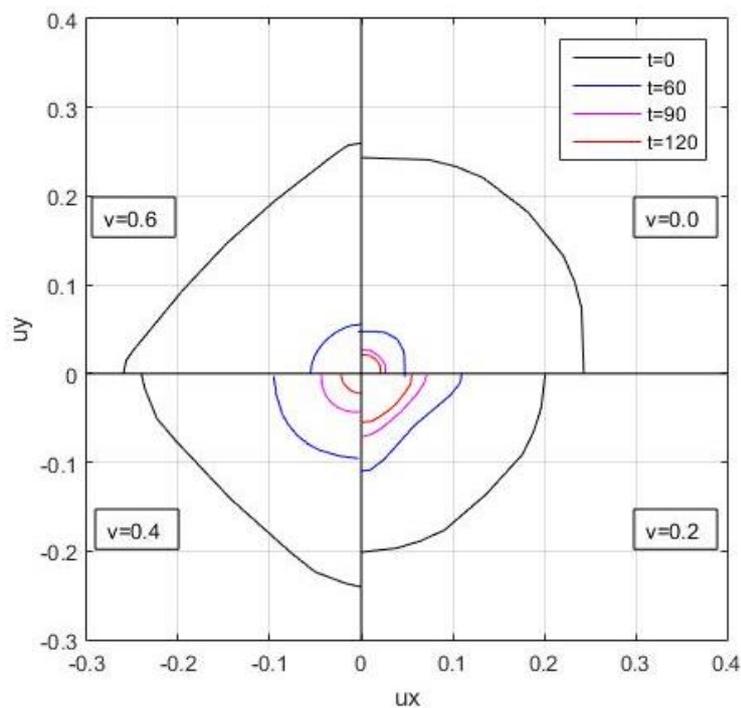


Fig. 8.4 Diagrama de momentos biaxiales adimensionales con $\omega=0.6$. 4 caras expuestas.

Para cuantías bajas ($\omega(t = 0) = 0.1$) en la Fig. 8.3 se observan los siguientes resultados:

- Para una carga axial nula, la resistencia de la sección para tiempos de 60 minutos, es despreciable.
- Para un nivel de carga $v = 0.2$, las curva de momentos adimensionales (μ_x, μ_y) para distintos tiempos de exposición conservan su forma respecto a la de temperatura ambiente.

- Para un nivel de carga $\nu = 0.4$, las curvas de momentos adimensionales (μ_x, μ_y) después de un tiempo expuestos al fuego asumen una curvatura mayor con respecto a la curva a tiempo cero, la que era prácticamente una recta.
- Para un nivel de carga $\nu = 0.6$, la sección no puede resistir un tiempo de 90 minutos de exposición. Por eso, solo se muestra la curva correspondiente a 60 minutos.

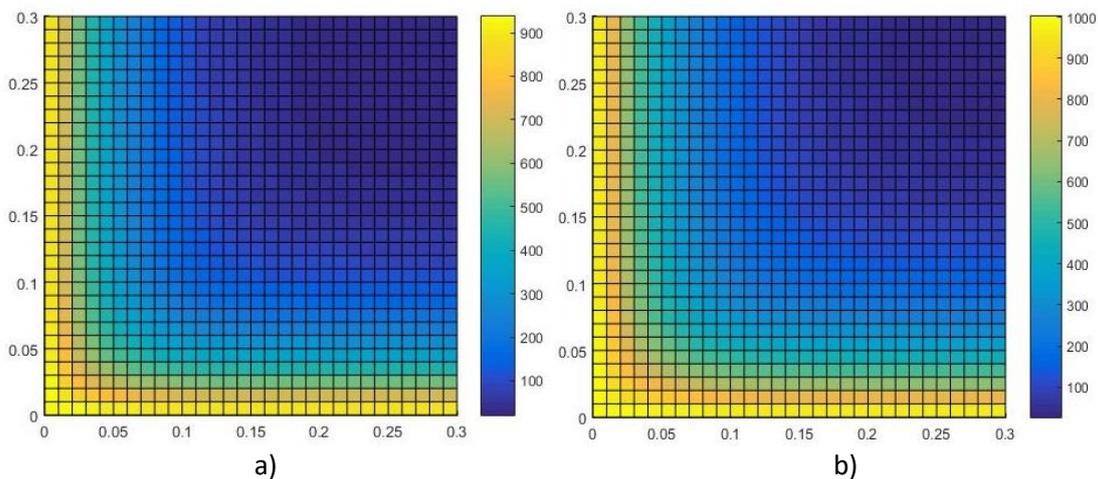
Para cuantías altas ($\omega(t = 0) = 0.6$) en la Fig. 8.4 se observan los siguientes resultados:

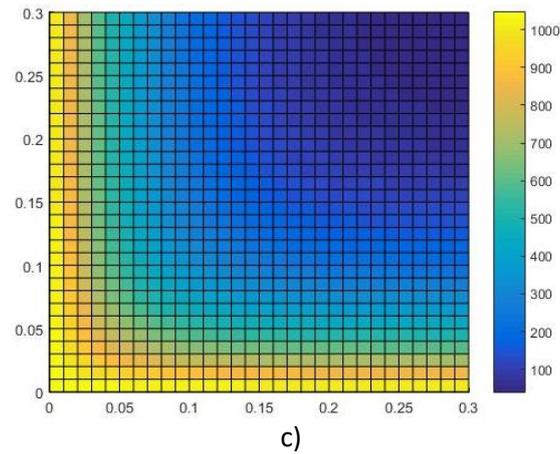
- Para una carga axial nula, la resistencia de la sección es mucho mayor en comparación a lo observado para cuantías bajas, para todos los tiempos analizados.
- Para un nivel de carga $\nu = 0.2$, las curva de momentos adimensionales (μ_x, μ_y) para distintos tiempos de exposición se vuelven más rectas con respecto a la de temperatura ambiente.
- Para un nivel de carga $\nu = 0.4$, las curva de momentos adimensionales (μ_x, μ_y), después de un tiempo expuestos al fuego asumen una curvatura mayor con respecto a la curva a tiempo cero, la que era casi una recta.
- Para un nivel de carga $\nu = 0.6$, la sección no puede resistir un tiempo de 90 minutos de exposición. Por eso solo se muestra la curva correspondiente a 60 minutos.

En resumen los comportamientos biaxiales de las secciones de HA suelen variar con el tiempo de exposición, donde además de la resistencia también cambian las formas de los diagramas.

8.2 Análisis seccional frente a flexión biaxial expuesta al fuego por 2 caras contiguas

Para las secciones de HA analizadas, en la Fig. 8.5 se presentan los mapas térmicos obtenidos al calentar la sección por 2 caras contiguas por tiempos de exposición de 60, 90 y 120 minutos.





c)
 Fig. 8.5 Mapa térmico sección HA 300x300 expuesto a 2 caras contiguas. a) 60 minutos, b) 90 minutos y c) 120 minutos.

Los diagramas de momentos biaxiales adimensionales para distintos tiempos de exposición a la curva de fuego estándar ISO 834 para dos caras contiguas expuestas al fuego, se presentan en las Fig. 8.6 y Fig. 8.7 correspondientes a los cálculos para las cuantías $\omega=0.1$ y $\omega=0.6$, respectivamente.

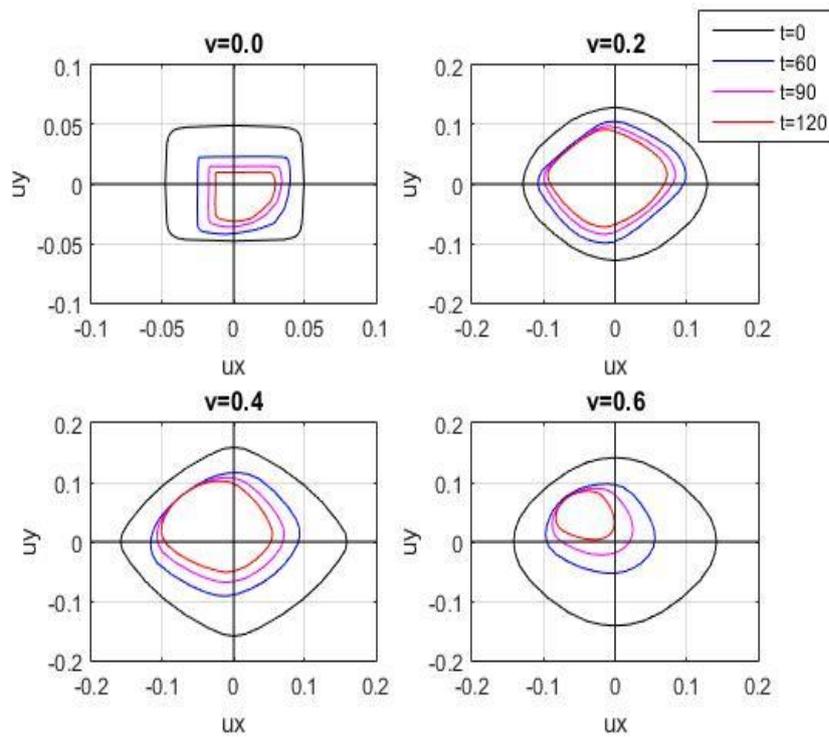


Fig. 8.6 Diagramas de momentos biaxiales adimensionales con $\omega=0.1$.

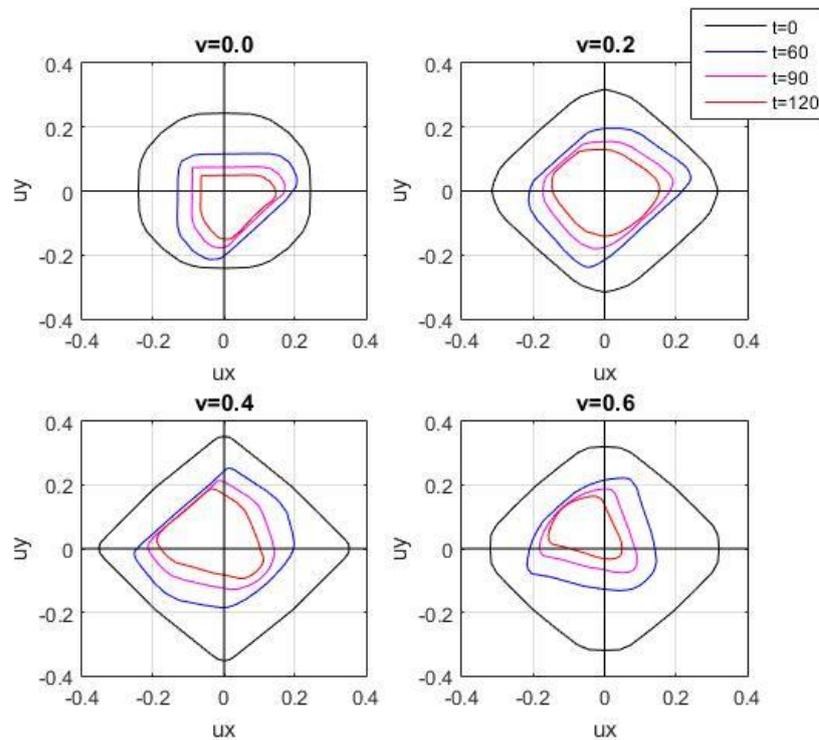


Fig. 8.7 Diagramas de momentos biaxiales adimensionales con $\omega = 0.6$.

En la Fig. 8.6 y Fig. 8.7 se observa que aunque las secciones de hormigón armado sean totalmente simétricas y con ello se obtengan diagramas de momentos biaxiales simétricos a temperatura ambiente (curvas en color negro) esto no se mantiene para otros tiempos de exposición, ya que el calentamiento no es simétrico (ver Fig. 8.5).

Al examinar la Fig. 8.6 se aprecia que en la medida que el nivel de carga aumenta, mayor es su pérdida de capacidad resistente (de manera porcentual) al aumentar el tiempo de exposición al fuego. También se ve que ningún cuadrante es igual a otro, por lo que modelar estas curvas mediante las ecuaciones de Bresler es mucho más complicado en comparación a un calentamiento por las 4 caras (resultados mostrados en el apartado 7.3.3), ya que en cada eje principal y en cada sentido (positivo y negativo) la resistencia a momentos uniaxiales es distinto y a la vez el comportamiento biaxial entre cada eje principal también lo es. Por lo que se sugiere que si se desean simplificar los cálculos numéricos por el modelo simplificado de Bresler (método B), los exponentes deberían ser considerados siempre 1.0, ya que si bien hay cuadrantes que presentan gran concavidad también hay otros que son prácticamente lineales. Para la Fig. 8.7 donde se muestran los resultados para cuantías altas, se observa un comportamiento similar al descrito para las cuantías bajas, donde adoptar un valor mayor a 1.0 para los exponentes de la ecuación Bresler (7.10) (aplicado para secciones expuestas al fuego), no tiene beneficios suficientes en comparación a la simplicidad de calcular con el método de Bresler con un exponente único igual a 1.0.

Continuando con la investigación, además de fijar los parámetros mencionados con los que se realizó el análisis seccional a flexión biaxial para exposiciones al fuego de 4 caras y 2 caras contiguas, se procedió a analizar la influencia de la disposición y distribución de la armadura longitudinal sobre la capacidad resistente de una sección de hormigón armado, evaluando así si es necesario fijar o no estos parámetros en este estudio.

8.3 Análisis de la influencia de la disposición y distribución de la armadura

Para analizar la influencia de la disposición y distribución de las armaduras longitudinales en la resistencia mecánica frente a un tiempo determinado de exposición a una curva de fuego, se establecieron 2 casos de estudio. El primer caso consistía en comparar el comportamiento de dos secciones cuadradas de hormigón armado de idénticas cuantías mecánicas (ω) y niveles de carga (ν) con la única diferencia de que una sección tendría las barras de mayor diámetro en las esquinas y la otra los mayores diámetros de barras en las zonas medias (ver Fig. 8.8) con los cuales se pretende estudiar la influencia de la disposición del armado en la sección. La carga aplicada en este primer caso de análisis correspondía a $N_{Ed} = 1080KN \Rightarrow \nu = 0.4$ y las características mecánicas del hormigón y acero fueron $f_{c,k} = 30MPa$ y $f_{y,k} = 500MPa$, respectivamente. Los resultados del primer caso se presentan en la Fig. 8.9.

En el segundo caso de estudio para analizar la influencia de la distribución de las armaduras en la sección de HA, se analizaron dos secciones de idénticos momentos últimos resistentes uniaxiales pero con diferentes número de barras. Una sección tenía 4 barras en las esquinas y la otra 8 barras distribuidas en todo el perímetro de la sección (ver Fig. 8.10). La carga aplicada en este segundo caso de análisis correspondía a $N_{Ed} = 1080KN \Rightarrow \nu = 0.4$ y las características mecánicas del hormigón y acero fueron $f_{c,k} = 30MPa$ y $f_{y,k} = 500MPa$, respectivamente, y los valor de a y b seguían la siguiente relación ($a = \frac{3}{2}b$), donde $a=490mm^2$ y $b=327mm^2$. Los resultados del segundo caso se presentan en la Fig. 8.11.

Ambos casos fueron analizados para tiempos de exposición a una curva de fuego estándar ISO 834 de 0, 60, 90 y 120 minutos, expuestos por las 4 caras.

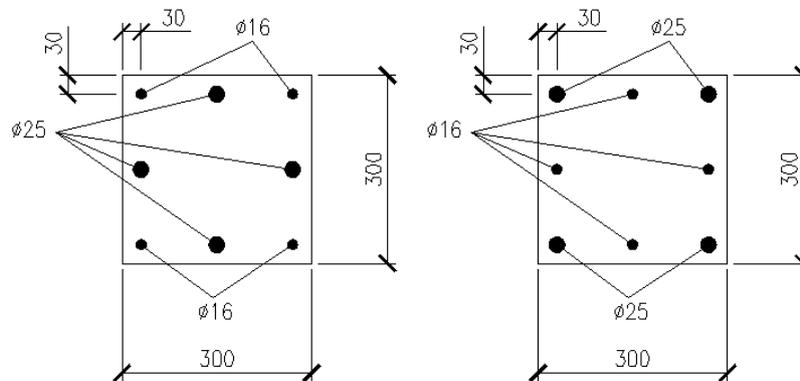


Fig. 8.8 Secciones HA de igual cuantía mecánica y diferente disposición de armado.

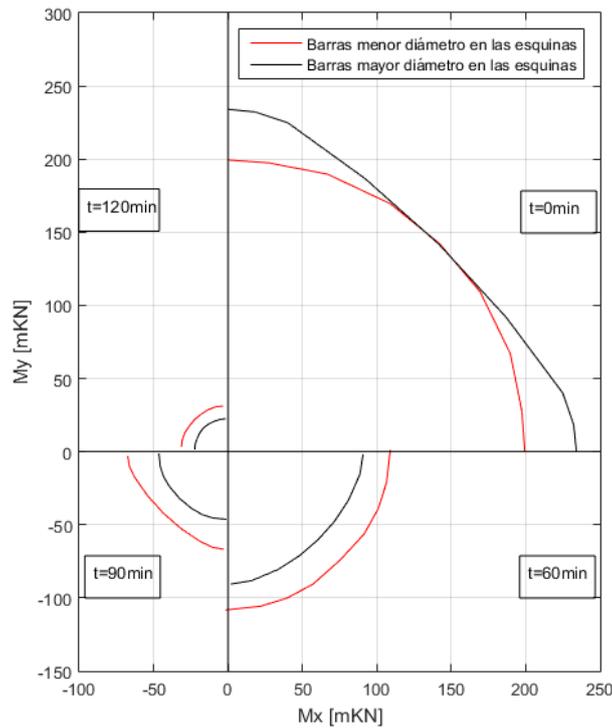


Fig. 8.9 Diagramas momentos biaxiales a diferentes tiempos de exposición al fuego. Primer caso.

En la Fig. 8.9 se puede observar que a temperatura ambiente la sección con las barras de mayor diámetro en las esquinas resiste momentos últimos mayores frente a una flexión uniaxial y también frente a momentos biaxiales, pero en esta última situación esta diferencia se acorta en la medida que la componente M_x es igual a M_y . Por contraparte, al examinar el comportamiento de estas secciones expuestas a tiempos de exposición al fuego de 60, 90 y 120 minutos, se aprecia que lo mencionado antes a temperatura ambiente se invierte, obteniendo mayores resistencias cuando se disponen las barras de menor diámetro en las esquinas. Esto se debe a que las esquinas se calientan más rápido al recibir calor por 2 caras a la vez y por lo tanto la resistencia de los materiales en esas zonas sufren mayor deterioro en comparación a las zonas que solo reciben calor por 1 cara.

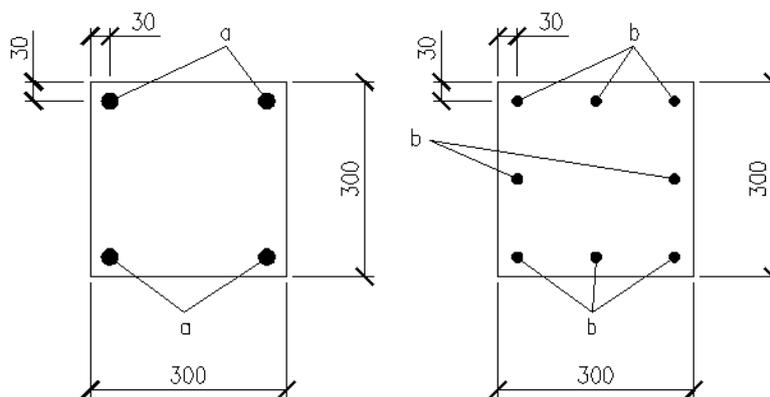


Fig. 8.10 Secciones de HA de igual resistencia mecánica uniaxial y distinto N° de barras.

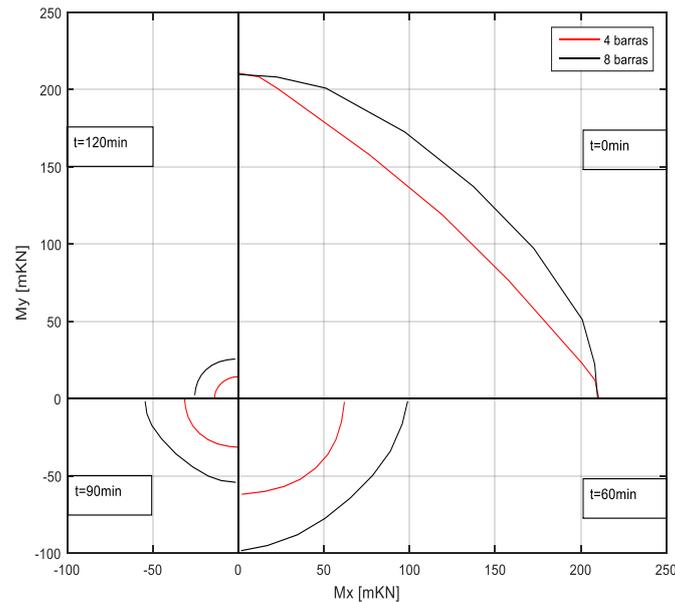


Fig. 8.11 Diagramas momentos biaxiales a diferentes tiempos de exposición al fuego. Segundo caso.

Continuando con el análisis de la influencia de la distribución de las armaduras longitudinales en la Fig. 8.11 se visualiza claramente que para un tiempo igual a cero (temperatura ambiente) para ambas secciones (de 4 barras y 8 barras) el momento último para flexión uniaxial es la misma, pero para momentos biaxiales la sección de 8 barras tiene un mejor rendimiento. Así también para tiempos de exposición al fuego de 60, 90 y 120 minutos se aprecia que la resistencia mecánica de la sección con 8 barras es muy superior a la desarrollada por la sección de 4 barras.

Por lo tanto al analizar los resultados obtenidos para ambos casos, se puede concluir que la disposición y distribución de las armaduras longitudinales influyen de manera significativa sobre el comportamiento biaxial de las secciones de hormigón armado a temperatura ambiente y también en situaciones de exposición a una curva de calentamiento.

A causa de lo concluido en este apartado, también se fijará el parámetro “disposición y distribución de la armadura longitudinal”, el cual será fijado para todos los casos de estudio posterior a este apartado a 4 barras, una en cada esquina.

8.4 Método de la isoterma 500°C para el cálculo de flexión biaxial

Como parte de este trabajo también se estudió el nivel de ajuste entre el modelo numérico aplicando el método exacto y el modelo numérico aplicando el método de la isoterma 500°C para el cálculo de flexión biaxial en situaciones de incendio. Para ello, se analizaron los resultados del cálculo de momentos biaxiales de 2 secciones de hormigón armado (ver Fig. 8.1 y Tabla 8.1) con diferentes niveles de carga axial (ver Tabla 8.3), los cuales fueron calculados para una exposición al fuego por las 4 caras para tiempos de exposición de 30, 60, 90, 120, 150 y 180 minutos.

Tabla 8.3 Combinaciones de nivel carga (ν) y cuantía mecánica (ω) analizadas.

Caso	Sección Nº	N_{ed} (KN)	Nivel de carga (ν)	Cuantía mecánica (ω)	Área total de las armaduras (mm^2)
1	1	800	0.2	0.1	804
2	1	1450	0.4	0.1	804
3	2	540	0.2	0.6	3216
4	2	1080	0.4	0.6	3216

Dado que el modelo numérico aplicando el método exacto (diseñado en esta investigación) y aplicando el método de la isoterma 500°C trabaja con distintos modelos térmicos 2D, en primera instancia fue necesario analizar las diferencias entre los modelos térmicos con respecto a la isoterma de 500°C. El análisis se aplicó a una sección de hormigón de 300x300 mm expuesta por las 4 caras a un fuego estándar ISO 834, y se graficaron las isotermas de 500°C obtenidas mediante el método simplificado de Wickström y el método de diferencias finitas seleccionado en este trabajo (LIE8) (ver Fig. 8.12).

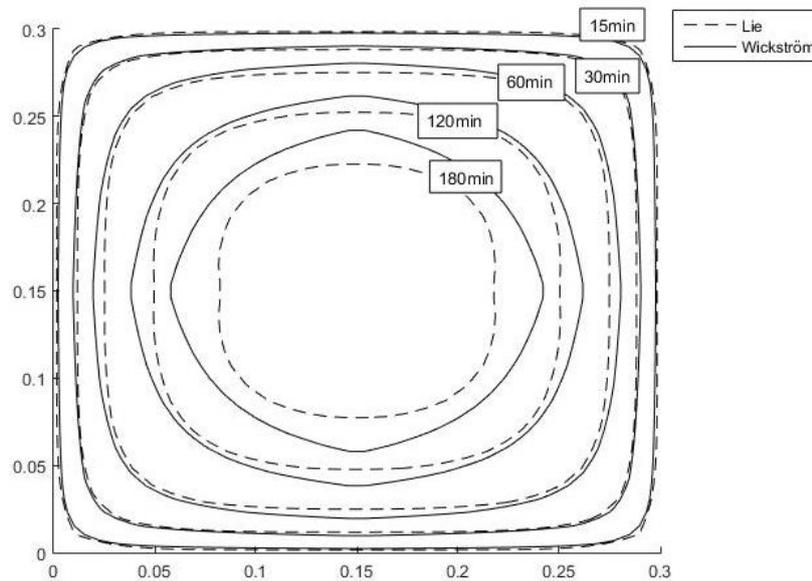


Fig. 8.12 Isotermas 500 para tiempos de exposición de 15, 30, 60, 120 y 180 minutos. Método diferencias finitas de Lie y Método simplificado de Wickström.

Se observa (Fig. 8.12) que para tiempos de exposición de hasta 120 minutos la predicción de la isoterma de 500°C es casi idéntica entre ambos métodos, y que para tiempos mayores la isoterma de 500°C obtenida con el método simplificado de Wickström se aleja por el lado de la inseguridad.

Los resultados del análisis de la resistencia biaxial de una sección de HA expuesta al fuego calculada por el método exacto y el método de la isoterma 500°C se presentan en las Fig. 8.13, Fig. 8.14, Fig. 8.15 y Fig. 8.16 correspondientes a los casos 1, 2, 3 y 4 de acuerdo a la Tabla 8.3.

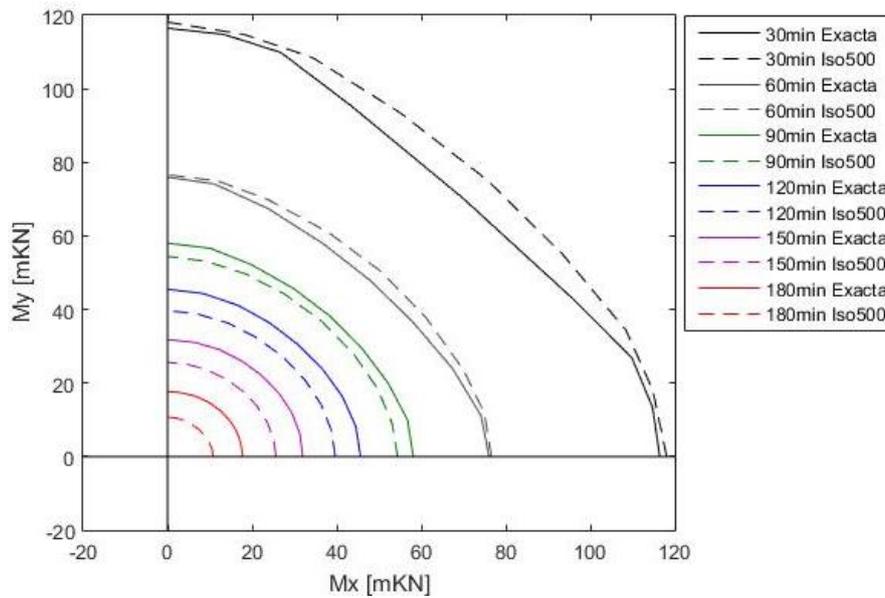


Fig. 8.13 Diagrama de interacción M_x - M_y para $\omega(t = 0) = 0.1$ y $v(t = 0) = 0.2$. Método exacto y Método de la Isotherma 500°C.

Para el caso de cuantía baja y nivel de carga bajo, en la Fig. 8.13 se observa que el diagrama de momentos biaxiales calculado con el método de la isoterma 500°C está del lado de la inseguridad para tiempos de exposición menores a 60 minutos, pero con un error pequeño. Luego para tiempos de exposición mayores a los 60 minutos los resultados obtenidos con el método de la isoterma 500°C están del lado de la seguridad, pero el error se incrementa en función del aumento del tiempo de exposición.

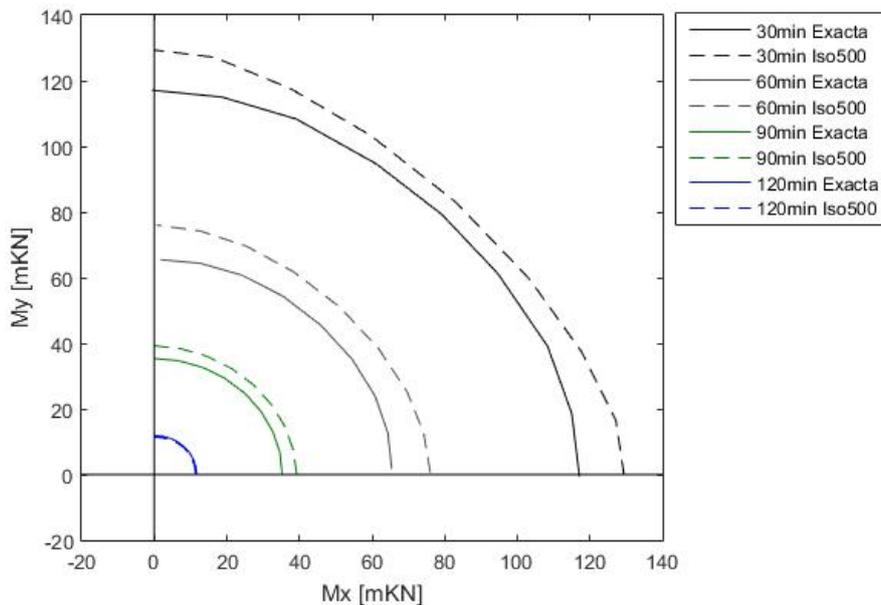


Fig. 8.14 Diagrama de interacción M_x - M_y para $\omega(t = 0) = 0.1$ y $v(t = 0) = 0.4$. Método exacto y Método de la Isotherma 500°C.

Para una cuantía baja y un nivel de carga alto, se observa en la Fig. 8.14 que todas las curvas de momentos obtenidas con el método de la isoterma 500°C están del lado de la inseguridad.

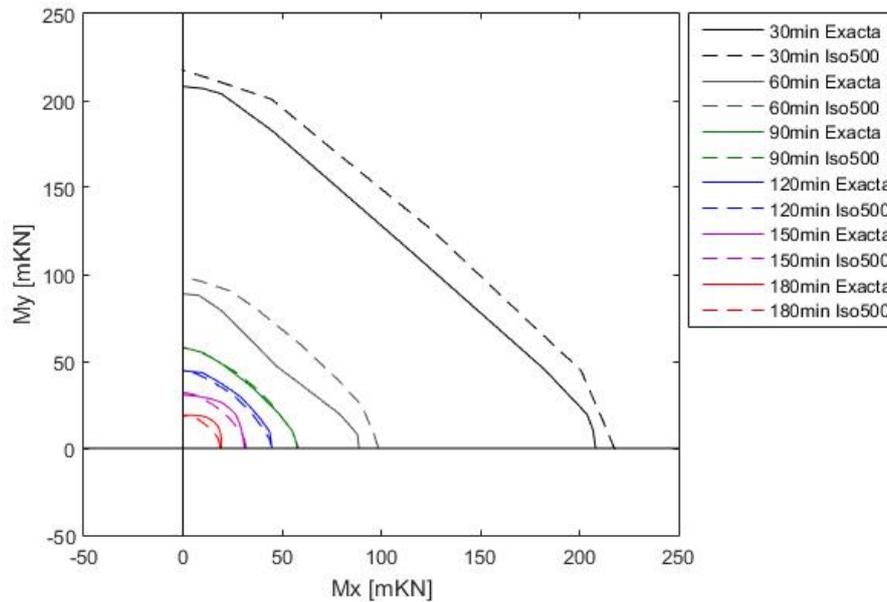


Fig. 8.15 Diagrama de interacción M_x - M_y para $\omega(t = 0) = 0.6$ y $v(t = 0) = 0.2$. Método exacto y Método de la Isoterma 500°C.

Para una cuantía alta y nivel de carga bajo, se puede observar en la Fig. 8.15, que solo para tiempos de exposición mayor o igual a 90 minutos se obtiene un buen ajuste de resultados entre los 2 métodos estudiados.

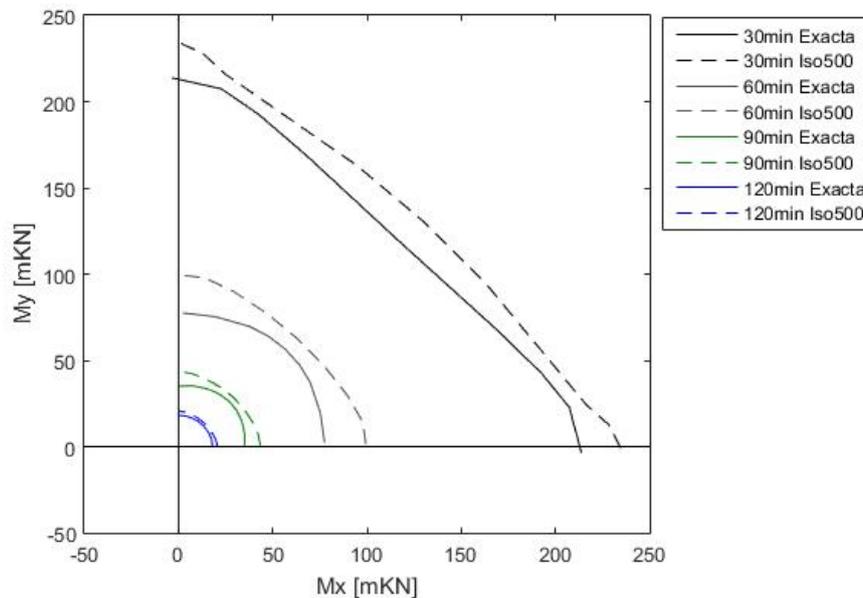


Fig. 8.16 Diagrama de interacción M_x - M_y para $\omega(t = 0) = 0.6$ y $v(t = 0) = 0.4$. Método exacto y Método de la Isoterma 500°C.

Por último en la Fig. 8.16 se observa que para cuantías altas y nivel de carga alto, los momentos últimos calculados con el método de la isoterma 500°C se encuentran del lado de la inseguridad.

De acuerdo con lo observado en las anteriores 4 figuras, para discriminar las causas de los errores, de manera complementaria se realizaron comparaciones entre los diagramas obtenidos por el método exacto y por el método de la isoterma 500°C aplicando el análisis

térmico simplificado de Wickström y el análisis térmico de Lie (para obtener la posición de la isoterma de 500°C). Cabe recordar que para obtener el mapa térmico de la sección en el método exacto se utilizó el método de diferencias finitas de Lie.

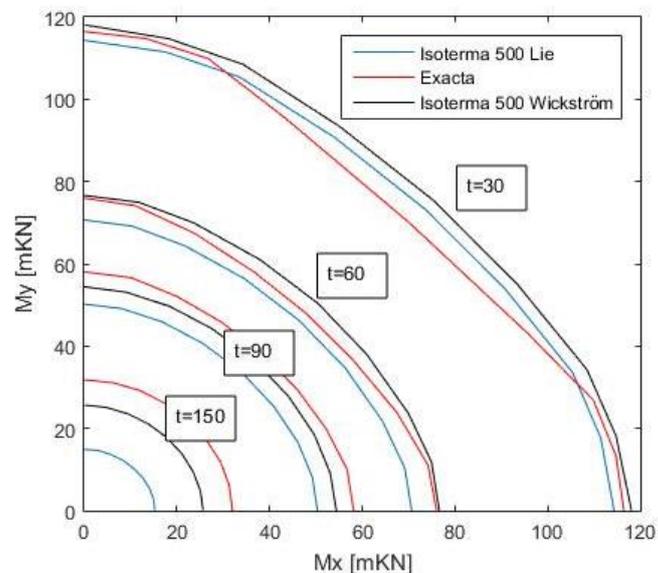


Fig. 8.17 Comparación Diagrama de interacción M_x - M_y para $\omega(t=0)=0.1$ y $u(t=0)=0.2$. Método exacto, Método de la Isoterma 500°C Lie y Método de la Isoterma 500°C Wickström.

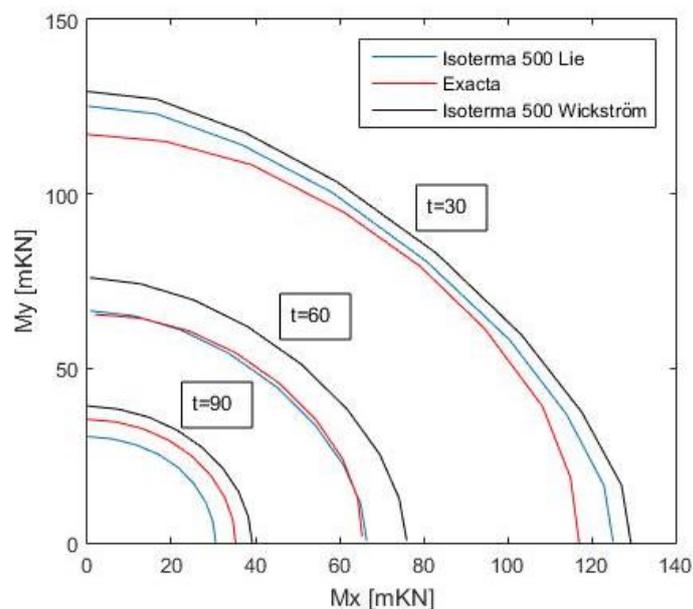


Fig. 8.18 Comparación Diagrama de interacción M_x - M_y para $\omega(t=0)=0.1$ y $u(t=0)=0.4$. Método exacto, Método de la Isoterma 500°C Lie y Método de la Isoterma 500°C Wickström.

Al evaluar la Fig. 8.17 y Fig. 8.18 correspondientes a la sección de cuantía baja, se observa que solo para un tiempo de 30 minutos las curvas de momentos biaxiales obtenidas mediante el método de la isoterma 500°C con el modelo térmico de Lie están del lado de la inseguridad, por lo que se puede concluir que los errores por el lado de la inseguridad evidenciados en la Fig. 8.13 y Fig. 8.14 se deben a las diferencias de predicciones de los modelos térmicos aplicados y no de la metodología en la que se basa el método de la isoterma 500°C. Lo mismo se estudió luego en la Fig. 8.19 y Fig. 8.20 para el caso de secciones de HA con cuantías altas.

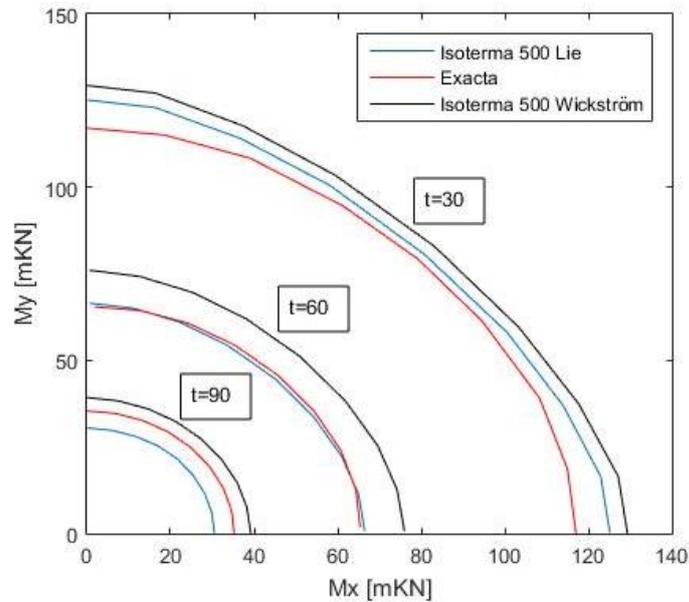


Fig. 8.19 Comparación Diagrama de interacción Mx- My para $\omega(t=0)=0.6$ y $u(t=0)=0.2$. Método exacto, Método de la Isoterma 500°C Lie y Método de la Isoterma 500°C Wickström.

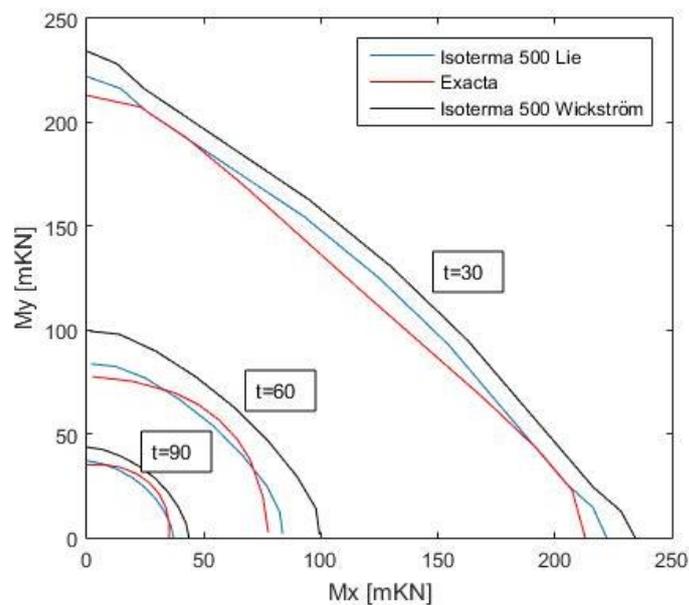


Fig. 8.20 Comparación Diagrama de interacción Mx- My para $\omega(t=0)=0.6$ y $u(t=0)=0.4$. Método exacto, Método de la Isoterma 500°C Lie y Método de la Isoterma 500°C Wickström.

En la Fig. 8.19 se aprecia lo mismo que en las Fig. 8.17 y Fig. 8.18, pero en la Fig. 8.20 se observa otro fenómeno adicional, donde las curvas de momentos del método exacto (rojo) se cruzan con las curvas de momento del método de la isoterma 500°C (azul) para tiempos de 60 y 90 minutos, a lo que dado que ambas tienen el mismo mapa térmico, solo se puede asociar este suceso a la simplificación del método de la isoterma 500°C.

En vista a los 4 casos analizados más las 4 gráficas complementarias posteriores, se puede concluir que el método de la isoterma 500°C aplicado para el cálculo de momentos biaxiales de secciones rectangulares de HA en general son un buen predictor, pero con errores por el lado de la inseguridad para tiempos de exposición bajos. Parte de las causas de estas diferencias son que los valores que adoptan las variables que afectan al comportamiento

biaxial de la sección de hormigón armado son distintos al calcular con cada método (exacta e isoterma 500°C). Esto ocurre con: el tamaño y forma de la sección, la posición de las armaduras (dentro o fuera de la sección de hormigón y su respectivo recubrimiento) y la distribución de la temperatura en la sección. Pero, por otro lado, se tiene la ventaja de poder reducir un problema en circunstancias de incendio a uno en circunstancias de temperatura ambiente.

Con la finalidad de lograr el mismo efecto que el método de la isoterma 500°C (reducir un problema a altas temperaturas a un problema a temperatura ambiente), se elaboraron 2 métodos de cálculo simplificado. Con ello se busca obtener un buen nivel de predicción y que permitan aplicar directamente métodos simplificados gráficos o analíticos para flexión biaxial a temperatura ambiente, que estén disponibles en la bibliografía especializada.

8.5 Modelo simplificado diagramas momentos biaxiales en situación de incendio

Dada la complejidad de implementar modelos numéricos así como los altos tiempos de cálculo que generalmente suelen requerir, uno de los objetivos siempre suele ser simplificar los cálculos lo más posible para reducir los errores a niveles aceptables. Es por ello, que a continuación, se desarrolla un modelo de cálculo que relaciona el comportamiento biaxial de una sección de hormigón armado expuesta a una curva de fuego estándar ISO 834 por las 4 caras y el comportamiento biaxial de una sección equivalente de hormigón armado a temperatura ambiente. La ventaja de reducir un análisis seccional a flexión biaxial a altas temperaturas a uno a temperatura ambiente, es que, a temperatura ambiente existen variados métodos simplificados que muestran buenos ajustes. Éstos podrían ser aplicables también a situaciones de incendio. Además también se podrían emplear ábacos de roseta para flexión esviada (a temperatura ambiente).

Las características de las secciones equivalentes a temperatura ambiente con respecto a la sección original expuesta a una curva de fuego en sus 4 caras cumplen los siguientes criterios:

- Las dimensiones de la sección original se mantienen en la sección equivalente.
- La disposición y distribución de las armaduras de la sección original son las mismas en la sección equivalente. En este apartado son siempre 4 barras, una en cada esquina.
- El recubrimiento mecánico de las armaduras de la sección original es el mismo en la sección equivalente. En este trabajo el recubrimiento mecánico es de 30mm.
- Las características mecánicas y físicas de los materiales (acero y hormigón) se calculan en base a la cuantía mecánica equivalente y nivel de carga equivalente, dadas por las ecuaciones (8.5) y (8.6) o (8.7) y (8.8), calculadas a partir de la sección calentada.

Ya que la metodología planteada mediante una sección equivalente está basada en la cuantía mecánica y el nivel de carga adimensional, disponibles en el instante requerido para un tiempo de exposición al fuego, es primordial definir sus variaciones en el tiempo. La variación de la cuantía mecánica (ω) y el nivel de carga adimensional (ν) en el tiempo de exposición a un fuego estándar ISO 834 están dadas por las ecuaciones (8.5) y (8.6) (en caso de ser calculados por el método exacto) o por las ecuaciones (8.7) y (8.8) (en caso se utilizar el método de la isoterma 500°C). Las representaciones gráficas de ambas variables para una cuantía mecánica inicial de 0.1 y 0.6 se pueden ver en las Fig. 8.21 y Fig. 8.22, respectivamente.

$$\omega(t) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{A_{s,i} * f_{y,k,i}(t)}{A_{c,i} * f_{c,k,i}(t)}}{N_{ed}} \quad (8.5)$$

$$\nu(t) = \frac{N_{ed}}{\sum_{i=1}^n f_{c,k,i}(t) * A_{c,i}} \quad (8.6)$$

$$\omega(t) = \sum_{i=1}^n \frac{A_{s,i} * f_{y,k,i}(t)}{A_{c,i} * f_{c,k,i}} \quad (8.7)$$

$$v(t) = \frac{N_{ed}}{\sum_{i=1}^n f_{ck,i} * A_{c,i}} \quad (8.8)$$

$$f_{ck,i} = \begin{cases} 0 & \text{si } t_i \leq 500^{\circ}C \\ f_{ck,i}(t = 0) & \text{si } t_i > 500^{\circ}C \end{cases} \quad (8.9)$$

donde

$f_{y,k,i}(t)$ para el elemento "i", es la resistencia característica del acero para un tiempo "t" de exposición a una curva de fuego (MPa).

$f_{c,k,i}(t)$ para el elemento "i", es la resistencia característica a compresión del hormigón para un tiempo "t" de exposición a una curva de fuego (MPa).

$A_{s,i}$ es el área de acero del elemento "i" (mm²).

$A_{c,i}$ es el área de hormigón del elemento "i" (mm²).

$f_{ck,i}$ para el elemento "i", es la resistencia característica del hormigón según la ecuación (8.9), donde $f_{ck,i}(t = 0)$ es la resistencia característica de hormigón a temperatura ambiente.

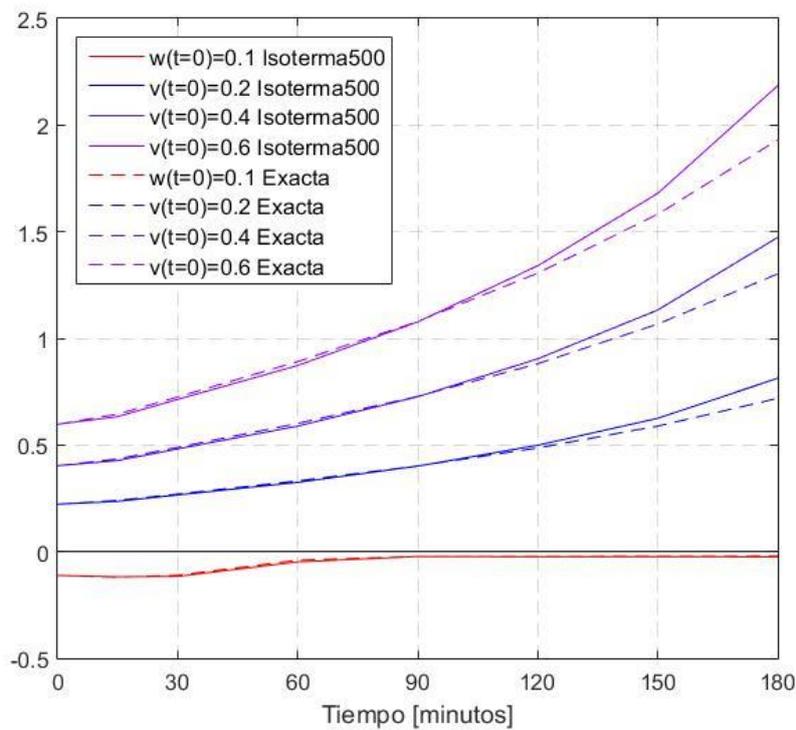


Fig. 8.21 Variación de ω y v en el tiempo. Para $\omega(t = 0) = 0.1$ y $v(t = 0) = [0.2, 0.4, 0.6]$.

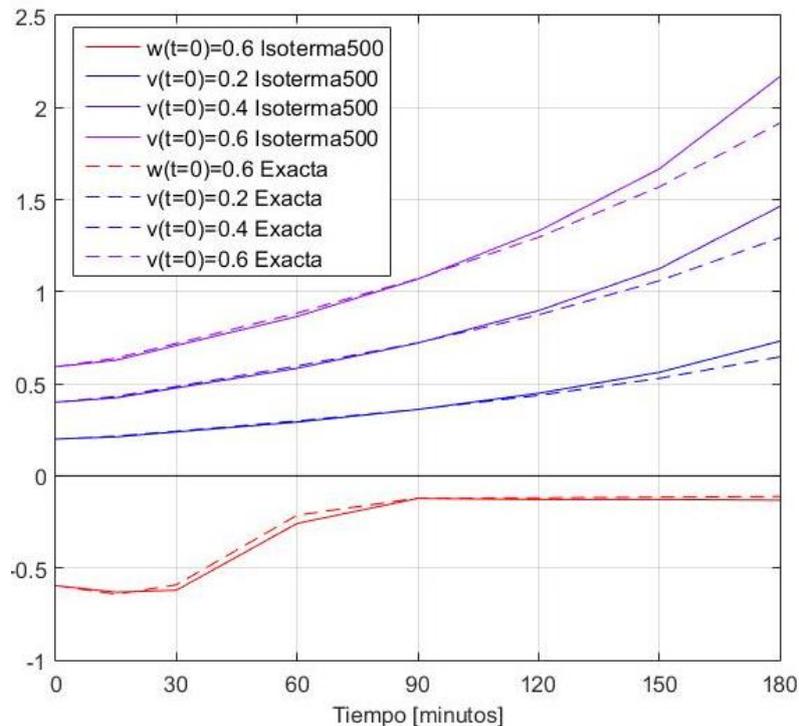


Fig. 8.22 Variación de ω y v en el tiempo. Para $\omega(t=0) = 0.6$ y $v(t=0) = [0.2, 0.4, 0.6]$.

En la Fig. 8.21 y Fig. 8.22, se observa que la cuantía mecánica (ω) y el nivel de carga adimensional (v) aumentan y disminuyen respectivamente con el aumento del tiempo de exposición a un fuego estándar ISO 834. Así, también muestran que las curvas de v calculadas mediante el método exacto y las calculadas mediante el método de la isoterma 500°C dan resultados muy similares hasta tiempos de 150 minutos, y a partir de ese punto comienzan a alejarse entre ellas. Este comportamiento se debe principalmente a que el método de la isoterma 500°C aplicado en tales curvas está calculada con la isoterma de 500°C obtenida con el método simplificado de Wickström cuyo error se hace notorio para tiempos de exposición mayores de 120 minutos tal y como se mostró en la Fig. 8.12. No hay que olvidar el error intrínseco propio del método de la isoterma 500°C el cual no considera la no uniformidad de la temperatura en la sección.

Para demostrar que existe una correlación entre los diagramas biaxiales en secciones de HA expuesta al fuego por las 4 caras y los diagramas biaxiales en frío de secciones de HA equivalentes se define una sección de H. A continuación, se calcula y grafica el diagrama de momento biaxial adimensional según las ecuaciones (8.5) (8.6) (8.14) y (8.15), y se determina una sección de HA equivalente. Después se grafica el diagrama biaxial de la sección de HA equivalente y finalmente se entabla una relación entre ambos diagramas que permita generar buenas predicciones.

Para el cálculo de las secciones de HA equivalentes, es necesario en primera instancia calcular $\omega(t)$ y $v(t)$ de manera gráfica, numérica o analítica y con ello reformular una nueva sección de HA que cumpla los criterios mencionados al inicio del apartado. Es así como se pueden desglosar 2 métodos diferentes para la generación de la sección de HA equivalente, los que se denominaron Método A y Método B.

- Método A: Se modifican las propiedades de los materiales de la sección de HA y se conserva el área de las armaduras y carga axial de la sección original, con lo que el procedimiento para determinar las propiedades mecánicas de los materiales de la sección equivalente están dados por la ecuación (8.10) y la ecuación (8.11):

$$f_{ck,equivalente} = \frac{N_{ed}}{v(t) * A_c} \quad (8.10)$$

$$f_{y,k,equivalente} = \frac{\omega(t) * f_{ck,equivalente} * A_c}{A_{s,T}} \quad (8.11)$$

donde

N_{ed} es la carga axial aplicada en la sección original (calentada).

$v(t)$ es el nivel de carga adimensional calculada para un tiempo de exposición "t".

A_c es el área bruta de la sección de hormigón.

$f_{ck,equivalente}$ es la resistencia característica a la compresión del hormigón de la sección de HA equivalente.

$A_{s,T}$ área total de armadura de la sección original.

$\omega(t)$ cuantía mecánica calculada para un tiempo de exposición "t".

$f_{y,k,equivalente}$ es la resistencia característica del acero de la armadura de la sección de HA equivalente.

- Método B: Se modifica la carga axial aplicada y el área de la armadura, y se conservan las propiedades mecánicas de los materiales de la sección original (calentada), con lo que el procedimiento para determinar las características faltantes están dadas por las ecuaciones (8.12) y (8.13).

$$N_{ed,equivalente} = f_{ck} * v(t) * A_c \quad (8.12)$$

$$A_{sT,equivalente} = \frac{\omega(t) * f_{ck} * A_c}{f_{y,k}} \quad (8.13)$$

donde

f_{ck} es la resistencia característica a la compresión del hormigón de la sección original (calentada).

$f_{y,k}$ es la resistencia característica del acero de la armadura de la sección original (calentada).

$N_{ed,equivalente}$ es la carga axial equivalente aplicada en la sección de HA equivalente.

$A_{sT,equivalente}$ es el área total de las armaduras de la sección de HA equivalente.

Los Métodos A y B fueron contrastados para analizar posibles diferencias que pudieran influir en la predicción del modelo. Para ello se seleccionó una sección de HA (Fig. 8.23), la cual fue expuesta a un fuego estándar ISO 834 por las 4 caras por 60 minutos, y cuyas características mecánicas son $f_{c,k} = 40\text{MPa}$, $f_{y,k} = 500\text{MPa}$, y aplicado una carga axial de 800KN, con las que a temperatura ambiente se obtenían $\omega(t = 0) = 0.1$ y $v(t = 0) = 0.2$ de acuerdo a las ecuaciones (8.5) y (8.6), respectivamente.

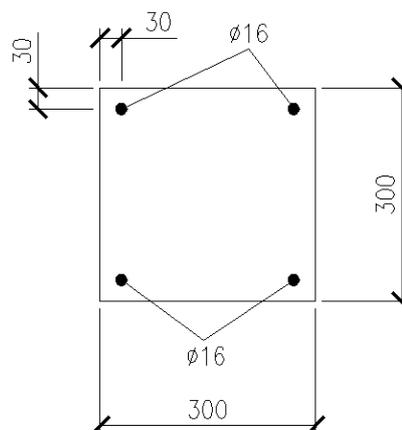


Fig. 8.23 Sección HA expuesta al fuego por las 4 caras [mm].

$$\mu_x(t) = \frac{M_x}{\left(\sum_{i=1}^n f_{c,k,i}(t) * A_{c,i}\right) * h} \quad (8.14)$$

$$\mu_y(t) = \frac{M_y}{\left(\sum_{i=1}^n f_{c,k,i}(t) * A_{c,i}\right) * b} \quad (8.15)$$

El diagrama de momentos biaxiales de la sección para un tiempo de exposición al fuego de 60 minutos se presenta en la Fig. 8.24, donde se graficó solo un cuadrante del diagrama dada la simetría de la sección de HA y el calentamiento simétrico.

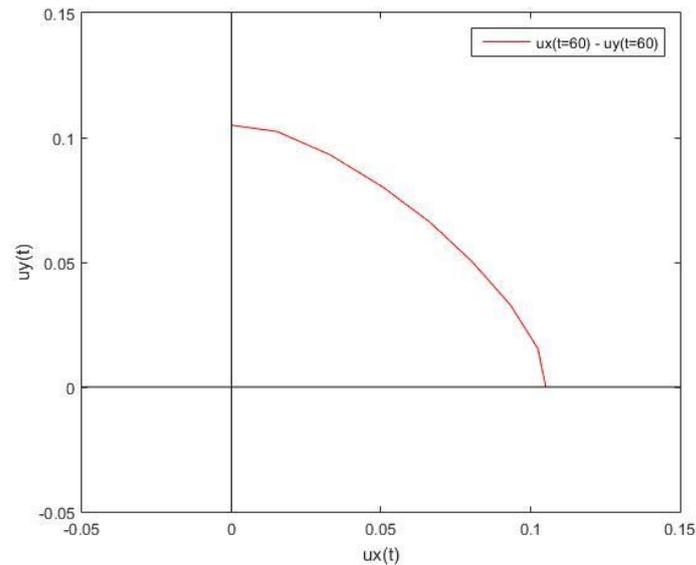


Fig. 8.24 Diagrama de momentos biaxiales adimensionales para un tiempo de exposición al fuego de 60 minutos.

Una vez obtenido el diagrama de momentos biaxiales de la sección de estudio a 60 minutos de exposición, se procedió a calcular las cuantías y niveles de cargas correspondientes a ese tiempo. Estos se graficaron anteriormente en las Fig. 8.21 y Fig. 8.22. La búsqueda de estos valores se muestra en la Fig. 8.25, los cuales serán ahora la cuantía mecánica y nivel de carga adimensional de la nueva sección de HA equivalente a calcular a temperatura ambiente.

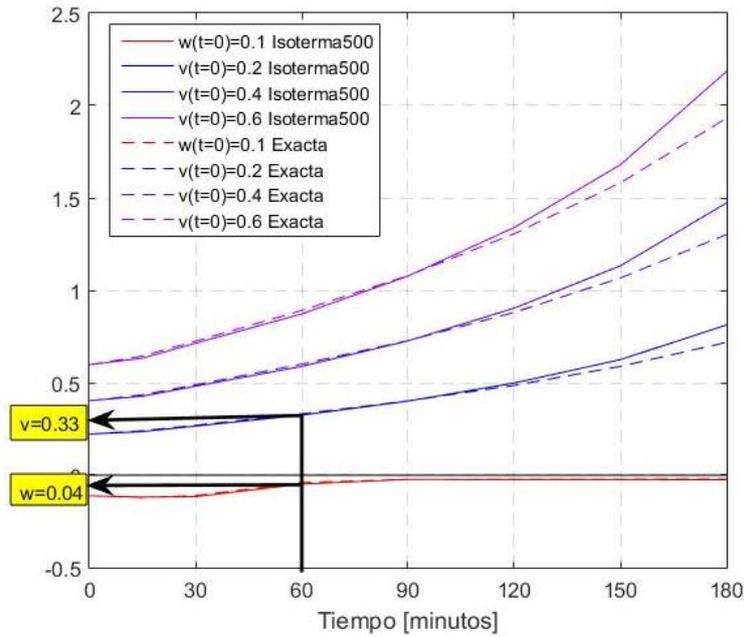


Fig. 8.25 Búsqueda de ω ($t=60$) y ν ($t=60$) de la sección. Para un ω ($t=0$)=0.1 y ν ($t=0$)=0.2.

El siguiente proceso consiste en diseñar una sección de HA equivalente que tuviera una cuantía mecánica $\omega = 0.04$ y aplicado un nivel de carga axial adimensional $\nu = 0.33$. Si se aplicaba el “Método A” la sección equivalente tenía las siguientes propiedades físicas y mecánicas $f_{c,k} = 27\text{MPa}$ y $f_{y,k} = 130\text{MPa}$, $A_{s,T} = 804\text{ mm}^2$, $A_c = 90000\text{ mm}^2$ y una carga axial de 800KN. En cambio si se aplicaba el “Método B” la sección de HA equivalente hubiera tenido las siguientes propiedades $f_{c,k} = 40\text{MPa}$ y $f_{y,k} = 500\text{MPa}$, $A_{s,T} = 290\text{ mm}^2$, $A_c = 90000\text{ mm}^2$ y una carga axial de 1200KN.

A continuación, se procedió a calcular (con el modelo numérico) el diagrama biaxial a temperatura ambiente de la sección de HA equivalente en este ejemplo con el “Método B”, la cual se puede ver en la Fig. 8.26.

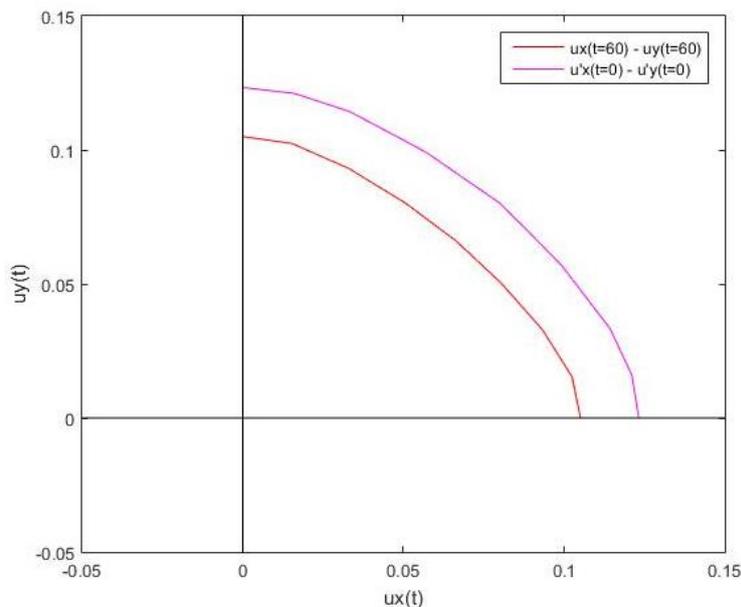


Fig. 8.26 Diagrama biaxial adimensional sección original para $t=60\text{ min}$ y sección equivalente para $t=0\text{ min}$.

En la Fig. 8.26 se observa que el diagrama calculado con la sección de HA equivalente (Método B) a temperatura ambiente (curva de color violeta) es proporcionalmente (de forma radial) más grande que el diagrama de momentos biaxiales adimensionales de la sección original expuesta a 60 minutos al fuego (curva de color rojo). Por lo que se puede intuir que existe un factor (de valor entre 0 y 1) que permite determinar los momentos biaxiales para una exposición al fuego de 60 minutos (en este caso puntual) a partir del análisis en frío de la sección equivalente. En base a estos resultados, se procedió a determinar un factor en coordenadas polares (ya que la proporcionalidad es radial) mediante la ecuación (8.16), por lo que consecuentemente para obtener el diagrama biaxial en caliente a partir del diagrama biaxial en frío de la sección equivalente solo bastaría aplicar las ecuaciones (8.17), (8.18) y (8.19).

$$factor(t) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\sqrt{\mu_{x,i}(t)^2 + \mu_{y,i}(t)^2}}{\sqrt{\mu'_{x,i}(t=0)^2 + \mu'_{y,i}(t=0)^2}}}{N^{\circ} \text{ total de puntos}} \quad (8.16)$$

$$\mu'_{x,i}(t) = factor(t) * \left(\sqrt{\mu'_{x,i}(t=0)^2 + \mu'_{y,i}(t=0)^2} \right) * \cos(\beta_i) \quad (8.17)$$

$$\mu'_{y,i}(t) = factor(t) * \left(\sqrt{\mu'_{x,i}(t=0)^2 + \mu'_{y,i}(t=0)^2} \right) * \sin(\beta_i) \quad (8.18)$$

$$\beta_i = arctg \left(\frac{\mu'_{x,i}(t=0)}{\mu'_{y,i}(t=0)} \right) \quad (8.19)$$

donde

h es la altura de la sección (mm)

b es la base de la sección (mm)

n es el número total de elementos (celdas) en que se subdividió la sección.

$\mu_{x,i}(t)$ para una coordenada "i" del diagrama biaxial, corresponde a la componente en "x" del momento biaxial adimensional para un tiempo de exposición "t" a una curva de fuego estándar ISO 834.

$\mu_{y,i}(t)$ para una coordenada "i" del diagrama biaxial, corresponde a la componente en "y" del momento biaxial adimensional para un tiempo de exposición "t" a una curva de fuego estándar ISO 834.

$\mu'_{x,i}(t=0)$ para una coordenada "i" del diagrama biaxial, corresponde a la componente en "x" del momento biaxial adimensional para un tiempo de exposición "t" igual a cero minutos a una curva de fuego estándar ISO 834, calculada en base a una sección HA de cuantía mecánica y nivel carga equivalente de acuerdo a las Fig. 8.21 y Fig. 8.22.

$\mu'_{y,i}(t=0)$ para una coordenada "i" del diagrama biaxial, corresponde a la componente en "y" del momento biaxial adimensional para un tiempo de exposición "t" igual a cero minutos a una curva de fuego estándar ISO 834, calculada en base a una sección HA de cuantía mecánica y nivel carga equivalente de acuerdo a las Fig. 8.21 y Fig. 8.22.

$\mu'_{x,i}(t)$ para una coordenada "i" del diagrama biaxial, corresponde a la componente en "x" del momento biaxial adimensional aproximada basada en un cálculo seccional en frío, para un tiempo de exposición "t" a una curva de fuego estándar ISO 834.

$\mu'_{y,i}(t)$ para una coordenada "i" del diagrama biaxial, corresponde a la componente en "y" del momento biaxial adimensional aproximada (basada en un cálculo seccional en frío equivalente) para un tiempo de exposición "t" a una curva de fuego estándar ISO 834.

t es el tiempo de exposición al fuego (minutos).

Continuando, en la Fig. 8.27 se muestran 3 curvas, una de color rojo correspondiente al diagrama biaxial adimensional calculada para la sección de HA original a un tiempo de exposición de 60 minutos, una de color violeta correspondiente al diagrama biaxial adimensional calculada a temperatura ambiente para la sección de HA equivalente y una curva en negro correspondiente al diagrama biaxial aproximado de acuerdo a las ecuaciones (8.17) y (8.18).

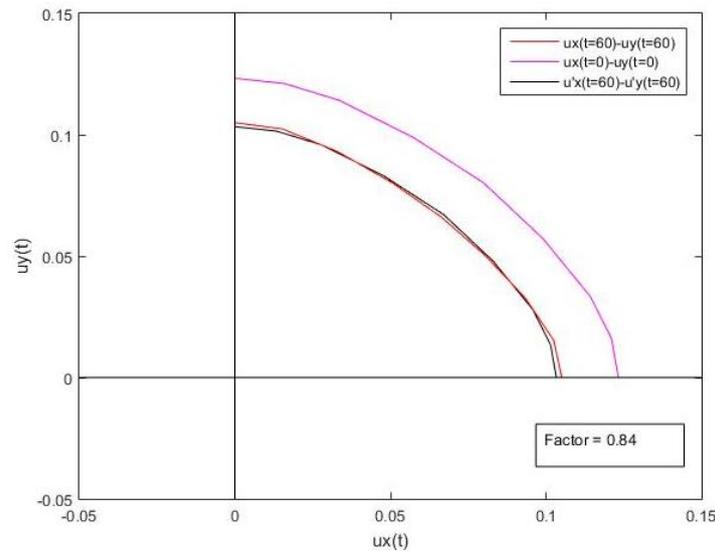


Fig. 8.27 Diagrama momentos biaxiales adimensionales para un tiempo de exposición al fuego de 60 min.

Al analizar las gráficas de la Fig. 8.27, se visualiza que el diagrama biaxial adimensional aproximado mediante el método simplificado propuesto se ajusta muy bien al diagrama biaxial de la sección original expuesta al fuego.

A continuación se presenta otro caso para corroborar el nivel de precisión.

El segundo caso corresponde a una sección de hormigón armado de 300x300mm con $f_{c,k} = 30\text{MPa}$, $f_{y,k} = 500\text{MPa}$, y una carga axial aplicada de 1080KN, con las que a temperatura ambiente se obtienen $\omega(t = 0) = 0.6$ y $\nu(t = 0) = 0.4$, el cual además se expuso por las 4 caras a un fuego estándar ISO 834 por 120 minutos. Al igual que en el caso anterior, se debe determinar la cuantía mecánica y el nivel de carga adimensional disponible a los 120 minutos: $\omega(t = 120)$ y $\nu(t = 120)$, respectivamente. Esto se puede observar de manera gráfica en la Fig. 8.28.

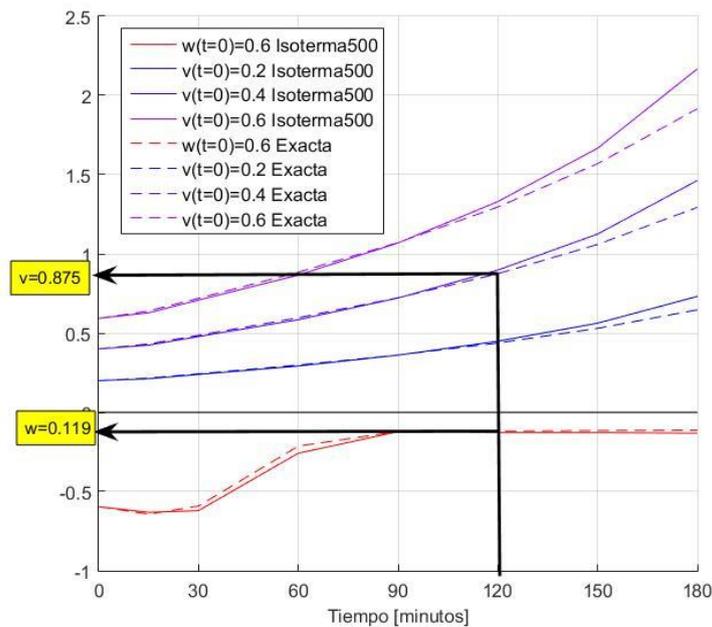


Fig. 8.28 Búsqueda de $\omega(t=120)$ y $\nu(t=120)$ de la sección. Para un $\omega(t=0)=0.6$ y $\nu(t=0)=0.4$.

Ya definidas la cuantía mecánica y la carga a aplicar en la sección equivalente, se repiten los pasos descritos en el caso anterior, cuyos resultados se pueden ver en la Fig. 8.29.

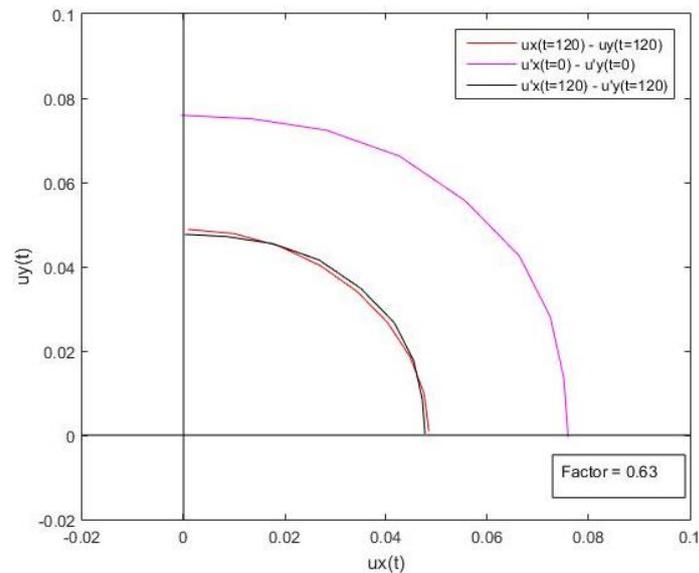


Fig. 8.29 Diagrama momentos biaxiales adimensionales para un tiempo de exposición al fuego de 120 min.

En la Fig. 8.29 nuevamente se observa que existe un factor en coordenadas polares que permite aproximar de manera precisa la resistencia total a flexión biaxial de una sección expuesta al fuego por las 4 caras, mediante el cálculo de una sección de HA equivalente a temperatura ambiente (Método B). Así, se puede asegurar en cierta forma que existe una buena correlación entre diagramas de momentos biaxiales al aplicar el “Método B”. Para el “Método A” se realizaron las mismas comprobaciones y se observaron las mismas relaciones de proporcionalidad entre la resistencia obtenida por la sección calentada y la resistencia obtenida por la sección equivalente.

Posteriormente se aplicó el mismo procedimiento para el “Método A” y “Método B” para diferentes niveles de carga, cuantías mecánicas y tiempos de exposición al fuego, con los que se obtuvieron sus respectivos factores los escala los cuales se muestran en la Fig. 8.30.

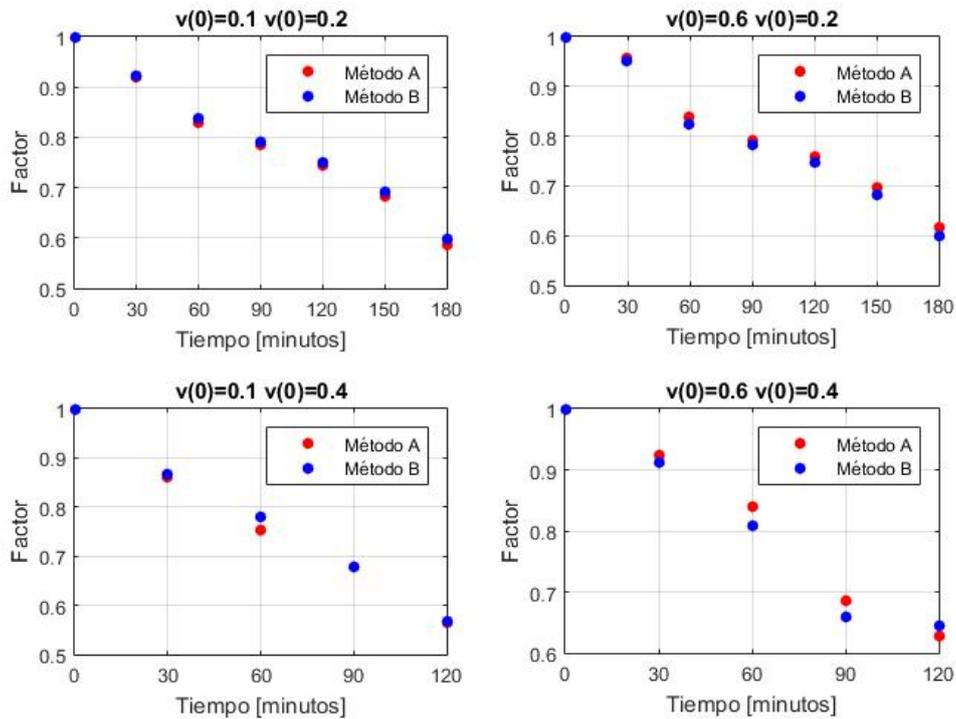


Fig. 8.30 Comparación entre factores obtenidos por el Método A y el Método B.

En la Fig. 8.30 se observa que independiente del método de obtención de la sección de HA (A o B) se obtienen factores casi idénticos.

La siguiente etapa para el diseño de un método simplificado de cálculo para el análisis de la resistencia a flexión esviada de una sección rectangular de hormigón armado fue desarrollar un modelo lineal multivariante para determinar mediante una ecuación los factores que multiplican a los momentos biaxiales. Para ello se analizaron 2 niveles de cuantía mecánica a temperatura ambiente $\omega(t = 0)=0.1$ y $\omega(t = 0)=0.6$; 2 niveles de carga axial a temperatura ambiente $v(t = 0) = 0.2$ y $v(t = 0) = 0.4$; 7 tiempos de exposición al fuego ($t=0$, $t=30$, $t=60$, $t=90$, $t=120$, $t=150$ y $t=180$), y para cada configuración ($\omega(t)$, $v(t)$) 9 coordenadas del diagrama de momentos biaxiales adimensionales ($\mu_x(t)$, $\mu_y(t)$), por lo que en total se analizaron 252 casos. Por lo tanto se analizaron 252 casos para cada método (A y B).

Tal y como se describió anteriormente esta etapa de análisis estadístico se puede aplicar a los factores obtenidos con el "Método A" o "Método B". Primeramente se realizó el estudio para los factores obtenidos con el Método B, donde para las 28 configuraciones ($\omega(t)$, $v(t)$) se calcularon los valores de los factores, los cuales se presentan en la Fig. 8.31.

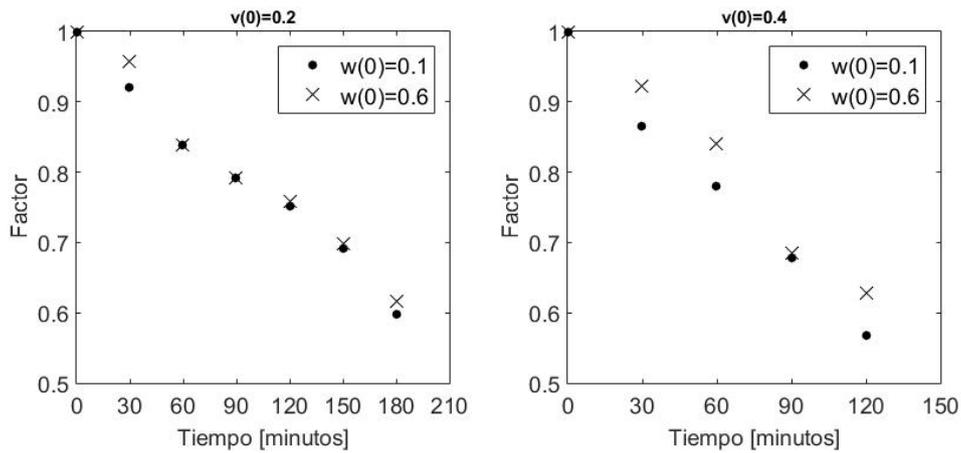


Fig. 8.31 Factores de escala para los momentos biaxiales adimensionales. Método B.

Como se puede observar en las gráficas anteriores (Fig. 8.31), los factores de escala para predecir $\mu_x(t)$ y $\mu_y(t)$ para un tiempo “t” de exposición al fuego por las 4 caras, a partir de un análisis mecánico seccional a temperatura ambiente, dependen de 3 variables: el tiempo (t), la cuantía mecánica inicial ($\omega(t = 0)$) y el nivel de carga con respecto a la resistencia máxima de la sección de hormigón a temperatura ambiente ($v(t = 0)$).

A continuación se presenta el análisis estadístico de la contribución de cada variable al factor de escala, para ello se realizó un análisis de varianza (ANOVA) para el factor de escala, el cual se presenta en la Tabla 8.4.

Tabla 8.4 ANOVA: Factor de escala para momentos biaxiales en situación de incendio. Método B.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
EFFECTOS PRINCIPALES					
A: tiempo (t)	0.413661	6	0.0689436	51.91	0.0000
B: $v(t = 0)$	0.023352	1	0.0233518	17.58	0.0008
C: $\omega(t = 0)$	0.002699	1	0.0026988	2.03	0.1745
RESIDUOS	0.019922	15	0.0013282		
TOTAL (CORREGIDO)	0.436587	23			

Puesto que las variables tiempo (t) y $v(t = 0)$ tienen un valor-P menor a 0.05 (ver Tabla 8.4) se puede concluir que estas variables tienen un efecto estadísticamente significativo sobre el factor de escala con un 95% de nivel de confianza. También se pueden apreciar los efectos de las variables tiempo (t), $v(t = 0)$ y $\omega(t = 0)$ sobre los valores de los factores de escala de momentos biaxiales en las Fig. 8.32, Fig. 8.33 y Fig. 8.34, respectivamente.

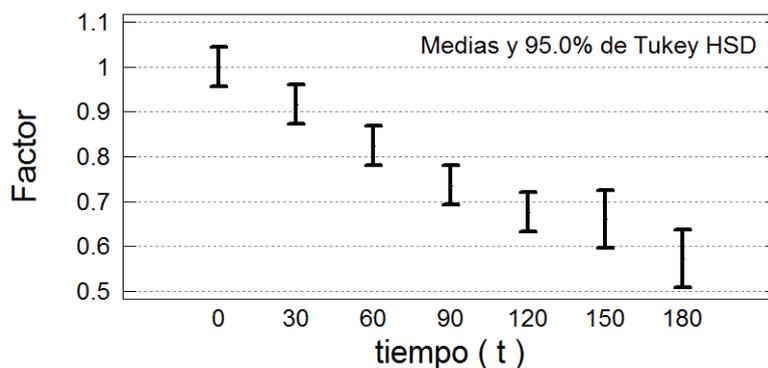


Fig. 8.32 Representación gráfica de la variabilidad por efectos del tiempo de exposición (t).

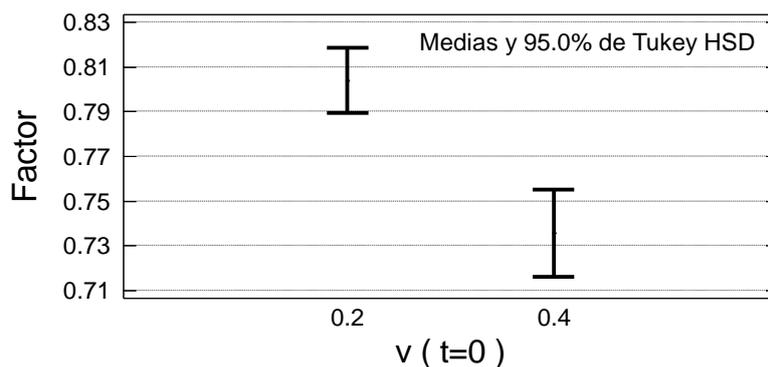


Fig. 8.33 Representación gráfica de la variabilidad por efectos del nivel de carga adimensional a temperatura ambiente ($v(t = 0)$).

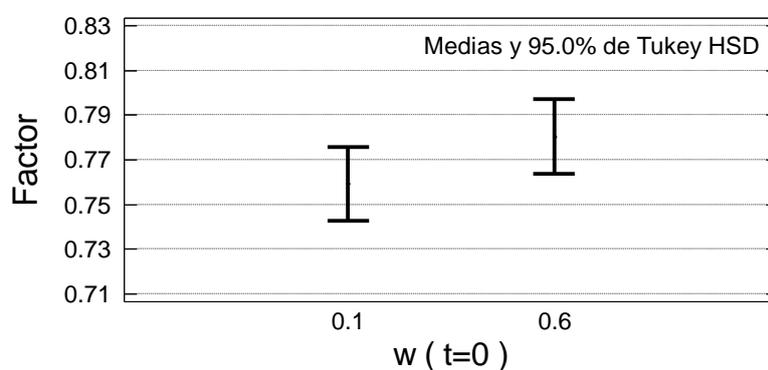


Fig. 8.34 Representación gráfica de la variabilidad por efectos la cuantía mecánica a temperatura ambiente ($w(t = 0)$).

Al observar las Fig. 8.32, Fig. 8.33 y Fig. 8.34 se confirma lo mismo que se concluyó con el análisis de varianza (Tabla 8.4), que para diferentes tiempos de exposición al fuego se obtienen diferentes factores de escala, lo que se repite de igual manera para distintos niveles de cargas iniciales $v(t = 0)$. En contraste, para distintas cuantías mecánicas no existen diferencias significativas en el valor del factor de escala obtenido. Por lo tanto, el modelo de regresión lineal multivariante propuesto dependerá solo de las variables significativas: tiempo (t) y nivel de carga inicial a tiempo cero $v(t = 0)$. El análisis del modelo lineal multivariante para la obtención de los factores de escala se presenta en la Tabla 8.5 y Tabla 8.6.

Tabla 8.5 Análisis del modelo de regresión lineal multivariante para el factor de escala para momentos biaxiales en situación de incendio. Método B.

Parámetro	Estimación	Error Estándar	Estadístico T	Valor-P
CONSTANTE	1.10251	0.0305	36.0986	0.0000
Tiempo (t)	-0.0024286	0.00015	-16.0584	0.0000
$v(t = 0)$	-0.400439	0.08497	-4.71286	0.0001

Tabla 8.6 Análisis de varianza del modelo de regresión. Método B.

Fuente	Suma de cuadrados	Gl	Cuadrado medio	Razón- F	Valor-P
Modelo	0.403734	2	0.201867	129.03	0.0000
Residuo	0.0328537	21	0.001564		
Total (Corr.)	0.436587	23			

En la Tabla 8.5 y Tabla 8.6 se aprecia que el valor- P de la constante y los términos que multiplican a las variables independientes tiempo (t) y $v(t = 0)$ y del modelo en su conjunto son menores a 0.05. Así, se puede concluir que existe una relación estadísticamente significativa entre las variables y también del modelo en su conjunto con un nivel de confianza del 95.0%. El modelo de regresión lineal múltiple propuesto está definido por la ecuación (8.20).

$$\text{Factor de escala} = 1.10251 - 0.0024286 * t - 0.400439 * v(t = 0) \tag{8.20}$$

donde

t= tiempo (minutos).

$v(t = 0)$ = nivel de carga adimensional inicial a temperatura ambiente.

Para esta ecuación se obtuvo un $R^2=92.48\%$, lo que se traduce en que el modelo explica el 92.48% de la variabilidad del factor de escala.

En la Fig. 8.35 se muestra la gráfica de los factores de escala predichos por el modelo versus los valores calculados con la herramienta de cálculo.

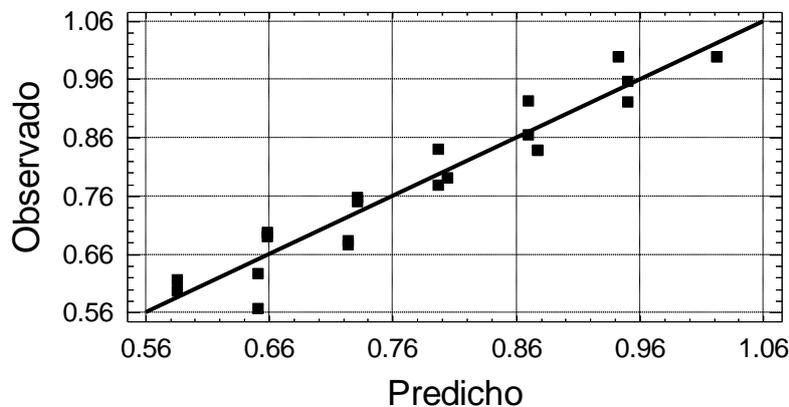


Fig. 8.35 Gráfica Predicho vs Observado. Método B.

Se observa que las predicciones del modelo se ajustan muy bien a los valores observados para los factores de escala.

Además de verificar el nivel de explicación y exactitud del modelo, es necesario comprobar ciertos aspectos en relación a los residuos ya que la estadística aplicada en la búsqueda del modelo predictor está basada en ciertas hipótesis que hay que demostrar, tales como errores admisibles, normalidad de los residuos, que la media de los residuos pueda ser estadísticamente cero y la verificación de la aleatoriedad de los residuos.

Con respecto a la magnitud de los errores, estos se pueden visualizar en la Fig. 8.36, donde se observa que todos los residuos se encuentran dentro del rango de error estudentizado ± 2 desviaciones estándar (salvo un valor atípico), por lo que se puede confirmar que las predicciones son ajustadas.

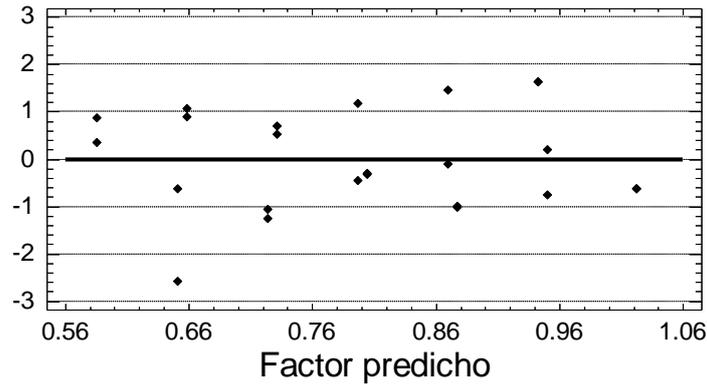


Fig. 8.36 Gráfica de residuos estudentizado. Método B.

Para el estudio de la normalidad de los residuos se aplicaron 2 pruebas de normalidad: la prueba de Chi- Cuadrado y la prueba de Shapiro- Wilk (Tabla 8.7), para los cuales en ambos se obtuvo un valor- P mayor a 0.05, por lo que no se puede rechazar la hipótesis de que los residuos provienen de una distribución normal con un 95% de confianza. Esto también se puede observar también en la Fig. 8.37.

Tabla 8.7 Pruebas de normalidad de los residuos. Método B.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Chi-Cuadrado	8.67	0.65
Estadístico W. de Shapiro- Wilk	0.96	0.38

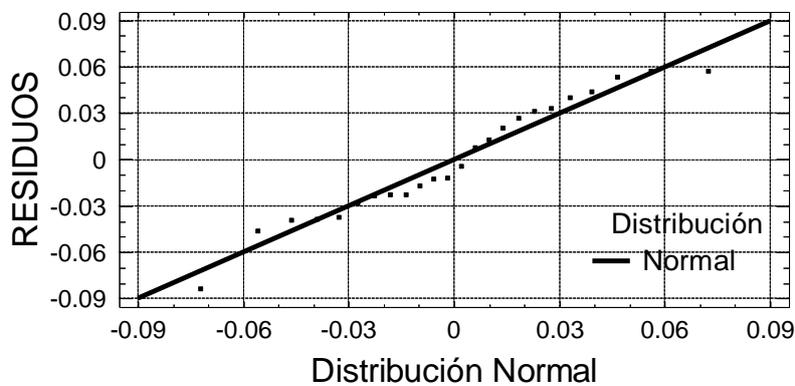


Fig. 8.37 Gráfica cuantil- cuantil de los residuos. Método B.

Continuando con el análisis de los residuos, se aplicó una prueba t con una hipótesis nula de que la media de los residuos es igual a 0.0 versus la hipótesis alterna de que la media de los residuos no es igual a 0.0.

Prueba t

Hipótesis Nula: media = 0.0

Alternativa: no igual

Estadístico t = 1.08018E-7

Valor-P = 1.0

Debido a que el valor-P para esta prueba dio mayor a 0.05, no se puede rechazar la hipótesis nula de que la media de los residuos es igual a cero, con un nivel de confianza del 95.0%.

Por último para verificar la aleatoriedad de los residuos se aplicó el estadístico de Durbin-Watson el cual arrojó un resultado de 1.31 y un valor- $P=0.0188$. Puesto que el valor- P es menor que 0.05, hay indicación de una posible correlación serial con un nivel de confianza del 95.0%. Para comprobar aquello se graficaron los errores en función a como se ingresaron para observar si existe una tendencia (Fig. 8.38).

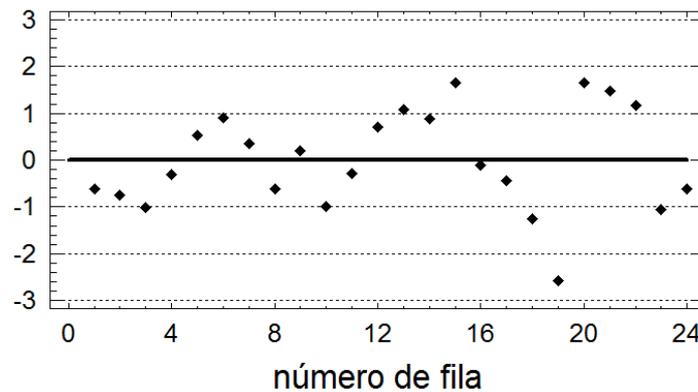


Fig. 8.38 Residuos estudentizados por número de fila. Método B.

En la Fig. 8.38, se observa como los residuos siguen una secuencia de ascenso- descenso de manera repetitiva, lo que podría ser debido al tiempo o el nivel de carga. Para descifrar la causa se calculó el diagrama de caja y bigotes para cada nivel de carga analizado, el cual se puede ver en la Fig. 8.39.

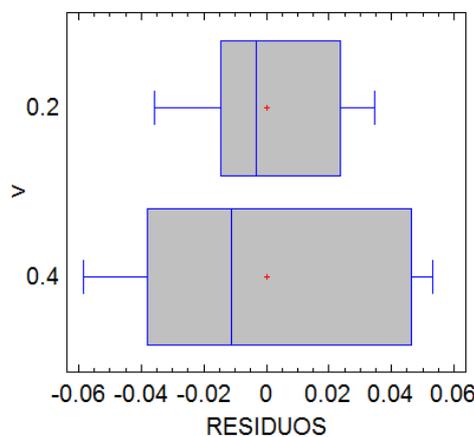


Fig. 8.39 Gráfico caja y bigotes de los residuos. Método B.

Claramente, se observa en la Fig. 8.39 que en el modelo de regresión obtenido al aplicar el método B, los residuos son dependientes del nivel de carga.

Por consiguiente, ya que el modelo de regresión lineal multivariante en base a los factores de escala calculados con el Método B presenta inconvenientes por dependencia de los residuos, es necesario verificar si esto se mantiene al aplicar el Método A.

De manera paralela a lo efectuado anteriormente, a continuación se presenta una Tabla ANOVA de las variables independientes que podrían influir al factor de escala obtenido mediante el Método A.

Tabla 8.8 ANOVA: Factor de escala para momentos biaxiales en situación de incendio. Método A.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
EFFECTOS PRINCIPALES					
A: tiempo (t)	0.429994	6	0.0716657	59.67	0.0000
B: $v(t = 0)$	0.024937	1	0.024937	20.76	0.0004
C: $\omega(t = 0)$	0.0016729	1	0.0016729	1.39	0.2563
RESIDUOS	0.0180167	15	0.00120112		
TOTAL (CORREGIDO)	0.450007	23			

En la Tabla 8.8 se observa que al igual a lo ocurrido con el Método B, las únicas variables que influyen significativamente sobre el valor del factor de escala son el tiempo (t) y el nivel de carga aplicado a tiempo cero $\omega(t = 0)$, con un 95% de confianza.

Con las variables significativamente influyentes sobre el factor de escala se procedió a formular un modelo de regresión lineal multivariante, el cual se muestra en las Tabla 8.9 y Tabla 8.10.

Tabla 8.9 Análisis del modelo de regresión lineal multivariante para el factor de escala para momentos biaxiales en situación de incendio. Método A.

Parámetro	Estimación	Error Estándar	Estadístico T	Valor-P
CONSTANTE	1.10251	0.0305	36.0986	0.0000
Tiempo (t)	-0.0024286	0.00015	-16.0584	0.0000
$v(t = 0)$	-0.400439	0.08497	-4.71286	0.0001

Tabla 8.10 Análisis de varianza modelo de regresión. Método A.

Fuente	Suma de cuadrados	Gl	Cuadrado medio	Razón- F	Valor-P
Modelo	0.418237	2	0.209118	138.23	0.0000
Residuo	0.0317698	21	0.001513		
Total (Corr.)	0.450007	23			

En la Tabla 8.9 y Tabla 8.10 se aprecia que dado que el valor- P de la constante y los términos que multiplican a las variables independientes tiempo (t) y $v(t = 0)$ y del modelo en su conjunto son menores a 0.05, se puede concluir al igual que lo descrito para el modelo de regresión del Método A, que existe una relación estadísticamente significativa entre las variables y del propio modelo en su conjunto, con un nivel de confianza del 95.0%. Por lo tanto el modelo de regresión lineal múltiple para el Método A queda definido por la ecuación (8.21).

$$\text{Factor de escala} = 1.09949 - 0.00247181 * t - 0.407979 * v(t = 0) \tag{8.21}$$

Donde

t= tiempo (minutos).

$v(t = 0)$ = nivel de carga adimensional inicial a temperatura ambiente.

Para la ecuación (8.21) se obtuvo un $R^2=92.94\%$, lo que se traduce en que el modelo de regresión para el método A, explica el 92.94% de la variabilidad del factor de escala.

En la Fig. 8.40 se muestra la gráfica de los factores de escala predichos por el modelo versus los valores calculados con la herramienta de cálculo.

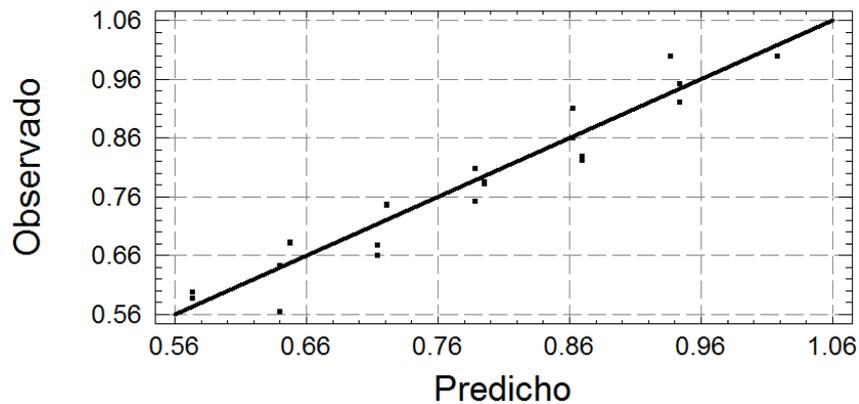


Fig. 8.40 Gráfica Predicho vs Observado. Método A.

Se observa que las predicciones del modelo se ajustan muy bien a los valores observados para los factores de escala, al igual a lo que ocurrió con el método B anteriormente.

El análisis de los residuos del modelo de regresión de los factores para el método A se presenta en la Tabla 8.11 y en las Fig. 8.41, Fig. 8.42 y Fig. 8.43.

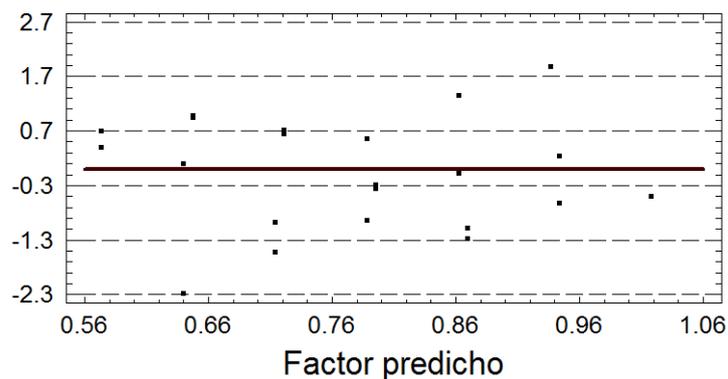


Fig. 8.41 Gráfica de residuos estudentizado. Método A.

Con respecto a la magnitud de los errores, éstos se pueden visualizar en la Fig. 8.41, donde se observa que todos los residuos se encuentran dentro del rango de error estudentizado ± 2 desviaciones estándar (salvo un valor atípico), por lo que se puede ya deducir que las predicciones son más precisas que las obtenidas con el método B.

Para el estudio de la normalidad de los residuos se aplicaron 2 pruebas de normalidad al igual que para el método B: la prueba de Chi- Cuadrado y la prueba de Shapiro- Wilk (Tabla 8.11), para los cuales en ambos se obtuvo un valor- P mayor a 0.05, por lo que no se puede rechazar la hipótesis de que los residuos provienen de una distribución normal con un 95% de confianza. Esto también se puede observar en la Fig. 8.42.

Tabla 8.11 Pruebas de normalidad de los residuos. Método A.

Prueba	Estadístico	Valor-P
Chi-Cuadrado	5.1667	0.92
Estadístico W. de Shapiro- Wilk	0.9788	0.86

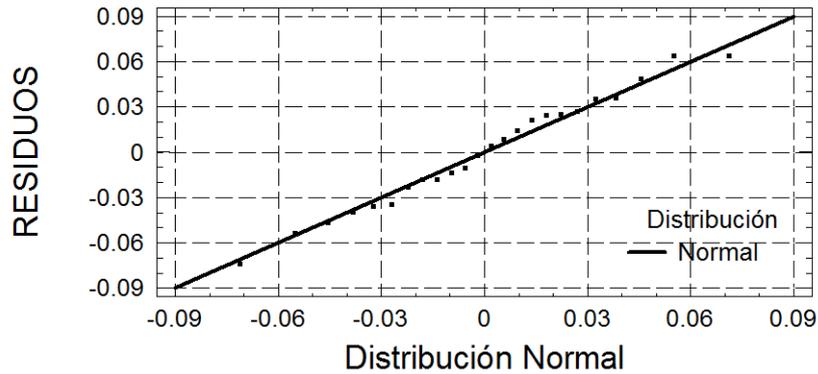


Fig. 8.42 Gráfica cuantil- cuantil de los residuos. Método A.

Continuando con el análisis de los residuos, se aplicó también una prueba t con una hipótesis nula de que la media de los residuos es igual a 0.0 versus la hipótesis alterna de que la media de los residuos no es igual a 0.0.

Prueba t

Hipótesis Nula: media = 0.0

Alternativa: no igual

Estadístico t = -6.659E-7

Valor-P = 0.99999

Debido a que el valor-P para esta prueba dio mayor a 0.05, no se puede rechazar la hipótesis nula de que la esperanza de los residuos es igual a cero, con un nivel de confianza del 95.0%.

Por último, para el análisis de la aleatoriedad de los residuos, el estadístico de Durbin- Watson dio 1.512 con un P- valor=0.06. A diferencia del modelo de regresión aplicando el Método B, en este caso como el P- valor es mayor a 0.05 no habría indicaciones sobre una autocorrelación serial en los residuos con un 95% de confianza. Esto también puede observarse en la Fig. 8.43, donde ya no se ven diferencias en los errores entre los distintos niveles de carga aplicado.

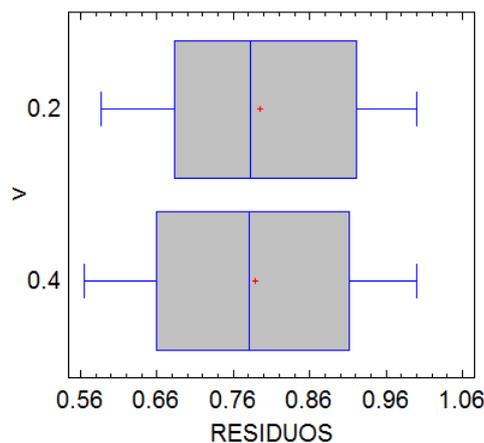


Fig. 8.43 Gráfico caja y bigotes de los residuos. Método A.

Por lo tanto, de los dos métodos analizados para la obtención de las secciones equivalentes, el Método A es el único que permite generar un modelo de regresión lineal multivariante que cumpla todos los requisitos estadísticos necesarios.

Una vez obtenida la curva de momentos adimensionales, es necesario volver a reconvertirlos a su unidad original. Para ello es pertinente generar una manera sencilla de reconversión que no implique un modelo numérico.

Cabe recordar:

$$\mu_x(t) = \frac{M_x}{(\sum_{i=1}^n f_{c,k,i}(t) * A_{c,i}) * h} \tag{8.14}$$

$$\mu_y(t) = \frac{M_y}{(\sum_{i=1}^n f_{c,k,i}(t) * A_{c,i}) * b} \tag{8.15}$$

El término del denominador de la ecuación (8.14) y (8.15): $(\sum_{i=1}^n f_{c,k,i}(t) * A_{c,i})$, correspondiente a una exposición por las 4 caras sobre una sección de hormigón de 300x300mm está representado por curvas para distintos $f_{c,k}(t = 0)$ desde los 10MPa hasta 50MPa, en la Fig. 8.44.

En la Fig. 8.44, cada curva modela la pérdida de la capacidad máxima de carga de la sección con el tiempo, para un $f_{c,k}(t = 0)$. La curva inferior representa $f_{c,k}(t = 0) = 10MPa$ luego la que le sigue $f_{c,k}(t = 0) = 12.5MPa$ y la siguiente 2.5MPa más que la anterior y así sucesivamente hasta llegar a la curva superior $f_{c,k}(t = 0) = 50MPa$. A través de éstas curvas se puede obtener los momentos resistentes basados en momentos adimensionales de manera gráfica, las cuales también se pueden representar en tablas. Otra manera sería mediante el método de la isoterma 500°C, con el cual se podría obtener este parámetro de manera analítica.

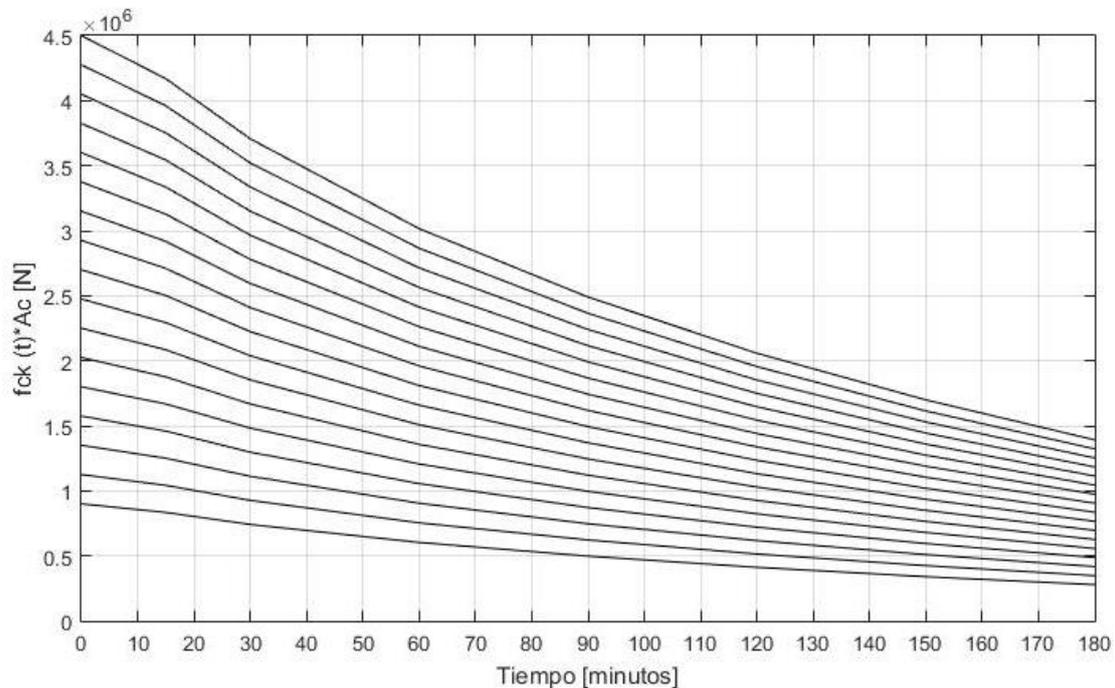


Fig. 8.44 Curvas para reconversión de momentos adimensionales para una sección de 300x300. Expuesto por las 4 caras.

8.5.1 Ejemplo de aplicación del método

Para una columna de HA con una sección transversal de dimensiones 300x300mm y 4 barras $\varnothing 16$ (Fig. 8.45) y donde las características mecánicas de los materiales son $f_{c,k} = 40\text{MPa}$, $f_{y,k} = 500\text{MPa}$, cargada con 1450KN, se necesita determinar su diagrama de momentos M_x - M_y para un tiempo de exposición a un fuego estándar ISO 834 de 90 minutos, expuesta por las 4 caras.

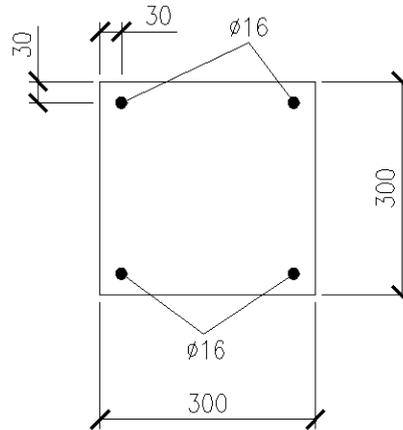


Fig. 8.45 Sección transversal columna [mm].

El primer paso es determinar $\omega(t = 0)$ y $\nu(t = 0)$ de acuerdo a las ecuaciones (8.5) y (8.6), respectivamente.

$$\omega(t = 0) = \frac{A_{s,T} * f_{y,k}(t = 0)}{A_c * f_{c,k}(t = 0)} = \frac{804\text{mm}^2 * 500\text{MPa}}{90000\text{mm}^2 * 40\text{MPa}} \approx 0.1$$

$$\nu(t = 0) = \frac{N_{ed}}{A_c * f_{c,k}(t = 0)} = \frac{1450000\text{N}}{90000\text{mm}^2 * 40\text{MPa}} \approx 0.4$$

El segundo paso corresponde a encontrar $\omega(t = 90)$ y $\nu(t = 90)$, los cuales son los parámetros que configuran las características mecánicas de los materiales de la sección equivalente. Estos parámetros se pueden obtener de manera gráfica, mediante tablas (generada en base a un cálculo numérico previo) o de manera analítica mediante el método de la isoterma 500°C. En este ejemplo se determinó mediante una tabla de datos basado en un modelo numérico. Los valores de $\omega(t = 90)$ y $\nu(t = 90)$ se muestran en la Fig. 8.46.

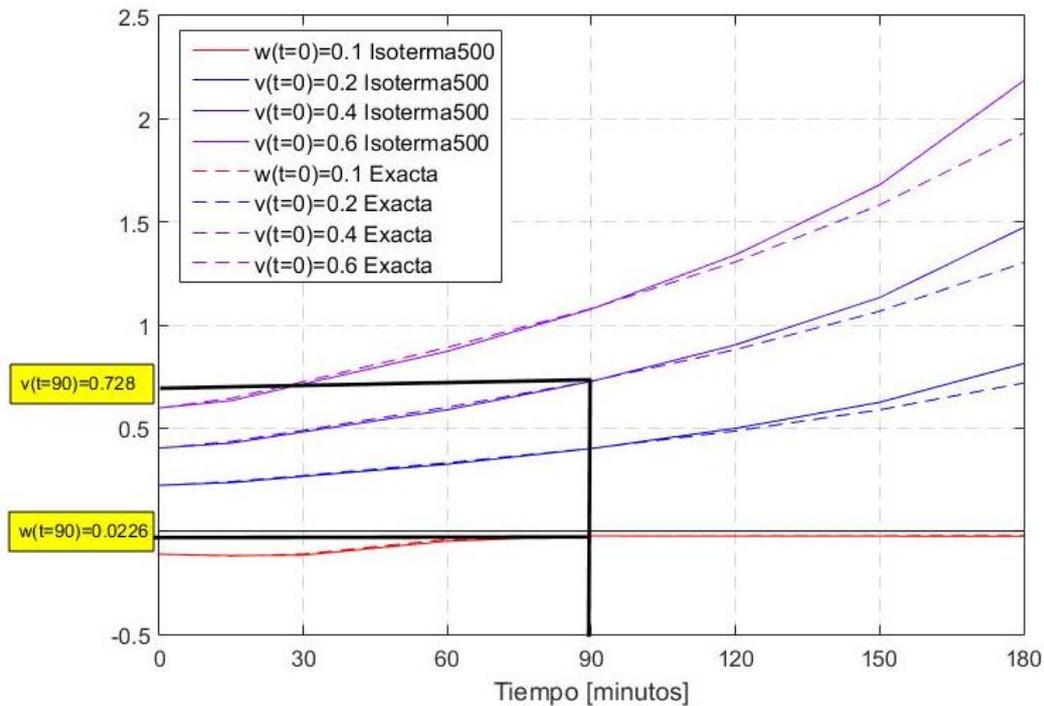


Fig. 8.46 $\omega(t = 90)$ y $v(t = 90)$ de la sección a calculada.

El tercer paso consiste en establecer la sección equivalente, de acuerdo a los criterios establecidos anteriormente y en función de las ecuaciones (8.10) y (8.11).

$$f_{ck,equivalente} = \frac{N_{ed}}{v(t = 90) * A_c} = \frac{1450000N}{0.728 * 90000mm^2} \approx 22MPa$$

$$f_{y,k,equivalente} = \frac{\omega(t = 90) * f_{ck,equivalente} * A_c}{A_{s,T}} = \frac{0.0226 * 22MPa * 90000mm^2}{804mm^2} \approx 57MPa$$

Por lo tanto la sección de HA equivalente corresponde a la misma sección de HA mostrada en la Fig. 8.45, pero con una resistencia característica a la compresión del hormigón $f_{ck} = 22MPa$ y una resistencia del acero de las barras $f_{y,k} = 57MPa$.

Tal y como se explicó en el apartado anterior, la sección equivalente se calcula frente a una flexión biaxial en circunstancias de temperatura ambiente mediante el método que se estime conveniente. En este ejemplo el cálculo de la resistencia a flexión esviada de la sección de HA equivalente se realizó mediante un modelo numérico basado en el método exacto, cuyos resultados se muestran en la Tabla 8.12 y Fig. 8.47, los cuales corresponden a los momentos últimos de 9 puntos, los que fueron adimensionados con las ecuaciones (8.14) y (8.15), siendo $t=0$ minutos (temperatura ambiente).

Tabla 8.12 Resultados momentos biaxiales de la sección equivalente.

Punto	$MU_x(t = 0)$ (mKN)	$MU_y(t = 0)$ (mKN)	$\mu_x(t = 0)$	$\mu_y(t = 0)$
1	50.889	-0.1756	0.0857	0.0
2	50.1296	10.8365	0.0844	0.0182
3	47.8318	20.4664	0.0805	0.0345
4	43.368	28.9624	0.0730	0.0488
5	36.8770	36.8770	0.0621	0.0621
6	28.9624	43.3680	0.0488	0.0730
7	20.4664	47.8318	0.0345	0.0805
8	10.8365	50.1296	0.0182	0.0844
9	-0.1756	50.8890	0.0	0.0857

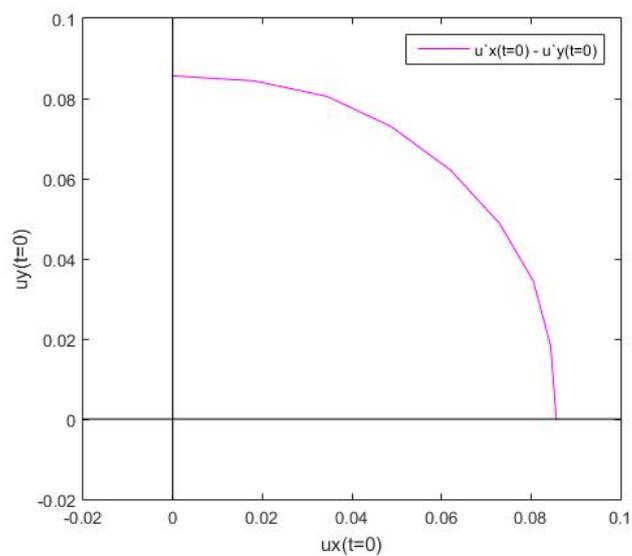


Fig. 8.47 Diagrama de momentos adimensionales de la sección equivalente.

El cuarto paso es determinar el factor de escala mediante el modelo de regresión lineal multivariante, descrito en la ecuación (8.21):

$$\text{Factor de escala} = 1.09949 - 0.00247181 \cdot t - 0.407979 \cdot v(t = 0)$$

$$\text{Factor de escala} = 1.09949 - 0.00247181 \cdot 90 - 0.407979 \cdot 0.4 \approx 0.7138$$

A continuación, y como quinto paso, hay que obtener los momentos biaxiales adimensionales de la sección original expuesta al fuego por 90 minutos, para ello se deben usar las ecuaciones (8.17) (8.18) y (8.19). Los momentos adimensionales calculados con este método simplificado para un tiempo de 90 minutos ($\mu'_x(t = 90)$, $\mu'_y(t = 90)$) están tabulados en la Tabla 8.13.

Tabla 8.13 Momentos biaxiales adimensionales aproximados.

Punto	$\mu'_x(t = 90)$	$\mu'_y(t = 90)$
1	0.0857	0.0
2	0.0844	0.0182
3	0.0805	0.0345
4	0.0730	0.0488
5	0.0621	0.0621
6	0.0488	0.0730
7	0.0345	0.0805
8	0.0182	0.0844
9	0.0	0.0857

Por último, se deben transformar los momentos adimensionales para un tiempo igual a 90 minutos a unidades de momentos, para ello se puede utilizar una gráfica o tablas generadas previamente con un modelo de cálculo numérico, además de las ecuaciones (8.14) y (8.15), despejando M_x y M_y .

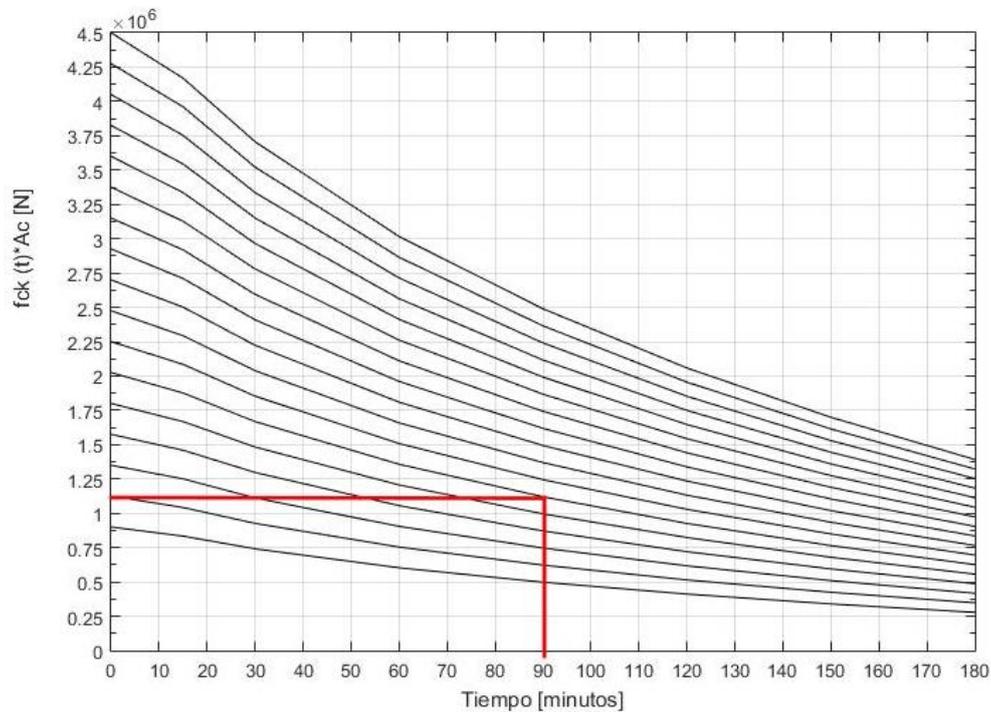


Fig. 8.48 Obtención de $(\sum_{i=1}^n f_{c,k,i}(t) * A_{c,i})$ de la ecuación (8.14) y (8.15).

En la Fig. 8.48 se puede estimar que $(\sum_{i=1}^n f_{c,k,i}(t = 90) * A_{c,i}) \approx 1.125 * 10^6$ N, y dado que $h=b=300$ mm, ya se puede proceder a calcular $MU'_x(t = 90)$ y $MU'_y(t = 90)$, con las ecuaciones (8.16) y (8.17).

$$MU'_x(t = 90) = \mu'_x(t = 0) * (\sum_{i=1}^n f_{c,k,i}(t = 90) * A_{c,i}) * h \tag{8.16}$$

$$MU'_y(t = 90) = \mu'_y(t = 0) * (\sum_{i=1}^n f_{c,k,i}(t = 90) * A_{c,i}) * b \tag{8.17}$$

Los resultados de los momentos biaxiales aproximados $MU'_x(t = 90)$ y $MU'_y(t = 90)$, se presentan en la Tabla 8.14.

Tabla 8.14 Momentos biaxiales calculados con el método simplificado.

Punto	$MU'_x(t = 90)$ (mKN)	$MU'_y(t = 90)$ (mKN)
1	50.889	-0.1756
2	50.1296	10.8365
3	47.8318	20.4664
4	43.368	28.9624
5	36.8770	36.8770
6	28.9624	43.3680
7	20.4664	47.8318
8	10.8365	50.1296
9	-0.1756	50.8890

A modo de comprobación en la Fig. 8.49 se muestran los diagramas de momentos biaxiales de la sección de HA de este ejemplo para tiempos de exposición de 0 y 90 minutos, calculados mediante el modelo numérico para el cálculo de flexión esviada de secciones rectangulares de HA expuestas al fuego, además del diagrama de momentos biaxiales calculado mediante el método simplificado previamente descrito en este ejemplo.

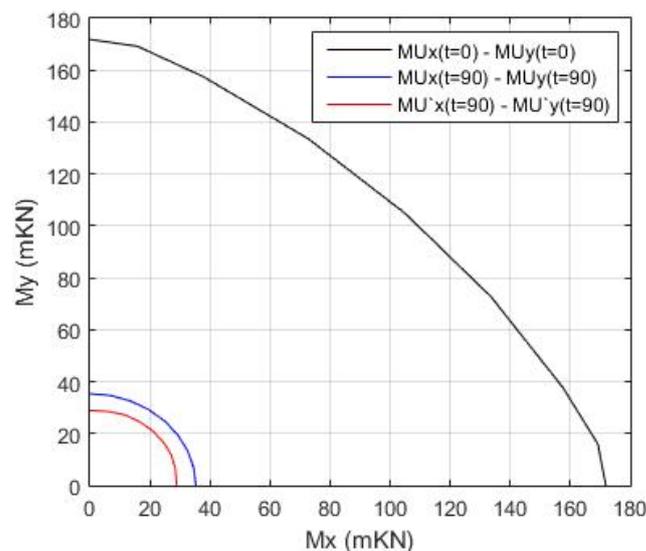


Fig. 8.49 Diagrama de momentos biaxiales para tiempos de exposición de 0 y 90 minutos.

En la Fig. 8.49 se observa que el diagrama de momentos biaxiales generado con el modelo simplificado (curva de color rojo) presenta un buen ajuste, con un error por el lado de la seguridad. Pero este error puede variar incluso en este mismo ejemplo, dependiendo del método de cálculo seleccionado para determinar la resistencia frente a flexión esviada a temperatura ambiente, ya que al aplicar un modelo más simplificado se suele aumentar el error en la predicción. Así, también se pudo observar al aplicar el método que este es muy sensible a la cuantía mecánica y nivel de carga adimensional por lo que es importante la precisión en el cálculo de esos términos. Finalmente en la Fig. 8.50 se presenta un extracto de los resultados calculados en el apartado de comprobación del método de la isoterma 500°C, donde se calculó la misma sección de HA con igual carga axial y tiempo de exposición al fuego.

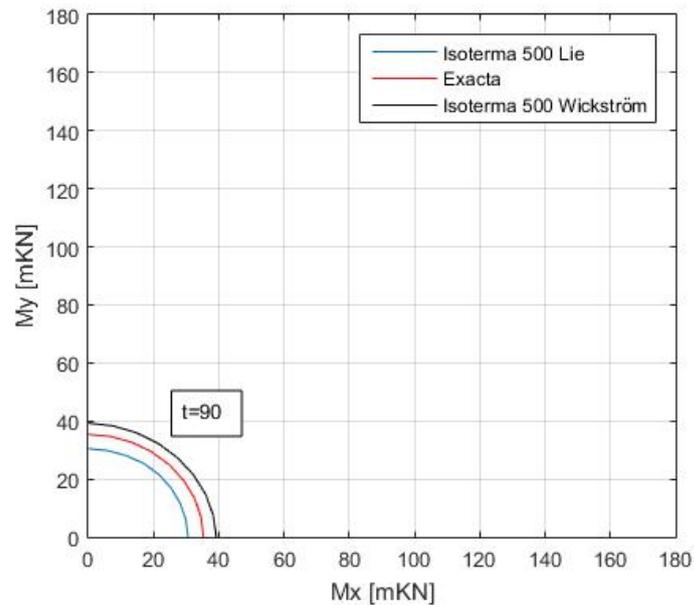


Fig. 8.50 Extracto de Fig. 8.18 Comparación método de la Isoterma 500°C.

En la Fig. 8.50 se puede observar que la curva de momentos obtenida con el método de la isoterma 500°C y aquella obtenida con el modelo térmico de Lie son casi idénticas a la curva de momentos obtenida con el modelo de cálculo simplificado propuesto.

9 Conclusiones y futuras líneas de investigación

Esta investigación ha permitido alcanzar los objetivos planteados a inicios del trabajo, los cuales se detallan a continuación.

- Con respecto a la revisión del estado del arte del comportamiento termo- mecánico de los materiales, destaca lo recabado para el hormigón con áridos silíceos. Se encontraron diferencias significativas en lo que respecta a la conductividad térmica y calor específico volumétrico, entre lo formulado por la ASCE [9] y el EUROCÓDIGO 2 [5], lo que conlleva que los resultados obtenidos por los modelos térmicos que aplican las propiedades de tales normativas sean muy diferentes entre ellas.
- En cuanto a la recopilación de resultados para columnas de HA expuestas a una curva de fuego nominal, se encontraron diferencias significativas en los registros de los termopares entre los distintos reportes considerados. En consecuencia, no existe un único modelo de cálculo que tenga una predicción ajustada para todas las columnas de HA, aunque en teoría estén constituidas por los mismos materiales y expuestas a las mismas condiciones.
- Como era de esperar, los modelos de análisis térmico seccional de diferencias finitas tuvieron un mejor ajuste con los datos experimentales, en comparación a los modelos simplificados analizados.
- Con respecto a la revisión del estado del arte de los principales modelos de cálculo de flexión biaxial simplificado a temperatura ambiente para secciones de hormigón armado, se puede concluir que el modelo propuesto por el EC2 Parte 1-1 [36] sobreestima la resistencia biaxial de una sección de HA para niveles de carga alto, y su vez cuenta con una alta imprecisión ya que no considera la influencia de la cuantía mecánica (influencia comprobada por [65] y también en este trabajo). Con relación al comportamiento de una sección de HA frente a una flexión biaxial en situación de incendio, se demostró que el método de Bresler sí es aplicable para columnas de HA donde la armadura sea doblemente simétrica y el calentamiento sea por las 4 caras.
- En lo concerniente al modelo numérico de análisis termo-mecánico seccional de pilares rectangulares de hormigón armado expuestos al fuego para flexión recta y esviada, este presentó un buen ajuste con datos experimentales y con el ábaco de rosetas para flexión esviada de Jiménez Montoya a temperatura ambiente y así también frente a flexión uniaxial a distintos tiempos de exposición al fuego. A falta de datos experimentales de flexión biaxial en fuego, se consideró por todo lo anterior como un buen predictor a falta aún de una validación completa.
- En lo relativo a la implementación del método de la isoterma 500°C para el cálculo de flexión biaxial en situación de incendio, se puede resumir que, al igual que para el cálculo de flexión uniaxial, este modelo es un buen predictor, pero muy sensible al mapa térmico por lo que requiere un buen modelo de análisis térmico.
- En lo que se refiere al análisis de resultados de las curvas de momentos biaxiales de las secciones de HA (con 4 barras, una en cada esquina) que fueron expuestas a 2 y 4 caras a un fuego normalizado, se apreciaron variaciones en la concavidad de las curvas causadas por la cuantía mecánica, nivel de carga y tiempo de exposición. Se concluyó que los tres

parámetros analizados eran influyentes. Así mismo, para una exposición de 2 caras contiguas hay que añadir la asimetría térmica de la sección, por lo que a falta de un programa de cálculo avanzado, es aconsejable adoptar un valor de exponente igual a 1.0 de la ecuación de Bresler, ya que en algunos cuadrantes los diagramas eran rectas.

- En el análisis de la influencia sobre la resistencia a flexión recta y esviada, de la disposición y distribución de la armadura longitudinal en la sección transversal de una columna cuadrada de HA en situación de incendio, se concluyó que ambas son factores influyentes. Se vio también, que no siempre una disposición de armado que a temperatura ambiente es óptima, en situación de incendio también lo sea.

- Por último, con respecto al modelo simplificado de análisis termo - mecánico de secciones rectangulares de HA frente a flexión recta y esviada, se puede resumir en que el modelo es un buen predictor. Su mayor ventaja es reducir un problema en caliente a uno en frío sin modificar las características físicas de la sección original en lo que se refiere a dimensiones y recubrimiento de la armadura, lo que si ocurre con el método de la isoterma 500°C, por lo que permite que todos los métodos avanzados y simplificados para el cálculo de flexión esviada a temperatura ambiente sean aplicables en secciones de HA expuestas por las 4 caras a un fuego normalizado.

Las futuras líneas de investigación que surgieron a partir de este trabajo final de máster son las siguientes:

- Ampliar el estudio a secciones con otras dimensiones y estudiar la influencia del tamaño de la sección transversal en el comportamiento biaxial en circunstancias de incendio.
- Ampliar el análisis a secciones de HA con distintas disposición de armado y recubrimiento mecánico.
- Implementar el método simplificado de Wickström con las fórmulas matemáticas de El Fitiy [48]
- Ampliar el número de informes de ensayos de columnas de hormigón armado expuestas al fuego, tanto de hormigones de resistencia normal como de alta resistencia, así como con áridos silíceos y calizos, con los cuales validar lo modelos de análisis termo-mecánicos.
- Pasar del análisis de una sección de HA a un análisis pieza.
- Estudio del arte del cálculo de momentos de 2º orden para flexión esviada en frío y en situación de incendio.
- Incluir el "spalling" en los modelos de cálculo numérico y simplificado.
- Incluir otras curvas nominales de fuego a los modelos de cálculo numérico y simplificado.
- Incluir curvas paramétricas en los modelos de cálculo, por consiguiente incorporar las transient strain en el modelo termo- mecánico del hormigón.
- Utilizar programas de elementos finitos para el cálculo de elementos aislados y estructuras de hormigón: ABAQUS y SAFIR.
- Evaluar pilares mixtos con el modelo de cálculo de análisis seccional termo-mecánico de pilares de sección rectangular de hormigón armado.
- Desarrollar un modelo semi-empírico mediante ajustes a partir de un plan experimental realizado con el modelo numérico y los datos experimentales publicados, aplicable para secciones calentadas asimétricamente.

10 Anexos

A continuación, en los anexos, se presentan las bases matemáticas en el diseño del modelo de cálculo numérico para el análisis del comportamiento de secciones de hormigón armado frente a flexión biaxial en situación de incendio. Además, se incluyen los algoritmos de los programas principales: Método iterativo incremental- Método exacto y Método de la isoterma 500°C.

10.1 Base física- matemática del modelo termo- mecánico seccional

La base del modelo de cálculo para flexión esviada de una sección de HA rectangular aplicada en este trabajo consistió en rotar la pieza un ángulo α con respecto a su centroide y calcular luego los momentos máximos últimos en cada eje principal para un axil dado (Fig. 10.1), para ello se siguieron los siguientes pasos:

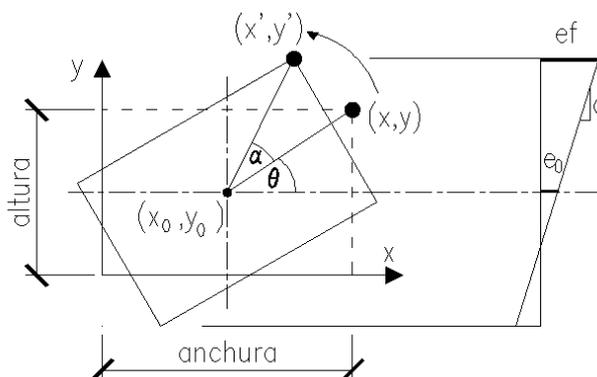


Fig. 10.1 Esquema de traslación de las fibras para un ángulo de rotación α .

Análisis térmico seccional:

- Primero se aplicó el modelo térmico seleccionado a la sección de HA que se deseaba calcular, con el cual se obtuvo el mapa térmico de la sección para un tiempo de exposición "t".

Análisis termo-mecánico seccional:

- Para una posición inicial de la sección $\alpha = 0$, cada fibra en la que se subdividió la sección cuenta con una posición (x, y) con respecto a un origen ubicado en la esquina inferior izquierda.
- Al rotar la pieza un ángulo α , cada fibra de posición inicial (x, y) se traslada a una nueva posición (x', y') .
- Teniendo para cada fibra su posición para un ángulo de giro α , se aplica una carga axil constante N.
- Luego se procedió a aplicar el método iterativo incremental a la sección expuesta al fuego.
- Como resultado se obtuvieron los momentos resistentes últimos en cada eje principal.

- Demostración geométrica aplicada en el modelo de cálculo

siendo:

α el ángulo de giro de pieza con respecto a una posición inicial.

θ el ángulo que forma una coordenada de una fibra con respecto a un eje horizontal "x".

$$\sin(\theta) = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad (10.1)$$

$$\cos(\theta) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad (10.2)$$

$$\sin(\theta + \alpha) = \frac{y'}{\sqrt{x^2+y^2}} \Rightarrow y' = \sqrt{x^2 + y^2} * \sin(\theta + \alpha) \quad (10.3)$$

$$\sin(\theta + \alpha) = \sin(\theta) * \cos(\alpha) + \sin(\alpha) * \cos(\theta) \quad (10.4)$$

Al aplicar la ecuación (10.4) en la ecuación (10.3):

$$y' = \sqrt{x^2 + y^2} * [\sin(\theta) * \cos(\alpha) + \sin(\alpha) * \cos(\theta)] \quad (10.5)$$

Al reemplazar las ecuaciones (10.1) y 10.2) en (10.5):

$$y' = \sqrt{x^2 + y^2} * \left[\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} * \cos(\alpha) + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} * \cos(\theta) \right]$$

Con la que al simplificar queda como:

$$y' = y * \cos(\alpha) + x * \sin(\alpha) \quad (10.6)$$

x e y : Su origen (0,0) está ubicado en la esquina inferior izquierda, pero a efectos de la rotación de la pieza se necesita trasladar los ejes al centroide de la sección en ambos ejes principales, con lo cual si el centroide tiene coordenadas (x_0, y_0) , la ecuación (10.6) queda como:

$$y' = (y - y_0) * \cos(\alpha) + (x - x_0) * \sin(\alpha) \quad (10.7)$$

Para una sección rectangular:

$$x_0 = \frac{\text{anchura}}{2}; y_0 = \frac{\text{altura}}{2}$$

También de acuerdo al principio de Bernoulli, que dice que las secciones planas de un sólido antes de la deformación permanecen planas después de la deformación (aplicable a las columnas de hormigón de esta investigación), se tiene:

$$e_f = -c * y' + e_0 \quad (10.8)$$

siendo

e_f : deformación unitaria de una fibra de la sección;

c curvatura del plano de la sección;

y' posición de la fibra con respecto al eje principal "y".

e_0 deformación unitaria en el eje de referencia de esfuerzos.

Nota: los ejes de referencia de esfuerzos pasan por el centroide de la sección.

Por lo tanto al aplicar la ecuación (10.7) en la ecuación (10.8) se obtiene:

$$e_f = -c * [(y - y_0) * \cos(\alpha) + (x - x_0) * \sin(\alpha)] + e_0 \quad (10.9)$$

En cuanto a la fibra neutra (FN), para encontrarla solo basta igualar a cero la ecuación (10.9) y despejar y' (ver también ecuación 10.7), obteniendo:

$$FN = \frac{e_0}{c} \quad (10.10)$$

Los cálculos de los momentos han estado en función solo de y' , lo cual no siempre es aplicable en este método. El motivo es que la distancia al eje que se debe considerar para el análisis seccional está relacionado al ángulo de la resultante del momento último resistido por la sección, por lo tanto si predomina MUX los cálculos estarán en función de y' en caso contrario de x' . Por ejemplo para obtener el momento último paralelo al eje "y" cuando $\alpha = \pi/2$, la distancia que interesa para calcular el momento resistente de cada fibra es x' .

Por lo que de manera paralela se tiene:

$$\cos(\theta + \alpha) = \frac{x'}{\sqrt{x^2 + y^2}} \Rightarrow x' = \sqrt{x^2 + y^2} * \cos(\theta + \alpha) \quad (10.11)$$

$$\cos(\theta + \alpha) = \cos(\theta) * \cos(\alpha) + \sin(\alpha) * \sin(\theta) \quad (10.12)$$

Al aplicar la ecuación (10.11) en la ecuación (10.12):

$$x' = \sqrt{x^2 + y^2} * [\cos(\theta) * \cos(\alpha) + \sin(\alpha) * \sin(\theta)] \quad (10.13)$$

Al reemplazar las ecuaciones (10.1) y 10.2 en (10.13):

$$x' = \sqrt{x^2 + y^2} * \left[\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} * \cos(\alpha) + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} * \sin(\alpha) \right]$$

Con la que al simplificar queda como:

$$x' = x * \cos(\alpha) + y * \sin(\alpha) \quad (10.14)$$

La cual según el punto de origen del modelo queda como:

$$x' = (x - x_0) * \cos(\alpha) + (y - y_0) * \sin(\alpha) \quad (10.15)$$

Luego tenemos que:

$$e_f = -c * x' + e_0 \quad (10.16)$$

$$e_f = -c * [(x - x_0) * \cos(\alpha) + (y - y_0) * \sin(\alpha)] + e_0 \quad (10.17)$$

$$FN = \frac{e_0}{c} \quad (10.18)$$

Los campos de aplicación para x' e y' en el modelo numérico de cálculo utilizado en las secciones analizadas en este trabajo, se muestra en Fig. 10.2.

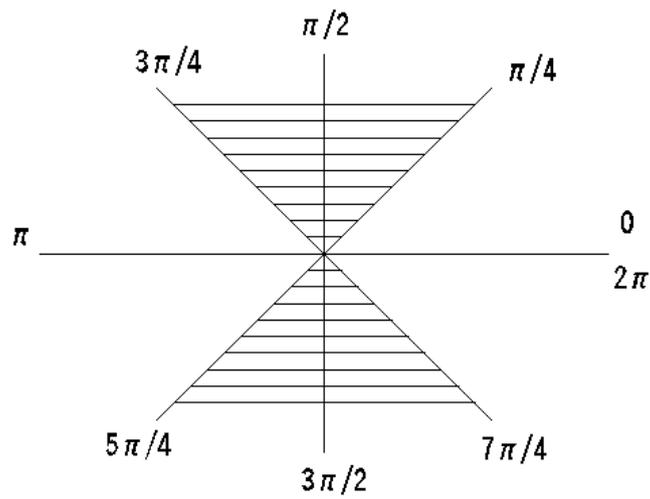


Fig. 10.2 Campo de aplicación de x' e y' en función de alfa.

En la Fig. 10.2 se dividen los ángulos de rotación de la pieza en 2 zonas, una zona sombreada correspondientes a $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$ la cual tiene su campo de aplicación x' y una segunda zona sin sombrear correspondiente a $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$ en la cual tiene su aplicación y' .

10.2 Método iterativo incremental- Método exacto

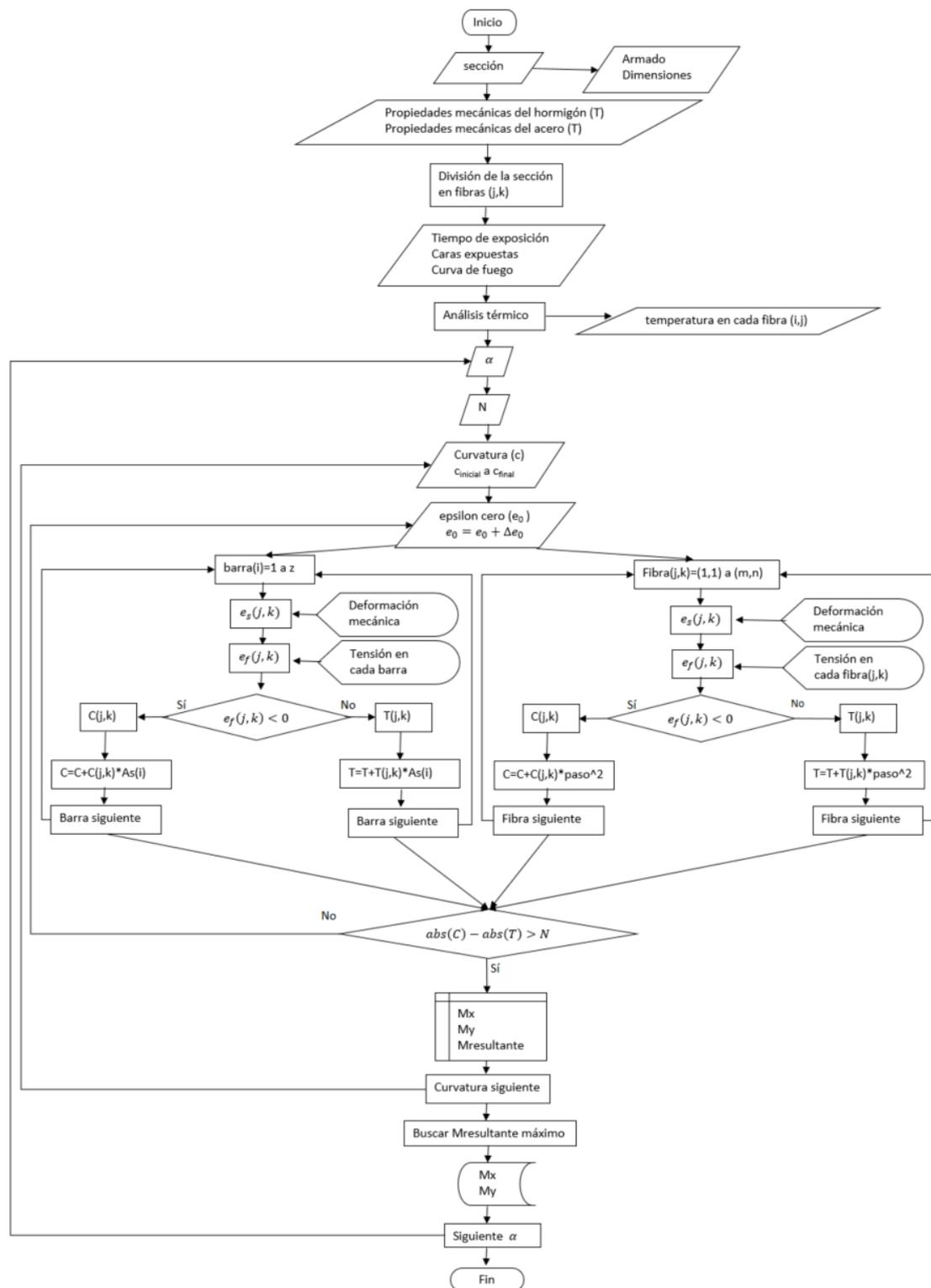


Fig. 10.3 Diagrama de flujo Modelo numérico: Método iterativo incremental - Método exacto.

10.3 Método de la Isotherma 500°C

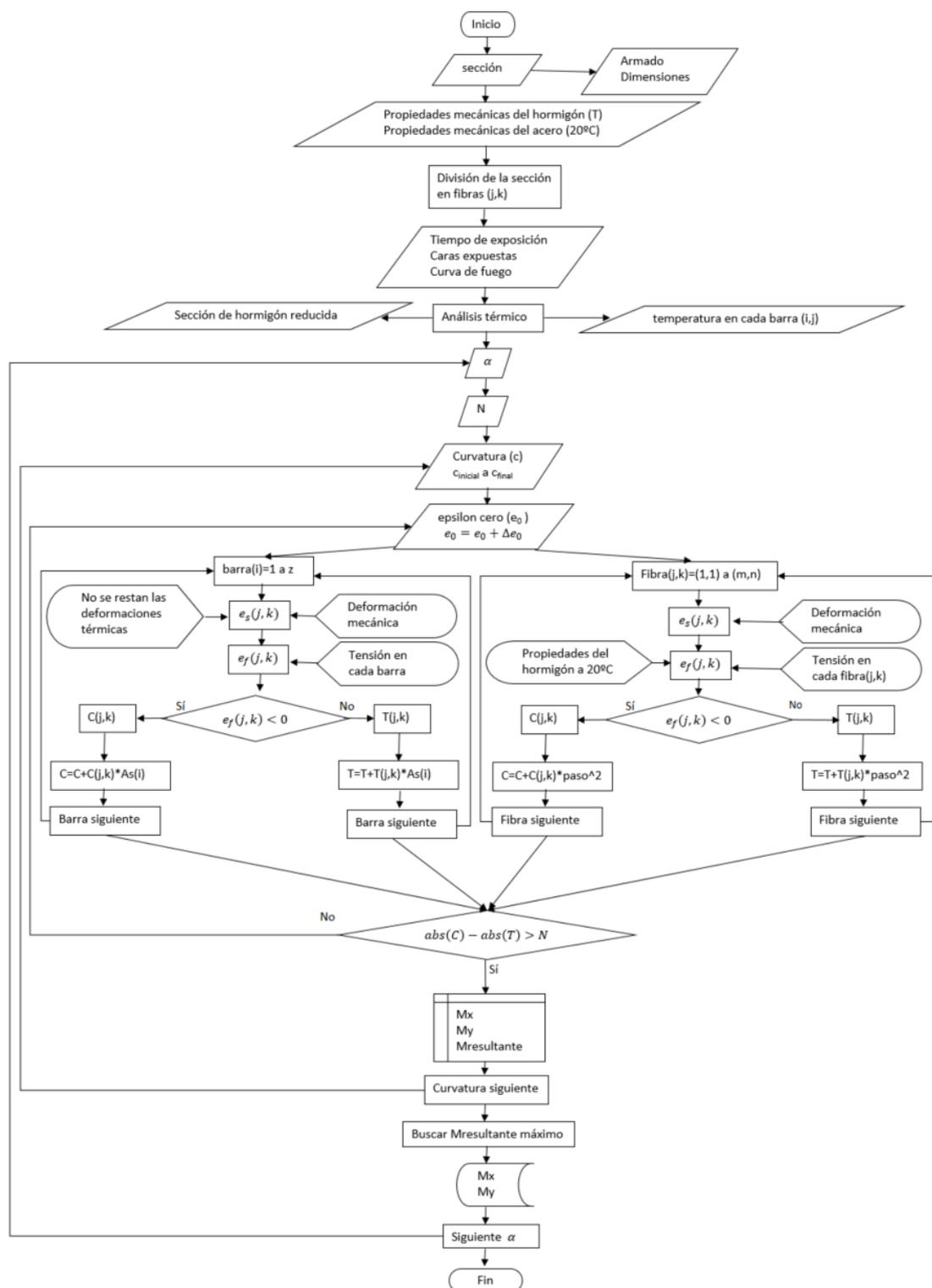


Fig. 10.4 Diagrama de flujo modelo numérico: Método iterativo incremental – Modelo Isotherma 500°C.

11 Bibliografía

- [1] Ministerio de Fomento, “CTE-SI: Código Técnico de la Edificación-Documento Básico: Seguridad en caso de incendio,” *Publicaciones Minist. Vivienda*, pp. 1–90, 2010.
- [2] Center of Fire statistics, “World Fire Statistics. Bulletin N°22,” *International Association Of Fire And Rescue Services*, 2017. [Online]. Available: https://www.ctif.org/sites/default/files/ctif_report22_world_fire_statistics_2017.pdf
- [3] EFE, “Víctimas incendio. 133 muertos por fuego en hogares en 2016, la peor cifra en una década,” 02-Nov-2017. [Online]. Available: <https://www.efe.com/efe/espana/sociedad/133-muertos-por-fuego-en-hogares-2016-la-peor-cifra-una-decada/10004-3426483>.
- [4] J. Bueno, “El fuego en viviendas se cobra más muertes cada año,” 30-Dec-2017. [Online]. Available: <http://www.elmundo.es/economia/vivienda/2017/12/29/5a422407ca474198758b4612.html>.
- [5] C. COMITE EUROPEO DE NORMALIZACIÓN, *Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-2: Reglas generales. Proyecto de estructuras sometidas al fuego*. 2011, p. 102.
- [6] C. COMITE EUROPEO DE NORMALIZACIÓN, *Eurocódigo 1: Acciones en estructuras. Parte 1-2: Acciones generales. acciones en estructuras expuestas al fuego*. 2004, p. 62.
- [7] G. Torelli, P. Mandal, M. Gillie, and V. X. Tran, “Concrete strains under transient thermal conditions: A state-of-the-art review,” *Eng. Struct.*, vol. 127, pp. 172–188, 2016.
- [8] T. Z. Harmathy, “Thermal properties of concrete at elevated temperatures,” *J. Mater.*, vol. 5, no. 1, pp. 47–74, 1970.
- [9] T. T. Lie, “ASCE Manual and Report on Engineering Practice N°78. Structural fire protection,” 1992.
- [10] V. K. R. Kodur and M. A. Sultán, “Effect of temperature on thermal properties of high-strength concrete,” *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 15, no. April, pp. 101–107, 2003.
- [11] U. Wickstrom, “A very simple method for estimating temperature in fire exposed concrete structures,” 1986.
- [12] V. K. R. Kodur, B. Yu, and M. M. S. Dwaikat, “A simplified approach for predicting temperature in reinforced concrete members exposed to standard fire,” *Fire Saf. J.*, vol. 56, pp. 39–51, 2013.
- [13] T. T. Lie and R. J. Irwin, “Evaluation of the fire resistance of reinforced concrete columns with rectangular cross-sections,” 1990.
- [14] Y. Zandi and T. Branch, “Determining the Temperature Distributions of Fire Exposed

- Reinforced Concrete Cross-Sections with Different Methods,” vol. 4, no. 8, pp. 782–788, 2012.
- [15] V. K. R. Kodur, T. C. Wang, and F. P. Cheng, “Predicting the fire resistance behaviour of high strength concrete columns,” *Cem. Concr. Compos.*, vol. 26, no. 2, pp. 141–153, 2004.
- [16] P. Bamonte and F. Lo Monte, “Reinforced concrete columns exposed to standard fire: Comparison among different constitutive models for concrete at high temperature,” *Fire Saf. J.*, vol. 71, pp. 310–323, 2015.
- [17] J. Ožbolt, J. Bošnjak, G. Periškić, and A. Sharma, “3D Numerical analysis of reinforced concrete beams exposed to elevated temperature,” *Eng. Struct.*, vol. 58, p. 9, 2014.
- [18] U. Bajc, M. Saje, I. Planinc, and S. Bratina, “Semi-analytical buckling analysis of reinforced concrete columns exposed to fire,” *Fire Saf. J.*, vol. 71, pp. 110–122, 2015.
- [19] S. F. El-Fitiany and M. A. Youssef, “Fire performance of reinforced concrete frames using sectional analysis,” *Eng. Struct.*, vol. 142, pp. 165–181, 2017.
- [20] S. F. El-Fitiany and M. A. Youssef, “Interaction diagrams for fire-exposed reinforced concrete sections,” *Eng. Struct.*, vol. 70, pp. 246–259, 2014.
- [21] Y. y. Xu and B. Wu, “Fire resistance of reinforced concrete columns with L-, T-, and +-shaped cross-sections,” *Fire Saf. J.*, vol. 44, no. 6, pp. 869–880, 2009.
- [22] V. K. R. Kodur and M. B. Dwaikat, “Design equation for predicting fire resistance of reinforced concrete beams,” *Eng. Struct.*, vol. 33, no. 2, pp. 602–614, 2011.
- [23] M. H. Ali, Y. Z. Dinkha, and J. H. Haido, “Mechanical properties and spalling at elevated temperature of high performance concrete made with reactive and waste inert powders,” *Eng. Sci. Technol. an Int. J.*, vol. 20, no. 2, pp. 536–541, 2017.
- [24] A. H. Shah and U. K. Sharma, “Fire resistance and spalling performance of confined concrete columns,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 156, pp. 161–174, 2017.
- [25] Y. Msaad, “Comparison between hydraulic and thermal spalling in heated concrete based on numerical modeling,” *J. Eng. Mech.*, vol. 133, no. 6, pp. 608–615, 2007.
- [26] K. H. Tan and T. T. Nguyen, “Structural responses of reinforced concrete columns subjected to uniaxial bending and restraint at elevated temperatures,” *Fire Saf. J.*, vol. 60, pp. 1–13, 2013.
- [27] T. Gernay and M. S. Dimia, “Structural Behavior of Concrete Columns Under Natural Fires Including Cooling Down Phase,” *Int. Conf. Recent Adv. Nonlinear Model. – Struct. Concr. Appl.*, pp. 1–20, 2011.
- [28] V. Kodur and N. Raut, “A simplified approach for predicting fire resistance of reinforced concrete columns under biaxial bending,” *Eng. Struct.*, vol. 41, pp. 428–443, 2012.
- [29] J.-K. Kim and S.-S. Lee, “The behavior of reinforced concrete columns subjected to axial

- force and biaxial bending,” *Eng. Struct.*, vol. 22, no. 11, pp. 1518–1528, 2000.
- [30] T. Gernay, A. Millard, and J. M. Franssen, “A multiaxial constitutive model for concrete in the fire situation: Theoretical formulation,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 50, no. 22–23, pp. 3659–3673, 2013.
- [31] K. H. Tan and T. T. Nguyen, “Experimental behaviour of restrained reinforced concrete columns subjected to equal biaxial bending at elevated temperatures,” *Eng. Struct.*, vol. 56, pp. 823–836, 2013.
- [32] Y. Yao and K. H. Tan, “Extended Rankine approach for bi-axially loaded steel columns under natural fire,” *Eng. Struct.*, vol. 31, no. 5, pp. 1024–1031, 2009.
- [33] H. seok Jang, H. seok So, and S. So, “The properties of reactive powder concrete using PP fiber and pozzolanic materials at elevated temperature,” *J. Build. Eng.*, vol. 8, no. May, pp. 225–230, 2016.
- [34] M. G. A. B. and M. Khanzadi, “Residual Mechanical Properties of High-Strength Concretes after Exposure to Elevated Temperatures-2010.pdf,” *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 22, no. JANUARY, pp. 59–64, 2010.
- [35] B. Bresler, “Design Criteria for Reinforced Columns under Axial Load and Biaxial Bending,” *J. Proc.*, vol. 57, no. 11, 1960.
- [36] C. COMITE EUROPEO DE NORMALIZACIÓN, “Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación,” p. 242, 2010.
- [37] M. Fossetti and M. Papia, “Dimensionless analysis of RC rectangular sections under axial load and biaxial bending,” *Eng. Struct.*, vol. 44, pp. 34–45, 2012.
- [38] J. Bonet, P. Miguel, and M. Fernández, “Analytical approach for failure surface of RC sections under axial load and biaxial bending,” *Hormigón y acero*, vol. 221–222, pp. 83–95, 2001.
- [39] A. García, F. Morán, and J. Arroyo, *Jiménez Montoya. Hormigón armado (15ª edición)*. 2009.
- [40] G. A. Khoury, Y. Anderberg, K. Both, J. Fellingner, N. P. Hoj, and C. Majorana, “Fib Bulletin N°38: Fire design of concrete structures - material, structures and modelling,” 2007.
- [41] V. Navarrete, “SITUACIÓN ACCIDENTAL DE INCENDIO MEDIANTE MÉTODOS SIMPLIFICADOS : FLEXIÓN RECTA Y FLEXIÓN ESVIADA,” 2014. [Online]. Available: <http://hdl.handle.net/10251/53788>.
- [42] *Ensayos de resistencia al fuego. parte 1: Requisitos generales*. 2015.
- [43] C. COMITE EUROPEO DE NORMALIZACIÓN, *Ensayos de resistencia al fuego. Parte 2: Procedimientos alternativos y adicionales*. 2000, p. 18.
- [44] ASTM International, *Standard Test Methods for Fire Tests of Building Construction and Materials*. 2018, pp. 1–36.

-
- [45] T. Group, "Fib Bulletin N°46: Fire design of concrete structures- structural behavior and assesment," 2008.
- [46] Y. Ju, J. Liu, H. Liu, K. Tian, and Z. Ge, "On the thermal spalling mechanism of reactive powder concrete exposed to high temperature: Numerical and experimental studies," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 98, pp. 493–507, 2016.
- [47] U. of Leige, "SAFIR. Technical documentation," 2011.
- [48] S. E. F. El-fitiiany, "Simplified Tools for Performance-Based Design of Reinforced Concrete Frames Exposed to Fire," University of Western Ontario, 2013.
- [49] MathWorks, "MATLAB." 2015.
- [50] CIMNE, "GID." .
- [51] J. Franssen, D. Vitelli, and J. Ferreira, "DIAMOND." 2016.
- [52] D. D. Capua and A. R. Mari, "Nonlinear analysis of reinforced concrete cross-sections exposed to fire," *Fire Saf. J.*, vol. 42, no. 2, pp. 139–149, 2007.
- [53] J. Franssen and T. Gernay, "SAFIR." 2015.
- [54] U. of Liege, "SAFIR. Capabilities and examples of applications," 2015.
- [55] T. Gernay and J. M. Franssen, "SAFIR Manual: Material Properties," 2016.
- [56] T. T. Lie and R. J. Irwin, "Fire resistance of rectangular steel columns filled with bar-reinforces concrete," vol. 121, no. 2011, pp. 797–805, 1995.
- [57] J. Lie, T.; Woollerton, "Fire Resistance of Reinforced Concrete Columns," 1988.
- [58] P. Kodur, V.;Cheng, F.;Wang, T.;Latour, J.;Leroux, "Fire Resistance of High-Performance Concrete Columns," *Intern. Rep. (National Res. Counc. Canada. Inst. Res. Constr.*, p. 136, 2001.
- [59] G. . Khoury, B. . Grainger, and P. J. . Sullivan, "Strain of concrete during first heating to 600C under load," *Mag. Concr. Res.*, vol. 37, no. 133, pp. 195–215, 1985.
- [60] L. Y. Li and J. Purkiss, "Stress-strain constitutive equations of concrete material at elevated temperatures," *Fire Saf. J.*, vol. 40, no. 7, pp. 669–686, 2005.
- [61] Y. Anderberg and S. Thelandersson, "Stress and deformation characteristics of concrete at high temperatures. Experimental investigation and material behaviour model," *Bull. Div. Struct. Mech. Concr. Constr. Bull.* 54, 1976.
- [62] U. Schneider, "Concrete at high temperatures — A general review," *Fire Saf. J.*, vol. 13, no. 1, pp. 55–68, Apr. 1988.
- [63] M. J. Terro, "Numerical modeling of the behavior of concrete structures in fire," *ACI Struct. J.*, vol. 95, no. 2, pp. 183–193, 1998.
- [64] T. Gernay and J. M. Franssen, "A formulation of the Eurocode 2 concrete model at elevated temperature that includes an explicit term for transient creep," *Fire Saf. J.*,

- vol. 51, pp. 1–9, 2012.
- [65] L. Wang, R. Van Coile, R. Caspee, and L. Taerwe, “Simplified method for evaluating the biaxial capacity of rectangular reinforced concrete columns during fire,” *Mater. Struct. Constr.*, vol. 50, no. 1, pp. 1–13, 2017.
- [66] P. Miguel, “Diagrama momento curvatura de una sección rectangular de hormigón armado para axil constante,” 2011. [Online]. Available: <http://hdl.handle.net/10251/13819>.
- [67] F. A. Zahn, R. Park, and M. J. N. Priestly, “Strength and Ductility of Square Reinforced Concrete Column Sections Subjected to Biaxial Bending,” *Struct. J.*, vol. 56, no. 2, 1989.