

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y NUCLEAR



UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA

**TÉCNICAS DE RECONSTRUCCIÓN DEL ESPECTRO
PRIMARIO DE RAYOS X MEDIANTE EL CÓDIGO DE
MONTE CARLO MCNP5**

Presentada por:

Andrea Querol Vives

Dirigida por:

Gumersindo Verdú Martín

Sergio Gallardo Bermell

Valencia, Diciembre de 2010

A los míos

RESUMEN

En un equipo de radiodiagnóstico de rayos X es necesario un adecuado control de calidad mediante la caracterización precisa del espectro primario de rayos X. Esta caracterización del espectro supone una mejora de la calidad de la imagen de diagnóstico y la reducción de la dosis recibida por el paciente en este tipo de exploraciones.

En este trabajo se propone la espectrometría Compton para caracterizar el haz primario. La razón del uso de esta técnica es que los tubos de rayos X convencionales presentan una alta fluencia de fotones y, por lo tanto, se produce una elevada tasa de recuento en el detector, apareciendo el denominado efecto de apilamiento o "pile-up". Este efecto consiste en la acumulación de impulsos que tienen lugar casi simultáneamente y que el detector no es capaz de identificar como eventos distintos, existiendo un tiempo muerto elevado e impidiendo el correcto funcionamiento del detector.

En el espectrómetro Compton se producen dispersiones incoherentes de los fotones del haz primario proveniente del tubo de rayos X en la varilla, generalmente, de polimetilmetacrilato (material de baja densidad). Posteriormente, mediante una serie de colimadores, se fuerza a que únicamente los fotones que se han dispersado según un determinado ángulo, alcancen el detector. A causa de las bajas energías utilizadas en radiodiagnóstico (15-150 keV), es necesario utilizar detectores de alta eficiencia para ese intervalo de energía.

En este estudio se analiza el caso del espectrómetro Compton junto con tres detectores de distinta eficiencia: un detector de Silicio, válido hasta 30 keV, uno de Germanio y otro de Teluro de Cadmio, ambos válidos hasta 150 keV. Esta comparación se debe a que el detector de Germanio requiere un sistema de refrigeración de nitrógeno líquido, mientras que los detectores de Silicio y Teluro de Cadmio no. Este hecho supone una ventaja a la hora de adquirir las mediciones, además de que estos dispositivos tienen menor precio, su manejo es mucho más sencillo y tienen una fácil portabilidad.

Se ha utilizado el código MCNP5 de Monte Carlo para el desarrollo de un modelo del detector y del espectrómetro Compton.

Este modelo permite obtener la distribución de altura de impulsos, o "Pulse Height Distribution", PHD, para un espectro primario dado, al mismo tiempo que se utiliza para construir la matriz respuesta mediante la simulación de diferentes espectros monoenergéticos.

El proceso de reconstrucción requiere de la inversa de la matriz respuesta, la cual está mal condicionada, esto hace que los algoritmos tradicionales de inversión sean altamente ineficientes. Se ha realizado una revisión de los métodos de inversión matricial de mayor potencia como el método modificado parcial de descomposición en valores singulares "Modified Truncated Singular Value Decomposition method" (MTSVD), el método descomposición de valores singulares amortiguado "Damped Singular Value Decomposition method" (DSVD) y el método Tikhonov.

Los métodos de reconstrucción ocasionan una pérdida de información con respecto a los espectros primarios de reconstrucción. Por eso, en este trabajo se ha realizado un análisis

de sensibilidad utilizando distintas técnicas de reconstrucción y variando ciertos parámetros característicos en los espectros primarios. Dichas técnicas han sido aplicadas a las PHD obtenidas a partir de espectros primarios de rayos X del catálogo IPEM 78 con MCNP5, y los espectros reconstruidos obtenidos se han comparado dichos espectros teóricos. Entre los parámetros que este catálogo permite variar se encuentran el material y ángulo del ánodo, el grosor del filtro, y las tensiones en el intervalo de energía de diagnóstico considerado.

Esta metodología representa una herramienta muy útil para el control de calidad de los tubos de rayos X utilizados en radiodiagnóstico, ya que permite conocer el espectro primario real del tubo operado bajo unas determinadas condiciones (material y ángulo del ánodo, mm Al, kV) sin tener que hacer uso de aproximaciones a espectros estandarizados ni utilizar bases de datos.

Los resultados son satisfactorios y suponen una nueva puerta para el control de calidad de los aparatos de radiodiagnóstico.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	9
1.1. RADIODIAGNÓSTICO	10
1.2. JUSTIFICACIÓN	12
1.3. OBJETO	13
2. PROTOCOLO ESPAÑOL DE CONTROL DE CALIDAD EN RADIODIAGNÓSTICO	15
2.1. OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DEL PROTOCOLO	16
2.2. ASPECTOS GENERALES DEL CONTROL Y GARANTÍA DE CALIDAD EN RADIODIAGNÓSTICO	16
2.3. NIVELES DE ACTUACIÓN DE LOS PROGRAMAS DE GARANTÍA DE CALIDAD	17
2.3.1. PRUEBAS DE ACEPTACIÓN	17
2.3.2. PRUEBAS DE ESTADO	18
2.3.3. PRUEBAS DE CONSTANCIA	18
2.3.4. PROGRAMA DE GARANTÍA DE CALIDAD	19
2.4. PARÁMETROS DEL CONTROL DE CALIDAD	19
2.4.1. CONTROL DE CALIDAD DE LA IMAGEN DE RAYOS X.	22
2.5. CARACTERÍSTICAS DEL ESPECTRO PRIMARIO DE RAYOS X.	23
3. MÉTODO MONTE CARLO	27
3.1 LAS TÉCNICAS DE MONTE CARLO	28
3.2. EL PROGRAMA MCNP	29
4. MODELO DE MCNP5	35
4.1. DETECTORES DE SEMICONDUCTOR	36
4.2. MODELO DE LOS DETECTORES	40
4.2.1. DETECTOR DE GERMANIO	41
4.2.2. DETECTOR DE TELURO DE CADMIO	42
4.2.3. DETECTOR DE SILICIO	42
4.3. MODELO DEL FOCO DE RAYOS X	43
4.4. MODELO DEL ESPECTRÓMETRO COMPTON	43
5. MÉTODOS DE RECONSTRUCCIÓN	47

5.1. OBTENCIÓN DE LA MATRIZ DE RESPUESTA	49
5.2. EL MÉTODO TRUNCADO DE DESCOMPOSICIÓN EN VALORES SINGULARES (TSVD)	51
5.3. EL MÉTODO MODIFICADO TRUNCADO DE DESCOMPOSICIÓN EN VALORES SINGULARES (MTSVD).	55
5.4 EL MÉTODO AMORTIGUADO DE DESCOMPOSICIÓN DE VALORES SINGULARES (DSVD)	56
5.5 EL MÉTODO DE TIKHONOV	56
5.6 SELECCIÓN DEL ORDEN DE TRUNCAMIENTO	58
5.7. EL MÉTODO DE REGULACIÓN VARIACIONAL	62
5.7.1. DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES VARIACIONALES	63
6. RESULTADOS	65
6.1. APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS DE RECONSTRUCCIÓN	67
6.2. ERROR DE LOS MÉTODOS DE RECONSTRUCCIÓN	77
7. VALIDACIÓN	87
8. CONCLUSIONES	97
9. TRABAJOS FUTUROS	101
10. PUBLICACIONES	105
11. AGRADECIMIENTOS	109
12. BIBLIOGRAFÍA	113
13. ANEXO I	117

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1. EFECTO DE LA TENSIÓN PICO EN EL ESPECTRO DE RAYOS X.	24
FIGURA 2.2. EFECTO DEL RIZADO DE LA TENSIÓN EN EL ESPECTRO DE RAYOS X.	24
FIGURA 2.3. EFECTO DE LA FILTRACIÓN CON ALUMINIO EN EL ESPECTRO DE RAYOS X.	25
FIGURA 2.4. EFECTO DEL ÁNGULO DEL ÁNODO EN EL ESPECTRO DE RAYOS X.	26
FIGURA 4.1. ELEMENTOS CON CARACTERÍSTICAS DE SEMICONDUCTORES.	37
FIGURA 4.2. UNIÓN N-P ENTRE MATERIALES SEMICONDUCTORES.	39
FIGURA 4.3. EFICIENCIA DE FOTOPICO CALCULADA PARA LOS DETECTORES DE SI, CdTe Y Ge FUNCIÓN DE LA ENERGÍA DE LOS RAYOS X INCIDENTES DESPUÉS DE CHOCAR CON LA VARILLA DISPERSORA.	41
FIGURA 4. 4. MODELO GEOMÉTRICO DEL ESPECTRÓMETRO COMPTON.	44
FIGURA 5.1. REPRESENTACIÓN DE LA MATRIZ DE RESPUESTA PARA EL Ge, R	50
FIGURA 5.2. REPRESENTACIÓN DE LA MATRIZ DE RESPUESTA PARA EL CdTe, R.	51
FIGURA 5.3. REPRESENTACIÓN DE LA MATRIZ DE RESPUESTA PARA EL Si, R.	51
FIGURA 5.4. REPRESENTACIÓN DE LOS VALORES SINGULARES DE LA MATRIZ DE RESPUESTA DEL Ge, R.	53
FIGURA 5.5. REPRESENTACIÓN DE LOS VALORES SINGULARES DE LA MATRIZ DE RESPUESTA DEL CdTe, R.	53
FIGURA 5.6. REPRESENTACIÓN DE LOS VALORES SINGULARES DE LA MATRIZ DE RESPUESTA DEL Si, R.	54
FIGURA 5.7. OBTENCIÓN DEL PARÁMETRO K ÓPTIMO. CRITERIO DE LA CURVA-L MTSVD Ge.	58
FIGURA 5.8. OBTENCIÓN DEL PARÁMETRO K ÓPTIMO. CRITERIO DE LA CURVA-L DSVD Ge.	59
FIGURA 5.9. OBTENCIÓN DEL PARÁMETRO K ÓPTIMO. CRITERIO DE LA CURVA-L TIKHONOV Ge.	59
FIGURA 5.10. OBTENCIÓN DEL PARÁMETRO K ÓPTIMO. CRITERIO DE LA CURVA-L MTSVD CdTe.	59
FIGURA 5.11. OBTENCIÓN DEL PARÁMETRO K ÓPTIMO. CRITERIO DE LA CURVA-L DSVD CdTe.	60
FIGURA 5.12. OBTENCIÓN DEL PARÁMETRO K ÓPTIMO. CRITERIO DE LA CURVA-L TIKHONOV CdTe.	60
FIGURA 5.13. OBTENCIÓN DEL PARÁMETRO K ÓPTIMO. CRITERIO DE LA CURVA-L MTSVD Si.	60
FIGURA 5.14. OBTENCIÓN DEL PARÁMETRO K ÓPTIMO. CRITERIO DE LA CURVA-L DSVD Si.	61
FIGURA 5.15. OBTENCIÓN DEL PARÁMETRO K ÓPTIMO. CRITERIO DE LA CURVA-L TIKHONOV Si.	61

FIGURA 6.1. ESQUEMA PROCESO DE TRABAJO.	67
FIGURA 6.2. RECONSTRUCCIÓN DEL ESPECTRO DE TUNGSTENO 12°, 5 MM DE AL Y 78 KVP MEDIANTE LOS MÉTODOS MTSVD, DSVD Y TIKHONOV CON EL DETECTOR DE GE.	69
FIGURA 6.3. RECONSTRUCCIÓN DEL ESPECTRO DE TUNGSTENO 12°, 5 MM DE AL Y 78 KVP MEDIANTE LOS MÉTODOS MTSVD, DSVD Y TIKHONOV CON EL DETECTOR DE CdTE.	71
FIGURA 6.4. RECONSTRUCCIÓN DEL ESPECTRO DE MOLIBDENO 9°, 4 MM DE AL Y 30 KVP MEDIANTE LOS MÉTODOS MTSVD, DSVD Y TIKHONOV CON EL DETECTOR DE SI.	73
FIGURA 6.5. RECONSTRUCCIÓN DEL ESPECTRO DE RODIO 9°, 4 MM DE AL Y 30 KVP MEDIANTE LOS MÉTODOS MTSVD, DSVD Y TIKHONOV CON EL DETECTOR DE SI.	75
FIGURA 6.6. REPRESENTACIÓN ERROR (2σ) PARA ESPECTROS RECONSTRUIDOS VARIANDO EL VOLTAJE MÁXIMO.	77
FIGURA 6.7. AMPLIACIÓN DE LA ZONA DE ALTA ENERGÍA DE LA FIGURA 6.6.	78
FIGURA 6.8. REPRESENTACIÓN ERROR (2σ) PARA ESPECTROS RECONSTRUIDOS VARIANDO EL ESPESOR DE AL DE FILTRADO.	79
FIGURA 6.9. AMPLIACIÓN DE LA ZONA DE BAJA ENERGÍA DE LA FIGURA 6.8.	79
FIGURA 6. 10. REPRESENTACIÓN ERROR (2σ) PARA ESPECTROS RECONSTRUIDOS VARIANDO EL ÁNGULO DEL ÁNODO DE TUNGSTENO.	80
FIGURA 6. 11. AMPLIACIÓN DE LA ZONA DE BAJA ENERGÍA DE LA FIGURA 6.10.	80
FIGURA 7.1. ESQUEMA DEL ESPECTRÓMETRO COMPTON.	89
FIGURA 7.2. ESQUEMA DEL TUBO DE RAYOS X.	91
FIGURA 7.3. COMPARACIÓN DEL ESPECTRO DE 60 KEV EXPERIMENTAL Y SIMULADO PARA DSVD.	92
FIGURA 7.4. COMPARACIÓN DEL ESPECTRO DE 60 KEV EXPERIMENTAL Y SIMULADO PARA TIKHONOV.	92
FIGURA 7.5. COMPARACIÓN DEL ESPECTRO DE 80 KEV EXPERIMENTAL Y SIMULADO PARA MTSVD.	93
FIGURA 7.6. COMPARACIÓN DEL ESPECTRO DE 80 KEV EXPERIMENTAL Y SIMULADO PARA TIKHONOV.	93
FIGURA 7.7. COMPARACIÓN DEL ESPECTRO DE 100 KEV EXPERIMENTAL Y SIMULADO PARA MTSVD.	94
FIGURA 7.8. COMPARACIÓN DEL ESPECTRO DE 100 KEV EXPERIMENTAL Y SIMULADO PARA TIKHONOV.	94

FIGURA I.1. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO 12°, 5 MM DE AL Y DISTINTOS VOLTAJES, GE Y MTSVD.	119
FIGURA I.2. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO 12°, 100 KEV Y DISTINTOS FILTROS DE AL, GE Y MTSVD.	120
FIGURA I.3. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO, 2 MM DE AL, 90 KEV Y DISTINTOS ÁNGULOS DE ÁNODO, GE Y MTSVD.	121
FIGURA I.4. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO 12°, 5 MM DE AL Y DISTINTOS VOLTAJES, CdTe Y MTSVD.	122
FIGURA I.5. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO 12°, 100 KEV Y DISTINTOS FILTROS DE AL, CdTe Y MTSVD.	123
FIGURA I.6. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO, 2 MM DE AL, 90 KEV Y DISTINTOS ÁNGULOS DE ÁNODO, CdTe Y MTSVD.	124
FIGURA I.7. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE MOLIBDENO 9°, 4 MM DE AL Y DISTINTOS VOLTAJES, Si Y MTSVD.	125
FIGURA I.8. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE RODIO 9°, 4 MM DE AL Y DISTINTOS VOLTAJES, Si Y MTSVD.	126
FIGURA I.9. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO 12°, 5 MM DE AL Y DISTINTOS VOLTAJES, GE Y DSVD.	127
FIGURA I.10. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO 12°, 100 KEV Y DISTINTOS FILTROS DE AL, GE Y DSVD.	128
FIGURA I.11. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO, 2 MM DE AL, 90 KEV Y DISTINTOS ÁNGULOS DE ÁNODO, GE Y DSVD.	129
FIGURA I.12. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO 12°, 5 MM DE AL Y DISTINTOS VOLTAJES, CdTe Y DSVD.	130
FIGURA I.13. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO 12°, 100 KEV Y DISTINTOS FILTROS DE AL, CdTe Y DSVD.	131
FIGURA I.14. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO, 2 MM DE AL, 90 KEV Y DISTINTOS ÁNGULOS DE ÁNODO, CdTe Y DSVD.	132
FIGURA I.15. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE MOLIBDENO 9°, 4 MM DE AL Y DISTINTOS VOLTAJES, Si Y DSVD.	133
FIGURA I.16. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE RODIO 9°, 4 MM DE AL Y DISTINTOS VOLTAJES, Si Y DSVD.	134
FIGURA I.17. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO 12°, 5 MM DE AL Y DISTINTOS VOLTAJES, GE Y TIKHONOV.	135
FIGURA I.18. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO 12°, 100 KEV Y DISTINTOS FILTROS DE AL, GE Y TIKHONOV.	136
FIGURA I.19. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO, 2 MM DE AL, 90 KEV Y DISTINTOS ÁNGULOS DE ÁNODO, GE Y TIKHONOV.	137
FIGURA I.20. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO 12°, 5 MM DE AL Y DISTINTOS VOLTAJES, CdTe Y TIKHONOV.	138
FIGURA I.21. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO 12°, 100 KEV Y DISTINTOS FILTROS DE AL, CdTe Y TIKHONOV.	139

FIGURA I.22. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE TUNGSTENO, 2 MM DE AL, 90 KEV Y DISTINTOS ÁNGULOS DE ÁNODO, CdTe Y TIKHONOV.	140
FIGURA I.23. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE MOLIBDENO 9°, 4 MM DE AL Y DISTINTOS VOLTAJES, Si Y TIKHONOV.	141
FIGURA I.24. RECONSTRUCCIÓN ESPECTROS DE RODIO 9°, 4 MM DE AL Y DISTINTOS VOLTAJES, Si Y TIKHONOV.	142

ÍNDICE DE TABLAS.

TABLA 4.1. ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DEL DETECTOR HP GE UTILIZADO.	42
TABLA 5.1. VALORES DEL PARÁMETRO K SEGÚN LOS MÉTODOS DE RECONSTRUCCIÓN Y EL DETECTOR UTILIZADO.	62
TABLA 6.1: ERROR CUADRÁTICO MEDIO (%) PARA EL DETECTOR DE GE	81
TABLA 6.2: ERROR CUADRÁTICO MEDIO (%) PARA EL DETECTOR DE CdTe	81
TABLA 6.3: ERROR CUADRÁTICO MEDIO (%) PARA EL ÁNODO DE MOLIBDENO Y DETECTOR DE Si	81
TABLA 6.4: ERROR CUADRÁTICO MEDIO (%) PARA EL ÁNODO DE RODIO Y DETECTOR DE Si	81
TABLA 6.5: PRIMERA Y SEGUNDA CHR (MM DE AL), FACTOR DE HOMOGENEIDAD Y ENERGÍA MEDIA DEL ESPECTRO PARA ÉL DETECTOR DE GE Y CdTe Y ÁNODO DE TUNGSTENO. ERROR RELATIVO (%) RESPECTO AL IPEM 78 ENTRE PARÉNTESIS.	83
TABLA 6.6: PRIMERA Y SEGUNDA CHR (MM DE AL), FACTOR DE HOMOGENEIDAD Y ENERGÍA MEDIA DEL ESPECTRO PARA ÉL DETECTOR DE Si Y ÁNODO DE MOLIBDENO. ERROR RELATIVO (%) RESPECTO AL IPEM 78 ENTRE PARÉNTESIS.	84
TABLA 6,7: PRIMERA Y SEGUNDA CHR (MM DE AL), FACTOR DE HOMOGENEIDAD Y ENERGÍA MEDIA DEL ESPECTRO PARA ÉL DETECTOR DE Si Y ÁNODO DE RODIO. ERROR RELATIVO (%) RESPECTO AL IPEM 78 ENTRE PARÉNTESIS.	84

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Radiodiagnóstico

El radiodiagnóstico médico es, con gran diferencia, el más extendido de los usos de las radiaciones ionizantes en medicina. Desde su desarrollo a finales del siglo XIX ha sido objeto de un constante desarrollo y expansión gracias a los beneficios que reporta en términos de calidad y eficacia de la asistencia sanitaria para la población.

Tanto los organismos internacionales como las autoridades nacionales consideran necesario la realización de actuaciones para que las dosis de radiación resultantes de su aplicación se mantengan tan bajas como sea razonablemente posible (criterio ALARA: As Low As Reasonably Achievable) de acuerdo con el diagnóstico requerido y, en todo caso, de conformidad con las prácticas radiodiagnósticas de aceptación general.

Con el objetivo fundamental de asegurar la calidad de los procedimientos y métodos de análisis que se emplean en la realización de estudios radiológicos, todos los servicios de radiodiagnóstico deben ser sometidos a la legislación vigente en esta materia.

Las instalaciones de rayos X de radiodiagnóstico médico son instalaciones radiactivas, sin embargo la Ley 25/1964 sobre Energía Nuclear las exceptuaba del régimen general de autorizaciones de las instalaciones radiactivas y preveía el desarrollo de una regulación específica para ellas.

En esa regulación, se establecía para estas instalaciones un régimen de declaración e inscripción registral diferente del sistema de autorizaciones requerido para el resto de las instalaciones radiactivas. En el proceso de declaración de las instalaciones, se establecía la obligación de que la adecuación del proyecto de la instalación y su montaje con las especificaciones aplicables en materia de protección radiológica, fuese certificado por una entidad especializada, es decir, por un Servicio o Unidad Técnica de Protección Radiológica (UTPR). La norma introducía un régimen de autorización y registro para las empresas que realizan actividades de venta y asistencia técnica de equipos de rayos X con fines médicos.

En 1982, la Organización Mundial de la Salud (OMS) definió el concepto "Control de calidad" como "El conjunto de operaciones (programación, coordinación, puesta en práctica) dirigidas a mantener o mejorar un sistema". Aplicado a un proceso de diagnóstico, incluye monitorización, evaluación y mantenimiento en niveles óptimos de todas aquellas características de funcionamiento que puedan ser definidas, medidas y controladas. Asimismo, define "Garantía de Calidad" como "Todas aquellas acciones planificadas y sistemáticas necesarias para ofrecer la confianza adecuada en que una estructura, sistema o componente funcionará satisfactoriamente (ISO 6215-1980)". Funcionamiento satisfactorio en servicio implica la calidad óptima de todo el conjunto del proceso diagnóstico, es decir, la producción consistente de información diagnóstica adecuada con la mínima exposición de pacientes y personal.

La Ley 14/1986, de 25 de abril, General de Sanidad, obliga a establecer los requisitos mínimos para la aprobación y homologación de las instalaciones de centros y servicios y a valorar, por parte de la Administración Sanitaria, la seguridad, eficacia y eficiencia de las tecnologías relevantes para la salud y asistencia sanitaria.

Asimismo el Real Decreto 1891/1991, sobre instalación y utilización de aparatos de rayos X con fines de diagnóstico médico, supuso un cambio revolucionario en la regulación del sector del radiodiagnóstico médico. En dicho R.D. se incluían los requisitos de formación en materia de protección radiológica del personal encargado de dirigir el funcionamiento de las instalaciones o de operar los equipos, estableciéndose un régimen de concesión de acreditaciones por el Consejo de Seguridad Nuclear (CSN) para asegurar esa cualificación.

Finalmente, en los anexos a la norma, se incluía información sobre las características técnicas de las salas de radiodiagnóstico y las especificaciones técnicas relativas a protección radiológica operacional aplicables durante el funcionamiento.

El Real Decreto 2071/1995, de 22 de diciembre, por el que se establecen los criterios de calidad en radiodiagnóstico, desarrolla el artículo 4 del Real Decreto 1132/1990, de 14 de septiembre, por el que se establecen las medidas fundamentales de protección radiológica de las personas sometidas a exámenes y tratamientos médicos y la especificación técnica 4ª, del anexo I, del Real Decreto 1891/1991, de 30 de diciembre, sobre instalación y utilización de aparatos de rayos X con fines de diagnóstico médico. Este Real Decreto, muestra la obligatoriedad de implantar, en todas las unidades asistenciales de radiodiagnóstico desde su puesta en funcionamiento, un programa de garantía de calidad, elaborado de acuerdo con protocolos nacionales o internacionales actualizados, a los que se hará referencia en el mismo.

La Unión Europea en la Directiva 96/29/EURATOM, de 13 de mayo de 1996, establece las normas básicas relativas a la protección sanitaria de los trabajadores y de la población contra los riesgos que resultan de las radiaciones ionizantes, recogió criterios actualizados de la Comisión Internacional de Protección Radiológica. Esta norma se ha incorporado a la legislación nacional mediante la publicación del Reglamento sobre Instalaciones Nucleares y Radiactivas, aprobado por el Real Decreto 1836/1999, de 3 de diciembre y del Reglamento sobre Protección Sanitaria contra Radiaciones Ionizantes, aprobado por el Real Decreto 783/2001, de 6 de julio.

También la Directiva 97/43/EURATOM, de 30 de junio de 1997, sobre protección de la salud frente a los riesgos derivados de las radiaciones ionizantes en exposiciones médicas se incorporó a la legislación nacional mediante la revisión de los desarrollos reglamentarios de la Ley 14/1986, de 25 de abril, General de Sanidad, destacando su desarrollo en el ámbito de la protección de las personas contra las radiaciones ionizantes mediante el Real Decreto 1976/1999, de 23 de diciembre, por el que se establecen los Criterios de Calidad en Radiodiagnóstico y el Real Decreto 815/2001, de 13 de junio, sobre Justificación del Uso de Radiaciones Ionizantes para la Protección Radiológica de las Personas con Ocasión de Exposiciones Médicas.

El nuevo reglamento consolida el régimen de declaración e inscripción de las instalaciones de rayos X de radiodiagnóstico médico establecido en el Real Decreto 1891/1991, clarificando las actuaciones y relaciones de las distintas administraciones que intervienen en el mismo, especialmente de los departamentos de industria de las Comunidades Autónomas y del Consejo de Seguridad Nuclear. Se mantienen las previsiones relativas a la exigencia de una

certificación emitida por Servicios o Unidades Técnicas de Protección Radiológica sobre la idoneidad del diseño de las instalaciones como requisito previo a su declaración e inscripción.

Puesto que el Real Decreto 1976/1999 exigía a los titulares de las instalaciones de rayos X de radiodiagnóstico médico la definición e implantación de un Programa de Garantía de Calidad en el que se incluían aspectos comunes con los requeridos en el Programa de Protección Radiológica que ahora se introduce, especialmente en los que se refiere al diseño, puesta en marcha y verificaciones periódicas de los equipos de rayos X, se prevé la posibilidad de que ambos programas se recojan en un documento único de forma que se eviten duplicidades y se simplifique la documentación a elaborar e implementar por los titulares de las instalaciones.

Se introduce como novedad el establecimiento de una clasificación de las instalaciones de rayos X médicos en tres tipos, atendiendo al riesgo radiológico existente durante la operación de las mismas. Las obligaciones del titular y los requisitos de verificación y de suministro de información periódica a la Administración se han graduado de acuerdo con esa clasificación.

En relación con las verificaciones periódicas se incorpora la exigencia a los titulares de las instalaciones para que obtengan, con periodicidad anual, bienal o quinquenal, según el tipo de instalación, un certificado de conformidad de la instalación, expedido por una Unidad Técnica o Servicio de Protección Radiológica, que permita asegurar que las instalaciones mantienen las condiciones de seguridad con las que fueron declaradas e inscritas y que el Programa de Protección Radiológica se ha desarrollado y se aplica adecuadamente.

Con la aprobación del Real Decreto 1085/2009, del 3 de julio, reglamento sobre instalación y utilización de aparatos de rayos X con fines de diagnóstico médico, se potencia la protección radiológica tanto de los pacientes sometidos a pruebas diagnósticas, como de los profesionales que trabajan con estos equipos y del público en general.

1.2. Justificación

Con objeto de aunar esfuerzos al tiempo que unificar criterios y de acuerdo con los protocolos nacionales e internacionales más avanzados, la Sociedad Valenciana de Protección Radiológica y Radiofísica encargó a un grupo de especialistas de Radiofísica Hospitalaria la elaboración de un documento sobre procedimientos de control de calidad en radiodiagnóstico. El objetivo de este documento es servir de base a la documentación a presentar por las distintas unidades asistenciales de radiodiagnóstico ante la administración sanitaria competente para dar cumplimiento a lo establecido en el Real Decreto 1976/1999 de 23/12/1999

En él se establecen los criterios de calidad en radiodiagnóstico, atendiendo de modo prioritario, a la protección del paciente y exigiendo, para ello, la implantación de un programa de garantía de calidad en las unidades asistenciales de radiodiagnóstico:

1. Las unidades asistenciales de radiodiagnóstico serán sometidas a un control de calidad del equipamiento, para garantizar la producción de imágenes de la mejor calidad

posible para el diagnóstico, y que las dosis recibidas por los pacientes sean tan bajas como pueda razonablemente conseguirse, respetando además los aspectos generales de protección radiológica.

2. Los programas de control de calidad del equipamiento utilizado en unidades asistenciales de radiodiagnóstico, se ajustarán a protocolos establecidos para tal fin, aceptados y refrendados por sociedades científicas nacionales competentes o por instituciones internacionales de reconocida solvencia, y contendrán como mínimo las pruebas consideradas como esenciales en el Protocolo Español de Control de Calidad en Radiodiagnóstico.

El Protocolo Español de Control de Calidad en Radiodiagnóstico establece los parámetros para llevar a cabo el control de calidad técnico de los equipos de rayos X. Define y caracteriza los controles necesarios aplicables a equipos convencionales de grafía, fluoroscopia, mamografía, dentales, tomografía computarizada, así como los equipos de registro, visualización y almacenamiento de la imagen (Sociedad Española de Física Médica, 2002). Para los equipos convencionales de grafía, el Protocolo Español identifica los procedimientos de control de calidad a seguir y los objetivos a cumplir.

Para el desarrollo y mejora de nuevas técnicas de control de calidad en radiodiagnóstico, es necesario conocer el espectro de energía del haz primario de los tubos de rayos X. Sin embargo, la caracterización sistemática del espectro ha resultado tradicionalmente una tarea inviable para la gran mayoría de unidades de radiología. Muchas son las dificultades que implica la obtención de una medida de un tubo operando en condiciones normales de trabajo, por ejemplo, la baja energía de los rayos X para radiodiagnóstico (entre 50 y 150 keV), la alta fluencia de los fotones o las restricciones de espacio en las salas de rayos.

El trabajo realizado en esta tesina de máster se enmarca en la línea de la estimación del espectro primario de los tubos de rayos X, mediante la técnica de espectrometría Compton.

Mediante la técnica de espectrometría Compton, es factible obtener de una manera rutinaria el espectro del haz de rayos X y asimismo, es posible optimizar los parámetros de operación del tubo para reducir las dosis efectivas típicas sufridas por los pacientes en las exploraciones de radiodiagnóstico.

1.3. Objeto

El presente trabajo se enmarca dentro del programa formativo del máster de Seguridad Industrial y Medio Ambiente del Departamento de Ingeniería Química y Nuclear. Constituye el trabajo final de máster, el cual tiene como objetivo la puesta en práctica de los conocimientos metodológicos y teóricos adquiridos en el programa. Este trabajo está orientado fundamentalmente a la investigación dentro del ámbito del control de calidad de las técnicas de radiodiagnóstico orientado a comprobar la validez de los métodos matemáticos de reconstrucción para la obtención del espectro primario emitido por los equipos de rayos X, así como también el estudio de tres detectores de semiconductor Germanio, Silicio y Teluro de Cadmio.

En general, se desconoce el espectro real del haz producido por los aparatos de rayos X para diagnóstico, únicamente se hace uso de datos tabulados en función de algunos parámetros de funcionamiento del tubo (alta tensión, corriente por filamento, espesor hemirreductor, etc).

La caracterización precisa del espectro permitirá conocer realmente qué dosis está siendo impartida al paciente. Fijando como objetivo principal la validación de los métodos de reconstrucción para obtener el espectro primario real con distintos detectores de semiconductor, se pueden definir los siguientes objetivos específicos:

- Establecer una metodología para la obtención de espectros de rayos X con energías comprendidas en el intervalo de radiodiagnóstico.
- Estudiar las ventajas e inconvenientes de los tres detectores utilizados, según su eficiencia y su intervalo de energía óptimo.
- Realizar un estudio comparativo entre los espectros adquiridos experimentalmente y los obtenidos por simulación, estudiando el efecto de los principales parámetros de medida.
- Obtención de una matriz de respuesta que contenga toda la información del proceso de detección, incluidos fenómenos físicos en el espectrómetro y detectores.
- Analizar la matriz de respuesta y evaluar los distintos algoritmos matemáticos de inversión matricial de manera eficiente.

2. PROTOCOLO ESPAÑOL DE CONTROL DE CALIDAD EN RADIODIAGNÓSTICO

2.1. Objetivos y estructura del protocolo

El objetivo del protocolo español sobre aspectos técnicos del control de calidad en radiodiagnóstico, propuesto por la Sociedad Española de Física Médica y la Sociedad Española de Protección Radiológica, es establecer criterios para los controles de calidad en equipos de radiodiagnóstico, que contribuyan a alcanzar un uso eficiente de las radiaciones ionizantes y que permitan la obtención de imágenes de alta calidad diagnóstica con el menor riesgo posible tanto para el paciente como para el personal de operación.

El documento se estructura en tres partes. En la primera se tratan aspectos generales sobre control y garantía de calidad, definiciones y filosofía general del mismo.

En la segunda parte se introducen y detallan procedimientos para establecer indicadores globales de calidad. Estos controles son esenciales dado que permiten detectar indirectamente anomalías graves en el funcionamiento de los equipos o en los procedimientos y protocolos clínicos aplicados. También permiten evaluar la eficacia del propio control de calidad de los parámetros técnicos y dar indicaciones, en algunos casos, sobre la causa de la anomalía. Los indicadores globales incluidos en el protocolo son: dosimetría al paciente, calidad de imagen y tasa de rechazo de imágenes.

La tercera parte del documento contiene una recopilación de parámetros técnicos de los equipos a verificar en un programa de control de calidad en radiodiagnóstico. Estos parámetros se agrupan en los siguientes bloques:

- Equipos convencionales con dispositivos de grafía
- Equipos fluoroscópicos y fluorográficos, convencionales y digitales
- Equipos de mamografía
- Equipos dentales
- Equipos de tomografía computarizada
- Sistemas de registro, visualización y almacenamiento de imágenes, tanto convencionales como digitales.

Como parte final se incluye un glosario que contiene las definiciones de los términos más utilizados.

2.2. Aspectos generales del control y garantía de calidad en radiodiagnóstico

Desde que se decide captar una estructura anatómica hasta que se realiza el diagnóstico sobre la imagen obtenida, se realiza una compleja actividad en la que están implicados diferentes procesos físicos, equipos y especialistas. A cada posible fallo en alguno de estos elementos cabe asociar un detrimento en la calidad de la imagen final o un aumento en la dosis de radiación que recibe el paciente, o ambos efectos.

El personal implicado en una instalación de radiodiagnóstico deberá organizarse para asegurar que las imágenes producidas por dicha instalación tengan una calidad

suficientemente elevada que permita obtener en todo momento la información diagnóstica adecuada, al menor coste posible y con la mínima exposición del paciente a las radiaciones.

Parte de estas observaciones constituyen la definición de "programa de garantía de calidad" de la Organización Mundial de la Salud (OMS, 1984) y de ella pueden resaltarse algunas ideas:

- Se debe garantizar que los requisitos en cuanto a calidad de imagen, dosis o costes, se cumplan de forma continuada por lo que será esencial realizar controles de calidad de forma periódica.
- Deben arbitrarse procedimientos para evaluar la calidad de las imágenes obtenidas en las diferentes instalaciones. En este sentido pueden realizarse simulaciones con objetos de prueba y maniqués o bien valoraciones sobre imágenes de pacientes. En la Unión Europea se avanza en ambas direcciones tratando de objetivar y uniformizar criterios para evaluar calidad de imagen (EUR 16260, 1996).
- Para valorar el cumplimiento del principio de optimización de dosis que recibe el paciente, será preciso arbitrar procedimientos de medida adecuados; ello se podría realizar haciendo un muestreo de forma periódica de las dosis impartidas a los pacientes en las diferentes salas y para los estudios más significativos.

2.3. Niveles de actuación de los programas de garantía de calidad

Los programas de garantía de calidad pueden desarrollarse con distintos niveles de complejidad, dependiendo de los objetivos que se persigan y los medios disponibles. Dentro de los programas se distinguen tres tipos de controles: pruebas de aceptación, estado y constancia.

2.3.1. Pruebas de aceptación

Las pruebas de aceptación tratan de demostrar que el equipo cumple las especificaciones del contrato de compra, las especificaciones de fabricación del equipo y las exigencias legales aplicables en cada país (que tienen en cuenta las normas CEI, CENELEC, UNE, etc.). Sus resultados deben estar claramente documentados, ya que servirán como referencia para los posteriores controles de calidad.

En cualquier caso, estas pruebas deben ser un anexo en las especificaciones de los contratos de adquisición de dichos equipos. En el documento de detalle de especificaciones a elaborar cuando se vaya a comprar un equipo, se debería hacer constar expresamente el tipo de pruebas de aceptación que se van a realizar y que las mismas serán llevadas a cabo por el vendedor, en presencia de un representante cualificado del comprador. Puede ser conveniente detallar el método por el que se deben evaluar determinadas especificaciones, así como las tolerancias de los resultados.

En las pruebas de aceptación, el suministrador deberá demostrar que el material instalado cumple las especificaciones de compra.

El Manual General de Protección Radiológica del Instituto Nacional de la Salud Español (INSALUD, 1993) dice que la recepción de equipos de rayos X implicará necesariamente la realización, con resultados positivos, de pruebas de verificación de su calidad y de sus niveles de protección radiológica (recientemente la SEFM, la SEPR y el CSN han elaborado un nuevo Manual General de Protección Radiológica de ámbito nacional).

La norma UNE 66-901-89 (correspondiente a la norma europea EN 29 001) sobre Sistemas de Calidad (UNE, 1989) dice que la verificación de la instalación de un equipo (incluyendo inspección, ensayo y seguimiento) deberá realizarse por personal independiente del que tiene la responsabilidad directa de la tarea realizada. Esta verificación se llevará a cabo de acuerdo con lo establecido en el plan de control de calidad o en los procedimientos escritos. En el apartado 4.11 de la citada norma se establece que, para demostrar la conformidad de los productos con los requisitos especificados, el suministrador deberá controlar, calibrar y realizar el mantenimiento de los equipos de inspección, medición y ensayo, propios o facilitados por el cliente. De acuerdo con los protocolos del fabricante, deberá determinarse qué mediciones deben realizarse, la precisión de las mismas y los equipos adecuados de inspección, medición y ensayo. En el apartado 4.12 se dice que deberá señalarse en qué estado de inspección y ensayo se encuentran los productos mediante marcas, sellos autorizados o cualquier medio adecuado que indique la conformidad de los productos derivada de las inspecciones o ensayos realizados.

2.3.2. Pruebas de estado

Una prueba de estado es un control realizado, generalmente, midiendo parámetros técnicos, con el objetivo de establecer el estado de referencia de un equipo o componente en un momento dado. Las pruebas de estado deberán realizarse por personal cualificado. Tendrán lugar cuando algún componente sustancial del equipo se haya modificado o cuando, tras realizar una prueba de constancia, se observe un cambio importante en el funcionamiento del equipo.

2.3.3. Pruebas de constancia

Las pruebas de constancia se inician partiendo siempre de un valor de referencia de un parámetro medido en las pruebas de aceptación o de estado. Se pretende con ellas vigilar los parámetros más significativos del funcionamiento de los equipos para asegurar su estabilidad en el tiempo. Las pruebas de constancia deberán ser simples, fáciles de realizar e interpretar y rápidas de ejecución y, en lo posible, se tratará de medidas relativas en las que se compararán los valores obtenidos con los de referencia iniciales. Las pruebas de constancia se realizarán a intervalos regulares o cuando se sospeche un funcionamiento incorrecto. Las frecuencias para los controles recogidos en este protocolo deberían entenderse como mínimos, no excluyéndose la posibilidad de aumentar su frecuencia si el centro dispone de los medios adecuados y si la antigüedad del equipo o sus condiciones de funcionamiento así lo aconsejaran.

La situación óptima es que dichas pruebas se realicen en colaboración con el personal del propio servicio de radiodiagnóstico, supervisando los controles el personal que coordina o

supervisa el programa de control de calidad de los parámetros físicos. El protocolo recoge en qué casos la comprobación de los parámetros requiere personal con distinta cualificación.

2.3.4. Programa de garantía de calidad

El Real Decreto 1976/1999 sobre criterios de calidad en radiodiagnóstico enumera unos aspectos mínimos a contemplar en el programa de garantía de calidad, que deberá incluir necesariamente:

- Detalle sobre justificación y optimización de las exploraciones.
- Medidas de control de calidad del equipamiento radiológico (equipos de rayos X, sistemas de procesado, receptores de imagen, sistema de registro de datos y sistemas de visualización de imagen) y de la instrumentación de medida.

Obviamente, el umbral de rechazo de un equipo para su uso clínico debería basarse en el incumplimiento de las características técnicas expresadas en la oferta del suministrador y en el grado de adecuación de los resultados de las pruebas de aceptación a los niveles y tolerancias previstos en los documentos de normalización nacionales o internacionales aplicables.

En caso de reparación o intervención en los equipos que pueda repercutir en la calidad de la imagen o en la dosis al paciente, se solicitará certificado de la restitución del funcionamiento del equipo a las condiciones previas a la avería y de la verificación de su correcto funcionamiento. Puede ser de interés utilizar modelos normalizados para este tipo de certificaciones que podrán elaborarse por consenso entre los fabricantes y los usuarios de los equipos.

El Real Decreto 1976/1999 requiere que los programas de garantía de calidad describan: los recursos humanos y materiales necesarios para realizar los procedimientos, las responsabilidades y obligaciones de las personas que trabajan en la unidad o con equipos adscritos a la misma, especificando su nivel de responsabilidad y autoridad, y el programa de formación para la utilización del equipo de rayos X, así como para la protección radiológica, entrenamiento continuado y para el caso especial del uso clínico de nuevas técnicas.

El mismo Real Decreto requiere que también se incluya en el programa de garantía de calidad el procedimiento para el registro de incidentes o accidentes que puedan ocurrir en las unidades asistenciales de radiodiagnóstico, con especial atención en las de radiología intervencionista, los resultados de la investigación realizada y medidas correctoras aplicadas.

2.4. Parámetros del Control de Calidad

El Protocolo Español de Control de Calidad en Radiodiagnóstico establece los parámetros para llevar a cabo el control de calidad técnico de los equipos de rayos X. En los equipos convencionales de grafía, el Protocolo Español identifica los siguientes procedimientos de control de calidad y objetivos:

- Forma de onda. El objetivo es determinar el tiempo que tarda la tensión y la corriente en alcanzar sus valores de régimen. Ello es necesario para excluir esta

zona en algunas medidas, detectar anomalías que pueden explicar los resultados anómalos de otras pruebas, defectos en el precaldeo, ánodos giratorios defectuosos, rizado por descompensación de fases en un generador trifásico, etc.

- Capa hemirreductora (CHR). Expresada en mm de aluminio o cobre, es el espesor del material especificado que atenúa el haz de radiación. Asegurarse de que la filtración del equipo es superior al mínimo recomendable para que el paciente no reciba, debido a radiación de baja energía, una dosis elevada en la piel que es innecesaria por no contribuir a la formación de la imagen. En diferentes grupos de expertos se considera que la calidad espectral debería especificarse en términos de CHR a un cierto kVp. A 70 kVp una CHR superior a 2,5 mm de aluminio garantiza el cumplimiento de la tolerancia señalada para la filtración.
- Desviación de la tensión. Asegurarse de que la lectura de tensión es real y por tanto adecuada a las exploraciones que se pretenden. La desviación máxima entre el valor nominal y el valor real debe ser inferior a $\pm 10\%$. Variación de la tensión con cambios en la corriente del tubo. La variación máxima debe ser inferior al 10 %. Reproducibilidad de la tensión del tubo. Para todos los generadores: en una serie de mediciones repetidas, la desviación de la tensión del tubo debe ser inferior a $\pm 5\%$ del valor medio.
- Desviación del tiempo de exposición. Cerciorarse de que la lectura de tiempo es real. Para los tiempos de exposición nominales que superen los 100 ms, la variación del tiempo real de exposición debe estar dentro del $\pm 10\%$ del valor indicado.
- Rendimiento del tubo. Detectar posibles variaciones en el valor nominal de la corriente o deterioro del tubo, manipulación en el filtro añadido, etc. Servir como base a estimaciones de dosis a pacientes. Se define el rendimiento para equipos convencionales de radiología, como el valor de la dosis en aire sin retrodispersión y por unidad de carga a 80 kVp y expresada a 1 m de distancia del foco. Este parámetro junto con los correspondientes al tiempo de exposición y a la calidad del haz permite tener un indicador del ajuste de la corriente y, si ésta fuera correcta, del estado del tubo. Equipos con poco rendimiento requieren tiempos de exposición más largos con el consiguiente riesgo de degradación de la calidad de la imagen. El rendimiento del tubo debe ser mayor que 25 $\mu\text{Gy}/\text{mAs}$ a 1 m para una tensión de 80 kV reales y una filtración total mayor o igual a 2,5 mm de aluminio
- Reproducibilidad de la tensión, de tiempo de exposición y del rendimiento. Asegurarse de que el equipo es reproductivo en sus características, de modo que al repetir las mediciones los resultados sean similares (con un determinado margen de error). Para una tensión del tubo y una filtración dentro del margen utilizado en la práctica, es decir, 80 kV y una filtración mayor que 2,5 mm de aluminio, el rendimiento medido en exposiciones repetidas no debe desviarse más del $\pm 20\%$ de la media.
- Variación de la tensión con la corriente. Tiene por objeto constatar que las medidas serán válidas si se repiten con otro valor de la corriente, o que los resultados no son casuales. También es necesario para detectar posibles averías y garantizar que los

cambios de rendimiento o la falta de linealidad no son debidos a variaciones de tensión. La variación debe ser inferior al 15 %.

- Variación del rendimiento con la corriente (mA). Comprobar que no varía el rendimiento con la corriente, garantizando que los cálculos hechos para nuevas técnicas basados en otras conocidas, resultan predictivos.
- Variación del rendimiento con la carga (mAs). La variación debe ser inferior al 20 %.
- Kerma de transmisión. Se entiende en este contexto por kerma de transmisión el valor de kerma en aire, sin retrodispersión, medido a 80 kVp y a 1 m del foco, cuando entre éste y el detector se interpone un atenuador de determinado espesor.
- Control automático de exposición (CAE). Ajuste y reproducibilidad de la densidad óptica y de la carga. Comprobar que está bien calibrado y es reproducible. Además, se llevará a cabo una medida de compensación con el tiempo de exposición, con la tensión y con el espesor.
 - Compensación con el tiempo de exposición. La diferencia de densidad óptica (DO) entre dos exposiciones con los mismos ajustes del CAE, uno con un tiempo de exposición corto y otro con tiempo de exposición largo, debe ser inferior a $\pm 0,3$ DO.
 - Compensación con la tensión. Para un espesor fijo del atenuador, la máxima diferencia entre las densidades ópticas obtenidas con todas las tensiones del tubo utilizadas en la práctica clínica no debe ser superior a $\pm 0,3$ DO
 - Compensación con el espesor. Para una tensión fija del tubo, la máxima diferencia entre las densidades ópticas obtenidas con distintos espesores del atenuador y el valor medio de la densidad óptica correspondiente a atenuadores cuyos espesores abarquen el margen de espesor del paciente que se explora en la práctica con esa tensión no debe diferir en más de $\pm 0,3$ DO.
- Coincidencia radiación-luz. Evitar irradiaciones innecesarias del paciente cuando el operador use el haz de luz como simulador de la radiación, y compruebe que parte de la información que buscaba no ha salido de la placa. La suma de las distancias entre los bordes respectivos de los campos luminoso y de rayos X en cada una de las direcciones principales no debe rebasar el 3 % de la distancia desde el foco al campo luminoso.
- Centrado radiación-luz. Evitar errores cuando el operador use la cruz central del haz de luz como referencia del centro de la radiación. La alineación de la cruz del haz luminoso con el centro del haz de rayos X no debería desviarse más de ± 1 % de la distancia foco-película.

- Centrado radiación-placa. Evitar irradiaciones innecesarias del paciente cuando el operador use el haz de luz como simulador de la radiación.
- Ortogonalidad haz-rejilla en la dirección transversal a las láminas. Evitar la pérdida de transparencia que se produciría si la rejilla se inclinase respecto al haz de radiación, con la consiguiente pérdida de densidad óptica en la imagen radiográfica. El ángulo que forman el eje central del haz de rayos X y el plano del receptor de la imagen no debería desviarse más de 1,5 grados en un ángulo de 90 grados.
- Movilidad de la rejilla. Evitar que la rejilla oculte pequeños detalles, o disimule finas tramas. Las láminas de la rejilla móvil no deben ser visibles en la imagen obtenida con el tiempo de exposición mínimo que se utiliza en la práctica clínica.
- Colimación automática. Evitar irradiar al paciente en zonas que no producirían imagen. El haz de rayos X se debe colimar de manera que el área total expuesta, para la distancia fijada del foco al receptor de imagen, se mantenga dentro de los bordes del receptor de la imagen seleccionado. El haz de rayos X no debería desviarse más del 2 % de la distancia del foco al receptor de la imagen en cualquier lado del receptor de la imagen. Deberá ser posible utilizar campos más pequeños que el área total del receptor de la imagen.
- Radiación de fuga. Evitar irradiación innecesaria del paciente y del personal que precise asistirle durante la irradiación. La medida de la radiación de fuga comprende dos partes. Primero, la localización de la fuga y segundo, la medida de su intensidad. La radiación de fuga de la carcasa, medida a una distancia de 1 m del foco, no debe ser superior a 1 mGy en una hora a la tensión nominal máxima especificada por el fabricante para el tubo en esa carcasa.

2.4.1. Control de Calidad de la imagen de rayos X.

La calidad de una imagen de rayos X viene definida por su capacidad de transferir la información necesaria para hacer un diagnóstico correcto de los tejidos examinados por el radiólogo. Los fotones de rayos X que no son absorbidos por el tejido y alcanzan el detector contienen dicha información. Las diferencias en absorción entre los diferentes tejidos es lo que los hace discernibles. Cuanto mejor se definen las diferencias, mejor puede visualizarse la información, bien sea por ennegrecimiento de la película una vez revelada o en un monitor de un sistema digital. Se puede alcanzar una mejor separación de los tejidos representados mediante una mayor diferencia de las densidades ópticas que representan dichos tejidos, y/o una mejor definición de las diferencias de absorción. La primera de las mejoras se consigue manipulando el espectro de rayos X, bien por selección de una tensión determinada o mediante materiales del ánodo y filtros adecuados.

Así el control de calidad de la unidad de rayos X tiene como función primordial asegurar las características de calidad de la radiación emitida por éste, entendiendo por calidad, una medida del poder de penetración del haz de rayos X.

La calidad de la radiación X filtrada está caracterizada por la ISO 4037 por los siguientes parámetros:

La energía media del haz, \bar{E} , expresada en keV, es el cociente definido por:

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{E_{\max}} \Phi_E E dE}{\int_0^{E_{\max}} \Phi_E dE}, \quad (2.1)$$

siendo Φ_E la fluencia de fotones.

La resolución, R_E , ("Full width at half maximum"): es el cociente expresado en porcentaje, definido por:

$$R_E = \frac{\Delta E}{E} \times 100 \text{ siendo } \Delta E \text{ el ancho a mitad de altura del pico.}$$

El coeficiente de homogeneidad, h , es la relación entre la primera y la segunda CHR, en kerma en aire.

$$h = \frac{1^{\text{a}} \text{ CHR}}{2^{\text{a}} \text{ CHR}}. \quad (2.2)$$

La primera CHR es el espesor del material especificado que atenúa el haz de radiación hasta el punto que el kerma en aire se reduce al 50% de su valor inicial, mientras que la segunda CHR reduce el kerma en aire del 50 al 25%.

2.5. Características del espectro primario de rayos X.

El espectro primario que se pretende reconstruir depende fundamentalmente de los siguientes parámetros:

La tensión aplicada (kVp): determina la máxima energía de los fotones del espectro, la producción de líneas características y la intensidad relativa de las mismas. Asimismo, afecta a la energía media del espectro, tal y como se puede ver en la figura 2.1. Entre los métodos más utilizados para determinar este valor se encuentra el uso de una técnica de espectrometría de alta resolución.

Si la calibración se lleva a cabo mediante la técnica de espectrometría, el potencial del tubo se obtendrá a partir de la intersección de la parte del espectro de alta energía con el eje de la energía. Normalmente, se considera el valor verdadero del potencial del tubo si se encuentra en el intervalo definido por el $\pm 2\%$ del valor registrado espectroscópicamente. Durante la irradiación, el valor medio del potencial del tubo se debe mantener estable con variaciones máximas de $\pm 1\%$. Reproducibilidad y exactitud. Debe realizarse una comprobación del voltaje del tubo en todo el intervalo de kV utilizados, con diferencias de 1 kV. La reproducibilidad se mide mediante exposiciones repetidas en un nivel de voltaje fijo que se utilice normalmente.

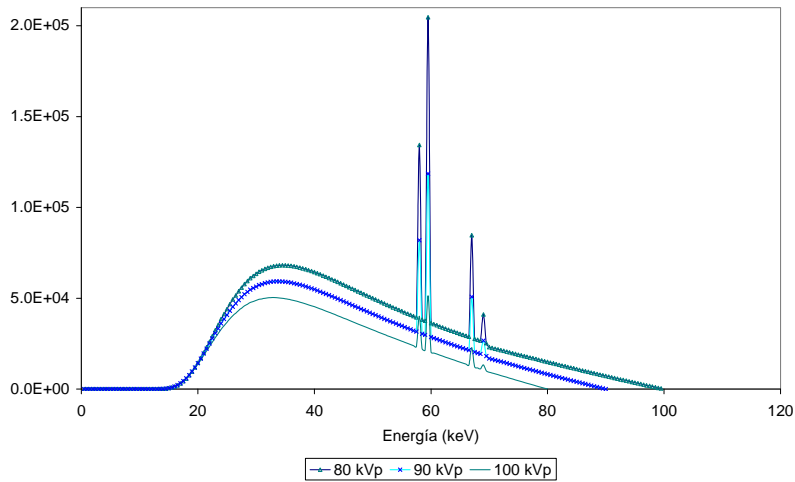


Figura 2.1. Efecto de la tensión pico en el espectro de rayos X.

El rizado de la tensión: La tensión aplicada al tubo no es constante. Depende de factores como la corriente, el tipo de rectificador utilizado, etc. Dicha variación de la tensión recibe el nombre de rizado y se expresa como un porcentaje dado por la expresión:

$$R = \frac{(V_{\max} - V_{\min})}{V_{\max}} \quad (2.3)$$

donde V_{\max} y V_{\min} son el valor máximo y el valor mínimo de la tensión, respectivamente. Se debe producir en una unidad de rayos X con una fuente de alimentación de alta tensión con un valor de rizado menor del 10%. Actualmente, en el mercado existen tubos capaces de operar con rizados menores del 1%. En la figura 2.2 puede apreciarse el efecto del rizado de la tensión en el espectro.

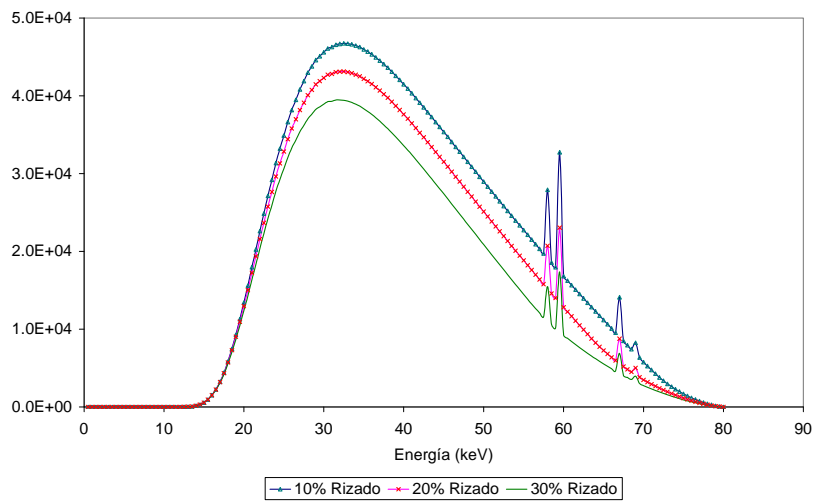


Figura 2.2. Efecto del rizado de la tensión en el espectro de rayos X.

El espesor y material del filtrado: La mayor parte del filtrado sufrido por los rayos X antes de alcanzar al paciente se debe a la autofiltración del ánodo, a la ventana del tubo (vidrio, metal o berilio, principalmente), al aceite de aislamiento del tubo y a los filtros añadidos de aluminio, molibdeno. El efecto del filtro de aluminio es eliminar los fotones de baja energía del espectro. Se pueden utilizar filtros de borde K para modificar la forma del espectro a altas energías.

La filtración inherente del tubo la producen varios componentes del mismo (el aceite de refrigeración, las ventanas, etc) y se expresa, para un voltaje determinado, como el espesor de un filtro de aluminio que, en ausencia de dichos componentes, proporciona una radiación con el mismo valor de la primera CHR. Un tubo cuya filtración inherente excede los 3,5 mm de aluminio, no debe ser utilizado. Se debe comprobar la filtración inherente de forma periódica para asegurar que este límite no se alcanza (fundamentalmente por el desgaste del tubo), procediendo al ajuste de la filtración fija.

La determinación de la filtración inherente se realiza midiendo con aluminio del 99,9% de pureza, la primera CHR del haz producido por el tubo a 60 kV sin filtración adicional, en concordancia con el método descrito en ICRU Report 10b.

En la figura 2.3 se observa el efecto en la forma del espectro que producen los cambios en el espesor del filtro de aluminio. A medida que se reduce el filtro de aluminio, va teniendo mayor importancia el Bremsstrahlung de baja energía. Para espesores muy pequeños aparecen las líneas características L del tungsteno.

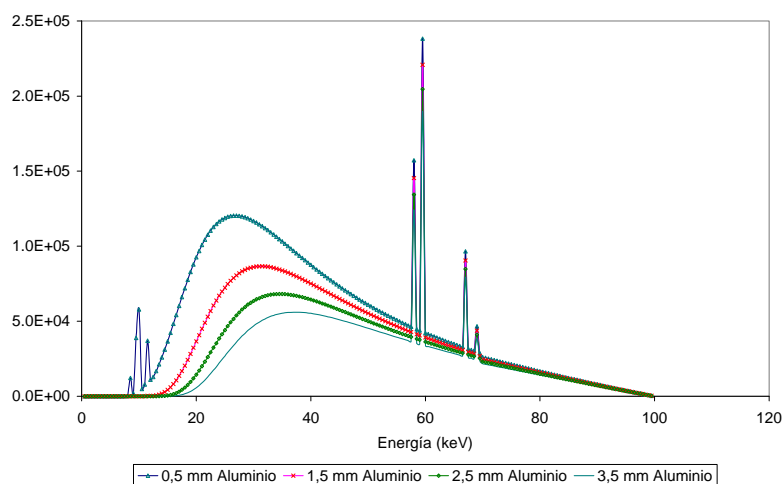


Figura 2.3. Efecto de la filtración con aluminio en el espectro de rayos X.

Las propiedades del ánodo (ángulo y material): El ángulo del ánodo se define como el ángulo que forman la dirección del haz primario y la normal a la superficie del ánodo. Normalmente el ángulo de diseño de los tubos de rayos X comerciales es menor de 23° para permitir por un lado que el haz impacte sobre un área relativamente grande del blanco y por otro para minimizar el tamaño de la mancha focal. El ángulo de emisión de rayos X es el definido por la superficie del ánodo y la dirección del haz emergente. El efecto de este ángulo

se observa en la intensidad y la energía a la que se produce el máximo del Bremsstrahlung. A medida que el ángulo del ánodo se hace más pequeño, el máximo de la parte continua del espectro se desplaza a energías mayores. En la figura 2.4 se muestra gráficamente el efecto de la variación del ángulo del ánodo en el espectro registrado.

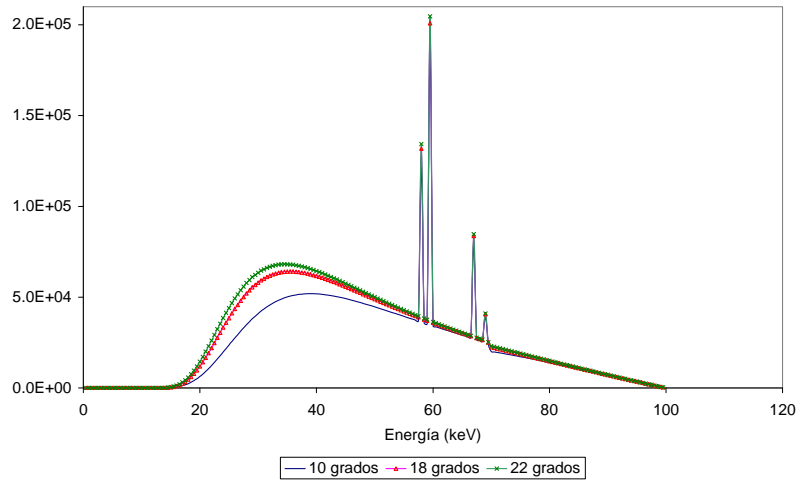


Figura 2.4. Efecto del ángulo del ánodo en el espectro de rayos X.

Puesto que el espectro primario de rayos X se ve afectado por la variación de estos parámetros, el análisis de sensibilidad de los métodos de reconstrucción utilizados en la presente tesina de máster se ha basado en variaciones mínimas de algunos de estos parámetros. Esto ha sido posible gracias a que el catálogo de espectros IPEM 78 permite variar dichos parámetros para obtener diferentes espectros.

3. MÉTODO MONTE CARLO

La simulación con Monte Carlo ofrece la oportunidad de realizar diversos análisis de sensibilidad y desarrollar técnicas de medidas experimentales óptimas. Para ello, es necesario reproducir de la forma más realista posible, el proceso experimental. En este capítulo se explica de forma detallada el modelo desarrollado con el programa MCNP versión 5 para simular la adquisición experimental de espectros.

3.1 Las técnicas de Monte Carlo

El nombre de Monte Carlo (MC) fue acuñado en la década de los 40 por científicos del laboratorio de Los Álamos para designar una categoría de métodos numéricos basados en el uso de números aleatorios.

El método Monte Carlo (MC) consiste en la generación numérica de cascadas electrón-fotón mediante muestreo aleatorio a partir de distribuciones de probabilidad dadas por las secciones eficaces de interacción. Así, una vez reproducidas las condiciones reales del experimento, la simulación de un gran número de historias proporciona esencialmente la misma información que proporcionaría el experimento real.

Los métodos de Monte Carlo son muy diferentes de los métodos de transporte deterministas. Los métodos deterministas, resuelven la ecuación de transporte para el comportamiento medio de las partículas. Por el contrario, el método de Monte Carlo no resuelve una ecuación explícita, sino más bien, obtiene respuestas por simulación individual de partículas registrando algunos aspectos de su comportamiento promedio. El comportamiento promedio de las partículas en un sistema físico es entonces inferido (usando el teorema central del límite) del comportamiento en término medio de las partículas simuladas. Ambos métodos pueden ser complementarios, dado que la información que pueden suministrar al usuario es distinta. Mientras que los métodos deterministas proveen información completa, el método de Monte Carlo proporciona únicamente información sobre medidores específicos solicitados por el usuario. Este método estadístico funciona bien cuando la población de las partículas que contribuyen al parámetro que se quiere conocer, corresponde a una fracción significativa de las partículas existentes en el sistema. Es indispensable que se cumpla esta condición para que la estadística sea aceptable y reproduzca una situación física adecuadamente.

En la simulación del transporte de radiación por Monte Carlo, la historia de la partícula se define como una secuencia de trayectorias, en las que se producen interacciones y en las que tiene lugar un cambio en la dirección del movimiento, una pérdida de energía y, en algunas ocasiones, una producción de partículas secundarias.

Para simular estas historias es necesario disponer de un modelo de interacción, compuesto principalmente por un conjunto de secciones eficaces diferenciales (DCS – “differential cross sections”-) para reproducir los mecanismos de interacción más relevantes. Estas secciones eficaces determinan la función de distribución de probabilidad (PDF) de las variables aleatorias que intervienen en el modelo: recorridos libres entre sucesivas interacciones, tipos de interacciones, la distribución angular, pérdida de energía, etc.

El proceso de simulación asume que las partículas siguen trayectorias rectilíneas a velocidad constante entre dos interacciones con el medio. Su historia puede representarse como una sucesión de estados determinados por la posición del n -ésimo evento r_n , la dirección de movimiento d_n y la energía E_n inmediatamente después de producirse dicho evento.

Dada la posición inicial, la cuestión a resolver es dónde se producirá el siguiente evento y de qué tipo será. La primera parte se resuelve teniendo en cuenta el hecho de que el viaje de la partícula constituye un proceso de Poisson; la segunda, teniendo en cuenta la relación entre las secciones eficaces de las diversas interacciones posibles.

Una vez sorteado el tipo de interacción a simular de acuerdo con la probabilidad P_i , es necesario simular el cambio de dirección y energía que haya podido producirse. Para ello se emplea la distribución de probabilidad asociada a la sección eficaz diferencial correspondiente. De esta forma se pasa de un estado (r_n, d_n, E_n) al $(r_{n+1}, d_{n+1}, E_{n+1})$.

El proceso se repite hasta que la partícula escapa del sistema o hasta que su energía cae por debajo de un cierto valor, momento en el cual se supone que la partícula ha sido absorbida. Tras simular la vida de la partícula inicial, debe hacerse lo propio con las partículas secundarias a las que haya dado lugar.

En ocasiones, con MC se abordan aquellos problemas en los que es necesario reproducir atenuaciones de varios órdenes de magnitud en haces de partículas, típicos en problemas de penetración profunda en la materia de la radiación o en regiones muy reducidas de detección inmersas en medios de baja dispersión. Situaciones muy frecuentes en el ámbito de las aplicaciones de dosimetría.

Cuando la fracción de partículas lanzadas es muy pequeña, menor que 10^{-6} , este modelo, que simplemente reproduce la probabilidad natural de los procesos físicos (modelo análogo), falla ya que la incertidumbre estadística que se obtiene es tan grande que se considera inaceptable.

En estos casos se hace imprescindible el uso de las denominadas técnicas de reducción de varianza, que consisten en modificar las probabilidades de los diversos eventos posibles favoreciendo los deseados, pero sin alterar los valores medios. Los métodos que persiguen obtener una reducción de varianza, modificando las probabilidades de los procesos físicos reales, reciben el calificativo de "no análogos".

En el modelo no análogo se siguen más frecuentemente aquellas partículas que tienen mayor interés. Una partícula es importante cuando contribuye a la magnitud que desea estimarse. Hay muchas técnicas no análogas, y todas ellas aumentan la probabilidad de que una partícula contribuya al registro. Para asegurar que la importancia media es la misma en el modelo no análogo que en el modelo análogo, la importancia se modifica para eliminar el efecto de cambio de las probabilidades naturales.

3.2. El programa MCNP

El primer programa de Monte Carlo para transporte de partículas de uso general fue el MCS, programado en 1963. En 1965 se desarrolló el programa MCN, el cual resolvía el

problema de la interacción neutrónica con la materia en una geometría tridimensional y empleaba datos físicos almacenados en librerías. En 1973, MCN se fusionó con MCG, programa de Monte Carlo para gammas que trataba fotones de alta energía, para formar el MCNG (programa neutrón/gamma). En 1977 MCNG se acopló con el programa MCP (programa de Monte Carlo con tratamiento físico detallado para energías menores de 1 keV de los fotones). Desde entonces el programa se ha denominado MCNP. Otros avances de los años 70 son, por ejemplo, la generalización de la estructura de los registros, el cálculo automático de volúmenes y un algoritmo específico para determinar el autovalor, k_{ef} , en los cálculos de criticidad.

En 1983 apareció el programa MCNP 3, que fue enteramente reescrito según la norma ANSI para FORTRAN 77. Esta fue la primera versión internacionalmente distribuida a través de "Radiation Shielding and Information Center" en Oak Ridge, Tennessee. Las siguientes versiones, MCNP 3A (1986) y MCNP 3B (1988), incluían como novedad la posibilidad de representar gráficamente los registros (MCNPLOT), la generalización en la definición de la fuente, la aparición de estructuras repetitivas o malladas y el transporte en multigrupos.

En 1990 se lanza el MCNP 3.2, siendo la primera versión del programa para el sistema operativo UNIX. En esta versión se añadió una aproximación de bremsstrahlung para blancos gruesos en el transporte de fotones, se proporcionó un mayor control sobre la generación de los números aleatorios y permitiéndose la representación gráfica de los registros mientras se ejecutaba el programa.

En 1993 aparece el MCNP 4A. En esta versión se mejora en gran medida el análisis estadístico de los registros. Además, se incluyó el transporte de electrones y el registro para obtener la distribución de altura de impulsos (PHD), F8. Contenía nuevas librerías de secciones eficaces para fotones (END/B-VI), gráficos mediante el sistema X-Windows, dibujo de trayectorias de partículas mediante SABRINA, mejora de los registros y de las estructuras repetitivas.

Con esta nueva versión del programa cambia el significado de las siglas. Pasa de significar "Monte Carlo Neutron Photon" al concepto más general "Monte Carlo N-Particle". La versión MCNP 4B del programa aparece en 1997. Las mejoras se centraron principalmente en la simulación con neutrones. En el año 2000 se da a conocer la versión MCNP 4C. Dicha versión se lleva a cabo de acuerdo al Plan de Calidad del Software de MCNP, cumpliendo las exigencias de los estándares SQA del Instituto de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de Nueva York y con las normas de calidad ISO-9000:2000. Al mismo tiempo se ha venido desarrollando de modo paralelo y durante los últimos seis años el código MCNPX. Es un código basado en MCNP 4C, LAHET, CEM, etc. Desarrollado particularmente para aplicaciones en aceleradores de altas energías, se ha convertido en una herramienta válida para una amplia gama de aplicaciones en los campos de la ingeniería nuclear y física de altas energías.

MCNP incluye librerías que contienen probabilidades de ocurrencia de distintos fenómenos físicos. Las fuentes originales de los datos nucleares son las evaluaciones: ENDF (Evaluated Nuclear Data File), ENDL (Evaluated Nuclear Data Library), ACTL (Activation library) y T-2 (Applied Nuclear Science Group). Los datos evaluados se procesan en un formato

adecuado para MCNP empleando programas tales como NJOY. Las librerías procesadas de datos nucleares retienen tanta información de las evaluaciones originales como sea factible para reproducir fielmente la intención del evaluador (Briesmeister, 2000).

El programa MCNP incorpora cuatro clases de reducción de varianza:

Métodos truncados. Son los más simples. Aceleran los cálculos por truncamiento de zonas del espacio físico que no contribuyen significativamente a la solución. El ejemplo más sencillo es que las partes sin importancia de la geometría, simplemente no se modelen. Otros métodos truncados específicos para MCNP son: corte por energía y corte por tiempo.

Métodos de control de población. Emplean la división de partículas y la ruleta rusa para controlar el número de partículas en varias regiones del espacio físico. En las regiones importantes se consideran muchas partículas de bajo peso, mientras que en las no importantes se siguen pocas partículas de peso elevado. Se necesita realizar un ajuste de los pesos para asegurar que la solución del problema permanezca no sesgada. Los métodos de control de población específicos para MCNP son: desdoblamiento de la geometría y ruleta rusa, desdoblamiento de energía/ruleta rusa, corte por peso y “ventanas de peso”.

Métodos modificados de muestreo. Alteran el muestreo estadístico del problema para incrementar el número de registros por partícula. Para algunos sucesos de Monte Carlo, es preferible muestrear a partir de una distribución arbitraria distinta de la probabilidad física. Los pesos de las partículas se ajustan para compensar el sesgo introducido. Los métodos modificados de muestreo aplicables al MCNP son: la transformada exponencial, la captura implícita, choques forzados, sesgo de fuentes y sesgo de la producción de fotones inducidos por neutrones.

Métodos parcialmente deterministas. No siguen el proceso aleatorio normal usando técnicas similares a las deterministas, tales como los estimadores del suceso siguiente, o por control de la secuencia de los números aleatorios. En MCNP estos métodos incluyen los detectores puntuales, DXTRAN y el muestreo correlacionado.

El uso correcto de las técnicas de reducción de varianza permite realizar cálculos más eficientes. Su uso no acelera la resolución del problema, pero es absolutamente indispensable para obtener un resultado final adecuado.

En el presente trabajo se hace uso de varias de estas técnicas de reducción de varianza, especialmente el método parcialmente determinista del detector puntual, el truncamiento geométrico y el control sobre la población mediante técnicas de desdoblamiento y ruleta rusa.

El registro de detector puntual, F5, es un estimador determinista del flujo en un punto del espacio. A dicho estimador contribuyen las partículas generadas por la fuente y las producidas en las diferentes colisiones. Sea $p(\mu, \varphi)d\Omega$ la probabilidad de que una partícula nazca o sea dispersada dentro del ángulo sólido $d\Omega$ respecto de la dirección (μ, φ) , donde φ es el ángulo azimutal y μ es el coseno del ángulo entre la trayectoria de vuelo de la partícula incidente y la dirección desde la colisión hasta el detector puntual. Si R es la distancia entre el

punto donde se produce la colisión, o nacimiento de la partícula y el punto en el que se encuentra el detector puntual, entonces:

$$p(\mu, \varphi) d\Omega \cdot e^{-\int_0^R \Sigma_t(s) ds} \quad (3.1)$$

siendo $\Sigma_t(s)$ es la sección eficaz macroscópica total en s .

La expresión (3.1) representa la probabilidad de que se produzca una dispersión en el interior de $d\Omega$ alrededor de la dirección (μ, φ) y que alcance el detector sin sufrir ninguna otra colisión.

La atenuación de un haz monoenergético a través de un medio material viene dada por la expresión:

$$e^{-\int_0^R \Sigma_t(s) ds} \quad (3.2)$$

donde s es la distancia entre el punto de colisión (o nacimiento) y el detector; y si dA es un elemento de área normal a la dirección de vuelo hacia el detector, se puede expresar $d\Omega$

cómo $d\Omega = \frac{dA}{R^2}$ y por lo tanto, $p(\mu, \varphi) \frac{dA}{R^2} \cdot e^{-\int_0^R \Sigma_t(s) ds}$ proporciona la probabilidad de

dispersión hacia el detector atravesando un elemento diferencial de área dA normal a la línea de vuelo hacia el detector. Definíamos flujo como el número de partículas que atraviesan una unidad de área normal a la dirección de dispersión. Por lo tanto, la expresión general de la contribución al flujo es la siguiente:

$$\frac{p(\mu, \varphi)}{R^2} \cdot e^{-\int_0^R \Sigma_t(s) ds} \quad (3.3)$$

$$p(\mu) = \int_0^{2\pi} p(\mu, \varphi) d\varphi \quad (3.4)$$

y φ se muestrea uniformemente en $(0, 2\pi)$. De esta forma: $p(\mu, \varphi) = \frac{p(\mu)}{2\pi}$.

Si se sustituye $p(\mu, \varphi) = \frac{p(\mu)}{2\pi}$ en la expresión del flujo, se obtiene:

$$\Phi(\bar{r}, E, t, \mu) = \frac{wp(\mu)e^{-\lambda}}{2\pi R^2} \quad (3.5)$$

siendo:

w el peso de la partícula.

$\lambda = \int_0^R \Sigma_t(s) ds$ el número total de recorridos libres medios en toda la trayectoria.

R la distancia desde la fuente o desde cada colisión hasta el detector.

$p(\mu)$ el valor de la función de densidad de probabilidad para μ , coseno del ángulo entre la trayectoria de la partícula y la dirección hacia el detector.

La contribución al detector puntual se calcula para cada colisión o nacimiento de partícula. El término $e^{-\lambda}$ representa la atenuación entre el presente evento y el detector. El término $\frac{1}{2\pi R^2}$ tiene en cuenta el efecto del ángulo sólido.

El registro F5 realiza una estimación de la contribución de una “pseudopartícula” que nace en el lugar de la colisión y que alcanza el detector. Es importante reseñar que esta pseudopartícula no afecta a la historia de la partícula original.

El detector de anillo es una generalización del detector puntual descrito anteriormente y se emplea para calcular la fluencia de fotones en distintas localizaciones sobre un anillo que rodea al detector puntual. Esta modificación del registro F5 puntual, determina una fluencia promedio en el anillo. Para no obtener valores erróneos de la fluencia, es necesario que el problema presente geometría cilíndrica alrededor del punto de medida.

MCNP proporciona en el fichero de resultados, la fluencia estimada de fotones (nº fotones/cm²) para cada intervalo del espectro de energías.

El registro F8 proporciona la distribución de energía de los impulsos producidos en el interior de una celda que modela un detector real. Uno de los grandes inconvenientes de este registro es que se trata de un proceso análogo y por lo tanto no admite ninguna técnica de reducción de varianza excepto el sesgo de la fuente de partículas.

En virtud del Teorema Central del Límite en la teoría de probabilidades, con el efecto total de una gran cantidad de factores aleatorios, la variable aleatoria resultante es normal o Gaussiana. Laplace fue el primero en enunciar este importante teorema. Este es el caso del transporte de energía en la materia.

El Teorema Central del Límite establece que la media estimada se muestrea a partir de una distribución normal con una desviación estándar conocida de valor $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ cuando N tiende a infinito.

La función de distribución Gaussiana viene descrita por la función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.6)$$

siendo σ la desviación estándar de la función y m la media de la población.

En general, σ no es conocida. Por ello, es necesario aproximarla mediante una estimación de la desviación típica de la media, S_x . MCNP define el error relativo estimado, R , como la estimación de la desviación típica de la media S_x dividida por la media estimada \bar{x} .

El error relativo estimado puede emplearse para construir intervalos de confianza alrededor de la media estimada, permitiendo hacer afirmaciones sobre la precisión de los resultados. El teorema central del límite afirma que cuando N se aproxima al infinito existe una probabilidad del 68% de que el resultado correcto esté en el intervalo $\bar{x}(1 \pm R)$ y un 95% de que lo esté en $\bar{x}(1 \pm 2R)$. Es importante señalar que para que pueda ser aplicado el Teorema Central del Límite, la desviación típica estimada debe ser muy similar a la desviación típica, σ de la distribución de probabilidad.

Los intervalos de confianza hacen referencia exclusivamente a la precisión de los cálculos de Monte Carlo y no a la exactitud del resultado comparado con el valor físico verdadero. Una afirmación sobre la precisión requiere un análisis detallado de las incertidumbres en los datos físicos, modelación, técnicas de muestreo y aproximaciones, etc. usados en el cálculo.

A partir del error relativo estimado, R , y del tiempo de cálculo, T , se puede definir la figura de mérito FOM ("Figure of merit") como $FOM = \frac{1}{R^2 T}$.

En general, en los problemas con buen comportamiento estadístico, el error relativo estimado es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de historias simuladas, mientras que el tiempo de cálculo es proporcional al número de historias. A partir de estas relaciones, se deduce que la figura de mérito debe ser aproximadamente constante cuando varía el número de historias. Tanto el error relativo estimado como la figura de mérito son estimadores de la media.

La varianza relativa de la varianza, VOV, se define como: $VOV = \frac{S^2(S_{\bar{x}}^2)}{S_{\bar{x}}^4}$ donde $S_{\bar{x}}^2$ es la varianza estimada de \bar{x} y $S^2(S_{\bar{x}}^2)$ es la varianza estimada de $S_{\bar{x}}^2$. VOV es un indicador de la incertidumbre estadística del error relativo estimado. Además este parámetro es importante porque indica si S es una buena aproximación de σ para poder hacer uso del Teorema Central del Límite.

La geometría de MCNP se basa en una configuración tridimensional de materiales definidos por el usuario, en celdas geométricas rodeadas por superficies de primer y segundo grado y toros elípticos de cuarto grado. Las celdas se definen mediante intersecciones, uniones y regiones complementarias de las regiones delimitadas por las superficies. Dichas superficies se definen mediante los coeficientes de sus ecuaciones analíticas o a partir de puntos conocidos de ellas.

Para definir la geometría, MCNP presenta mayor flexibilidad que otros programas. Permite al usuario definir regiones geométricas usando superficies de primer, segundo o toros elípticos de cuarto grado y combinarlas mediante operadores booleanos. MCNP emplea un sistema de coordenadas cartesianas para situar las celdas geométricas. El sistema local de coordenadas es arbitrario y puede ser definido por el usuario. Habitualmente se escoge el sistema dextrógiro.

4. MODELO DE MCNP5

El modelo de simulación, que se ha desarrollado utilizando el código Monte Carlo, permite reproducir el transporte de fotones y electrones en el sistema formado por el foco de rayos X, el espectrómetro Compton y el detector de Germanio, caracterizando las interacciones de absorción y dispersión de las partículas en la materia.

Dicho modelo considerado para reproducir el proceso real, es un modelo que ha sido validado anteriormente (Gallardo, 2004). Del método Monte Carlo se ha utilizado el código MCNP en su versión 5 por tratarse de un código consolidado y validado en numerosas comparaciones internacionales.

El modelo de simulación debe incluir información acerca de los procesos físicos que tienen lugar tanto en el espectrómetro como en el detector. MCNP permite considerar la física del problema mediante dos tratamientos: El tratamiento físico simplificado y el detallado. En el tratamiento simplificado únicamente se tienen en cuenta las interacciones fotoeléctricas sin considerar la producción de fluorescencias, las dispersiones Compton con electrones libres y la producción de pares. Este tratamiento no reproduce con la suficiente fidelidad los fenómenos físicos que realmente están teniendo lugar, como la producción de fotones de fluorescencia producidos en los materiales de blindaje. Experimentalmente se ha comprobado que este fenómeno no es despreciable y produce de hecho, la aparición de nuevos fotopicos en el espectro. Por ello se hace necesario utilizar el tratamiento físico detallado y así se consiguen simular adecuadamente las absorciones fotoeléctricas, las dispersiones incoherentes (Compton), las dispersiones coherentes (Rayleigh) y los procesos de dispersión múltiple. Debido a las bajas energías de los rayos X utilizados en radiodiagnóstico, no se van a producir interacciones de producción de pares.

En un detector de tamaño real, una parte de la radiación electromagnética puede escapar del cristal y por lo tanto, no depositar la energía en el mismo. Este fenómeno da lugar a que en el espectro registrado aparezcan nuevos picos (Knoll, 1989).

El modelo debe contemplar la producción de electrones secundarios. Para no ralentizar excesivamente el tiempo de computación, se ha establecido una energía de corte (en 20 keV), por debajo de la cual no se sigue la historia de estos electrones. Este corte por energía es válido en el intervalo de energías de radiodiagnóstico. Para otras aplicaciones, mamografía por ejemplo, no sería aceptable.

4.1. Detectores de semiconductor

Los materiales sólidos semiconductores son una alternativa a los centelleadores para construir detectores de radiación. Dichos materiales, como su nombre indica, conducen la corriente bajo ciertas condiciones.

Los materiales conductores, generalmente, los metales poseen pocos electrones en sus últimas órbitas y, por lo tanto, tienen tendencia a perderlos con facilidad. De esta forma, cuando varios átomos de un metal, se acercan los electrones de su última órbita se desprenden y circulan desordenadamente entre una verdadera red de átomos. Este hecho (libertad de los electrones) favorece en gran medida el paso de la corriente eléctrica.

Los aislantes, en cambio, están formados por átomos con muchos electrones en sus últimas órbitas (de cinco a ocho), por lo tanto, no tienen tendencia a perderlos fácilmente y no se establece una corriente de electrones. De ahí su alta resistencia.

Los semiconductores, que cambian en mayor o menor medida la característica de los anteriores, son los que interesan para este tipo de detectores. Su característica principal es la de conducir la corriente sólo bajo determinadas circunstancias, y evitar el paso de ella en otras. La estructura atómica de estos materiales presenta una característica común: está formada por átomos tetravalentes (es decir, cuatro electrones en su última órbita), por lo que les es fácil ganar cuatro o perder cuatro.

La corriente se produce tanto por el movimiento de electrones como de las cargas positivas (huecos). Los semiconductores son aquellos elementos pertenecientes al grupo IV de la Tabla Periódica (Silicio, Germanio, etc.).

12	13	14	15	16
IIb	IIIa	IVa	Va	VIa
	5 B			
	13 Al	14 Si	15 P	16 S
	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se
48 Cd	49 In		51 Sb	52 Te

Figura 4.1. Elementos con características de semiconductores.

En la figura 4.1 se representa el lugar que ocupan en la Tabla Periódica los trece elementos con características de semiconductores, identificados con su correspondiente número atómico y grupo al que pertenecen. Los que aparecen con fondo gris corresponden a “metales”, los de fondo verde a “metaloides” y los de fondo azul a “no metales”.

Generalmente a estos se le introducen átomos de otros elementos, denominados impurezas, de forma que la corriente se deba primordialmente a los electrones o a los huecos, dependiendo de la impureza introducida.

Los cuatro electrones de valencia se encuentran formando uniones covalentes con otros átomos vecinos para así formar un cristal, que es la forma que se los encuentra en la naturaleza. Si esta estructura se encuentra a una temperatura muy baja o en el cero absoluto, el cristal tendrá tan poca energía que no será posible la conducción eléctrica. Al aumentar la temperatura (a temperatura ambiente por ejemplo) ciertos electrones adquieren suficiente energía para romper el enlace del que forman parte y "saltar" al siguiente orbital. Esto provoca la formación de un espacio vacío, que por carencia de electrones, posee carga positiva, a este espacio se lo denomina hueco. El aumento de temperatura rompe algunas uniones entre átomos liberándose un cierto número de electrones. En cambio, a temperatura ambiente (20-25°C) algunas de las fuertes uniones entre los átomos se rompen debido al calentamiento del semiconductor y como consecuencia de ello algunos de los electrones pasan a ser libres.

La forma en que los huecos contribuyen a la corriente, se detalla a continuación. Cuando un electrón puede vencer la fuerza que le mantiene ligado al núcleo y por tanto abandona su posición, aparece un hueco, y le resulta relativamente fácil al electrón del átomo vecino dejar su lugar para llenar este hueco. Este electrón que deja su sitio para llenar un hueco, deja a su vez otro hueco en su posición inicial, De esta manera el hueco contribuye a la corriente lo mismo que el electrón, con una trayectoria de sentido opuesto a la de éste.

En resumen, dichos materiales se caracterizan por tener una banda de valencia, casi llena, separada de una banda de conducción, casi vacía, por un intervalo de energía. La energía térmica puede promover una fracción de electrones (dicha fracción aumenta con la temperatura) a la banda de conducción y dejar estados vacantes, llamados huecos, en la banda de valencia. Las impurezas e imperfecciones pueden alterar la situación creando nuevos niveles de energía que aumentan la posibilidad de las transiciones entre las bandas.

UNIÓN N-P

El detector de unión n-p con polarización inversa se comporta como una cámara de ionización de estado sólido. Como todo diodo, la unión n-p está constituida por materiales dopados p y n. La región *n* contiene gran concentración de electrones en la banda de conducción (electrones portadores mayoritarios de dicha región), mientras que la región *p* contiene un exceso de huecos en la banda de valencia (portadores mayoritarios en esta región). Al juntarse los dos materiales, los portadores cercanos a la unión se recombinan y forman una zona libre de portadores, conocida como zona muerta. En ausencia de campos eléctricos externos los iones de un material (p o n) en la zona muerta repelen a los portadores mayoritarios del material opuesto, estabilizando el ancho de la zona muerta. Este ancho es del orden de 10^{-4} cm en un diodo semiconductor típico, y crece con el voltaje inverso aplicado.

El contacto n+ se crea difundiendo litio en la superficie del cristal, mientras que el p+ se elabora por implantación de átomos de boro sobre la superficie. El proceso de difusión del litio afecta a una zona de considerable espesor, aproximadamente 700 μm y la implantación de boro únicamente a un espesor de 0,3 μm . De todo lo anterior, resulta obvio que para maximizar la energía depositada en la parte activa del cristal, es necesario enfrentar la zona del contacto p+ al haz de radiación. Este hecho cobra una enorme relevancia en los haces de partículas poco energéticas, como es el caso de los rayos X para radiodiagnóstico.

En la figura 4.2 se puede observar un esquema de cómo son los detectores de semiconductor.

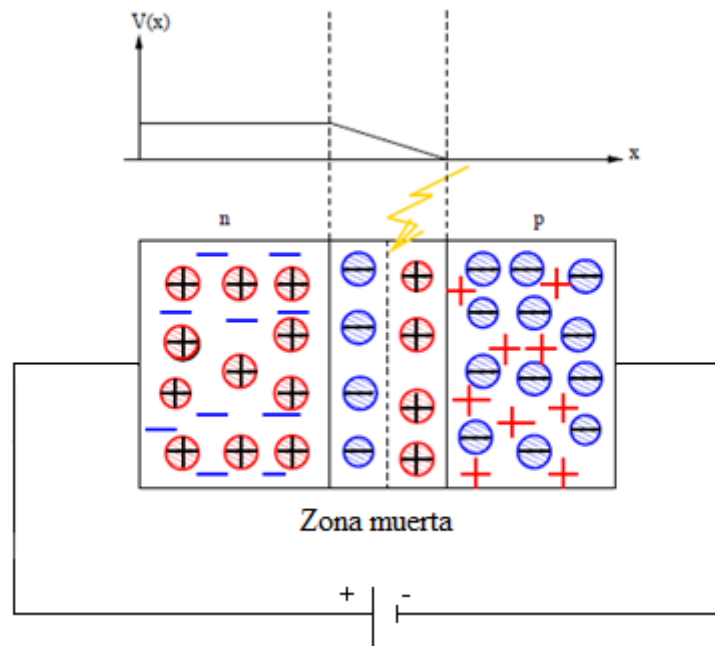


Figura 4.2. Unión n-p entre materiales semiconductores.

La radiación ionizante incidente generará nuevos pares de electrones y huecos en la región de vaciado. Estos pares son impulsados por el campo eléctrico externo y se convierten en una corriente, como en una cámara de ionización gaseosa. Además el proceso por el cual la radiación es totalmente absorbida involucra la producción de uno o más electrones secundarios por parte de la radiación primaria. Los electrones secundarios producen nuevas ionizaciones y el proceso continúa hasta que la energía del electrón es insuficiente para producir más iones.

En resumen, cada fotón absorbido produce un pico de corriente y la altura de este pico crece con el número de fotones absorbidos.

Las ventajas de los detectores semiconductores son:

- La alta densidad del medio ionizado; esto implica una considerable eficiencia de detección por unidad de volumen efectivo del detector.
- La energía necesaria para producir un par de portadores de carga en los semiconductores es aproximadamente 10 veces menor que en los gases, y 100 veces menor que en un centellador.
- Por lo tanto, para una misma energía impartida, la cantidad de portadores de carga producidos es mucho mayor en los semiconductores que en las cámaras de ionización gaseosa o en los detectores de centellador, lo cual se traduce en menores fluctuaciones estadísticas, por lo que se tiene una mejor resolución.
- La movilidad de los electrones y huecos es elevada y por otra parte, es reducido el volumen efectivo del medio detector; ello se traduce en un tiempo de recolección de cargas muy breve (del orden del nano segundo), en consecuencia es elevada la resolución en tiempo.

- Pueden obtenerse fácilmente detectores muy delgados de manera que absorban una fracción de la energía de las partículas incidentes, a fin de medir su ionización específica (dE/dx).

A su vez, los inconvenientes tecnológicos de los semiconductores son:

- Su alta conductividad en comparación con la de los gases, lo cual se traduce en ruido que tiende a enmascarar la medición de partículas ionizantes de muy baja energía.
- Los defectos en su estructura cristalina (es decir, las vacancias y dislocaciones) producen recombinación de los portadores y, por lo tanto, pérdida de algunos de ellos, lo que resta eficiencia de detección.

4.2. Modelo de los detectores

En este apartado se van a presentar las características técnicas concretas de los detectores simulados en el estudio. Para ello se muestra la información facilitada por los fabricantes de dichos detectores.

Como se ha comentado en este trabajo se han estudiado tres detectores de semiconductor: Germanio, Silicio y Teluro de Cadmio. Estos detectores podrían suponer, en su intervalo de energía determinado, una posible alternativa para el detector de Germanio, el cual necesita un sistema de refrigeración con nitrógeno líquido. Esta necesidad supone inconvenientes de manejo y de portabilidad del detector a la hora de realizar la adquisición de datos

La importancia de este estudio radica en obtener una reproducción aceptable de las líneas características mediante distintas técnicas de reconstrucción (MTSVD, DSVD y Tikhonov) y los distintos detectores propuestos de Germanio, Silicio y Teluro de Cadmio.

En la figura 4.3 se puede observar como los detectores de Germanio y de Teluro de Cadmio mantienen una eficiencia aceptable hasta los 90 keV, mientras que la del Silicio cae a partir de los 10 keV. Esto determina el intervalo de energías para el cual es válido cada detector. Así, el detector de Silicio solo se puede utilizar para el intervalo de mamografía (hasta 30 keV), mientras que los otros dos detectores pueden cubrir un mayor intervalo de energía dando valores aceptables hasta los 120 keV.

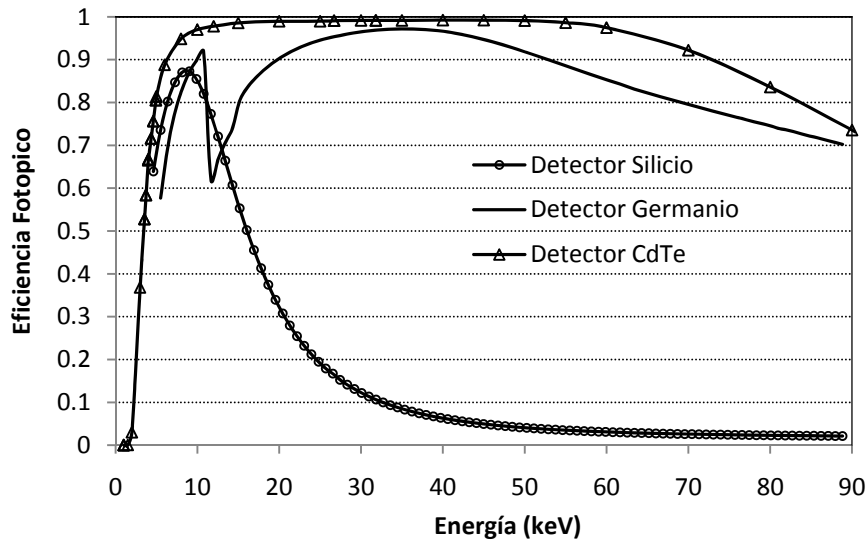


Figura 4.3. Eficiencia de fotopico calculada para los detectores de Si, CdTe y Ge función de la energía de los rayos X incidentes después de chocar con la varilla dispersora.

4.2.1. Detector de Germanio

El detector de Germanio escogido es el GUL 0110 de Canberra (Canberra, 2009). Según la descripción del fabricante con este tipo de detectores se obtiene un rendimiento adecuado hasta unos pocos cientos de electrón-voltios.

El Ultra-LEGE conserva la alta eficiencia de la energía intrínseca de los detectores de Germanio, por el elevado número atómico (Z), hecho que lo hace adecuado para cubrir una gama muy amplia de energías.

Los detectores de Germanio convencionales, incluidos los realizados especialmente para bajas energías, dan lugar a una forma de pico deficiente así como una eficiencia por debajo de los 3 keV. Esta característica, que antes se consideraba fundamental para el Germanio, prohibía la utilización de estos detectores en la mayoría de las aplicaciones de análisis de rayos X.

Actualmente Canberra ha desarrollado nuevas técnicas de fabricación que han eliminado estos problemas. El detector resultante, ofrece la eficiencia intrínseca y la resolución sin las desventajas del detector de Germanio convencional. Debido a la estructura del detector, el Ultra-LEGE ofrece excelentes rendimientos en una amplia gama de tamaños de detector.

Además para aprovechar al máximo la respuesta de baja energía de estos detectores, Canberra ofrece la opción de una ventana criostato o de una ventana de película polímero criostato. Esta ventana es un film multicapa de polímero que se apoya en un soporte de silicio que puede actuar como colimador.

En la tabla 4.1 se muestran las especificaciones técnicas para el modelo de detector de Germanio simulado GUL0110: 10 mm de espesor, 100 mm² de área activa, una ventana de

Berilio de 0.025 mm de espesor y con una resolución de 160 eV para una energía de 5.9 keV y de 550 eV para 122 keV.

Tabla 4.1. Especificaciones técnicas del detector HP Ge utilizado.

Número Modelo	Área (mm ²)	Espesor (mm)	Espesor ventana Be mm (mils)	Resolución (eV FWHM)	
				5.9 keV	122keV
GUL 0035	30	5	0.025 (1)	150	550
GUL0035P	30	5	0.025 (1)	140	550
GUL055	50	5	0.025 (1)	150	550
GUL055P	50	5	0.025 (1)	140	550
GUL0110	100	10	0.025 (1)	160	550
GUL0110P	100	10	0.025 (1)	150	550

4.2.2. Detector de Teluro de Cadmio

El detector de Teluro de Cadmio es el XR-100T de Amptek (Amptek, 2009). El XR-100T-CdTe representa un gran avance en la tecnología de los detectores de rayos X, ya que, proporciona rendimientos que antes sólo estaban disponibles para detectores dotados de caros sistemas de refrigeración criogénica.

Las especificaciones técnicas del modelo de detector de Teluro de Cadmio simulado XR-100T son: 1 mm de espesor, 25 mm² de área activa, una ventana de Berilio de 0.10 mm de espesor y una resolución de 530 eV para una energía de 14.4 keV y de 850 eV para 122 keV.

Su resolución es pobre para el intervalo de energía que se estudia (15-120 keV) y su eficiencia se reduce a partir de 55 keV, siendo el 70% a 90 keV. Sin embargo, a pesar de estos inconvenientes, el detector de CdTe ha sido considerado debido a su bajo coste y a su fácil manejo y portabilidad.

4.2.3. Detector de Silicio

El detector de Silicio escogido es el XR-100CR de Amptek (Amptek, 2009). El XR-100CR de alto rendimiento es un nuevo detector de rayos X con preamplificador que utiliza como refrigerador un sistema de refrigeración termoeléctrica-Si Fotodiodo PIN. También posee una ventana de berilio delgada para permitir la detección de rayos X de baja energía.

El XR-100CR al igual que el XR-100T, representa un gran avance en la tecnología de detectores de rayos X ya que no requieren de sistemas de refrigeración de nitrógeno líquido.

Sus especificaciones técnicas según el fabricante son: 25 mm² de área activa, 5 mm de espesor, una ventana de Berilio de 1 mm de espesor y una resolución de 149 eV para una energía de 5.9 keV.

4.3. Modelo del foco de rayos X

El foco de rayos X se ha caracterizado como una fuente puntual. Esta simplificación es factible porque la distancia entre el foco y la varilla dispersora es lo suficientemente grande (0,5 metros).

Los espectros de rayos X se han extraído del catálogo IPEM 78, el cual proporciona espectros para el intervalo de energía tanto de mamografía (entre 30 y 50 kV) como para el intervalo de radiodiagnóstico entre (50 y 150 kV) variando las condiciones de trabajo: el voltaje, el ángulo y el material del ánodo, el material utilizado como filtro así como su espesor y el rizado del espectro.

Los datos que se presentan en dicho catálogo fueron obtenidos mediante un modelo semi-empírico para Bremsstrahlung desarrollado por Birch y Marshall (Birch, 1979a y Birch, 1979b). Las distribuciones espectrales predichas por su modelo reflejaban un buen ajuste con los espectros obtenidos con un detector Ge(Li) para equipos de rayos X a potencial constante teniendo un perfecto conocimiento del material del ánodo así como de los parámetros de filtración.

El buen ajuste conseguido, permite justificar la utilización de dicho modelo como proveedor de espectros de rayos X empleados para técnicas de radiodiagnóstico.

En este trabajo se ha realizado un análisis de sensibilidad de los métodos de reconstrucción, variando algunos de esos parámetros (concretamente, el material y ángulo de ánodo, así como el voltaje y el espesor del filtro). Los espectros reconstruidos han sido comparados con los teóricos que proporciona dicho catálogo.

4.4. Modelo del espectrómetro Compton

Las cámaras de blindaje y dispersión se han simulado mediante celdas de geometría cúbica, mientras que el tubo del espectrómetro y la varilla lo han sido con geometría cilíndrica.

En la figura 4.4, que aparece a continuación, se representa un esquema en 2D de la geometría completa simulada utilizando el código MCNP5.

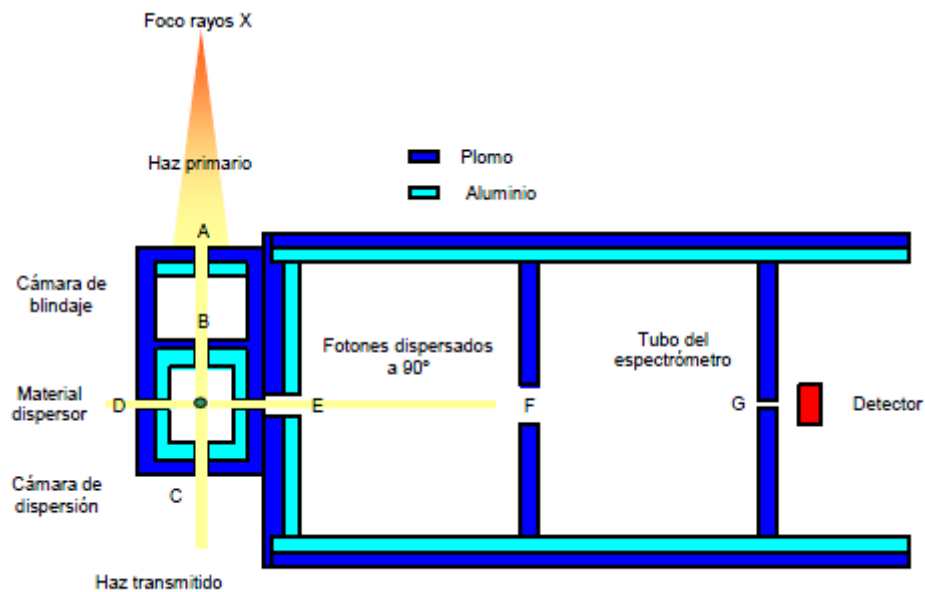


Figura 4. 4. Modelo geométrico del espectrómetro Compton.

En el trabajo de validación del modelo se puso de manifiesto que la fluencia de los fotones dispersados en dirección al detector era muy baja y que por lo tanto, se debía simular un gran número historias de partículas (del orden de 10^9) para aumentar la precisión de la distribución de altura de impulsos obtenida en el detector y de esta manera, reducir la varianza.

Sin embargo, en la simulación con MCNP, esta reducción de fluencia se tradujo en una baja probabilidad de que una partícula emitida por el foco alcance el detector; obteniéndose por tanto, una distribución de altura de impulsos muy distorsionada.

Aumentar la probabilidad de que una partícula emitida por el foco alcance el detector se consiguió dando mayor importancia a las partículas que se dispersaban en dirección hacia el detector. En este sentido, la manera de optimizar la simulación, mejorando los resultados y las fluctuaciones estadísticas, fue dividir el problema en dos partes.

En la primera parte se consideró únicamente las historias seguidas por las partículas desde que eran emitidas por el foco de rayos X hasta que se dispersaban en la varilla de PMMA. El objetivo de esta parte es determinar la fluencia de fotones a través de una sección que se encuentra en el colimador E del espectrómetro; es decir, obtener la fluencia de los fotones dispersados a 90° en la varilla. La fluencia se determina mediante MCNP utilizando el registro F5, bien en modo puntual o en anillo. La elección de dicho registro se justifica en el hecho de que admite distintas técnicas de reducción de varianza. Se obtiene por medio de un cálculo semideterminista, tal y como se ha expuesto anteriormente.

Por otra parte, para aumentar el número de fotones que se dispersaban en la dirección del cristal detector, se asignaron distintas importancias a cada una de las celdas que componen la geometría del modelo.

En la segunda parte del problema, se simuló la trayectoria de los fotones desde el colimador E hasta el detector. Para ello, se define una fuente de fotones con un espectro igual al obtenido en la primera parte de la simulación. En esta parte, el registro utilizado es el F8 para obtener la PHD en los tres detectores: de Germanio, de Silicio y de Teluro de Cadmio. Debido a que los fotones son emitidos directamente hacia el detector, haciendo uso únicamente de la técnica de reducción de varianza del sesgo en la fuente, se obtienen buenos resultados en la precisión estadística del registro.

5. MÉTODOS DE RECONSTRUCCIÓN

El espectro del haz incidente de fotones presenta una gran complejidad debido fundamentalmente a los procesos de interacción de los fotones en el cristal detector. Además, de las posibles alteraciones y distorsiones en las distribuciones de altura de impulsos producidas por los dispositivos de detección. Dichas distorsiones pueden deberse a ruido electrónico, a variaciones en la eficiencia del detector, a la capa muerta del cristal, etc. Por este motivo, la información registrada por el analizador multicanal no se corresponde directamente con el espectro del haz primario (Zevallos-Chávez, 2001 y Kluson, 2001).

Para caracterizar de una manera realista el espectro del haz primario a partir de la distribución de altura de impulsos, PHD, hay que tener en cuenta los efectos de distorsión implícitos en el proceso de adquisición. Para ello es necesario conocer la función de respuesta del detector; y en la práctica, una aproximación de dicha función por una matriz. Por último, una vez hallada la función de respuesta, para reconstruir el espectro primario a partir de la PHD, es imprescindible utilizar una técnica de reconstrucción apropiada.

La distribución diferencial de altura de impulsos, $m(H)$, donde H representa la altura de un impulso, se puede expresar como la reconstrucción del espectro de energía del haz incidente con la función de respuesta $R(H, E)$, como se muestra en la siguiente expresión,

$$m(H) = \int_0^{\infty} R(H, E)S(E)dE, \quad (5.1)$$

siendo:

$m(H)dH$ el número de impulsos cuya altura se encuentra en el intervalo comprendido entre H y $H+dH$.

$R(H, E)dH$ la probabilidad de que un impulso de altura comprendida entre H y $H+dH$ sea registrado por el multicanal cuando un fotón de energía E incide en la varilla dispersora alcanzando el detector posteriormente.

$S(E)dE$ el número de fotones de energía comprendida entre E y $E+dE$ incidentes en la varilla y que mediante la dispersión, alcanzan el detector.

$m(H)$ puede ser dividida en M intervalos, como muestra la expresión:

$$m_i = \int_{H_{i-1}}^{H_i} m(H)dH, \quad i=1, \dots, M, \quad (5.2)$$

donde m_i es el número de impulsos registrados en el intervalo i -ésimo.

De una manera equivalente, el espectro de energía de los fotones puede ser dividido en N intervalos, como muestra la ecuación (5.3).

$$s_j = \int_{E_{j-1}}^{E_j} S(E)dE, \quad j=1, \dots, N, \quad (5.3)$$

siendo s_j el número de fotones de energía comprendida entre E_{j-1} y E_j , dispersados en la varilla y que alcanzan el detector.

Si $R(H, E)$ no sufre gran variación en el intervalo E_{j-1} y E_j , la función respuesta $R(H, E)$ puede ser aproximada por una matriz de dimensiones $M \times N$, denominada R .

$$R_{ij} = \frac{1}{E_j - E_{j-1}} \int_{H_{i-1}}^{H_i} \int_{E_{j-1}}^{E_j} R(H, E) dE dH \quad (5.4)$$

En la expresión (5.4), R_{ij} es la probabilidad de que un fotón del haz primario perteneciente al intervalo j -ésimo del espectro de energías impacte en la varilla dispersora y posteriormente alcance el cristal detector, registrándose una cuenta en el intervalo i -ésimo de la PHD.

$$m_i = \sum_{j=1}^N R_{ij} s_j, \quad i=1, \dots, M \quad (5.5)$$

La ecuación (5.5) se puede expresar en términos matriciales, obteniéndose:

$$m = R s \quad (5.6)$$

En definitiva, la matriz de respuesta, R , relaciona la distribución de altura de impulso, m , con el espectro primario de energía del tubo de rayos X, s .

La obtención de la matriz R , es una tarea complicada a priori. En la presente tesis se ha obtenido utilizando como herramienta el código de Monte Carlo MCNP y el modelo de simulación descrito en el capítulo anterior.

5.1. Obtención de la matriz de respuesta

Una manera de obtener la matriz de respuesta con MCNP, consiste en estudiar la distribución de altura de impulsos producida por distintos haces primarios monoenergéticos. Los fotones monoenergéticos producen una PHD que presenta forma gaussiana cuya FWHM viene dada por la resolución del detector.

Utilizando un haz primario monoenergético de energía $E_i = 1$, \bar{s} se representa mediante el vector $[0, \dots, 1^{(i)}, \dots, 0]^T$. Reescribiendo (4.6), se obtiene la siguiente relación:

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & \dots & R_{1i} & R_{1M} \\ & & R_{2i} & \\ & & \vdots & \\ & & \vdots & \\ R_{N1} & \dots & R_{Ni} & R_{NM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.7)$$

donde se tiene en cuenta la pérdida de energía producida en la dispersión incoherente.

A partir de dicha relación, se puede identificar la siguiente columna:

$$\begin{bmatrix} R_{1j} \\ \vdots \\ R_{ij} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \quad (5.8)$$

Finalmente, repitiendo este proceso para los distintos espectros primarios monoenergéticos, E_i , para $i = 1, \dots, N$, y los distintos detectores usados se obtienen las matrices **R**.

En concreto, para el Germanio y el Teluro de Cadmio se han simulado 212 haces monoenergéticos, desde una energía de 15 keV hasta 120 keV, con una diferencia de 0,5 keV entre ellos. Mientras que para el caso del Silicio, debido a su baja eficiencia para energías mayores de 30 keV, se han simulado 60 haces monoenergéticos, desde 2 keV hasta 31 keV, con una diferencia de 0,5 keV.

Las Figuras 5.1, 5.2 y 5.3 muestran la matrices de respuesta obtenidas con este método para el sistema formado por el espectrómetro y los detectores de Ge, CdTe y Si.

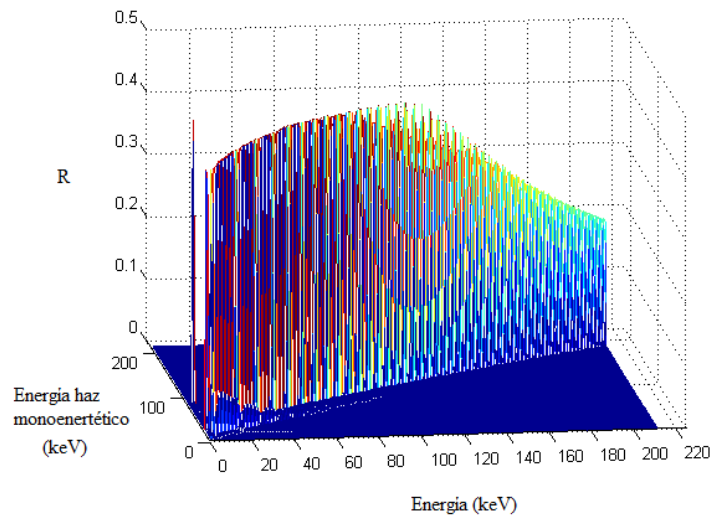


Figura 5.1. Representación de la matriz de respuesta para el Ge, R

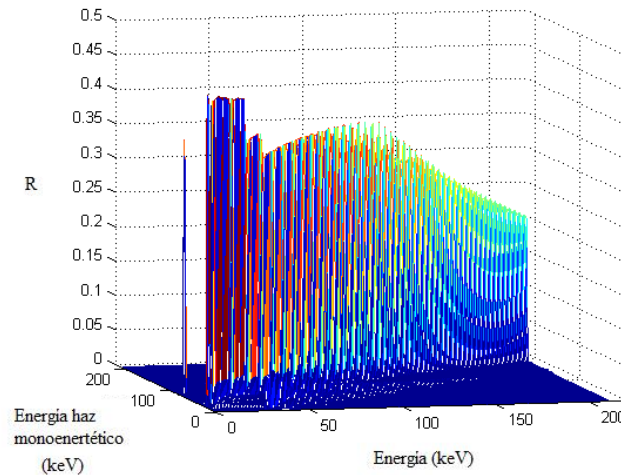


Figura 5.2. Representación de la matriz de respuesta para el CdTe, R.

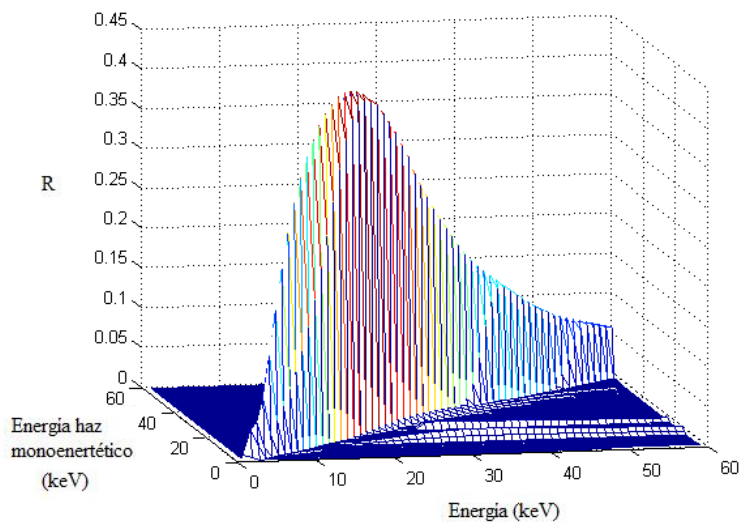


Figura 5.3. Representación de la matriz de respuesta para el Si, R.

5.2. El método truncado de descomposición en valores singulares (TSVD)

En la aplicación práctica se presenta el problema inverso al expresado por la ecuación (5.6); se conoce la distribución de altura de impulsos y se pretende obtener el espectro del haz primario. En principio, la solución parece sencilla; simplemente es necesario calcular la inversa de R. Sin embargo, después de realizar un estudio de los valores singulares de R, se observa que está mal condicionada y la inversa calculada mediante algoritmos clásicos de inversión presenta grandes incertidumbres y errores. Esto hace completamente necesario abordar la inversión de esta matriz utilizando un método más robusto.

A principios del siglo XX, Hadamard (Hadamard, 1923) definió el término de “ill-posed problem” en la literatura anglosajona o “problema mal comportado” como aquel problema en el que la solución no es única. Un ejemplo típico de problema mal comportado es aquel en el que una pequeña perturbación en los datos de entrada produce una gran variación en el

resultado. Hadamard sostenía que este tipo de modelos eran artificiales y que no eran capaces de describir correctamente un sistema físico. Desde entonces, se han realizado una gran cantidad de estudios encaminados a optimizar la solución de los problemas mal comportados, en muchos y distintos campos de la ciencia y la ingeniería.

Ciertos sistemas de ecuaciones lineales $Ax = b$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ y problemas de Mínimos Cuadrados $\min \|Ax - b\|_2$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, con $m > n$, son problemas mal comportados si se cumplen las siguientes condiciones:

a) Los valores singulares de A tienden gradualmente a cero.

b) El cociente entre el mayor y el menor (no nulo) de los valores singulares de A , es grande. Este criterio implica que la matriz está mal condicionada y por lo tanto la solución es potencialmente muy sensible a pequeñas perturbaciones.

Sin embargo, el hecho de que la matriz esté mal condicionada no impide que se pueda abordar eficientemente el problema. Para ello es necesario tratar la matriz A mediante una técnica más sofisticada y robusta que las clásicas descomposiciones LU o factorizaciones QR (Golub, 1996). En general, la mayor dificultad deriva del hecho de que la matriz A contiene un grupo de valores singulares cercanos a cero y en consecuencia, el problema adquiere un carácter indeterminado. Se hace necesario introducir nuevas restricciones para obtener una solución optimizada. Este es el objetivo de los métodos de regularización (Hansen, 1998).

Entre los métodos avanzados para la resolución de este tipo de problemas, destaca en primer lugar el método de descomposición en valores singulares (SVD), el cual se describe a continuación.

Conociendo la matriz de respuesta, \mathbf{R} , la ecuación (5.6) permite obtener el espectro primario del haz de rayos X. Sin embargo, debido a que el vector \vec{s} no satisface (5.6) exactamente, es necesario escoger una aproximación $\vec{\tilde{s}}$ de \vec{s} de forma que se minimice la norma 2 del vector de residuos.

$$\min_{\vec{\tilde{s}} \in \mathbb{R}^n} \left\{ \left\| \mathbf{R}\vec{\tilde{s}} - \vec{m} \right\|_2 \right\}. \quad (5.9)$$

Puesto que \mathbf{R} es una matriz real de dimensiones $M \times N$, admite una descomposición en valores singulares (SVD), (Golub, 1996) y (Forsythe, 1976), de la forma:

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T = \sum_{j=1}^N \tilde{u}_j \sigma_j \tilde{v}_j^T, \quad (5.10)$$

donde \mathbf{U} es una matriz $M \times N$ cuyas columnas u_j , $j=1, \dots, N$ son vectores ortonormales, y se denominan vectores singulares izquierdos. $\mathbf{\Sigma}$ es una matriz diagonal $N \times N$ cuyos elementos son los valores singulares de \mathbf{R} , σ_j , siendo todos ellos valores no negativos tales que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_N$. \mathbf{V} es una matriz $N \times N$ cuyas columnas, v_j , $j=1, \dots, N$ son los vectores ortonormales denominados singulares derechos. Los vectores singulares izquierdos y derechos satisfacen las siguientes relaciones:

$$\mathbf{R}v_j = \sigma_j u_j \text{ y } \mathbf{R}^T u_j = \sigma_j v_j. \quad (5.11)$$

La solución por mínimos cuadrados, \tilde{s} , se puede obtener utilizando la matriz pseudoinversa de \mathbf{R} , $\mathbf{R}^+ = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^T$, (Golub, 1996) y es de la forma:

$$\tilde{s} = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^T \tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{R}^+ \tilde{\mathbf{m}} = \left(\sum_{i=1}^N \tilde{v}_i \sigma_i^{-1} \tilde{u}_i^T \right) \tilde{\mathbf{m}}. \quad (5.12)$$

En las Figura 5.7, 5.8 y 5.9 se han representado los valores singulares de la matriz \mathbf{R} para los tres modelos de simulación estudiados. Como puede apreciarse, los valores singulares tienden rápidamente a 0, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \sigma_r \cong \sigma_{r+1} \cong \dots \cong \sigma_p = 0$, siendo los últimos valores muy pequeños.

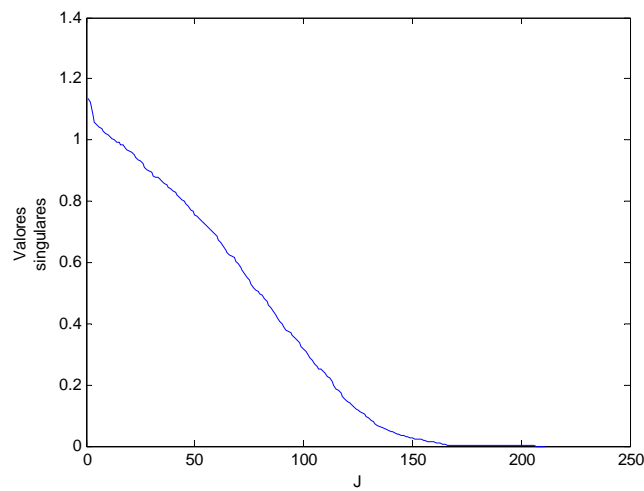


Figura 5.4. Representación de los valores singulares de la matriz de respuesta del Ge, \mathbf{R} .

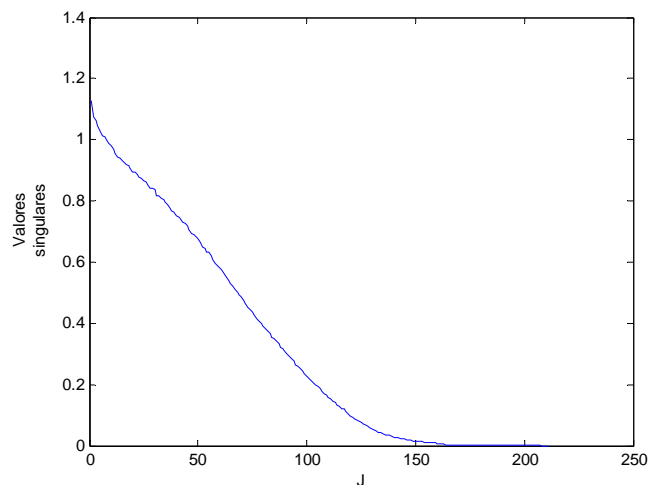


Figura 5.5. Representación de los valores singulares de la matriz de respuesta del CdTe, \mathbf{R} .

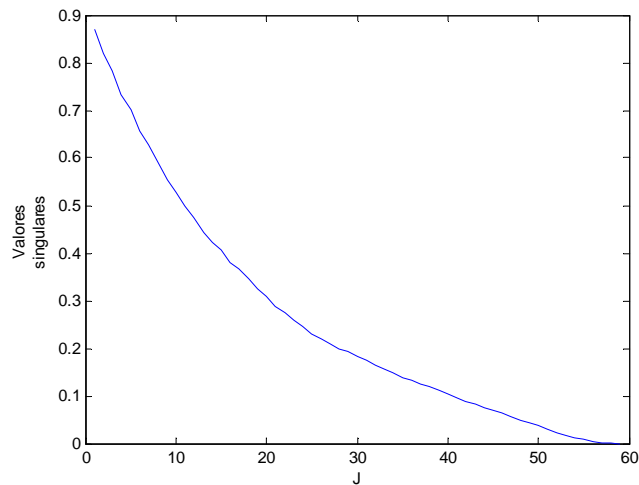


Figura 5.6. Representación de los valores singulares de la matriz de respuesta del Si, \mathbf{R} .

Se puede considerar que $\text{intervalo}(\mathbf{R}) = r < n$ y $\text{nucleo}(\mathbf{R}) = \text{span} \{v_{r+1}, \dots, v_n\}$. Estos valores singulares tan pequeños hacen que la matriz \mathbf{R} esté mal condicionada. Debido a que \mathbf{R} es de intervalo deficiente, existe un gran número de soluciones al problema de Mínimos Cuadrados dado por la expresión (5.9).

Obtener una solución óptima es posible, generando una nueva matriz de respuesta, eliminando las partes de la solución correspondientes a los valores singulares más pequeños. Con este propósito se puede utilizar el Método Truncado de Descomposición en Valores Singulares (TSVD), generando la matriz \mathbf{R}_k , donde k es el número de valores singulares de \mathbf{R} (o intervalo de \mathbf{R}) que se va a considerar.

$$\mathbf{R}_k = \sum_{i=1}^k \bar{u}_i \sigma_i \bar{v}_i^T. \quad (5.13)$$

De esta forma, se puede obtener la nueva matriz pseudoinversa truncada:

$$\mathbf{R}_k^+ = \sum_{i=1}^k \bar{v}_i \sigma_i^{-1} \bar{u}_i^T, \quad (5.14)$$

y la solución, \bar{s} , viene dada por la aproximación:

$$\bar{s}_k = \mathbf{R}_k^+ \bar{m}. \quad (5.15)$$

La ecuación (5.15) se puede expresar de la siguiente forma:

$$\bar{s}_k = \sum_{i=1}^k \frac{\bar{u}_i^T \bar{m}}{\sigma_i} \bar{v}_i, \quad (5.16)$$

donde $(L_p V_k)^+$ es la pseudoinversa de $L_p V_k$ y $v_k \equiv (\bar{v}_{k+1}, \dots, \bar{v}_N)$.

5.4 El método amortiguado de descomposición de valores singulares (DSVD)

Un método de regularización menos conocido que se basa en la SVD es el método amortiguado "dumped" de descomposición de valores singulares, DSVD. Aquí, en lugar de utilizar los factores de filtro 0 y 1 como en TSVD, se introduce una reducción más suave, por medio de factores de filtro f_i definidos como:

$$f_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_i + \lambda} \text{ para } (L = I_n) \quad (5.20)$$

Estos factores filtro tienen una decaída más lenta que los factores filtro utilizados con el método de Tikhonov y, por tanto, en cierto sentido, introducen menos filtrado. Las soluciones del método amortiguado se calculan mediante la rutina DSVD implementada en matlab.

5.5 El método de Tikhonov

En 1963, casi medio siglo después de la definición de problemas mal condicionados de Hadamard, el matemático ruso Andrei Nikolaevich Tikhonov (Tikhonov, 1977) fundamentó y formuló por primera vez un método para la solución numérica de problemas mal-puestos que él denominó "método de regularización".

La efectividad de estos métodos depende; entre otros factores; de una adecuada selección de los datos, sin embargo ninguno de ellos despeja la duda de con qué criterio escoger los datos que se van a utilizar en la identificación del sistema en estudio. Por definición, los problemas mal condicionados son muy sensibles a variaciones en los datos, variaciones que pueden ser causadas por errores en el momento de realizar las medidas. Esto corrobora el hecho que la selección de los datos puede ser muy importante.

La función de Tikhonov para un problema mal condicionado como el que sigue:

$$A \cdot x = b \quad (5.21)$$

se define como,

$$\|Ax - b\|^2 + \alpha \|L(x, x_{ref})\|^2 \quad (5.22)$$

donde la mejor aproximación del kernel es la x que minimiza la función, L es un operador actuando sobre x , α es el parámetro de regularización, es decir, el peso que se le pone a la penalización, y x_{ref} un valor de referencia.

El valor de $\overline{x_{ref}}$, y la naturaleza de L dependen del conocimiento que se tiene *a priori* del sistema. En este caso se va a penalizar la desviación de la solución con respecto a un kernel de referencia.

En un sistema lineal arbitrario, es difícil determinar un kernel de referencia apropiado, por esta razón, se va a recurrir a un método iterativo, el método de regularización de Tikhonov iterativo.

$$x_n = \arg \min x_n \|Ax_n - b\|^2 + \alpha \|x_n - x_{n-1}\|^2 \quad (5.23)$$

El procedimiento se repite mientras se cumpla la siguiente condición:

$$\frac{\|x_n - x_{n-1}\|_2}{\|x_n\|_2} > \epsilon \text{ para algún } 0 < \epsilon < 1 \text{ apropiado} \quad (5.24)$$

En otras palabras, si se llama $f(x)$ al funcional

$$f(x) = \|Ax - b\|^2 + \alpha \|x\|^2 \quad (5.25)$$

Reescribiendo la expresión se obtiene que:

$$f(x) = (Ax - b)^T(Ax - b) + \alpha x^T x \quad (5.26)$$

$$f(x) = (x^T A^T - b^T)(Ax - b) + \alpha x^T x \quad (5.27)$$

$$f(x) = x^T A^T Ax - x^T A^T b - b^T Ax + b^T b + \alpha x^T x \quad (5.28)$$

$$f(x) = x^T A^T Ax - 2x^T A^T b + b^T b + \alpha x^T x \quad (5.29)$$

Diferenciando con respecto a x , queda de la siguiente forma:

$$\nabla f(x) = 2A^T Ax - 2A^T b + 2\alpha x \quad (5.30)$$

$$\nabla f(x) = 2(A^T A + \alpha I_n)x - 2A^T b \quad (5.31)$$

Como se quiere minimizar el funcional, una condición necesaria es $\nabla f(x) = 0$, entonces

$$2(A^T A + \alpha I_n)x = 2A^T b \quad (5.32)$$

Por lo tanto la solución es:

$$x = (A^T A + \alpha I_n)^{-1} A^T b \quad (5.33)$$

En el caso de tener conocimiento a priori de la solución, se puede cambiar el funcional por

$$f(x) = \|Ax - b\|^2 + \alpha \|x - x_{ref}\|^2 \quad (5.34)$$

Así, en este caso, el problema es equivalente a resolver el sistema sobredeterminado

$$\begin{pmatrix} A \\ \alpha I_n \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} b \\ x_{ref} \end{pmatrix} \quad (5.35)$$

y la pseudo-solución del sistema está dada por:

$$x = \text{pinv} \begin{pmatrix} A \\ \alpha I_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ x_{ref} \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

donde pinv es la pseudo inversa de Moore Penrose.

La pseudo-solución x es la que minimiza el funcional:

$$g(x) = \left\| \begin{pmatrix} A \\ \alpha I_n \end{pmatrix} x - \begin{pmatrix} b \\ x_{ref} \end{pmatrix} \right\|^2 \quad (5.37)$$

lo cual es equivalente a minimizar el funcional $f(x)$.

5.6 Selección del orden de truncamiento

Para todos los métodos descritos anteriormente, MTSVD, DSVD y Tikhonov, es necesario seleccionar el valor óptimo del parámetro de truncamiento, k . Una forma de determinar dicho valor óptimo es tomar el valor de la esquina que se obtiene de representar la curva-L (Hansen, 1992 y 1998).

A continuación, se muestran las curvas L obtenidas para dichos métodos utilizando los distintos detectores (Ge, CdTe y Si).

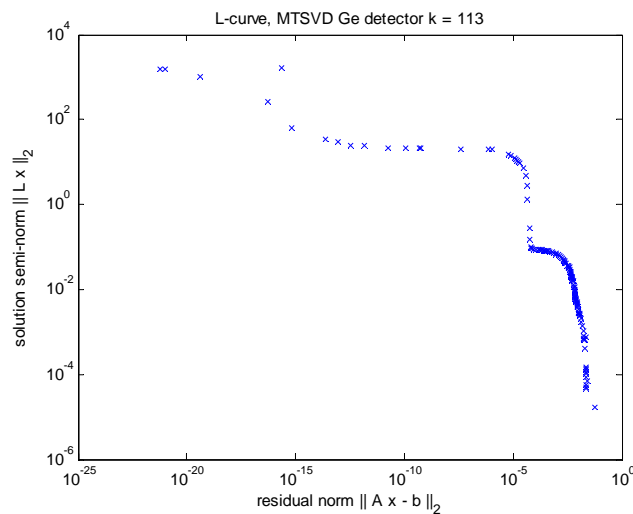


Figura 5.7. Obtención del parámetro k óptimo. Criterio de la curva-L MTSVD Ge.

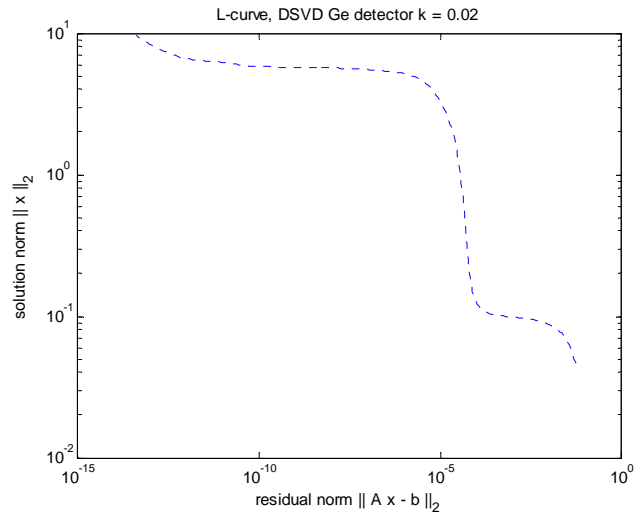


Figura 5.8. Obtención del parámetro k óptimo. Criterio de la curva-L DSVD Ge.

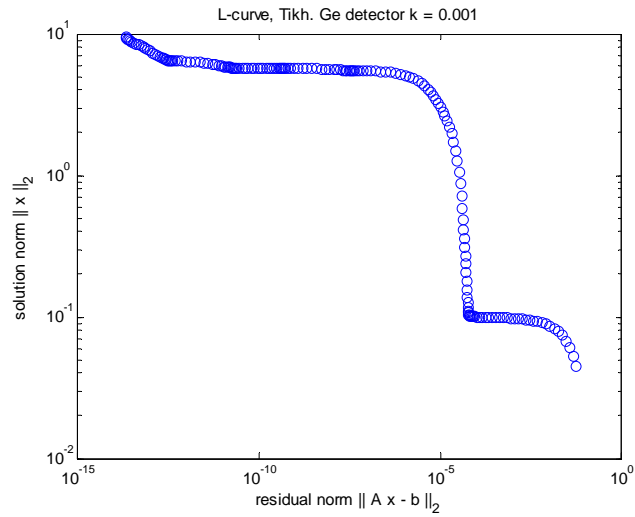


Figura 5.9. Obtención del parámetro k óptimo. Criterio de la curva-L Tikhonov Ge.

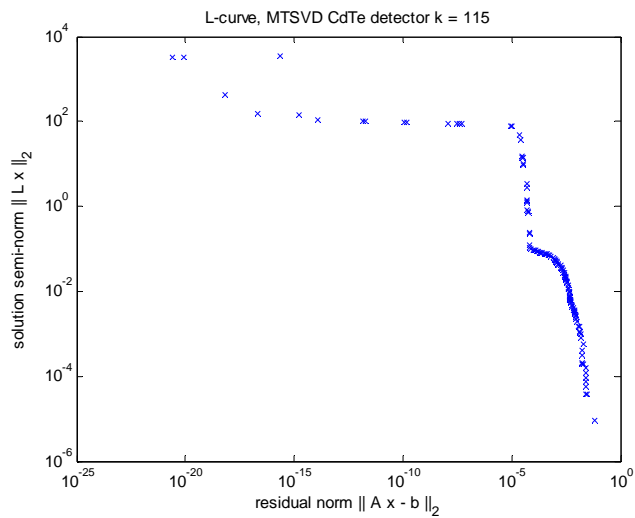


Figura 5.10. Obtención del parámetro k óptimo. Criterio de la curva-L MTSVD CdTe.

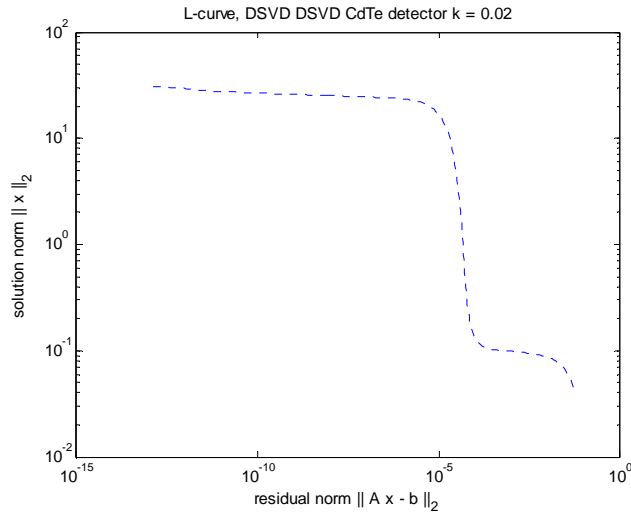


Figura 5.11. Obtención del parámetro k óptimo. Criterio de la curva-L DSVD CdTe.

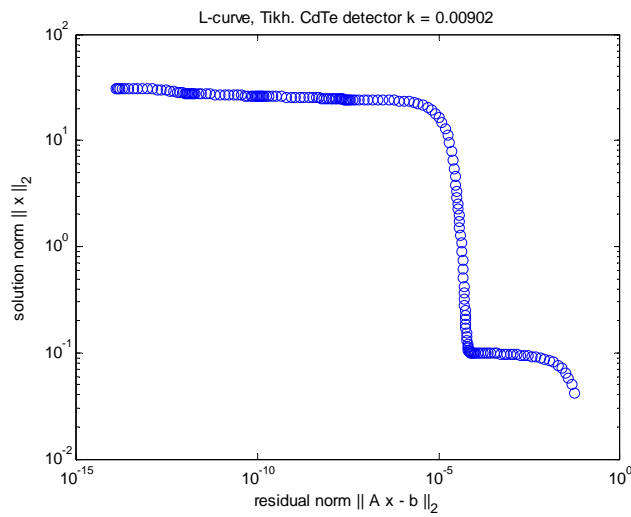


Figura 5.12. Obtención del parámetro k óptimo. Criterio de la curva-L Tikhonov CdTe.

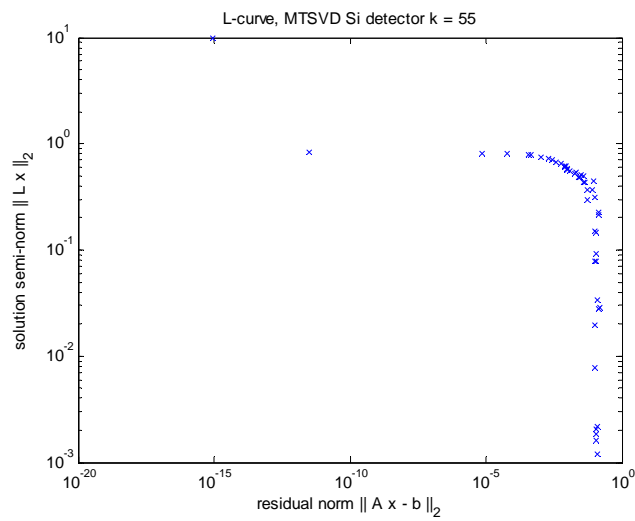


Figura 5.13. Obtención del parámetro k óptimo. Criterio de la curva-L MTSVD Si.

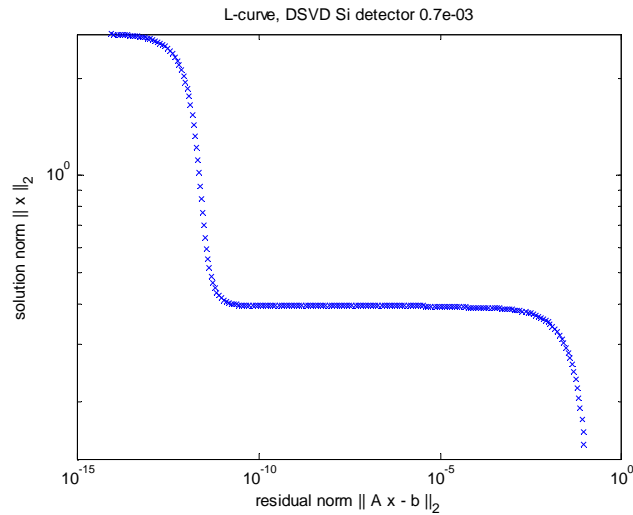


Figura 5.14. Obtención del parámetro k óptimo. Criterio de la curva-L DSVD Si.

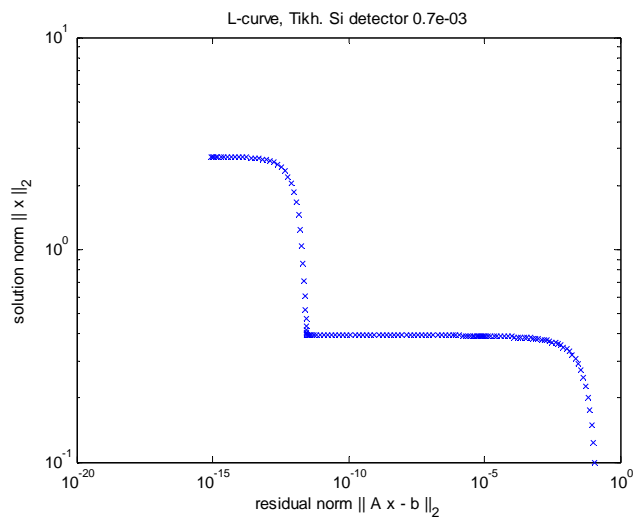


Figura 5.15. Obtención del parámetro k óptimo. Criterio de la curva-L Tikhonov Si.

La curva-L recibe este nombre porque presenta una línea vertical y otra horizontal, de forma semejante a la letra L. En la curva-L se representa la norma del vector solución $\tilde{x}_{L,k}$ y la norma-2 del vector residuo $\|R_k \tilde{s} - \tilde{m}\|_2$ para diferentes valores de k .

Algunos autores (Hansen, 1998) recomiendan escoger el parámetro k más próximo a la zona de máxima curvatura, es decir, seleccionar el valor correspondiente a la esquina de la curva-L. Las figuras anteriores muestran las curvas obtenidas aplicando los métodos de reconstrucción que se estudian en el presente trabajo: MTSVD, DSVD y Tikhonov (Hansen, 1992), apreciándose en ellas los valores para el parámetro de truncamiento.

A la vista de dichas figuras se obtiene la siguiente tabla con los valores del parámetro k obtenidos:

Tabla 5.1. Valores del parámetro k según los métodos de reconstrucción y el detector utilizado.

	MTSVD	DSVD	Tikhonov
Ge detector	113	0.02	0.001
CdTe detector	115	0.02	0.0092
Si detector	55	0.7 e-3	0.7 e-3

5.7. El método de regulación variacional

Los métodos descritos (MTSVD, DSVD y Tikhonov) no son suficientes para obtener una solución optimizada para el espectro primario desde el punto de vista de la supresión de las fluctuaciones. Es necesario aplicar una técnica de regularización de la solución. En la literatura se describen distintos métodos de regularización para distribuciones unidimensionales, con ruido, basados en la resolución de ecuaciones de difusión no lineales (Rudin, 1992; Vogel, 1996; Marquina, 2000 y Chan, 2000). Estas ecuaciones están asociadas a un problema variacional.

Se puede considerar el funcional (Weickert, 1998 y 2001):

$$J(u, \beta, \mu, \varepsilon) = \int_0^E \max \left(\sqrt{\beta^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial E} \right)^2} + \frac{\mu}{2} (u - \tilde{s})^2 + \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial E} \right)^2 \right) dE, \quad (5.38)$$

donde \tilde{s} y u son respectivamente la distribución inicial y la solución regularizada. Por otro lado, μ y ε son constantes.

El primer término del operacional para $\beta=1$ representa la longitud de la línea dada por la solución u . El segundo término representa la distancia entre la solución inicial y la deseada. Por último, el tercer término controla la regularidad de la solución.

Se considera la minimización del problema (Rudin, 1992 y Vogel, 1996):

$$\min J(u, \beta, \mu, \varepsilon) \text{ sujeto a } E((u - \tilde{s})^2) = \sigma^2 \quad (5.39)$$

donde E es el operador valor esperado. Es decir, se pretende obtener el u que minimiza el funcional $J(u, \beta, \mu, \varepsilon)$ y presenta una varianza con respecto al espectro original \tilde{s} igual a σ^2 .

Además, se hace uso de las condiciones de contorno:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial E} \right|_{0, E \max} = 0 \quad (5.40)$$

Las ecuaciones de Euler-Lagrange del problema (5.39)

$$\mu(u - \tilde{s}) = \frac{\partial}{\partial E} \left(\frac{\frac{\partial u}{\partial E}}{\sqrt{\beta^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial E}\right)^2}} \right) + \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial E^2}, \quad (5.41)$$

$$E(u_i - \tilde{s})^2 = \sigma^2. \quad (5.42)$$

Para obtener la solución de estas ecuaciones, se puede utilizar un método iterativo basado en las ecuaciones dinámicas (Rudin, 1992).

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial E} \left(\frac{\frac{\partial u}{\partial E}}{\sqrt{\beta^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial E}\right)^2}} \right) + \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial E^2} + \mu(\tilde{s} - u), \quad (5.43)$$

$$E(u_i - \tilde{s})^2 = \sigma^2. \quad (5.44)$$

Para regularizar el espectro obtenido con los métodos de reconstrucción, las ecuaciones (5.43) y (5.44) se deben discretizar para los distintos intervalos de energía considerados.

5.7.1. Discretización de las ecuaciones variacionales

Para discretizar las ecuaciones variacionales, se puede utilizar el método de las diferencias finitas aplicado a una ecuación de la forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial E} \left(g \left(\frac{\partial u}{\partial E} \right) \frac{\partial u}{\partial E} \right) + \mu(\tilde{s} - u), \quad (5.45)$$

con

$$g \left(\frac{\partial u}{\partial E} \right) = \frac{1}{\sqrt{\beta^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial E}\right)^2}} + \varepsilon,$$

y

$$E(u_i - \tilde{s})^2 = \sigma^2. \quad (5.46)$$

Se considera un mallado de energía dado por diferentes intervalos, utilizando una discretización para cada nodo, i , de la forma:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial E} \left(g \left(\frac{\partial u}{\partial E} \right) \frac{\partial u}{\partial E} \right) \right)_i &\approx (g_{i+1/2}(u_{i+1} - u_i) - g_{i-1/2}(u_i - u_{i-1})) = \\ &= \frac{1}{2}(g_i + g_{i+1})(u_{i+1} - u_i) - \frac{1}{2}(g_i + g_{i-1})(u_{i+1} - u_i) \end{aligned} \quad (5.47)$$

donde se ha supuesto que la anchura de cada nodo en que se ha discretizado el intervalo de energías es de longitud 1. Para la discretización del tiempo, se puede hacer uso de un esquema semi-implícito de la forma (Weikert, 1998 y 2001)

$$\begin{aligned} u_i^{n+1} &= u_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left((g_i^n + g_{i+1}^n)(u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}) - (g_i^n + g_{i-1}^n)(u_i^{n+1} - u_i^n) \right) \\ &+ \Delta t \mu (\tilde{s}_i - u_i^{n+1}), \end{aligned} \quad (5.48)$$

que puede reescribirse como

$$\begin{aligned} u_i^{n+1} - \frac{\Delta t}{1 + \mu \Delta t} \left(\frac{1}{2}(g_i^n + g_{i-1}^n)u_{i-1}^{n+1} - \frac{1}{2}(g_{i-1}^n + 2g_i^n + g_{i+1}^n)u_i^{n+1} \right. \\ \left. \frac{1}{2}(g_i^n + g_{i+1}^n)u_{i+1}^{n+1} \right) &= u_i^n + \frac{\mu \Delta t}{1 + \mu \Delta t} \tilde{s}_i. \end{aligned} \quad (5.49)$$

Teniendo en cuenta todos los intervalos de energía y las condiciones de contorno, la ecuación (5.49) se puede reescribir con la siguiente expresión matricial:

$$\left(\mathbf{I} - \frac{\Delta t}{1 + \mu \Delta t} \mathbf{A}_x(u^n) \right) \tilde{u}^{n+1} = \tilde{u}^n + \frac{\Delta t}{1 + \mu \Delta t} \tilde{\mathbf{s}}. \quad (5.50)$$

La discretización utilizada en la ecuación (5.27) es de la forma

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i - \tilde{s}_i)^2 = \sigma^2. \quad (5.51)$$

La regularización viene dada por el proceso iterativo definido por la ecuación (5.49). Para satisfacer la ecuación (5.51), el parámetro μ se actualiza en la ecuación (5.49) para cada paso de tiempo, n , de tal forma que la varianza entre el espectro \tilde{u}^{n+1} y $\tilde{\mathbf{s}}$ sea igual a σ^2 . Para realizar esto, se considera la versión discreta de la ecuación (5.41):

$$(u_i^{n+1} - \tilde{s}_i) = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial}{\partial E} \left(g \left(\frac{\partial u^n}{\partial E} \right) \frac{\partial u}{\partial E} \right) \right)_i. \quad (5.52)$$

Multiplicando esta ecuación por $(u_i^{n+1} - \tilde{s}_i)$ y realizando el sumatorio para los N intervalos de energía, se obtiene

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i^{n+1} - \tilde{s}_i)^2 = \frac{1}{N\mu} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial}{\partial E} \left(g \left(\frac{\partial u^n}{\partial E} \right) \frac{\partial u}{\partial E} \right) \right)_i (u_i^{n+1} - \tilde{s}_i). \quad (5.53)$$

6. RESULTADOS

La finalidad de la presente tesina de máster es realizar un análisis de sensibilidad de los distintos métodos de reconstrucción utilizados para la obtención del espectro de entrada de un tubo de rayos X. Con dicho objetivo los métodos de reconstrucción (MTSVD, DSVD y Tikhonov) se han aplicado a distintos espectros teóricos de entrada proporcionados por el catálogo IPEM 78.

El catálogo de espectros IPEM 78 permite variar ciertas condiciones de trabajo (voltaje, espesor y material del filtro, ángulo y material del ánodo) para obtener distintos espectros de entrada. Respecto al material del ánodo, dicho catálogo permite seleccionar entre tres tipos: Tungsteno (W), Rodio (Ro) y Molibdeno (Mo). Tanto el ánodo de Ro como el de Mo se emplean en mamografía ya que el intervalo de energías que proporcionan es menor, alcanzando como máximo los 32 keV. Sin embargo, el W sí que ofrece mayor variedad de voltaje pudiendo alcanzar hasta los 120 keV. Esto limita la variación de voltaje posible. En cuanto al material de filtro permite escoger entre varios elementos así como su espesor. Y también permite variar el ángulo del ánodo.

Entre todas las opciones posibles que ofrece el catálogo IPEM 78, se han escogido distintos espectros de entrada para hacer la comparación. Dichos espectros son:

Ánodo de Tungsteno:

- ✓ 78, 98, 102 y 110 keV (manteniendo 12° de ángulo de ánodo y 5 mm de Al constantes).
- ✓ 2.5, 3.5, 4.5 y 5.5 mm de Al (para 100 keV y 12° constantes).
- ✓ 8°, 9°, 10°, 11° y 12° de ángulo de ánodo (para 90 keV y 2 mm de Al constantes).

Ánodo de Molibdeno:

- ✓ 28, 29, 30, 31 y 32 keV (con 9° de ángulo de ánodo y 4 mm de Al constantes).

Ánodo de Rodio:

- ✓ 28, 29, 30, 31 y 32 keV (con 9° de ángulo de ánodo y 4 mm de Al constantes).

A continuación, se muestra la figura 6.1 que pretende representar de forma esquemática el proceso necesario para poder aplicar los métodos de reconstrucción y realizar un análisis de sensibilidad de dichos métodos.

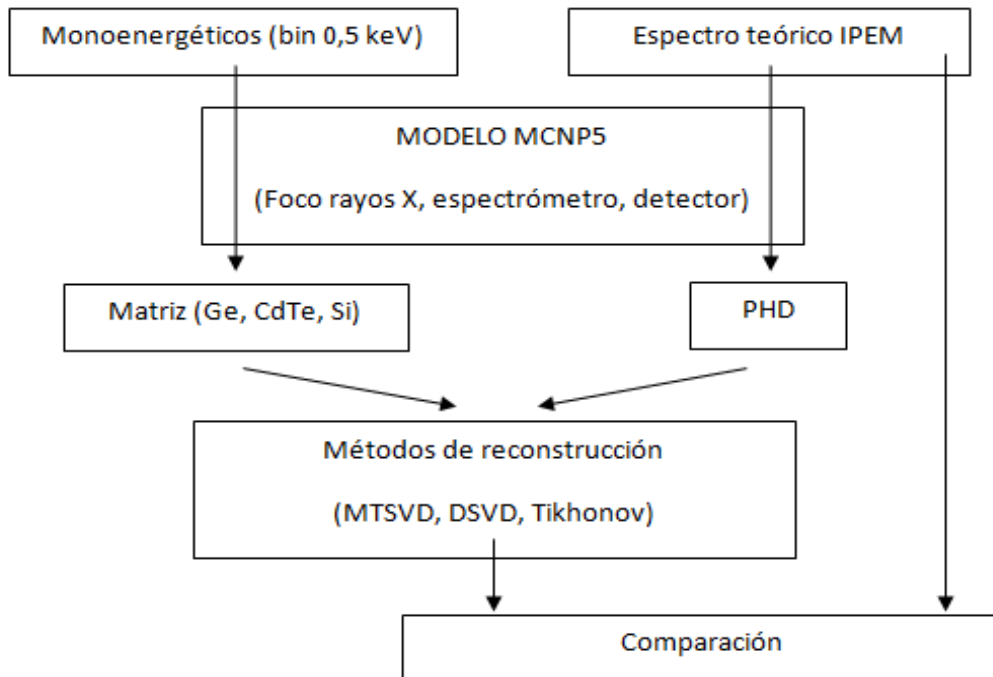


Figura 6.1. Esquema proceso de trabajo.

Mediante haces monoenergéticos (con una diferencia de 0,5 keV entre haz) y el modelo de MCNP5 se obtiene la matriz de respuesta para cada detector. Además el modelo de MCNP5 permite obtener las PHD's de los espectros teóricos del IPEM 78. Una vez obtenidas las PHD's y la matriz de respuesta para cada detector se aplican los métodos de reconstrucción (MTSVD, DSVD y Tikhonov) y su resultado se compara con el espectro teórico del IPEM.

6.1. Aplicación de los métodos de reconstrucción

A continuación se van a mostrar las gráficas que se obtienen tras realizar todo el proceso con el detector de Ge y el de CdTe para el espectro de 78 kVp con un ánodo de Tungsteno de 12° de ángulo y 5 mm de Al.

También se van a mostrar las graficas que resultan de aplicar los tres métodos de reconstrucción con el detector de Si para el espectro de 30 kVp con un ánodo de Molibdeno de 9° y 4 mm de Al y para el mismo caso pero variando el material del ánodo, siendo ahora Rodio.

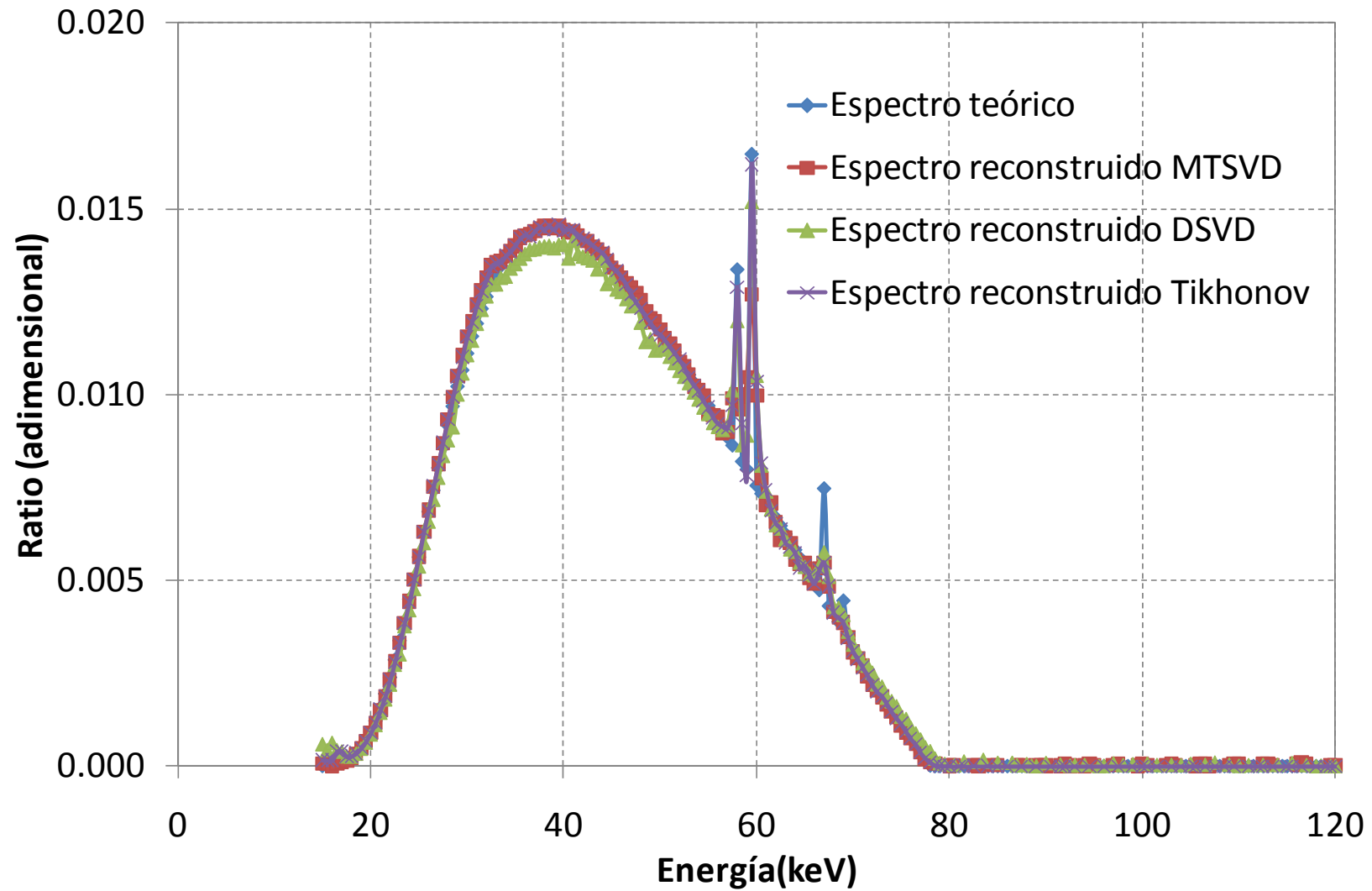


Figura 6.2. Reconstrucción del espectro de Tungsteno 12° , 5 mm de Al y 78 kVp mediante los métodos MTSVD, DSVD y Tikhonov con el detector de Ge.

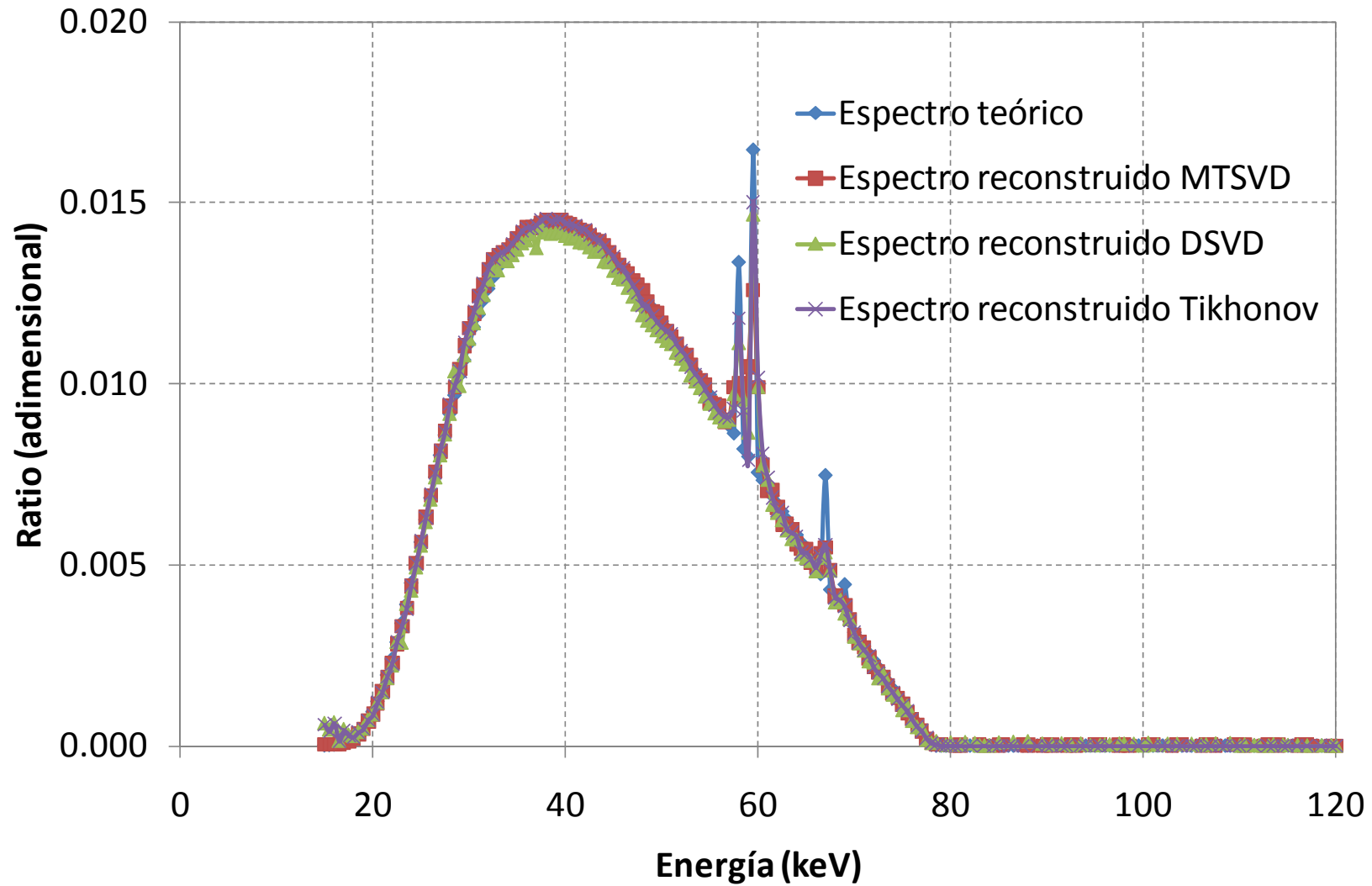


Figura 6.3. Reconstrucción del espectro de Tungsteno 12°, 5 mm de Al y 78 kVp mediante los métodos MTSVD, DSVD y Tikhonov con el detector de CdTe.

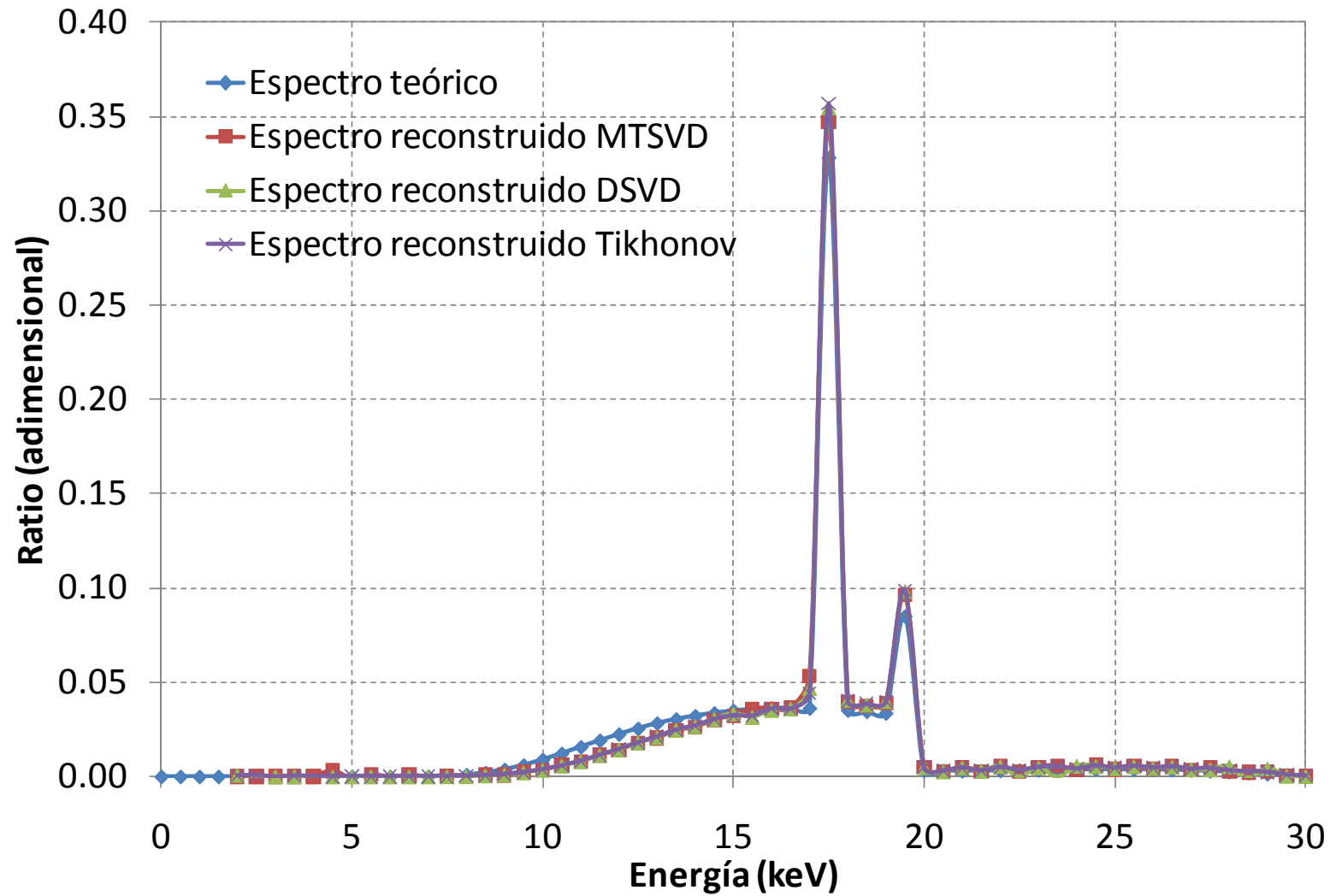


Figura 6.4. Reconstrucción del espectro de Molibdeno 99, 4 mm de Al y 30 kVp mediante los métodos MTSVD, DSVD y Tikhonov con el detector de Si.

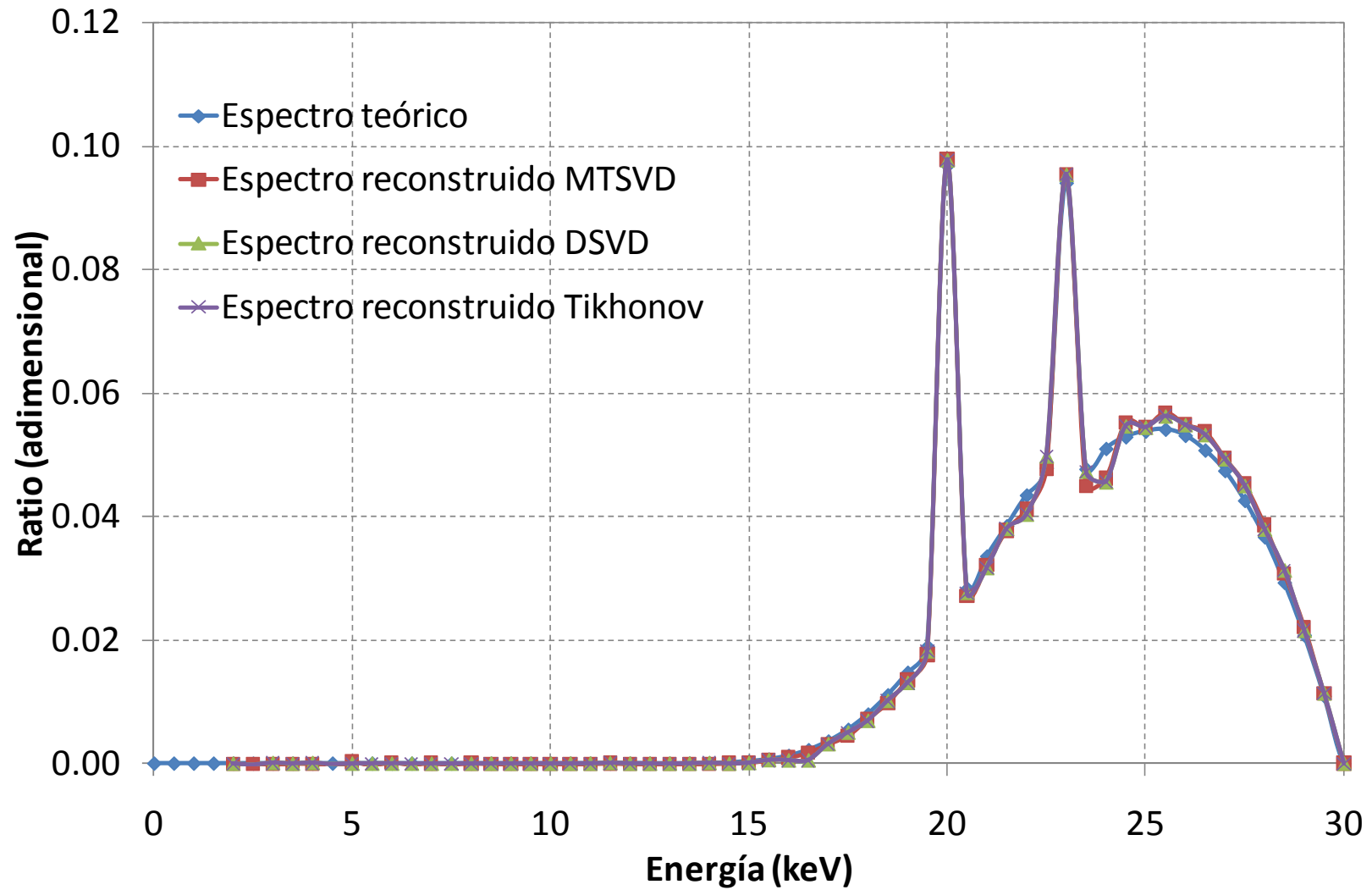


Figura 6.5. Reconstrucción del espectro de Rodio ^{90}Sr , 4 mm de Al y 30 kVp mediante los métodos MTSVD, DSVD y Tikhonov con el detector de Si.

6.2. Error de los métodos de reconstrucción

Como la finalidad de este trabajo consiste en realizar un análisis de sensibilidad de los distintos métodos de reconstrucción utilizados se ha llevado a cabo un estudio de la resolución de dichos métodos.

Para realizar dicho estudio se ha calculado el error relativo para cada uno de los espectros reconstruidos con respecto al espectro teórico que proporciona el catálogo IPEM 78, según la siguiente fórmula:

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Espectro teórico IPEM 78} - \text{Espectro reconstruido}}{\text{Espectro teórico IPEM 78}} \cdot 100 \quad (6.1)$$

Considerando este valor y mediante el programa MATLAB se han obtenido las gráficas de los espectros reconstruidos junto con las barras de error correspondientes. A continuación se muestran algunas de estas figuras.

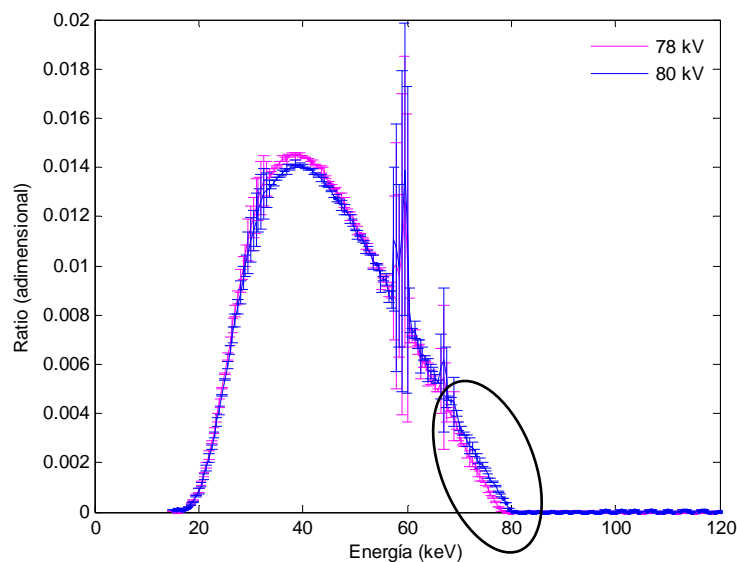


Figura 6.6. Representación error (2σ) para espectros reconstruidos variando el voltaje máximo.

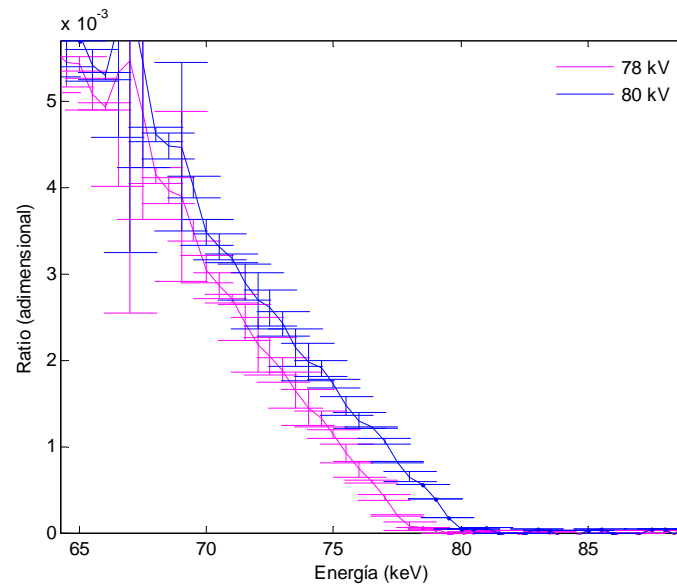


Figura 6.7. Ampliación de la zona de alta energía de la figura 6.6.

Cuando se producen variaciones de voltaje, la diferencia entre espectros de voltaje próximo se obtiene en la energía máxima del espectro. En este caso, los métodos de reconstrucción deben ser capaces de diferenciar entre distintos espectros a altas energías.

Tras hacer varias pruebas se ha obtenido que los métodos de reconstrucción estudiados son capaces de diferenciar entre 2 espectros si entre ellos hay 2 kV de diferencia. Las figuras 6.6 y 6.7 corroboran la frase anterior ya que al representar los espectros de 78 y 80 keV junto con sus respectivas barras de error en la misma gráfica no se producen solapes entre las barras de error. Esto no sucede si se representan espectros entre los cuales sólo hay un 1kV de diferencia. En este caso se producen solapes entre las barras de error, por lo que no se podría asegurar que el espectro reconstruido se corresponde al espectro teórico.

Al variar el espesor del filtrado con Al la diferencia entre espectros se observa en el intervalo de bajas energías ya que el filtrado con Al lo que hace es suavizar el espectro a bajas energías. Así, al representar el espectro obtenido con 2.5 y 3.5 mm de Al junto con las barras de error se observan solapes mientras que, si se representan el de 2.5 y 4.5 mm de Al como puede verse en la figura 6.8 y 6.9, las barras de error no se solapan.

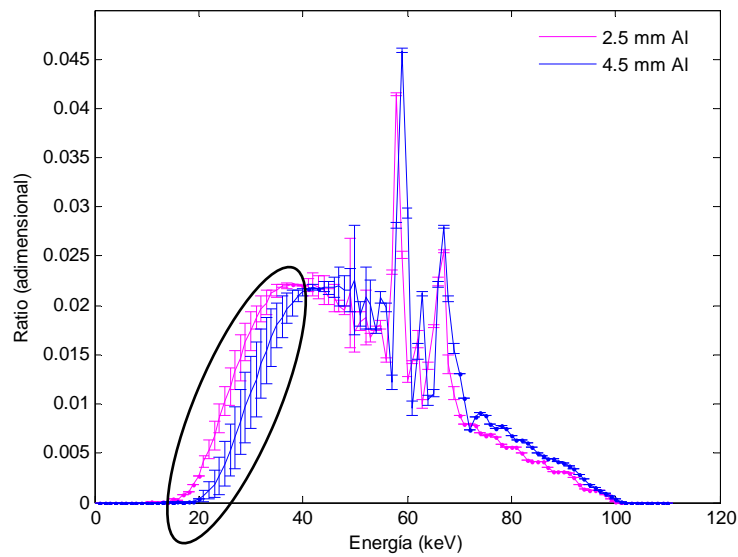


Figura 6.8. Representación error (2σ) para espectros reconstruidos variando el espesor de Al de filtrado.

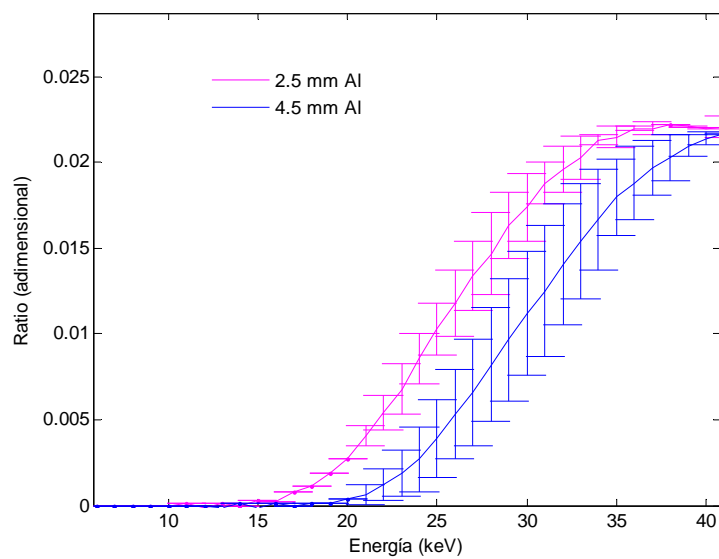


Figura 6.9. Ampliación de la zona de baja energía de la figura 6.8.

Si se varía el ángulo del ánodo entre espectros, la zona conflictiva es también la de bajas energías, puesto que el ángulo del ánodo influye atenuando el espectro en el intervalo de bajas energías. Así, al representar el espectro para 8° y para 11° junto con sus respectivas barras de error, figura 6.10 y 6.11 se dejan de observar solapes entre las barras de error.

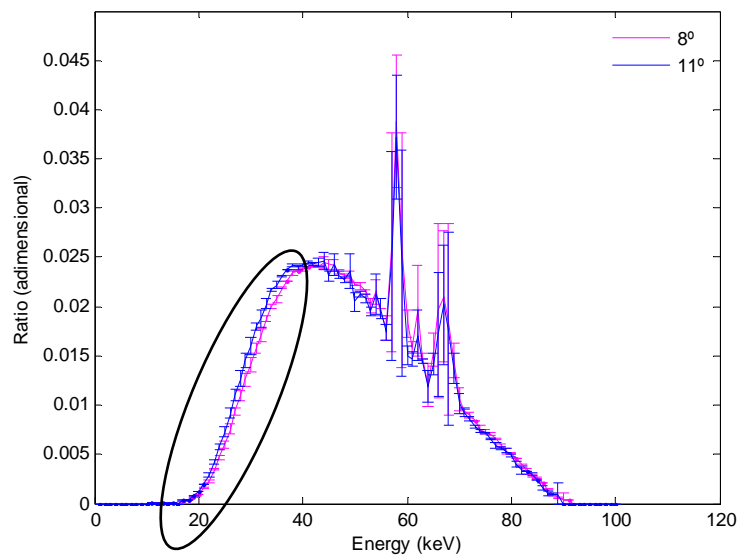


Figura 6. 10. Representación error (2σ) para espectros reconstruidos variando el ángulo del ánodo de Tungsteno.

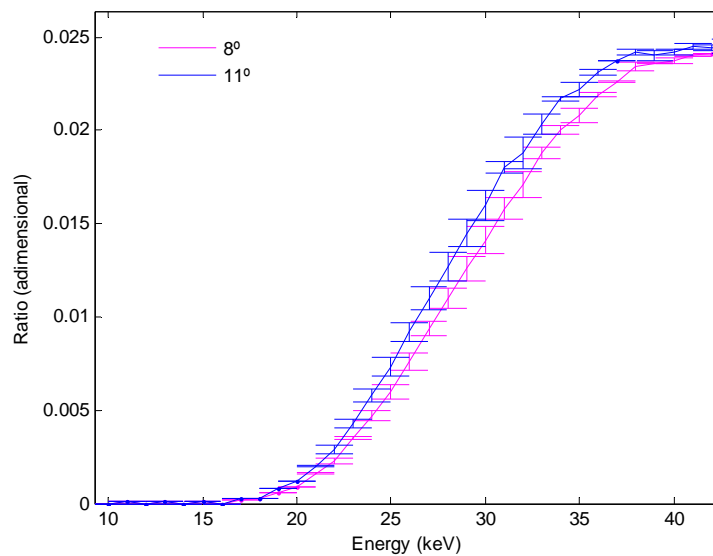


Figura 6. 11. Ampliación de la zona de baja energía de la figura 6.10.

A la vista de estas figuras se puede decir que los métodos de reconstrucción requieren 2 kV, 2 mm de Al y 3° de diferencia entre espectros próximos para que el método de reconstrucción sea capaz de distinguir entre espectros.

También se ha realizado el cálculo del error medio cuadrático (RMS) mediante la siguiente fórmula:

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum (x_{\text{theoretical}} - x_{\text{unfolded}})^2}{n}} \cdot 100 \quad (6.2)$$

Tabla 6.1: Error cuadrático medio (%) para el detector de Ge

	2,5 mm Al	3,5 mm Al	4,5 mm Al	5,5 mm Al	78 kV	98 kV	102 kV	110 kV	8°	10°I	12°
MTSVD	7,35	7,39	7,40	7,40	4,26	7,33	7,31	7,36	6,91	9,93	6,95
DSVD	3,47	7,39	7,40	7,40	6,18	3,60	3,54	3,45	3,63	3,45	3,71
Tikhonov	3,01	3,30	3,50	3,04	4,17	3,03	2,91	2,90	3,17	3,20	3,50

Tabla 6.2: Error cuadrático medio (%) para el detector de CdTe

	2,5 mm Al	3,5 mm Al	4,5 mm Al	5,5 mm Al	78 kV	98 kV	102 kV	110 kV	8°	10°I	12°
MTSVD	7,48	7,43	7,45	7,47	4,28	7,39	7,42	7,43	6,91	6,93	7,61
DSVD	4,00	4,11	4,12	4,07	5,11	3,98	4,02	3,95	3,65	3,66	3,56
Tikhonov	3,11	3,30	3,26	3,19	4,61	3,19	3,23	3,03	3,45	3,68	3,58

Tabla 6.3: Error cuadrático medio (%) para el ánodo de molibdeno y detector de Si

	27 kV	28 kV	29 kV	30 kV
MTSVD	2,17	1,39	1,73	1,55
DSVD	2,14	1,90	1,72	1,52
Tikhonov	2,05	1,82	1,69	1,44

Tabla 6.4: Error cuadrático medio (%) para el ánodo de rodio y detector de Si

	27 kV	28 kV	29 kV	30 kV
MTSVD	4,36	4,56	4,76	5,00
DSVD	3,72	3,83	3,95	4,16
Tikhonov	4,65	4,00	3,83	4,80

Como puede observarse en las Tablas 6.1, 6.2, 6.3 y 6.4 aparecen los errores medios cuadráticos cada espectro reconstruido según el método de reconstrucción utilizado y el tipo de detector.

A la vista de los resultados se puede decir:

- En ningún caso se supera el 10% de error.
- En la mayoría de los espectros reconstruidos es el método de reconstrucción MTSVD el que presenta un mayor error medio cuadrático.

- Del mismo modo, en la mayoría de los espectros estudiados es el método de reconstrucción de Tikhonov el que presenta un menor error.

Además, también se ha realizado el cálculo de los parámetros de calidad del espectro de rayos X como: la primera y segunda capa de hemirreducción (CHR), el factor de homogeneidad y la energía media del espectro para todos los casos estudiados.

La CHR se define como el espesor de aluminio necesario para reducir a la mitad el kerma en aire transmitido. Sus unidades son mm de aluminio y se calcula de acuerdo a la ecuación (6.3):

$$1/2 = \frac{\sum_i (\mu_{en}/\rho)_{air} N_i h\nu_i \exp(-\mu_{Al} HVL) \exp(-\mu_{Air} d)}{\sum_i (\mu_{en}/\rho)_{air} N_i h\nu_i \exp(-\mu_{Air} d)} \quad (6.3)$$

donde:

$(\mu_{en}/\rho)_{air}$ es el coeficiente lineal de atenuación en aire [NIST].

d es la distancia entre el foco de rayos-X y el detector, cámara de ionización.

$h\nu_i$ es la energía de los fotones en el intervalo i^{th} .

N_i es el número de fotones en el intervalo i^{th} de energía.

μ_{Al} es el coeficiente lineal de atenuación en aluminio [NIST].

Quando se miden distintas CHR, la segunda es mayor que la primera, ya que la energía media del espectro de rayos-X se incrementa después de la primera CHR, lo que hace que los rayos-X tengan más poder de penetración.

El factor de homogeneidad se define como el cociente entre la primera y la segunda CHR para cada voltaje.

El último de los parámetros de calidad es la energía media del espectro que se calcula según la ecuación (6.4):

$$\overline{h\nu} = \frac{\sum_i N_i h\nu_i}{\sum_i N_i} \quad (6.4)$$

donde

$h\nu_i$ es la energía de los fotones en el intervalo i^{th} (keV) y

N_i es el número de fotones en el intervalo i^{th} de energía.

Para un espectro de fotones dado, la energía media de fotones es un parámetro importante porque representa la calidad energética del espectro.

En las siguientes tablas se muestran los valores de dichos parámetros obtenidos para todos los espectros estudiados. Así, la tabla 6.5 muestra los valores correspondientes al detector de Ge y CdTe y ánodo de tungsteno, la tabla 6.6 los del detector de silicio y ánodo de molibdeno y la tabla 6.7 los del detector de silicio y ánodo de rodio. En ambas tablas aparecen los errores relativos entre paréntesis. Dichos errores relativos se obtienen de comparar los valores obtenidos para los espectros reconstruidos y los de los espectros teóricos respectivos.

Tabla 6.5: Primera y segunda CHR (mm de Al), factor de homogeneidad y energía media del espectro para el detector de Ge y CdTe y ánodo de tungsteno. Error relativo (%) respecto al IPEM 78 entre paréntesis.

Espectro	IPEM78	MTSVD	DSVD	TIKHONOV
78 kVp	3,4000	3,3900 (0,29)	3,2100 (5,59)	3,1800 (6,47)
	8,0300	8,0100 (0,25)	7,7300 (3,74)	7,7800 (3,11)
	0,4234	0,4232 (0,05)	0,4153 (1,92)	0,4087 (3,47)
	45,010	45,020 (-0,02)	45,330 (-0,71)	44,460 (1,22)
98 kVp	4,3500	4,2900 (1,38)	4,0900 (5,98)	4,0900(5,98)
	10,450	10,330 (1,15)	10,110 (3,25)	10,120 (3,16)
	0,4163	0,4153 (0,23)	0,4045 (2,82)	0,4042 (2,91)
	51,740	51,800 (-0,12)	51,430 (0,60)	52,540 (-1,55)
102 kVp	4,5300	4,4700 (1,32)	4,2700 (5,74)	4,3200 (4,64)
	10,910	10,780 (1,19)	10,560 (3,21)	10,600 (2,84)
	0,4152	0,4147 (-0,04)	0,4043 (2,62)	0,4075 (1,85)
	52,920	52,970 (-0,09)	52,620 (0,57)	53,770 (-1,61)
110 kVp	5,4100	5,320 (1,66)	5,0000 (7,58)	5,0100 (7,39)
	12,750	12,540 (1,65)	12,130 (4,86)	12,150 (4,71)
	0,4243	0,4242 (0,02)	0,4122 (2,85)	0,4123 (2,82)
	56,400	56,450 (0,09)	56,220 (0,32)	57,560 (-2,06)
8°	4,3200	4,2800 (0,93)	4,0500 (6,25)	4,0200 (6,94)
	10,260	10,140 (1,17)	9,8500 (4,00)	9,8400 (4,09)
	0,4211	0,4221 (-0,25)	0,4112 (2,35)	0,4085 (2,97)
	50,360	50,500 (-0,28)	49,930 (0,85)	50,910 (-1,09)
10°	4,1200	4,0800 (0,97)	3,8800 (5,83)	3,8800 (5,83)
	9,8200	9,7500 (0,71)	9,4700 (3,56)	9,4800 (3,46)
	0,4196	0,4185 (0,26)	0,4097 (2,34)	0,4093 (2,45)
	49,720	49,770 (-0,10)	49,950 (-0,46)	50,280 (-1,13)
12°	3,9700	3,9300 (1,01)	3,7100 (6,55)	3,7200 (6,30)
	9,5300	9,4400 (0,94)	9,1500 (3,99)	9,1700 (3,78)
	0,4166	0,4163 (0,06)	0,4055 (2,67)	0,4057 (2,62)
	49,240	49,260 (-0,04)	48,820 (0,85)	49,780 (-1,10)
2,5 mm Al	3,5600	3,5400 (0,56)	3,4200 (3,93)	3,4300 (3,65)
	8,9600	8,8900 (0,78)	8,7500 (2,34)	8,7700 (2,12)
	0,3973	0,3982 (-0,22)	0,3909 (1,63)	0,3911 (1,56)
	49,970	50,070 (-0,20)	49,610 (0,72)	50,690 (-1,44)

3,5 mm Al	4,1600	4,120 (0,96)	4,1200 (0,96)	3,9400 (5,29)
	10,160	10,050 (1,08)	10,040 (1,18)	9,8500 (3,05)
	0,4094	0,4100 (-0,12)	0,4104 (-0,22)	0,4000 (2,31)
	51,630	51,650 (-0,04)	51,650 (-0,04)	52,290 (-1,28)
4,5 mm Al	4,6900	4,6300 (1,28)	4,6300 (1,28)	4,4200 (5,76)
	11,160	11,020 (1,25)	11,040 (1,08)	10,790 (3,32)
	0,4203	0,4201 (0,03)	0,4194 (0,21)	0,4096 (2,53)
	52,990	53,001 (-0,04)	53,010 (-0,04)	53,760 (-1,45)

Tabla 6.6: Primera y segunda CHR (mm de Al), factor de homogeneidad y energía media del espectro para el detector de Si y ánodo de molibdeno. Error relativo (%) respecto al IPEM 78 entre paréntesis.

Voltaje (kVp)	IPEM78	MTSVD	DSVD	TIKHONOV
27	0,3150	0,3421 (8,60)	0,3431 (8,92)	0,3432 (8,95)
	0,7250	0,7612 (4,99)	0,7618 (5,08)	0,7622 (5,13)
	0,4345	0,4494 (3,44)	0,4504 (3,66)	0,4503 (3,63)
	16,200	16,600 (2,47)	16,800 (3,70)	16,700 (3,09)
28	0,3260	0,3520(8,04)	0,3533 (8,37)	0,3531 (8,31)
	0,7510	0,7828 (4,23)	0,7812 (4,02)	0,7826 (4,21)
	0,4341	0,4499 (3,65)	0,4522 (4,18)	0,4512 (3,94)
	16,400	16,800 (2,44)	17,000 (3,66)	16,900 (3,05)
29	0,3360	0,3610 (7,17)	0,3611 (7,47)	0,3612 (7,50)
	0,7740	0,7992 (3,26)	0,8002 (3,39)	0,8010 (3,49)
	0,4341	0,4506 (3,79)	0,4513 (3,95)	0,4509 (3,88)
	16,600	16,600 (0,00)	17,100 (3,01)	17,100 (3,01)
30	0,3460	0,3701 (6,97)	0,3692 (6,71)	0,3702 (6,99)
	0,7960	0,8182 (2,79)	0,8151 (2,40)	0,8205 (3,08)
	0,4347	0,4523 (4,06)	0,4529 (4,20)	0,4512 (3,80)
	16,700	17,200 (2,99)	17,200 (2,99)	17,300 (3,59)

Tabla 6.7: Primera y segunda CHR (mm de Al), factor de homogeneidad y energía media del espectro para el detector de Si y ánodo de rodio. Error relativo (%) respecto al IPEM 78 entre paréntesis.

Voltaje (kVp)	IPEM78	MTSVD	DSVD	TIKHONOV
27	0,9341	0,9471 (1,39)	0,9441 (1,07)	0,9472 (1,40)
	1,9342	1,9622 (1,45)	1,9542 (1,03)	1,9620 (1,44)
	0,4829	0,4827 (-0,06)	0,4831 (0,04)	0,4828 (-0,03)
	22,300	22,100 (-0,90)	22,100 (-0,90)	22,100 (-0,90)
28	0,9870	1,0022 (1,54)	1,0010 (1,42)	1,0011 (1,43)
	2,0485	2,0752 (1,30)	2,0722 (1,16)	2,0742 (1,25)
	0,4818	0,4829 (0,23)	0,4836 (0,26)	0,4826 (0,17)
	23,800	23,300 (-2,10)	23,300 (-2,10)	23,300 (-2,10)
29	1,0352	1,0531 (1,73)	1,0512 (1,55)	1,0521 (1,63)
	2,1545	2,1905 (2,19)	2,1902 (1,66)	2,1904 (1,67)
	0,4805	0,4808 (0,06)	0,4799 (-0,11)	0,4803 (-0,03)
	23,300	23,300 (0,00)	23,300 (0,00)	23,300 (0,00)

	1,0825	1,1012 (1,73)	1,1011 (1,72)	1,1022 (1,82)
30	2,2605	2,3005 (1,77)	2,3008 (1,78)	2,3002 (1,76)
	0,4789	0,4787 (-0,04)	0,4786 (-0,06)	0,4792 (0,06)
	24,800	23,800 (-4,03)	23,700 (-4,44)	23,700 (-4,44)

A la vista de las Tablas con los valores obtenidos para la primera y segunda CHR, el factor de homogeneidad y la energía media del espectro se puede decir:

- En ningún caso se supera el 8% de error.
- En todos los parámetros calculados para los espectros reconstruidos el método de reconstrucción MTSVD es el que presenta un menor error relativo en comparación con los parámetros obtenidos para los espectros teóricos.
- Atendiendo a estos mismos valores, los métodos DSVD y de Tikhonov proporcionan el mismo nivel de precisión, siendo en la mayoría de los casos menor que el método MTSVD.

7. VALIDACIÓN

La finalidad de este apartado del trabajo es validar el modelo de Monte Carlo realizado. Para ello se van a comparar los espectros reconstruidos obtenidos con el modelo simulado del MCNP 5 y los espectros experimentales obtenidos en un laboratorio de medición.

La tarea de obtener espectros experimentales de un tubo de rayos X en condiciones normales de trabajo presenta una gran dificultad debido fundamentalmente a la alta tasa de fluencia de fotones, a la baja energía de estos y a la falta de espacio en las salas clínicas para realizar la adquisición de los espectros.

A continuación se va a describir con detalle el equipo de medida, el montaje experimental y los problemas de obtención de los espectros de rayos X.

El equipo necesario para realizar el montaje experimental está compuesto por los siguientes dispositivos:

- Espectrómetro Compton
- Tubo de rayos X operando en el intervalo de energías de radiodiagnóstico.
- Detector de Germanio de alta pureza y dispositivos de amplificación.
- Analizador multicanal (ADC-MCA).
- Ordenador personal portátil.
- Programas de adquisición y tratamiento de espectros.

El espectrómetro utilizado es el modelo Spectro-X de RTI Electronics (RTI, 1994). Está formado por cuatro partes principales: el tubo espectrómetro, la cámara de dispersión, la cámara de blindaje y el material dispersor. Este modelo es el que se ha simulado con el MCNP5.

El espectrómetro se sitúa de forma que el haz primario proveniente del foco, entra a través de la rendija de la cámara de blindaje del espectrómetro e impacta en la varilla que se encuentra en el interior de la cámara de dispersión. A 90° de la dirección del haz primario se encuentra el detector. La distancia entre el foco del tubo de rayos X y la varilla dispersora se ha fijado en un metro.

Se ha reforzado el blindaje del detector con un forro de plomo y aluminio, para minimizar la detección de los fotones que no se han dispersado correctamente en la varilla así como para reducir el efecto del fondo ambiental.

El tubo del espectrómetro tiene un radio exterior de 5 cm con un espesor de 6 mm de plomo, recubierto por la parte exterior por 4 mm de aluminio. En el interior se disponen dos colimadores (F y G). El colimador F tiene por objeto evitar que los fotones dispersados en el interior del tubo, alcancen el detector. El colimador G caracteriza el área efectiva del detector y también se utiliza para evitar que se irradien partes periféricas del detector. En la parte frontal del tubo se dispone de una tapa de 10 mm de espesor de aluminio forrada interiormente con 3 mm de espesor en plomo.

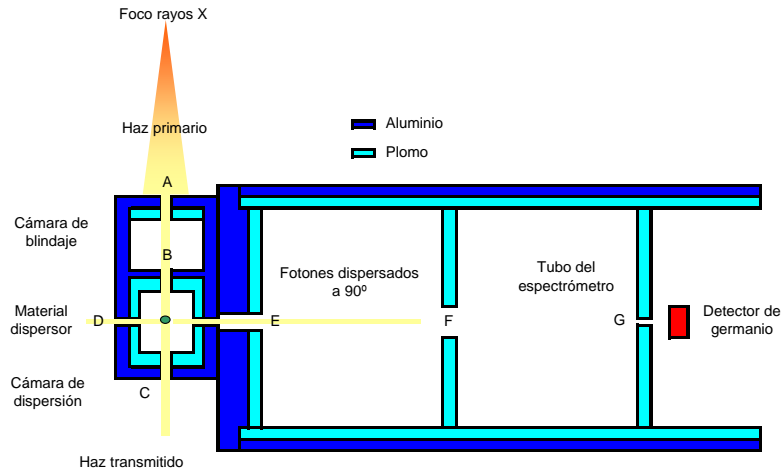


Figura 7.1. Esquema del espectrómetro Compton.

Soldadas a la tapa, se encuentra la cámara de dispersión y la cámara de blindaje. La función de la cámara de dispersión es facilitar la alineación del tubo del espectrómetro con el haz primario de fotones, definiendo un determinado ángulo de dispersión y evitando que los fotones dispersados fuera del volumen de dispersión alcancen el detector. En la cara opuesta a la superficie que está en contacto con el tubo de dispersión, hay un orificio (colimador D) que permite la salida de los fotones que han sido dispersados en la dirección contraria al detector. Este colimador puede producir la aparición de líneas de rayos X característicos en el espectro registrado por el detector.

La cámara de blindaje tiene la función de evitar que los fotones dispersados en el aire (entre la cámara de dispersión y el foco emisor de rayos X) alcancen el material dispersor (varilla de PMMA). Los colimadores A, B y C definen la dirección del haz primario. Asimismo, el colimador C tiene dos funciones: permitir la salida de los fotones no dispersados en la cámara de dispersión, minimizando el efecto de retrodispersión en la cámara, y facilitar el alineamiento del haz primario y la varilla.

Finalmente, entre la cámara de dispersión y el tubo se encuentra el colimador E, el cual comunica la cámara de dispersión con el tubo del espectrómetro. Ambas cámaras, de blindaje y de dispersión, están formadas por 3 mm de espesor de aluminio con un recubrimiento interior de plomo de 5 mm de espesor.

En el interior de la cámara de dispersión se encuentra el material que produce la dispersión incoherente o Compton. Las dispersiones producidas vienen determinadas por este material y por el ángulo que forman el haz primario y el detector. De cualquier modo, se debe minimizar la aparición de dispersión coherente en el intervalo de energía correspondiente al empleado en el diagnóstico con rayos X. Con esta premisa, se suelen elegir materiales de bajo número atómico junto con ángulos de dispersión elevados (cerca de 90°). Por ejemplo, utilizando polimetilmetacrilato (PMMA) como material dispersante, se obtienen bajas fracciones de dispersión coherente para energías mayores de 20 keV. Para el intervalo

correspondiente de 8 a 20 keV, la dispersión coherente se hace mayor, pero sigue siendo dominante la incoherente.

Según Yaffe (Yaffe, 1976), el mayor problema de la espectrometría Compton es la disminución de la resolución energética, debido fundamentalmente al efecto de la geometría del material dispersor y al ensanchamiento Compton. Estas restricciones limitan la energía máxima a la que puede aplicarse esta técnica a 200 keV. El límite inferior se fija para que la probabilidad de que tenga lugar la dispersión coherente sea del mismo orden de magnitud que la incoherente o Compton. Para un ángulo de dispersión de 90° y un material dispersor como el PMMA, este límite es de 7 keV. El intervalo de energías comprendido entre 7 y 200 keV, incluye el intervalo de energías de los espectros de rayos X utilizados en radiodiagnóstico. El ensanchamiento Compton está producido por el movimiento de los electrones en la varilla dispersora, apareciendo un efecto de corrimiento Doppler en cada dispersión. La magnitud del corrimiento Doppler depende del ángulo de dispersión, de la energía del fotón primario y de la velocidad y dirección del electrón producido.

La fuente de radiación utilizada es un equipo de rayos X, Philips, modelo MG-325, con tubo modelo MCN 322.

Los parámetros más importantes del tubo son:

- Material del ánodo: Tungsteno.
- Ángulo del ánodo (ángulo formado por la dirección del haz de electrones con la perpendicular al ánodo): 26°.
- Filtración inherente: 2,2 mm de berilio.
- Alta tensión: Constante entre 13,6 kV y 320 kV, con una resolución de 0,2 kV.
- Rizado de la alta tensión: 500 V máximo (1,2% de la mínima tensión utilizada).
- Estabilidad de la alta tensión: $\pm 0,2\% \pm 0,2$ kV.
- Incertidumbre de la alta tensión: $\pm 1\% \pm 0,2$ kV.
- Reproducibilidad de la alta tensión: $\pm 0,5\% \pm 0,2$ kV.
- Deriva de la alta tensión con la temperatura: $5 \times 10^{-5} \%/^{\circ}\text{C}$.
- Intensidad de la corriente de ánodo: Entre 0,05 mA y 20 mA (a 80 kV), con una resolución de 0,05 mA.
- Estabilidad de la corriente de ánodo: $\pm 0,2\% \pm 0,05$ mA.
- Reproducibilidad de la corriente de ánodo: $\pm 0,05$ mA
- Potencia: 1,6 kW.

El tubo de rayos X está rodeado por un blindaje de 8 mm de plomo, en el que hay practicado un orificio circular por el que sale el haz de radiación. El haz está definido por un juego de cuatro colimadores, tal y como puede verse en la figura 7.2. Los colimadores B1 y B2 van montados en el interior del blindaje y son fijos. Los colimadores B3 y B4, situados fuera del blindaje, son los que definen el tamaño del haz de radiación. Se disponen de tres juegos de colimadores B3-B4, que definen unas aperturas angulares del haz de 2.7°, 5.2° y 10.0°. Entre los colimadores B1 y B2 va montado un obturador de barrilete que se acciona desde la sala de control. Este obturador puede controlarse manualmente o de manera automática, permitiendo fijar el tiempo de apertura o la dosis medida por la cámara monitor. A la salida del blindaje, el haz atraviesa uno de los ocho filtros que van montados en la periferia de un disco que puede hacerse girar desde la sala de control para cambiar de filtro. Entre los colimadores B3 y B4 está instalada una cámara de transmisión conectada a un electrómetro para monitorizar el haz de radiación.

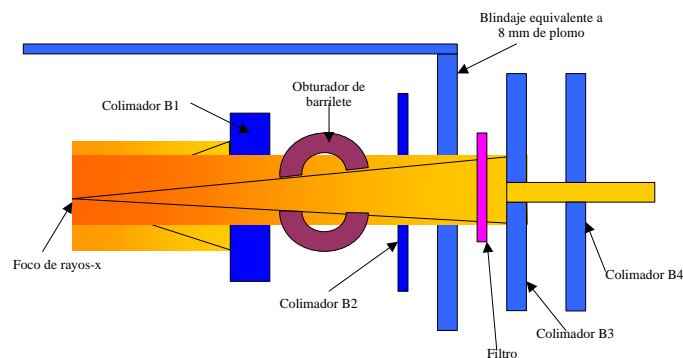


Figura 7.2. Esquema del tubo de rayos X.

Las medidas experimentales se han realizado en un laboratorio de calibración que cumple con los requisitos necesarios de calidad, ya que se trata de un laboratorio certificado. La toma de medidas se realiza en unas condiciones de total reproducibilidad ya que el laboratorio lleva a cabo un procedimiento establecido de trabajo y controla los parámetros ambientales, geométricos y de operación relevantes.

El detector utilizado en la toma de espectros experimentales es un HP Ge de configuración plana (Modelo GUL0110, Canberra y criostato modelo 7935-7F), tipo-u, de 11,3 mm de diámetro activo, 10 mm de espesor, 100 mm² de área activa y con una resolución de 160 eV para una energía 5.9 keV y de 522 eV para una energía de 122 keV. La ventana de detección es de berilio de 1 mm de espesor.

En este trabajo se ha utilizado el programa Genie2000 de Canberra (Canberra, 2009). Este programa está basado en entornos Windows-95 y Windows-NT. Almacena los espectros en el formato CAM, que incluye el recuento por canal y las características del mismo: preselecciones, parámetros de la muestra, calibraciones, librerías, etc. Esta característica permite volver a analizar un espectro aunque hayan cambiado las condiciones de medida del analizador. Utiliza el método de Mariscotti de búsqueda de picos.

Una vez obtenidos los espectros experimentales, se procede a aplicar los distintos métodos de reconstrucción que se tratan en el trabajo, es decir, el método modificado truncado de descomposición en valores singulares, MTSVD, el método amortiguado de descomposición en valores singulares, DSVD, y el método de Tikhonov. Tras aplicar dichos métodos y el método de regulación variacional se obtienen las gráficas que se muestran a continuación.

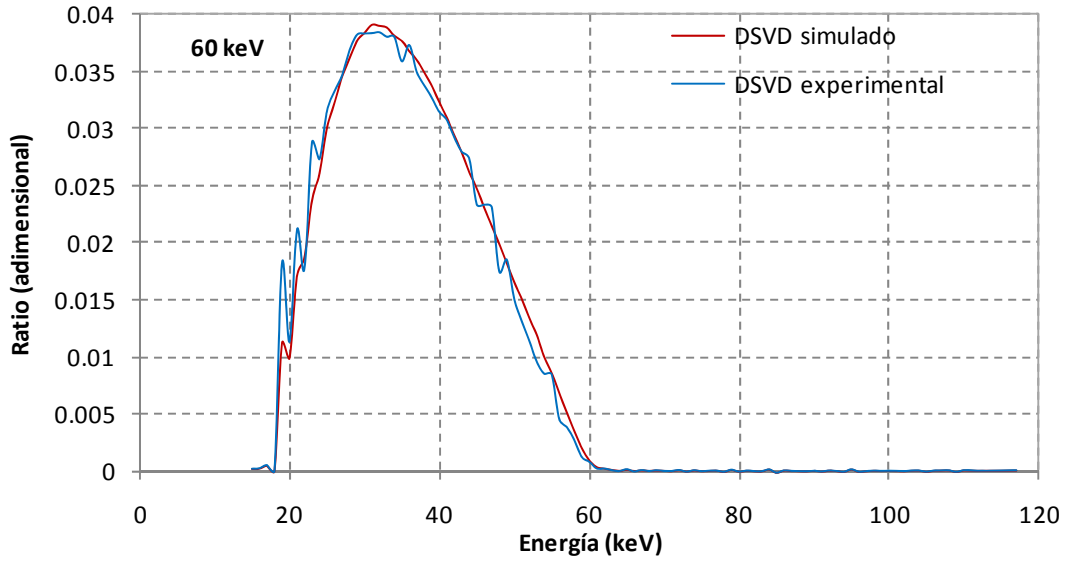


Figura 7.3. Comparación del espectro de 60 keV experimental y simulado para DSVD.

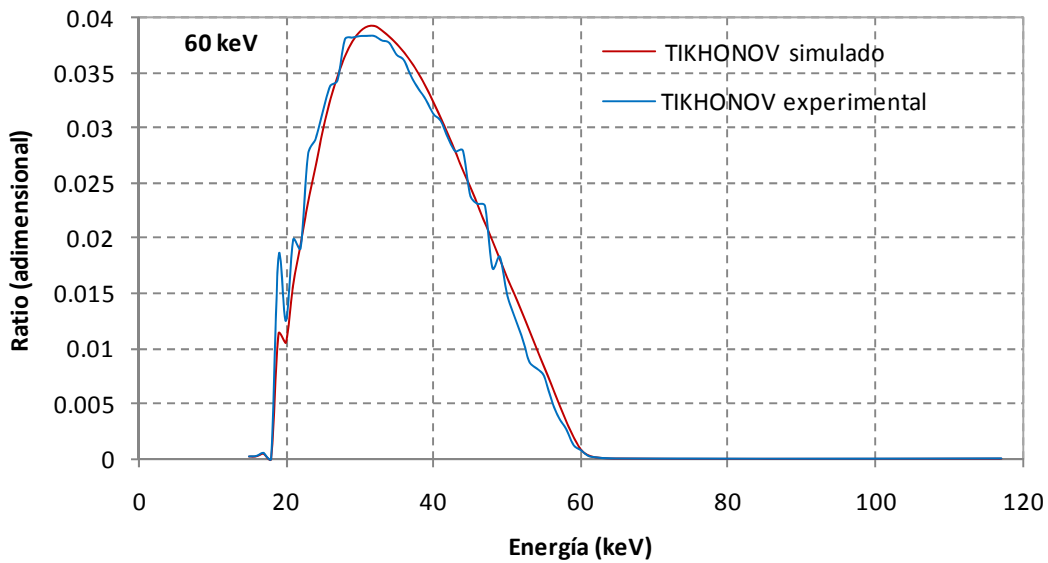


Figura 7.4. Comparación del espectro de 60 keV experimental y simulado para Tikhonov.

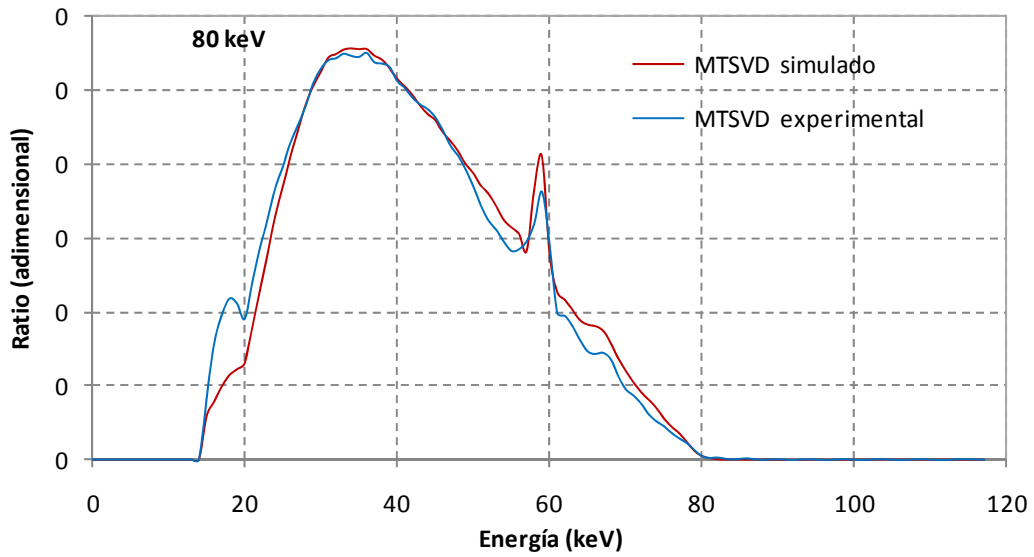


Figura 7.5. Comparación del espectro de 80 keV experimental y simulado para MTSVD.

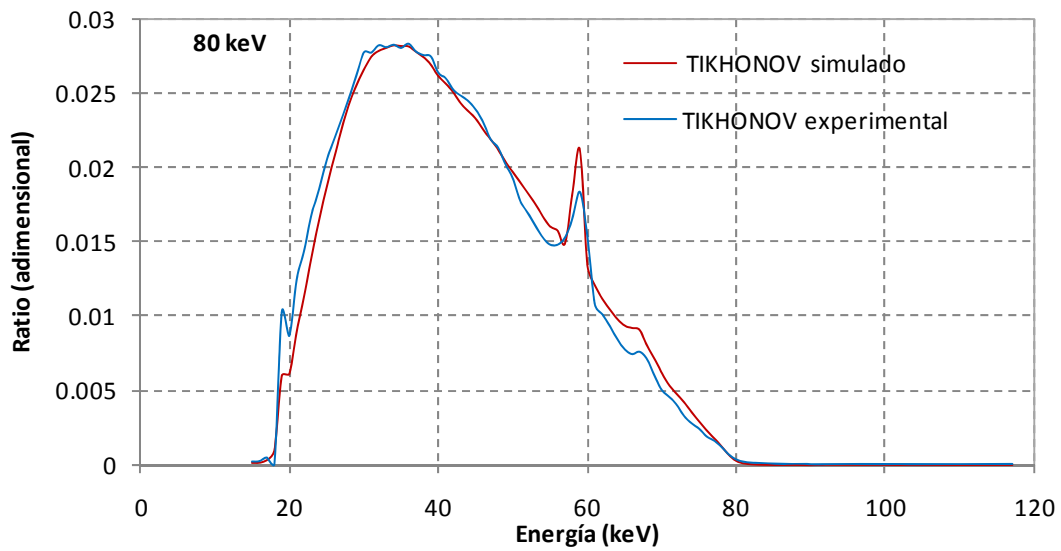


Figura 7.6. Comparación del espectro de 80 keV experimental y simulado para Tikhonov.

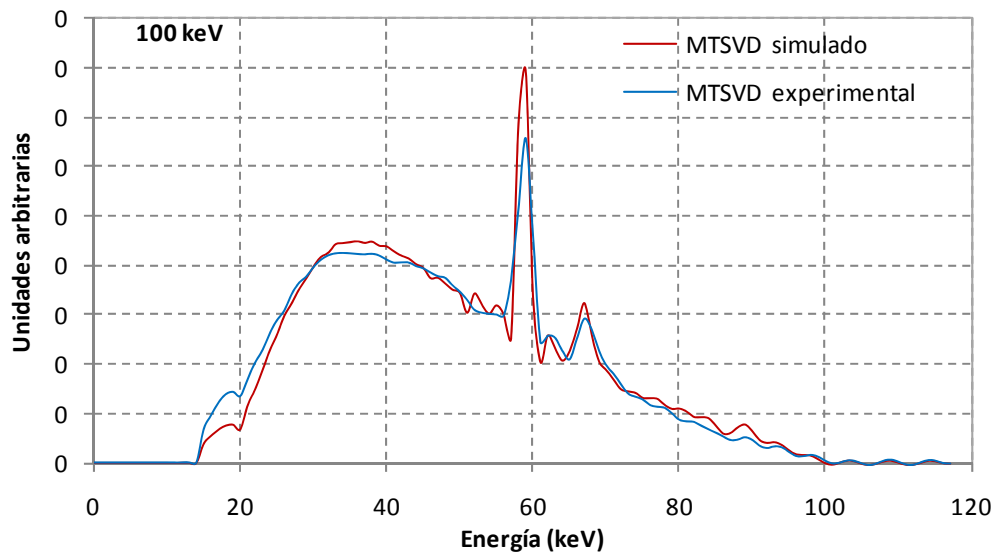


Figura 7.7. Comparación del espectro de 100 keV experimental y simulado para MTSVD.

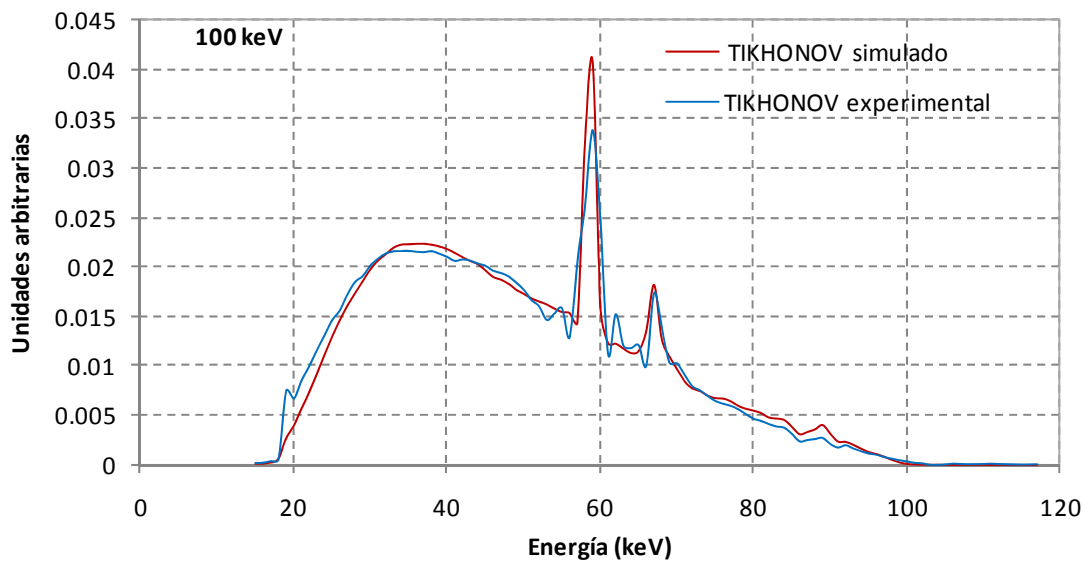


Figura 7.8. Comparación del espectro de 100 keV experimental y simulado para Tikhonov.

A la vista de los resultados obtenidos se puede llegar a la conclusión de que los métodos MTSVD y Tikhonov dan un mayor ajuste del espectro simulado al experimental que el método DSVD.

Respecto al modelo del espectrómetro Compton simulado se puede concluir que es bueno para obtener el espectro primario que caracteriza el equipo de Rayos X, ya que el espectro medido experimentalmente se ajusta al espectro obtenido mediante la simulación del MCNP5, para los métodos de reconstrucción de MTSVD y Tikhonov.

8. CONCLUSIONES

A continuación en este punto se pasa a exponer las conclusiones que se han obtenido a partir del estudio y cálculos realizados en el trabajo.

Uno de los objetivos del presente trabajo final de máster era comprobar la eficacia y robustez de los métodos de reconstrucción: Modified Truncated Singular Value Decomposition (MTSVD), Dumped Singular Value Decomposition (DSVD) y Tikhonov para obtener el espectro primario de los equipos de rayos X utilizados tanto en radiodiagnóstico como en mamografía.

La eficacia y robustez de los métodos matemáticos de reconstrucción están condicionadas por la determinación del parámetro óptimo de truncamiento, es decir, cuántos valores singulares deben ser considerados para obtener la matriz respuesta que presente un comportamiento óptimo en la reconstrucción espectral. En este sentido, se ha hecho uso del criterio de la curva-L, desarrollada por Hansen, la cual proporciona el número de valores singulares de la matriz respuesta a tener en cuenta para obtener la pseudomatriz que requieren los métodos matemáticos de reconstrucción.

La comparación de los espectros reconstruidos con los teóricos (obtenidos del catálogo IPEM 78) permite determinar el grado de exactitud de los métodos de reconstrucción.

De dicha comparación se ha obtenido un análisis cuantitativo de los métodos de reconstrucción mediante el cálculo del error cuadrático medio (RMS) y los parámetros de calidad del espectro: la primera y segunda capa hemirreductora (1ª y 2ª CHR), el factor de homogeneidad y la energía media del espectro.

Los resultados obtenidos muestran un valor de RMS por debajo del 10% en todos los espectros primarios estudiados. Y para el cálculo de los parámetros de calidad se ha obtenido el error relativo respecto al espectro teórico, siendo en todos los casos inferior al 9%.

A la vista de estos resultados se puede decir que la eficacia y robustez de los métodos de reconstrucción utilizados para obtener los espectros primarios es buena.

Otra parte importante de los resultados del trabajo reside en el estudio de la idoneidad de tres detectores de semiconductor: de Germanio, de Teluro de Cadmio y de Silicio. Cada uno de estos detectores resulta apropiado para un determinado intervalo de energía ya que cada detector presenta una eficiencia determinada para dicho intervalo.

Del detector de Silicio se puede decir que es adecuado para el intervalo de bajas energías propio de mamografía (hasta 30 keV), mientras que el detector de Teluro de Cadmio se puede tomar como válido para un intervalo de energías mayores, energías propias de los equipos de rayos X (hasta 120 keV).

Estas afirmaciones pueden significar una alternativa al detector de Germanio, ya que los detectores de Si y CdTe además de tener un manejo sencillo y de no requerir de un sistema de refrigeración con nitrógeno líquido, se ha demostrado que tienen un comportamiento aceptable en el intervalo de energía de estudio.

También se ha estudiado la influencia que tiene en los métodos de reconstrucción las variables de operación: la tensión, el espesor de aluminio del filtrado y el ángulo del ánodo.

Del estudio de esta influencia se han obtenido los valores mínimos necesarios en cada uno de dichas variables de operación para que los métodos de reconstrucción sean capaces de diferenciar entre espectros muy próximos entre sí.

Así se tiene que para que los métodos de reconstrucción sean capaces de diferenciar entre espectros de tensión muy próximos es necesaria como mínimo una diferencia de 2 keV. Para el caso del filtrado se necesitan 2 mm de aluminio y para el ángulo del ánodo como mínimo se requieren 3° de diferencia.

En resumen, se puede afirmar que la utilización de estos métodos matemáticos de reconstrucción podría considerarse como una nueva herramienta de control de calidad de los equipos de rayos X para radiodiagnóstico, ya que se obtiene una buena caracterización del espectro primario emitido por el foco de rayos X considerado.

Este método supondría numerosas ventajas para llevar a cabo el control de calidad de los equipos de radiodiagnóstico ya que supone un proceso sencillo, una vez esté bien implementado, ahorro de tiempo y buenos resultados en cuanto a la caracterización del espectro primario.

9. TRABAJOS FUTUROS

A la vista de los resultados obtenidos en el presente trabajo final de máster los trabajos futuros se deben centrar en encontrar las causas de las discrepancias entre el espectro teórico y el espectro reconstruido con el fin de reducirlas.

El objetivo debe ser tanto reducir el error cuadrático medio (RMS) como el error obtenido en el cálculo de los parámetros de calidad.

Una de las posibilidades es reducir el bin de energía de 0,5 a 0,1 keV para la construcción de la matriz. Con esta reducción de bin se pretende conseguir un mejor ajuste de las líneas características en cuanto a la altura y la amplitud.

El fin es determinar el bin de energía mínimo necesario para conseguir obtener un valor de RMS inferior al 3%.

A partir de dicho valor de RMS, se podría realizar un cálculo de dosis a partir del espectro reconstruido y compararlo con valores de dosis reales proporcionados por equipos de radiodiagnóstico en operación, ya que la finalidad es proporcionar una herramienta útil para el control de calidad de los equipos de radiodiagnóstico.

10. PUBLICACIONES

El trabajo de la presente tesina ha dado lugar a distintas publicaciones en congresos internacionales entre las que se encuentran.

- ✓ Assessment of quality control parameters for an X-ray tube using the Monte Carlo method and unfolding techniques. 31st Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society 2009. EMBC 2009 Minneapolis.
- ✓ Application of the MTSVD unfolding method for reconstruction of primary X-ray spectra using semiconductor detectors. International Nuclear Atlantic Conference - 2009: INAC2009 / XVI ENFIR / IX ENAN / I ENIN2009.
Publicación pendiente de revisión por pares en "Progress in Nuclear Energy".
- ✓ Application of the MTSVD and Tikhonov unfolding methods for reconstruction of primary x-ray spectra of mammography equipments with silicon detector. Nevada Section of American Nuclear Society. Radiation Protection and Shielding Division 2010. RPSD Las Vegas.
Publicación aprobada en la revista "Nuclear Technology".
- ✓ Study of unfolding methods for x-ray spectra obtained with CdTe detectors in the mammography energy range. European Nuclear Conference. Barcelona 2010.
- ✓ Parametric study of the X-ray primary spectra obtained with the MTSVD unfolding method. 6th CHERNE Workshop. Coimbra 2010.
Publicación aprobada en la revista "Applied Radiation and Isotopes".
- ✓ Application of Tikhonov and MTSVD methods to unfold experimental X-ray spectra in the radiodiagnostic energy range. 32nd Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society "Merging Medical Humanism and Technology" 2010.
- ✓ Reconstrucción de espectros en equipos de mamografía mediante las técnicas MTSVD y Tikhonov. 36ª Reunión anual de la Sociedad Nuclear Española. Santiago de Compostela 2010.
- ✓ Application of the Tikhonov unfolding method for reconstruction of primary x-ray spectra of x-ray equipments with germanium detector. Joint International Conference on Supercomputing in Nuclear Applications and Monte Carlo 2010 (SNA + MC2010). Hitotsubashi Memorial Hall, Tokyo, Japan, October 17-21, 2010.
Publicación pendiente de revisión por pares en "Progress in Nuclear Science and Technology".

11. AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradecer al Instituto de Seguridad Industrial, Radiofísica y Medioambiental (ISIRYM) la oportunidad de colaborar en labores de investigación. En especial, a Gumer, Pepe y Sergio, porque sin su ayuda no hubiera sido posible desarrollar dicho trabajo.

También al Departamento de Ingeniería Química y Nuclear, encargado de impartir el Máster de Seguridad Industrial y Medio Ambiente, al cual pertenece dicha tesis.

A la Sociedad Nuclear Española por ofrecerme una beca para desarrollar estudios de posgrado dentro de la rama nuclear.

12. BIBLIOGRAFÍA

Amptek, 2009

Amptek web site. 2009, <http://www.amptek.com>

Birch, 1979

Birch R., Marshall M. *Computation of Bremsstrahlung X-ray spectra and a comparison with spectra measured with a Ge(Li) detector*. Phys. Med. Boil., 24, 3, 505-517, 1979.

Birch, 1979

Birch R., Marshall M., Ardran G. M., *Catalogue of spectral data for diagnostic X-rays*. HPA Scientific Report Series, 30, 1979.

Briesmeister, 2000

Briesmeister J. F., *MCNP - A General Monte Carlo N-Particle Transport Code, Version 4C*, LA-13709-M, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico, April 2000.

Canberra, 2009

Canberra web site. 2009, <http://www.canberra.com>

Chan, 2000

Chan T., Marquina A., Mulet P., *High-order total variation-based image restoration*. SIAM J. Sci. Comput., 22, 2, 503-516, 2000.

Forsythe, 1976

Forsythe E., Malcolm M. A., Moler C. B., *Computer Methods for Mathematical Computations*. Prentice-Hall, 1976.

Gallardo, 2004a

Gallardo S., Ródenas J., Verdú G., *Monte Carlo simulation of the Compton scattering technique applied to characterise diagnostic X-ray spectra*. Medical Physics, 31, 7, 2082-2090, 2004.

Gallardo, 2004b

Gallardo S., Verdú G., Ródenas J., Villaescusa J. I., *Application of unfolding techniques to obtain an X-ray primary spectrum*. 11th International Congress of the International Radiation Protection Association. Madrid, 2004.

Gallardo, 2004c

Gallardo S., Ródenas J., Verdú G., Villaescusa J. I., *Analysis of shielding materials in a Compton Spectrometer applied to X-ray tube Quality Control*. 10th International Conference on Radiation Shielding and Radiation Protection & Shielding Topical. ICRS10 / RPS-2004 Madeira. Portugal, 2004.

Golub, 1996

Golub G. H., Van Loan C. F., *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press. Third edition. 1996.

Hadamard, 1923

Hadamard, J., *Lectures on Cauchy's problem in Linear Differential Equations*, Yale University Press, New Haven, 1923.

Hansen, 1992

Hansen P. C., Sekii T., Shibabhashi H., *The modified truncated SVD method for regularization in general form*, SIAM J. Sci. Comput., 13, 1142-1150, 1992.

Hansen, 1998

Hansen C., *Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems*, SIAM. Philadelphia. 1998.

IPEM 78

IPEM Report 78, *Catalogue of Diagnostic X-Ray Spectra & Other Data*, Institute of Physics and Engineering in Medicine.

ISO 4037

ISO 4037-1. X and gamma reference radiation for calibrating dosimeters and doserate meters and for determining their response as a function of photon energy. Part I: Radiation characteristics and production methods.

Kluson, 2001

Kluson J., *Environmental monitoring and in situ gamma spectrometry*. Radiation Physics and Chemistry, 61, 209-216, 2001.

Knoll, 2000

G. F. Knoll, "Radiation detection and measurement", 2000.

Marquina, 2000

Marquina A., Osher S., *Explicit algorithms for a new time dependent model based on level set motino for nonlinear deblurring and noise removal*. SIAM J. Sci. Comput., 22, 2, 387-405, 2000.

MNCPS

X-5 MONTE CARLO TEAM, "MCNP – A General Monte Carlo N-particle Transport Code, Version 5" LA-UR-03-1987, Los Alamos National Laboratory, April, 2003.

NIST

X-Ray Attenuation and Absorption for Materials of Dosimetric Interest. National Institute of Standards and Technology. NIST.

Protocolo Español de control de calidad en radiodiagnóstico

Protocolo Español sobre los aspectos técnicos del control de calidad en Radiodiagnóstico. SEFM-SEPR. 2002.

RTI, 1994

Spectra-X –x-ray spectrum analyser. Compton spectrometer tube. RTI Electronics. Sweden, 1994.

Rudin, 1992

Rudin L. I., Osher S., Fatemi E., *Nonlinear total variation based noise removal algorithm.* Physica D, 60, 259-268, 1992.

Tikhonov, 1977

Tikhonov, A. N. and Arsenin, V. Y., 1977. *Solutions of ill-Posed Problems.* Winston Publishers. Washington D.C.

Vogel, 1996

Vogel C. R., Oman M. E., *Iterative methods for total variation denoising.* Sci. Comput., 17, 1, 227-238, 1996.

Weickert, 1998

Weickert J., ter Haar Romeny B. M., Viergever M. A., *Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering,* IEEE Transactions on Image Processing; 7, 3, 398-410, 1998.

Weickert, 2001

Weickert J., *Efficient image segmentation using partial differential equations and morphology,* Pattern recognition, 34, 1813-1824, 2001.

Yaffe, 1976

Yaffe M., Taylor K. W., Johns H. E., *Spectroscopy of diagnostic X-rays by a Compton scatter method.* Med. Phys., 3, 328-334, 1976.

Zevallos-Chávez, 2001

Zevallos-Chávez J. Y., da Cruz M. T. F., Martins M. N., Likhachev V. P., Zamboni C. B., Camargo S. P., Genezini F. A., Medeiros J. A. G., Hindi M. M., *Response function of a Germanium detector to photon energies between 6 and 120 keV.* Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 457, 212-219, 200

13. ANEXO I

En este apartado se van a mostrar todas las gráficas obtenidas tras aplicar los tres métodos de reconstrucción a todos los espectros primarios estudiados.

Así se muestran en primer lugar las gráficas para el detector de Ge y el método MTSVD para los espectros extraídos del IPEM 78 con variación de voltaje, de espesor de filtrado de Al y de ángulo de ánodo.

Después se muestran las mismas gráficas para el detector de CdTe y para finalizar las del detector de Si con variación del voltaje y del material del ánodo.

Estas gráficas se repiten para el método DSVD y el método Tikhonov.

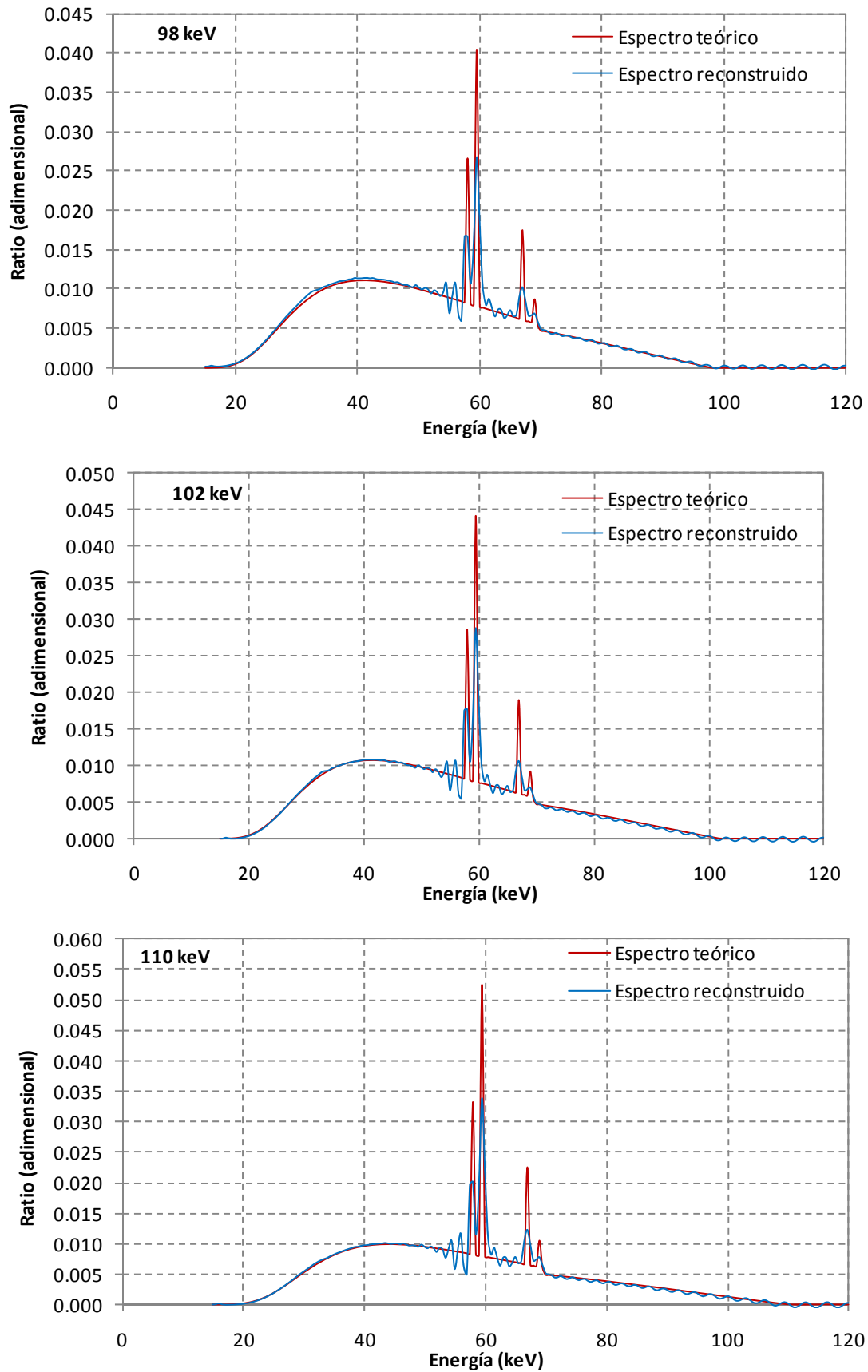


Figura I.1. Reconstrucción espectros de Tungsteno 12 , 5 mm de Al y distintos voltajes, Ge y MTSVD.

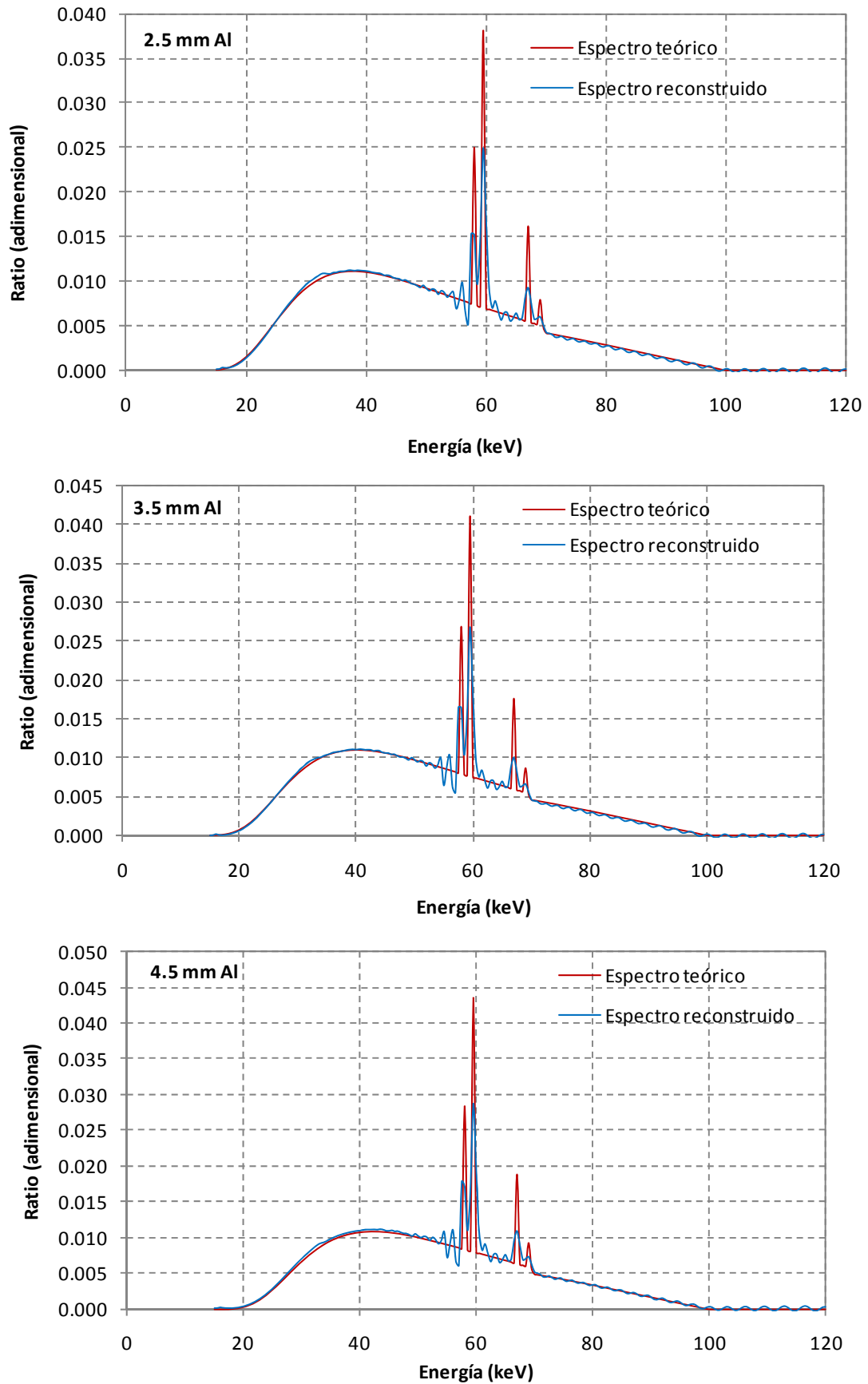


Figura I.2. Reconstrucción espectros de Tungsteno 12°, 100 keV y distintos filtros de Al, Ge y MTSVD.

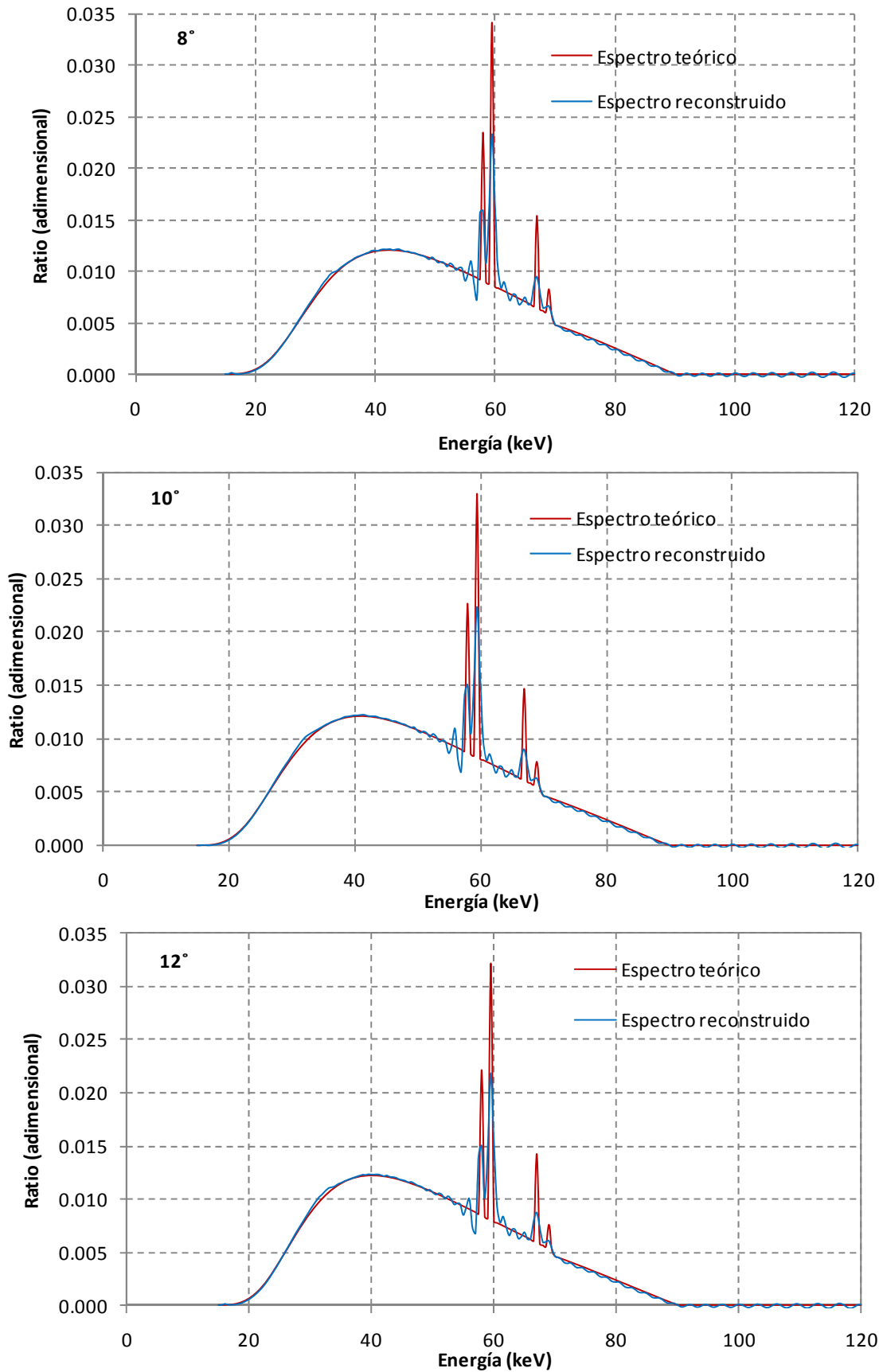


Figura I.3. Reconstrucción espectros de Tungsteno, 2 mm de Al, 90 keV y distintos ángulos de ánodo, Ge y MTSVD.

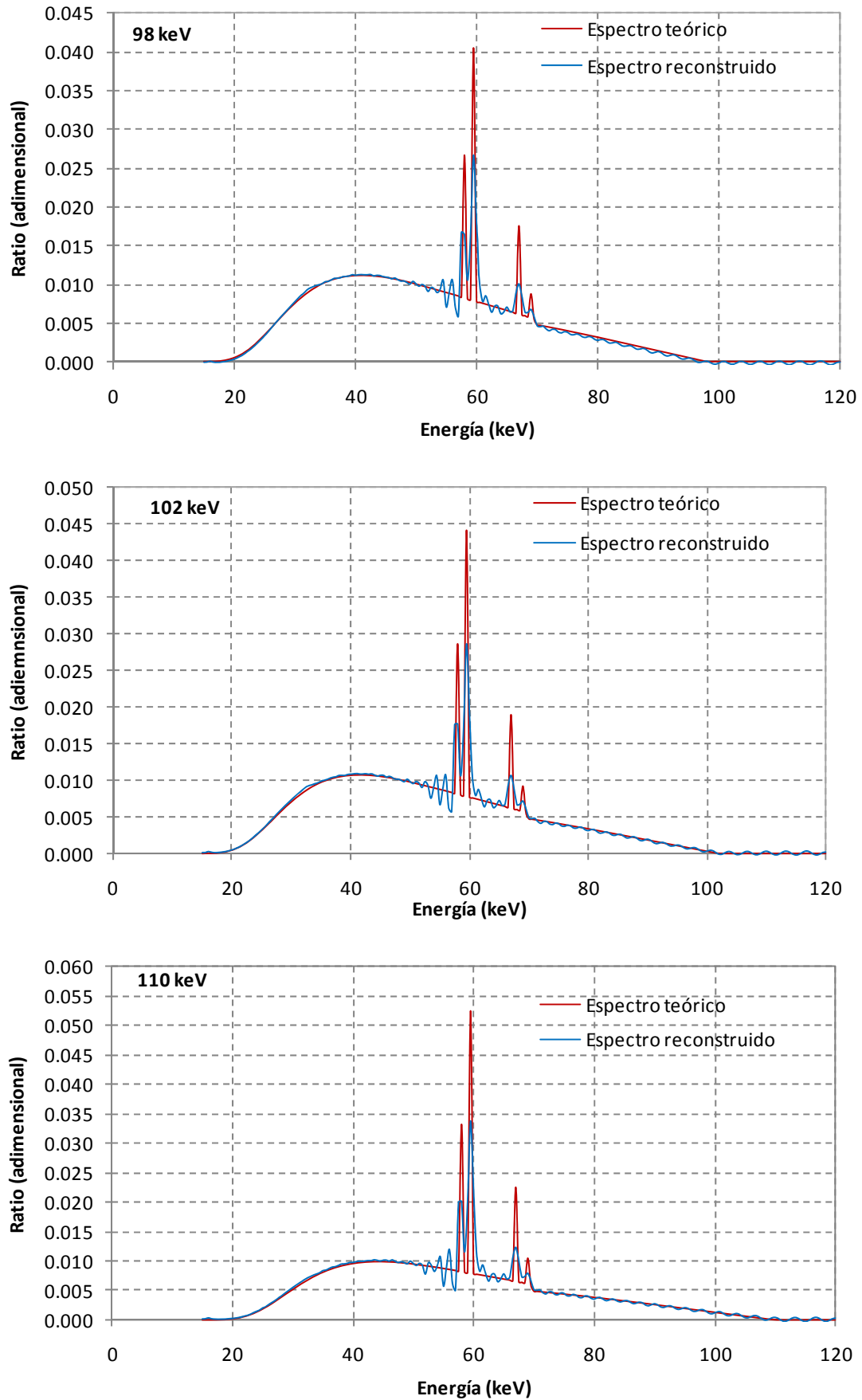


Figura I.4. Reconstrucción espectros de Tungsteno 12°, 5 mm de Al y distintos voltajes, CdTe y MTSVD.

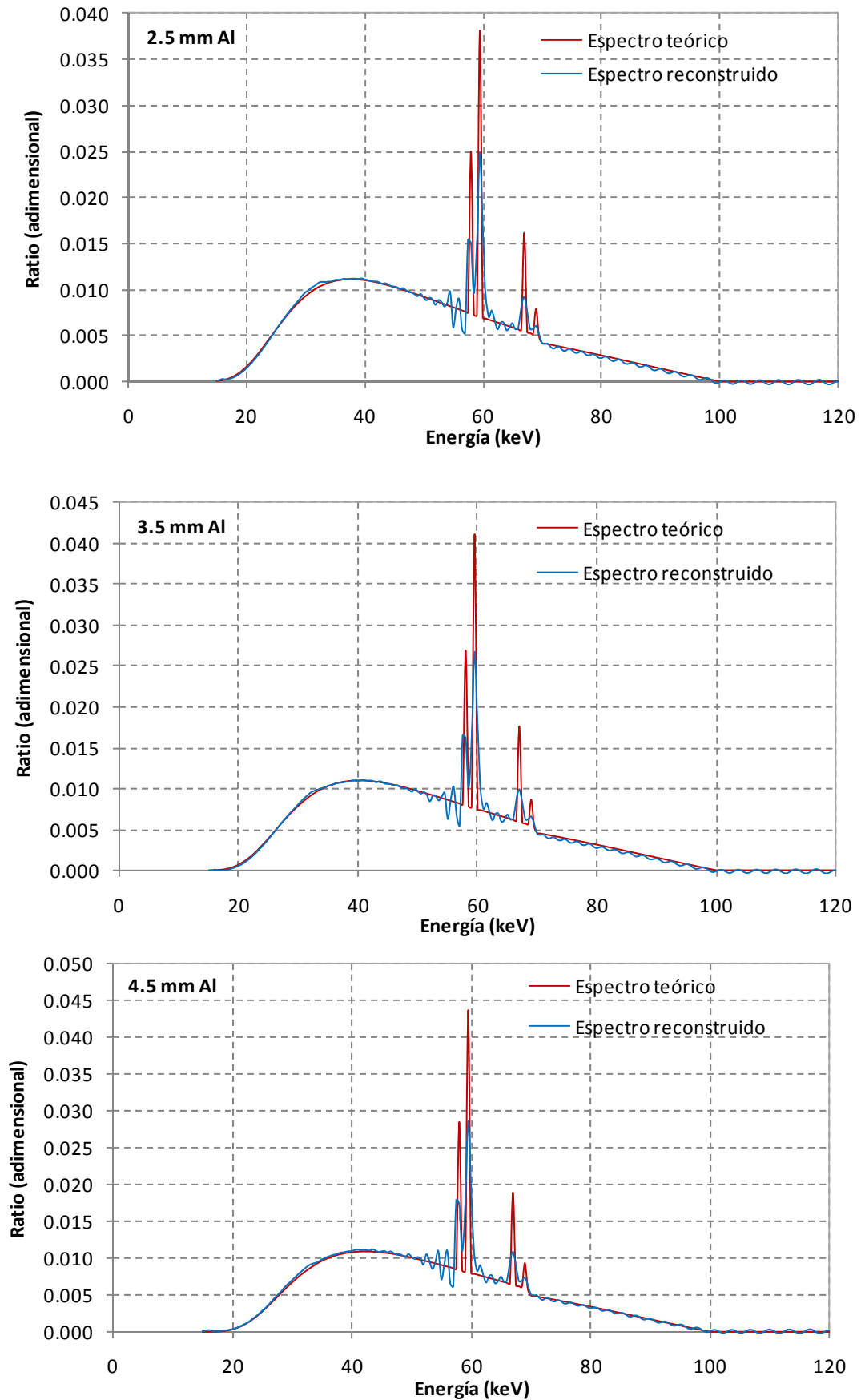


Figura I.5. Reconstrucción espectros de Tungsteno 12°, 100 keV y distintos filtros de Al, CdTe y MTSVD.

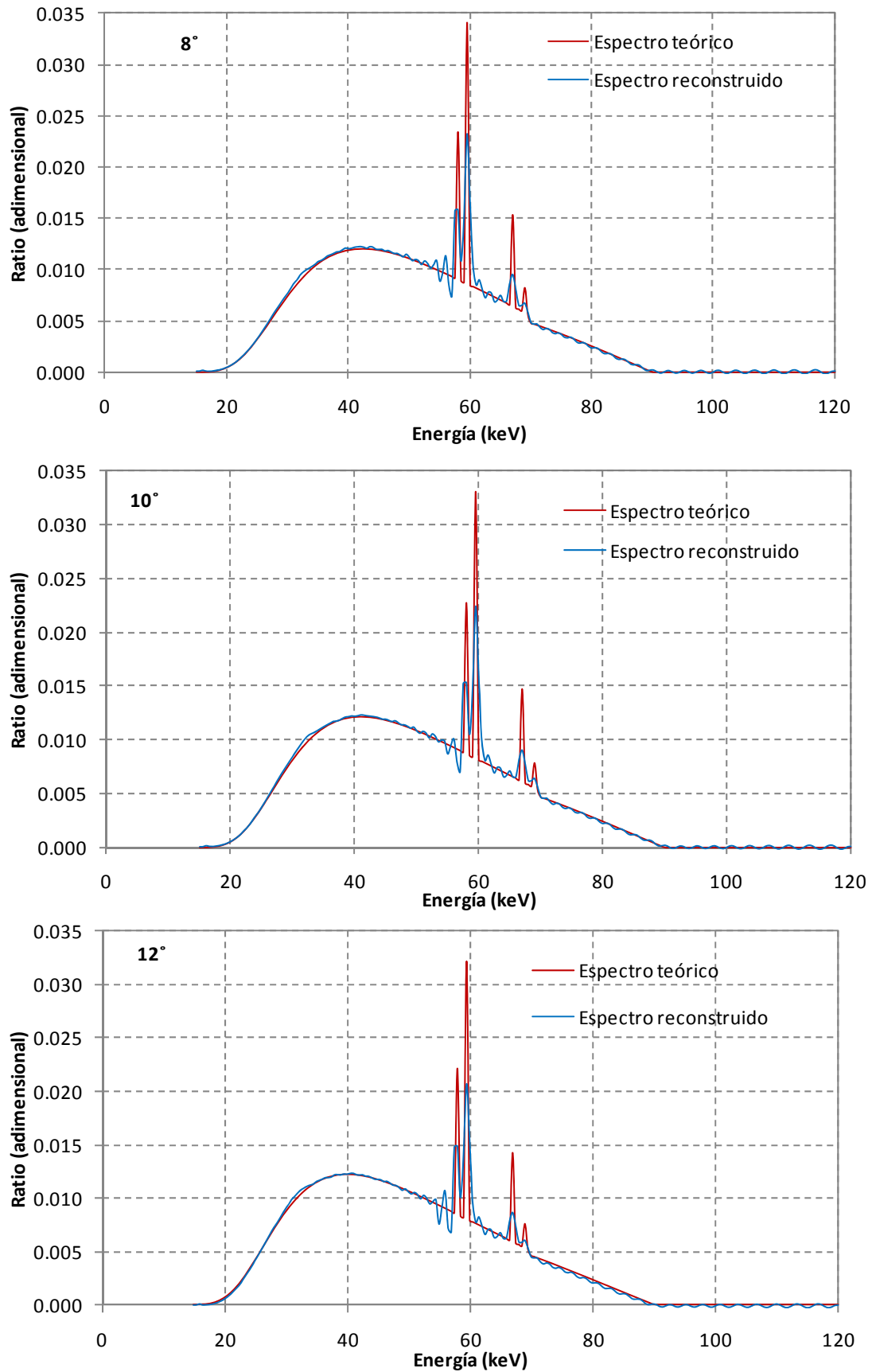


Figura I.6. Reconstrucción espectros de Tungsteno, 2 mm de Al, 90 keV y distintos ángulos de ánodo, CdTe y MTSVD.

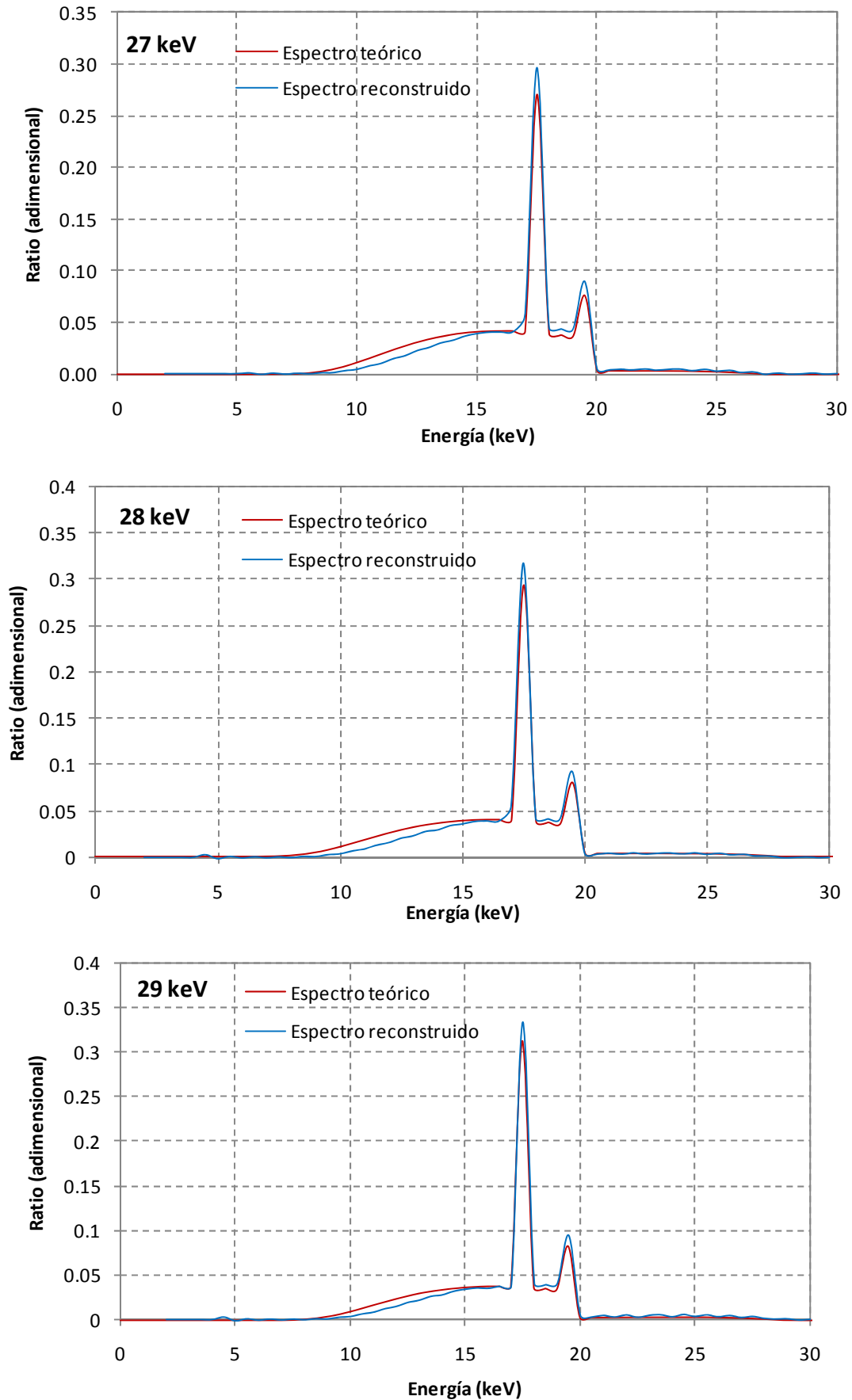


Figura I.7. Reconstrucción espectros de Molibdeno 9° , 4 mm de Al y distintos voltajes, Si y MTSVD.

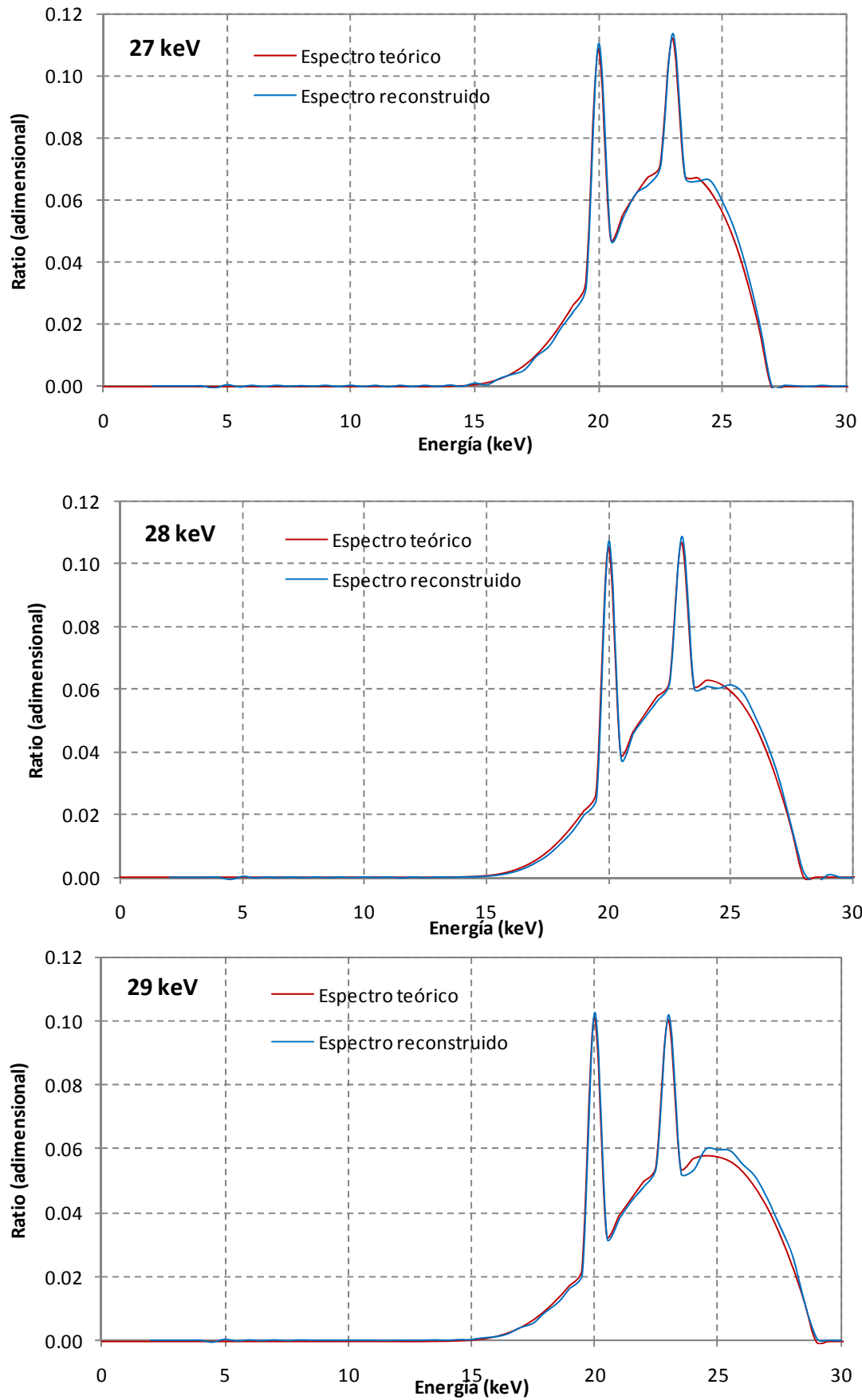


Figura I.8. Reconstrucción espectros de Rodio 9°, 4 mm de Al y distintos voltajes, Si y MTSVD.

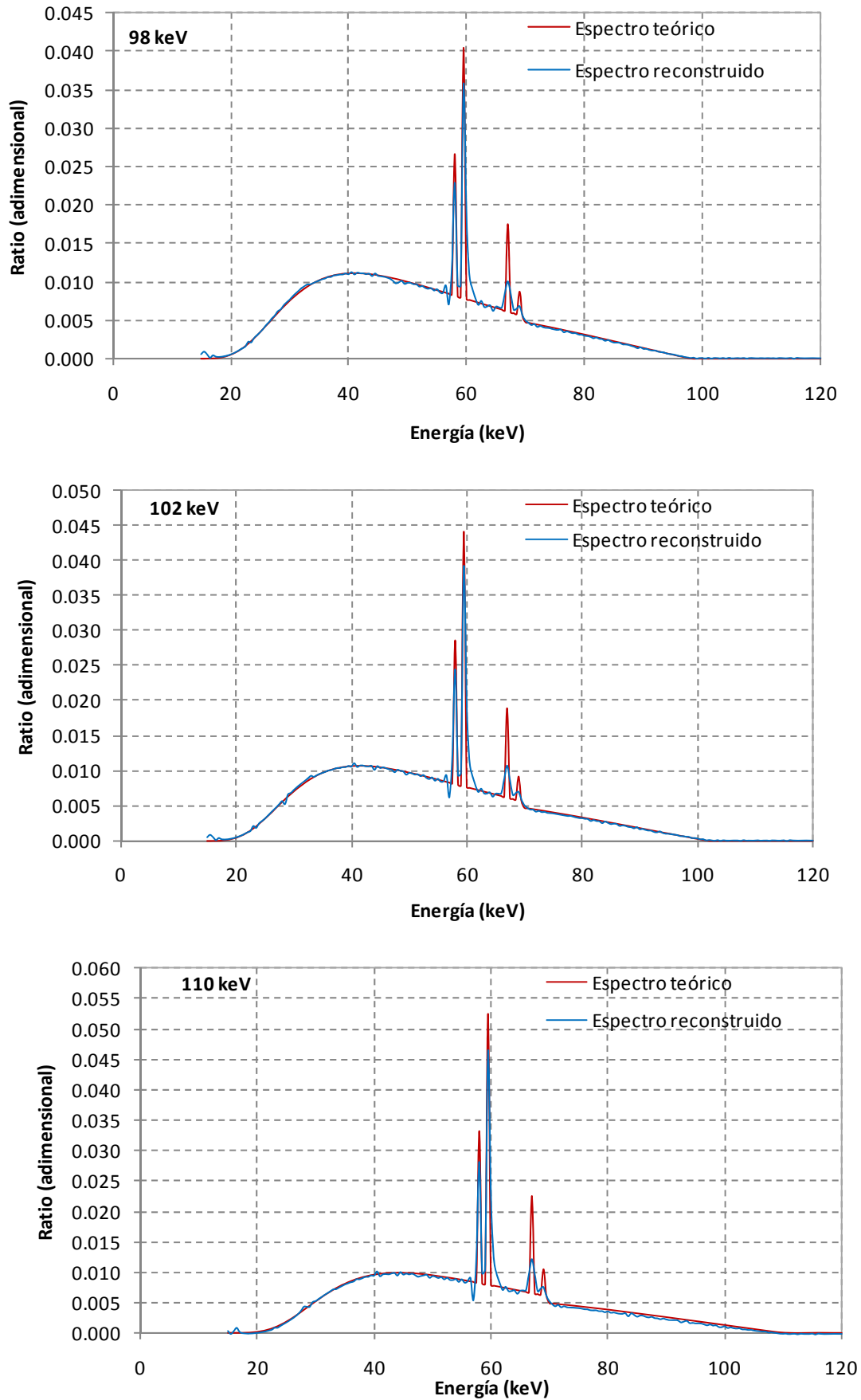


Figura I.9. Reconstrucción espectros de Tungsteno 12°, 5 mm de Al y distintos voltajes, Ge y DSVD.

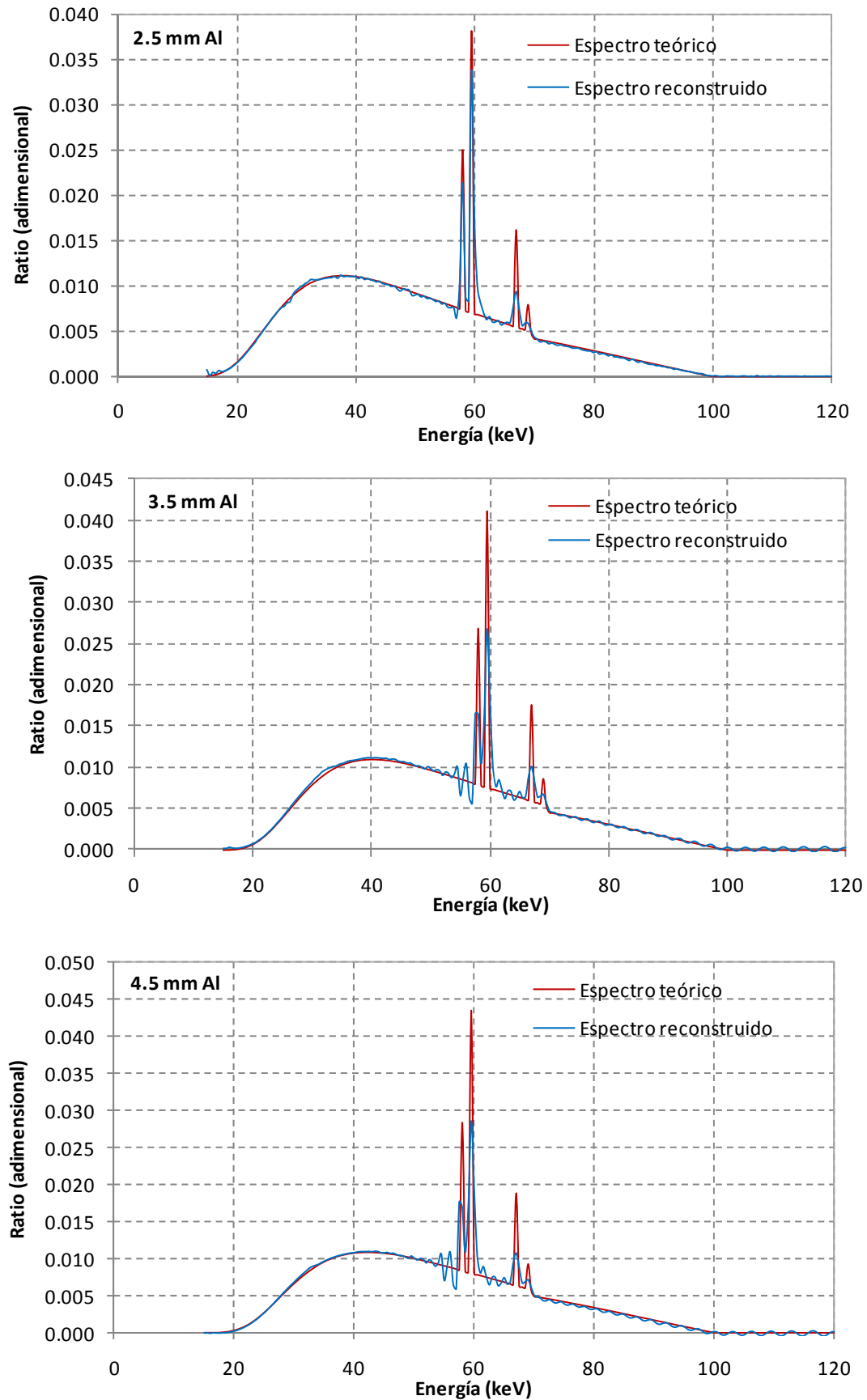


Figura I.10. Reconstrucción espectros de Tungsteno 12°, 100 keV y distintos filtros de Al, Ge y DSVD.

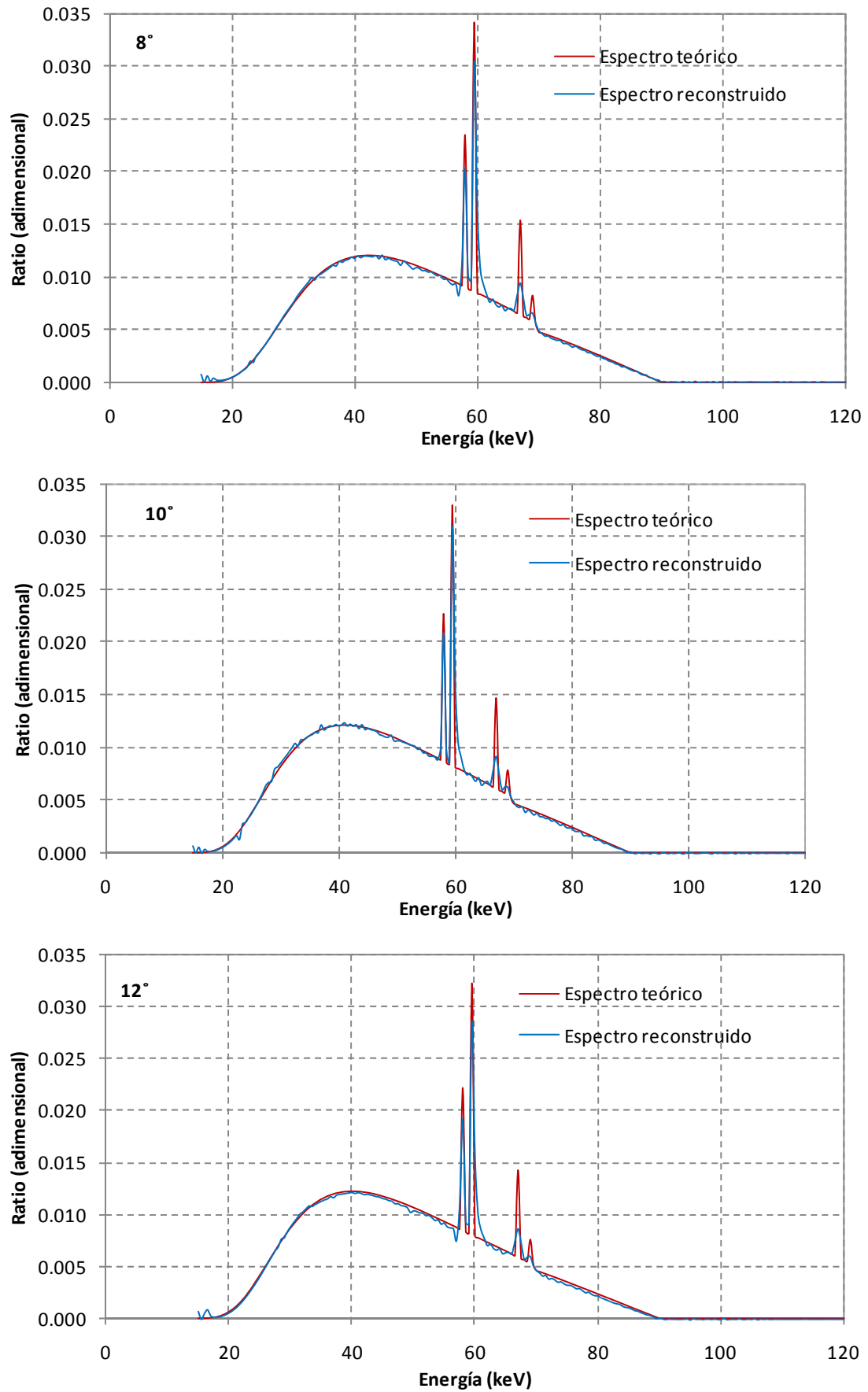


Figura I.11. Reconstrucción espectros de Tungsteno, 2 mm de Al, 90 keV y distintos ángulos de ánodo, Ge y DSVD.

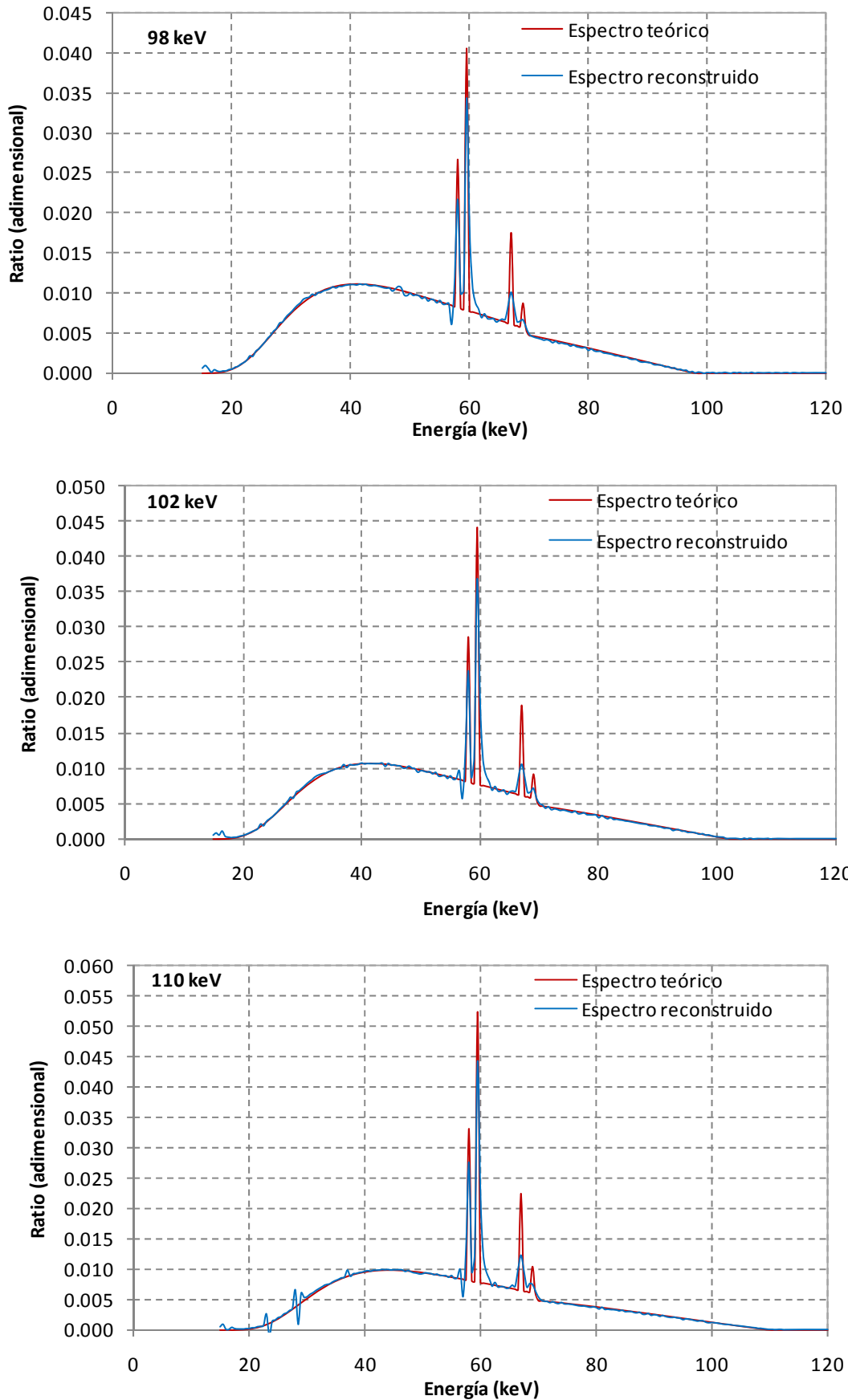


Figura I.12. Reconstrucción espectros de Tungsteno 12° , 5 mm de Al y distintos voltajes, CdTe y DSVD.

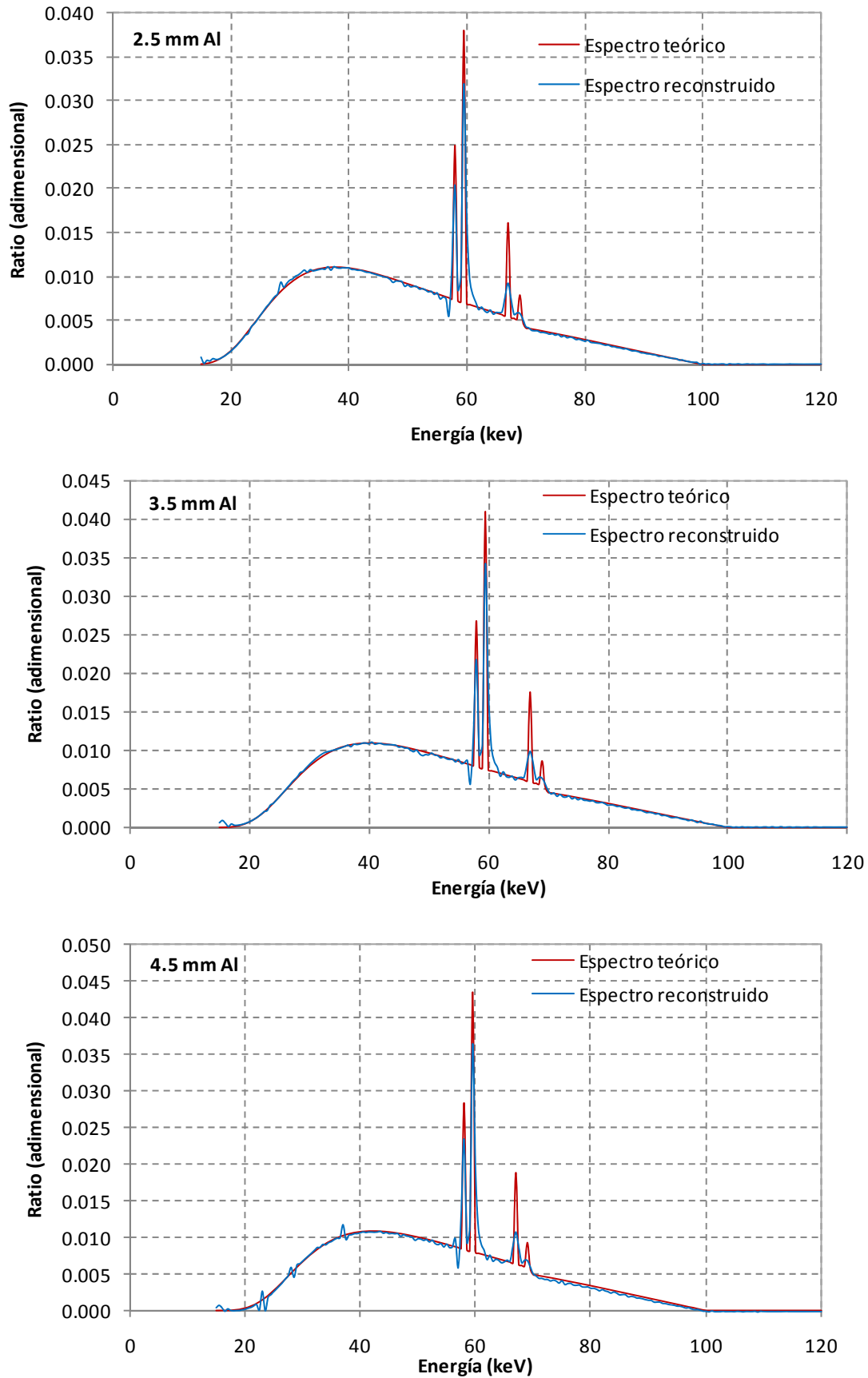


Figura I.13. Reconstrucción espectros de Tungsteno 12°, 100 keV y distintos filtros de Al, CdTe y DSVD.

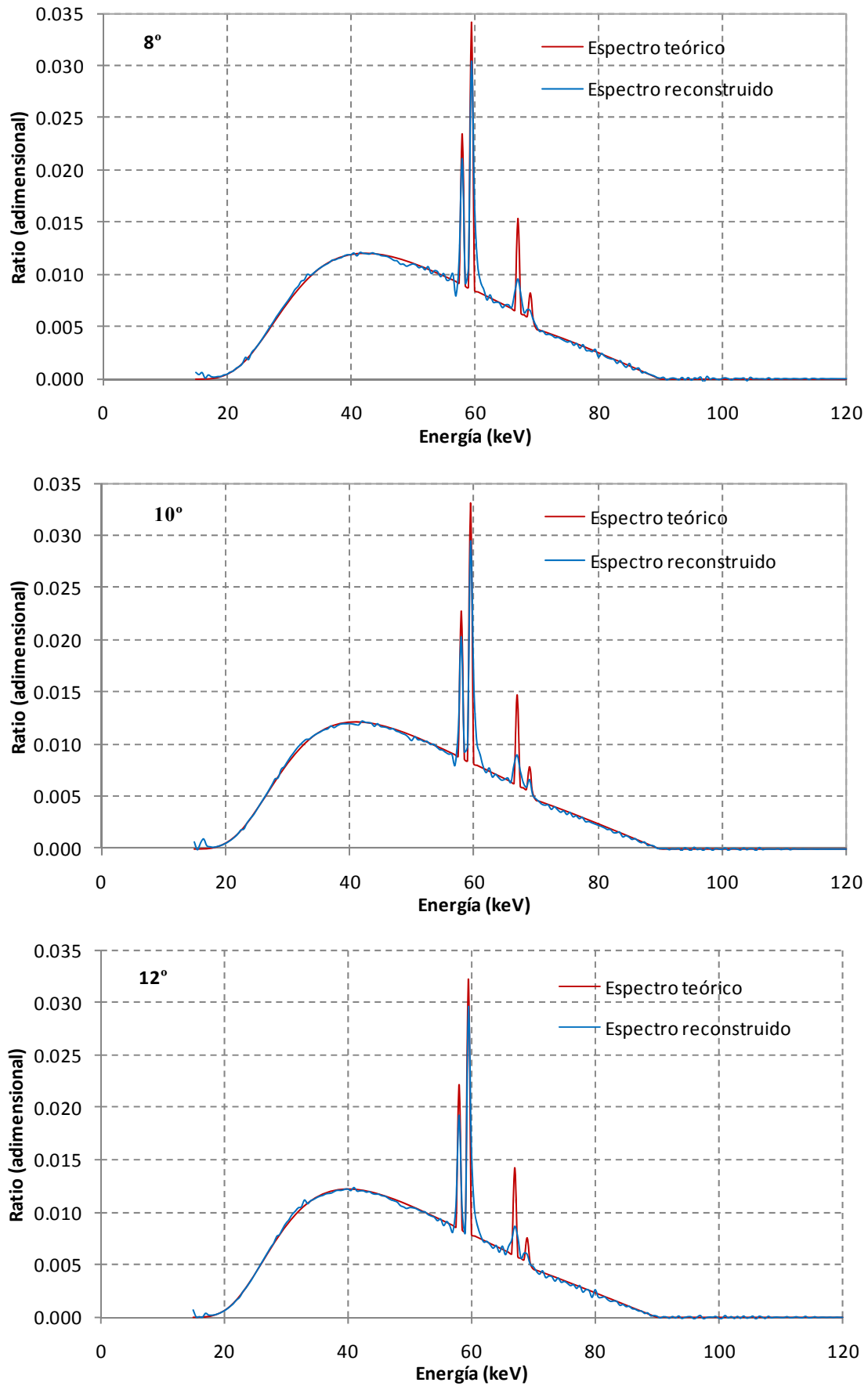


Figura I.14. Reconstrucción espectros de Tungsteno, 2 mm de Al, 90 keV y distintos ángulos de ánodo, CdTe y DSVD.

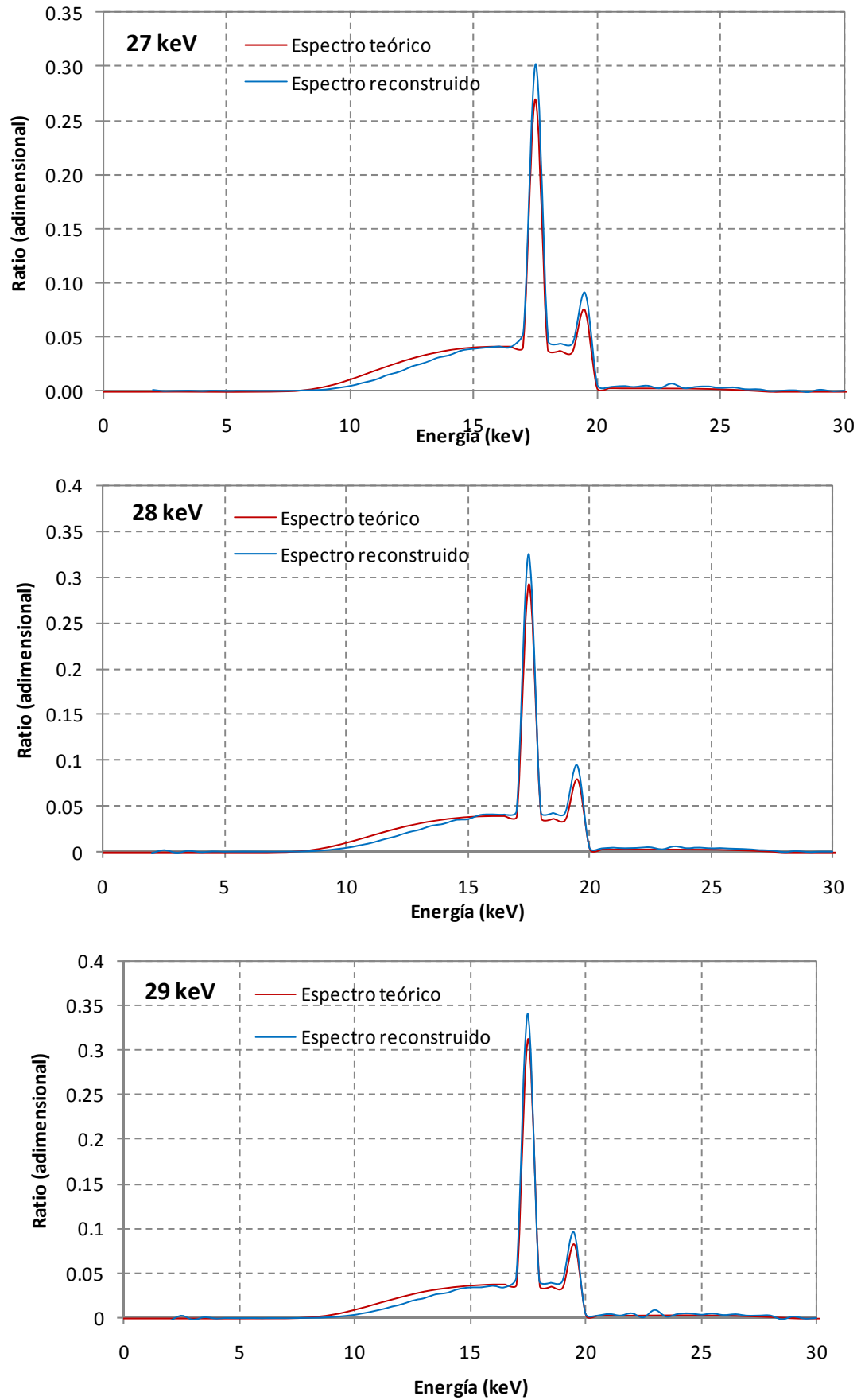


Figura I.15. Reconstrucción espectros de Molibdeno 9° , 4 mm de Al y distintos voltajes, Si y DSVD.

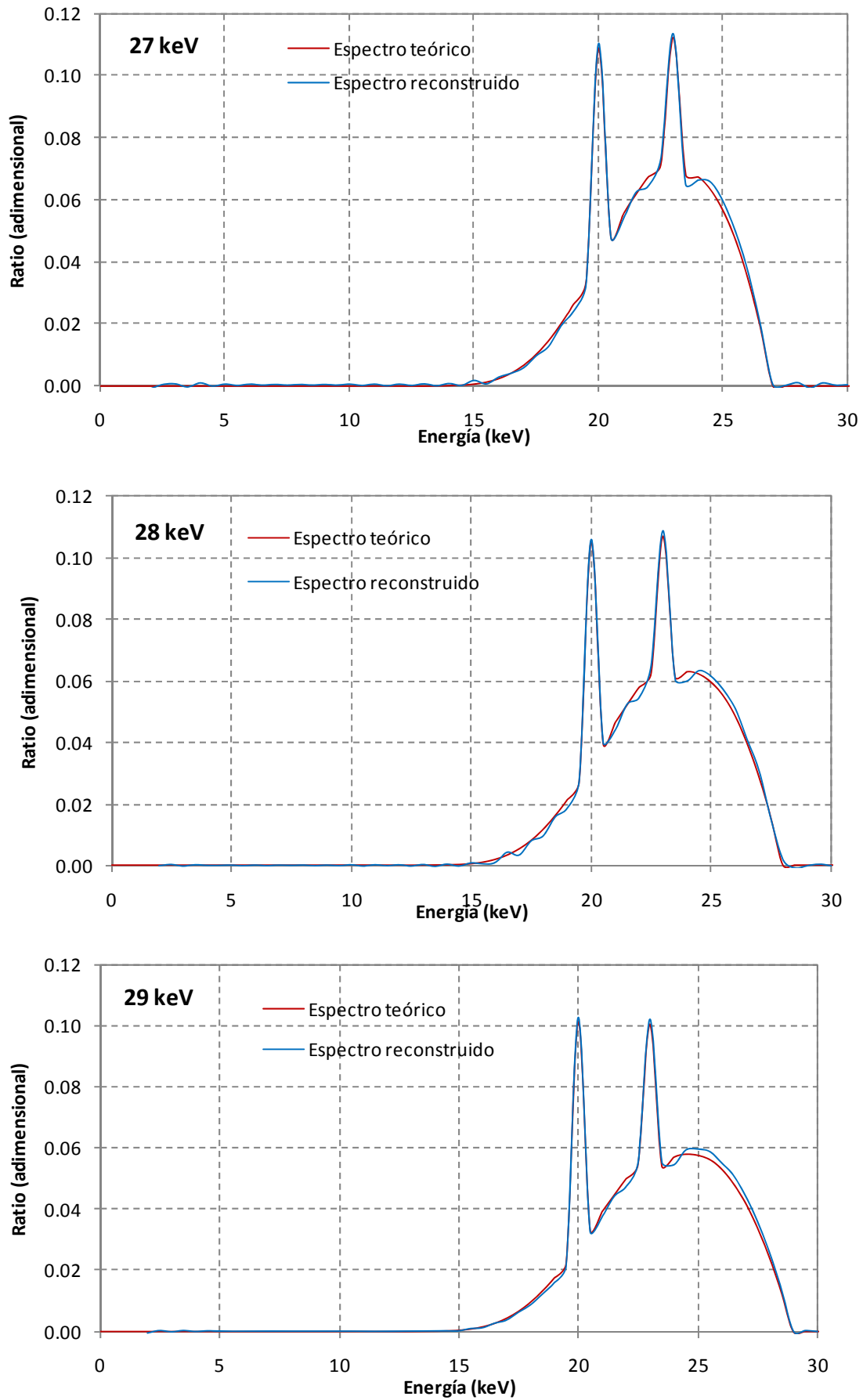


Figura I.16. Reconstrucción espectros de Rodio 9° , 4 mm de Al y distintos voltajes, Si y DSVD.

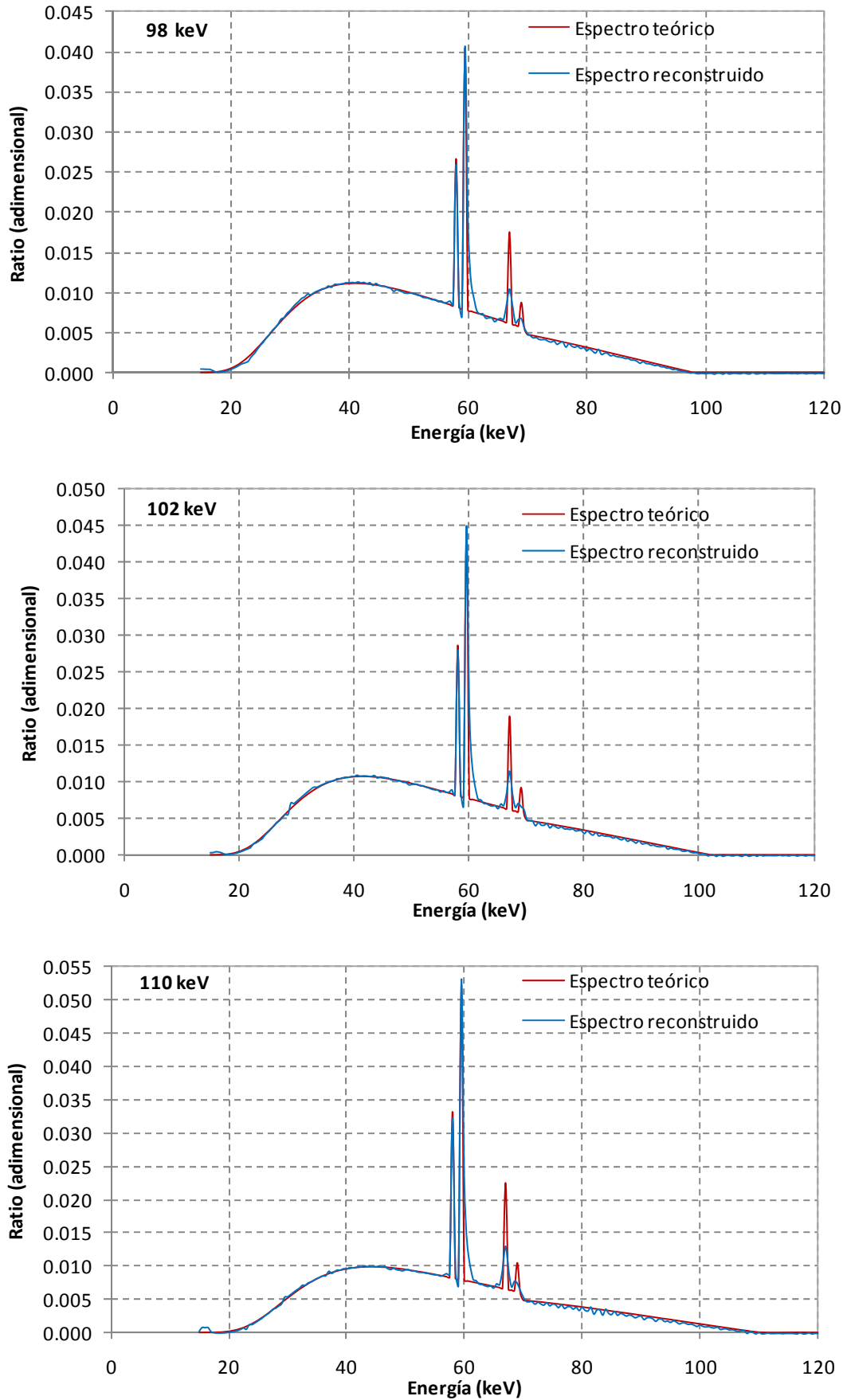


Figura I.17. Reconstrucción espectros de Tungsteno 12° , 5 mm de Al y distintos voltajes, Ge y Tikhonov.

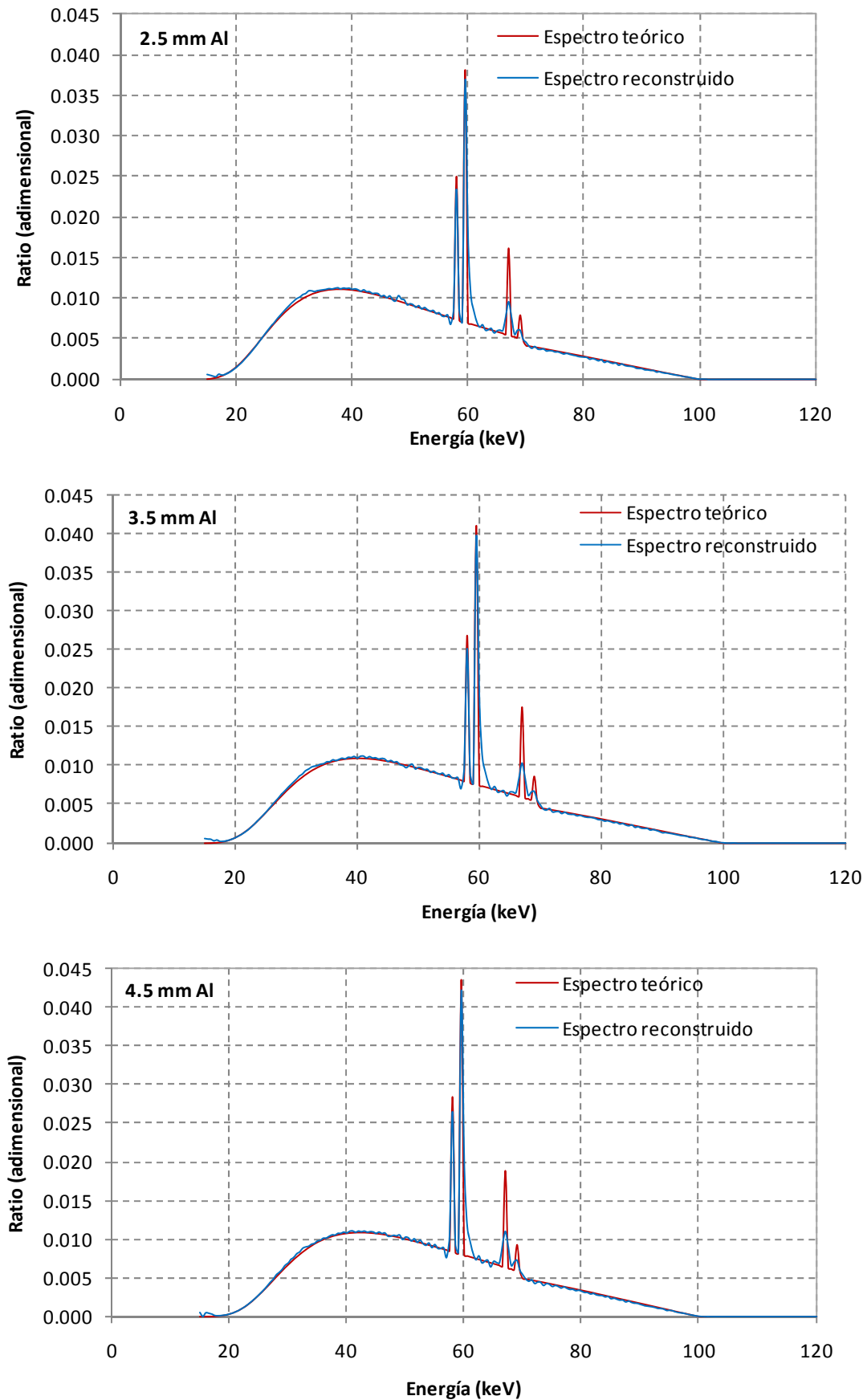


Figura I.18. Reconstrucción espectros de Tungsteno 12° , 100 keV y distintos filtros de Al, Ge y Tikhonov.

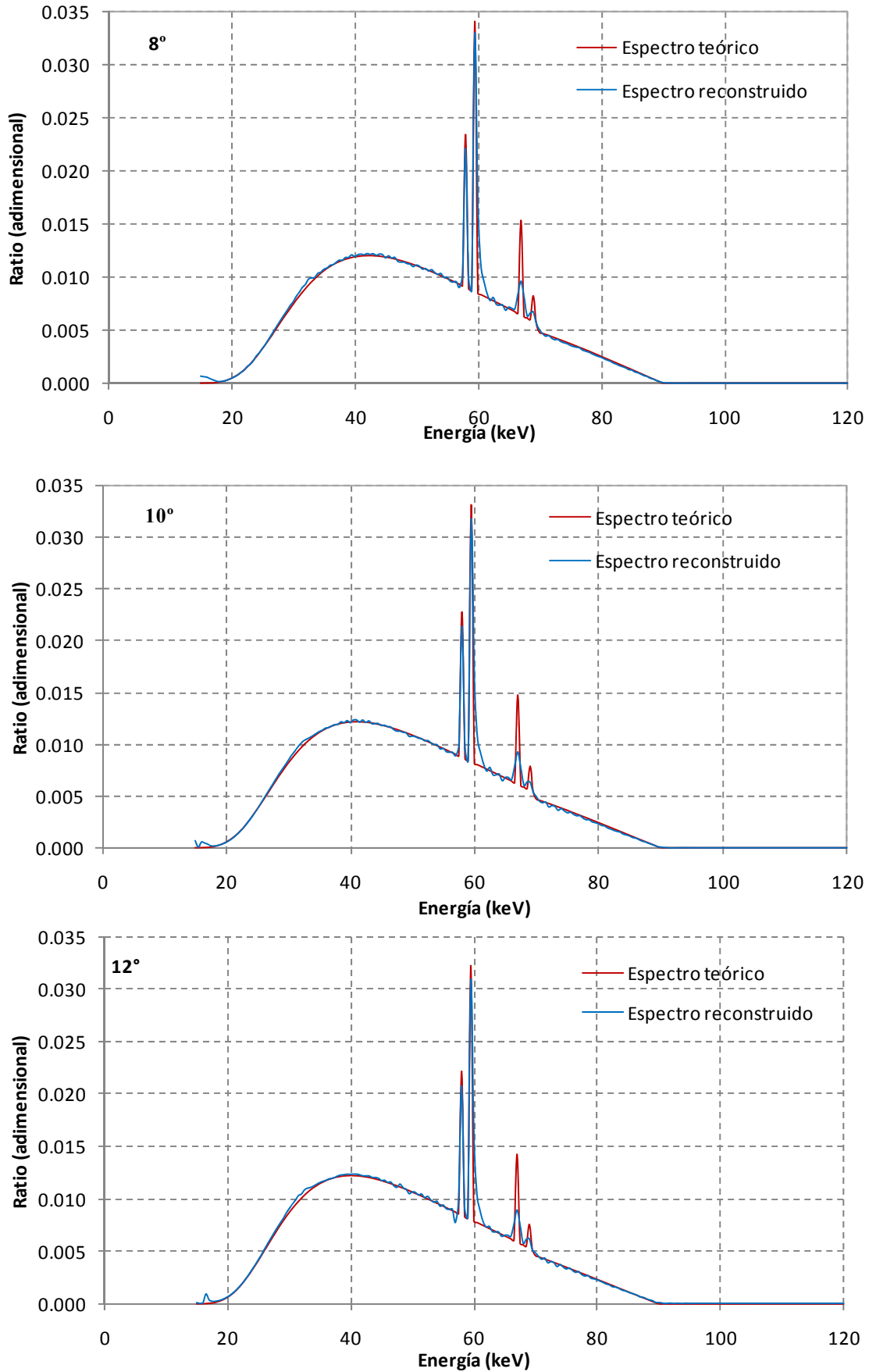


Figura I.19. Reconstrucción espectros de Tungsteno, 2 mm de Al, 90 keV y distintos ángulos de ánodo, Ge y Tikhonov.

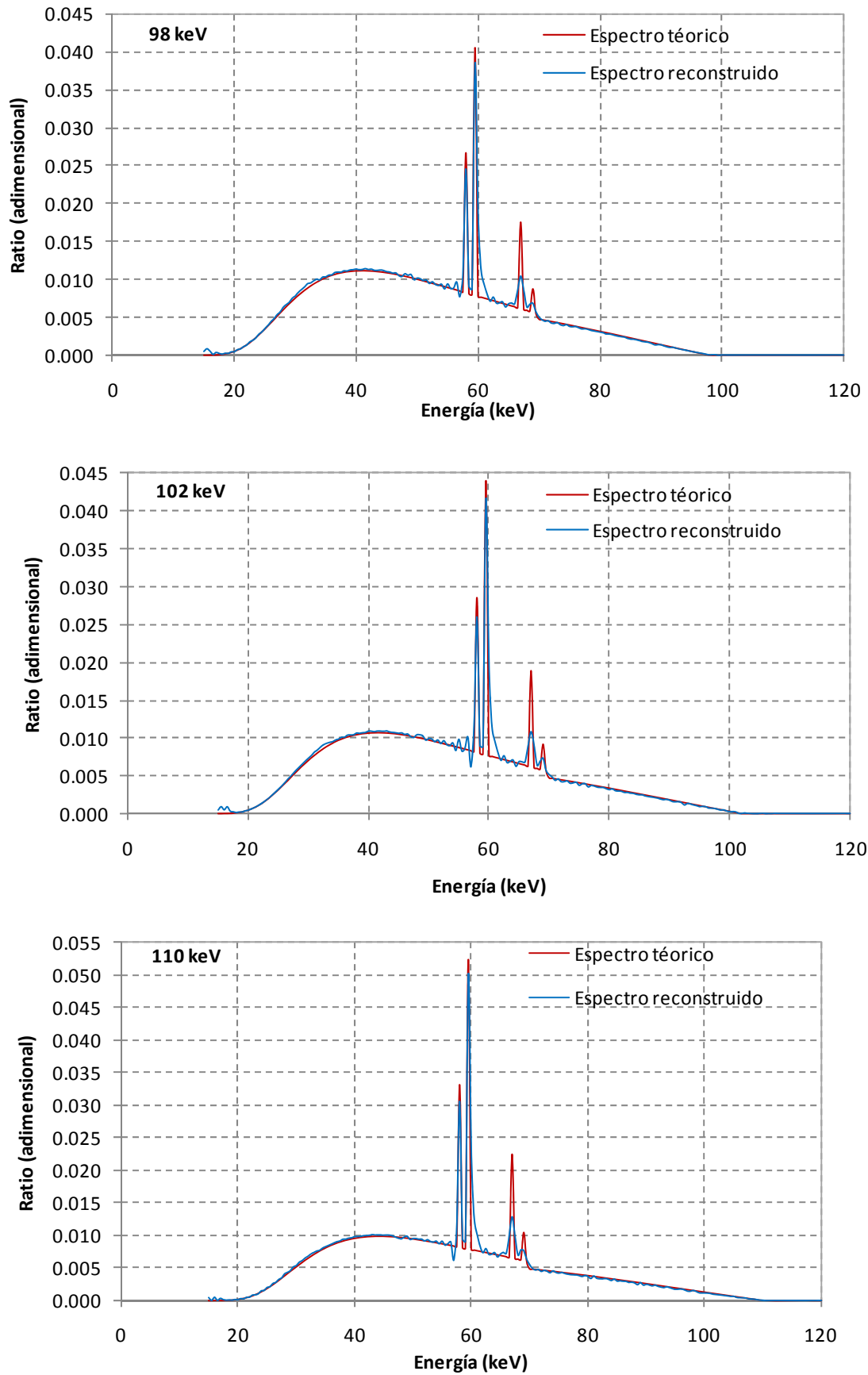


Figura I.20. Reconstrucción espectros de Tungsteno 12° , 5 mm de Al y distintos voltajes, CdTe y Tikhonov.

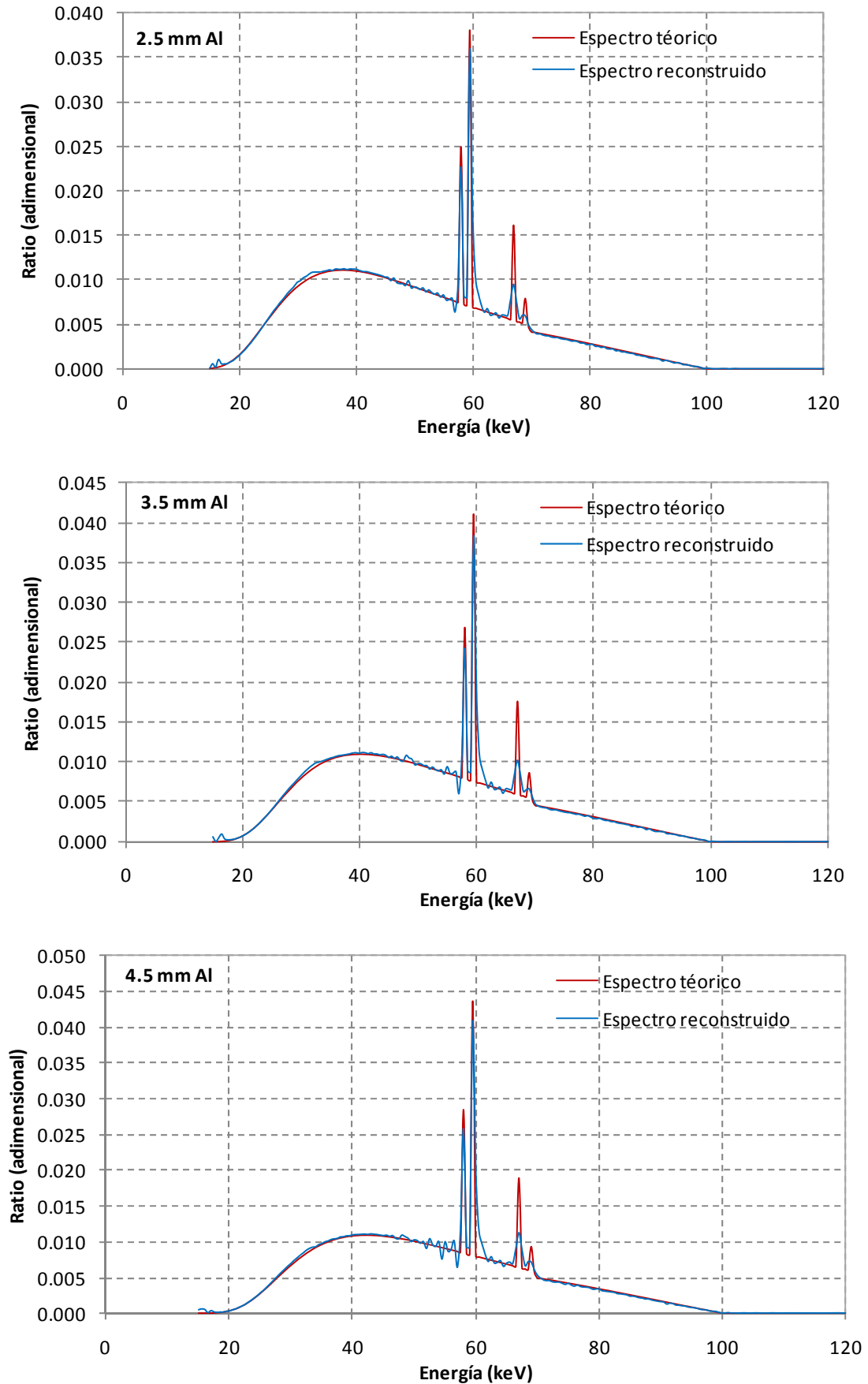


Figura I.21. Reconstrucción espectros de Tungsteno 12 , 100 keV y distintos filtros de Al, CdTe y Tikhonov.

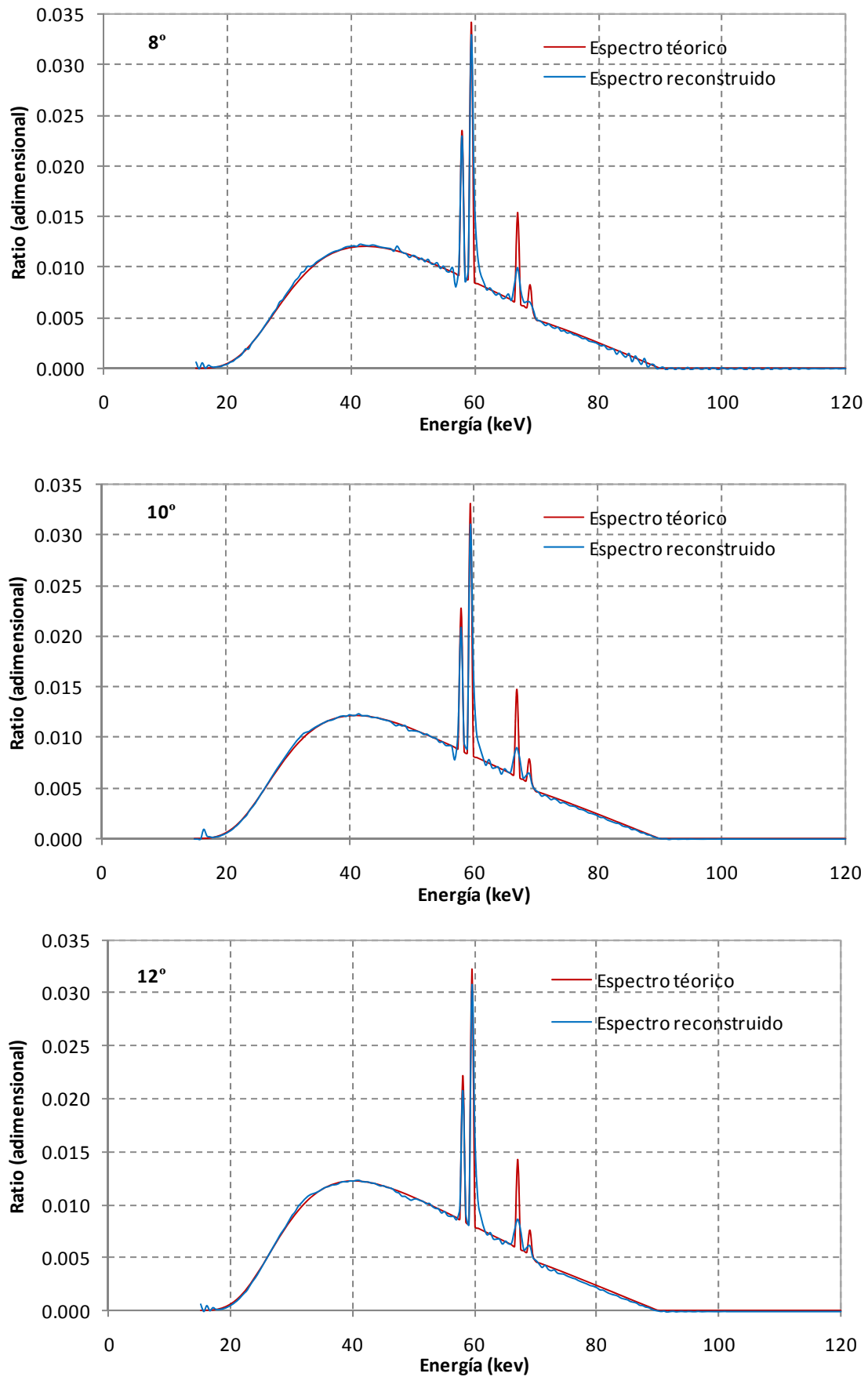


Figura I.22. Reconstrucción espectros de Tungsteno, 2 mm de Al, 90 keV y distintos ángulos de ánodo, CdTe y Tikhonov.

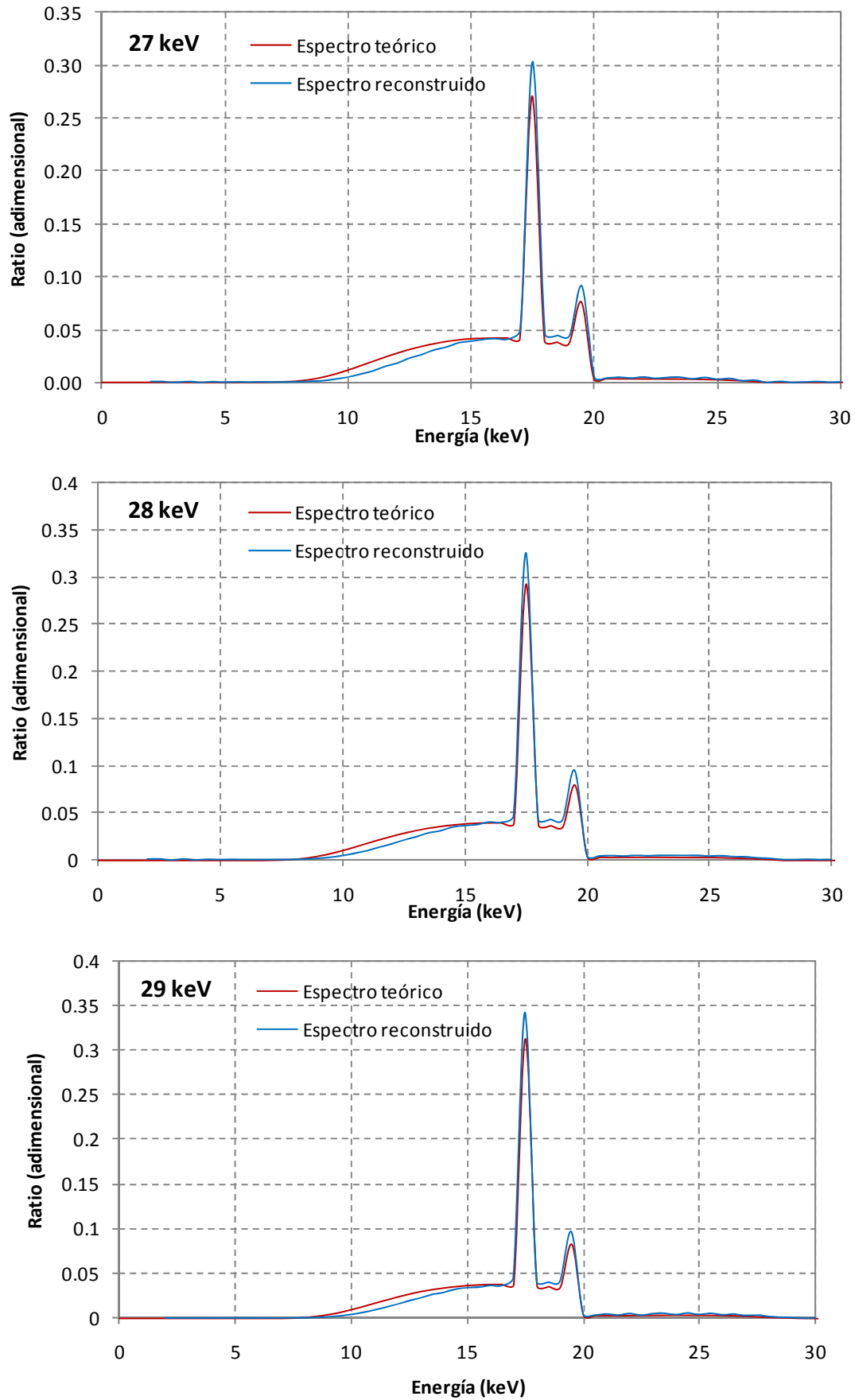


Figura I.23. Reconstrucción espectros de Molibdeno 9° , 4 mm de Al y distintos voltajes, Si y Tikhonov.

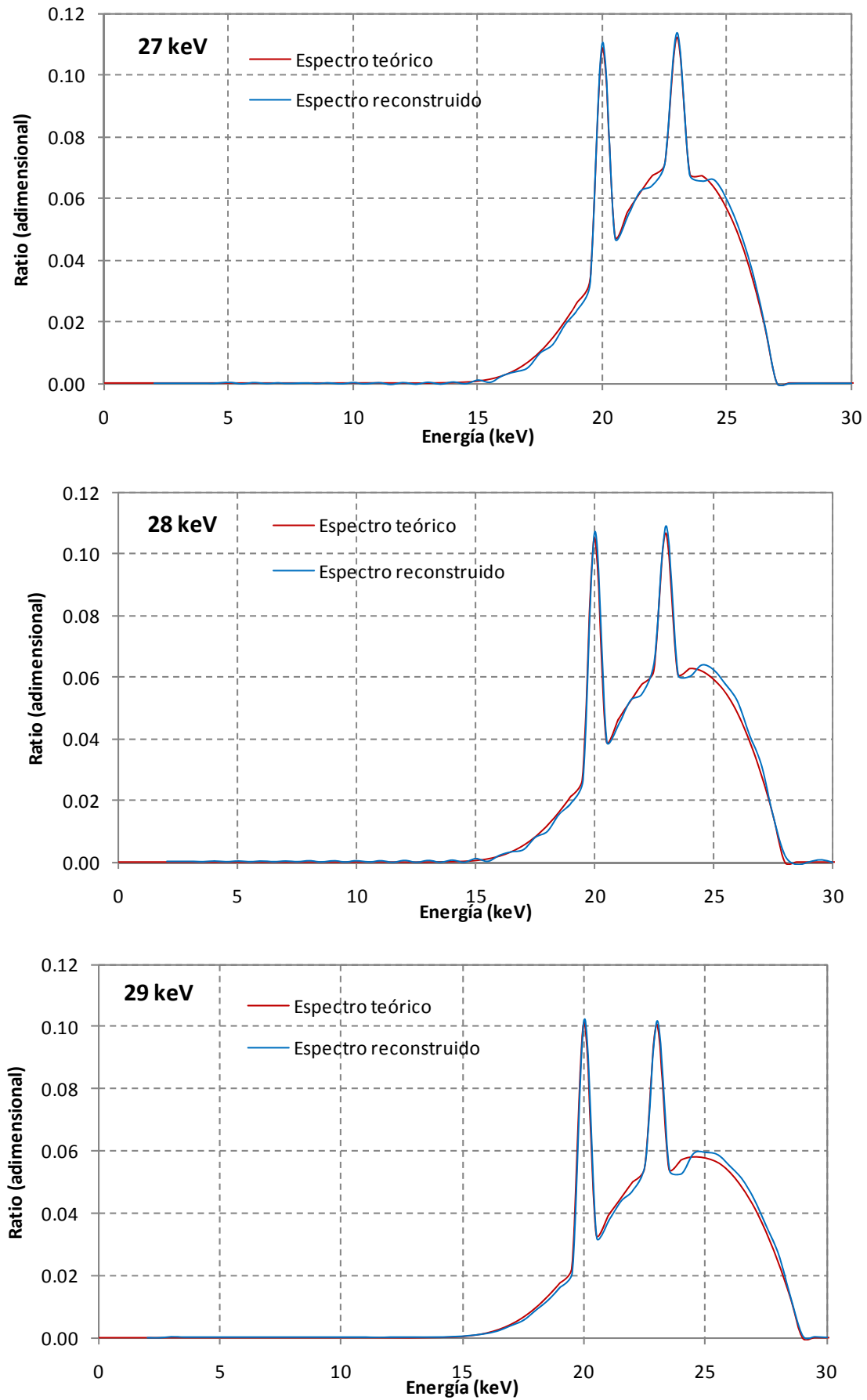


Figura I.24. Reconstrucción espectros de Rodio 9° , 4 mm de Al y distintos voltajes, Si y Tikhonov.