



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

Transformadas *Wavelet* no diezmadas para  
reducción de ruido y detección de señales:  
Aplicaciones en Evaluación No Destructiva por  
Ultrasonidos

Emilia Pardo Gómez

MEMORIA DE TESIS DOCTORAL

Directores: José Luis San Emeterio Prieto

Miguel Ángel Rodríguez Hernández

Julio 2011

Departamento de Comunicaciones

Universitat Politècnica de València





UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



Este trabajo se ha desarrollado en colaboración entre el Instituto de Acústica del CSIC y el Departamento de Comunicaciones de la Universitat Politècnica de València.

Valencia, Julio de 2011



*A mis padres*



## Agradecimientos

Quiero expresar mi agradecimiento a todas aquellas personas que me han apoyado a lo largo de este tiempo, y que de una u otra manera han contribuido a la realización de esta tesis.

A mis directores José Luis San Emeterio y Miguel Ángel Rodríguez, por haberme dado la oportunidad de conocer el mundo de la investigación y por transmitirme sus conocimientos y consejos durante todos estos años.

A los que están o han pasado por el laboratorio de Visualización y Detección Ultrasónica del Instituto de Acústica del CSIC, en especial a Antonio Ramos, Pedro Tomás Sanz, Miguel Ángel Pinar y Halim Azbaid, por la acogida que me brindaron y por ofrecerme siempre su ayuda.

A mi querida amiga Mónica, por ser la persona excepcional que es, por su cariño, su entusiasmo contagioso y por tantos buenos ratos que pasamos juntas.

A la pandilla de la embajada, Ivonne, Julio Cesar, Iván, Luis Alberto, Susana, Balú y Ana Luz, por las charlas, los saraos, los viajes y la gastronomía, y por ser una segunda familia en Madrid.

A la gente estupenda que solía pasarse por el café de las once en el jardín, en especial a los berruñetes, Tomás, Nacho, Mercedes, Carlos y José Domingo, por contagiarme su buen humor y hacer que estos años de preparación de la tesis no me hayan parecido más que dos meses.

A Antonio por su amor, comprensión y paciencia durante todo este tiempo, y por sacarme de la ofuscación haciéndome reír con sus locuras.

Finalmente a mi familia, a mis padres Manuel y Amparo por haber dado siempre todo por la felicidad y el bienestar de sus hijos, y a mis hermanos Tere y Manuel por el apoyo moral y logístico, no sólo con la tesis... Gracias por estar siempre ahí!



## Resumen

La presente tesis doctoral se centra en el estudio de la transformada *wavelet* no diezmada (*undecimated wavelet transform*, UWT), así como en su aplicación a procesos de reducción de ruido y detección de señales. Como principales ventajas frente a la *wavelet* discreta tradicional (*discrete wavelet transform*, DWT), la *wavelet* no diezmada presenta invarianza frente a desplazamientos de la señal de entrada, no produce pérdida de resolución temporal en las sucesivas escalas de descomposición, y además proporciona una información adicional que desde el punto de vista de un procesado lineal sería redundante, pero que en combinación con procesados no lineales puede dar lugar a mejoras importantes en aplicaciones tales como el análisis de señales o la reducción de ruido.

En este contexto, los *objetivos* principales de esta tesis van a ser dos. Por un lado, profundizar en el estudio de la transformada *wavelet* no diezmada, tratando de establecer un marco unificado para las distintas denominaciones e implementaciones existentes en la literatura. Por otro lado, plantear la aplicación de esta transformada al desarrollo de algoritmos para la reducción de ruido. En este sentido, se va a considerar el problema del ruido de grano en evaluación no destructiva por ultrasonidos. Este tipo de ruido se debe a las reflexiones en las pequeñas discontinuidades internas de los materiales, que se introducen en la misma banda de frecuencias que los defectos a detectar. Por ello no se pueden eliminar con los filtrados clásicos para ruido blanco. La tesis aborda este problema planteando algoritmos específicos, que aprovechan la diferente distribución espacio-temporal de la señal y el ruido en el dominio de la *wavelet* no diezmada.

La *metodología* empleada para llevar a cabo los objetivos anteriores, incluye el desarrollo e implementación de nuevos métodos de procesado utilizando el lenguaje MATLAB®. A lo largo de la tesis se plantean cuatro esquemas distintos de reducción de ruido de grano ultrasónico, basados en las diferentes posibilidades de implementación y reconstrucción que ofrece la transformada UWT. Estos esquemas se

aplican a una amplia muestra de señales típicas de END por ultrasonidos, de origen sintético y experimental.

Los *resultados* muestran que los nuevos procesados UWT proporcionan una mayor calidad media de las trazas y una mayor robustez en cuanto a relación señal a ruido y recuperación del pulso que los procesados basados en la DWT tradicional. Estas mejoras se obtienen con independencia de la familia *wavelet* utilizada. Además, el procesado UWT muestra una preferencia clara por las *wavelet* de menor orden, con independencia de la familia *wavelet* y del tipo de umbral utilizados. Con todo ello se obtienen unos métodos que, además de mejorar de manera importante la calidad de las trazas, resultan muy robustos frente a la elección de los parámetros de procesado.

## Abstract

This Ph.D. thesis dissertation focuses on the study of the undecimated wavelet transform UWT, as well as its application to signal denoising and detection. This transform has several advantages over the traditional discrete wavelet transform, DWT. It is translation invariant, avoids the loss of time resolution in the successive decomposition scales and provides some additional information. Although this information is redundant from the point of view of linear processing, it can provide great improvements when combined with non-linear processing methods, in applications such as signal analysis or denoising.

In this context, the main *objectives* of this thesis are two. The first one is the study of the undecimated wavelet transform in depth, trying to establish a general framework for the different names and implementations existing in the literature. The second objective is the application of this transform to the development of denoising algorithms. In this respect, the problem of grain noise reduction in ultrasonic non destructive evaluation is addressed. This kind of noise is due to reflections in the internal discontinuities of the materials, which have frequency content similar to that of the defect echoes to be detected. For this reason, they cannot be suppressed by the classical band-pass filtering techniques, suitable for white noise reduction. The present thesis deals with this kind of noise, and proposes specific algorithms to take advantage of the different time-space distribution of the signal and noise in the undecimated wavelet domain.

The *methodology* used to achieve the previous objectives, includes the development and implementation of new signal processing methods based on MATLAB® computing language. Throughout the thesis, four different schemes for ultrasonic grain noise reduction are proposed, based on the different possibilities for implementation and reconstruction provided by the UWT. These four schemes are applied to a wide set of typical ultrasonic signals, obtained from synthetic as well as experimental procedures.

The *results* show that the new UWT-based methods improve the quality of the traces and the robustness of the processing, in terms of both signal to noise ratio and pulse shape recovery, in relation to the methods that use the traditional DWT. These improvements are obtained regardless of the wavelet family considered. In fact, the UWT processing shows clear preference for the lower order wavelets, irrespective of the wavelet family or the kind of threshold used. In this way, the thesis provides a set of denoising methods that, besides improving the quality of the traces significantly, prove to be very robust in relation to the choice of processing parameters.

## Resum

La present tesi doctoral està centrada en l'estudi de la transformada *wavelet* no delmada (*undecimated wavelet transform*, UWT), així com en la seua aplicació a processos de reducció de soroll i detecció de senyals. Com a principals avantatges davant la *wavelet* discreta tradicional (*discrete wavelet transform*, DWT), la *wavelet* no delmada presenta invariança enfront dels desplaçaments del senyal d'entrada, no produeix pèrdua de resolució temporal en les successives escales de descomposició, i a més a més proporciona una informació addicional que des del punt de vista d'un processat lineal seria redundant, però que en combinació amb processats no lineals pot donar lloc a millores importants en aplicacions tals com l'anàlisi de senyals o la reducció de soroll.

En aquest context, els *objectius* principals de la tesi van a ser dos. D'una banda, es tracta d'aprofundir en l'estudi de la transformada *wavelet* no delmada, provant d'establir un marc unificat per a les diferents denominacions i implementacions existents en la literatura. D'altra banda, es planteja l'aplicació d'aquesta transformada al desenvolupament d'algoritmes per a la reducció de soroll. En aquest sentit, es considerarà el problema del soroll de gra en inspecció no destructiva per ultrasons. Aquest tipus de soroll és causat per les reflexions en les petites discontinuïtats internes dels materials, que s'introdueixen en la mateixa banda de freqüències que els defectes a detectar. Per això no es poden eliminar amb els filrats clàssics per a soroll blanc. La tesi aborda aquest problema plantejant algoritmes específics, que aprofiten la diferent distribució espai-temporal del senyal i el soroll en el domini de la *wavelet* no delmada.

La *metodologia* emprada per a dur a terme els objectius anteriors, inclou el desenvolupament i implementació de nous mètodes de processament utilitzant el llenguatge MATLAB®. Al llarg de la tesi es plantegen quatre esquemes diferents de reducció de soroll de gra ultrasònic, basats en les diferents possibilitats d'implementació i reconstrucció que ofereix la transformada UWT. Aquests esquemes

s'apliquen a una àmplia mostra de senyals típics d'inspecció per ultrasons, d'origen sintètic i experimental.

Els *resultats* mostren que els nous processats UWT proporcionen una major qualitat mitjana de les traces i una major robustesa, quant a relació senyal a soroll i recuperació del pols ultrasònic, que els processats basats en la DWT tradicional. Aquestes millores s'obtenen amb independència de la família *wavelet* utilitzada. De fet, el processat UWT mostra una preferència clara per les *wavelet* de menor ordre, amb independència de la família *wavelet* i del tipus de llindar utilitzats. Amb tot això s'obtenen uns mètodes que, a més de millorar de manera important la qualitat de les traces, resulten molt robusts enfront de l'elecció dels paràmetres de processat.

# Índice

1. Introducción.....	1
2. Transformadas <i>wavelet</i> .....	9
2.1. La transformada <i>wavelet</i> continua .....	10
2.1.1. Definición formal de la transformada <i>wavelet</i> continua .....	13
2.2. Muestreo de la transformada <i>wavelet</i> continua.....	14
2.2.1. Espacios de Hilbert.....	14
2.2.2. Concepto de frame en un espacio de Hilbert.....	15
2.2.3. <i>Wavelet</i> frames .....	18
2.3. <i>Wavelets</i> diádicas: Implementación mediante bancos de filtros discretos .....	19
2.3.1. Definición DWT: algoritmo de Mallat.....	19
2.3.2. Generalizaciones del algoritmo de Mallat.....	24
2.4. Familias <i>wavelet</i> .....	27
3. Principios de la reducción de ruido mediante umbralización <i>wavelet</i> .....	29
3.1. Procedimiento básico de umbralización <i>wavelet</i> .....	31
3.2. Parámetros de procesado .....	33
3.2.1. Tipo de umbralización.....	33
3.2.2. Selección del umbral .....	34
3.3. Funcionamiento del procesado <i>wavelet</i> para reducción de ruido: ejemplo y discusión .....	35

4.	Ruido de grano o ruido estructural en evaluación no destructiva por ultrasonidos.....	41
4.1.	Ruido en ensayos no destructivos por ultrasonidos.....	42
4.1.1.	Principios de la inspección por ultrasonidos.....	43
4.1.2.	Principales tipos de ruido en END ultrasónico.....	49
4.2.	Modelos de ruido de grano.....	50
4.3.	Técnicas de reducción de ruido de grano.....	56
4.4.	Generador de trazas ultrasónicas sintéticas.....	58
4.4.1.	Generación de registros sintéticos de ruido.....	58
4.4.2.	Generación del eco del defecto a detectar.....	60
4.4.3.	Obtención de las trazas ultrasónicas sintéticas.....	61
5.	Adquisición de trazas ultrasónicas experimentales.....	65
5.1.	Equipamiento y montaje experimental.....	66
5.2.	Obtención de la respuesta pulso-eco de los transductores en un bloque de metacrilato.....	69
5.3.	Obtención de trazas ultrasónicas en acero austenítico.....	71
5.4.	Obtención de trazas ultrasónicas en composite CFRP.....	74
5.5.	Trazas experimentales compuestas.....	77
6.	Procesado DWT de trazas ultrasónicas.....	83
6.1.	Implementación de la transformada DWT.....	85
6.1.1.	Tratamiento de bordes.....	85
6.1.2.	Retardo debido al filtrado.....	87
6.1.3.	Alargamiento de las secuencias debido al filtrado.....	92
6.1.4.	Compensación de retardos y alargamientos.....	92
6.2.	Implementación de procesado DWT para reducción de ruido.....	94
6.2.1.	Parámetros ligados a la transformada.....	94
6.2.2.	Parámetros ligados al procesado no lineal en el dominio transformado.....	98

---

6.3.	Análisis del procesado DWT de una traza ultrasónica sintética.....	107
6.3.1.	Medida de la calidad de las trazas .....	112
6.3.2.	Elección de los parámetros básicos de procesado .....	115
6.4.	Umbralización de los coeficientes del nivel de aproximación $a_J$ .....	122
6.5.	Resultados en el procesado DWT de trazas ultrasónicas experimentales .....	126
6.5.1.	Trazas ultrasónicas adquiridas en acero austenítico.....	127
6.5.2.	Trazas ultrasónicas adquiridas en material compuesto .....	129
7.	Transformadas <i>wavelet</i> no diezmadas .....	133
7.1.	Definición UWT: algoritmo <i>à trous</i> .....	135
7.2.	Implementaciones alternativas para la UWT: desplazamiento- $k$ y diezmado- $\varepsilon$ .....	137
7.3.	Equivalencia de las distintas implementaciones.....	140
7.4.	Interpretación de la transformada <i>wavelet</i> no diezmada en términos de la continua .....	146
7.5.	Implementación de la transformada inversa: el problema de la reconstrucción .....	147
8.	Procesado de trazas ultrasónicas utilizando <i>wavelets</i> no diezmadas .....	151
8.1.	Implementación del procesado UWT para reducción de ruido basado en el algoritmo <i>à trous</i> .....	152
8.1.1.	Parámetros ligados a la transformada.....	154
8.1.2.	Parámetros ligados al procesado .....	155
8.2.	Análisis del procesado UWT <i>à trous</i> de una traza ultrasónica sintética .....	156
8.3.	Resultados en el procesado UWT <i>à trous</i> de trazas ultrasónicas experimentales .....	161
8.3.1.	Trazas ultrasónicas adquiridas en acero austenítico.....	161
8.3.2.	Trazas ultrasónicas adquiridas en material compuesto .....	129

9.	Estudio comparativo y análisis de la influencia de los parámetros básicos de procesado .....	167
9.1.	Estudio basado en trazas ultrasónicas sintéticas.....	168
9.1.1.	Procesado DWT de trazas ultrasónicas sintéticas .....	170
9.1.2.	Mejoras sobre el procesado DWT básico: umbralización de $a_J$ y procesado UWT.....	175
9.2.	Estudio basado en trazas experimentales compuestas.....	183
9.3.	Análisis de la influencia de la <i>wavelet</i> madre.....	190
10.	Algoritmo <i>cycle-spinning</i> para el procesado de trazas ultrasónicas .....	203
10.1.	Implementación del procesado <i>cycle-spinning</i> para reducción de ruido .....	204
10.2.	Resultados del procesado <i>cycle-spinning</i> de trazas ultrasónicas sintéticas .....	207
10.3.	Resultados del procesado <i>cycle-spinning</i> de trazas ultrasónicas experimentales .....	209
11.	Mejoras adicionales sobre el procesado UWT: reducción del número de desplazamientos y reconstrucción <i>best basis</i> .....	221
11.1.	Reducción del número de desplazamientos en <i>cycle-spinning</i> .....	221
11.2.	Procesado UWT <i>best basis</i> .....	234
11.2.1.	Estudio del procesado <i>best basis</i> con los diferentes umbrales: Universal, Minimax y SURE.....	235
11.2.2.	Procesado <i>best basis</i> – SURE de trazas ultrasónicas sintéticas .....	238
11.2.3.	Procesado <i>best basis</i> – SURE de trazas ultrasónicas experimentales.....	243
12.	Conclusiones.....	251
12.1.	Conclusiones y aportaciones .....	251
12.2.	Futuras líneas de investigación.....	253

---

12.3. Publicaciones asociadas a la tesis .....	254
Bibliografía .....	257



## Capítulo 1

# Introducción

Las técnicas basadas en la transformada *wavelet* han experimentado un gran desarrollo en los últimos años. En su origen está la convergencia de ideas procedentes de campos muy diversos. La primera *wavelet* fue propuesta por el matemático húngaro Alfred Haar en 1910 [1]. Sin embargo el término *wavelet* no se acuñaría hasta algunas décadas después, en el contexto del procesado de señales geofísicas, por el ingeniero Jean Morlet y el físico Alex Grossman [2]. Éstos introdujeron el término francés *ondelette*, que pronto fue traducido al inglés como *wavelet*, para denominar una alternativa al análisis de Fourier basada en una única función prototipo y sus versiones escaladas y desplazadas en el tiempo.

Desde entonces, la transformada *wavelet* ha sido ampliamente estudiada y se ha convertido en una importante herramienta matemática. Se trata de una transformada lineal, capaz de proporcionar representaciones con un pequeño número de coeficientes significativos para diferentes objetos de interés, como funciones, señales o imágenes. Además se puede obtener de manera relativamente rápida y sencilla. Por todo ello, su uso se ha extendido a ámbitos muy diversos, desde las matemáticas, las ciencias naturales, la física o la biología, hasta las ciencias aplicadas como la ingeniería o la economía.

Uno de los campos de mayor uso ha sido el del procesado de señal, con aplicaciones que incluyen el análisis, la detección de señales, la reducción de ruido o la compresión. Para estas distintas tareas, las propiedades deseables en la representación *wavelet* serán diferentes. Por ejemplo, el análisis de señales requerirá *wavelets* con buena localización en tiempo-frecuencia, mientras que para la reducción de ruido será más importante conseguir una buena separación de la señal y el ruido en el dominio transformado. En general, las transformadas *wavelet* poseen una serie de propiedades que las hacen adecuadas para los diferentes tipos de problemas anteriores:

- Se asocian naturalmente al concepto de *multiresolución*, que es una estructura presente en numerosos procesos.
- Para una amplia clase de funciones, proporcionan representaciones con pocos coeficientes significativos, lo que es útil en aplicaciones de compresión y reducción de ruido.
- Las funciones base están localizadas en tiempo y frecuencia, lo que resulta interesante en aplicaciones de análisis de señales.
- La variedad de funciones *wavelet* permite una elección adaptada a cada problema.
- Permiten algoritmos de cálculo rápidos.

Actualmente, la teoría básica de *wavelets* constituye un área de conocimiento unificada y bien establecida [3-5], con aplicaciones en diversos ámbitos. Buena parte de esta teoría y aplicaciones se centra en la transformada *wavelet* discreta (*discrete wavelet transform*, DWT), que enlaza directamente con el análisis multiresolución y los bancos de filtros digitales. La transformada DWT es ortogonal, por lo que no contiene redundancias y es óptima desde el punto de vista del tiempo de procesado y del almacenamiento de resultados. Estas características la hacen adecuada para numerosas aplicaciones, pero en otros casos presenta limitaciones. Es por ello que, de forma más reciente, se han empezado a considerar otras alternativas a la transformada DWT. Entre ellas se encuentran las *wavelet* no diezmadas, que son el objeto de esta tesis.

La transformada *wavelet* no diezmada (*undecimated wavelet transform*, UWT) se puede describir inicialmente como una variante sobre el algoritmo de Mallat [5], consistente en el no-diezmado de las señales a la salida de los filtros [6, 7]. El hecho de no diezmar la señal puede resultar ventajoso en determinadas aplicaciones. Entre las principales características de las *wavelet* no diezmadas, cabe destacar las siguientes:

- Son invariantes frente a traslaciones de los puntos que componen la señal, de manera que si se desplaza en el tiempo el vector original, la única consecuencia es que los coeficientes *wavelet* sufrirán el mismo desplazamiento.
- No hay pérdida de resolución temporal, por lo que los coeficientes de la transformada a distintas escalas pueden alinearse temporalmente. Este alineado permite comprobar la evolución temporal a distintas escalas de frecuencia.
- Proporcionan información que, desde el punto de vista de un procesado lineal, sería redundante, pero que en combinación con procesados no lineales puede

proporcionar importantes mejoras, por ejemplo en aplicaciones de análisis de señales o en reducción de ruido.

Por todas estas características, las *wavelet* no diezmadas constituyen una alternativa muy interesante en aplicaciones donde la DWT clásica presenta limitaciones. El principal inconveniente que habría que considerar en el caso de estas transformadas, es su mayor coste computacional y de almacenamiento, aunque teniendo en cuenta el estado de la tecnología este coste en general no será excesivo.

Para las transformadas *wavelet* no diezmadas, el marco teórico no se encuentra tan bien establecido como en el caso de la DWT. En los textos básicos [3-5], las *wavelet* no diezmadas se suelen tratar de un modo tangencial. Por otro lado, aunque existen trabajos más específicos, la mayoría de ellos están orientados a aplicaciones particulares [8-10], y sólo en unos pocos se trata de establecer un marco general unificado para este tipo de transformadas [7, 11].

En este contexto, el objetivo principal del trabajo realizado durante el desarrollo de esta tesis ha sido el de profundizar en el conocimiento de las transformadas *wavelet* no diezmadas, así como en su aplicación a procesos de reducción de ruido y detección de señales. El trabajo se ha desarrollado de manera coordinada entre el Departamento de Señales, Sistemas y Tecnologías Ultrasónicas del Instituto de Acústica del CSIC y el Departamento de Comunicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia, con la financiación de una beca FPI BES2004-5296 adscrita al proyecto de investigación DPI2002-00441.

Inicialmente, las tareas se centraron en el estudio, implementación y aplicación de las *wavelet* no diezmadas a la supresión de interferencias en la transmisión de secuencias de datos [12, 13]. Posteriormente, se realizaron también algunos trabajos en el ámbito del análisis tiempo-frecuencia de señales, explotando el muestreo temporal más fino que proporcionan las *wavelet* redundantes, de cara al análisis de señales ultrasónicas en aplicaciones biomédicas e industriales [14-16].

Sin embargo la parte central del trabajo planteado en esta tesis, y que recoge la presente memoria, ha estado orientada al estudio y desarrollo de técnicas de reducción de ruido estructural o ruido de grano en procesos de *evaluación no destructiva* (END) *por ultrasonidos*. Los resultados de este trabajo se han incluido en la presente memoria, y también se han publicado en parte en revistas [17, 18] y congresos [19-24] de ámbito internacional.

Los *ultrasonidos* son vibraciones mecánicas de frecuencia superior a los 20 kHz, y por tanto no perceptibles por el oído humano. Entre sus numerosas aplicaciones técnicas, una de las más destacadas es la evaluación no destructiva [25, 26] que

permite ahorrar esfuerzo y gastos a la industria, mejora la seguridad y fiabilidad de las máquinas y ayuda a reducir accidentes. La inspección por ultrasonidos se basa en el hecho de que las ondas elásticas, en su propagación, resultan modificadas por la interacción con el medio, por tanto el análisis de la onda recibida puede proporcionar información sobre el medio que le ha dado soporte. El procedimiento típico consiste en excitar una onda acústica de alta frecuencia en el material bajo estudio, y posteriormente analizar la señal que llega al transductor con el fin de obtener información sobre dicho material. Existen dos métodos básicos de observación para la detección de defectos [25, 26]: el método de transmisión, en el que emisor y receptor se sitúan en lados opuestos de la pieza, y el método pulso-eco, en el que transmisor y receptor se sitúan en la misma cara de la pieza, y lo que se observa es la onda reflejada en las discontinuidades. La técnica pulso-eco tiene la ventaja de no necesitar que el objeto sea accesible por las dos caras. Además, permite determinar la profundidad a la que se encuentran los defectos o discontinuidades que provocan las reflexiones. Por todo ello, esta técnica es la más utilizada en la práctica, y la que se ha considerado para llevar a cabo el estudio planteado en esta tesis.

Como en todo proceso de medida, en el caso de los END por ultrasonidos existen diversas fuentes de ruido que imponen un límite a la capacidad de detección del sistema. Entre los más habituales se encuentran el ruido ambiental, debido al entorno en que se realizan las medidas, y el ruido térmico inherente a los equipos electrónicos. En la inspección por ultrasonidos existe además un tipo especial de ruido, denominado *ruido de grano* o *ruido estructural*, que resulta de la interferencia de múltiples ecos procedentes de pequeñas discontinuidades en la estructura interna del material [27-29]. Este tipo de ruido se da en la inspección de muchos materiales y estructuras de interés industrial. Ocurre, por ejemplo, en el caso de los aceros austeníticos y los materiales plásticos reforzados con fibra de carbono (CFRP) que vamos a considerar en el marco de esta tesis. En este contexto, un objetivo prioritario será la reducción de este tipo de ruido para mejorar la detectabilidad de los ecos de interés.

El ruido de grano ultrasónico se caracteriza por ser de tipo correlado, con una banda de frecuencias que se superpone en gran parte con la de los ecos de los defectos a detectar. Por ello es difícil su eliminación mediante las técnicas habituales diseñadas para ruido blanco, como filtrados paso banda o promediados temporales [27, 30]. Tradicionalmente, los métodos propuestos para la reducción de este tipo de ruido se han basado en la obtención de *diversidad espacial*, combinando señales adquiridas a partir de distintas posiciones de los transductores, o bien de *diversidad frecuencial*, combinando las contribuciones a la señal en distintas bandas de frecuencia. En este segundo grupo, destaca la técnica denominada *Split Spectrum Processing* (SSP) [27],

que permite obtener un conjunto de señales incorreladas en frecuencia a partir de una única medida.

Como alternativa a los métodos anteriores, de manera más reciente se ha empezado a plantear el uso de técnicas de *umbralización* en el dominio de la transformada *wavelet* [30-32] para la reducción de ruido de grano ultrasónico. Aunque estas técnicas se diseñaron originariamente para ruido blanco [33-35], su adaptación al caso de ruido correlado se puede conseguir mediante la introducción de umbrales dependientes del nivel de descomposición [36]. Con ello, la *umbralización wavelet multinivel* se plantea como una buena alternativa para la reducción de ruido de grano ultrasónico [30-32].

En este contexto, la presente tesis se va a orientar hacia la investigación de las ventajas y mejoras que puede proporcionar el uso de representaciones redundantes como son las *wavelet* no diezmadas [7, 11], en combinación con estas técnicas no lineales de *umbralización* [8-10], de cara a la reducción de ruido de grano o ruido estructural en END por ultrasonidos.

Los resultados de la investigación se recogen en la presente memoria, que se ha organizado en 12 capítulos. A lo largo de los 6 primeros capítulos se presenta el estado de la materia mientras que, a partir del capítulo 7, se recogen las nuevas aportaciones de esta tesis en relación con el uso de las *wavelet* no diezmadas.

En el capítulo 2, que sigue a esta introducción, encontramos un resumen de los principales aspectos de la teoría de *wavelets*, que en la actualidad constituye un marco bien establecido [3-5]. El capítulo comienza con la definición de la transformada *wavelet* continua (*continuous wavelet transform, CWT*), dentro del marco general de las transformadas integrales. Después pasa a describir el tipo de muestreo de esta transformada que da lugar a los coeficientes discretos DWT. Se demuestra que estos coeficientes pueden obtenerse de manera rápida y sencilla a partir de bancos de filtros digitales, por lo cual han sido los más utilizados en las aplicaciones prácticas.

En el capítulo 3 se presentan las bases de la reducción de ruido mediante *umbralización* de los coeficientes DWT. A lo largo de este capítulo se comentan los principios básicos que constituyen el método [33-35], y para una mejor comprensión, se muestra su funcionamiento sobre algunas señales-ejemplo.

El capítulo 4 se centra en la aplicación particular que se va a considerar en esta tesis: la reducción de ruido de grano en END por ultrasonidos. El capítulo comienza describiendo los procedimientos típicos en END por ultrasonidos [25, 26], así como el ruido de grano o ruido estructural que se genera frecuentemente en este tipo de aplicaciones [27-29]. Después se lleva a cabo una revisión de las principales técnicas

propuestas en la literatura para la reducción de este tipo de ruido, entre las cuales destaca el procesado SSP [27]. Finalmente, el capítulo concluye con la presentación de un modelo de ruido de grano desarrollado en el Laboratorio de Visualización y Detección Ultrasónica del Instituto de Acústica del CSIC, a partir del cual se van a generar registros ultrasónicos sintéticos que se utilizarán a lo largo de la tesis para evaluar el comportamiento de los distintos algoritmos de reducción de ruido.

De cara a la evaluación de estos algoritmos, contaremos también con trazas ultrasónicas experimentales cuya adquisición se describe en el capítulo 5. Estas trazas se van a obtener mediante la inspección en modo pulso-eco de dos probetas, la primera de ellas fabricada en acero austenítico, y la segunda en un composite plástico reforzado con fibra de carbono (*carbon fibre reinforced plastic*, CFRP). Veremos que ambos materiales introducen un contenido importante de ruido estructural en las señales obtenidas por inspección ultrasónica, por lo que van a resultar apropiados para el estudio planteado en esta tesis.

En el capítulo 6 encontramos el punto de partida para la aplicación del procesado *wavelet* a nuestro problema particular de reducción de ruido estructural en END por ultrasonidos. Este capítulo abarca dos aspectos: por un lado la implementación práctica de los algoritmos de umbralización DWT descritos de manera genérica en el capítulo 3, y por otro lado su aplicación a las distintas trazas ultrasónicas sintéticas y experimentales que se presentaron en los capítulos 4 y 5.

Las aportaciones específicas de la tesis se recogen a partir del capítulo 7, donde se empieza a profundizar en los aspectos particulares de las transformadas *wavelet* no diezmadas. El marco teórico para este tipo de transformadas no se encuentra tan bien establecido como en el caso de las transformadas básicas, CWT y DWT, que se describieron en el capítulo 2. En este contexto, el capítulo 7 aporta una interesante síntesis de los conceptos y propiedades fundamentales de la *wavelet* no diezmada, en cuanto a su interpretación en términos de las transformadas continua CWT y discreta DWT, su implementación en base a distintos esquemas posibles (*à trous*, *cycle-spinning* o *diezmado- $\epsilon$* ), y las diferentes alternativas para su reconstrucción (*average basis inverse* o *selected basis inverse*).

A partir de este marco teórico, el capítulo 8 plantea una primera extensión del procesado *wavelet* al caso no diezmado, mediante el uso del algoritmo *à trous*. A lo largo del capítulo se describe la implementación del método y su aplicación a las distintas trazas ultrasónicas sintéticas y experimentales. Las mejoras que se observan respecto a las trazas obtenidas en el capítulo 6 se explican, según se verá, por la redundancia de la representación no diezmada en combinación con el procesado no lineal que supone la umbralización.

Para los dos algoritmos de reducción de ruido considerados, DWT y *à trous* UWT, el capítulo 9 proporciona un estudio estadístico basado en 500 registros de ruido sintético y 100 trazas compuestas a partir de ruido de grano experimental medido en las probetas de acero austenítico y CFRP. Los resultados de este estudio se muestran de acuerdo con las observaciones realizadas en los capítulos anteriores sobre las trazas individuales.

En el capítulo 10, el procesado *wavelet* no diezmado se amplía mediante un esquema alternativo, basado en el algoritmo *cycle-spinning*. A lo largo del capítulo el nuevo método *cycle-spinning* se aplica a las diferentes trazas ultrasónicas, comparándolo con el método *à trous*. Aunque los resultados son bastante similares, la ventaja del método *cycle-spinning* es que proporciona un nuevo punto de vista sobre el procesado *wavelet* no diezmado, al mostrarlo como un promediado de distintas estimaciones independientes de la señal deseada.

A partir de este nuevo punto de vista, el capítulo 11 plantea procedimientos de reconstrucción alternativos que permiten mejorar el procesado. En particular, se proponen dos posibles mejoras: por un lado, una reducción en el número de desplazamientos *cycle-spinning* con el fin de reducir el coste del procesado; por otro lado, una reconstrucción de tipo *best basis* donde, en lugar de promediar, se selecciona la mejor de entre las distintas estimaciones.

Para finalizar, la memoria concluye con el capítulo 12, que ofrece un resumen de las principales aportaciones de la tesis y plantea las posibles líneas de investigación futuras.



## Capítulo 2

# Transformadas *wavelet*

Un objetivo habitual en la ciencia, es el de obtener modelos adecuados de los fenómenos que ocurren en el mundo real en forma de funciones matemáticas. Tanto la elección de una medida como el modo en que se representa dicha medida, determinan la información que después se va a poder extraer de ella. Una manera de obtener conocimiento sobre una medida representada por la función  $f(t)$ , es compararla con un conjunto de funciones  $Q$ . Esto se puede expresar matemáticamente mediante la fórmula

$$m_\theta = \int f(t)q_\theta(t) dt, \quad q_\theta(t) \in Q. \quad (2.1)$$

Si el conjunto de funciones  $Q$  es suficientemente grande para que, a partir de los valores  $m_\theta$ , se pueda distinguir entre dos funciones  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$  cualesquiera pertenecientes a una cierta clase  $C$ , entonces:

- Toda la información de  $f(t)$  está contenida en  $m_\theta$ , sin que se pierda nada. Se dice que  $m_\theta$  es una *transformada de  $f(t)$* , que se puede expresar como  $m_\theta = T_Q f(t)$ , siendo  $T_Q$  la transformada sobre el conjunto de funciones  $Q$ .
- Se puede reconstruir cualquier función  $f \in C$  a partir de los valores de  $m_\theta$ . Esta transformación inversa se expresa mediante la fórmula  $f(t) = T_Q^{-1} m_\theta$  que define una *representación o expansión de  $f(t)$* .

A las transformadas que resultan de la expresión (2.1) se las denomina *transformadas integrales*, y constituyen una importante herramienta matemática. Este tipo de operadores permite mapear un problema que en su dominio original es difícil de manejar, en otro dominio donde la solución es más sencilla. En general, la elección del espacio y la transformada vienen guiados por el problema o aplicación de interés. Sin embargo una característica deseable en todos los casos, es que existan algoritmos simples, robustos y estables para el cálculo de la transformada y de su inversa.

La precursora de este tipo de representaciones es la *transformada de Fourier*, que desde su aparición a principios del siglo XIX permitió resolver numerosos problemas de la física y la ingeniería. Esta descomposición en términos de exponenciales complejas fue durante mucho tiempo la forma preferida de analizar fenómenos de todo tipo. Sin embargo a lo largo del siglo XX se empezó a observar que las descomposiciones en ondas sinusoidales puras presentaban problemas a la hora de reproducir señales no estacionarias.

Tratando de superar estas limitaciones, investigadores de muy diversos ámbitos comenzaron a desarrollar de manera independiente los conceptos y aplicaciones que acabarían convergiendo finalmente en la *teoría de las wavelets*. Todas estas técnicas tenían en común el tratar de descomponer las señales en partes que se podían localizar en cualquier intervalo de tiempo, y que también se podían dilatar o contraer para analizar distintas escalas de resolución. El término *wavelet* no se utilizó hasta 1984, cuando apareció por primera vez en un artículo publicado por el ingeniero Jean Morlet y el físico Alex Grossman [2] en el ámbito del procesado de señales geofísicas. El matemático Yves Meyer fue el primero en relacionar estas *wavelets* de Morlet con trabajos matemáticos anteriores, como las octavas de Littlewood-Paley o el análisis armónico de Calderón [37]. Poco después su antiguo alumno Stéphane Mallat [38], que trabajaba en visión informática, vinculó los métodos de Haar [1], Gabor [39] y Morlet [2] a la *codificación subbanda* y los *filtros en cuadratura* de Galand y Esteban [40], que constituían la versión de las *wavelets* en el ámbito del procesado de señales [4, 41, 42]. Trabajando conjuntamente, Meyer y Mallat integraron el *análisis multiresolución*, que ya era familiar para los expertos en procesado de señales, dentro del marco teórico de las *wavelets*. Con ello el análisis mediante *wavelets* se convirtió en algo mucho más sencillo, al quedar reducido a operaciones elementales de filtrado. Estos avances facilitaron el desarrollo de nuevas *wavelets* y así en 1987, la física Ingrid Daubechies construyó la primera familia de *wavelets* ortogonales suaves con una base sólida, que podían implementarse mediante cortos filtros digitales [3]. Al combinar las ideas de Daubechies y Mallat, la teoría dio paso a una herramienta práctica muy fácil de programar y utilizar, que relanzó el interés por estas transformadas.

## 2.1 La transformada *wavelet* continua

Las transformadas integrales definidas por la expresión (2.1) proporcionan un marco para la representación de señales  $f(t)$  como expansiones de un conjunto de funciones  $q_\theta(t) \in Q$ . En este contexto, la primera cuestión que se plantea es cómo hacer una

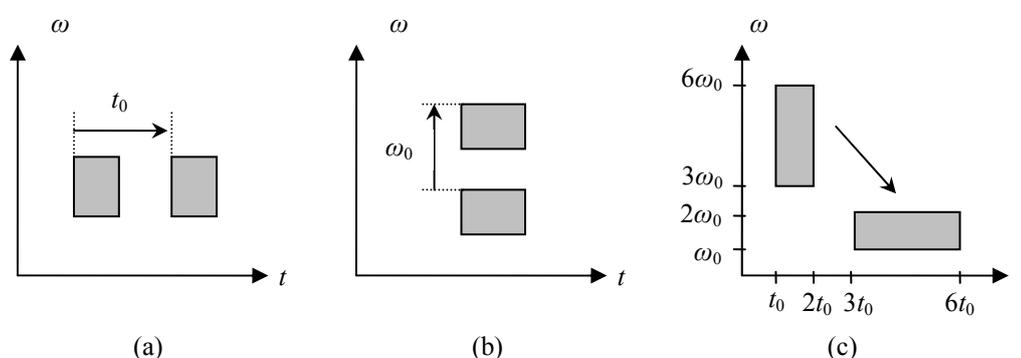
buena elección del conjunto de funciones  $Q$ . En general, estaremos interesados en utilizar funciones con una cierta estructura, es decir, que estén relacionadas entre sí mediante algún tipo de operaciones elementales como desplazamiento, escalado o modulación. De lo contrario, las expansiones resultantes podrían no ser útiles por motivos de complejidad.

Históricamente, las series de Fourier son el primer ejemplo de expansión de señales. Las funciones base se obtienen a partir de una exponencial compleja modulada por un parámetro  $\omega$ :

$$e^{i\omega t} \in Q, \quad \omega \in R \tag{2.2}$$

donde  $i$  representa la variable compleja  $i = \sqrt{-1}$ . Puesto que el parámetro  $\omega$  varía de manera continua, el conjunto de funciones  $Q$  en este caso tiene dimensión infinita. Esta transformada es una herramienta excelente para determinar el contenido frecuencial de una señal  $f(t)$ , ya que presenta una localización muy precisa en frecuencia. Pero no posee localización temporal debido a su duración infinita, y por ello presenta limitaciones para la representación de señales no estacionarias.

En general, la localización en tiempo y frecuencia del conjunto de funciones  $Q$  influirá de manera decisiva en las propiedades de la expansión resultante. Existen distintas maneras de definir la localización de una función, pero todas ellas están relacionadas con su *duración*. Una forma de definir la *duración* de una función es considerar los intervalos  $\Delta_t$  y  $\Delta_\omega$  que contienen el 90% de la energía de la función en los dominios del tiempo y de la frecuencia respectivamente. En la figura 2.1 se han representado los efectos de las operaciones elementales sobre el plano tiempo-frecuencia. Un desplazamiento  $t_0$  en el tiempo provoca un desplazamiento  $t_0$  equivalente en el plano tiempo-frecuencia, como se muestra en la figura 2.1.a.



**Figura 2.1.** Operaciones elementales sobre una señal y efectos en su distribución tiempo-frecuencia. (a) Desplazamiento  $t_0$  en el tiempo. (b) Desplazamiento  $\omega_0$  en frecuencia. (c) Escalado por un factor  $a=1/3$ .

Análogamente, una modulación con  $e^{i\omega_0 t}$  produce un desplazamiento  $\omega_0$  en frecuencia, tal como se muestra en la figura 2.1.b. Por último, la figura 2.1.c representa un escalado por  $a$ , es decir  $f'(t)=f(at)$ , que da lugar a  $\Delta_t' = (1/a)\Delta_t$  y  $\Delta_\omega' = a\Delta_\omega$ , y tanto la localización en el tiempo como la resolución en frecuencia resultan afectadas. Se puede apreciar que todas las operaciones elementales anteriores conservan la superficie de la señal en el plano tiempo-frecuencia. La máxima resolución conjunta que se puede lograr está acotada por el principio de incertidumbre [43].

La transformada de Fourier enventanada (*short time Fourier transform*, STFT) trata de solventar la falta de localización temporal de la transformada de Fourier limitando la duración de sus funciones base  $e^{i\omega t}$ . Para ello utiliza versiones desplazadas en el tiempo y moduladas en frecuencia, de una ventana elemental  $w(t)$ :

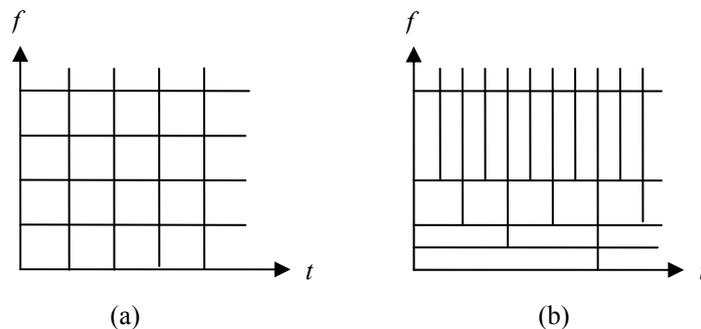
$$w(t-\tau) e^{i\omega t} \in Q \quad \omega, \tau \in R \quad (2.3)$$

La figura 2.2.a muestra la localización de estas funciones. La resolución en tiempo y en frecuencia es la misma para todas ellas, y sólo difieren en sus posiciones.

Como alternativa a la STFT, la transformada *wavelet* (*wavelet transform*, WT) no utiliza desplazamiento y modulación, sino desplazamiento y escalado de una función prototipo  $\psi(t)$  a la que habitualmente se denominará *wavelet madre* [5]:

$$\frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \in Q \quad s, u \in R, s > 0 \quad (2.4)$$

El factor  $1/\sqrt{s}$  se utiliza para conservar la norma. La figura 2.2.b muestra como, en este caso, las funciones usadas en la expansión tienen resoluciones diferentes en



**Figura 2.2.** Distribución tiempo-frecuencia de las funciones base. (a) Transformada STFT. (b) Transformada WT. Notar que de cara a la representación, los parámetros de desplazamiento, modulación y escalado se han discretizado para obtener funciones base que no se solapen en el plano tiempo-frecuencia.

tiempo y frecuencia, debido al escalado. Para valores de  $s$  pequeños, las funciones serán de corta duración y alta frecuencia, y permitirán identificar variaciones rápidas de la señal, mientras que para valores de  $s$  grandes, tendremos funciones de larga duración y baja frecuencia, que seguirán el comportamiento de la señal a largo plazo.

### 2.1.1 Definición formal de la transformada *wavelet* continua

Consideremos la familia de funciones obtenida mediante desplazamiento y escalado de una *wavelet madre*  $\psi(t) \in L_2(\mathbb{R})$ :

$$\psi_{s,u}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \quad (2.5)$$

donde  $s, u \in \mathbb{R}$  ( $s > 0$ ), y la normalización  $1/\sqrt{s}$  asegura que  $\|\psi_{s,u}(t)\| = \|\psi(t)\|$ .

Asumiremos que la *wavelet* satisface la llamada *condición de admisibilidad*:

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (2.6)$$

donde  $\Psi(\omega)$  es la transformada de Fourier de  $\psi(t)$ . En la práctica  $\Psi(\omega)$  siempre tendrá suficiente caída, de manera que la condición de admisibilidad se reduce a [4]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = \Psi(0) = 0 \quad (2.7)$$

Así pues, la transformada de Fourier es cero en el origen y el espectro decae a altas frecuencias, con lo que la *wavelet* tiene un comportamiento paso banda. A continuación se normaliza para que además tenga energía unidad:

$$\|\psi(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(\omega)|^2 d\omega = 1 \quad (2.8)$$

Como resultado  $\|\psi_{s,u}(t)\|^2 = \|\psi(t)\|^2 = 1$ .

Dadas las condiciones anteriores, la transformada *wavelet* continua (*continuous wavelet transform*, CWT) de una función  $f(t) \in L_2(\mathbb{R})$  se define como [5]:

$$CWT_f(s,u) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{s,u}^*(t) f(t) dt = \langle \psi_{s,u}(t), f(t) \rangle \quad (2.9)$$

Y la función  $f(t)$  se puede recuperar a partir de su transformada mediante la siguiente fórmula de reconstrucción, conocida también como *resolución de la identidad*:

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^{\infty} CWT_f(s,u) \psi_{s,u}(t) du \frac{ds}{s^2} \quad (2.10)$$

Una generalización de las fórmulas de análisis/síntesis involucra a dos *wavelets* diferentes,  $\psi_1(t)$  para análisis y  $\psi_2(t)$  para síntesis. Si las dos *wavelets* satisfacen:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi_1(\omega)||\Psi_2(\omega)|}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (2.11)$$

entonces se verifica la siguiente ecuación de reconstrucción:

$$f(t) = \frac{1}{C_{\psi_1\psi_2}} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \psi_{1s,u}, f \rangle \psi_{2s,u} du \frac{ds}{s^2} \quad (2.12)$$

donde  $C_{\psi_1\psi_2} = \int (\Psi_1^*(\omega)\Psi_2(\omega)/|\omega|)d\omega$ .

## 2.2 Muestreo de la transformada *wavelet* continua

Tanto la transformada *wavelet* continua (CWT) como la transformada de Fourier enventanada (STFT) vistas en el apartado anterior, son expansiones de funciones continuas en términos de dos variables, concretamente desplazamiento y escala en el caso de la CWT y desplazamiento y frecuencia para la STFT. Es decir, que a partir de funciones de una variable, se obtienen funciones de dos variables, dando lugar a representaciones altamente redundantes.

Debido a esta redundancia, es posible discretizar los parámetros de las transformadas y todavía ser capaces de conseguir la reconstrucción. Las condiciones para que la reconstrucción sea posible vienen establecidas por la teoría de *frames* en espacios de Hilbert, que se resume a continuación. En general, las posibilidades de reconstrucción van a ir ligadas a la densidad del muestreo. Cuando el muestreo es muy redundante, tenemos una gran libertad para elegir las funciones prototipo  $w(t)$  o  $\psi(t)$ . Por el contrario, cuando el muestreo es crítico, las funciones prototipo que permiten llevar a cabo la reconstrucción quedan más restringidas. En [4] se demuestra que, para la STFT, no es posible obtener representaciones ortogonales con funciones base bien localizadas en tiempo y frecuencia. Por el contrario, en el caso de la *wavelet* sí que va a ser posible obtener representaciones ortogonales con unas condiciones razonables para las funciones prototipo.

### 2.2.1 Espacios de Hilbert

Un *espacio de Hilbert* es un espacio vectorial  $\mathbf{H}$  sobre el que se define una operación denominada producto interior o escalar de la forma

$$\langle v, \nu \rangle = \lambda, \quad v, \nu \in \mathbf{H}, \quad \lambda \in C \quad (2.13)$$

siendo  $C$  el conjunto de los números complejos, que cumple las siguientes propiedades:

1.  $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in C, \quad \langle \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2, \nu \rangle = \lambda_1 \langle v_1, \nu \rangle + \lambda_2 \langle v_2, \nu \rangle$
2.  $\langle v, \nu \rangle = \langle \nu, v \rangle^*$ , donde el símbolo  $*$  representa la conjugación compleja.
3.  $v^2 = \langle v, v \rangle \geq 0$ , con  $\langle v, v \rangle = 0 \Leftrightarrow v = 0$

El producto interior permite definir ángulos y ortogonalidad. Concretamente, se dirá que dos elementos  $v, \nu \in \mathbf{H}$  son ortogonales si cumplen

$$\langle v, \nu \rangle = 0 \quad (2.14)$$

Ejemplos habituales de espacios de Hilbert son:

- $l_2(Z)$ , definido sobre el conjunto  $Z$  de los enteros, es el espacio de dimensión infinita formado por las secuencias  $x[n]$  de cuadrado sumable o energía finita, es decir, las secuencias que cumplen:

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} = \sqrt{\sum_{n \in Z} |x[n]|^2} < \infty \quad (2.15)$$

donde el producto interior se define como

$$\langle x, y \rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^*[n] y[n] \quad (2.16)$$

- $L_2(R)$ , definido sobre el conjunto  $R$  de los reales, es el espacio de dimensión infinita formado por las funciones  $f(t)$  unidimensionales de cuadrado integrable o energía finita, es decir funciones que cumplen:

$$\|f\| = \sqrt{\langle f, f \rangle} = \sqrt{\int_{t \in \mathfrak{R}} |f(t)|^2 dt} < \infty \quad (2.17)$$

donde el producto interior se define como

$$\langle f, g \rangle = \int_{t \in \mathfrak{R}} f^*(t) g(t) dt \quad (2.18)$$

### 2.2.2 Concepto de *frame* en un espacio de Hilbert

Un *frame* es una familia de vectores  $\{\gamma_j\}$  con  $j \in \Gamma \subset Z$ , que pertenece a un espacio de Hilbert  $\mathbf{H}$  y permite caracterizar a cualquier elemento  $v \in \mathbf{H}$  a partir de los

productos internos  $\{\langle v, \gamma_j \rangle\}_{j \in \Gamma}$ . El conjunto de índices  $\Gamma$  puede ser finito o infinito. La teoría de *frames* analiza la completitud, estabilidad y redundancia de este tipo de representaciones.

El conjunto  $\{\gamma_j\}_{j \in \Gamma}$  es un *frame* de  $\mathbf{H}$  si existen dos constantes  $A > 0$ ,  $B < \infty$ , tales que  $\forall v \in \mathbf{H}$

$$A\|v\|^2 \leq \sum_i |\langle v, \gamma_i \rangle|^2 \leq B\|v\|^2 \quad (2.19)$$

Esta es condición necesaria y suficiente para que el *operator frame*  $U$ , definido por

$$Uv = \langle v, \gamma_j \rangle \quad \forall j \in \Gamma \quad (2.20)$$

sea invertible [5]. El operador inverso será  $U^{-1}$  tal que

$$\forall v \in \mathbf{H} \quad U^{-1}Uv = v \quad (2.21)$$

Un *frame*, por tanto, define una representación de señal completa, que puede ser o no redundante. Las constantes  $A$  y  $B$  son los llamados *límites del frame*, y cuando los vectores están normalizados,  $\|\gamma_j\| = 1 \forall j$ , dan una medida de la redundancia. Concretamente, si el *frame* es *no redundante* los  $\{\gamma_j\}_{j \in \Gamma}$  son linealmente independientes y se cumple:

$$A \leq 1 \leq B \quad (2.22)$$

En este caso los  $\{\gamma_j\}_{j \in \Gamma}$  forman una *base* de  $\mathbf{H}$ , y el operador inverso  $U^{-1}$  es único.

Por el contrario, si el *frame* es *redundante o sobrecompleto* se cumple:

$$A > 1 \quad (2.23)$$

y en este caso los vectores  $\{\gamma_j\}_{j \in \Gamma}$  son linealmente dependientes y existen infinitas posibilidades para llevar a cabo la inversión  $U^{-1}$ .

En este contexto, se define el *operator pseudo inverso*  $\tilde{U}^{-1}$  como:

$$\tilde{U}^{-1} = (U^*U)^{-1}U^* \quad (2.24)$$

donde  $U^*$  representa el adjunto de  $U$ :  $\langle Uv_1, v_2 \rangle = \langle v_1, U^*v_2 \rangle$ , y se demuestra [5] que  $\tilde{U}^{-1}$  es, de entre todos los operadores inversos  $U^{-1}$  posibles, el que tiene norma mínima. El operador pseudo inverso permite definir una familia de vectores  $\{\tilde{\gamma}_j\}_{j \in \Gamma}$ , denominada *frame dual* de la siguiente forma:

$$\tilde{\gamma}_j = (U^*U)^{-1}\gamma_j \quad (2.25)$$

que cumple:

$$\forall v \in \mathbf{H} \quad B^{-1} \|v\|^2 \leq \sum_j |\langle v, \tilde{\gamma}_j \rangle|^2 \leq A^{-1} \|v\|^2 \quad (2.26)$$

y

$$v = \tilde{U}^{-1}Uv = \sum_j \langle v, \gamma_j \rangle \tilde{\gamma}_j = \sum_j \langle v, \tilde{\gamma}_j \rangle \gamma_j \quad (2.27)$$

Obtenemos, por tanto, una representación de los elementos de  $\mathbf{H}$  en forma de expansión lineal a partir de los vectores del *frame*  $\{\gamma_j\}_{j \in \Gamma}$  y de su dual  $\{\tilde{\gamma}_j\}_{j \in \Gamma}$

Además se observa que los papeles de ambos *frames*  $\{\gamma_j\}_{j \in \Gamma}$  y  $\{\tilde{\gamma}_j\}_{j \in \Gamma}$  son intercambiables.

Si  $A=B$  se tiene un *tight frame* o marco hermético, y en este caso resulta [5]:

$$\tilde{\gamma}_j = A^{-1} \gamma_j \quad (2.28)$$

$$v = A^{-1} \sum_j \langle v, \gamma_j \rangle \gamma_j \quad (2.29)$$

Si además el *frame* es no redundante, entonces necesariamente por (2.22) y suponiendo vectores normalizados, se debe cumplir  $A=B=1$ . Esto implica que el *frame*  $\{\gamma_j\}$  y su dual  $\{\tilde{\gamma}_j\}$  coinciden y se puede demostrar además [5] que en este caso  $\{\gamma_j\}_{j \in \Gamma}$  constituye una *base ortonormal*, donde

$$\langle \gamma_j, \gamma_k \rangle = \delta[j-k] \quad (2.30)$$

Si el *frame* es no redundante pero con  $A \neq B$ , entonces tanto  $\{\gamma_j\}_{j \in \Gamma}$  como su dual  $\{\tilde{\gamma}_j\}_{j \in \Gamma}$  son *bases de Riesz*. Dentro de este tipo de bases no se da la ortogonalidad entre sus elementos ( $\langle \gamma_j, \gamma_k \rangle_{j \neq k} \neq 0$ ,  $\langle \tilde{\gamma}_j, \tilde{\gamma}_k \rangle_{j \neq k} \neq 0$ ), pero ambas bases sí que son *biortogonales* entre si:

$$\langle \gamma_j, \tilde{\gamma}_k \rangle = \delta[j-k] \quad (2.31)$$

Se dice entonces que el *frame*  $\{\gamma_j\}$  y su dual  $\{\tilde{\gamma}_j\}$  forman un *sistema biortogonal*.

### 2.2.3 Wavelet frames

En esta sección vamos a plantear la discretización de la transformada *wavelet* continua (CWT) definida por la expresión (2.9). Intuitivamente, para que sea posible la reconstrucción los parámetros  $s$  y  $u$  deberían muestrearse de tal manera que la familia de *wavelets* resultante cubriera todo el plano tiempo-frecuencia. Una *wavelet*  $\psi_{s,u}$  tiene una localización temporal centrada en  $u$  con una anchura proporcional a  $s$ , y una localización en frecuencia centrada en  $\eta/s$ , siendo  $\eta$  la frecuencia central de la *wavelet* madre  $\psi$ , con una anchura proporcional a  $1/s$ . Para obtener una cobertura completa se puede utilizar la siguiente discretización:

$$s_j = s_0^j, \quad u_{j,n} = nu_0 s_j, \quad j, n \in \mathbb{Z}, \quad s_0 > 1, \quad u_0 > 0 \quad (2.32)$$

La familia de *wavelets* discretizada es entonces

$$\psi_{j,n}(t) = s_0^{-j/2} \psi(s_0^{-j} t - nu_0) \quad (2.33)$$

y el objetivo es que  $f$  se pueda reconstruir a partir de la secuencia de coeficientes transformados

$$CWT_f(s_j, u_{j,n}) = \langle f, \psi_{j,n} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,n}^*(t) dt \quad (2.34)$$

Esto será posible si la familia de *wavelets* discretizada  $\{\psi_{j,n}\}$  constituye un *frame*, es decir, si cumple la condición (2.19). Esta condición se traduce en una serie de restricciones para la *wavelet* madre  $\psi$  y para los parámetros  $s_0$  y  $u_0$ . Tales restricciones, que pueden encontrarse en [5], no son en realidad demasiado exigentes, y en general si  $\psi(t)$  es una función *razonable* con cierto decaimiento en tiempo y frecuencia, y cumple la condición  $\int \psi(t) dt = 0$ , existe todo un arsenal de valores  $(s_0, u_0)$  tales que  $\{\psi_{j,n}\}$  constituye un *frame*. En ese caso la señal  $f$  se puede reconstruir de la forma:

$$f = \sum_j \sum_n \langle f, \psi_{j,n} \rangle \tilde{\psi}_{j,n} \quad (2.35)$$

donde los vectores  $\{\tilde{\psi}_{j,n}\}$  del *frame* dual se obtienen a partir de la expresión conocida (2.25), que particularizamos aquí para el caso de las *wavelets*:

$$\tilde{\psi}_{j,n} = (U^* U)^{-1} \psi_{j,n} . \quad (2.36)$$

Se podría esperar que las funciones duales  $\{\tilde{\psi}_{j,n}\}$  se pudieran obtener mediante escalado y traslación de una *wavelet* dual  $\tilde{\psi}$ , pero esto en general no es así. La

situación más simple se da en los *tight frames*, donde el *frame* dual es igual al *frame* original salvo por una constante.

Tomando el valor  $s_0 = 2$  en la discretización anterior, se obtiene el caso diádico. Este es el caso más estudiado y el más habitual cuando se trabaja con *wavelets*, ya que permite utilizar algoritmos eficientes basados en bancos de filtros digitales. Este tipo de *wavelets*, que se describen en el apartado siguiente, es el que vamos a considerar en la presente tesis.

## 2.3 *Wavelets* diádicas: Implementación mediante bancos de filtros discretos

La discretización del parámetro de escala  $s_j = s_0^j$  con  $s_0 = 2$  da lugar a un muestreo diádico de la transformada *wavelet*. Si se toma entonces  $u$  entero resulta:

$$\begin{aligned} CWT_f(2^j, n) &= \left\langle f, \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi \left( \frac{t-n}{2^j} \right) \right\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2^j}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left( \frac{t-n}{2^j} \right) dt, \quad j, n \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (2.37)$$

mientras que si se toma  $u$  como múltiplo de  $s_j$  tenemos:

$$\begin{aligned} CWT_f(2^j, 2^j n) &= \left\langle f, \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi \left( \frac{t-2^j n}{2^j} \right) \right\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2^j}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left( \frac{t}{2^j} - n \right) dt, \quad j, n \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (2.38)$$

Para el cálculo de estos coeficientes existen algoritmos rápidos, basados en bancos de filtros discretos. Concretamente, el algoritmo de Mallat [5] implementa la denominada transformada *wavelet* discreta (*discrete wavelet transform*, DWT), que según veremos aproxima a los coeficientes CWT muestreados según (2.38). Esta transformada y los algoritmos que la implementan serán el objeto de esta sección. Por su parte el muestreo (2.37), que corresponde a la transformada *wavelet* no diezmada (*undecimated wavelet transform*, UWT), será tratado con más detalle en el capítulo 7.

### 2.3.1 Definición DWT: algoritmo de Mallat

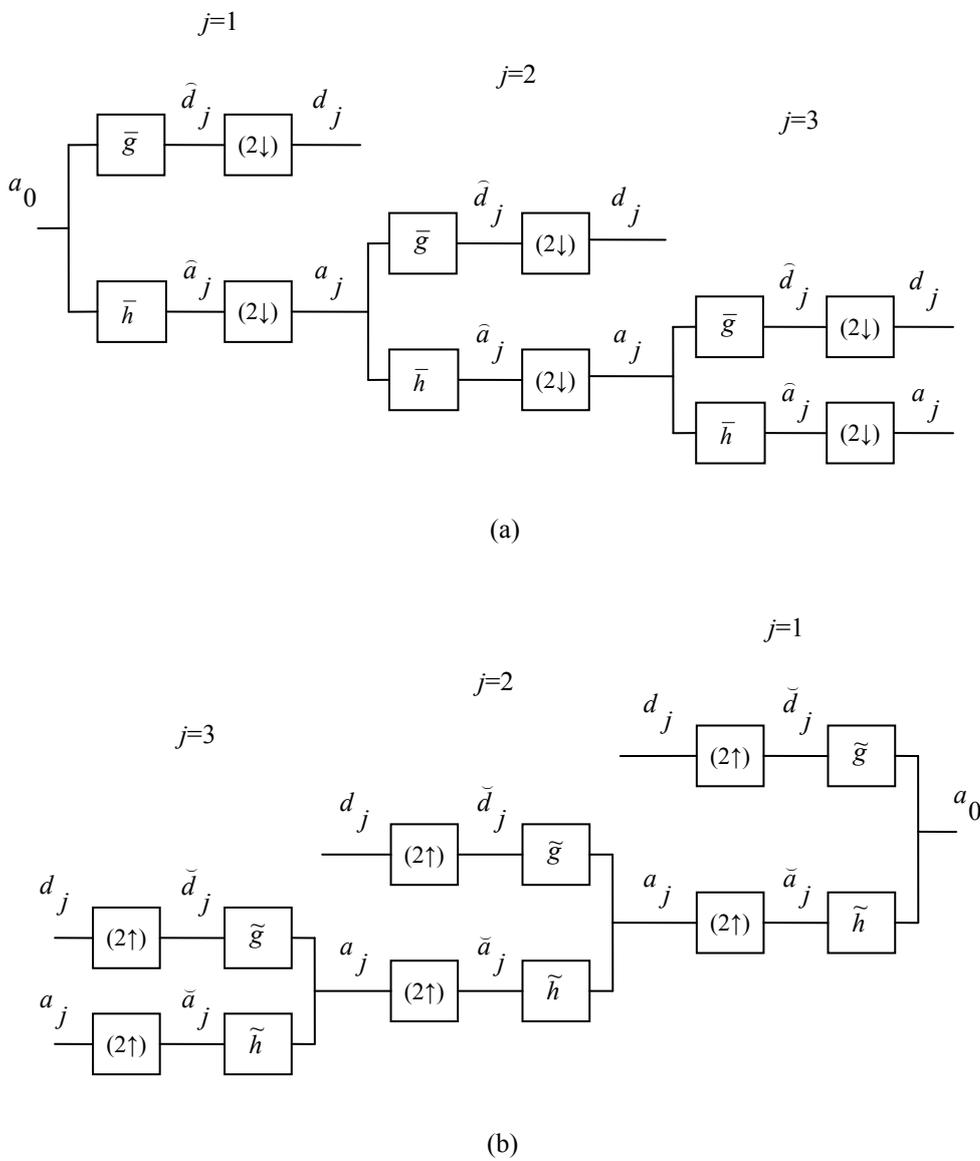
El algoritmo de Mallat [5] es un método rápido que permite el cálculo de la transformada *wavelet* discreta (*discrete wavelet transform*, DWT). Su estructura se

muestra en la figura 2.3. Concretamente, la figura 2.3.a muestra el esquema de análisis o descomposición, y la figura 2.3.b el de síntesis o reconstrucción. El operador  $(2\downarrow)$  representa un diezmado

$$x[n] = \hat{x}[2n] \tag{2.39}$$

y el operador  $(2\uparrow)$  una inserción de ceros

$$\check{x}[n] = \begin{cases} x[n] & n = 2p \\ 0 & n = 2p + 1 \end{cases} \tag{2.40}$$



**Figura 2.3.** Esquema del algoritmo de Mallat para el cálculo de la transformada DWT. (a) Descomposición. (b) Reconstrucción.

Los filtros de análisis  $\bar{h}[n]$ ,  $\bar{g}[n]$  y síntesis  $\tilde{h}[n]$ ,  $\tilde{g}[n]$  vienen definidos a partir de  $h[n]$  paso bajo y  $g[n]$  paso alto:

$$\bar{h}[n] = h[-n], \quad \bar{g}[n] = g[-n] \quad (2.41)$$

$$\tilde{h}[n] = h[n], \quad \tilde{g}[n] = g[n] \quad (2.42)$$

que cumplen las condiciones de los denominados *quadrature mirror filters* QMF [5]:

$$|H(\omega)|^2 + |H(\omega + \pi)|^2 = 2 \quad \forall \omega \in \mathfrak{R} \quad (2.43)$$

$$H(0) = \sqrt{2} \quad (2.44)$$

$$G(\omega) = e^{-i\omega} H^*(\omega + \pi) \quad (2.45)$$

siendo  $H(\omega)$  la transformada de Fourier de tiempo discreto (*Discrete-Time Fourier Transform*, DTFT) de  $h[n]$ , y  $G(\omega)$  la de  $g[n]$ .

Entonces se demuestra [5] que la estructura de la figura 2.3 proporciona una representación *wavelet*, de la siguiente manera:

- Se define una función  $\varphi(t)$  denominada función de escalado, cuya transformada de Fourier viene dada por:

$$\Phi(\omega) = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} H\left(\frac{\omega}{2^k}\right) \quad (2.46)$$

La expresión (2.46) forma la base de una recursión:

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} H(\omega/2) \Phi(\omega/2) \quad (2.47)$$

y en el dominio del tiempo:

$$\varphi(t) = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] \varphi(2t - n) \quad (2.48)$$

Las funciones  $\varphi_{j,n}(t)$  obtenidas por escalado y desplazamiento de  $\varphi(t)$

$$\varphi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \varphi\left(\frac{t}{2^j} - n\right) \quad (2.49)$$

generan una serie de subespacios  $V_j$ , que permiten definir lo que se denomina un *análisis multiresolución*. Este tipo de análisis consiste en una sucesión expansiva

de subespacios cerrados  $\dots V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \dots$  que cumple los siguientes axiomas:

$$(a) \text{ Completitud hacia arriba: } \quad \overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L_2(\mathfrak{R}) \quad (2.50)$$

$$(b) \text{ Completitud hacia abajo: } \quad \bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\} \quad (2.51)$$

$$(c) \text{ Escalado: } \quad f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2^j t) \in V_0 \quad (2.52)$$

De aquí surge la denominación de *multiresolución*, ya que todos los espacios son versiones escaladas del espacio central  $V_0$ .

$$(d) \text{ Desplazamiento: } \quad f(t) \in V_0 \Rightarrow f(t-n) \in V_0 \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad (2.53)$$

$$(e) \text{ Existencia de Bases: Existe } \xi \in V_0 \text{ tal que } \quad \left\{ \xi(t-n) \mid n \in \mathbb{Z} \right\} \quad (2.54)$$

es una base ortonormal para  $V_0$ .

A partir de estos axiomas se demuestra [5] que, para una determinada escala  $j$ , la familia de funciones

$$\left\{ \varphi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \varphi\left(\frac{t}{2^j} - n\right) \mid j, n \in \mathbb{Z} \right\} \quad (2.55)$$

constituye una base ortonormal del subespacio  $V_j$ .

- Asimismo se define otra función  $\psi(t)$ , denominada función *wavelet*, de la forma:

$$\Psi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} G\left(\frac{\omega}{2}\right) \prod_{k=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} H\left(\frac{\omega}{2^k}\right) \quad (2.56)$$

o bien recursivamente

$$\Psi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} G(\omega/2) \Phi(\omega/2) \quad (2.57)$$

y en el dominio del tiempo

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g[n] \varphi(2t - n) \quad (2.58)$$

donde  $\Psi(\omega)$  es la transformada de Fourier de  $\psi(t)$ .

Y se demuestra [5] que la familia de funciones obtenida por escalado y desplazamiento de esta función *wavelet*

$$\left\{ \psi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t}{2^j} - n\right) \mid j, n \in Z \right\} \quad (2.59)$$

es una base ortonormal para el subespacio  $W_j$ , siendo  $W_j$  es el complemento ortogonal de  $V_j$  en  $V_{j-1}$

Las ecuaciones en el dominio de Fourier (2.48) y (2.57), indican que las funciones base de los subespacios de menor resolución, o *subespacios de aproximación*, abarcan un rango de frecuencias mitad que el de las funciones de los subespacios de mayor resolución, o *subespacios de detalle*. Así, en un análisis multiresolución con descomposición diádica, cada nivel de resolución concentra una zona del espectro de frecuencias que es la mitad de la zona contenida en el nivel anterior, como se muestra en la figura 2.4. Esto es lo que se denomina una descomposición frecuencial en octavas.

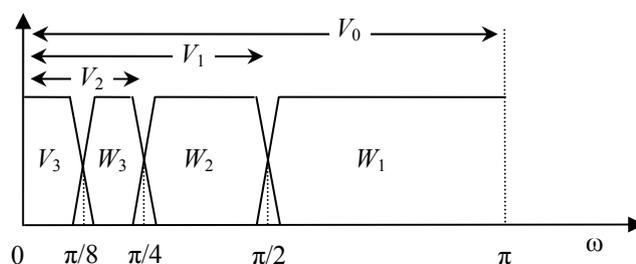
- Considerando todo lo anterior, en [5] se demuestra que para la secuencia de entrada

$$a_0[n] = \text{Pr oy}_{V_0}[f(t)] \hat{=} \langle \varphi(t-n), f(t) \rangle \hat{=} \int_{t \in \mathbb{R}} \varphi(t-n) f(t) dt, \quad n \in Z \quad (2.60)$$

el algoritmo de la figura 2.3 proporciona los coeficientes de la expansión de  $f(t)$  en términos de las funciones  $\psi_{j,n}(t)$  definidas en (2.49).

Concretamente, las proyecciones de  $f(t)$  sobre los subespacios  $V_j$  y  $W_j$  satisfacen la siguiente recursión:

$$\begin{aligned} \text{Pr oy}_{V_j}[f(t)] &\hat{=} \left\langle f(t), \frac{1}{\sqrt{2^j}} \varphi\left(\frac{t}{2^j} - n\right) \right\rangle \\ &= \sum_k h[k-2n] a_{j-1}[k] \hat{=} a_{j-1}[n] * \bar{h}[2n] \hat{=} a_j[n] \end{aligned} \quad (2.61)$$



**Figura 2.4.** Descomposición espectral en subespacios multiresolución para el caso diádico.  $V_i$  subespacio de aproximación.  $W_i$  subespacio de detalle.

$$\begin{aligned} \text{Proy}_{W_j}[f(t)] &\hat{=} \left\langle f(t), \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t}{2^j} - n\right) \right\rangle \\ &= \sum_k g[k - 2n] a_{j-1}[k] \hat{=} a_{j-1}[n] * \bar{g}[2n] \hat{=} d_j[n] \end{aligned} \quad (2.62)$$

donde la proyección sobre  $V_j$  será la secuencia de aproximación  $a_j[n]$  y la proyección sobre  $W_j$  será la secuencia de detalle  $d_j[n]$ , cuya expresión (2.62) coincidiría con los coeficientes de la transformada *wavelet* muestreada dados por (2.38):

$$CWT_f(2^j, 2^j n) \hat{=} \left\langle f(t), \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t}{2^j} - n\right) \right\rangle = d_j[n] \quad (2.63)$$

y todo ello corresponde a la estructura de banco de filtros iterado que se muestra en la figura 2.3.a.

Asimismo, en [5] se demuestra también que los coeficientes anteriores satisfacen:

$$\begin{aligned} a_j[n] &= \sum_k h[n - 2k] a_{j+1}[k] + \sum_k g[n - 2k] d_{j+1}[k] \\ &= \tilde{a}_{j+1}[n] * h[n] + \tilde{d}_{j+1}[n] * g[n] \end{aligned} \quad (2.64)$$

lo que permite la reconstrucción de la secuencia original según el esquema de la figura 2.3.b.

### 2.3.2 Generalizaciones del algoritmo de Mallat

La estructura de banco de filtros iterado que se ha presentado para el cálculo de la transformada DWT en la figura 2.3, puede generalizarse dando lugar a nuevos tipos de expansiones *wavelet* [4, 5]. Los principales se resumen a continuación.

#### ▪ Wavelets biortogonales

En lugar de las familias *wavelet* ortogonales vistas anteriormente, a partir de los bancos de filtros de la figura 2.3 podemos construir familias biortogonales relajando las condiciones para los filtros.

$$\text{Filtros de descomposición:} \quad \bar{h}[n] = h[-n], \quad \bar{g}[n] = g[-n] \quad (2.65)$$

$$\text{Filtros de reconstrucción:} \quad \tilde{h}[n], \quad \tilde{g}[n] \quad (2.66)$$

Y las condiciones quedan ahora:

$$H^*(\omega + \pi)\tilde{H}(\omega) + G^*(\omega + \pi)\tilde{G}(\omega) = 0 \quad (2.67)$$

$$H^*(\omega)\tilde{H}(\omega) + G^*(\omega)\tilde{G}(\omega) = 2 \quad (2.68)$$

En [5] se demuestra que (2.67) y (2.68) son condiciones necesarias y suficientes para tener un banco de filtros con reconstrucción perfecta, o equivalentemente una descomposición biortogonal en  $l_2(\mathbb{Z})$ .

Estas condiciones se pueden también expresar como:

$$\begin{pmatrix} \tilde{H}^*(\omega) \\ \tilde{G}^*(\omega) \end{pmatrix} = \frac{2}{\Delta(\omega)} \begin{pmatrix} G(\omega + \pi) \\ -H(\omega + \pi) \end{pmatrix} \quad (2.69)$$

$$\text{con } \Delta(\omega) = H(\omega)G(\omega + \pi) - H(\omega + \pi)G(\omega) \quad (2.70)$$

donde se aprecia que los filtros de reconstrucción,  $\tilde{h}$  y  $\tilde{g}$  quedan totalmente definidos por  $h$  y  $g$ .

Si  $h$  y  $g$  son filtros FIR, las condiciones anteriores adquieren la forma:

$$H^*(\omega)\tilde{H}(\omega) + H^*(\omega + \pi)\tilde{H}(\omega) = 2 \quad (2.71)$$

$$g[n] = (-1)^{1-n}\tilde{h}[1-n], \quad \tilde{g}[n] = (-1)^{1-n}h[1-n] \quad (2.72)$$

Si se añade la condición de que los filtros de análisis y síntesis sean iguales, entonces (2.67) se convierte en

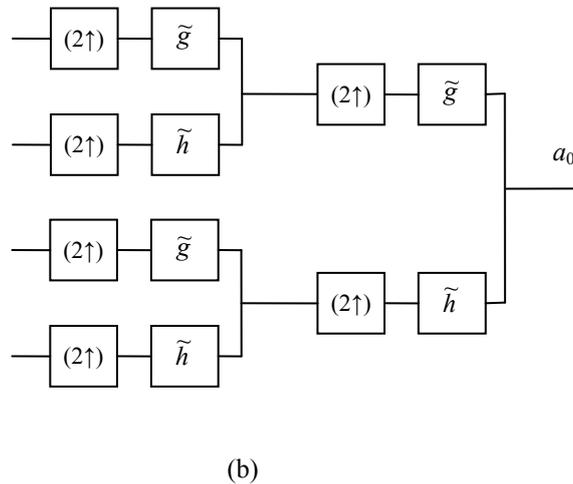
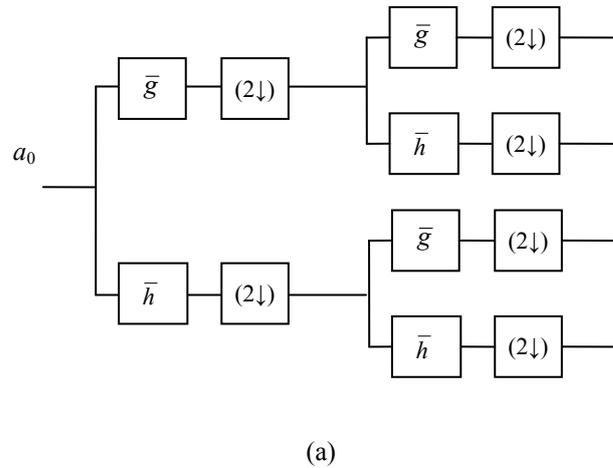
$$|H(\omega)|^2 + |H(\omega + \pi)|^2 = 2 \quad \forall \omega \in \mathfrak{R} \quad (2.73)$$

con lo cual volveríamos a la condición (2.43) que define los QMF y las descomposiciones *wavelet* ortogonales.

- **Wavelets con descomposición irregular: *wavelet packets***

Una alternativa al banco de filtros de la figura 2.3, consiste en permitir las iteraciones no sólo sobre el canal paso-bajo, sino también sobre el paso-alto. De esta forma se construyen bancos de filtros con estructura en árbol arbitraria, a cuyos canales se pueden asociar conjuntos de *wavelets*. Estas funciones, junto con los escalados y desplazamientos apropiados, forman bases en  $L_2(\mathbb{R})$ , que se conocen con el nombre de *wavelet packets*. La representación de señales en términos de estas bases da lugar a la transformada *wavelet packet* (*wavelet packet transform*, WPT).

En la figura 2.5 se muestra el esquema de una descomposición *wavelet packet* completa hasta el nivel 2. No obstante, no es necesario descomponer siempre todos los subespacios pertenecientes a cada nivel, sino que se pueden generar árboles de descomposición irregulares. Esto proporciona una gran variedad de bases con las que



**Figura 2.5.** Esquema del algoritmo para el cálculo de la WPT. (a) Descomposición. (b) Reconstrucción.

representar la señal, entre las cuales se puede elegir la mejor dependiendo del tipo de señal y de la aplicación concreta.

#### ▪ Wavelets no diezmadas

Otra posibilidad es la de conseguir expansiones *wavelet* sobremuestreadas mediante la construcción de bancos de filtros iterados en los que no se diezma la señal después de filtrar. Al no diezmar, es necesario modificar los filtros mediante la inserción de ceros entre sus coeficientes, para conseguir subbandas que recojan distintas zonas del espectro. Esto es lo que se conoce como algoritmo *à trous*, y da lugar a la transformada *wavelet* no diezmada (*undecimated wavelet transform*, UWT). Las

principales aportaciones de la presente tesis doctoral se van a centrar en este tipo de transformadas, que se tratan con detalle en el capítulo 7.

## 2.4 Familias *wavelet*

La elección de una *wavelet* madre  $\psi(t)$  que cumpla las condiciones (2.6-2.7), con el posterior proceso de escalado y traslación (2.5), no garantiza que se vaya a obtener una base de  $L_2(\mathbb{R})$  con buenas propiedades. Los principales criterios que se consideran a la hora de evaluar las propiedades de una base *wavelet* son los siguientes [3, 5, 41]:

- El *soporte*, es decir, la velocidad de convergencia a 0 de las funciones  $\psi(t)$  cuando  $t$  tiende a infinito y  $\Psi(\omega)$  cuando  $\omega$  tiende a infinito, lo que determina su localización en tiempo y frecuencia. Se dice que una función tiene *soporte compacto* cuando se anula fuera de un intervalo acotado.
- El número de *momentos nulos*, que corresponde al valor  $M$  tal que

$$\int t^m \psi(t) dt = 0 \quad 0 \leq m < M \quad (2.74)$$

el cual está en relación con las propiedades de compresión de la *wavelet*, es decir, con su capacidad para proporcionar representaciones con pocos coeficientes significativos para una amplia clase de funciones.

- La *simetría*, que es útil para evitar desfases por ejemplo en procesado de imágenes.
- La *regularidad* o número de derivadas continuas, que influye en la calidad de la reconstrucción en regresión no paramétrica.

Las funciones que se reconocen actualmente como las primeras *wavelets* son las propuestas por Alfred Haar en 1910 [1]. El principal inconveniente de las funciones de Haar es que son discontinuas, lo que las hace inadecuadas como bases para una amplia clase de funciones regulares. Sin embargo, durante muchos años fue imposible construir *wavelets* con mejores propiedades que las de Haar. No fue hasta la aparición del concepto de *multiresolución*, presentado en la sección anterior, cuando se pudo disponer de un marco matemático propicio para el desarrollo de nuevas bases.

En este marco el análisis se simplificó, reduciendo el proceso a sencillas operaciones de filtrado que no requerían conocer la fórmula de una *wavelet* madre. Un punto clave en este desarrollo fue el trabajo de Ingrid Daubechies [3], que dio lugar a la familia de bases *wavelet* que llevan su nombre. Éstas además de ser ortogonales,

tienen soporte compacto y se pueden implementar mediante cortos filtros digitales. En esencia, las *wavelet* madre de la familia de Daubechies están indexadas en términos crecientes de soporte, regularidad y número de momentos nulos. No existe para ellas una expresión analítica, sino que se definen a partir de los filtros correspondientes, lo que proporciona una herramienta fácil de programar y utilizar. Por todo ello, las *wavelets* de Daubechies se encuentran en la actualidad entre las familias más utilizadas en la práctica.

Otros ejemplos de *wavelets* ampliamente utilizadas son las *symlets* [3], las *coiflets* [3], las *spline wavelets* [44], etc. También se han desarrollado familias de otros tipos, como las *wavelets* biortogonales que relajan las condiciones para los filtros. En general, la elección de la familia *wavelet* vendrá motivada por cada problema particular. Lo importante en este punto es señalar que en la actualidad se dispone de un amplio abanico de familias, que son suficientemente flexibles para generar, a través de una elección adecuada, buenas bases para los espacios de funciones que se encuentran en la mayoría de las aplicaciones prácticas.

## Capítulo 3

# Principios de la reducción de ruido mediante umbralización *wavelet*

Dentro de los diferentes aspectos que engloba el procesado de señal, las técnicas de reducción de ruido constituyen una herramienta fundamental que ha experimentado un gran desarrollo en las últimas décadas, y continúa su expansión en la actualidad. Su objetivo consiste en recuperar una señal desconocida a partir de muestras de dicha señal contaminadas con ruido. Desde un punto de vista estadístico, la reducción de ruido se puede formular como un problema de regresión no paramétrica, en el cual se dispone de un conjunto de datos  $y_i$  que viene dado por:

$$y_i = f(t_i) + n_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.1)$$

donde  $f(t)$  es la función desconocida que se desea recuperar y  $n_i$  es un ruido aditivo.

Las técnicas de regresión no paramétrica proporcionan una manera simple y eficaz de recuperar una función inmersa en ruido sin presuponer en ella ninguna estructura en particular, a diferencia de lo que ocurre con los métodos paramétricos (como podrían ser la regresión lineal, polinomial, etc.). Para ello tratan de obtener una  $\hat{f}(t)$  que estime  $f(t)$  minimizando una determinada función de coste o riesgo, que en general será el error cuadrático medio:

$$R(\hat{f}, f) = \frac{1}{N} E \|\hat{f} - f\|^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} E (\hat{f}(t_i) - f(t_i))^2 \quad (3.2)$$

Durante los años 80 y principios de los 90, el problema de la regresión no paramétrica estuvo dominado por el desarrollo de estimadores lineales [45]. Entre los más populares están los basados en funciones *kernel*, funciones *spline* y series ortogonales. Estos estimadores tratan de obtener una expansión de  $f(t)$  en términos de una determinada familia de funciones  $\{q_\theta(t)\}$  de la forma:

$$f(t) = \sum_{\theta=0}^{\infty} m_{\theta} q_{\theta}(t) \quad (3.3)$$

Obviamente no es posible estimar un conjunto de parámetros infinito  $m_{\theta}$  a partir de la muestra finita  $y_i$   $i=1, 2, \dots, N$ , de manera que en la práctica se asume que  $f(t)$  pertenece a una clase de funciones con cierta regularidad, y que entonces se puede considerar el estimador truncado:

$$f(t) = \sum_{\theta=0}^M m_{\theta} q_{\theta}(t) \quad (3.4)$$

El comportamiento de este estimador truncado depende de la regularidad de la función  $f(t)$ , de la familia de funciones escogida  $\{q_{\theta}(t)\}$  y de la elección del parámetro  $M$ . En general, los métodos tradicionales de estimación lineal consiguen reducir el ruido a costa de suavizar de manera significativa las irregularidades locales de la señal [46].

Posteriormente se desarrollaron otros estimadores de tipo adaptativo, que evitaban la necesidad de un conocimiento a priori de la familia de funciones  $\{q_{\theta}(t)\}$  adecuada. Entre los más destacados encontramos los métodos *kernel* de ancho de banda variable, los árboles de clasificación y regresión, y las *splines* de regresión adaptativa. Aunque algunos de estos métodos consiguen un comportamiento asintóticamente óptimo, tienen un coste computacional muy alto y suelen estar diseñados para la reducción de ruido en funciones regulares [47].

A mediados de los 90, Donoho y Johnstone plantearon las primeras técnicas de regresión no paramétrica basadas en la umbralización de los coeficientes *wavelet* [33-35, 48]. Frente a las limitaciones que presentaban los métodos anteriores para el caso de funciones no regulares, las técnicas *wavelet* consiguen reducir el ruido de manera importante a la vez que se adaptan a las variaciones locales de la señal. Entre sus principales ventajas encontramos las siguientes [48]:

- son casi óptimas para un amplio rango de funciones
- su aplicación práctica es simple y rápida
- se adaptan a las irregularidades de la señal en tiempo y frecuencia
- son fácilmente extensibles a dimensiones superiores (imágenes, etc)
- son aplicables a otros problemas, como la estimación de densidad o los problemas inversos.

Por todo ello, la umbralización *wavelet* se ha convertido en una de las herramientas de mayor desarrollo y aplicación en numerosos campos de la estadística, y en particular en el de la regresión no paramétrica.

A lo largo de este capítulo se presentan los principios básicos de la reducción de ruido mediante umbralización *wavelet* no lineal, y se describe en detalle el procedimiento y los diferentes parámetros que intervienen. Además, se muestra el funcionamiento del método con algunos ejemplos prácticos.

### 3.1 Procedimiento básico de umbralización *wavelet*

El procesado *wavelet* para reducción de ruido es una técnica bien establecida. La gran mayoría de aplicaciones están basadas en la utilización de la transformada discreta DWT para la reducción de distintos tipos de ruido, fundamentalmente ruido blanco o ruido no correlado. Los trabajos iniciales en el marco de esta teoría general fueron desarrollados por Donoho y Johnstone [33-35, 46, 48]. Otras descripciones de este tipo de técnicas se pueden encontrar en [47, 49-52].

Para definir en qué consiste la umbralización *wavelet*, conviene señalar en primer lugar que ésta no se engloba dentro de los métodos de *smoothing* o suavizado, ya que mientras el *smoothing* elimina las altas frecuencias y retiene las bajas, la umbralización *wavelet* trata de eliminar cualquier ruido y retener cualquier señal presente, con independencia de sus respectivos contenidos en frecuencia. Como se comentó anteriormente, se trata de un método de reducción de ruido de tipo *no paramétrico*, que no parte de ningún modelo de señal asumido a priori. El procesado que lleva a cabo es *no lineal*, y consiste básicamente en una umbralización de los coeficientes en el dominio *wavelet*, que tiene lugar en tres pasos:

1. transformación *wavelet* (lineal) de la señal original
2. umbralización (no lineal) de los coeficientes *wavelet*, reteniendo únicamente aquellos que superen un cierto umbral
3. transformación inversa (lineal), con el fin de recuperar una señal con menor ruido en el dominio del tiempo

La umbralización *wavelet* viene motivada por la distinta manera en que la transformada afecta a la señal y al ruido [52]. La señal, con cierta localización en tiempo y frecuencia, resulta concentrada en unos pocos coeficientes, mientras que el ruido tiende a dispersarse entre un mayor número de coeficientes. Así es posible reconstruir una señal con menor ruido seleccionando los coeficientes de valor grande,

que contienen esencialmente señal, y eliminando los coeficientes pequeños, debidos básicamente a ruido.

Para dar una definición más precisa, supongamos que los datos observados  $y(t)$  contienen la función  $f(t)$  más un ruido aditivo  $n(t)$ :

$$y(t) = f(t) + n(t) \quad (3.5)$$

Si aplicamos umbralización *wavelet* a la señal  $y(t)$ , con el fin de obtener  $\hat{f}(t)$  como una estimación de  $f(t)$ , el proceso se resumiría en los siguientes tres pasos:

$$w = W(y) \quad (3.6)$$

$$\hat{w} = \Gamma(w, \lambda) \quad (3.7)$$

$$\hat{f} = W^{-1}(\hat{w}) \quad (3.8)$$

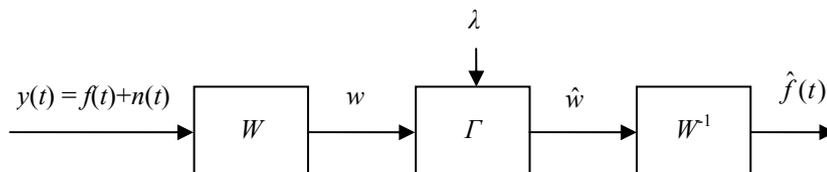
donde denotamos como  $W(\cdot)$  y  $W^{-1}(\cdot)$  a los operadores *wavelet* directo e inverso, y como  $\Gamma(\cdot, \lambda)$  al operador umbralización, siendo  $\lambda$  el umbral. El diagrama de bloques correspondiente se muestra en la figura 3.1.

Un aspecto de gran importancia es la elección del umbral  $\lambda$ . Éste puede ser un valor fijo predeterminado, pero se obtendrá un mejor resultado si se elige un umbral adaptativo, que se calcule en función de los datos de entrada. En este caso el esquema se modificaría con la introducción de un nuevo operador para el cálculo del umbral:

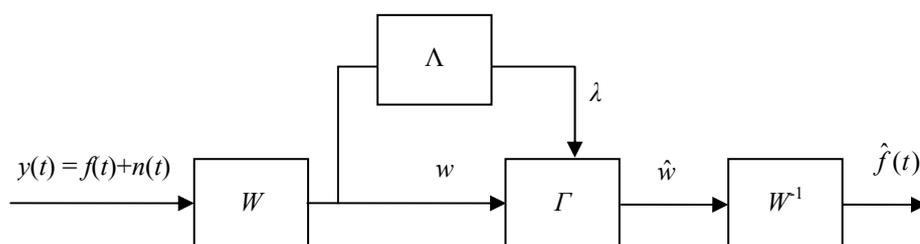
$$\lambda = \Lambda(w) \quad (3.9)$$

El diagrama de bloques modificado se muestra en la figura 3.2, donde se distingue entre el operador  $\Lambda(\cdot)$  que selecciona el umbral y el operador  $\Gamma(\cdot, \cdot)$  que lleva a cabo la umbralización.

Los esquemas anteriores resumen los principios de la umbralización *wavelet*, pero no muestran los detalles en cuanto a la implementación de los operadores  $W(\cdot)$ ,  $\Lambda(\cdot)$  y  $\Gamma(\cdot)$ . Por ejemplo la implementación del operador  $W(\cdot)$  implicaría especificar los



**Figura 3.1.** Diagrama de bloques del procesamiento básico con umbralización *wavelet*.



**Figura 3.2.** Diagrama de bloques del procesado con umbralización *wavelet*, considerando una elección del umbral  $\lambda$  dependiente de los datos.

bancos de filtros de análisis y síntesis, el número total  $J$  de niveles de descomposición, etc. Dependiendo de la elección de parámetros para los operadores  $W(\cdot)$ ,  $\Lambda(\cdot)$  y  $\Gamma(\cdot)$ , se pueden generar diferentes tipos de umbralización *wavelet*. En el apartado siguiente se describen las distintas posibilidades.

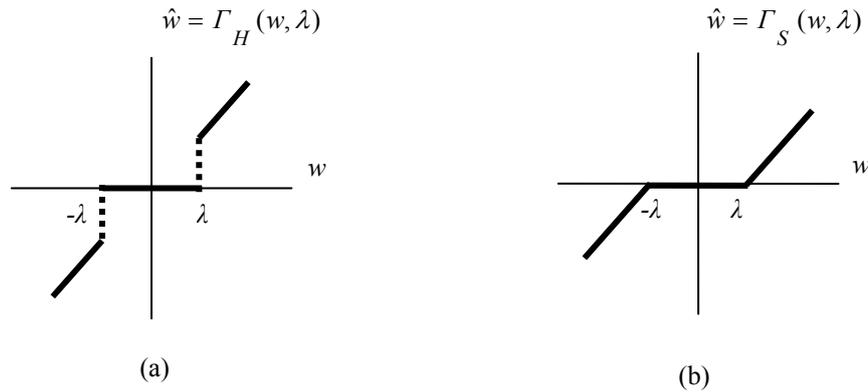
## 3.2 Parámetros de procesado

Son diversos los parámetros que pueden condicionar la eficiencia de un procesador *wavelet* para reducción de ruido [46, 47, 51, 52]. Por un lado están los parámetros relacionados con la transformada  $W(\cdot)$ , que no se revisarán en este punto ya que se tratan ampliamente en los capítulos específicos sobre *wavelets*, concretamente en el capítulo 2 para los aspectos generales y en el capítulo 6 para los aspectos prácticos de implementación.

Por otro lado están los parámetros relacionados con el proceso de umbralización  $\Gamma(\cdot; \cdot)$  y la elección del umbral  $\Lambda(\cdot)$ , que son los que se van a tratar a continuación.

### 3.2.1 Tipo de umbralización

El objetivo básico de la umbralización, es retener los coeficientes de valor grande y eliminar los de valor pequeño. Esto puede hacerse de diversas formas, dando lugar a distintos procedimientos de umbralización. Los más habituales, propuestos por Donoho y Johnstone en sus trabajos [33-35, 46, 48], son los denominados *hard* y *soft thresholding*. La figura 3.3 muestra gráficamente ambas operaciones. Los dos métodos conservan los coeficientes cuyo valor absoluto está por encima del umbral  $\lambda$ , y anulan los que quedan por debajo por considerar que contienen fundamentalmente



**Figura 3.3.** Procedimientos básicos de umbralización. (a) *Hard thresholding*. (b) *Soft thresholding*.

ruido. En el caso del *hard thresholding*, los coeficientes significativos se mantienen inalterados, lo que crea discontinuidades en  $w = \pm\lambda$ . Para evitar estas discontinuidades, la técnica de *soft thresholding* aplica una reducción a los coeficientes que se conservan, de valor igual al umbral  $\lambda$ . El comportamiento estadístico de ambos operadores es diferente [52-54]. En general, la técnica de *hard thresholding* es más sensible a variaciones en los datos y da lugar a mayor varianza en la estimación. Por el contrario, el uso de *soft thresholding* proporciona mayor estabilidad, pero introduce un sesgo por la atenuación que sufren los coeficientes. Por todo ello, la elección del método más idóneo depende de cada aplicación en particular. Por otra parte, como alternativa a los *hard* y *soft thresholding* clásicos, se han planteado también otras opciones de umbralización que ofrecen un comportamiento intermedio, a costa de una mayor complejidad en el proceso [55-57].

### 3.2.2 Selección del umbral

La elección del umbral  $\lambda$  determina de manera fundamental la efectividad del algoritmo de reducción de ruido. Un umbral muy elevado recortará partes importantes de la señal que se desea recuperar, mientras que un umbral demasiado pequeño retendrá buena parte del ruido.

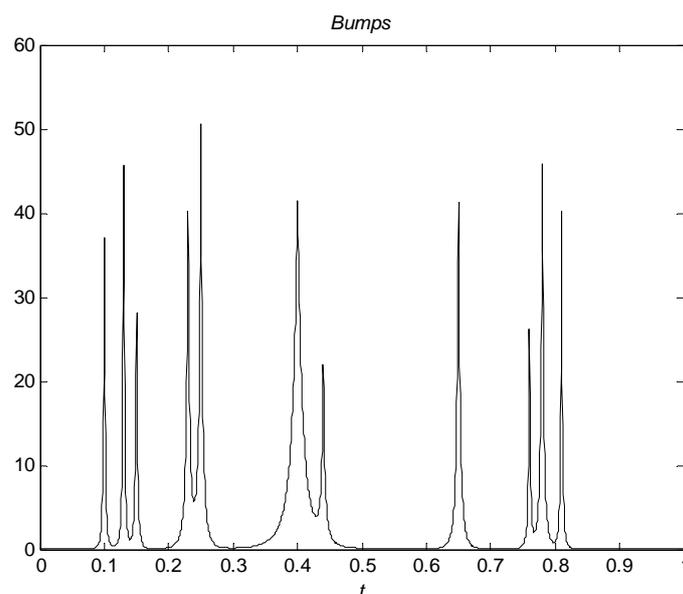
Existen reglas bien establecidas para la selección del umbral, que tuvieron su origen en aplicaciones de reducción de ruido blanco. Las más importantes son las propuestas por Donoho y Johnstone, que dan lugar a los umbrales denominados Minimax [33], Universal [34, 35] y SURE [35]. Los dos primeros dependen únicamente del nivel de ruido estimado y de la longitud de la secuencia de datos  $N$ ,

mientras que el último es un umbral adaptativo, que se calcula para cada secuencia de datos en particular. Estos umbrales han sido ampliamente estudiados y proporcionan unos resultados cercanos a los óptimos en muchas situaciones. Por todo ello y por su sencillez de aplicación, son los que se utilizan de manera más habitual.

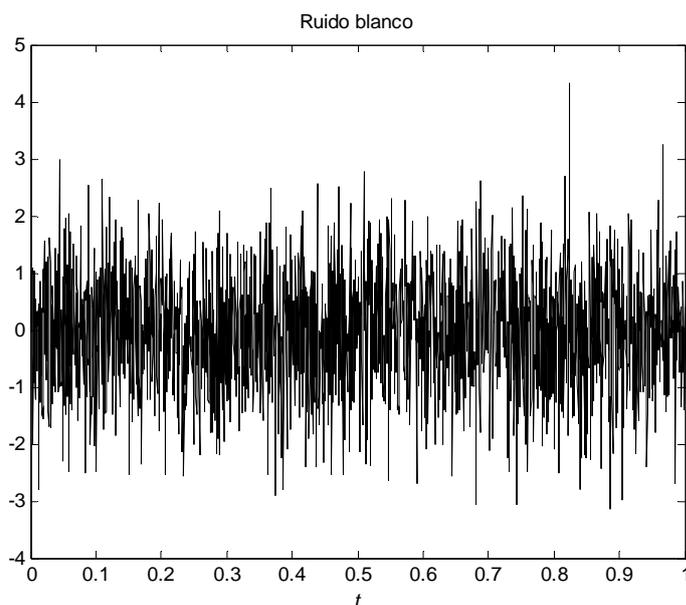
Posteriormente otros trabajos han ido ampliando las técnicas de selección de umbrales. Así, se han introducido nuevos métodos basados en *cross-validation* [52, 58-63], test de hipótesis [64, 65], umbralización por bloques [66-70], estimadores Bayesianos [71, 72], etc. Para obtener una visión más detallada de estos diferentes métodos de umbralización *wavelet*, se pueden consultar las revisiones del estado del arte que se ofrecen en [47, 49, 50, 52].

### 3.3 Funcionamiento del procesado *wavelet* para reducción de ruido: ejemplo y discusión

A continuación se va a ilustrar el funcionamiento del método de umbralización *wavelet* mediante un ejemplo práctico. Para ello se considera la función *bumps* mostrada en la figura 3.4. Esta función definida en [33] se ha empleado en numerosos trabajos para la evaluación de algoritmos de reducción de ruido [33, 35, 46-48, 51, 53]. A la función *bumps* se va a añadir un ruido blanco Gaussiano de media nula y potencia unidad,  $N(0,1)$ , que se muestra en la figura 3.5.



**Figura 3.4.** Función *bumps*, utilizada frecuentemente para la evaluación de algoritmos de reducción de ruido.

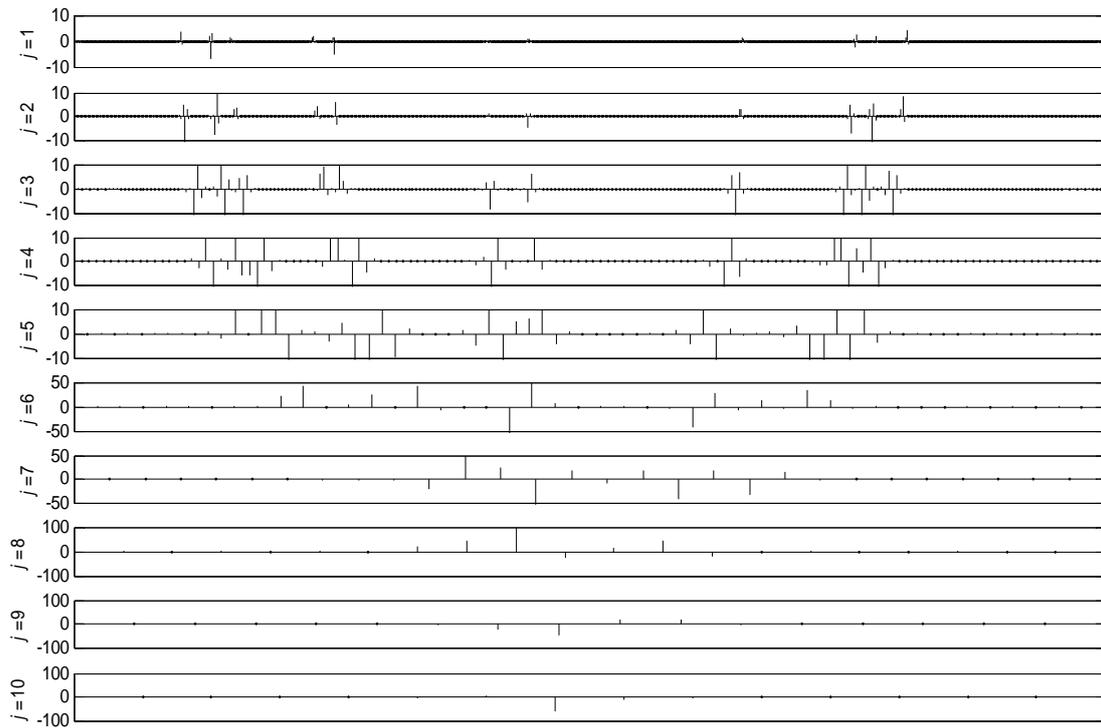


**Figura 3.5.** Ruido blanco Gaussiano de media nula y potencia unidad  $N(0,1)$ .

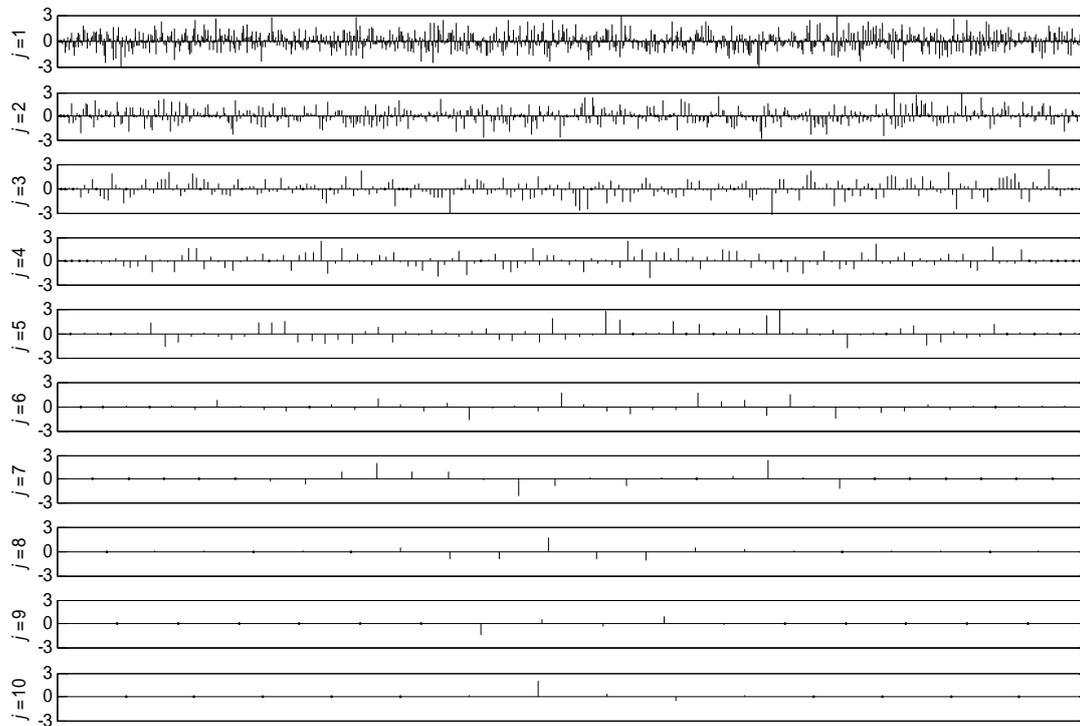
En los trabajos [33, 46, 52] se justifica que el método de umbralización *wavelet* funciona gracias a dos propiedades básicas de la transformada:

1. Propiedad de *sparsity*, decorrelación o compresión: para una amplia clase de funciones, la transformada *wavelet* proporciona representaciones con un número pequeño de coeficientes significativos (menor cuanto más adecuada sea la elección de la *wavelet* madre). Se tiene así una representación donde unos pocos coeficientes contienen una gran parte de la información, y esto se cumple para una amplia clase de funciones, incluyendo señales irregulares, no estacionarias, que presentan singularidades en tiempo y/o frecuencia, etc. De manera que para todas estas señales va a ser posible eliminar buena parte de los coeficientes *wavelet* y tener todavía una buena aproximación de la señal original. Esto resulta muy útil en aplicaciones de compresión y también, en combinación con la propiedad que vamos a ver a continuación, para supresión de ruido.
2. Propiedad de *ortogonalidad*: por esta propiedad, la transformada *wavelet* del ruido blanco sigue siendo un ruido blanco, por tanto se distribuye por igual entre todos los coeficientes *wavelet*.

Las propiedades que acabamos de ver se pueden comprobar en las figuras 3.6 y 3.7, donde se han representado los coeficientes *wavelet* de la señal *bumps* y del ruido blanco anteriores. La figura 3.6 muestra que la señal tiende a concentrarse en unos



**Figura 3.6.** Coeficientes *wavelet* de la señal *bumps*.

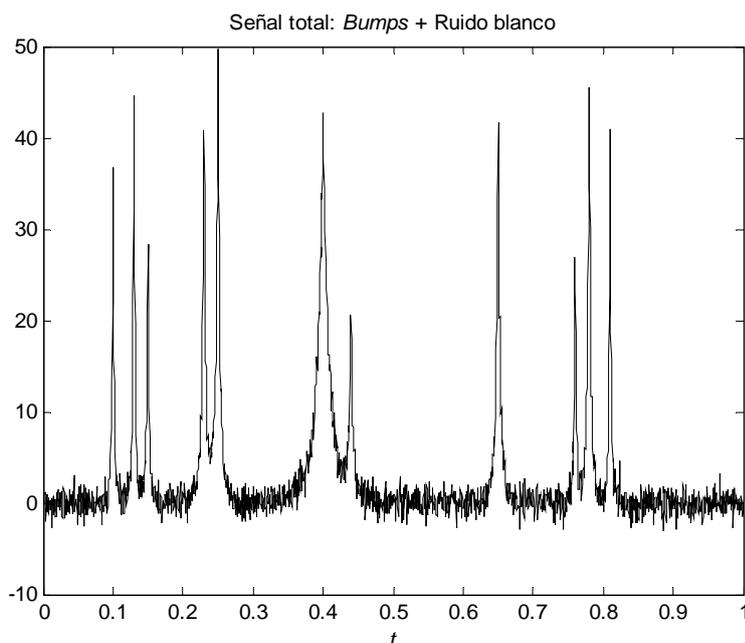


**Figura 3.7.** Coeficientes *wavelet* del ruido blanco.

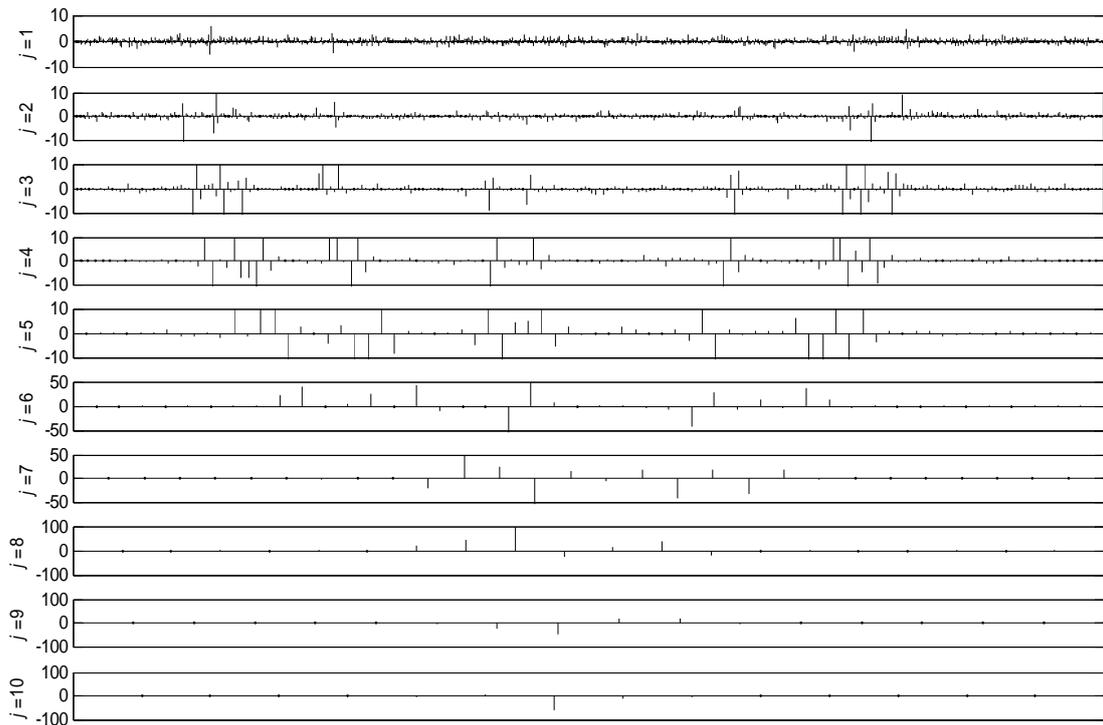
pocos coeficientes *wavelet* de valor elevado, localizados en las frecuencias y las regiones temporales donde la señal presenta singularidades. En cambio en la figura 3.7 observamos que el ruido se encuentra disperso de manera bastante uniforme entre todos los coeficientes *wavelet*.

Como consecuencia, en la señal total suma de las dos anteriores, tendremos que todos los coeficientes *wavelet* contribuyen por igual al ruido, pero sólo unos pocos coeficientes de valor elevado contribuyen de manera significativa a la señal. Por tanto una reconstrucción selectiva, basada en la elección de estos pocos coeficientes de valor elevado, conseguirá a la vez eliminar buena parte del ruido y recuperar con bastante fidelidad la señal. Este es el principio en el que se basa la umbralización *wavelet*.

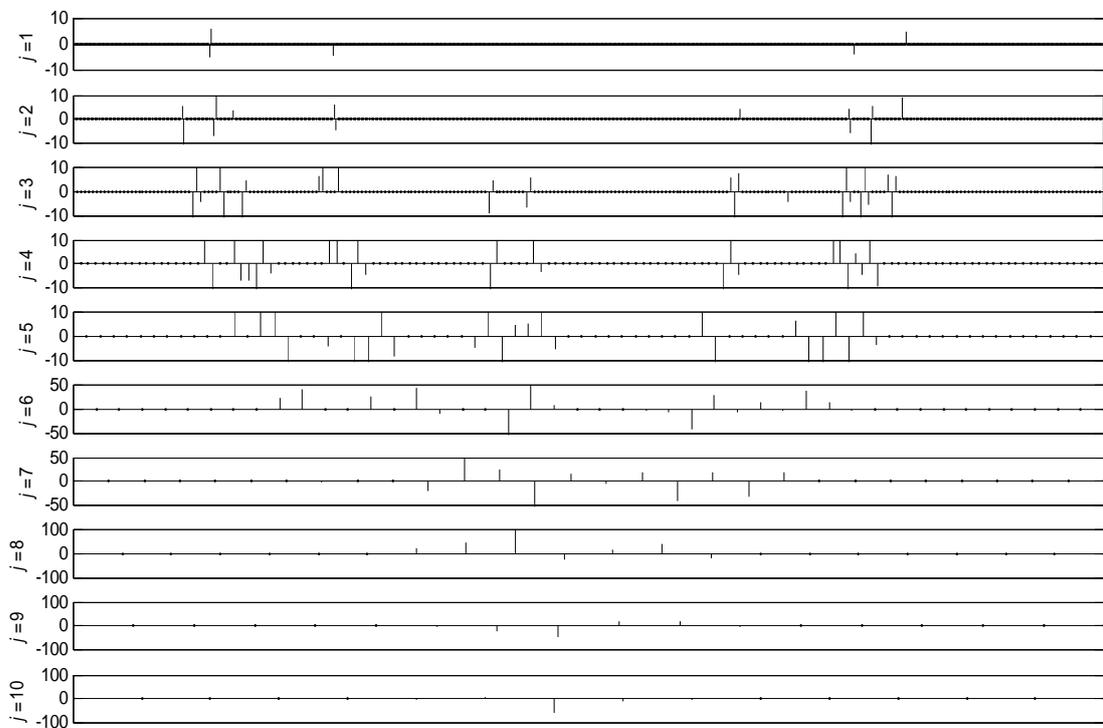
A continuación comprobamos cómo funciona el método con el ejemplo anterior. En la figura 3.8 se ha representado la señal total, suma de la función *bumps* y el ruido blanco. La figura 3.9 muestra sus coeficientes *wavelet*, que coinciden con la suma de los coeficientes de las figuras 3.6 y 3.7. Tras aplicar *hard thresholding* con selección de umbral Universal a la señal anterior, se obtienen los coeficientes de la figura 3.10. En ella podemos apreciar cómo se ha eliminado gran parte del ruido que se mostraba



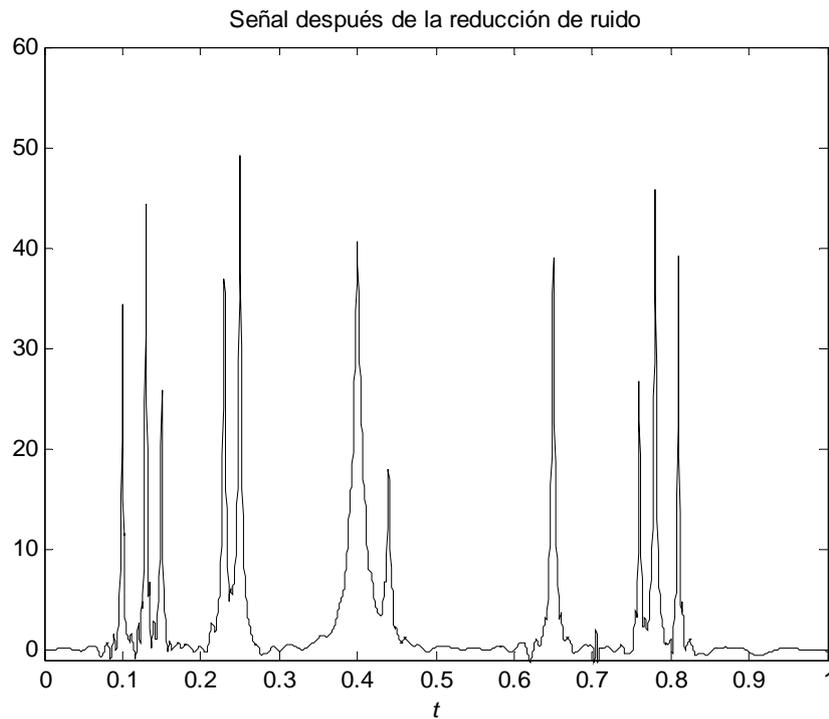
**Figura 3.8.** Señal total, suma de la función *bumps* y el ruido blanco anteriores.



**Figura 3.9.** Coeficientes *wavelet* de la señal total.



**Figura 3.10.** Coeficientes *wavelet* de la señal total, tras aplicar *hard thresholding* con selección de umbral Universal.



**Figura 3.11.** Señal total resultante, tras aplicar *hard thresholding* con selección de umbral Universal.

en la figura 3.6, mientras que se han conservado los principales coeficientes de la función *bumps* que se mostraban en la figura 3.7. La señal final resultante se muestra en la figura 3.11. En ella vemos cómo se recupera con bastante fidelidad el comportamiento local en tiempo y frecuencia de la señal *bumps* original, a la vez que se consigue una clara reducción del ruido respecto a la señal mostrada en la figura 3.8.

## Capítulo 4

# Ruido de grano o ruido estructural en Evaluación No Destructiva por Ultrasonidos

La evaluación por ultrasonidos se basa en el hecho de que las ondas elásticas, en su propagación, resultan modificadas por la interacción con el medio, de manera que el análisis de la onda puede proporcionar información sobre el medio que le ha dado soporte. El procedimiento típico en evaluación por ultrasonidos consiste en excitar una onda acústica de alta frecuencia en el material bajo estudio, y posteriormente analizar la señal que llega al transductor con el fin de obtener información sobre dicho material.

Frecuentemente, la señal ultrasónica recibida contiene un tipo especial de ruido, denominado ruido de grano o ruido estructural, que procede de la interferencia de múltiples ecos procedentes de reflexiones en pequeñas discontinuidades existentes en la estructura interna del material [27-29]. En general, fenómenos de este tipo, resultado de la interferencia de ondas dispersadas por inhomogeneidades en el medio, se conocen de diversos ámbitos y bajo distintas denominaciones [73, 74]: como *backscattering* o ruido de grano en evaluación por ultrasonidos; como *clutter* en aplicaciones de radar y sonar; o como *speckle*, ya que produce un efecto *moteado*, en el ámbito del tratamiento de imágenes, ya sean ópticas (laser), acústicas (*B-scan* ultrasónico), radar (SAR)...

El fenómeno de interferencia puede apreciarse como una fuente de información sobre las causas físicas que lo originan. Por ejemplo en el caso de la evaluación por ultrasonidos podría proporcionar información sobre la estructura del medio, su composición, el tamaño de los *scatterers* en materiales granulares, etc [28, 74]. Pero en otros casos también puede apreciarse como un ruido que enmascara la parte de señal que contiene la información de interés. Por ejemplo, en radar los ecos de las gotas de lluvia enmascaran blancos mucho mayores; análogamente en evaluación no destructiva los ecos de la estructura granular enmascaran defectos relativamente más

grandes; asimismo, en imagen médica la microestructura de los tejidos dificulta la obtención de los perfiles de los órganos. En definitiva, dependiendo de la aplicación, el fenómeno de interferencia puede resultar el elemento a analizar, o bien puede estar ocultando la información de interés.

En las aplicaciones consideradas en el marco de esta tesis, el ruido estructural o ruido de grano ultrasónico debido a reflexiones en la estructura interna del material, es un efecto no deseado que enmascara los ecos de los defectos a detectar. Un objetivo prioritario es reducir este tipo de ruido para mejorar la detectabilidad de los ecos de interés.

A lo largo del capítulo, se describen las técnicas básicas de inspección por ultrasonidos y los diferentes tipos de ruido que afectan a las medidas, destacando el problema del ruido de grano debido a reflexiones en la estructura interna del material. Para la caracterización de este tipo de ruido, se presentan distintos modelos estadísticos que tratan de describirlo. Dado que el ruido de grano es de tipo correlado, es difícil su eliminación mediante las técnicas habituales diseñadas para ruido blanco, por lo que han debido desarrollarse métodos específicos. El capítulo presenta un resumen de las principales técnicas propuestas en la literatura, que se basan fundamentalmente en explotar las diferentes propiedades de la señal y el ruido en el dominio tiempo-frecuencia. Para la evaluación de los algoritmos anteriores se utilizan con frecuencia registros ultrasónicos sintéticos, que se han considerado también en la realización de esta tesis. El procedimiento seguido para la generación de estos registros sintéticos, a partir de un modelo de ruido de grano disponible en el Laboratorio de Visualización y Detección Ultrasónica del Instituto de Acústica del CSIC, se describe en el apartado final del capítulo.

## **4.1 Ruido en ensayos no destructivos por ultrasonidos**

La acústica, o ciencia del sonido, describe el fenómeno de las vibraciones mecánicas y su propagación en la materia sólida, líquida o gaseosa, a través de la oscilación de sus moléculas. El oído humano puede percibir los sonidos de frecuencias comprendidas entre los 10 Hz y los 15-20 kHz. Las ondas de frecuencia superior a los 20 kHz, que no pueden ser captadas por el oído humano, se denominan *ultrasonidos*.

Existen numerosas aplicaciones técnicas para los ultrasonidos. Éstas se pueden dividir en dos grandes grupos, según si las ondas acústicas se emplean para actuar sobre el material o para explorar sus condiciones físicas. En el primer caso, la energía de las ondas ultrasónicas se utiliza para modificar el medio, por ejemplo para limpiar

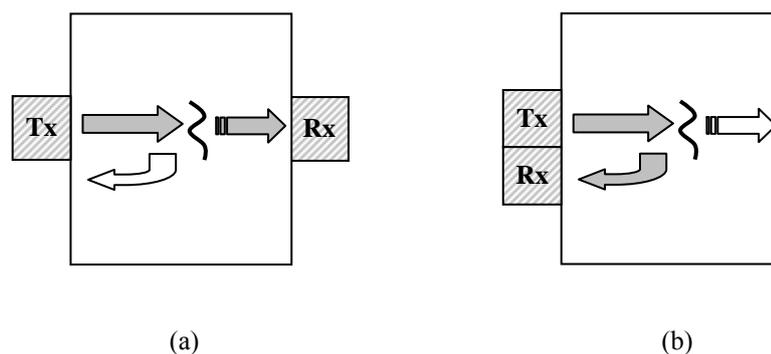
tejidos o piezas en la industria, para activar o acelerar procesos físicos como mezclas, emulsionados o filtrados, para introducir mejoras en operaciones de soldadura o maquinado de precisión, o en aplicaciones médicas para romper cálculos, destruir células cancerígenas o tratar problemas musculares o articulares en fisioterapia.

En otros casos, las ondas ultrasónicas se emplean para estudiar las propiedades del medio sin modificarlo. Entre las aplicaciones más destacadas en este segundo grupo encontramos la ecografía ultrasónica, ampliamente utilizada como técnica de diagnóstico médico, el SONAR, que se emplea en la exploración de los fondos marinos, o los ensayos no destructivos, que se utilizan habitualmente en la industria para la detección de defectos, la medida de grosores o la determinación de propiedades (estructurales, elásticas, metalúrgicas, etc.) de materiales y piezas. En este último tipo de aplicaciones, es en el que se centra el presente trabajo.

#### **4.1.1 Principios de la inspección por ultrasonidos**

Una de las aplicaciones más destacadas de los ultrasonidos es la evaluación no destructiva (END) de un amplio rango de materiales y componentes [25, 26]. La detección temprana de defectos permite seleccionar y desechar las piezas y materiales defectuosos, lo que ahorra esfuerzo y gastos a la industria, reduce la necesidad de sobredimensionar piezas y componentes, mejora la seguridad y fiabilidad de las máquinas y ayuda a reducir accidentes, lo que es particularmente importante en ciertos sectores, como por ejemplo el de la automoción, la aeronáutica, o el sector nuclear.

Las técnicas de END por ultrasonidos se basan en el hecho de que cualquier inhomogeneidad en el material afectará a la propagación del sonido dentro de él. Un defecto dentro del material se puede considerar como una frontera entre dos medios que reflejará, al menos en parte, la onda acústica incidente, mientras que la amplitud de la onda transmitida a través del defecto se reducirá. Esto nos lleva a dos métodos básicos de observación para la detección de defectos, que se muestran en la figura 4.1. En el método de transmisión, mostrado en la figura 4.1.a, el emisor y el receptor se sitúan en lados opuestos de la pieza a analizar, y se comprueba si la transmisión de la onda acústica a través de ella resulta distorsionada, lo que sería indicativo de la existencia de un defecto. Este método es el más antiguo, y se utiliza todavía en la inspección de láminas metálicas. Como inconvenientes, señalar que el método sólo se puede aplicar si el objeto es accesible por las dos caras, y que no proporciona información sobre la profundidad a la que se encuentra situado el defecto. La otra forma de observación es el método de reflexión, mostrado en la figura 4.1.b. En este caso, el transmisor y el receptor se sitúan en la misma cara de la pieza, y lo que se



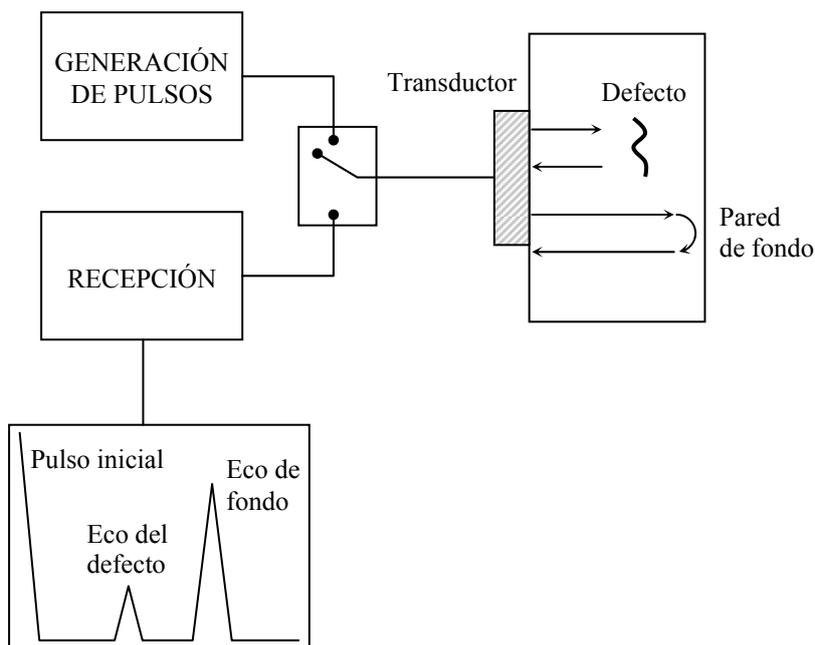
**Figura 4.1.** Métodos básicos en inspección por ultrasonidos. (a) Transmisión.  
(b) Reflexión.

observa es la onda reflejada en las discontinuidades. El método es aplicable no sólo a la detección de defectos, sino también a la medida de grosores, por ejemplo de láminas metálicas o de paredes de grandes tanques.

Otra clasificación de los métodos de inspección se puede realizar en función del tipo de señal ultrasónica aplicada, según si se emplean señales estacionarias, generalmente sinusoides, o señales transitorias, generalmente pulsos cortos. Esta última técnica en combinación con el esquema de reflexión mostrado en la figura 4.1.b, constituye el método denominado *pulso-eco*, que se encuentra bien establecido en la actualidad.

La configuración típica del método pulso-eco se muestra en la figura 4.2. El montaje consta de un transductor ultrasónico reversible, que puede actuar como emisor y receptor, conectado a un conmutador que permite separar entre el circuito de generación de pulsos y el circuito de recepción, el cual proporciona las señales finales a los dispositivos de presentación. El transductor, excitado por el generador de pulsos, emite un pulso ultrasónico en el material bajo estudio. Finalizado el pulso de excitación, se conmuta al circuito de recepción. La señal ultrasónica reflejada en las discontinuidades llega al transductor, que la transforma en una señal eléctrica. Esta señal pasa al circuito de recepción, donde es rectificadora, filtrada y amplificada, para finalmente mostrarse en la pantalla de presentación. En sistemas más complejos, esta señal puede constituir también el punto de partida para otros procesados, que tratarán de mejorar y ampliar la información que se puede extraer sobre el material.

En el ejemplo de la figura 4.2, la pantalla muestra la existencia de dos ecos. El primero corresponde al defecto, mientras que el segundo es el resultado de la reflexión en la pared posterior de la pieza. El tiempo de vuelo de los ecos se puede relacionar

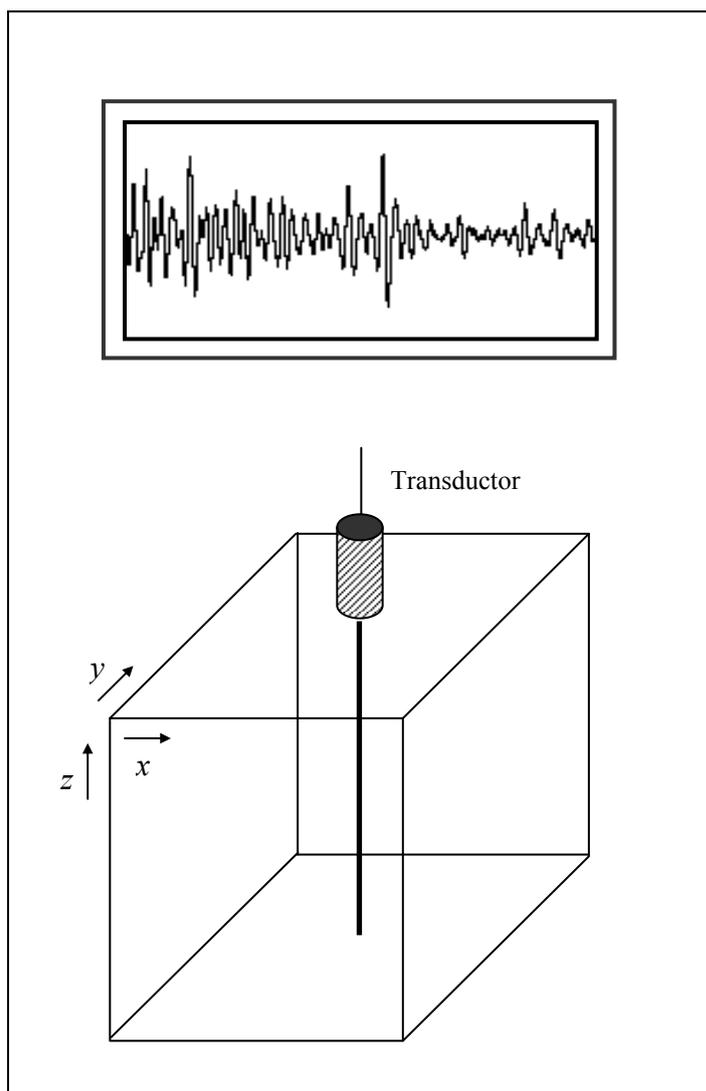


**Figura 4.2.** Esquema básico del método *pulso-eco* de inspección por ultrasonidos.

directamente con la distancia recorrida, y por tanto con la posición de las discontinuidades en la pieza. Esta es una de las principales ventajas del método pulso-eco sobre otras técnicas, como la de transmisión: no sólo indica la existencia del defecto, sino que además permite deducir otras informaciones como su posición, tamaño, orientación, etc.

La presentación de los datos ultrasónicos se puede realizar de distintas maneras. Los tres formatos más comunes en el ámbito de los ensayos no destructivos son las representaciones *A-scan*, *B-scan* y *C-scan*:

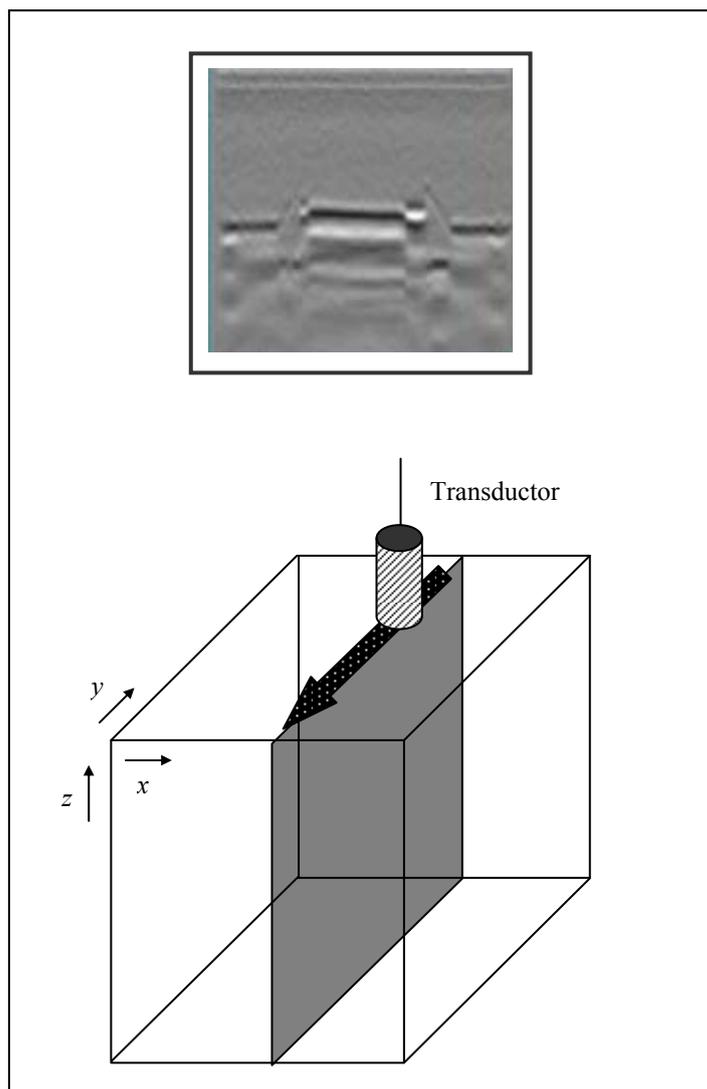
- *A-scan*: es la forma de onda que se recibe al colocar el transductor en una posición  $x$ - $y$  fija, tal como se muestra en la figura 4.3. Según se avanza hacia la derecha en el eje de tiempos de la figura 4.3.b, la forma de onda representa posiciones más profundas en el eje  $z$ .
- *B-scan*: representa un plano conteniendo la dirección de exploración  $z$ . En el ejemplo de la figura 4.4 se ha seleccionado un plano en las dimensiones  $yz$ , para lo cual se ha debido desplazar el transductor sobre una recta, en la dirección del eje  $y$ . La representación *B-scan* se obtiene típicamente estableciendo una escala de color, o bien una escala de grises, para las amplitudes de la señales *A-scan* en los distintos instantes de tiempo. Otra posibilidad es establecer un umbral, de manera que cuando la



**Figura 4.3.** Inspección por ultrasonidos tipo *A-scan*. El resultado es la señal obtenida al colocar el transductor en una posición  $x$ - $y$  fija. La zona inspeccionada correspondería a la línea representada en la figura, donde la profundidad de exploración está relacionada con la evolución temporal de la señal.

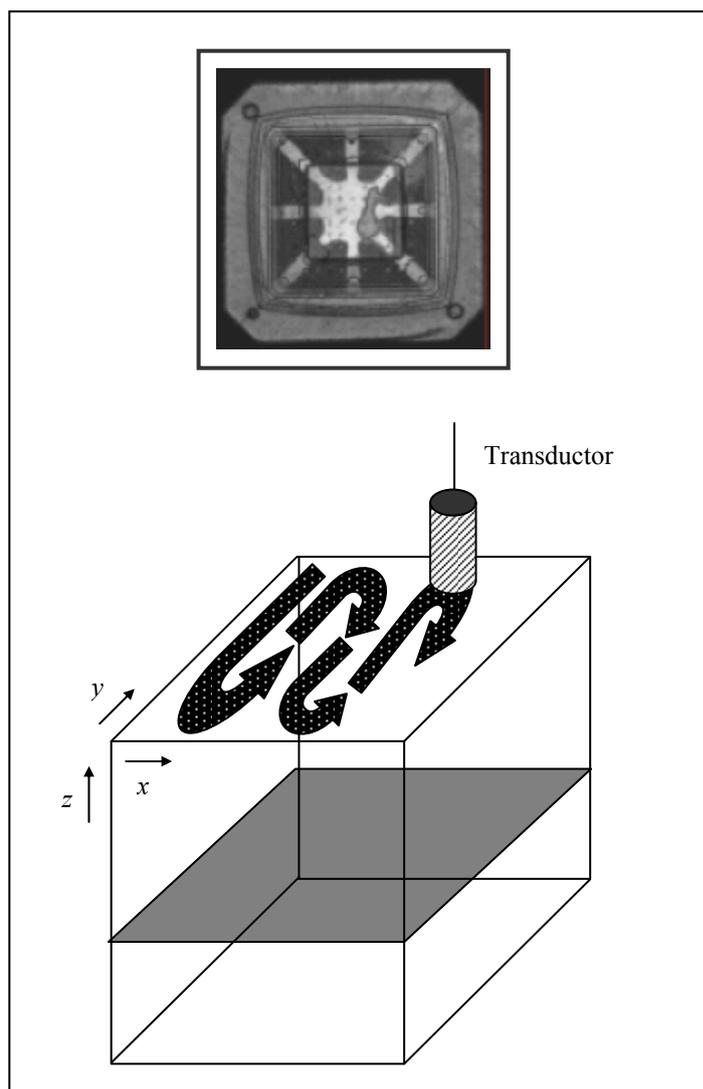
intensidad de la señal supera el umbral se genera un punto en la representación *B-scan*. Así se obtiene una imagen del tipo mostrado en la figura 4.4.b, donde queda reflejada la profundidad de los reflectores y sus dimensiones aproximadas en la dirección de exploración, en este caso el eje  $y$ .

- *C-scan*: esta representación corresponde a un plano perpendicular a la dirección de exploración  $z$ . Para ello es necesario que el transductor realice un barrido sobre toda la superficie de exploración, desplazándose en ambas direcciones  $x$  e  $y$ , tal como se muestra en la figura 4.5. Para seleccionar la profundidad de interés, que da lugar al



**Figura 4.4.** Inspección por ultrasonidos tipo *B-scan*. Se obtiene desplazando el transductor sobre una recta, de manera que la zona inspeccionada correspondería a un plano tal como muestra la figura. El resultado es una señal bidimensional, donde se representa por un lado el desplazamiento del transductor en el eje  $y$ , y por otro lado la evolución temporal, relacionada con la profundidad de exploración.

plano  $z=\text{cte}$  en la figura 4.5.a, se define una ventana temporal sobre las señales *A-scan*, de manera que la representación *C-scan* se genera únicamente a partir de los datos contenidos en esa ventana. La representación *C-scan* puede realizarse a partir de distintas magnitudes, según la propiedad física que se desee medir. Las más habituales son la amplitud de señal, la polaridad y el tiempo de vuelo. Estas magnitudes se pueden representar mediante distintos colores, o bien utilizando una escala de grises. También es posible establecer un umbral, como se hace en el ejemplo de la figura



**Figura 4.5.** Inspección por ultrasonidos tipo *C-scan*. Se obtiene desplazando el transductor sobre toda la superficie tal como muestra la figura. Para seleccionar la profundidad de interés, se define una ventana temporal que da lugar al plano  $z=cte$  representado en la figura, el cual define la zona inspeccionada. El resultado es una señal en las dimensiones  $x$  e  $y$ , donde se representa una determinada magnitud física (amplitud de señal, polaridad, tiempo de vuelo, etc) medida a la profundidad de interés.

4.5.b. Con ello se obtiene una imagen que muestra la existencia de un defecto en el plano de interés  $z=cte$ , así como sus dimensiones aproximadas en las direcciones  $x$  e  $y$ .

En todos los casos anteriores, los datos de partida que se procesan para obtener las distintas representaciones son siempre las señales *A-scan*. En la práctica estas señales suelen estar contaminadas por ruido procedente de distintas fuentes: ruido térmico originado por los equipos de medida, interferencias, ruido de grano o estructural, etc.

Este ruido impone un límite a la calidad de las distintas representaciones. La reducción de este ruido, que se plantea en la presente tesis, mejorará no sólo la calidad de las trazas *A-scan*, sino también la de cualquier otro tipo de representación posterior que se genere a partir de ellas.

#### **4.1.2 Principales tipos de ruido en END ultrasónico**

El ruido es inherente a todo proceso de medida. Conocer las causas que lo originan es importante, para así poder tratar de minimizar sus efectos. En el caso de las medidas de END por ultrasonidos, las principales fuentes de ruido son las siguientes [75]:

- **Ruido ambiental**

Se trata de los ruidos debidos al entorno en que se realizan las medidas. En el caso de los END por ultrasonidos, existen dos fuentes principales de ruido ambiental: la interferencia electromagnética (EMI) y los ruidos mecánicos.

La interferencia electromagnética es una perturbación que afecta al circuito de medida, causada por una radiación electromagnética emitida por una fuente externa. Las posibles fuentes son muy diversas: la red eléctrica, motores cercanos, señales de radiofrecuencia producidas por equipos emisores, etc. Este ruido suele estar formado por impulsos de banda muy ancha que aparecen en posiciones aleatorias de la señal, por lo cual es difícil su eliminación mediante filtrado u otros tipos de procesado. Para reducir el ruido EMI, se requiere una buena práctica a la hora de realizar las medidas, con una buena instalación de las puestas a tierra, un buen apantallamiento de los cables, etc.

Por otro lado, en las aplicaciones de END se pueden introducir también ruidos debidos a causas mecánicas, como vibraciones externas, holguras, variaciones en el acoplante, etc. Estos efectos suelen ser de baja frecuencia, y normalmente se eliminan mediante filtrado en la etapa de procesado.

- **Ruido térmico de la electrónica**

El ruido térmico es un ruido blanco, inherente a los equipos electrónicos, y constituye un límite físico en los instrumentos de medida. Al tratarse de un fenómeno presente en todos los sistemas electrónicos, este tipo de ruido ha sido ampliamente estudiado, y en la actualidad existen numerosos procedimientos para su reducción. Éstos se basan en

general en filtrados paso banda y promediados, aprovechando las características de este ruido como proceso incorrelado con distribución espectral uniforme.

#### ▪ Ruido de grano ultrasónico

En el caso de los END por ultrasonidos, la estructura granular, fibrilar o laminada de ciertos materiales compuestos contribuye a la aparición de un tipo de ruido que se denomina ruido de grano o estructural. Las reflexiones en las pequeñas discontinuidades internas de estos materiales generan ecos, que llegan al receptor y se introducen en la misma banda de frecuencias que las señales ultrasónicas asociadas a las interfases o defectos. Por ello no se puede eliminar con los promediados y filtrados clásicos desarrollados para ruido blanco.

En este tipo de ruido se centra la presente tesis. Para su reducción se requiere de métodos específicos de procesado, que exploten la diferente distribución espacio-temporal de la señal y el ruido a las distintas frecuencias. Los principales métodos desarrollados hasta el momento en este sentido se describen más adelante. Antes, se plantea un modelado estadístico para este tipo de ruido, que permite comprender mejor la naturaleza del fenómeno y cómo afectan los distintos parámetros involucrados.

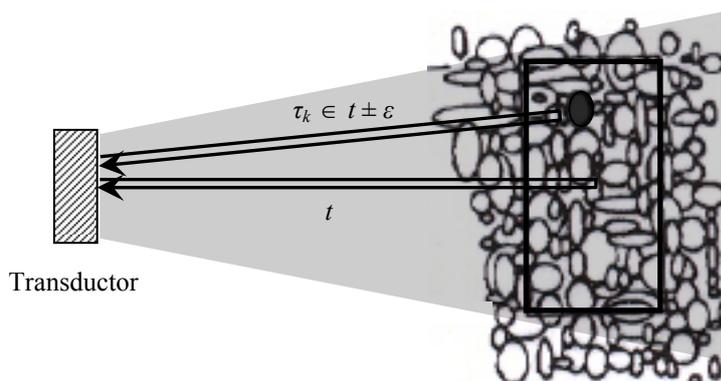
## 4.2 Modelos de ruido de grano

La obtención de modelos matemáticos para la señal ultrasónica procedente de la estructura interna del material, resulta muy útil tanto para realizar simulaciones y deducciones sobre la propia naturaleza del fenómeno, como para validar los distintos algoritmos de procesado. Por ello se ha utilizado ampliamente en la literatura. Podemos encontrar modelos de la señal con diversos grados de complejidad en [27, 29, 74, 76-84]. En [85] se recoge una clasificación detallada de estos modelos.

Para una celda como la que se muestra en la figura 4.6, la señal recibida se puede expresar como la suma de los ecos que proceden de los pequeños reflectores individuales [78]:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K A_k u(t - \tau_k) \quad (4.1)$$

donde el parámetro  $K$  es una variable aleatoria que representa el número total de dispersores en la celda, y  $u(t)$  es el pulso ultrasónico que incide sobre el material. La



**Figura 4.6.** Geometría de una celda de resolución, para el cálculo del ruido de grano ultrasónico como suma de los ecos procedentes de pequeños reflectores individuales.

celda de resolución representa un pequeño intervalo de tiempo de duración  $2\varepsilon$  en torno a la posición correspondiente al instante  $t$ :

$$t - \varepsilon < \tau_k < t + \varepsilon \quad \forall k \quad (4.2)$$

Las amplitudes de los ecos recibidos  $A_k$  dependen de dos factores, según la expresión [85]:

$$A_k = \sigma_k(\omega) e^{-\alpha(\omega) \tau_k} \quad (4.3)$$

donde  $\sigma_k(\omega)$  es la reflectividad del dispersor  $k$ -ésimo, y  $e^{-\alpha(\omega) \tau_k}$  es el resultado de la atenuación, que depende de la posición de los dispersores en la celda. Ambos factores dependen de la frecuencia, sin embargo en algunos modelos de ruido de grano no se tiene en cuenta esta dependencia, con el fin de simplificar la representación matemática. Esto da lugar a dos grandes grupos: los modelos de ruido de grano estacionarios, y los no estacionarios [85].

#### ▪ Modelos de ruido de grano estacionarios

Los modelos estacionarios no tienen en cuenta la dependencia de la reflectividad y la atenuación con la frecuencia, por lo que son más sencillos analíticamente. Este tipo de modelos son los más extendidos en la literatura. Partiendo de la expresión (4.1), una primera aproximación consiste en modelar el frente acústico y el material por separado:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K A_k u(t - \tau_k) = u(t) * \sum_{k=1}^K A_k \delta(t - \tau_k) \quad (4.4)$$

La señal  $u(t)$  que corresponde al frente incidente se suele considerar determinista, mientras que el material se modela como un filtro lineal, causal e invariante, según se ha representado en la figura 4.7. Debido a que los granos pueden no ser esféricos, ni suelen ser del mismo tamaño, ni estar equiespaciados, el modelado del material por un proceso estocástico tiene dos fuentes de aleatoriedad: por un lado están las amplitudes  $A_k$  y por otro los retardos  $\tau_k$ . En estos modelos sencillos, el ruido de grano se suele caracterizar estadísticamente a partir de uno de los dos parámetros, asumiendo que el otro es constante. En aplicaciones en las que se pretende analizar la estructura o el tamaño de los granos de un determinado material, se modelan los retardos  $\tau_k$  [77], mientras que en aplicaciones relacionadas con la detección de defectos, se suele modelar únicamente la función de reflectividad [29], considerando constante la separación entre los granos.

Otros modelos estacionarios utilizan un enfoque distinto, y tratan de obtener una descripción del ruido de grano apoyándose en sus estadísticos. Para ello parten de las expresiones (4.1) y (4.3), considerando la reflectividad y la atenuación independientes de la frecuencia:

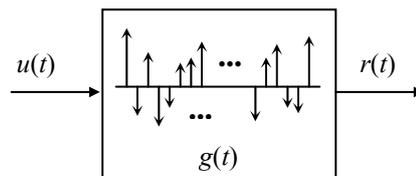
$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sigma_k e^{-\alpha \tau_k} u(t - \tau_k) \quad (4.5)$$

Suponiendo  $u(t)$  una señal de frecuencia central  $\omega$ , con una envolvente que podemos considerar gaussiana sin pérdida de generalidad, resulta [78]:

$$u(t) = e^{-\gamma t^2} e^{j\omega t} \quad (4.6)$$

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sigma_k e^{-\alpha \tau_k} e^{-\gamma(t-\tau_k)^2} e^{j\omega(t-\tau_k)} \quad (4.7)$$

Para  $t \gg \varepsilon$ , en la celda de resolución se puede aproximar  $e^{-\alpha \tau_k} \approx e^{-\alpha t}$  y



**Figura 4.7.** Modelado del ruido de grano ultrasónico como un filtro lineal, causal e invariante.

$e^{-\gamma(t-\tau_k)^2} \approx 1$ , por tanto:

$$r(t) = e^{-\alpha t} \sum_{k=1}^K \sigma_k e^{j\omega(t-\tau_k)} = e^{-\alpha t} \sum_{k=1}^K \sigma_k e^{j\phi_k}, \quad \phi_k = \omega(t-\tau_k) \quad (4.8)$$

Si denominamos  $R e^{j\theta} = \sum_{k=1}^K \sigma_k e^{j\phi_k}$ , entonces resulta:

$$r(t) = R e^{j\theta} e^{-\alpha t} \quad (4.9)$$

Bajo las condiciones anteriores, si el número de dispersores  $K$  es elevado y se les puede considerar independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.), lo cual es cierto cuando existe un elevado grado de desorden en la microestructura, se demuestra [78] que la amplitud  $R$  de la señal de *backscattering* es una variable aleatoria que sigue una distribución de Rayleigh:

$$f_R(r) = (2r/\eta) e^{-r^2/\eta} \quad (4.10)$$

donde  $\eta = E(K)E(\sigma_k^2)$ , siendo  $K$  la variable aleatoria que representa el número total de dispersores en la celda de resolución, y  $\sigma_k$  la variable aleatoria que representa las reflectividades de los distintos dispersores.

Cuando la hipótesis de i.i.d. sigue siendo válida, pero el número de granos no es tan elevado, aparece otro tipo de modelos [79], que proponen modelar la fase de la envolvente compleja mediante una distribución uniforme entre 0 y  $2\pi$ , y su módulo mediante una distribución tipo  $K$ :

$$f_R(r) = \frac{2b}{\Gamma(1+\nu)} \left(\frac{br}{2}\right) K_\nu(br) \quad (4.11)$$

donde  $K_\nu$  es la función modificada de Bessel de tercera especie de orden  $\nu$ ,  $\Gamma$  es la función Gamma, y el parámetro  $b$  es un factor de escala.

A medida que crece la regularidad, la hipótesis de i.i.d es cada vez menos cierta y con ella la de la distribución uniforme de la fase [80, 81].

#### ▪ Modelos de ruido de grano no estacionarios

Los modelos estacionarios vistos hasta el momento son los más habituales en la literatura. Sin embargo, si se quiere analizar el ruido estructural obteniendo resultados más precisos, es necesario acudir a los modelos no estacionarios, como los que se proponen en [82-84]. Éstos consideran tanto la atenuación como la función de reflectividad dependientes de la frecuencia:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sigma_k(\omega) e^{-\alpha(\omega) \tau_k} u(t - \tau_k) \quad (4.12)$$

La expresión anterior en el dominio de Fourier resultaría:

$$R(\omega) = \sum_{k=1}^K \sigma_k(\omega) e^{-\alpha(\omega) \tau_k} e^{-j\omega \tau_k} U(\omega) \quad (4.13)$$

con lo cual se puede definir la función de transferencia que modela el efecto del material como:

$$H_{mat}(\omega) = \frac{R(\omega)}{U(\omega)} = \sum_{k=1}^K \sigma_k(\omega) e^{-\alpha(\omega) \tau_k} e^{-j\omega \tau_k} \quad (4.14)$$

En este trabajo se utiliza un modelo de ruido de grano basado en la función de transferencia anterior. Se trata de un modelo desarrollado en el Laboratorio de Visualización y Detección Ultrasonica del Instituto de Acústica del CSIC, que incluye atenuación dependiente de la frecuencia, *scattering* dependiente de la frecuencia, y un modelo riguroso para la respuesta pulso-eco del transductor piezoeléctrico.

#### ▪ Modelo de ruido de grano utilizado

El modelo de ruido de grano que se va a considerar en la presente tesis, se basa en la función de transferencia (4.14). Por un lado el término de atenuación  $e^{-\alpha(\omega) \tau_k}$  se debe a dos causas principales:

$$\alpha(\omega) = \alpha_a(\omega) + \alpha_s(\omega) \quad (4.15)$$

El término  $\alpha_a(\omega)$  corresponde a las pérdidas por histéresis debido al comportamiento inelástico del material, mientras que el término  $\alpha_s(\omega)$  está asociado a las pérdidas por dispersión o *scattering*. En muchas situaciones prácticas, a frecuencias de ultrasonidos el término de histéresis resulta despreciable frente al de dispersión. El fenómeno de la dispersión ha sido estudiado [86-88], estableciendo tres regiones diferenciadas según la relación entre la longitud de onda  $\lambda$  y el diámetro medio de los granos  $D$ . La expresión del coeficiente de atenuación  $\alpha_s(\omega)$  en cada una de estas regiones se recoge en la tabla 4.1. En nuestro caso, el modelo de ruido de grano desarrollado se sitúa en la región de Rayleigh ( $\lambda \gg D$ ), por lo que el término de atenuación resulta, suponiendo una región de exploración pequeña  $\tau_k \approx \text{cte}$ :

$$e^{-\alpha(\omega) \tau_k} \approx e^{-\alpha_0 f^4} \quad (4.16)$$

donde el parámetro  $\alpha_0$  engloba a las diferentes constantes.

Región de <i>scattering</i>	Condición	Función de <i>scattering</i>
Rayleigh	$\lambda \gg D$	$C_1 D^3 f^4$
Estocástica	$\lambda \approx D$	$C_2 D f^2$
Difusiva	$\lambda \ll D$	$C_3 D f$

**Tabla 4.1.** Clasificación de las distintas regiones de *scattering* o dispersión, dependiendo del diámetro medio de los granos  $D$  en relación con la longitud de onda  $\lambda$ .

Por otra parte, según [84, 86, 89] la reflectividad  $\sigma(\omega)$  en la región de Rayleigh, tiene una dependencia con la frecuencia del tipo:

$$\sigma(\omega) \propto f^2 \quad (4.17)$$

A partir de ello, la amplitud de la suma de fasores que representa los ecos recibidos,  $\sum_{k=1}^K \sigma_k(\omega) e^{-j\omega\tau_k}$ , se puede aproximar suponiendo un número de reflectores elevado por:

$$SC(f) \cdot f^2 \quad (4.18)$$

donde  $SC(f)$  representa la distribución aleatoria de amplitudes de los ecos reflejados, que se asume Gaussiana.

Considerando todo lo anterior, la función de transferencia del material, obtenida a partir de (4.14), quedaría finalmente:

$$H_{mat}(f) = SC(f) \cdot f^2 \cdot e^{-\alpha_0 f^4} \quad (4.19)$$

y el ruido de grano total  $N_g$  en una medida pulso-eco sería:

$$N_g(f) = H_E(f) \cdot SC(f) \cdot f^2 \cdot e^{-\alpha_0 f^4} \cdot H_R(f) \quad (4.20)$$

donde  $H_E(f)$  es la respuesta en emisión del transductor y  $H_R(f)$  es la respuesta en recepción. El conjunto de ambas es la respuesta pulso-eco del transductor:  $H_{P-E}(f) = H_E(f) \cdot H_R(f)$ . A partir de todo ello, se puede obtener una representación temporal aproximada del ruido de grano mediante la transformada inversa de Fourier de la ecuación (4.20).

Este modelo de ruido de grano, desarrollado en el Laboratorio de Visualización y Detección Ultrasónica del Instituto de Acústica del CSIC, ha sido empleado en varios

trabajos anteriores [31, 32] y se utilizará también en la presente tesis para evaluar el comportamiento de los distintos algoritmos de reducción de ruido considerados.

### 4.3 Técnicas de reducción de ruido de grano

Hemos visto que la inspección por ultrasonidos de cierto tipo de materiales con inhomogeneidades en su estructura interna, está limitada por la aparición de un tipo de ruido denominado *ruido de grano o estructural*, que procede de las reflexiones en la estructura interna del material inspeccionado. Este ruido puede llegar a alcanzar un nivel importante, y establece un límite en la detección de defectos pequeños y la precisión de las medidas.

La solución al problema no pasa por aumentar la potencia de la excitación, ya que esto conllevaría un incremento equivalente en el ruido estructural. Una opción alternativa sería reducir la frecuencia de exploración, puesto que el ruido de grano depende del tamaño de los dispersores en relación a la longitud de onda. Pero de esta manera se limitaría la detección de defectos pequeños, y se reduciría la resolución temporal. Por todo ello, la mejor solución para reducir el nivel de ruido de grano en ensayos no destructivos por ultrasonidos, es mediante la aplicación de técnicas de procesado digital de señal.

Los métodos de procesado propuestos han sido muchos y variados. Dado que el ruido de grano es de tipo correlado, con una banda de frecuencias que se superpone en gran parte con la de los ecos de los defectos a detectar, es difícil su eliminación mediante las técnicas habituales diseñadas para ruido blanco, como filtrados paso banda o promediados temporales [27, 30]. Es por ello que se han debido plantear técnicas específicas, entre las cuales encontramos técnicas de correlación [90, 91], filtrado de *Wiener* [92, 93] y adaptativo [91, 94, 95], transformadas tiempo-frecuencia [96] lineales (*Wavelet* [30], *Matching Pursuit* [97]) y no lineales (*Wigner-Ville* [32]), etc.

El ruido de grano correlado presenta dos características fundamentales [98]: un ancho de banda similar al de los ecos de interés, lo que elimina la posibilidad de un filtrado paso banda, y la ausencia de diversidad temporal (ya que el ruido en cada momento depende de la parte de material insonificada), lo que elimina la posibilidad del promediado temporal.

Tradicionalmente, las técnicas empleadas para el tratamiento de este tipo de ruido correlado, se han basado en obtener una *diversidad* entre las distintas señales. Estas técnicas son, en esencia, similares al promediado temporal empleado con ruido

térmico o electromagnético, el cual se basa en obtener distintas señales en diferentes instantes (diversidad temporal). Debido a la naturaleza aleatoria de este tipo de ruidos, las distintas señales adquiridas se diferencian en la parte del ruido, que al promediar queda fuertemente cancelada, mientras que la señal de interés, de carácter mucho menos aleatorio, resulta prácticamente intacta. Sin embargo, si el ruido es consecuencia de la propia estructura del material, las distintas señales adquiridas en un mismo punto no presentarán esa diversidad temporal y permanecerán intactas después del promediado. En estos casos se requiere otro tipo de diversidad. En particular, en el caso del ruido de grano ultrasónico, los métodos propuestos tradicionalmente se han basado en el uso de la *diversidad espacial y frecuencial*.

La *diversidad espacial* se basa en combinar las señales adquiridas a partir de distintas posiciones de los transductores. De esta manera, el ruido debido a la estructura del material va a presentar diferencias entre las distintas posiciones, mientras que la señal debida al defecto buscado presentará grandes similitudes y, al promediar, quedará mucho menos atenuada que el ruido estructural. El uso de la diversidad espacial conlleva, sin embargo, algunas limitaciones prácticas. En primer lugar, requiere cambiar la posición del transductor entre adquisición y adquisición, o bien emplear un elevado número de transductores. Asimismo, resulta difícil obtener un acoplamiento al material reproducible en todas las medidas y una referencia de fase común a todas las señales.

Por su parte, la *diversidad en frecuencia* es una técnica que se desarrolló inicialmente en aplicaciones de radar, y que se basa en promediar las señales medidas usando diferentes frecuencias de modulación en el emisor. La aplicación de esta técnica en el ámbito de los ultrasonidos requeriría cambiar los transductores para cada medida, o bien disponer de un transductor multifrecuencia muy sofisticado. Es por ello que ha tenido más éxito una alternativa a este método, denominada *Split Spectrum Processing* (SSP) [27], que permite obtener un conjunto de señales incorreladas en frecuencia a partir de una única medida. Esta técnica se basa en transmitir una única señal de banda ancha y, mediante un filtrado digital, descomponer el eco recibido en varias subbandas más estrechas centradas en distintas frecuencias, que posteriormente se combinan mediante algún procedimiento no lineal con el fin de obtener una señal en la que el ruido de grano ha sido reducido. Los resultados que se pueden conseguir con este tipo de procesado están muy condicionados por dos aspectos: los parámetros del filtrado (la forma de los filtros, su ancho de banda y la separación entre ellos) y el procesado no lineal posterior. Esto hace que la mejora obtenida quede muy supeditada a la pericia y experiencia del operador. Numerosos trabajos se han dedicado al estudio

de las técnicas SSP [27, 29, 73, 84, 99-102], muchos de ellos tratando de optimizar los parámetros de procesado de forma automática [103, 104].

Más recientemente, una forma alternativa de explotar la diversidad en frecuencia de cara a la reducción de ruido de grano ultrasónico, ha consistido en la aplicación de técnicas de umbralización en el dominio de la transformada *wavelet* [30-32]. Aunque estas técnicas se diseñaron originariamente para la reducción de ruido blanco [33-35], su adaptación al caso de ruido correlado es inmediata mediante la introducción de umbrales dependientes del nivel [36]. De esta manera, el uso de la *umbralización wavelet multinivel* ha demostrado ser una técnica adecuada para la reducción de ruido de grano en ensayos no destructivos [30-32].

Además de conseguir unos buenos resultados, estas técnicas proporcionan un marco teórico básico a partir del cual se abren distintas posibilidades para mejorar el procesado. En este contexto, la presente tesis va a plantear una mejora de las técnicas *wavelet* para reducción de ruido de grano ultrasónico, basada en el uso de las *wavelet* no diezmadas.

## 4.4 Generador de trazas ultrasónicas sintéticas

En la sección 4.2 de este capítulo se describieron distintos modelos de ruido de grano ultrasónico. Éstos resultan muy útiles para entender las características de este tipo de ruido, lo que es esencial para mejorar la detección de defectos en END por ultrasonidos. Pero además, estos modelos permiten generar registros ultrasónicos sintéticos, que se utilizan con frecuencia para evaluar el comportamiento de los algoritmos de reducción de ruido [28, 84].

Para la realización de esta tesis, se han generado distintos conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas a partir del modelo de ruido de grano que se describió en la sección 4.2. Estas señales sintéticas permiten una mayor variabilidad y control de las condiciones sobre las que se lleva a cabo la reducción de ruido. Además, proporcionan de manera sencilla una amplia muestra de señales, a partir de las cuales se puede estudiar estadísticamente la eficiencia y robustez de los comportamientos observados en las trazas individuales.

### 4.4.1 Generación de registros sintéticos de ruido

En este trabajo se va a utilizar el modelo de ruido de grano desarrollado en el Laboratorio de Visualización y detección Ultrasónica del Instituto de Acústica del

CSIC [31, 32], que se describió en la sección 4.2. Según la ecuación (4.20), el ruido de grano total  $N_g$ , superposición de los ecos reflejados en las pequeñas discontinuidades presentes en la estructura interna del material, se expresa en función de la frecuencia  $f$  de la siguiente manera:

$$N_g(f) = H_{P-E}(f) \cdot SC(f) \cdot f^2 \cdot e^{-\alpha_0 f^4} \quad (4.21)$$

donde

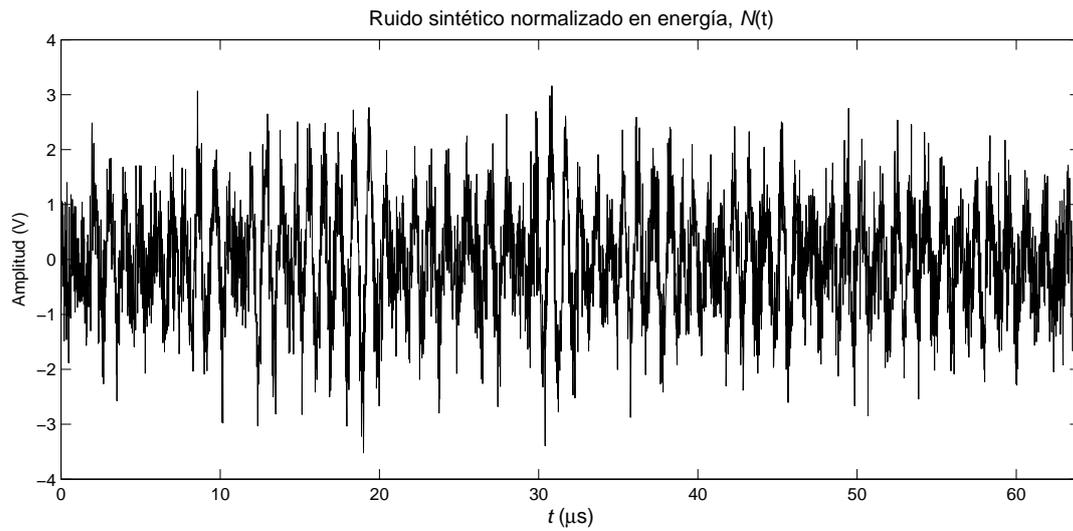
- $H_{P-E}(f)$  es la respuesta en frecuencia pulso-eco del transductor piezoelectrico, simulado usando un modelo preciso de banda ancha descrito en [105, 106], donde se desprecian los efectos de la difracción.
- $SC(f)$  representa la distribución aleatoria de amplitudes de los ecos reflejados, que se asume Gaussiana.
- $\alpha_0 f^4$  modela la atenuación dependiente de la frecuencia en el medio inspeccionado, que depende de la relación entre el tamaño del grano y la longitud de onda.
- $f^2$  es el término que toma en consideración el *scattering* Rayleigh de los granos, que se asumen menores que la longitud de onda.

A partir de lo anterior, se puede obtener una representación temporal aproximada del ruido de grano mediante la transformada inversa de Fourier de la expresión (4.21):

$$N_g(t) = TF^{-1}[N_g(f)] \quad (4.22)$$

Adicionalmente, para simular mejor las condiciones reales de los ensayos no destructivos, se añade al ruido de grano anterior una componente  $N_w(t)$  con distribución normal  $N(0,1)$ , que simula el ruido blanco debido a la instrumentación que se describió en la sección 4.1.2. Los registros de ruido de grano y ruido blanco se suman entonces en una proporción controlable, en particular en este caso se suman normalizados en amplitud. Por último, este ruido total se normaliza en energía para obtener finalmente los registros de ruido sintético que denominaremos  $N(t)$ .

Para la realización de esta tesis se han generado 500 registros sintéticos de ruido, con frecuencia de muestreo  $f_s=64 \cdot 10^6$  muestras/s,  $\alpha_0 = 1.8 \cdot 10^{-26} \text{ s}^4$  y 4096 puntos. Las características del transductor ultrasónico, que determinan  $H_{P-E}(f)$ , se asumen las mismas que en [105, 106], que corresponden a un ejemplo típico de transductor ultrasónico para ensayos no destructivos. Como ejemplo, en la figura 4.8 se muestra uno de los registros de ruido generados.



**Figura 4.8.** Registro de ruido sintético  $N(t)$  normalizado en energía, generado a partir de un modelo de ruido de grano desarrollado en el Laboratorio de Visualización y Detección Ultrasónica del Instituto de Acústica del CSIC.

#### 4.4.2 Generación del eco del defecto a detectar

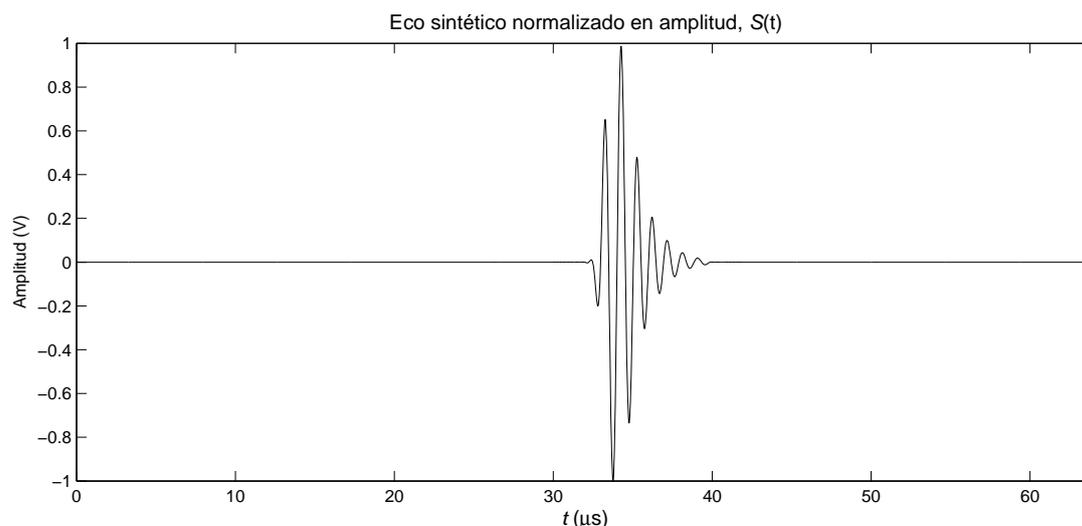
El eco de un defecto en el dominio de la frecuencia  $S(f)$ , se puede modelar como una reflexión que llega en el instante  $\tau_D$ :

$$S(f) = H_{P-E}(f) \cdot e^{-j2\pi f \tau_D} \cdot e^{-\alpha_0 f^4} \quad (4.23)$$

En esta expresión se incluye la respuesta en frecuencia pulso-eco del transductor ultrasónico  $H_{P-E}(f)$ , el retardo  $\tau_D$  y el término de atenuación dependiente de la frecuencia  $\alpha_0 f^4$ . La reflexión en un defecto mucho mayor que la longitud de onda se considera independiente de la frecuencia, por lo cual aquí no se incluye el término en  $f^2$  que aparecía en el ruido de grano. A partir de la expresión anterior, el eco  $S(t)$  en el dominio del tiempo se puede obtener de forma aproximada mediante la transformada inversa de Fourier:

$$S(t) = TF^{-1}[S(f)] \quad (4.24)$$

Para los mismos parámetros considerados en el caso del ruido,  $f_s=64 \cdot 10^6$  muestras/s,  $\alpha_0 = 1.8 \cdot 10^{-26} \text{ s}^4$  y las mismas características del transductor ultrasónico que en [105, 106], el eco del defecto normalizado en amplitud se muestra en la figura 4.9.



**Figura 4.9.** Señal de eco sintética  $S(t)$  normalizada en amplitud, modelada como una reflexión que llega en un determinado instante  $\tau_D$ .

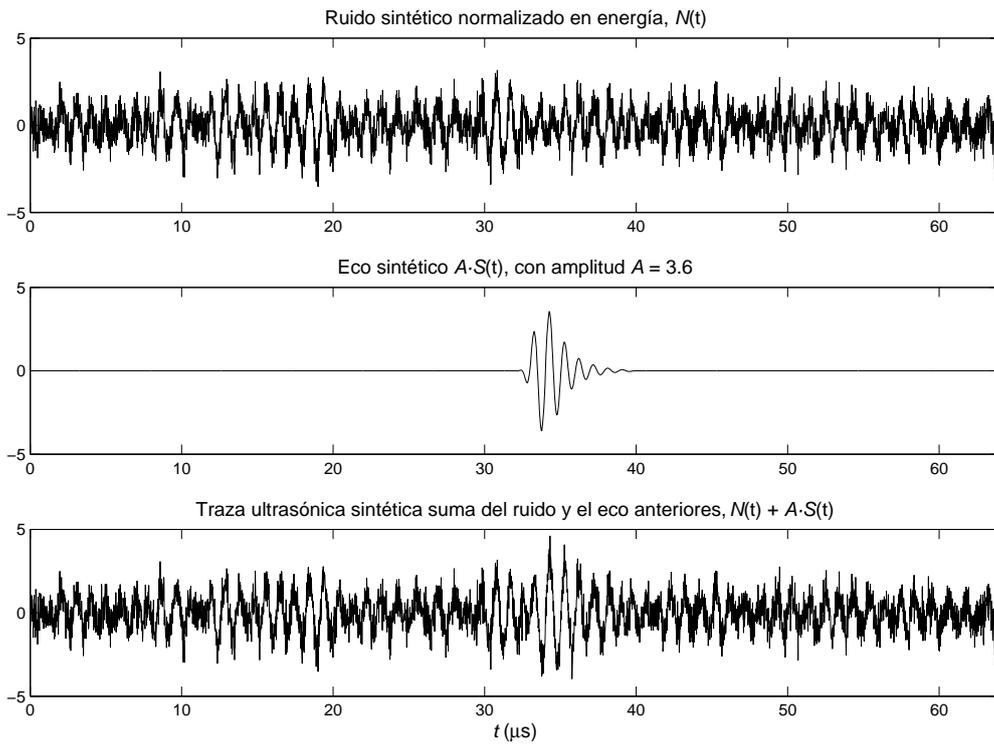
#### 4.4.3 Obtención de las trazas ultrasónicas sintéticas

Las trazas ultrasónicas sintéticas se pueden generar a partir de las señales anteriores, insertando el eco de un defecto  $S(t)$ , con una cierta amplitud  $A$ , en un registro de ruido sintético  $N(t)$ :

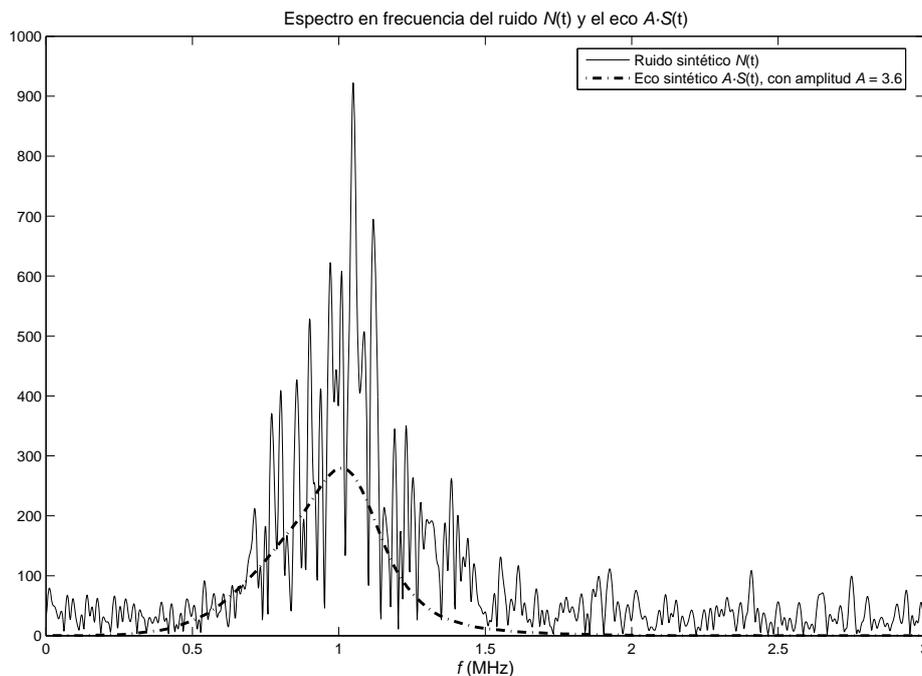
$$T(t) = N(t) + A \cdot S(t) \quad (4.25)$$

Utilizando diferentes valores de amplitud  $A$  para el eco reflejado, se pueden generar trazas ultrasónicas sintéticas con distintos valores de relación señal a ruido. En la figura 4.10 se puede ver el resultado de sumar conforme a la expresión (4.25) la señal y el ruido mostrados en las figuras 4.8 y 4.9, con una amplitud  $A=3.6$ . En la figura 4.11, los respectivos espectros en frecuencia muestran que el eco y el ruido de grano se solapan en la banda del transductor, entre 0.5 y 1.5 MHz. De las figuras 4.10 y 4.11 se desprende que no existe una separación clara entre señal y ruido en ninguno de los dos dominios, ni en tiempo ni en frecuencia.

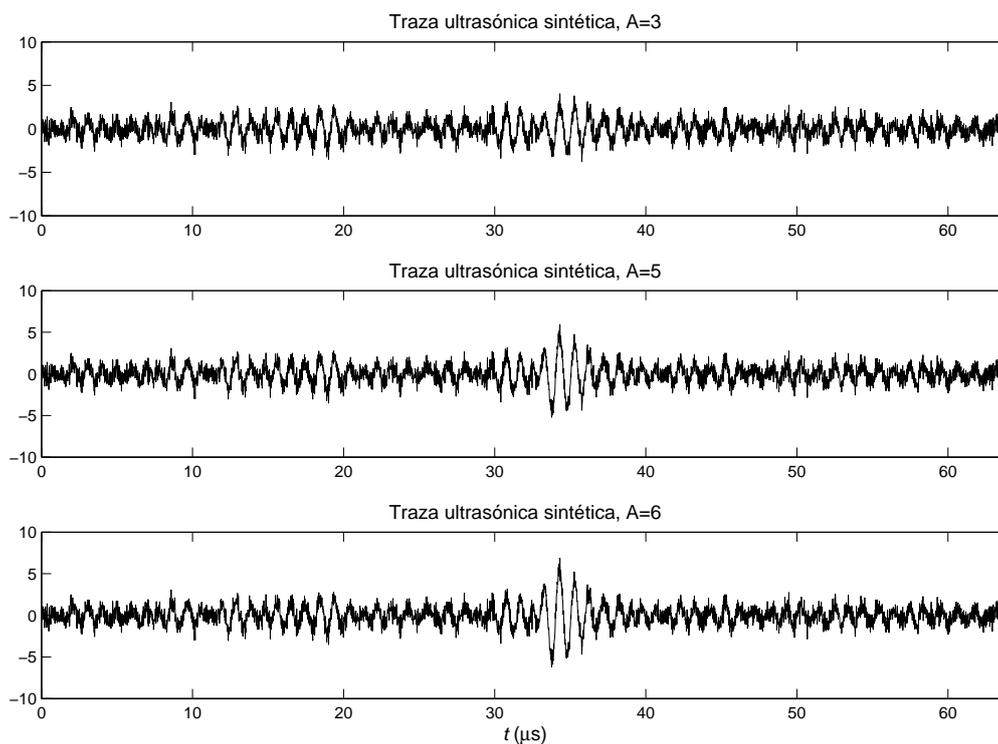
A lo largo de la tesis se demostrará la utilidad del procesado *wavelet* para reducir el ruido en estas señales. Para poder llevar a cabo este estudio, las trazas sintéticas que acabamos de describir ofrecen una doble ventaja. Por un lado permiten obtener de manera rápida y sencilla una amplia muestra de señales de prueba, a partir de las cuales es posible analizar estadísticamente el comportamiento del método de reducción de ruido. Por otro lado, mediante el ajuste de los parámetros que intervienen



**Figura 4.10.** Proceso de obtención de una traza ultrasónica sintética. (a) Registro de ruido sintético  $N(t)$  normalizado en energía. (b) Señal de eco sintética  $A \cdot S(t)$  con amplitud  $A=3.6$ . (c) Traza ultrasónica sintética, suma del ruido y el eco anteriores.



**Figura 4.11.** Espectro en frecuencia del registro de ruido sintético  $N(t)$  y la señal de eco sintética  $A \cdot S(t)$  con amplitud  $A=3.6$ .



**Figura 4.12.** Ejemplos de trazas ultrasónicas sintéticas obtenidas como suma de las señales  $N(t) + A \cdot S(t)$  mostradas en la figura 4.10, considerando distintos valores de amplitud  $A$ .

en la generación de las señales, es posible controlar y variar de manera sencilla las condiciones en que se lleva a cabo el estudio. Por ejemplo variando la amplitud  $A$  del pulso insertado en la ecuación (4.25), se pueden generar trazas como las mostradas en la figura 4.12, que permiten analizar el comportamiento de los algoritmos de reducción de ruido para distintas condiciones de relación señal a ruido inicial.



## Capítulo 5

# Adquisición de trazas ultrasónicas experimentales

Las señales sintéticas descritas en el capítulo anterior resultan muy útiles como herramienta inicial en el análisis de los algoritmos de reducción de ruido, ya que permiten adaptarse a las situaciones concretas que se desea estudiar y favorecen una mejor comprensión de la naturaleza del problema. Sin embargo el objetivo final de estos algoritmos es la reducción de ruido en aplicaciones reales de END, por tanto será fundamental analizar su comportamiento con este tipo de señales.

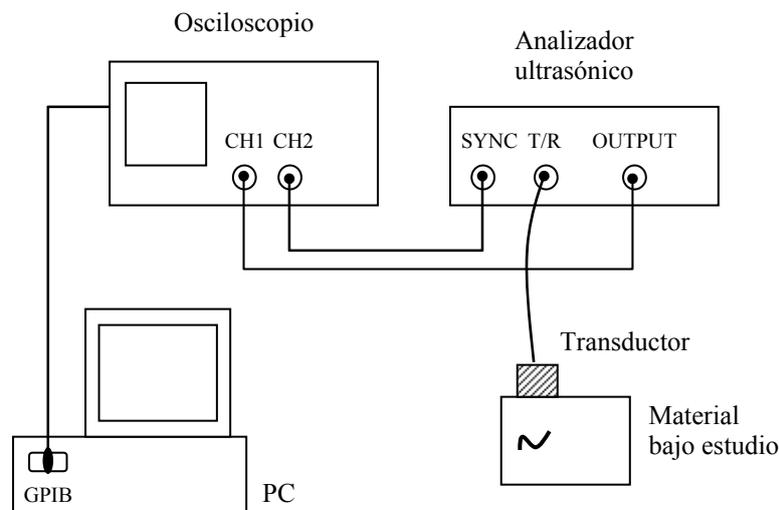
Hemos visto que los materiales que poseen una estructura interna formada por pequeñas discontinuidades (debidas a granos, capas, partículas en suspensión en fluidos, etc.), al ser insonificados con un haz ultrasónico generan múltiples reflexiones que se superponen al eco proveniente del defecto. Este tipo de materiales es de naturaleza muy diversa, y muchos de ellos tienen interés industrial. Es el caso de algunos materiales metálicos como aceros austeníticos o titanio, y también de materiales compuestos como hormigón, fibra de vidrio, laminados de fibra de carbono, etc.

Para la realización de esta tesis se han utilizado dos probetas fabricadas con materiales de este tipo. La primera de ellas es una pieza de acero austenítico que se utiliza como probeta de calibración de técnicas de inspección ultrasónica en centrales nucleares. Esta probeta fue proporcionada por la empresa Tecnatom S.A. al grupo de Visualización y Detección Ultrasónica, en el marco de un proyecto de investigación anterior. La segunda probeta es un bloque de composite plástico reforzado con fibra de carbono (*carbon fibre reinforced plastic*, CFRP). Se trata de un material compuesto muy fuerte y ligero, que tiene multitud de aplicaciones en la industria actual especialmente en los campos aeroespacial y de la automoción. En ambas probetas se han creado defectos artificiales, en forma de agujeros o ranuras situados en distintas posiciones. Por sus características, ambos materiales introducen un contenido

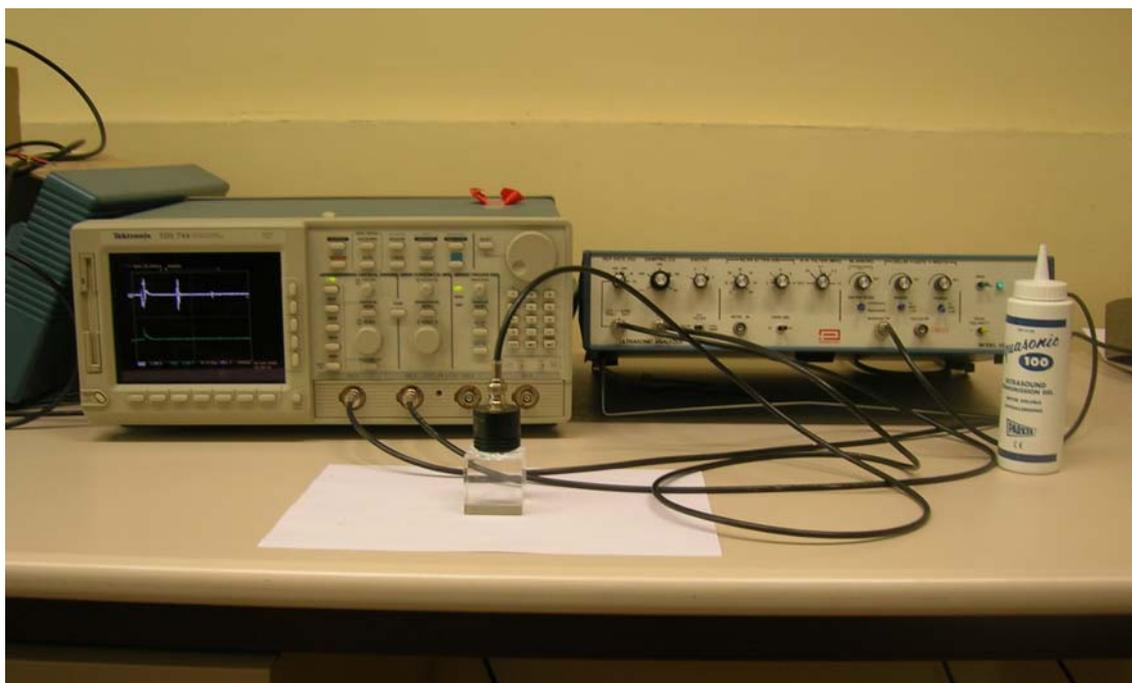
importante de ruido estructural en las señales obtenidas por inspección ultrasónica, por lo que resultarán apropiados para el estudio planteado en esta tesis. A partir de la inspección en modo pulso-eco de estas probetas, se van a obtener diferentes trazas *A-scan* sobre las cuales se aplicarán posteriormente las técnicas de procesado para reducción de ruido de grano implementadas. Adicionalmente, se va a considerar también una pieza de metacrilato sobre la que se podrán obtener ecos reales limpios.

## 5.1 Equipamiento y montaje experimental

La adquisición de las señales *A-scan* ultrasónicas se ha llevado a cabo mediante un sistema de medida en modo pulso-eco, cuyo esquema es el que se muestra en la figura 5.1. Para la generación y recepción ultrasónicas (*pulser/receiver*), se ha contado con un analizador ultrasónico modelo Panametrics 5052 UA configurado en modo pulso-eco. En un primer momento el analizador actúa como *pulser*, generando una señal eléctrica de alto voltaje y corta duración que excita al transductor. Éste convierte entonces la excitación eléctrica en un pulso ultrasónico de corta duración que se transmite a través del material bajo estudio. Tras su reflexión total o parcial en las discontinuidades del material, el pulso regresa al transductor, que transforma el eco ultrasónico recibido en una señal eléctrica, la cual es captada por el analizador que actúa ahora como receptor. El bloque de recepción del analizador realiza un primer



**Figura 5.1.** Esquema del sistema de medida en modo pulso-eco, utilizado para la adquisición de las señales ultrasónicas experimentales objeto de esta tesis.



**Figura 5.2.** Montaje de medida para la adquisición de las señales ultrasónicas experimentales objeto de esta tesis.

acondicionamiento de la señal, amplificándola y filtrando la baja frecuencia en caso necesario. Su salida se conecta a un osciloscopio digital Tektronics TDS 744, el cual además de mostrar la señal en pantalla realiza la conversión A/D, permitiendo una frecuencia de muestreo de hasta  $2 \cdot 10^9$  muestras/seg. Finalmente el osciloscopio se conecta a través de un bus GPIB a un PC, que recibe las señales digitalizadas y las almacena para su posterior procesado. La figura 5.2 muestra una fotografía del montaje de medida completo.

Para llevar a cabo las medidas se han utilizado los transductores que se muestran en la figura 5.3. El primero es un transductor Panametrics M103, con una frecuencia nominal de 1MHz y un diámetro de 0.5" (12.7 mm). El segundo es un transductor de onda longitudinal Panametrics 310S, con una frecuencia nominal de 5MHz y un diámetro de 6.35 mm. El transductor de 1MHz se ha utilizado para realizar las medidas en la pieza de acero austenítico, mientras que en el bloque de CFRP que permite una frecuencia algo más alta al tener menor atenuación, se ha utilizado el transductor de 5 MHz.

Las medidas se han realizado sobre los tres tipos de materiales que se muestran en la figura 5.4. La figura 5.4.a muestra un bloque de metacrilato que, como distorsiona muy poco la señal, se va a emplear para obtener las respuestas pulso-eco de los



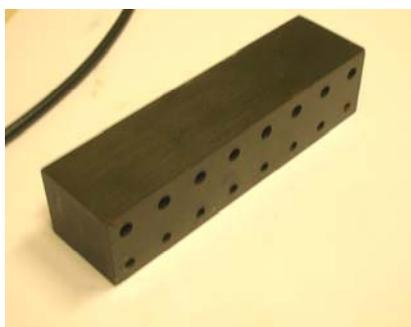
**Figura 5.3.** Transductores Panametrics M103 y Panametrics 310S utilizados para la adquisición de las señales ultrasónicas experimentales objeto de esta tesis.



(a)



(b)



(c)

**Figura 5.4.** Probetas para la obtención de las señales experimentales. (a) Bloque de metacrilato. (b) Probeta de acero austenítico. (c) Probeta de CFRP.

transductores utilizados. Las otras dos figuras, 5.4.b y 5.4.c, muestran las dos probetas que se van a emplear para obtener señales pulso-eco experimentales contaminadas con ruido de grano ultrasónico. La figura 5.4.b muestra la probeta de acero austenítico, mientras que la figura 5.4.c muestra la probeta de composite plástico CFRP.

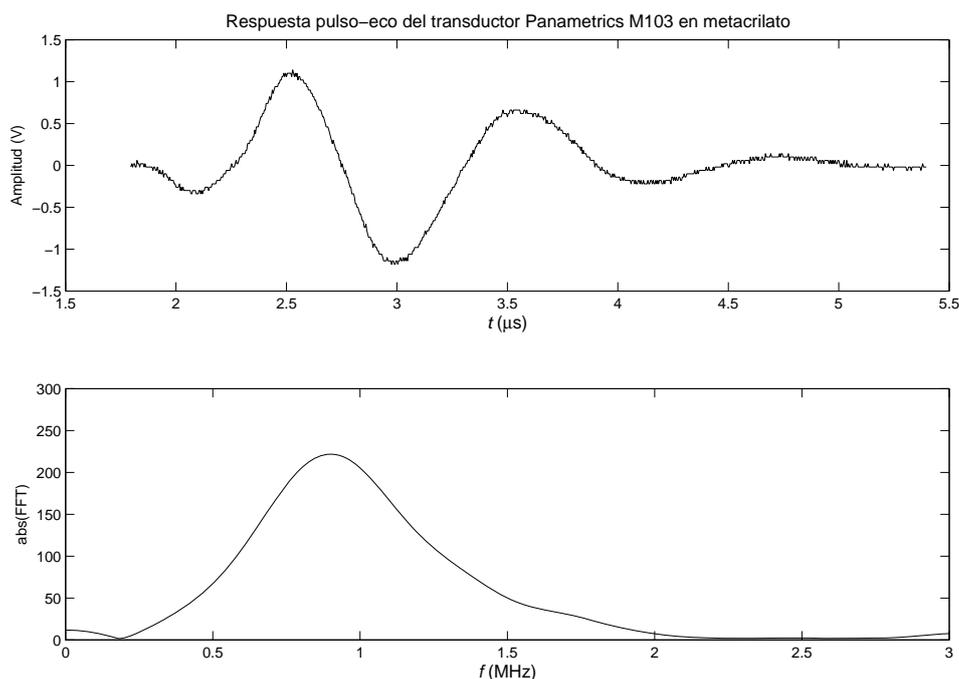
## 5.2 Obtención de la respuesta pulso-eco de los transductores en un bloque de metacrilato

Con el fin de obtener la respuesta experimental de los transductores, se han llevado a cabo las correspondientes medidas en modo pulso-eco sobre la pieza de metacrilato que se mostraba en la figura 5.4.a. La figura 5.5 muestra un detalle del proceso de medida. El montaje utilizado es el que se describió en la sección 5.1.

Para obtener la respuesta pulso-eco del transductor Panametrics M103, los controles del analizador Panametrics 5052 UA se han fijado en una tasa de repetición de pulso de 1 kHz, una resistencia de damping de 100  $\Omega$  y el selector de energía en la posición 3, lo que proporciona una energía máxima por pulso de 58  $\mu\text{J}$  al conjunto paralelo del transductor con la resistencia de damping. En el bloque de recepción se ha establecido una ganancia de 40 dB y una frecuencia de corte para el filtro paso alto de 100 kHz. Con estos parámetros, la respuesta en metacrilato de la sonda Panametrics



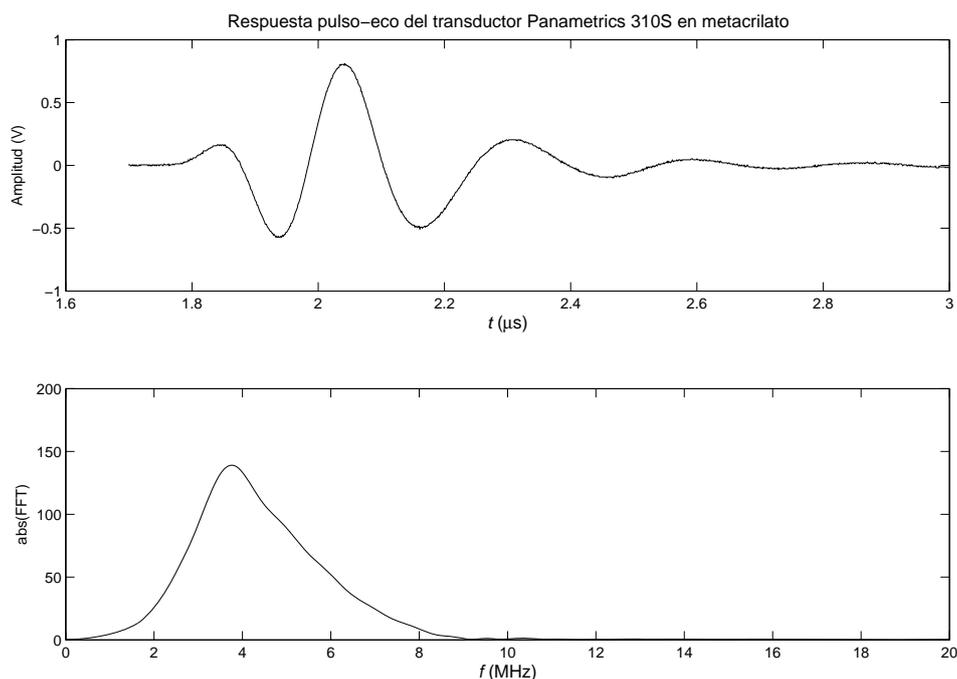
**Figura 5.5.** Detalle del proceso de medida en la pieza metacrilato, para la obtención de las respuestas pulso-eco de los transductores.



**Figura 5.6.** Respuesta en metacrilato de la sonda Panametrics M103. (a) Forma de onda temporal. (b) Contenido en frecuencia.

M103 es la que se muestra en la figura 5.6, que corresponde al eco que llega de la pared de fondo. La gráfica superior muestra la forma de onda temporal, mientras que la inferior presenta su contenido frecuencial, el cual está centrado como cabía esperar en la frecuencia nominal del transductor de 1 MHz.

En el caso del transductor Panametrics 310S, los controles del analizador Panametrics 5052 UA se han fijado en una tasa de repetición de pulso de 1 kHz, una resistencia de damping de 200  $\Omega$  y el selector de energía en la posición 2, lo que proporciona una energía máxima por pulso de 36  $\mu\text{J}$  al conjunto paralelo del transductor con la resistencia de damping. En el bloque de recepción se ha establecido una ganancia de 26 dB y una frecuencia de corte para el filtro paso alto de 300 kHz. La figura 5.7 muestra la respuesta de la sonda Panametrics 310S obtenida en las condiciones anteriores. La gráfica superior muestra la señal temporal, mientras que la inferior muestra su espectro en frecuencia. En éste último se puede apreciar que la banda del transductor está centrada en 5 MHz, lo que es consistente con su frecuencia nominal.

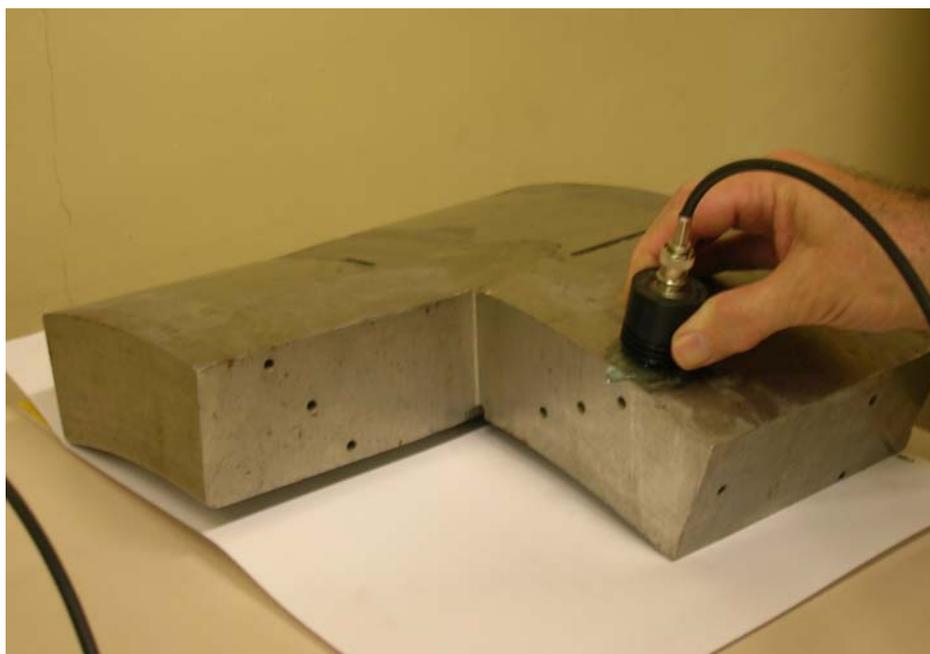


**Figura 5.7.** Respuesta en metacrilato de la sonda Panametrics 310S. (a) Forma de onda temporal. (b) Contenido en frecuencia.

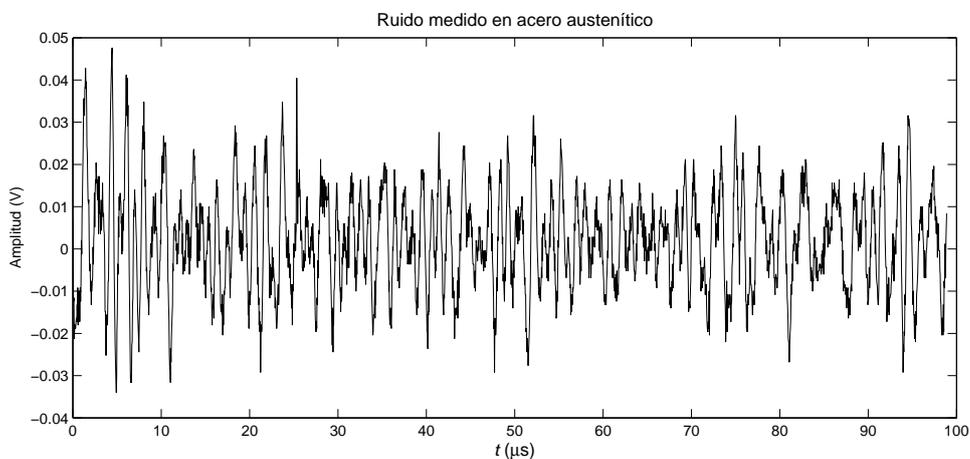
### 5.3 Obtención de trazas ultrasónicas en acero austenítico

La siguiente tanda de medidas experimentales se ha realizado sobre la probeta de acero austenítico que se mostraba en la figura 5.4.b. En la figura 5.8 se puede apreciar un detalle del proceso de medida. Se observa que se han taladrado agujeros en distintas posiciones de la pieza, para simular los defectos a detectar. El montaje de medida es el que se describió en la sección 5.1. Como transductor se ha utilizado el Panametrics M103 de 1MHz de frecuencia nominal. Como parámetros para el analizador ultrasónico Panametrics 5052 UA, se han considerado los mismos que se utilizaron para obtener la respuesta pulso-eco de este transductor en metacrilato. Con el montaje descrito, se ha procedido a inspeccionar distintas zonas de la pieza de acero.

En primer lugar, se ha situado el transductor en una zona en la que no existía ningún defecto artificial. Con ello, se ha obtenido la traza ultrasónica que se muestra en la figura 5.9. Esta traza contiene únicamente el ruido de grano procedente de la estructura interna del acero. La señal muestra que, en efecto, la inspección ultrasónica de este tipo de acero austenítico genera unos niveles de ruido de grano considerables.

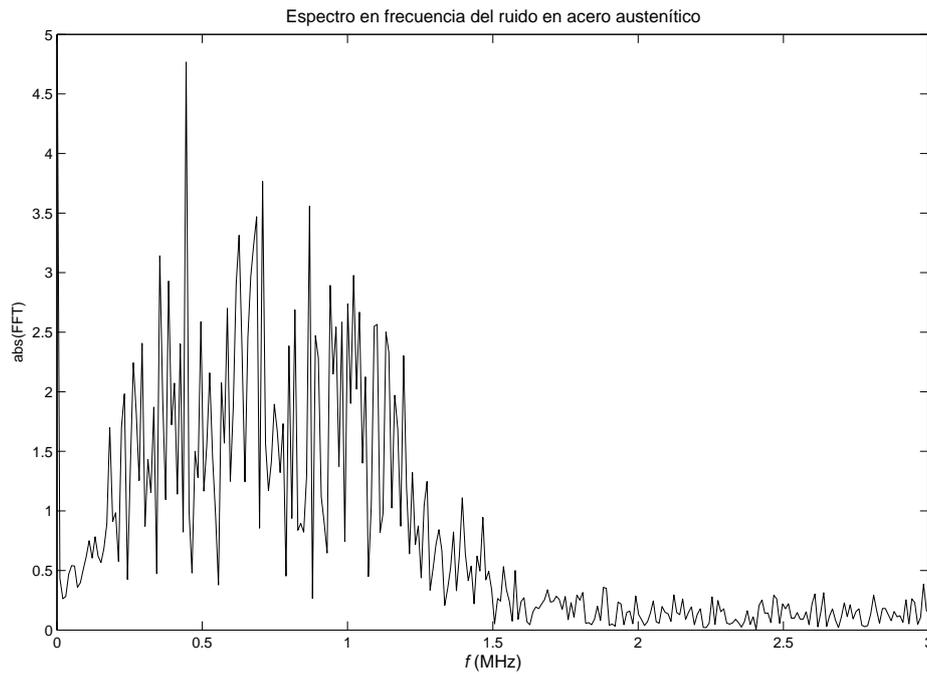


**Figura 5.8.** Detalle del proceso de medida en la probeta de acero austenítico.



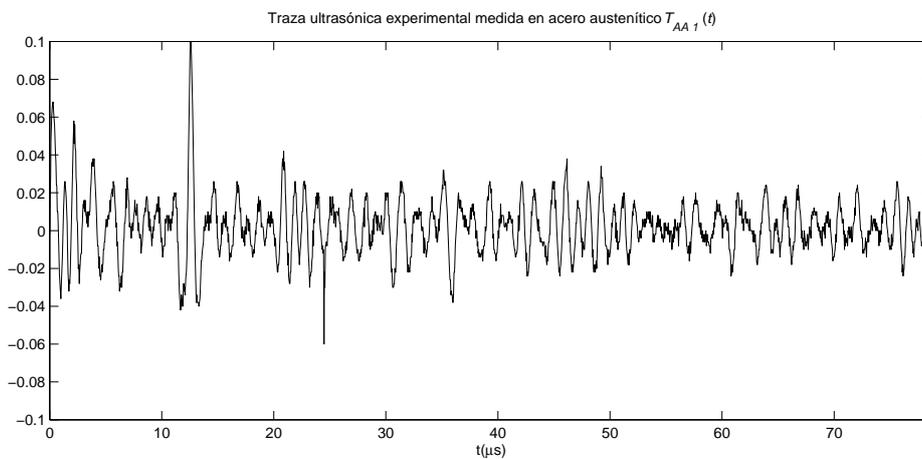
**Figura 5.9.** Ruido de grano medido en la probeta de acero austenítico.

Su espectro en frecuencia, representado en la figura 5.10, indica que se trata de un ruido correlado que se sitúa entre 0.5 y 1.5 MHz, en la banda del transductor, con lo cual se solaparía en frecuencia al eco de cualquier defecto que pudiera existir en el material.



**Figura 5.10.** Espectro en frecuencia del ruido de grano medido en la probeta de acero austenítico.

Para la adquisición de nuevas trazas, el transductor se ha desplazado a zonas de la pieza en las que sí existían defectos. La figura 5.11 muestra el ejemplo de una de estas trazas, que hemos denominado  $T_{AA}(t)$ . En ella podemos apreciar que, además del ruido



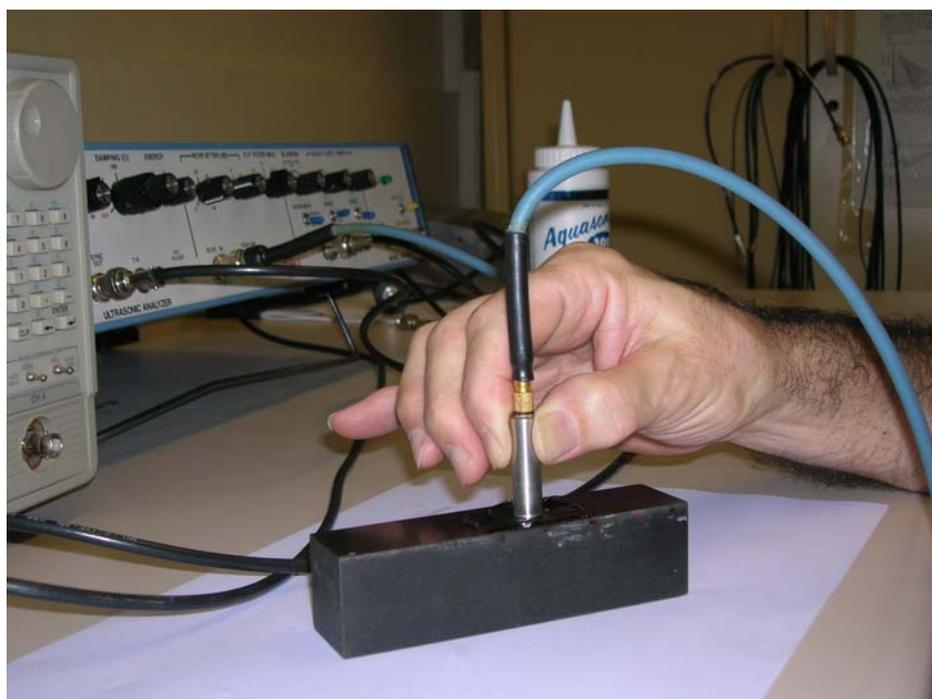
**Figura 5.11.** Traza  $T_{AA}(t)$  medida en la probeta de acero austenítico. Presenta el eco de un defecto en torno a 10-15  $\mu\text{s}$ .

procedente de la estructura granular del acero, existe el eco de un defecto en torno a 10-15  $\mu$ s.

#### 5.4 Obtención de trazas ultrasónicas en composite CFRP

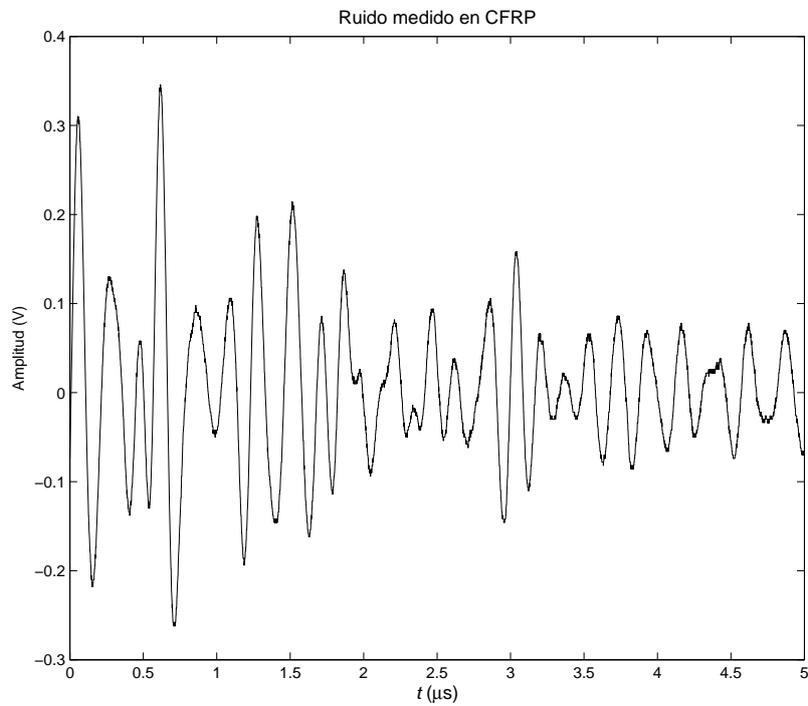
Con el fin de obtener una nueva tanda de medidas experimentales, se ha considerado la probeta de CFRP que se mostraba en la figura 5.4.c. En la figura 5.12 se puede apreciar un detalle del proceso de medida. La probeta tiene un espesor de 31.5 mm, y en ella se han taladrado agujeros a diferentes profundidades para simular los defectos a detectar. El montaje de medida es el que se describió en la sección 5.1. Como transductor se ha utilizado el Panametrics 310S de 5MHz de frecuencia nominal. Como parámetros para el analizador ultrasónico Panametrics 5052 UA, se han tomado los mismos que se utilizaron para obtener la respuesta pulso-eco en metacrilato de este transductor. Con el montaje descrito, se ha ido desplazando el transductor con el fin de inspeccionar distintas zonas del bloque de CFRP.

En primer lugar se ha examinado una zona en la que no existía ningún defecto. De esta manera se ha obtenido, al igual que se hizo antes con la pieza de acero

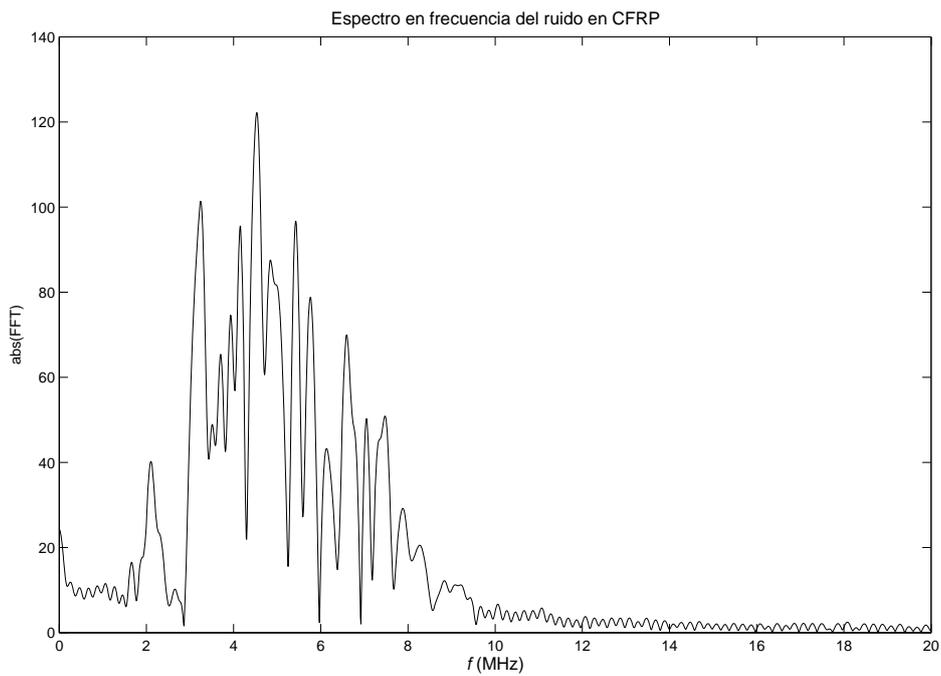


**Figura 5.12.** Detalle del proceso de medida en la probeta de CFRP.

austenítico, una señal *A-scan* que contiene únicamente ruido de grano. La señal se ha representado en la figura 5.13. La figura 5.14 muestra su espectro en frecuencia,



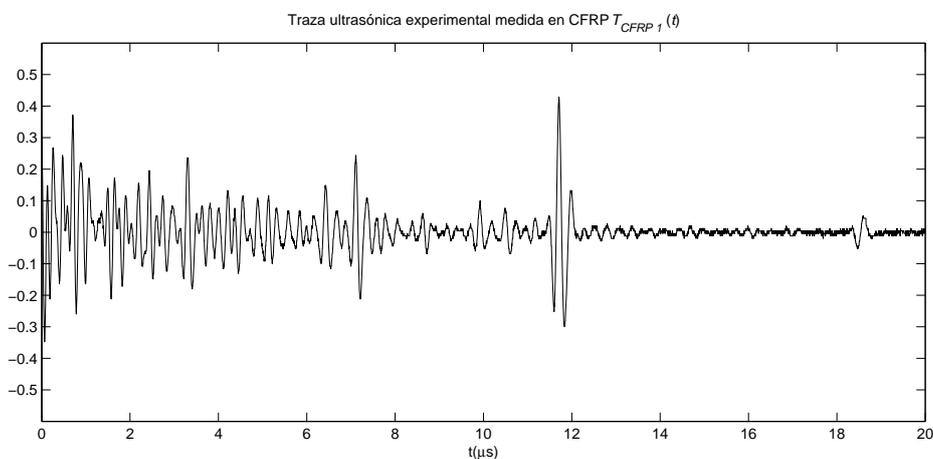
**Figura 5.13.** Ruido de grano medido en la probeta de CFRP.



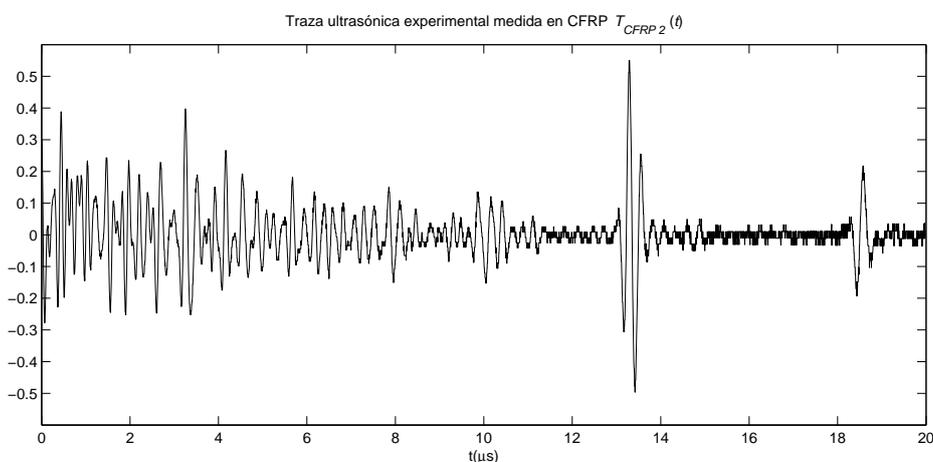
**Figura 5.14.** Espectro en frecuencia del ruido de grano medido en la probeta de CFRP.

donde se puede apreciar que efectivamente se trata de un ruido correlado, que se solapa con la banda del transductor situándose aproximadamente entre 2 y 8 MHz.

A continuación se ha ido desplazando el transductor a distintas zonas de la probeta en las que sí existían agujeros. Las figuras 5.15 y 5.16 muestran dos ejemplos de las trazas obtenidas en este caso, que hemos denominado  $T_{CFRP1}(t)$  y  $T_{CFRP2}(t)$ . En la primera traza se aprecia un eco en torno a 11-12  $\mu\text{s}$ , mientras que en la segunda se observa el eco de un defecto algo más alejado, en torno a 13-14  $\mu\text{s}$ . Las dos trazas presentan también el eco de la pared de fondo, que llega sobre los 18-19  $\mu\text{s}$ . Ambos



**Figura 5.15.** Traza  $T_{CFRP1}(t)$  medida en la probeta de CFRP. Presenta el eco de un defecto en torno a 11-12  $\mu\text{s}$ .



**Figura 5.16.** Traza  $T_{CFRP2}(t)$  medida en la probeta de CFRP. Presenta el eco de un defecto en torno a 13-14  $\mu\text{s}$ . Se ha aplicado una corrección DAC para contrarrestar la mayor atenuación sufrida por las componentes que han recorrido un camino más largo.

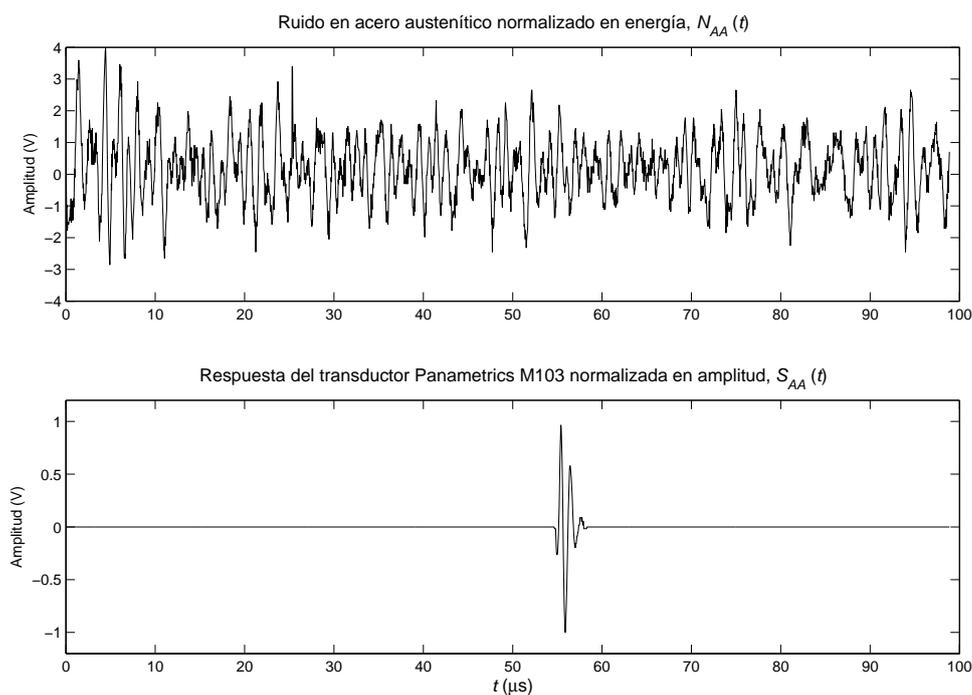
ecos, el del defecto y el de la pared, se encuentran más realzados en la traza  $T_{CFRP2}(t)$  porque en ese caso se ha aplicado una corrección DAC (*Distance Amplitude Correction*). Esta es una técnica habitual en inspección por ultrasonidos [26], que trata de contrarrestar la mayor atenuación sufrida por las componentes que han recorrido un camino más largo, aplicando una amplificación creciente con la distancia.

## 5.5 Trazas experimentales compuestas

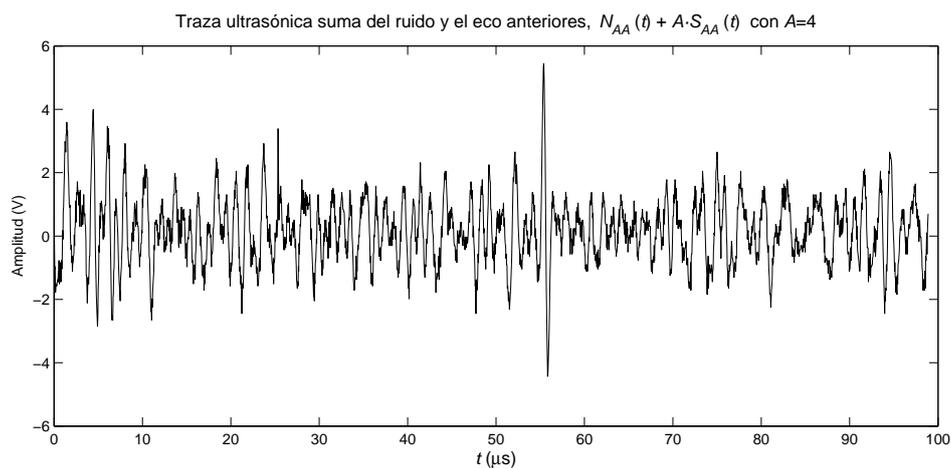
A partir de los registros de ruido de grano experimentales medidos en los bloques de acero austenítico y CFRP, que se han representado en las figuras 5.9 y 5.13, se pueden generar trazas ultrasónicas compuestas de forma similar a como se hizo en el caso de los registros sintéticos en la sección 4.4 del capítulo anterior. Las señales medidas en metacrilato, correspondientes a la reflexión de la onda ultrasónica en la pared de fondo, podrían aproximar el eco de un defecto grande respecto a la longitud de onda. Bajo esta suposición, se pueden generar trazas compuestas sumando a los registros de ruido de grano experimentales, las respuestas pulso eco de los transductores con distintas amplitudes, para simular ecos de distintos tamaños. Aproximaciones similares a esta composición de trazas experimentales han sido utilizadas en diversos trabajos, como por ejemplo [30, 107]. Es de destacar que [30] es la referencia más citada en reducción de ruido utilizando *wavelets* en ultrasonidos.

Vamos a considerar en primer lugar la traza mostrada en la figura 5.9, que contenía únicamente ruido de grano medido en acero austenítico. Para fijar criterios y llevar a cabo un proceso equivalente al de generación de las trazas sintéticas, el ruido anterior se ha normalizado en energía, resultando la señal que se muestra en la figura 5.17.a, que denominaremos  $N_{AA}(t)$ . Por otro lado, el pulso del transductor Panametrics M103 se ha normalizado en amplitud y se ha introducido un cierto retardo  $\tau_D$ , resultando la señal que se muestra en la figura 5.17.b, que denominaremos  $S_{AA}(t)$ . De este modo, obtenemos un registro de ruido  $N_{AA}(t)$  y un pulso  $S_{AA}(t)$  experimentales, con características comparables a los registros de ruido y el pulso sintéticos descritos en el capítulo anterior.

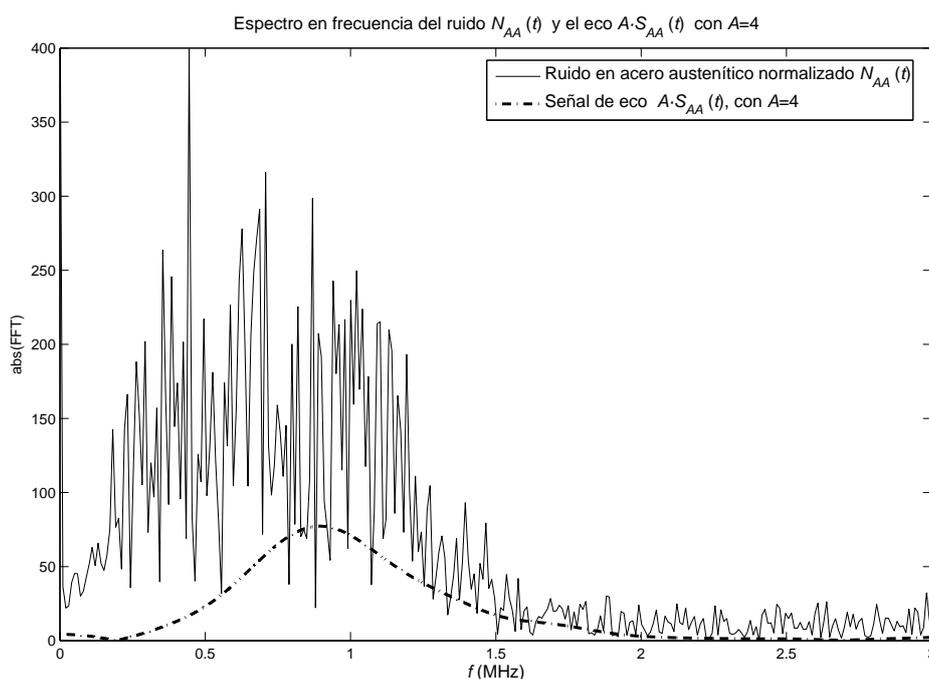
A partir de estas dos señales se puede generar una traza ultrasónica compuesta, sumando el pulso  $S_{AA}(t)$  con distintas amplitudes a la traza de ruido de grano experimental. En la figura 5.18 se muestra el resultado de sumar al ruido  $N_{AA}(t)$  el pulso  $S_{AA}(t)$  con una amplitud  $A=4$ . En la figura 5.19 se han representado los respectivos espectros en frecuencia, donde se aprecia que el ruido y el eco se solapan en la banda del transductor, entre 0.5 y 1.5 MHz.



**Figura 5.17.** Señales de partida para la generación de las trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido de grano medido en acero austenítico. (a)  $N_{AA}(t)$ , ruido de grano medido en la probeta de acero austenítico, normalizado en energía. (b)  $S_{AA}(t)$ , pulso en metacrilato del transductor Panametrics M103 utilizado para las medidas en acero austenítico, normalizado en amplitud y con un cierto retardo  $\tau_D$ .



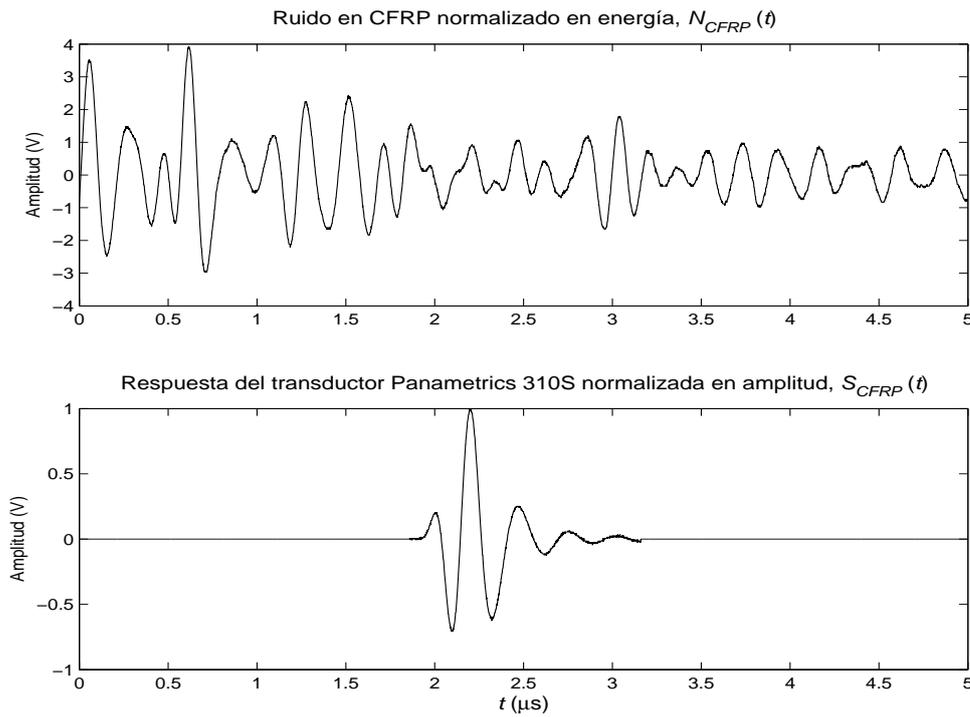
**Figura 5.18.** Traza compuesta a partir del ruido de grano medido en acero austenítico.



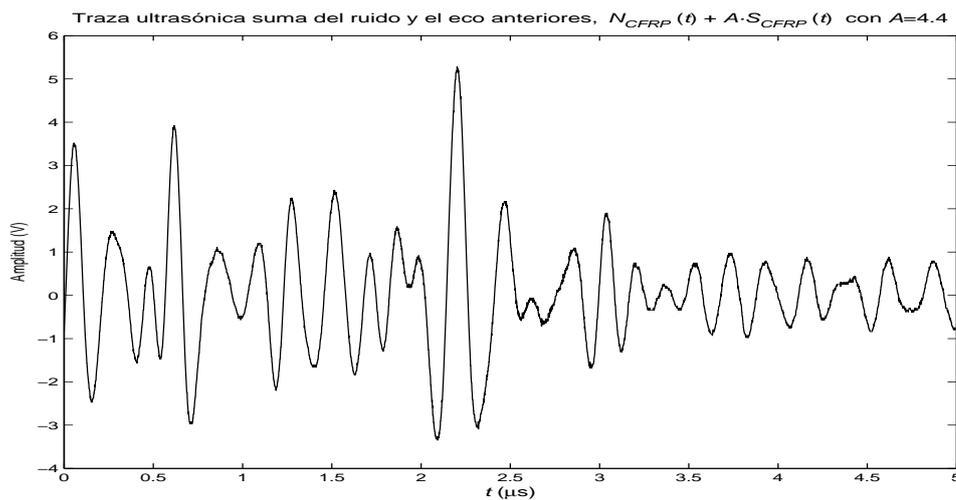
**Figura 5.19.** Espectro en frecuencia del ruido de grano medido en acero austenítico  $N_{AA}(t)$  y de la señal de eco experimental  $A \cdot S_{AA}(t)$  con amplitud  $A=4$ .

Análogamente al caso del acero austenítico, se pueden generar trazas ultrasónicas compuestas sumando al ruido de grano experimental obtenido en la probeta de CFRP, la respuesta pulso-eco del transductor Panametrics 310S obtenida en metacrilato. Para seguir manteniendo los mismos criterios, el registro de ruido mostrado en la figura 5.13 se normaliza en energía, mientras que el pulso mostrado en la figura 5.7 se normaliza en amplitud y se sitúa en una posición  $\tau_D$ . Con ello se obtienen las trazas de ruido y señal que denominaremos respectivamente  $N_{CFRP}(t)$  y  $S_{CFRP}(t)$ , y que se muestran en la figura 5.20. A partir de estas dos señales se pueden generar trazas ultrasónicas compuestas como la que se muestra en la figura 5.21. Ésta resulta de sumar el ruido  $N_{CFRP}(t)$  al pulso  $S_{CFRP}(t)$  con una amplitud  $A=4.4$ . Los respectivos espectros en frecuencia, en la figura 5.22, muestran que el ruido y el eco se solapan en la banda del transductor, entre 2 y 8 MHz.

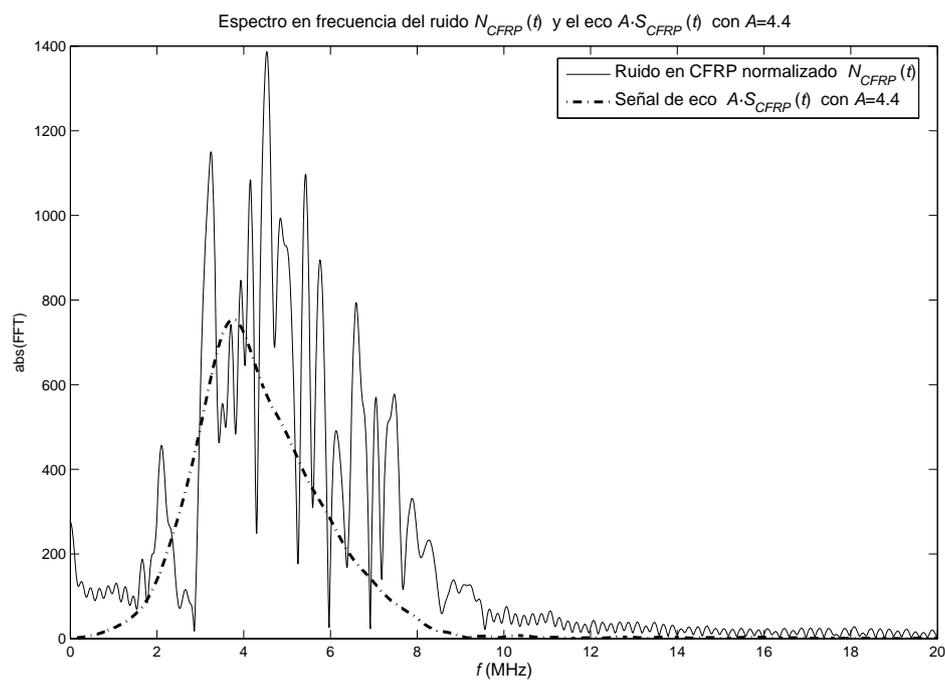
El procedimiento descrito aquí ha sido utilizado previamente en otros trabajos [30, 107]. Su principal ventaja consiste en proporcionar un amplio repertorio de trazas ultrasónicas de origen experimental, con unas condiciones señal a ruido fácilmente regulables. Esto las hace muy adecuadas para el estudio de los algoritmos de reducción de ruido de grano.



**Figura 5.20.** Señales de partida para la generación de las trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido de grano medido en CFRP. (a)  $N_{CFRP}(t)$ , ruido de grano medido en la probeta de CFRP, normalizado en energía. (b)  $S_{CFRP}(t)$ , pulso en metacrilato del transductor Panametrics 310S utilizado para las medidas en CFRP, normalizado en amplitud y con un cierto retardo  $\tau_D$ .



**Figura 5.21.** Traza compuesta a partir del ruido de grano medido en CFRP.



**Figura 5.22.** Espectro en frecuencia del ruido de grano medido en CFRP  $N_{CFRP}(t)$  y de la señal de eco experimental  $A \cdot S_{CFRP}(t)$  con amplitud  $A=4.4$ .



## Capítulo 6

### Procesado DWT de trazas ultrasónicas

El objetivo de este capítulo es la aplicación de las técnicas de procesado basadas en la transformada *wavelet* discreta DWT, a la reducción de ruido estructural en las diferentes trazas ultrasónicas sintéticas y experimentales presentadas hasta el momento. Con ello se trata de establecer un punto de partida de cara al objetivo último de la tesis, que será la extensión del método al uso de la *wavelet* no diezmada UWT en los capítulos siguientes.

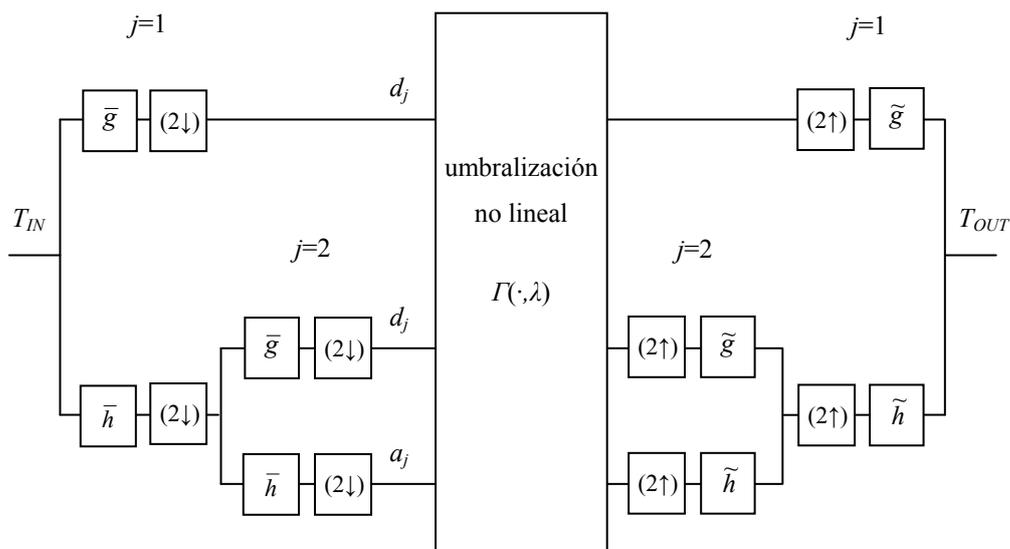
La tarea que se aborda aquí implica dos aspectos: por un lado la implementación del procesado DWT, y por otro lado su aplicación a las diferentes trazas ultrasónicas, considerando la selección de los parámetros de procesado más idóneos.

En la actualidad existen numerosos paquetes de software libre y comercial que implementan distintos tipos de procesados basados en *wavelets*. Durante el desarrollo de esta tesis doctoral se exploraron algunas de las herramientas disponibles para el entorno de programación MATLAB®. En concreto se consideraron los paquetes de software libre *Uvi\_Wave* [108], *WaveLab* [109] y *Time-Frequency Toolbox* [110], además de la *Wavelet Toolbox*™ comercial que se puede adquirir con MATLAB® [111]. Todos estos paquetes ofrecen distintas posibilidades para el análisis *wavelet* de señales, y en particular en el caso de *WaveLab* y la *Wavelet Toolbox*™ proporcionan funciones específicas para la reducción de ruido mediante los procedimientos de umbralización básicos descritos en [33-35, 46, 48]. Sin embargo el problema de estas herramientas es que ofrecen poca flexibilidad a la hora de aplicar procedimientos no estándar, como pueden ser según veremos más adelante, la umbralización de los coeficientes de aproximación en el último nivel de descomposición  $J$ , o la utilización de *wavelets* no diezmadas, que es el motivo central de esta tesis. Por todo ello se ha preferido dejar a un lado las implementaciones existentes y desarrollar un software propio, que permita un mayor control sobre el proceso de reducción de ruido y los parámetros involucrados.

Tal implementación requiere del desarrollo de algoritmos para la transformada *wavelet* directa e inversa y para el procesamiento no lineal de los coeficientes. Los esquemas implementados en el presente capítulo corresponden a los procedimientos estándar descritos en [33-36, 46, 48], que utilizan la transformada discreta DWT. Introduciendo los bancos de filtros de análisis y síntesis de Mallat para el cálculo de esta transformada, el esquema quedaría como se muestra en la figura 6.1.

Conforme a este esquema, la transformada DWT y su inversa se van a llevar a cabo mediante las respectivas operaciones de filtrado, diezmado e interpolación, utilizando el lenguaje MATLAB®. El filtrado en la práctica conlleva una serie de problemas relacionados con los bordes de las secuencias reales, que tienen duración limitada, y con el retardo introducido por los filtros. A lo largo del capítulo veremos cómo se han tratado estos aspectos prácticos de implementación. Por otra parte, se describirá también la umbralización no lineal de los coeficientes *wavelet* y los parámetros que intervienen: el procedimiento de selección de umbrales, los métodos de umbralización, etc.

Para finalizar, los métodos implementados se aplicarán a las distintas trazas ultrasónicas que se presentaron en los capítulos 4 y 5. Estas señales resultantes del procesamiento DWT convencional, serán la referencia con la que comparar los nuevos métodos UWT propuestos en los capítulos posteriores de la tesis.



**Figura 6.1.** Esquema del procesamiento DWT para reducción de ruido, con  $J=2$  niveles de descomposición *wavelet*.

## 6.1 Implementación de la transformada DWT

La figura 6.1 muestra el esquema del procesado *wavelet* implementado. En él, las transformadas DWT directa e inversa se llevan a cabo mediante los correspondientes bancos de filtros iterados de Mallat [5]. La realización de estos desarrollos teóricos en la práctica lleva asociados una serie de problemas adicionales, relacionados con el hecho de que las secuencias reales tienen duración limitada, lo que requiere introducir algún tipo especial de procesado en los bordes, y que el filtrado conlleva un cierto retardo y alargamiento de las secuencias resultantes. A lo largo de esta sección se verá cómo se han tratado estos aspectos prácticos de implementación.

### 6.1.1 Tratamiento de bordes

Cuando se realiza un filtrado digital sobre secuencias de longitud finita, aparecen efectos de distorsión en los bordes, ya que la operación de convolución sobre una muestra involucra a valores previos y posteriores, de los que no se dispone en los bordes de la secuencia. Concretamente, se verán afectados  $L_f - 1$  coeficientes en cada extremo, siendo  $L_f$  la longitud del filtro.

Para tratar este problema se han propuesto distintas soluciones [5, 112-115]. Las técnicas más sofisticadas conllevan la definición de *wavelets* diferentes en el interior y en los extremos del intervalo. Mediante el diseño adecuado de estas *wavelets* se puede mantener el control de la ortogonalidad o biortogonalidad de la representación y el número de momentos nulos [5, 113]. Otras soluciones más sencillas se basan en introducir, en el momento de realizar la convolución, un cierto relleno o *padding* en ambos extremos de la secuencia, a efectos del cálculo de los coeficientes próximos a los bordes. Concretamente, será necesario introducir hasta  $L_f - 1$  valores en cada extremo, siendo  $L_f$  la longitud de los filtros. Los tipos de relleno más sencillos que se utilizan habitualmente son [5, 112, 114]:

- *relleno con ceros*

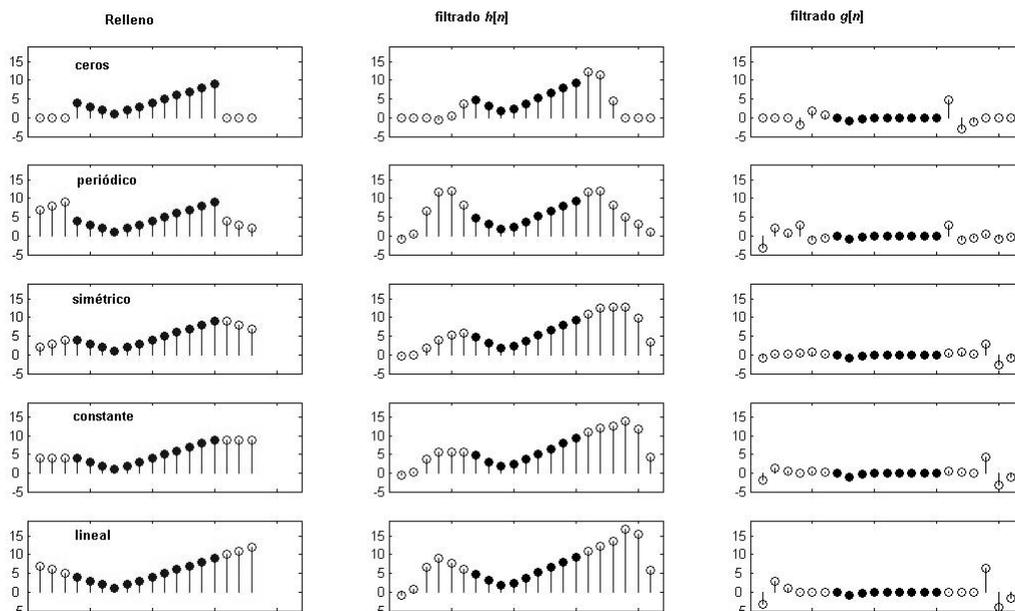
Se consideran  $L_f - 1$  ceros a cada lado de la secuencia a descomponer, lo que equivale a no hacer tratamiento de bordes. Genera una discontinuidad en cada extremo de la secuencia que afecta a  $L_f - 1$  coeficientes, provocando un aumento de su valor que no corresponde realmente a características de la señal.

- *relleno periódico*

Se extiende periódicamente la señal,  $L_f - 1$  muestras en cada extremo, lo que crea un efecto similar al de una convolución circular. Al igual que el anterior, este tipo de relleno también crea discontinuidades en los extremos.

- *relleno simétrico*  
Se extiende la señal añadiendo a cada lado  $L_f-1$  valores simétricos respecto al borde. De este modo ya no se crean discontinuidades en los extremos, se obtiene una señal continua, con derivada discontinua.
- *relleno con extrapolación constante*  
Se extiende la señal  $L_f-1$  muestras repitiendo a cada lado el valor del extremo. De este modo se obtiene una señal continua con derivada discontinua.
- *relleno con extrapolación lineal*  
Se extiende la señal  $L_f-1$  muestras a cada lado manteniendo la pendiente definida por los dos últimos valores de cada extremo. Así se obtiene una señal continua con derivada continua.

La figura 6.2 muestra un ejemplo de los efectos del filtrado para los distintos tipos de relleno anteriores. Se han utilizado los filtros de análisis de Daubechies de 4 coeficientes, por tanto la longitud del relleno necesario en cada extremo es  $L_f-1 = 3$ . La primera columna muestra la secuencia original, en color sólido, con los distintos tipos de relleno en los bordes, en color transparente. La segunda y tercera columnas muestran el resultado de filtrar esas secuencias con los filtros paso bajo  $h[n]$  y paso alto  $g[n]$  respectivamente. En color sólido se muestra la parte central que es común en todas las secuencias, y en color transparente la parte que cambia según el tipo de



**Figura 6.2.** Efectos de los filtrados  $h[n]$  y  $g[n]$  para los distintos tipos de relleno de bordes.

relleno. Se observa que esta parte varía bastante de unos tipos de relleno a otros. Teniendo en cuenta que la señal considerada en el ejemplo no contiene altas frecuencias, es interesante observar en el caso del filtrado paso alto cómo se introducen componentes de alta frecuencia en los bordes, especialmente en el caso de los rellenos que generan discontinuidades, como son el relleno con ceros y el periódico. También dan lugar a coeficientes elevados en general los tipos de relleno que introducen valores altos en los bordes, como es el relleno lineal. En definitiva, se observa que el tratamiento de bordes afecta a un cierto número de coeficientes en los extremos, mayor cuanto mayor sea la longitud de los filtros. Su importancia relativa dependerá del número de coeficientes afectados en relación a la longitud total de la secuencia. En el caso del algoritmo de Mallat, la longitud de la secuencia disminuye con las sucesivas etapas de filtrado y diezmado, por tanto el efecto de bordes puede hacerse importante a medida que aumenta el nivel de descomposición  $j$ .

### 6.1.2 Retardo debido al filtrado

Considerando  $\Theta(\omega)$  la respuesta en fase de un filtro, el retardo de grupo (*group delay*) se define como

$$D(\omega) = -\frac{d}{d\omega} \Theta(\omega) \quad (6.1)$$

y representa el retardo temporal que experimenta un grupo de componentes sinusoidales contenidas en un intervalo de frecuencias en torno a  $\omega$ , de anchura tal que  $D(\omega)$  es aproximadamente constante en dicho intervalo.

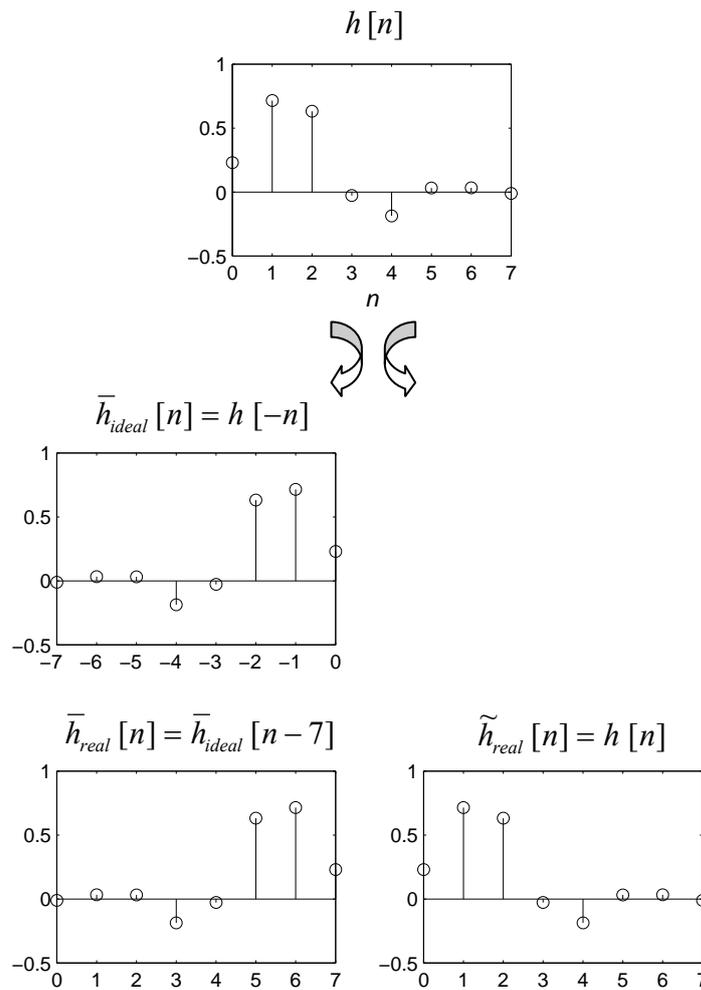
Idealmente, en el esquema de Mallat cada par de filtros de análisis-síntesis lleva a cabo una reconstrucción perfecta, donde la señal no resulta distorsionada ni retardada. Recordemos las condiciones que debían cumplir estos filtros según el capítulo 2:

filtros de análisis:  $\bar{h}[n] = h[-n]$ ,  $\bar{g}[n] = g[-n]$ , según la ecuación (2.42)

filtros de síntesis:  $\tilde{h}[n] = h[n]$ ,  $\tilde{g}[n] = g[n]$ , según la ecuación (2.43)

Según las expresiones anteriores, en cada par de análisis-síntesis uno de los filtros es no causal, es decir, la salida depende de valores futuros de la señal de entrada. El efecto que tiene este filtro es el de adelantar la señal, compensando el retardo introducido por el otro, y así es posible conseguir un retardo total nulo.

Sin embargo en la implementación real los filtros no van a cumplir exactamente las condiciones anteriores, sino que el filtro no causal se va a retardar para que sea realizable en la práctica. Lo vemos en el ejemplo mostrado en la figura 6.3, para los



**Figura 6.3.** Implementación real del par de filtros de análisis-síntesis paso bajo para la *wavelet* de Daubechies *db4*.

filtros de análisis-síntesis paso bajo de la *wavelet* de Daubechies *db4*. En la parte superior se han representado los coeficientes del filtro QMF básico  $h[n]$ , de longitud  $L_f = 8$ . En la parte inferior se muestran los coeficientes de los filtros reales de análisis y síntesis obtenidos a partir de él. Se puede apreciar que, para que el filtro real de análisis  $\bar{h}_{real}[n]$  sea causal, se ha introducido un retardo de valor  $L_f - 1 = 7$  al filtro ideal definido por la expresión (2.42). Las relaciones quedan entonces de la siguiente manera:

$$\text{análisis: } \bar{h}_{real}[n] = \bar{h}_{ideal}[n - (L_f - 1)] \Leftrightarrow \bar{H}_{real}(\omega) = e^{-i\omega(L_f - 1)} \cdot \bar{H}_{ideal}(\omega) \quad (6.2)$$

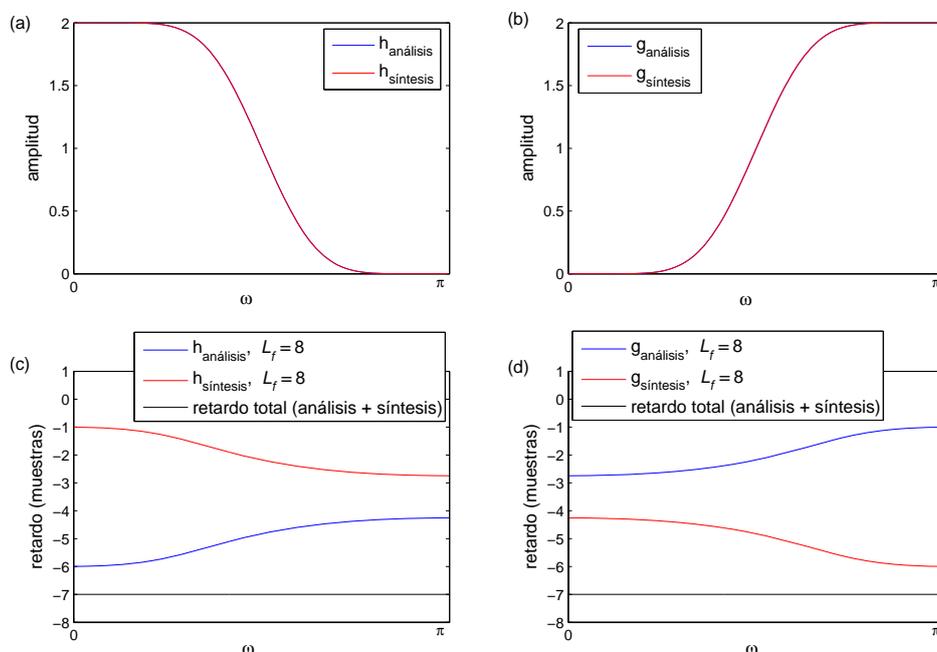
$$\text{síntesis: } \tilde{h}_{real}[n] = \tilde{h}_{ideal}[n] \quad \Leftrightarrow \tilde{H}_{real}(\omega) = \tilde{H}_{ideal}(\omega) \quad (6.3)$$

y el efecto que tiene sobre la señal el atravesar el par de filtros reales de análisis-síntesis es:

$$\bar{H}_{real}(\omega) \cdot \tilde{H}_{real}(\omega) = e^{-i\omega(L_f-1)} \cdot \bar{H}_{ideal}(\omega) \cdot \tilde{H}_{ideal}(\omega) \quad (6.4)$$

Resulta por tanto que, debido a la utilización de filtros causales, en la implementación real se añade a la respuesta del par de análisis-síntesis ideal, que introducía un retardo nulo, un término  $e^{-i\omega(L_f-1)}$  que introduce un retardo de valor  $L_f-1$ , siendo  $L_f$  la longitud de los filtros.

En la figura 6.4 se ha representado la amplitud y el retardo de grupo en función de la frecuencia para los filtros reales de Daubechies *db4*. En las gráficas superiores, las respuestas de amplitud paso bajo y paso alto para cada par de análisis-síntesis se superponen. En las gráficas inferiores, se aprecian unas curvas de retardo simétricas tanto en la rama paso bajo como en la rama paso alto. Al sumarlas, el retardo total del par análisis-síntesis representado en color negro en cada rama es, como cabía esperar, una constante de valor  $L_f-1 = 8-1 = 7$ .

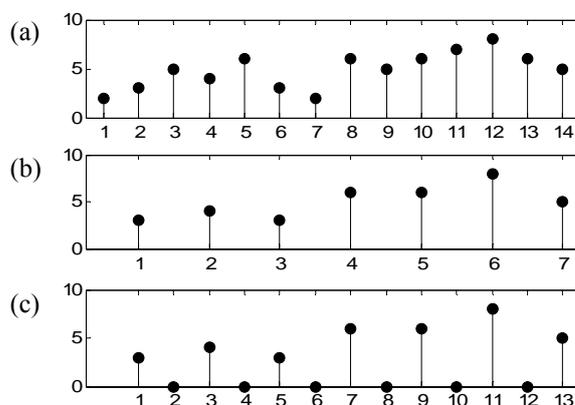


**Figura 6.4.** Respuesta en frecuencia de los filtros reales de Daubechies *db4*.  
 (a) Amplitud del par de análisis-síntesis paso bajo. (b) Amplitud del par de análisis-síntesis paso alto. (c) Retardo de grupo del par de análisis-síntesis paso bajo. (d) Retardo de grupo del par de análisis-síntesis paso alto.

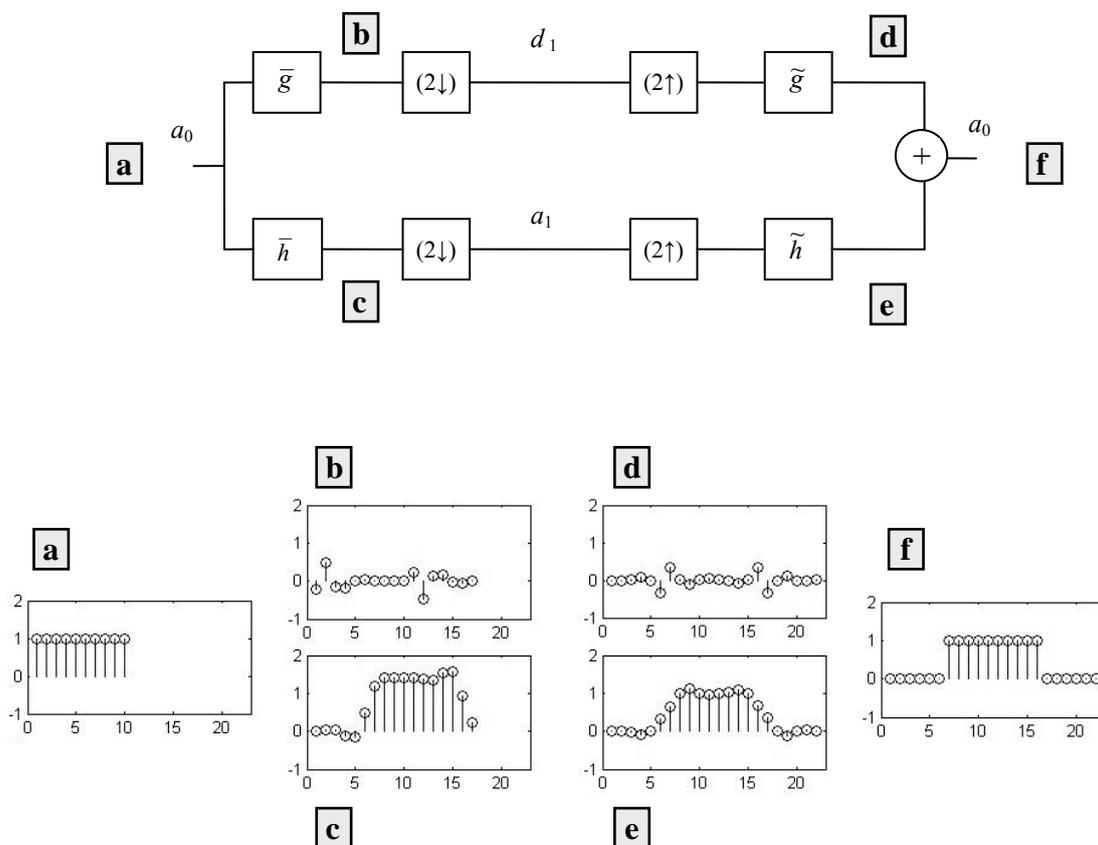
Este retardo que introducen los filtros reales en cada etapa no resultaría muy problemático de no ser por el esquema de reconstrucción. En la figura 6.1 se muestra que, en el proceso de descomposición-reconstrucción implementado mediante el algoritmo de Mallat, la señal debe atravesar diferentes etapas de análisis-síntesis en las respectivas ramas, para finalmente sumarse las señales resultantes. Pero estas señales van a acumular retardos diferentes porque el número de etapas en cada rama varía. Por ejemplo en la figura 6.1 se puede observar que la señal en la rama superior atraviesa una etapa, mientras que las señales de la rama inferior atraviesan dos etapas. Por ello, antes de poder sumar las secuencias procedentes de las distintas ramas, va a ser necesario compensar los retardos.

En este punto es necesario conocer el valor del retardo que está introduciendo cada etapa. Además de atravesar el par de filtros de análisis-síntesis, que según hemos visto introduce un retardo de valor  $L_f-1$ , la señal sufre una operación de diezmado seguida de una inserción de ceros. Al tratar con secuencias finitas, estas dos operaciones introducen un adelanto de una muestra, tal como se puede apreciar en el ejemplo de la figura 6.5. Por tanto el efecto total que introducirá cada etapa de descomposición-reconstrucción del algoritmo de Mallat será un retardo de  $L_f-1$  muestras debido al filtrado, menos un adelanto de 1 muestra debido a las operaciones de diezmado-inserción de ceros, resultando un retardo total de  $(L_f-1)-1 = L_f-2$  muestras.

En la figura 6.6 se ha representado una de estas etapas básicas de descomposición-reconstrucción, tomando como ejemplo una secuencia de entrada sencilla y mostrando



**Figura 6.5.** Efectos sobre una secuencia, al atravesar una etapa de diezmado seguida por una inserción de ceros. (a) Secuencia inicial. (b) Secuencia después de la etapa de diezmado ( $2\downarrow$ ). (c) Secuencia final resultante, después de la inserción de ceros ( $2\uparrow$ ).



**Figura 6.6.** Efectos sobre una secuencia, al atravesar una etapa de descomposición-reconstrucción con filtros de Daubechies *db4*.

las señales obtenidas en diferentes puntos de proceso. Se han utilizado los filtros de Daubechies *db4* que tienen una longitud  $L_f = 8$ , por tanto el retardo total que experimentarían las señales en una rama de este tipo sería  $L_f - 2 = 8 - 2 = 6$ . Así se confirma en la figura, donde observamos que al final de todo el proceso se obtiene la secuencia original retardada 6 muestras.

Teniendo en cuenta lo anterior, se ha decidido que la mejor solución al problema de los retardos consiste en hacer la compensación al final de cada etapa del tipo mostrado en la figura 6.6, justo después de sumar las secuencias. Hacerlo así tiene dos ventajas. Por un lado, los retardos de análisis-síntesis se compensan según se vio en la figura 6.4, resultando un retardo total constante con la frecuencia y de valor bien conocido. Por otro lado, con este esquema el retardo se va compensando etapa a etapa y no se acumula.

### 6.1.3 Alargamiento de las secuencias debido al filtrado

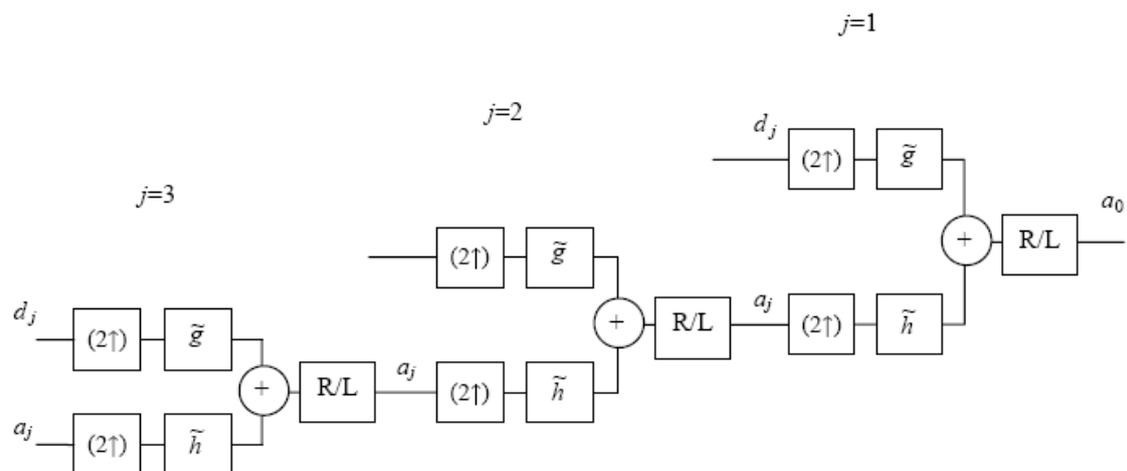
El filtrado también provoca un alargamiento de las secuencias, ya que la convolución discreta introduce  $L_f-1$  muestras adicionales, siendo  $L_f$  la longitud del filtro.

De estas muestras adicionales, una parte corresponde al retardo que se comentó en la sección anterior, localizado al principio de la secuencia, y el resto constituiría una cola añadida al final. Por tanto en el mismo punto en que compensamos el retardo, tendremos que compensar también el alargamiento que sufre la parte final de la secuencia.

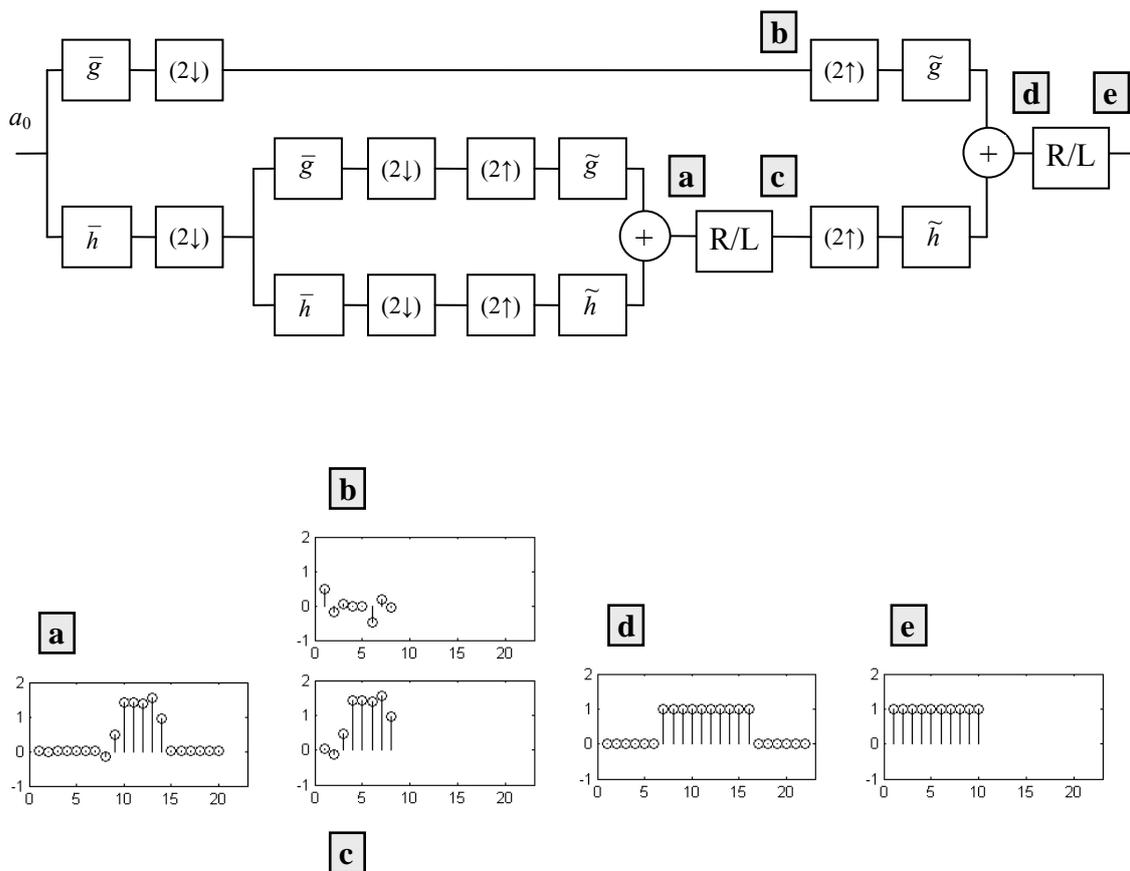
### 6.1.4 Compensación de retardos y alargamientos

En la figura 6.7 se ha representado el algoritmo real de reconstrucción de Mallat. Éste modifica al algoritmo ideal mediante la inclusión de los bloques R/L, que llevan a cabo la compensación de retardos y alargamientos. Según las consideraciones hechas anteriormente, estos bloques se han introducido al final de cada etapa de descomposición-reconstrucción, justo después de sumar las secuencias de las ramas paso bajo y paso alto.

El modo en que se lleva a cabo la compensación se muestra en la figura 6.8, donde se han representado las señales a la entrada y a la salida de los bloques R/L. El procedimiento de compensación se aplica a la secuencia que ha atravesado más etapas de filtrado, la rama paso bajo, ya que será la que ha sufrido mayor retardo y alargamiento.



**Figura 6.7.** Esquema del algoritmo de reconstrucción de Mallat, incluyendo los bloques de compensación de retardos y alargamientos (R/L).



**Figura 6.8.** Efectos sobre una secuencia, al atravesar dos etapas de análisis-síntesis con filtros de Daubechies *db4*, incluyendo compensación de retardos y alargamientos (R/L).

En primer lugar se compensa el retardo. Denominaremos  $L_d$  a la diferencia de retardos entre las dos secuencias a las que se va a aplicar la etapa de reconstrucción, esto es, las secuencias en los puntos a y b de la figura 6.8. Como el retardo se compensa etapa a etapa no se acumula, por tanto  $L_d$  es simplemente el retardo introducido por una etapa adicional en la rama paso bajo. Según se vio en el apartado anterior, este retardo es  $L_d = L_f - 2$  muestras, que habrá que eliminar al principio de la secuencia en el punto a. Una vez compensado este retardo, se compensará el alargamiento eliminando tantas muestras finales como sea necesario, para que la longitud de la secuencia en el punto c sea la misma que en b. De esta manera ambas ramas quedan alineadas en cuanto a retardo y longitud, y ya se pueden llevar a cabo las posteriores etapas de reconstrucción y suma de secuencias resultantes.

De acuerdo con lo anterior, en el ejemplo de la figura 6.8 se observa que, entre los puntos a y c, la corrección ha consistido en eliminar las seis primeras muestras

correspondientes al retardo introducido por una de estas etapas con  $L_f = 8$ , y después eliminar las muestras finales necesarias para conseguir en c una secuencia de longitud igual a la del punto b. De manera análoga, entre los puntos d y e, la corrección ha consistido en eliminar las seis primeras muestras de retardo inicial, y después las muestras finales sobrantes para recuperar la longitud de la secuencia original.

## 6.2 Implementación del procesamiento DWT para reducción de ruido.

Una vez revisados los aspectos de implementación de la transformada DWT, pasaremos a describir los principales parámetros que intervienen en el proceso global de reducción de ruido. Tal como muestra en la figura 6.1, se podrá distinguir entre los parámetros que están en relación con la transformada, y los que están en relación con la umbralización no lineal en el dominio transformado.

### 6.2.1 Parámetros ligados a la transformada.

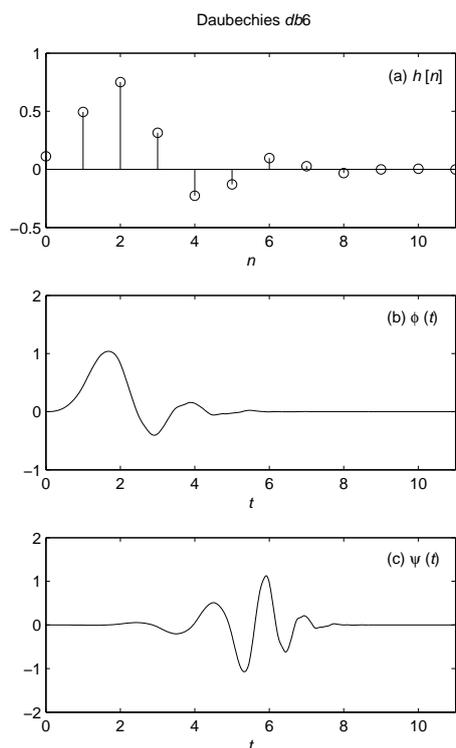
A partir de lo expuesto anteriormente y de la figura 6.1, observamos que los parámetros de procesamiento variables en lo que respecta a la transformada DWT son la *wavelet* madre, que va ligada a los filtros de análisis y síntesis  $\bar{h}$ ,  $\bar{g}$ ,  $\tilde{h}$  y  $\tilde{g}$ , el nivel máximo de descomposición  $J$  y el tipo de tratamiento de bordes. A continuación se describen las distintas posibilidades para cada uno de ellos.

#### ▪ *Wavelet madre*

Las familias *wavelet* implementadas para la realización de esta tesis incluyen las *wavelets* de Daubechies, las *symlets* y las *coiflets* [3]. Las *wavelet* de Daubechies se identifican como  $dbN$ , donde  $N$  es el orden, y presentan las siguientes propiedades:

- la longitud de los filtros de análisis  $\bar{h}[n]$ ,  $\bar{g}[n]$  y síntesis  $\tilde{h}[n]$ ,  $\tilde{g}[n]$  es  $2N$
- el soporte de las funciones de escalado  $\phi(t)$  y *wavelet*  $\psi(t)$  es  $2N-1$
- su regularidad aumenta con el orden
- el número de momentos nulos de la *wavelet*  $\psi(t)$  es  $N$
- el análisis que llevan a cabo es ortogonal

En la figura 6.9 se muestra un ejemplo de la *wavelet* de Daubechies de orden 6, incluyendo los coeficientes del filtro  $h[n]$ , la función de escalado  $\phi(t)$  y la *wavelet*  $\psi(t)$ . Se puede apreciar que las funciones no son simétricas. Daubechies propuso una

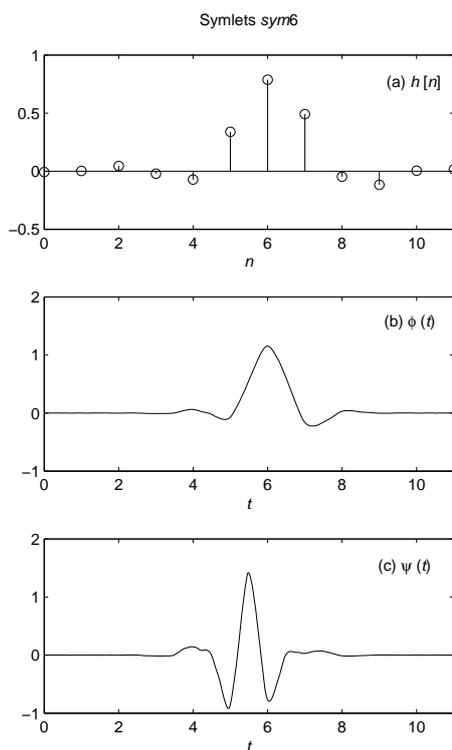


**Figura 6.9.** *Wavelet* de Daubechies de orden 6. (a) Coeficientes del filtro  $h[n]$ . (b) Función de escalado  $\phi(t)$ . (c) Función *wavelet*  $\psi(t)$ .

modificación a este esquema de generación, con el fin de incrementar la simetría de las funciones manteniendo sus principales propiedades [3]. Esto dio lugar a la familia de las *symlets*, que se denotan como *symN*, siendo  $N$  el orden. En la figura 6.10 se ha representado la *symlet* de orden 6, donde se aprecia una mayor simetría de las funciones  $\phi(t)$  y  $\psi(t)$  en comparación con la *db6* mostrada en la figura 6.9.

Finalmente, las *coiflets* fueron también desarrolladas por Daubechies [3] y se denotan como *coifN*, donde  $N$  es el orden. Sus propiedades son las siguientes:

- la longitud de los filtros de análisis  $\bar{h}[n]$ ,  $\bar{g}[n]$  y síntesis  $\tilde{h}[n]$ ,  $\tilde{g}[n]$  es  $6N$
- el soporte de las funciones de escalado  $\phi(t)$  y *wavelet*  $\psi(t)$  es  $6N-1$
- su regularidad aumenta con el orden
- el número de momentos nulos de la *wavelet*  $\psi(t)$  es  $2N$
- el análisis que llevan a cabo es ortogonal
- la simetría de las funciones de escalado  $\phi(t)$  y *wavelet*  $\psi(t)$  es mucho mayor para las *coifN* que para las *dbN*



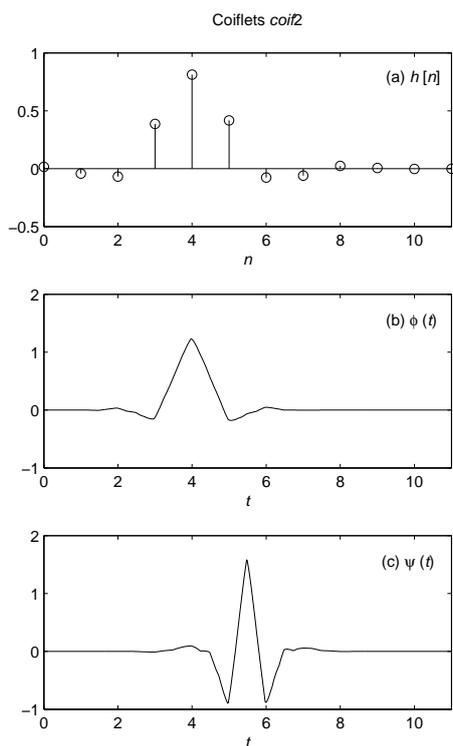
**Figura 6.10.** *Symlet* de orden 6. (a) Coeficientes del filtro  $h[n]$ . (b) Función de escalado  $\phi(t)$ . (c) Función *wavelet*  $\psi(t)$ .

Las anteriores propiedades se pueden apreciar en el ejemplo de la figura 6.11, donde se han representado los coeficientes del filtro  $h[n]$ , la función de escalado  $\phi(t)$  y la *wavelet*  $\psi(t)$  para la *coiflet* de orden 2.

- **Nivel máximo de descomposición  $J$**

El parámetro  $J$  determina la profundidad que alcanza el proceso iterativo de descomposición/reconstrucción mostrado en la figura 6.1. El ejemplo de la figura muestra un nivel máximo de descomposición  $J=2$ .

En general el esquema de Mallat, al diezmar por dos la secuencia en cada nivel, permite iterar hasta una profundidad máxima  $J$  tal que  $2^J \leq N$ , siendo  $N$  la longitud de la secuencia inicial. En las aplicaciones de umbralización *wavelet* no se suele profundizar hasta el máximo  $J$  posible. Más bien se trata de buscar un valor intermedio, que proporcione un buen compromiso entre el grado de separación de la señal y el ruido en las distintas bandas, y el coste del algoritmo.



**Figura 6.11.** *Coiflet* de orden 2. (a) Coeficientes del filtro  $h[n]$ . (b) Función de escalado  $\phi(t)$ . (c) Función *wavelet*  $\psi(t)$ .

#### ▪ Tratamiento de bordes

Para tratar los efectos de la distorsión que introducen los bordes de las secuencias reales, de longitud finita, en las operaciones de filtrado de la figura 6.1, se ha implementado un esquema de relleno o *padding* según se describió en la sección 6.1.1, considerando los tipos de relleno más habituales [5, 112, 114]: ceros, periódico, simétrico, constante y lineal.

El tipo de relleno no afecta a la reconstrucción en sí, pero sí a los coeficientes *wavelet* y por tanto, en el caso de la umbralización, a los valores de los umbrales que están calculados a partir de ellos. Según se observó en la sección 6.1.1, la importancia del efecto de bordes depende de la longitud del filtro en relación a la longitud total de la secuencia, por tanto su influencia va aumentando con las sucesivas etapas de filtrado y diezmado.

### 6.2.2 Parámetros ligados al procesamiento no lineal en el dominio transformado

El procesamiento no lineal que se aplica sobre los coeficientes *wavelet* en el esquema de la figura 6.1 incluye dos aspectos: por un lado está el tipo de operación no lineal, siendo los más habituales las umbralizaciones *soft* y *hard*; por otro lado está la elección del umbral, donde destacan las reglas Universal, Minimax y SURE.

A lo largo de esta sección se describirá en detalle el bloque de procesamiento no lineal implementado durante la realización de esta tesis, así como los diferentes parámetros que involucra.

#### ▪ Tipos de umbralización

Para llevar a cabo la umbralización, se han implementado los habituales *hard* y *soft thresholding* propuestos por Donoho y Johnstone [33-35, 46, 48]. Según se vio en el capítulo 3, estos métodos responden a las siguientes leyes:

$$\text{Hard thresholding:} \quad \Gamma_H(w, \lambda) = \begin{cases} 0 & |w| \leq \lambda \\ w & |w| > \lambda \end{cases} \quad (6.2)$$

$$\text{Soft thresholding:} \quad \Gamma_S(w, \lambda) = \begin{cases} 0 & |w| \leq \lambda \\ w - \lambda & w > \lambda \\ w + \lambda & w < -\lambda \end{cases} \quad (6.3)$$

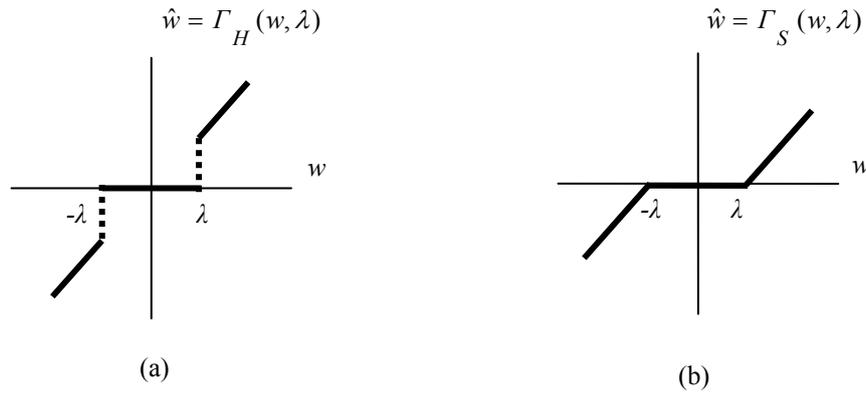
donde  $w$  representa a los coeficientes a los que se aplica la umbralización y  $\lambda$  es el valor del umbral. La figura 6.12 muestra gráficamente ambas operaciones. En general, la técnica de *hard thresholding* da lugar a mayor varianza en la estimación de la señal inmersa en ruido, mientras que el *soft thresholding* proporciona mayor estabilidad en la estimación, pero introduce una disminución de amplitud por la atenuación que sufren los coeficientes [52-54].

#### ▪ Reglas para la selección de los umbrales

En este trabajo se han implementado las reglas de selección más habituales, Universal [34, 35], Minimax [33] y SURE [35], propuestas inicialmente por Donoho y Johnstone para la reducción de ruido blanco.

El objetivo en todos los casos, es obtener una estimación  $\hat{f}(t_i)$  de una señal  $f(t_i)$  inmersa en ruido blanco  $n_i$ , a partir de la secuencia de datos observados  $y_i$ :

$$y_i = f(t_i) + n_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6.4)$$



**Figura 6.12.** Procedimientos básicos de umbralización. (a) *Hard thresholding*. (b) *Soft thresholding*.

Para ello, se tratará de minimizar una determinada función de coste o riesgo, que en general será el error cuadrático medio:

$$R(\hat{f}, f) = \frac{1}{N} E \|\hat{f} - f\|^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} E (\hat{f}(t_i) - f(t_i))^2 \quad (6.5)$$

El procesado para reducción de ruido tiene lugar en el dominio de la transformada *wavelet*. En este dominio la expresión (6.4) resulta, por linealidad de la transformada:

$$w_{j,k} = \theta_{j,k} + z_{j,k} \quad (6.6)$$

donde  $w_{j,k} = DWT(y_i)$  son los coeficientes transformados de la secuencia de datos y  $\theta_{j,k} = DWT(f(t_i))$ ,  $z_{j,k} = DWT(n_i)$  son los coeficientes transformados de la señal a recuperar y del ruido, respectivamente.

Al ser la DWT ortogonal, los coeficientes  $z_{j,k}$  que corresponden a la transformada de un ruido blanco con distribución gaussiana  $N(0, \sigma)$ , seguirán siendo un ruido blanco  $N(0, \sigma)$ .

Además, el operador  $DWT(\cdot)$  permite transformar los estimadores de un dominio a otro con isometría del riesgo [35]. Esto significa que si  $\hat{\theta}_{j,k}$  son estimadores de los coeficientes de la señal a recuperar  $\theta_{j,k}$ , entonces el estimador obtenido como  $\hat{f} = DWT^{-1}(\hat{\theta}_{j,k})$  en el otro dominio cumple, por la identidad de Parseval:

$$\|\hat{f} - f\|^2 = \|\hat{\theta} - \theta\|^2 \quad (6.7)$$

Esta relación permite reformular el problema de recuperar  $f$  con el mínimo riesgo, por el de recuperar los coeficientes  $\theta$ , que son significativamente distintos de cero dentro de un ruido blanco de fondo.

A partir de estas premisas se derivan las reglas de selección de los umbrales Universal, Minimax y SURE, que se describen a continuación.

#### - Umbral Universal

El umbral Universal [34, 35] es el que permite un cálculo más sencillo, mediante la expresión:

$$\lambda^U = \sigma \sqrt{2 \ln N} \quad (6.8)$$

donde  $\sigma$  es la potencia de ruido blanco y  $N$  la longitud de la señal.

Este umbral garantiza que los coeficientes que contienen únicamente ruido blanco serán eliminados con una alta probabilidad, ya que para una secuencia de variables aleatorias  $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$  independientes con distribución normal  $N(0, \sigma)$ , la función de probabilidad  $P$  cumple:

$$P \left\{ \max_{1 \leq i \leq N} |X_i| > \sigma \sqrt{2 \ln N} \right\} \rightarrow 0 \quad \text{para } N \rightarrow \infty \quad (6.9)$$

es decir, que en el límite ningún coeficiente de ruido puro supera el umbral. En este sentido, el umbral Universal proporciona una reconstrucción libre de ruido. El precio que hay que pagar es un valor de umbral muy alto, que en ocasiones conlleva también la supresión de una parte significativa de la señal. Es por ello que, como se verá posteriormente, en términos de error cuadrático medio, se obtienen en general mejores resultados con otros umbrales más pequeños.

#### - Umbral Minimax

El umbral Minimax propuesto por Donoho y Johnstone en [33], trata de minimizar el riesgo:

$$R(\hat{\theta}, \theta) = \frac{1}{N} E \left\| \hat{\theta} - \theta \right\|^2 \quad (6.10)$$

Considerando el estimador obtenido mediante la umbralización de los coeficientes *wavelet*,  $\hat{\theta} = T(w, \lambda)$ , se demuestra que el riesgo anterior se puede acotar mediante la expresión [33]:

$$E \|\hat{\theta}, \theta\|^2 \leq \Lambda_N^* \left\{ \sigma^2 + \sum_i \min(\theta_i^2, \sigma^2) \right\} \quad (6.11)$$

donde  $\sigma$  es la potencia de ruido blanco y  $N$  la longitud de la señal. Entonces el umbral Minimax se obtiene como el valor que minimiza el término  $\Lambda_N^*$  en la expresión anterior, y se calcula mediante la expresión:

$$\lambda^{Mm} = \sigma \lambda_N^* \quad (6.12)$$

donde  $\lambda_N^*$  es función de la longitud de la secuencia de datos  $N$ , y toma los valores calculados y presentados en la tabla 2 de [33].

### - Umbral SURE

Introducido también por Donoho y Johnstone [35], este umbral se basa en el criterio SURE (*Stein's unbiased risk estimation*) para obtener un estimador no sesgado del riesgo, a partir del cual calcular el umbral.

La aplicación del método SURE al caso *soft thresholding* [35], permite la estimación del riesgo a partir de la siguiente expresión:

$$SURE(\lambda; X) = L - 2 \cdot \#\{i : |X_i| \leq \lambda\} + \sum_{i=1}^L [\min(|X_i|, \lambda)]^2 \quad (6.13)$$

donde  $\#\{i : |X_i| \leq \lambda\}$  representa la cardinalidad del conjunto, y  $L$  es la longitud de la secuencia de datos  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_L\}$  a la que se aplica la umbralización.

Entonces el umbral óptimo, utilizando este estimador del riesgo, sería el valor que minimiza dicho riesgo:

$$\lambda^S(X) = \arg \min_{\lambda \geq 0} \{SURE(\lambda; X)\} \quad (6.14)$$

Frente a los umbrales anteriores, Universal y Minimax, que dependían únicamente de la longitud de los datos y del nivel de ruido, el umbral SURE permite un cálculo más adaptado a cada secuencia de datos en particular. El umbral óptimo  $\lambda^S$  dado por la ecuación (6.14) se calcula en este caso independientemente para la secuencia de datos que constituye cada escala  $j$ :

$$\lambda_j^S = \sigma \lambda^S \left( \frac{w_{j,k}}{\sigma} \right), \quad j = 1, 2, \dots, J, \quad k = 1, 2, \dots, N/2^j \quad (6.15)$$

donde  $\sigma$  es la potencia de ruido blanco y  $N$  la longitud de la señal.

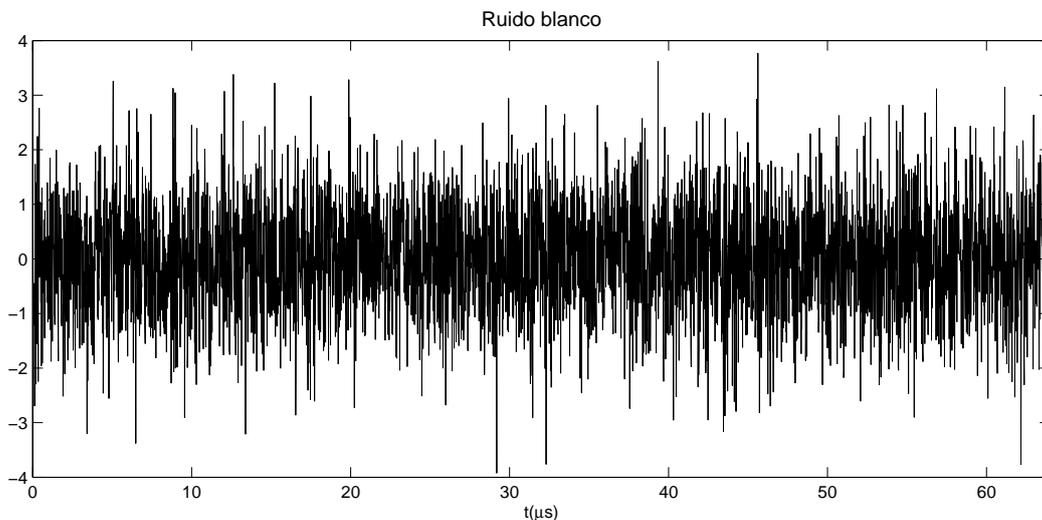
▪ **Umbrales dependientes del nivel de descomposición para ruido correlado**

Se puede observar que el cálculo de los tres umbrales anteriores, según las expresiones (6.8), (6.12) y (6.15), requiere del conocimiento del nivel de ruido  $\sigma$ . En la práctica este valor no se conoce, y deberá ser estimado a partir de los datos disponibles que en principio contienen, además del ruido, la señal a recuperar.

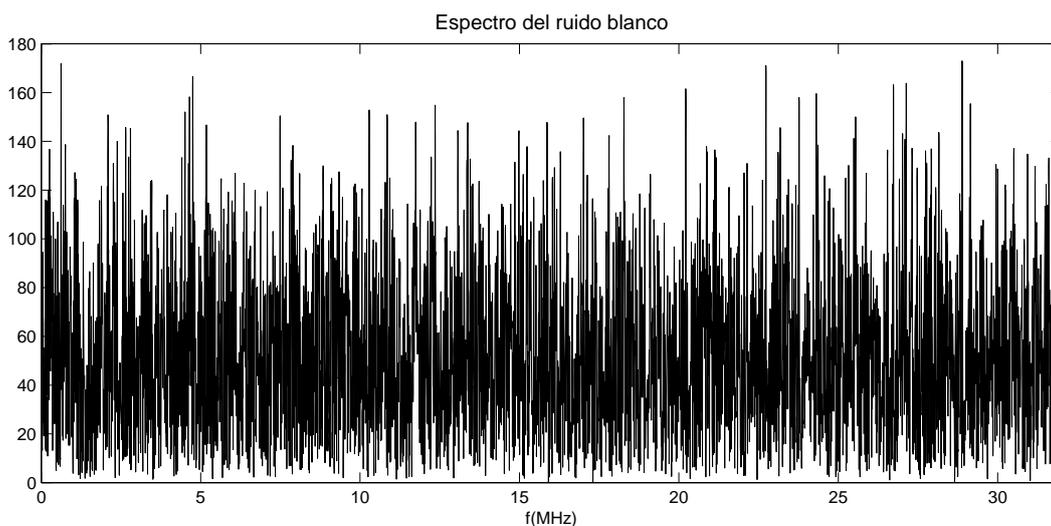
En [33] se propone un estimador robusto del nivel de ruido  $\sigma$ , basado en la mediana de los valores absolutos de los coeficientes *wavelet*. Se puede calcular para cada nivel  $j$  de la descomposición *wavelet*, según la expresión

$$\hat{\sigma}_j = \frac{\text{mediana} \left( |w_{j,k}| \mid k = 1, 2, \dots, N/2^j \right)}{0.6745} \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (6.16)$$

En el caso de ruido blanco, éste se distribuye por igual entre todos los niveles de resolución  $j$ . La figura 6.13 muestra el ejemplo de una secuencia de ruido blanco  $N(0,1)$ . En la figura 6.14 se ha representado su espectro en frecuencia, y en la figura 6.15 sus coeficientes DWT hasta una profundidad de descomposición  $J=7$ . En las figuras se observa que, al ser aplicadas sobre un ruido blanco, ambas transformadas ortogonales generan a su vez ruido blanco, que se distribuye de manera uniforme entre las diferentes frecuencias en la transformada de Fourier, y entre las diferentes escalas en la transformada DWT. Por ello, la estimación del nivel de ruido a partir de los coeficientes DWT se suele llevar a cabo considerando únicamente la primera escala  $j=1$ , donde los artefactos introducidos por efectos de la computación son mínimos, y



**Figura 6.13.** Ruido blanco Gaussiano de media nula y potencia unidad  $N(0,1)$ .



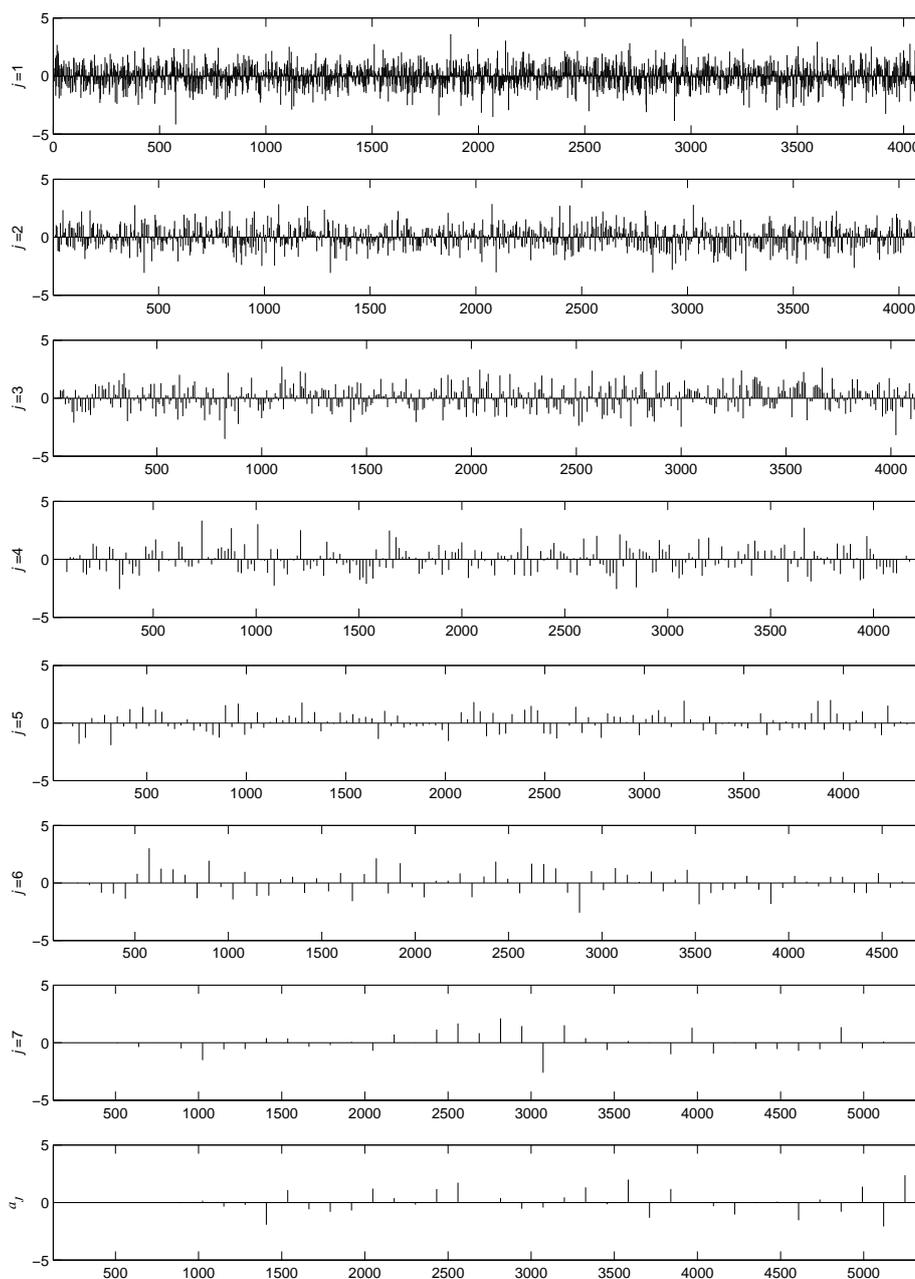
**Figura 6.14.** Espectro en frecuencia del ruido blanco.

además se puede esperar que el contenido de señal sea poco importante al tratarse de muy altas frecuencias. De esta manera se obtiene una buena estimación del nivel de ruido en la escala  $j=1$ , que es extrapolable al resto de escalas:

$$\sigma = \hat{\sigma}_{j=1} = \frac{\text{mediana} \left( |w_{j=1,k}| \mid k = 1, 2, \dots, N/2 \right)}{0.6745} \quad (6.17)$$

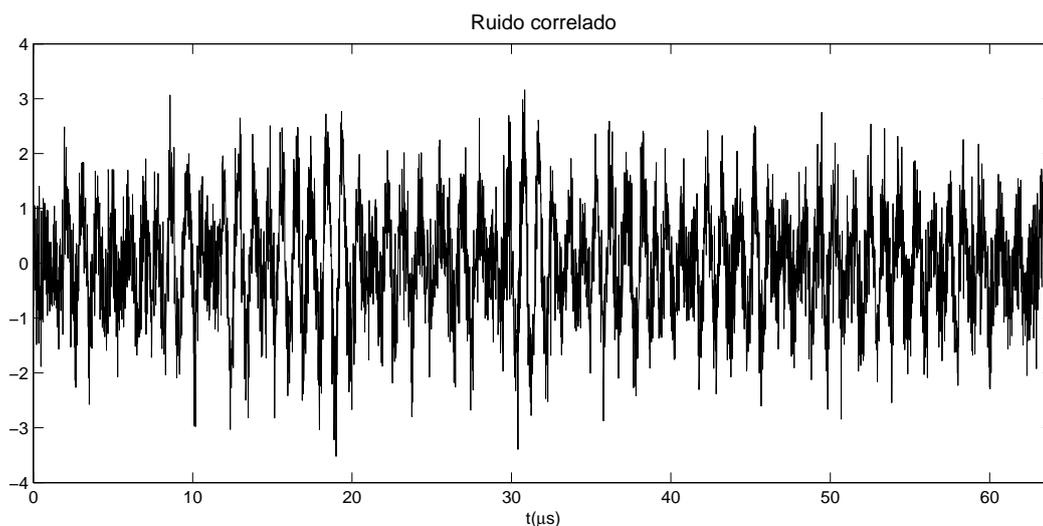
Sin embargo cuando se trata de un ruido correlado, su distribución entre las distintas escalas  $j$  no es uniforme. En la figura 6.16 se muestra el ejemplo de un ruido de este tipo. Se trata del mismo registro de ruido de grano sintético que se presentó como ejemplo en la figura 4.8 del capítulo 4. En la figura 6.17 se ha representado su espectro en frecuencia, y en la figura 6.18 sus coeficientes DWT hasta una profundidad de descomposición  $J=7$ . En ambas figuras se puede apreciar que el ruido correlado no se distribuye por igual entre todas las frecuencias ni entre todas las escalas  $j$ , como ocurría en el caso del ruido blanco. Esto nos lleva a plantear la necesidad de realizar una estimación del ruido en cada nivel de resolución  $j$ , con el fin de obtener un umbral específico para cada nivel.

La figura 6.18 muestra que los coeficientes DWT para esta señal alcanzan una magnitud claramente mayor en las escalas  $j=5$  y  $j=6$ . Se trata de las escalas que contienen las componentes frecuenciales en la banda de 0.5-2 MHz, que es donde se concentra la mayor parte de la energía según la figura 6.17. Sin embargo, en la figura

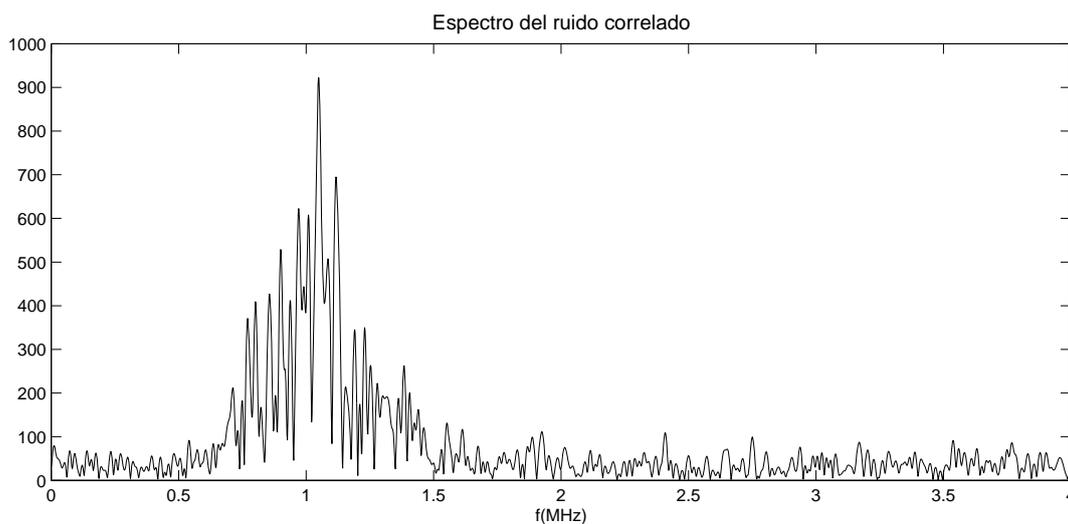


**Figura 6.15.** Coeficientes DWT del ruido blanco hasta un nivel de descomposición  $J=7$ .

6.18 se observa también que, aunque el nivel de ruido varíe considerablemente entre distintas escalas, dentro de una misma escala el contenido es bastante uniforme, y tiene un aspecto similar al de un ruido blanco. En efecto, Johnstone y Silverman demostraron [36] que, para este tipo de ruido, dentro de cada escala  $j$  la correlación



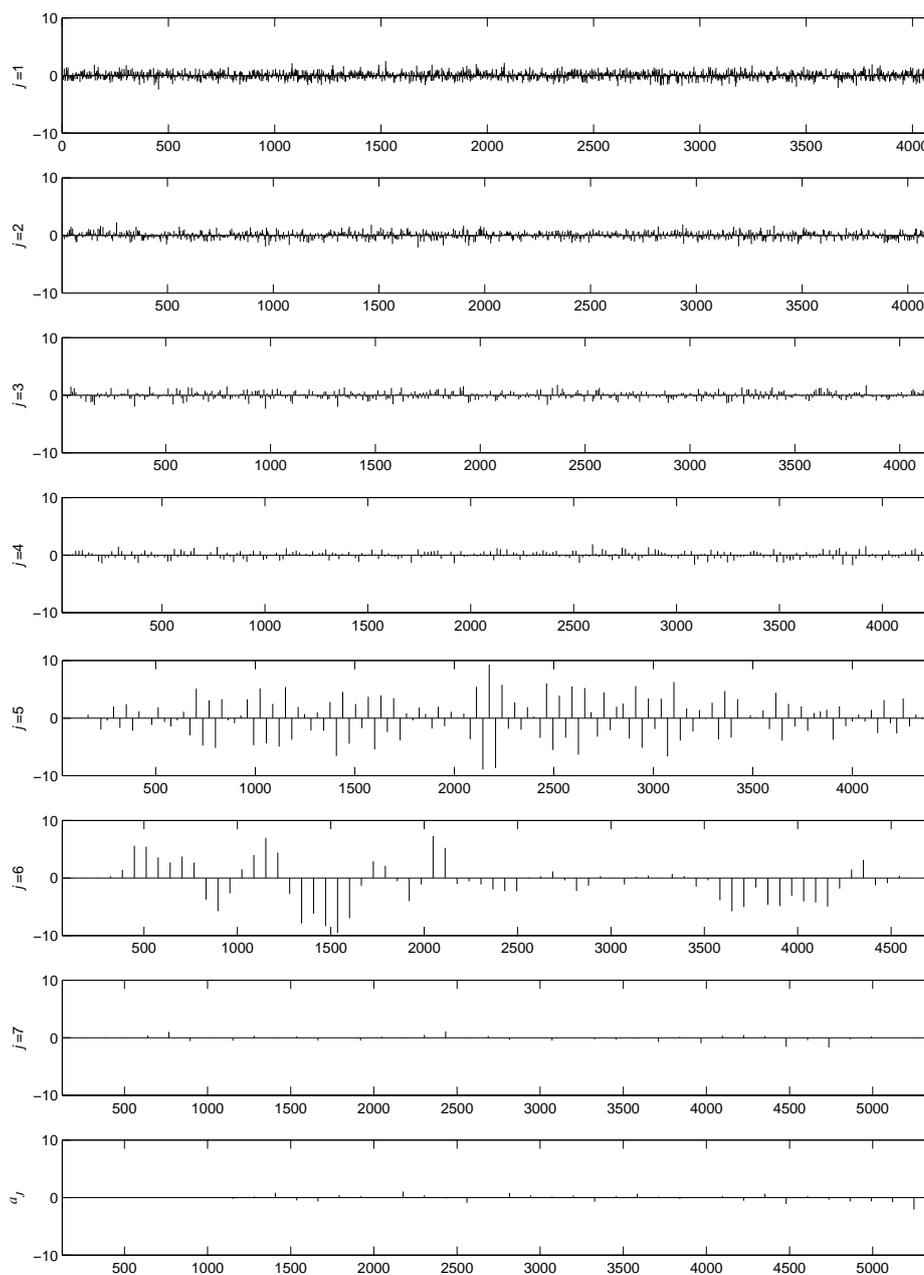
**Figura 6.16.** Registro sintético de ruido de grano correlado.



**Figura 6.17.** Espectro en frecuencia del ruido de grano correlado.

entre coeficientes es muy pequeña, o lo que es lo mismo, los coeficientes son aproximadamente ruido blanco. Esto justifica la adaptación de los métodos anteriores al caso de ruido correlado, simplemente introduciendo una estimación del nivel de ruido dependiente de la resolución:

$$\sigma = \hat{\sigma}_j = \frac{\text{mediana} \left( |w_{j,k}| \quad k = 1, 2, \dots, N/2^j \right)}{0.6745} \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (6.18)$$



**Figura 6.18.** Coeficientes DWT del ruido de grano correlado, hasta un nivel de descomposición  $J=7$

Las fórmulas de cálculo de los umbrales Universal, Minimax y SURE para el caso de ruido correlado quedan entonces:

$$\lambda_j^U = \hat{\sigma}_j \sqrt{2 \ln N} \quad (6.19)$$

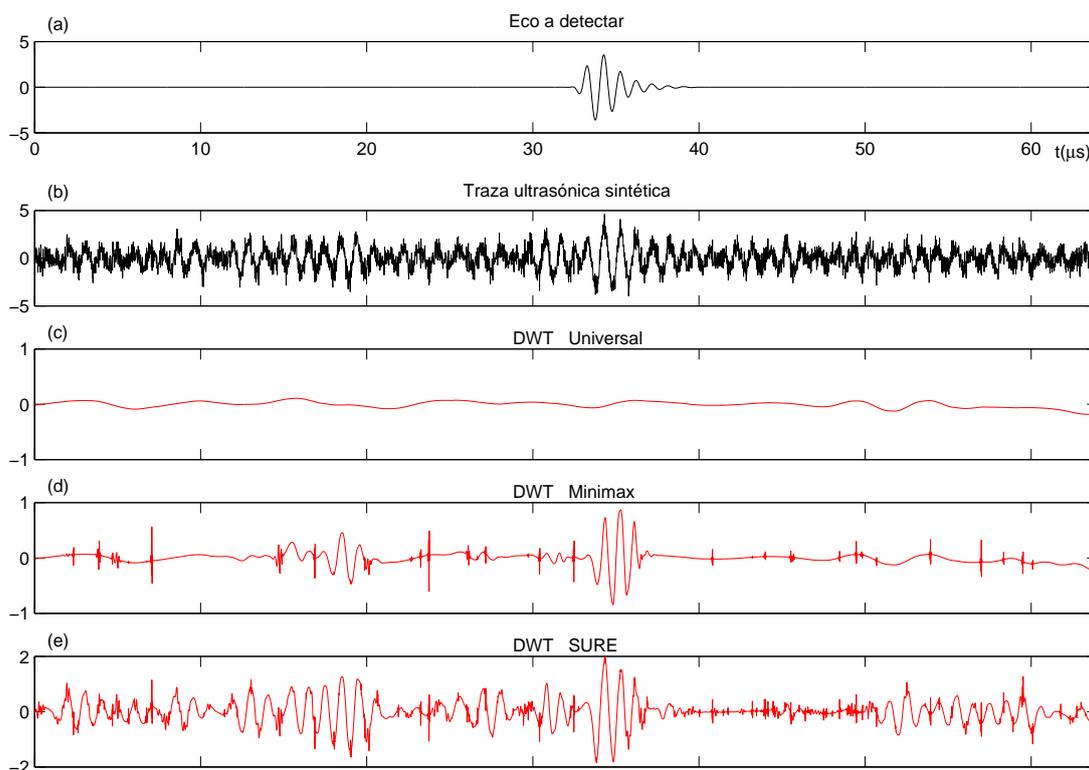
$$\lambda_j^{Mm} = \hat{\sigma}_j \lambda_N^* \quad (6.20)$$

$$\lambda_j^S = \hat{\sigma}_j \lambda^S \left( \frac{w_{j,k}}{\hat{\sigma}_j} \right) \quad (6.21)$$

donde  $\hat{\sigma}_j$  se calcula de manera independiente en cada nivel de resolución  $j$ , según la expresión (6.18).

### 6.3 Análisis del procesado DWT de una traza ultrasónica sintética

A continuación se analiza el resultado de aplicar el procesado para reducción de ruido anterior a una traza ultrasónica sintética. Se utiliza la misma traza que se mostró como ejemplo en la figura 4.10 del capítulo 4. La figura 6.19 muestra esta traza y el resultado de aplicar sobre ella la reducción de ruido, con los tres tipos de umbrales implementados: Universal, Minimax y SURE.



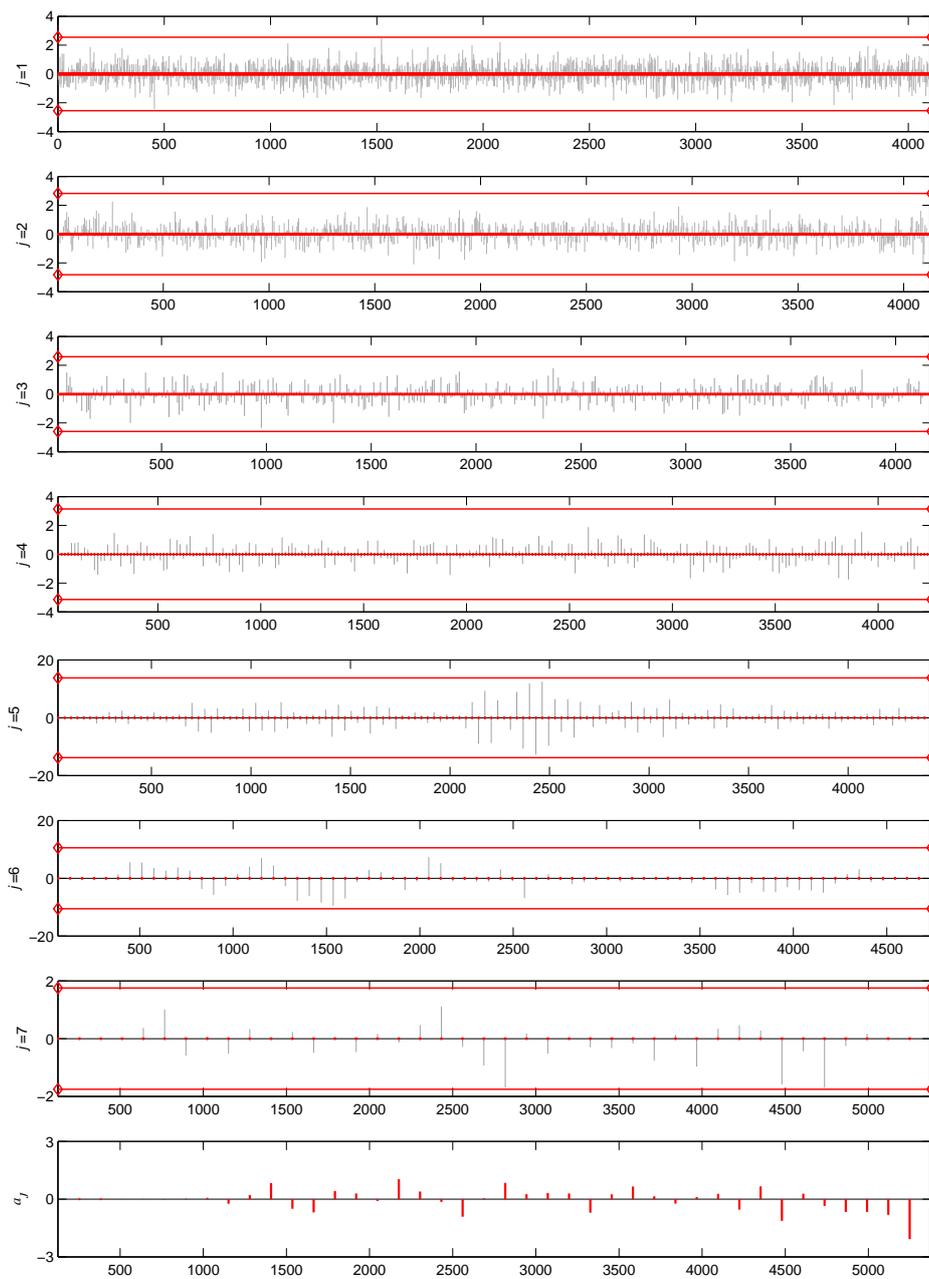
**Figura 6.19.** Procesado DWT de una traza ultrasónica sintética. (a) Señal de eco a detectar. (b) Traza ultrasónica sintética, que añade ruido de grano al eco anterior. (c) Señal resultante del procesado DWT con umbral Universal. (d) Señal resultante del procesado DWT con umbral Minimax. (e) Señal resultante del procesado DWT con umbral SURE.

La primera señal mostrada en la figura 6.19.a representa el pulso a detectar. La traza que resulta de sumar este pulso a un registro de ruido sintético es la que se muestra en la figura 6.19.b. Sobre ella se ha aplicado el procesado básico para reducción de ruido descrito a lo largo del capítulo, utilizando *soft thresholding* y considerando umbrales dependientes del nivel, adecuados para el ruido de grano de tipo correlado que aquí nos ocupa. En cuanto a los parámetros de la transformada, se ha tomado la *db6* como *wavelet* madre, relleno con ceros para el tratamiento de bordes y  $J=7$  como nivel máximo de la descomposición. La elección de estos parámetros se discutirá posteriormente en este apartado. Por el momento analizaremos las trazas resultantes para los tres tipos de umbrales, Universal, Minimax y SURE, que se muestran en las figuras 6.15.c-e. Se aprecia que el mejor resultado se obtiene en este caso con el umbral Minimax mostrado en la figura 6.19.d, que consigue recuperar el pulso eliminando buena parte del ruido que estaba presente en la traza inicial. Por su parte el umbral SURE que se muestra en la figura 6.19.e, aunque también consigue recuperar el pulso y mejorar la traza inicial, conserva más ruido que el umbral Minimax. Finalmente el umbral Universal mostrado en la figura 6.19.c es el que peor resultado consigue en este caso, ya que no es capaz de recuperar el pulso deseado, el cual es eliminado completamente junto con el ruido.

Para analizar con mayor detalle qué está ocurriendo en cada caso, vamos a estudiar los valores de los umbrales que se muestran en tabla 6.1, y el proceso de umbralización de los coeficientes DWT que se ha representado en las figuras 6.20, 6.21 y 6.22. En la tabla 6.1, los umbrales presentan los valores más elevados en los niveles  $j=5$  y  $j=6$ , que según las figuras 6.20-6.22 son los niveles que concentran la mayor parte de la energía de la señal. Estas observaciones coinciden con las que se realizaron para este mismo registro de ruido en la figura 6.18 de la sección anterior, cuando se estableció la idoneidad del uso de umbrales dependientes del nivel con este

	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$
<b>Universal:</b> $\lambda_j^U$	2.55	2.82	2.60	3.14	13.79	10.56	1.75
<b>Minimax:</b> $\lambda_j^{Mm}$	1.62	1.79	1.65	1.99	8.75	6.70	1.11
<b>SURE:</b> $\lambda_j^S$	1.17	1.70	0.89	1.88	5.56	1.52	0.52

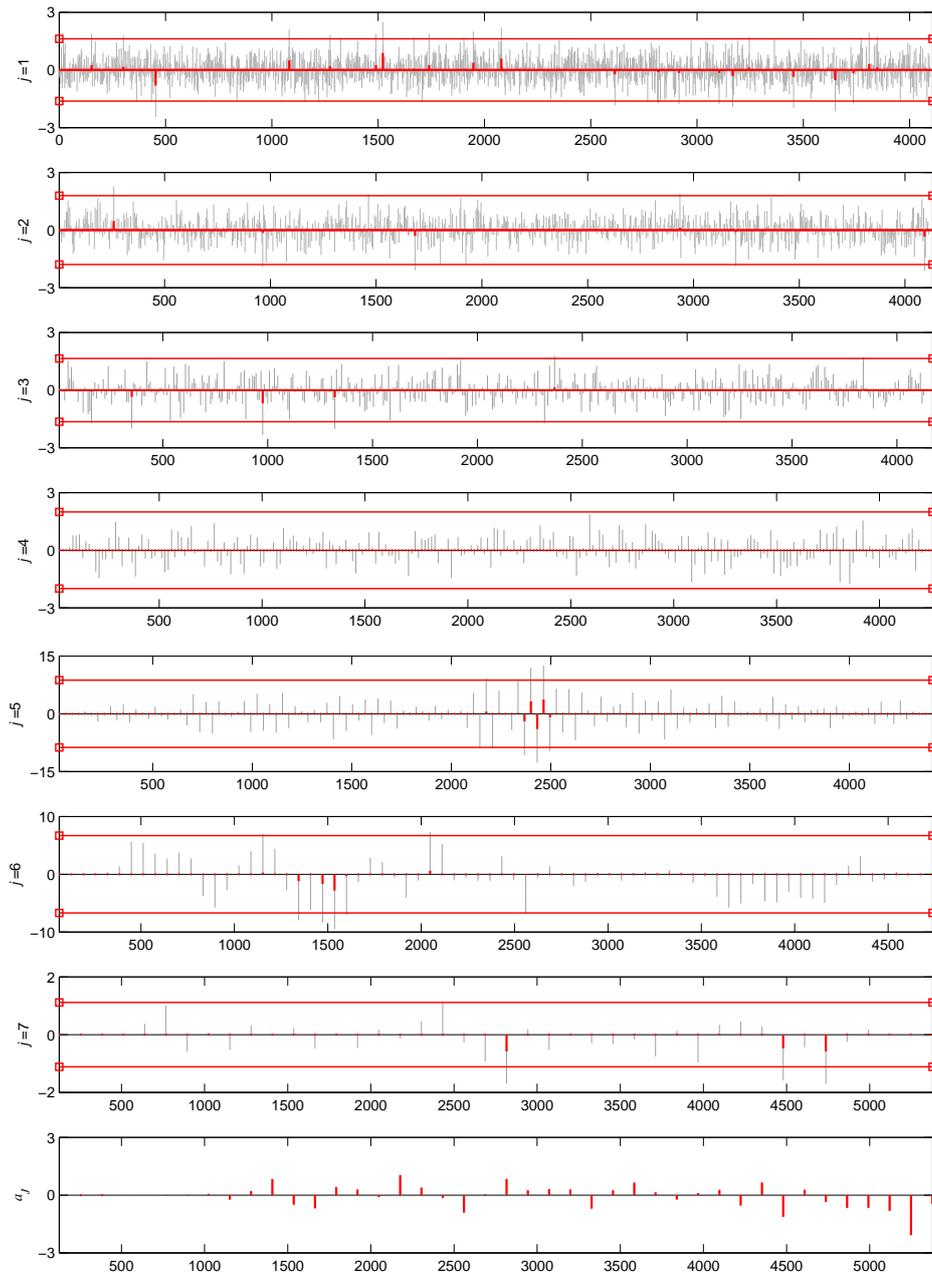
**Tabla 6.1.** Valores de los umbrales para el procesado DWT mostrado en la figura 6.19.



**Figura 6.20.** Aplicación del umbral Universal a los coeficientes DWT, para el procesado mostrado en la figura 6.19.c.

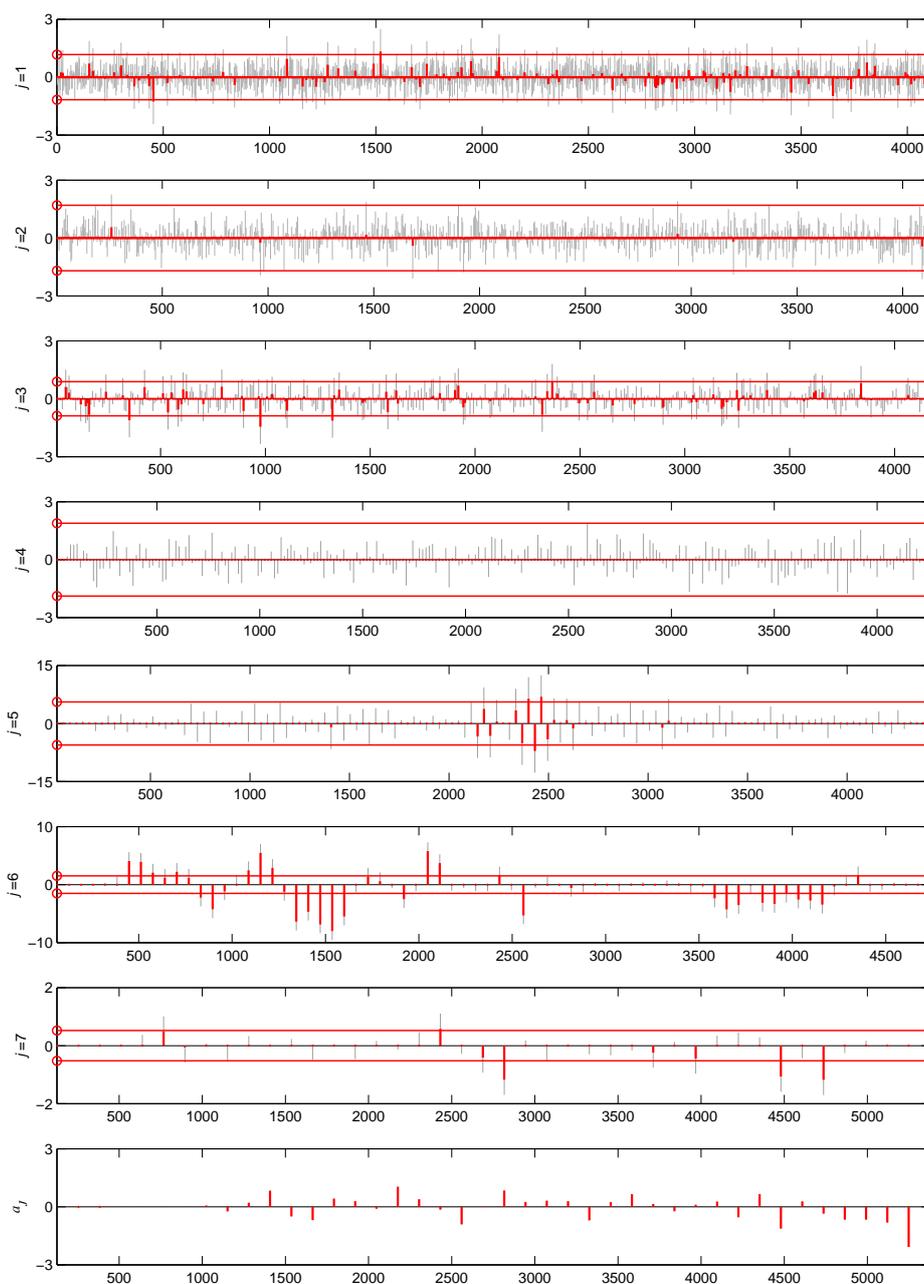
tipo de ruido. Ahora se observa el mismo comportamiento ya para la traza completa, suma del ruido correlado y de la señal a recuperar, y se confirma la necesidad de utilizar umbrales específicos para cada nivel de descomposición.

Por otro lado, en la tabla 6.1 se aprecia también que el umbral Universal es el que presenta en general los valores más altos, seguido del Minimax y finalmente el SURE.



**Figura 6.21.** Aplicación del umbral Minimax a los coeficientes DWT, para el procesado mostrado en la figura 6.19.d.

Estas diferencias dan lugar a los distintos comportamientos que se observan para las trazas procesadas. En las figuras 6.20-6.22 se han representado con líneas horizontales los valores de los umbrales en cada nivel, y junto a ellos se muestran los coeficientes DWT de las trazas antes y después de la umbralización. En el caso del umbral Universal presentado en la figura 6.20, se aprecia que los umbrales resultan demasiado elevados, hasta el punto de que ningún coeficiente consigue superar su umbral y todos



**Figura 6.22.** Aplicación del umbral SURE a los coeficientes DWT, para el procesado mostrado en la figura 6.19.e.

ellos resultan eliminados. El umbral Universal asegura la eliminación del ruido pero a costa muchas veces de eliminar también la señal. Así vemos en el ejemplo que lo único que ha quedado son los coeficientes de aproximación  $a_J$ , que corresponden a la banda paso bajo del último nivel de descomposición  $J$ , la cual según el procedimiento estándar descrito en [33-35, 46, 48] no se umbraliza. Estos coeficientes son los que proporcionan la señal de baja frecuencia que se observa en la figura 6.19.c, mientras

que el resto de componentes de más alta frecuencia, incluyendo el pulso deseado, se han eliminado totalmente.

En la figura 6.21 se aprecia, en cambio, que los valores algo más bajos del umbral Minimax sí que son superados por algunos coeficientes, los cuales se conservan aunque afectados por la reducción que aplica la umbralización *soft*. Estos coeficientes se han representado en color rojo en la figura. Se observa que cinco coeficientes consiguen superar el umbral en la zona de señal en uno de los niveles principales,  $j=5$ . Esto permite recuperar en parte el pulso, que se puede distinguir claramente en la figura 6.19.d. Sin embargo, la reducción del umbral también permite que se conserven algunos coeficientes de ruido, como se aprecia en los niveles  $j = 1, 2, 3, 6$  y  $7$ , además de los coeficientes de aproximación  $a_j$  que no se umbralizan. Todos estos términos aparecen en la figura 6.19.d en forma de ruido que no se ha conseguido eliminar. En cualquier caso, la mejora con respecto a la traza inicial representada en la figura 6.19.b es considerable.

Por último, la figura 6.22 muestra el resultado de la umbralización SURE. En ella se observa que este umbral es en general el más bajo de los tres, con lo cual permite que se conserven más coeficientes de señal pero también más ruido. Como consecuencia, en la traza resultante en la figura 6.19.e se consigue recuperar el pulso con mayor amplitud que en el caso Minimax, pero también se retiene mucho más ruido.

### 6.3.1 Medida de la calidad de las trazas

En el apartado anterior se ha analizado el procesado básico mediante umbralización *wavelet* de una traza ultrasónica sintética. Observando las señales obtenidas en la figura 6.19, se ha concluido que el umbral Minimax es el que proporciona los mejores resultados en este caso. Sin embargo sería interesante disponer de algún tipo de medida numérica de la calidad de las trazas, que permitiera un análisis más rápido y objetivo de las mejoras obtenidas con los distintos algoritmos de reducción de ruido.

Una medida de calidad habitual es la relación señal a ruido (*Signal to Noise Ratio*, *SNR*), que se suele definir como:

$$SNR \text{ (dB)} = 10 \cdot \log \left( \frac{\sum_{i=1}^{N_s} T_s^2(i)/N_s}{\sum_{i=1}^{N_n} T_n^2(i)/N_n} \right) \quad (6.22)$$

donde la traza total  $T$  de longitud  $N = N_s + N_n$  se considera dividida en dos partes,  $T_s$  que representa los  $N_s$  elementos contenidos en la ventana temporal donde se localiza la señal, y  $T_n$  que representa los  $N_n$  elementos fuera de esa ventana, donde existe

únicamente ruido. Con esta medida se trata de obtener una aproximación del cociente entre la potencia de señal y de ruido presente en la traza.

Otra definición de  $SNR$  que se ha utilizado en algunos trabajos para medida de la calidad de trazas ultrasónicas [29, 99, 116], es la siguiente:

$$SNR = \frac{\max[T_s(i)]}{\text{std}[T_n(i)]} \quad (6.23)$$

En este caso la relación señal a ruido se obtiene como el cociente entre el máximo de la traza dentro de la ventana temporal que contiene la señal, y la desviación estándar de la traza fuera de esa ventana, en la zona de ruido.

Las  $SNR$  dadas por las definiciones anteriores plantean un problema: no están acotadas. Cuando se realizan reducciones de ruido muy drásticas, que eliminan todos los coeficientes fuera de la ventana de señal, los denominadores de una y otra definición se anulan, dando unos valores de  $SNR$  infinitos. En nuestro caso estas situaciones no van a ser raras, especialmente al trabajar con umbrales grandes como el Universal, y si se umbraliza la banda de baja frecuencia  $a_J$  como se propone más adelante. En principio el obtener un valor de  $SNR$  infinito al analizar una traza no supondría mayor problema, puesto que sabemos interpretar su significado. Sin embargo estos valores sí que son problemáticos cuando tratamos de realizar un estudio estadístico como el que se plantea en el capítulo 9. Si queremos hallar la media o la desviación estándar de las  $SNR$  obtenidas para un conjunto de trazas, los valores de  $SNR$  no acotados no se podrán incluir en el cálculo, lo cual falseará el resultado y requerirá de las correspondientes interpretaciones adicionales. Para evitar estos problemas se ha decidido utilizar una definición alternativa de  $SNR$  que ya se empleó en algunos trabajos previos [17, 32]:

$$SNR = \frac{\max[T_s(i)]}{\text{std}[T(i)]} \quad (6.24)$$

Esta definición está basada en (6.23), con la diferencia de que ahora el denominador incluye la desviación estándar de la traza completa, no solo de la zona de ruido. A diferencia de las anteriores, esta medida de la relación señal a ruido está acotada. El denominador nunca se anula, salvo que la traza sea totalmente nula. En ese caso el numerador también es nulo, y podemos sustituir la indeterminación 0/0 resultante por un valor de  $SNR$  nulo:

$$SNR = \begin{cases} 0 & \text{si } T(i) = 0 \quad \forall i \\ \frac{\max[T_s(i)]}{\text{std}[T(i)]} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (6.25)$$

Esta definición de  $SNR$  es la que se utilizará en adelante para el análisis de las mejoras obtenidas en las trazas ultrasónicas mediante los distintos procesados para reducción de ruido. La  $SNR$  así definida no presenta indeterminaciones, está acotada, y tiende a un comportamiento horizontalmente asintótico a medida que la amplitud de la señal aumenta frente al ruido.

Aparte de las mejoras en cuanto a reducción del ruido, un aspecto que también es interesante analizar en las trazas procesadas es la fidelidad en la recuperación de la señal. Conseguir una buena recuperación del pulso ultrasónico tiene interés en la medida en que puede afectar a procesados posteriores, como por ejemplo la detección del tiempo de llegada, y puede ser de gran importancia en otras aplicaciones tales como la compresión de trazas. Con el fin de establecer una medida de la fidelidad en la recuperación del pulso ultrasónico, consideramos el error cuadrático medio (*mean squared error*,  $MSE$ ) restringido a la ventana temporal que lo contiene:

$$MSE = \frac{1}{N_s} \cdot \sum_{i=1}^{N_s} \left( \bar{T}_s(i) - \bar{S}(i) \right)^2 \quad (6.26)$$

En la expresión anterior,  $\bar{S}$  representa el pulso ultrasónico a detectar, normalizado en amplitud, y  $\bar{T}_s$  es la traza en la ventana temporal del pulso, también normalizada en amplitud. El parámetro  $MSE$  calculado de esta forma se va a utilizar en adelante como medida de la similitud del pulso recuperado con el pulso ideal. Hay que tener en cuenta que esta medida requiere conocer la forma del pulso a detectar,  $\bar{S}$ , lo cual no es posible en el caso de señales experimentales donde el pulso llega mezclado con el ruido, y con más o menos distorsión debido a su propagación en el material. Así, este parámetro se podrá utilizar en los estudios con señales sintéticas y señales compuestas con ruido experimental, donde el pulso a detectar sí es conocido.

A continuación analizaremos las mejoras que proporciona el procesado para reducción de ruido en las trazas de la figura 6.19, a la luz de los nuevos parámetros de calidad que se acaban de definir. La tabla 6.2 muestra los valores de  $SNR$  y  $MSE$  para estas trazas, obtenidos a partir de las expresiones (6.25) y (6.26) respectivamente. Tal como se había observado en la inspección visual de las trazas, el umbral Universal es el que proporciona los peores resultados, con la menor relación señal a ruido y el mayor error respecto al pulso ideal. Esto se debe, como ya se comentó, a que junto con el ruido se han eliminado también los coeficientes de señal. La mayor reducción de ruido en la figura 6.19 se conseguía con el umbral Minimax. La medida de  $SNR$  en la tabla 6.2 confirma estas observaciones. Su valor se incrementa de 4.22 en la traza inicial, a un valor máximo de 6.40 con el procesado Minimax. La recuperación del pulso también mejora en este caso, y en combinación con la reducción de ruido se

	<b>Inicial</b>	<b>Universal</b>	<b>Minimax</b>	<b>SURE</b>
<b>SNR</b>	4.22	1.23	6.40	4.68
<b>MSE (x10<sup>-3</sup>)</b>	52.89	305.95	33.49	24.97

**Tabla 6.2.** Valores de los parámetros *SNR* y *MSE* para las trazas resultantes del procesado DWT mostrado en la figura 6.19.

consigue una disminución del *MSE* inicial de  $52.89 \cdot 10^{-3}$ , a un valor de  $33.49 \cdot 10^{-3}$  con el procesado Minimax. Finalmente, para el umbral SURE la tabla proporciona una *SNR* de 4.68, algo menor que en el caso Minimax ya que la traza, según se vio en la figura 6.19, conserva más ruido. Aun así, la relación señal a ruido mejora respecto a la señal inicial, y además este umbral más pequeño es el que consigue la menor distorsión,  $MSE = 24.97 \cdot 10^{-3}$ , en la recuperación del eco ultrasónico.

### 6.3.2 Elección de los parámetros básicos de procesado

En el ejemplo anterior se han seleccionado como parámetros básicos de procesado en relación con la transformada, la *db6* como *wavelet* madre, relleno con ceros para el tratamiento de bordes y  $J=7$  como nivel máximo de la descomposición. En cuanto al procesado de los coeficientes *wavelet*, se ha utilizado *soft thresholding* y umbrales dependientes del nivel  $j$ , obtenidos según las reglas Universal, Minimax y SURE. A continuación se justifica la elección de estos parámetros y se discute cómo afectan sus posibles variaciones.

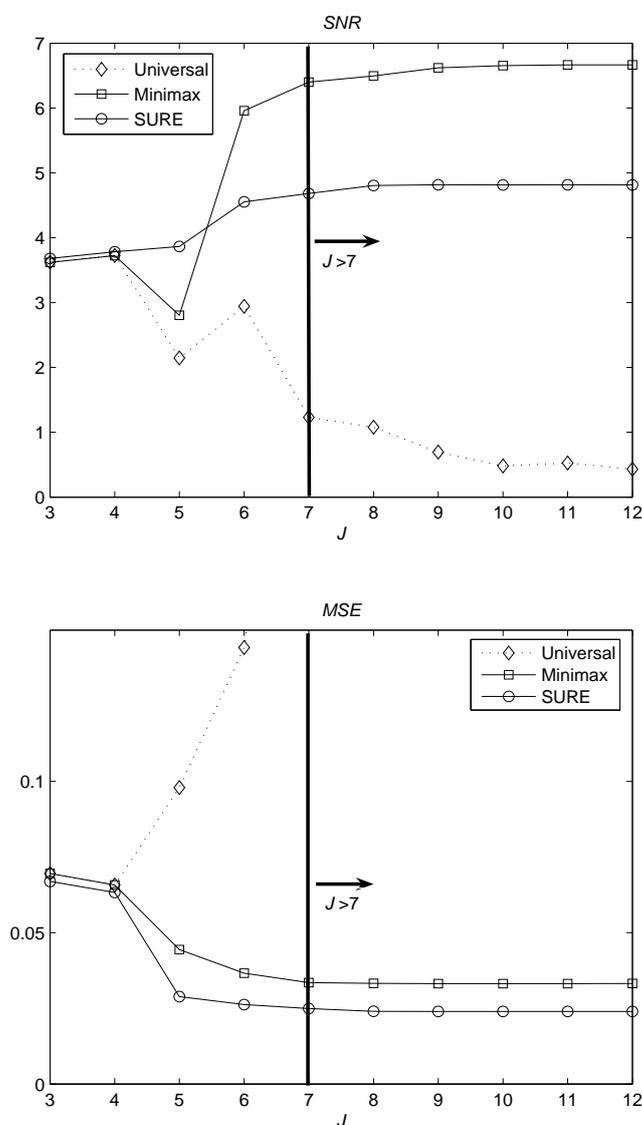
#### ▪ Nivel máximo de descomposición ( $J$ )

La elección del parámetro  $J$  requiere alcanzar una solución de compromiso, que permita la separación adecuada de la señal en distintos niveles o escalas de resolución sin incurrir en un excesivo coste del procesado.

El valor máximo de  $J$  viene limitado por la longitud de la señal  $N$ . Las iteraciones en el algoritmo de Mallat pueden alcanzar una profundidad máxima  $J_{max} = \log_2(N)$ . Sin embargo, para conseguir una buena reducción de ruido no será necesario, en general, descomponer hasta  $J_{max}$ . Bastará con alcanzar un nivel intermedio que proporcione una buena separación de las distintas componentes de la señal en distintas escalas, lo cual va a depender del contenido de ésta en frecuencia. Para la traza ultrasónica que se ha tomado como ejemplo, se podía observar en las figuras 6.20-6.22 que la energía se localiza principalmente en los niveles  $j=5$  y  $j=6$ . Más allá quedan los

términos de baja frecuencia, que suponen una parte mínima del contenido de la señal. Por ello basta descomponer hasta un nivel  $J=7$  para asegurarse una buena separación de las componentes principales de la señal. Continuar la descomposición hasta el nivel máximo, en este caso  $J_{max} = \log_2(4096) = 12$ , incrementaría el coste del procesado sin proporcionar mejoras sustanciales en los resultados.

Esto se puede comprobar en la figura 6.23, donde se muestran las medidas de calidad  $SNR$  y  $MSE$  para la traza anterior, después de aplicar los procesados Universal, Minimax y SURE con distintos valores de  $J$ . Se aprecia que las curvas tienden a estabilizarse aproximadamente a partir del nivel  $J=7$ , tal como se preveía (notar que la



**Figura 6.23.** Valores de los parámetros  $SNR$  y  $MSE$  que resultan del procesado DWT de la traza sintética anterior con distintos valores de  $J$ .

curva correspondiente al umbral Universal no es significativa, puesto que está eliminando totalmente los coeficientes de señal). Continuar aumentando  $J$  más allá de este valor,  $J > 7$ , ya no produce una mejora sustancial en la calidad de las trazas. Además, este criterio se verá aún más reforzado al considerar la umbralización de los coeficientes  $a_J$  de baja frecuencia, que se propone en el siguiente apartado.

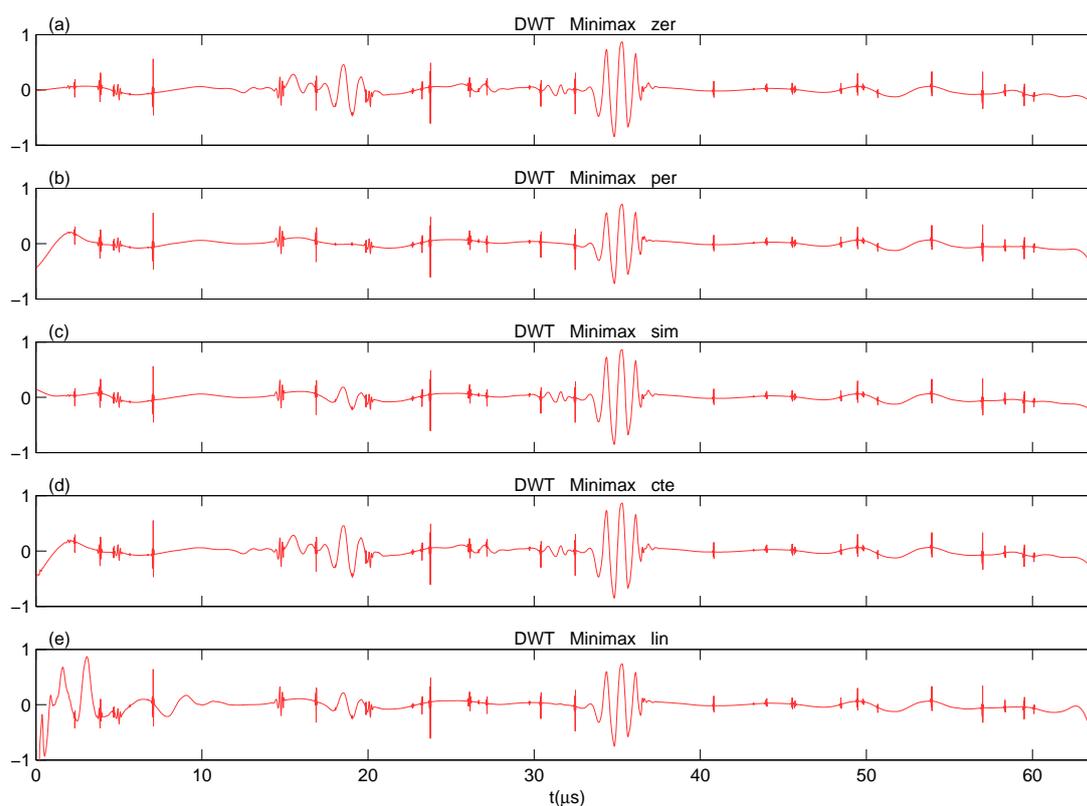
Por todo ello, en adelante se selecciona  $J=7$  como valor de compromiso, que va a incluir en todos los casos los niveles de máxima energía de las señales procesadas.

#### ▪ **Relleno de bordes o *padding***

El siguiente parámetro de procesado cuya influencia se va a analizar, es el tipo de tratamiento de bordes aplicado en los filtros que implementan la transformada. En todos los ejemplos anteriores, se ha utilizado como tratamiento de bordes el relleno con ceros. En este punto se van a considerar también los otros tipos de relleno implementados: periódico, simétrico, constante y lineal.

La traza ultrasónica a procesar es la misma que se viene utilizando en los ejemplos anteriores. Para la selección de umbrales se ha fijado la regla Minimax, por tratarse del umbral intermedio y el que proporciona los mejores resultados en este caso. La figura 6.24 muestra las trazas resultantes después del procesado con los cinco tipos de relleno considerados: ceros, periódico, simétrico, constante y lineal. Se observa que existen pocas diferencias en la zona del pulso, de hecho los valores de  $MSE$  mostrados en la tabla 6.3 indican que éste se recupera con una calidad similar en todos los casos. Las principales diferencias entre las distintas trazas se observan, como era de esperar, en los bordes. El relleno lineal mostrado en la figura 6.24.e es el que introduce una mayor distorsión. Presenta unas oscilaciones en los bordes de amplitud comparable a la del pulso recuperado, lo que da lugar a una relación señal a ruido  $SNR = 3.94$ , bastante inferior a la del resto de procesados. Los demás procesados presentan un comportamiento similar entre ellos, con valores de  $SNR$  del orden de 6. Los que obtienen los mejores resultados son el relleno con ceros con una  $SNR = 6.40$ , y el relleno simétrico con una  $SNR = 6.83$ .

A la vista de estos resultados, y de otros ejemplos similares que no se presentan aquí por simplicidad, se ha decidido utilizar el relleno con ceros como parámetro básico para el procesado de las trazas ultrasónicas objeto de esta tesis. En general se ha observado que no hay grandes diferencias entre los distintos tipos de relleno, salvo el lineal. Aun siendo pequeñas estas diferencias, el relleno con ceros, además de ser el más sencillo porque equivale a no realizar ningún tratamiento de bordes, suele estar entre los que proporcionan los mejores resultados.



**Figura 6.24.** Procesado DWT de la traza sintética anterior, considerando umbral Minimax y distintos tipos de relleno de bordes. (a) Relleno con ceros. (b) Relleno periódico. (c) Relleno simétrico. (d) Relleno con extrapolación constante. (e) Relleno con extrapolación lineal.

	<b>ceros</b>	<b>periódico</b>	<b>simétrico</b>	<b>constante</b>	<b>lineal</b>
<b>SNR</b>	6.40	6.12	6.83	6.03	3.94
<b>MSE (<math>\times 10^{-3}</math>)</b>	33.49	37.81	34.20	33.59	37.06

**Tabla 6.3.** Valores de los parámetros *SNR* y *MSE* para las trazas resultantes del procesado DWT con distintos tipos de relleno de bordes mostrado en la figura 6.24.

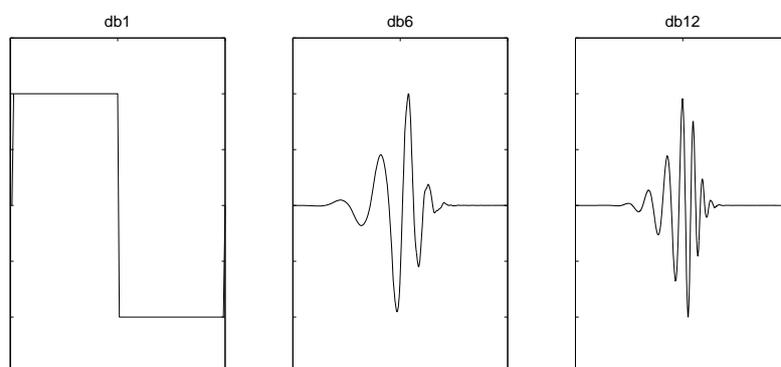
#### ▪ **Wavelet madre**

La *wavelet* madre es un parámetro de gran importancia en el procesado para reducción de ruido. De él depende conseguir una buena compresión del pulso ultrasónico en el dominio *wavelet*, que permita diferenciarlo claramente del ruido.

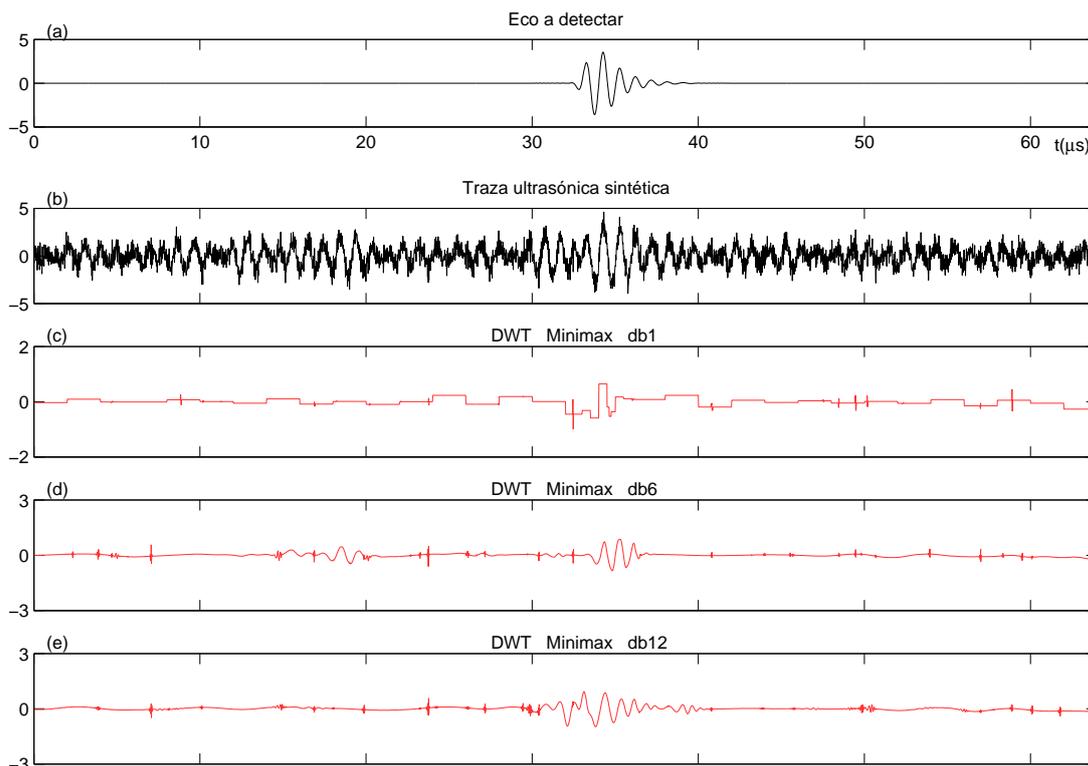
En nuestro caso se han implementado tres tipos de familias: las *wavelet* de Daubechies, las *symlets* y las *coiflets*. Para llevar a cabo este estudio inicial, consideraremos las *wavelet* de Daubechies de distintos ordenes (*dbN*). En los ejemplos anteriores se ha tomado la *db6*. En este apartado vamos a considerar además la *db1* y la *db12*. Las funciones *wavelet* respectivas son las que se muestran en la figura 6.25.

Los resultados de la reducción de ruido utilizando estas tres *wavelet* madre, para los umbrales Minimax y SURE, se muestran en las figuras 6.26 y 6.27. Las medidas de *SNR* de las trazas se recogen en la tabla 6.4, y las de *MSE* en la tabla 6.5. Observando las trazas, se aprecia que la forma del pulso recuperado está muy afectada por la forma de la *wavelet* madre. El caso más evidente es la *db1*, donde se recupera una señal a escalones conforme a la forma escalonada de la *wavelet* madre, tanto para el umbral Minimax en la figura 6.26.c, como para el SURE en la figura 6.27.c. Las medidas de *MSE* en la tabla 6.5 indican que la mejor recuperación del pulso se obtiene con la *wavelet db6*. Ésta proporciona el error más pequeño en los dos casos, siendo  $MSE = 33.49 \cdot 10^{-3}$  para el umbral Minimax y  $MSE = 24.97 \cdot 10^{-3}$  para el SURE. En cuanto a la relación señal a ruido, la tabla 6.4 indica que las *SNR* más altas se dan para la *db1* y las más bajas para la *db12*, con una disminución moderada, que va de 6.53 a 6.19 con el umbral Minimax y de 5.09 a 4.35 con el SURE.

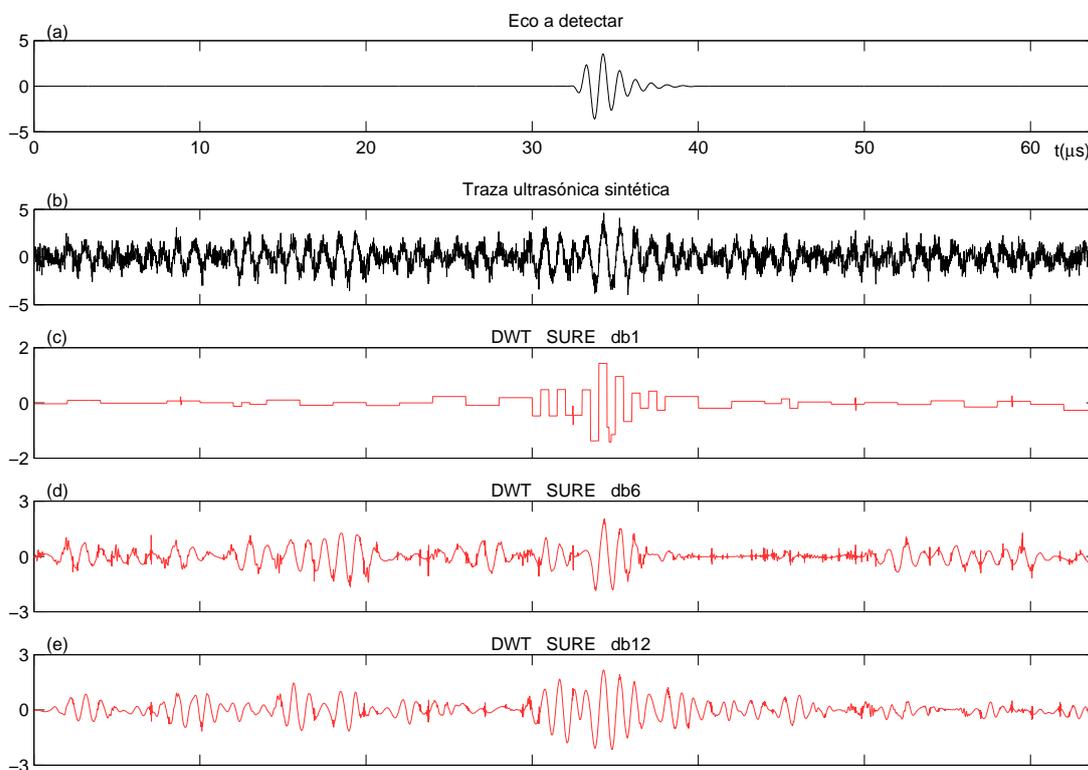
La influencia de la *wavelet* madre, tanto en lo referente a la forma como en la longitud del filtro involucrado, será estudiada con mayor detalle posteriormente. Teniendo en cuenta los resultados anteriores, en lo que sigue se va a utilizar la *wavelet db6* como selección básica de compromiso, que proporciona una buena recuperación del pulso manteniendo una relación señal a ruido aceptable.



**Figura 6.25.** *Wavelets* de Daubechies, *db1*, *db6* y *db12*.



**Figura 6.26.** Procesado DWT de la traza sintética anterior, considerando umbral Minimax y distintas *wavelet* madre, *db1*, *db6* y *db12*.



**Figura 6.27.** Procesado DWT de la traza sintética anterior, considerando umbral SURE y distintas *wavelet* madre, *db1*, *db6* y *db12*.

<b><i>SNR</i></b>	<b><i>db1</i></b>	<b><i>db6</i></b>	<b><i>db12</i></b>
<b>Minimax</b>	6.53	6.40	6.18
<b>SURE</b>	5.09	4.68	4.35

**Tabla 6.4.** Valores del parámetro *SNR* para las trazas resultantes del procesado DWT con distintas *wavelet* madre, mostrado en las figuras 6.26 y 6.27.

<b><i>MSE (x10<sup>-3</sup>)</i></b>	<b><i>db1</i></b>	<b><i>db6</i></b>	<b><i>db12</i></b>
<b>Minimax</b>	58.97	33.49	53.52
<b>SURE</b>	57.79	24.97	67.04

**Tabla 6.5.** Valores del parámetro *MSE* para las trazas resultantes del procesado DWT con distintas *wavelet* madre, mostrado en las figuras 6.26 y 6.27

- **Reglas de selección de umbrales**

En lo que respecta a la selección de los umbrales, a lo largo del trabajo se van a estudiar los tres tipos descritos: Universal, Minimax y SURE. Éstos se evalúan siempre de forma específica en cada nivel de descomposición, generando una *umbralización multinivel* que permite tratar de manera adecuada el ruido de grano correlado, tal como se describió en el apartado 6.2.2.

- **Tipo de Umbralización**

Existen diversas formas de llevar a cabo la umbralización de los coeficientes *wavelet*. Los dos procedimientos básicos son los que establecen las técnicas *soft* y *hard thresholding* descritas anteriormente. A lo largo de este trabajo se va a utilizar *soft thresholding*, teniendo en cuenta que las reglas de selección de los umbrales Minimax y SURE se han deducido a partir de este tipo de umbralización.

## 6.4 Umbralización de los coeficientes del nivel de aproximación $a_J$

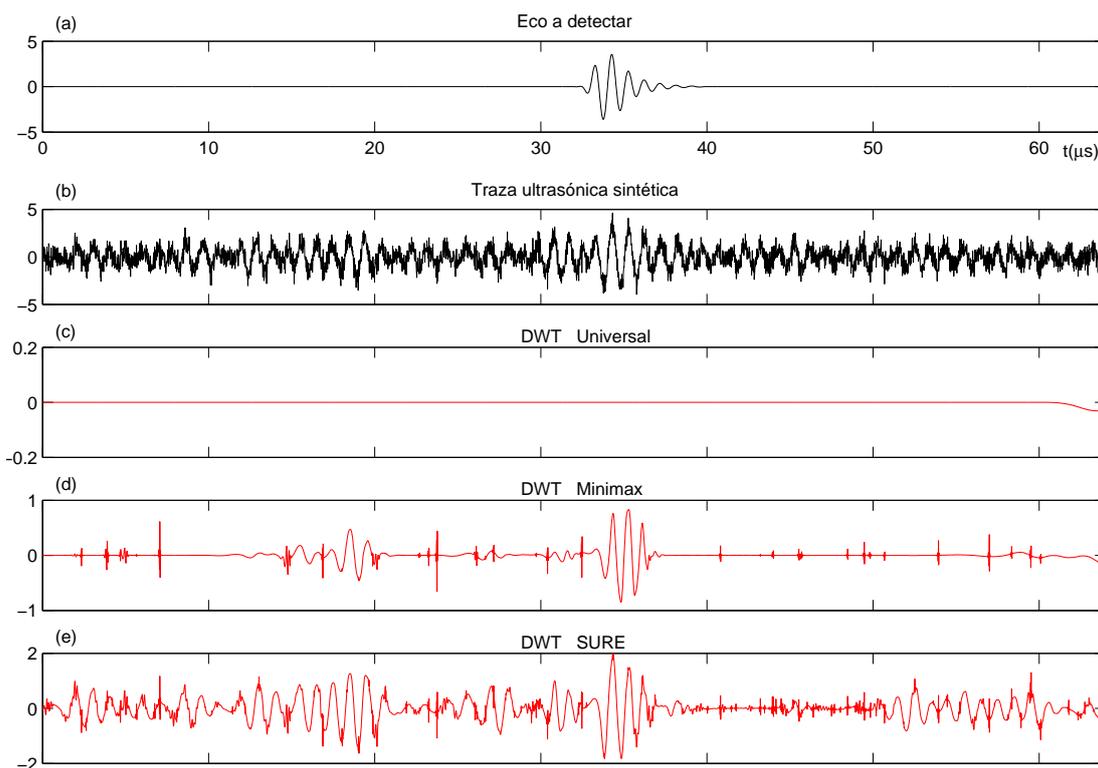
En los trabajos iniciales que dieron lugar al desarrollo de la umbralización *wavelet* [33-35, 46, 48], se utiliza de manera preferente la técnica de *soft thresholding*, conocida también como *shrinkage* por la reducción que se aplica a los coeficientes de señal. Esta técnica introduce un sesgo en la estimación [52-54]. Con el fin de que el sesgo sea lo más pequeño posible, en los trabajos anteriores se establece como norma el umbralizar únicamente los coeficientes de detalle hasta el nivel  $J$ . Esto implica que quedan sin umbralizar los coeficientes de aproximación  $a_J$ , correspondientes a la rama paso bajo en dicho nivel  $J$ .

La justificación para este procedimiento está en el hecho de que las señales típicas en numerosas aplicaciones son señales paso bajo, que presentan un contenido importante en bajas frecuencias, de tal manera que a partir de un cierto nivel  $J$  de la descomposición *wavelet* predomina la señal sobre el ruido. Por ello es preferible no umbralizar esta zona de bajas frecuencias, ya que así se evita introducir un mayor sesgo por la reducción que aplica el *soft thresholding* a los coeficientes *wavelet*.

Sin embargo, las premisas anteriores no se cumplen para los ecos que se trata de detectar en END por ultrasonidos. Las trazas ultrasónicas típicas presentan un valor medio prácticamente nulo y son señales paso banda. Por tanto a partir de un cierto nivel  $J$  de la descomposición *wavelet*, predominará el ruido sobre la señal. No umbralizar estas bandas supone dar un trato favorable al ruido de baja frecuencia, que no resulta reducido por la umbralización *soft*, mientras que los coeficientes de señal situados en bandas de más alta frecuencia sí lo están.

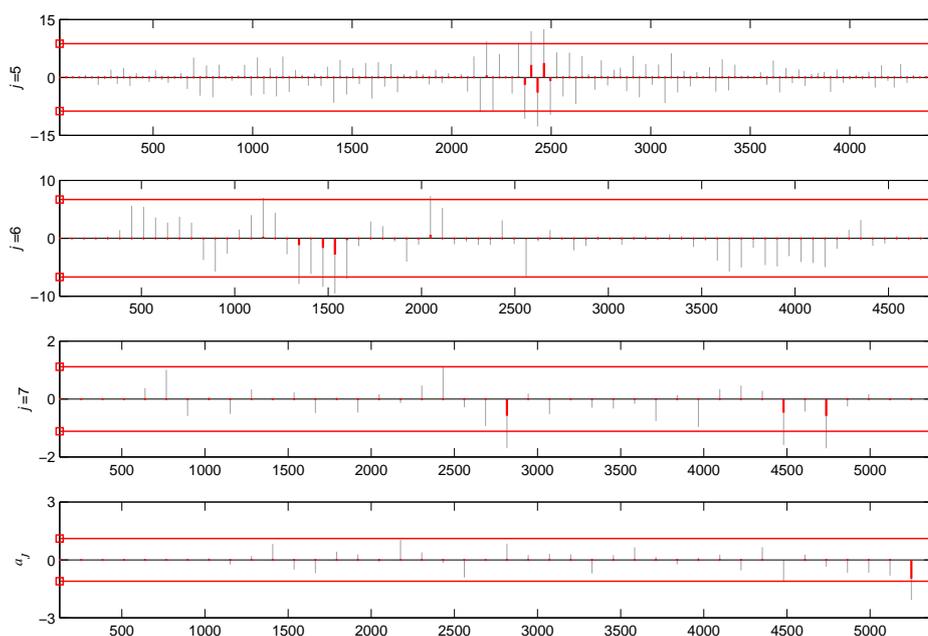
Por todo ello, en esta tesis se propone un procesado de las trazas ultrasónicas en el que se umbralizan también los coeficientes de aproximación  $a_J$  de la descomposición *wavelet*. Esta posibilidad no está contemplada en los paquetes de procesado *wavelet* disponibles, que implementan el procedimiento estándar descrito en [33-35, 46, 48]. Tampoco se encuentra presente en el amplio estudio bibliográfico realizado.

Para la traza sintética que se viene analizando a lo largo del capítulo, los resultados obtenidos con esta técnica son los que se muestran en la figura 6.28. El procesado es equivalente al de la figura 6.19, pero ahora se umbralizan también los coeficientes  $a_J$ . Visualmente se puede apreciar una cierta mejora en las trazas, especialmente en los casos Universal y Minimax, donde ha desaparecido la oscilación de baja frecuencia que se observaba en las figuras 6.19.c y d.



**Figura 6.28.** Procesado DWT de la traza sintética anterior, umbralizando también los coeficientes de aproximación  $a_J$ .

La figura 6.29 muestra el proceso de umbralización Minimax para la traza anterior en el dominio transformado. Se han representado sólo los niveles más significativos, desde  $j=5$  en adelante. La figura es similar a la 6.21, salvo por la umbralización de los coeficientes  $a_J$ . Para nuestras señales ultrasónicas paso banda, el procesado DWT estándar da un trato favorable al ruido de baja frecuencia en la banda  $a_J$ , al no umbralizarlo, frente a los coeficientes de señal situados en bandas de más alta frecuencia que sí se umbralizan y resultan reducidos por la aplicación de *soft thresholding*. Esto se observa en la figura 6.21, donde los coeficientes de señal que superan el umbral en el nivel más significativo  $j=5$ , pasan de tener una magnitud del orden de 10 a una magnitud del orden de 1 después de aplicar *soft thresholding*. Así quedan en unos niveles similares a los de los coeficientes de ruido que no han sufrido umbralización en la banda  $a_J$ . Por el contrario, en la figura 6.29 se aprecia que al umbralizar  $a_J$ , además de eliminar bastantes de los coeficientes de ruido, los que se conservan quedan reducidos por la aplicación de *soft thresholding*, sufriendo así una penalización similar a la que experimentan los coeficientes de señal.



**Figura 6.29.** Aplicación del umbral Minimax a los coeficientes DWT, para el procesado con umbralización de  $a_j$  mostrado en la figura 6.28.d.

	Inicial	Universal	Minimax	SURE
<b>SNR</b>				
estándar		1.23	6.40	4.68
umbralizando $a_j$	4.22	0.00	6.85	4.73
<b>MSE (<math>\times 10^{-3}</math>)</b>				
estándar	52.89	305.95	33.49	24.97
umbralizando $a_j$		1054.88	32.68	24.53

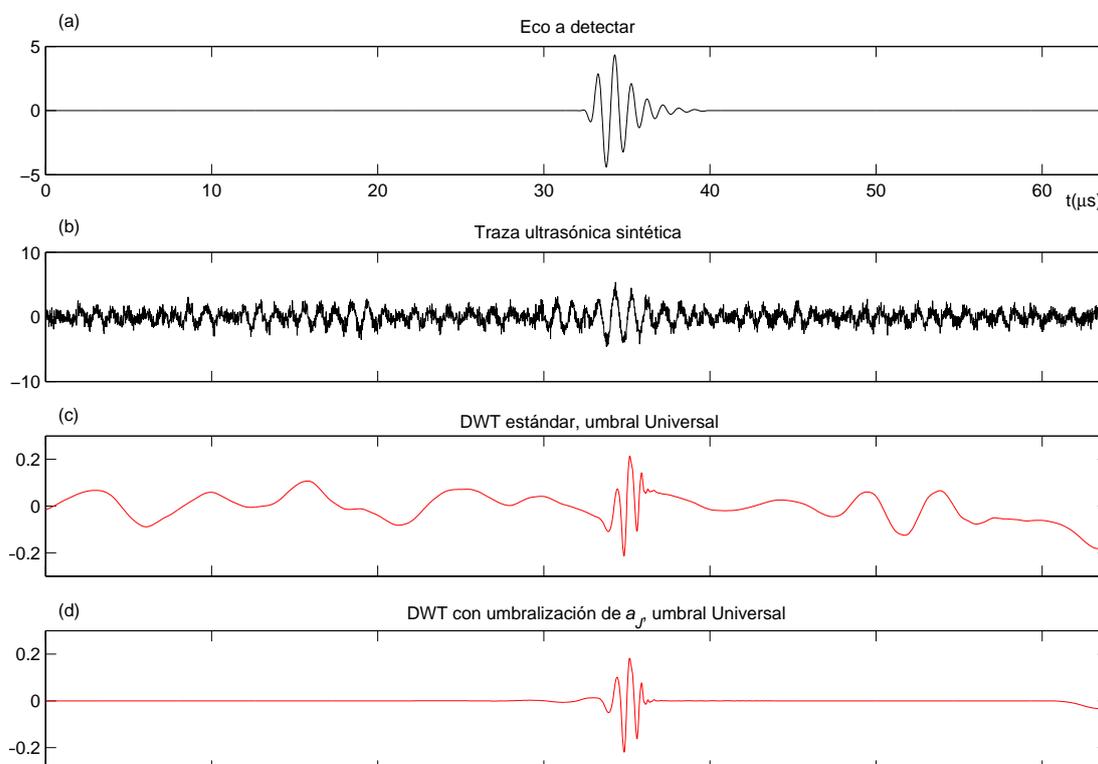
**Tabla 6.6.** Comparación de los parámetros  $SNR$  y  $MSE$  para los procesados DWT estándar mostrado en la figura 6.19, y DWT con umbralización de  $a_j$  mostrado en la figura 6.28.

La tabla 6.6 recoge las medidas de calidad para las trazas anteriores. En los valores de  $SNR$  se aprecian mejoras por la umbralización de  $a_j$  para el umbral Minimax, que pasa de 6.40 a 6.85, y para el SURE, que pasa de 4.68 a 4.73. En general, las mejoras van a ser mayores con los umbrales más grandes, como el Minimax, ya que éstos introducen mayor penalización en los coeficientes umbralizados con *soft thresholding* frente a los no umbralizados. Cuando los umbrales no son tan grandes, como es el

caso del SURE, las mejoras van a ser más moderadas. Los valores de  $MSE$  también muestran una cierta mejora por la umbralización de  $a_J$ , aunque más ligera en este caso, con una reducción del error de  $33.49 \cdot 10^{-3}$  a  $32.68 \cdot 10^{-3}$  para el umbral Minimax, y de  $24.97 \cdot 10^{-3}$  a  $24.53 \cdot 10^{-3}$  para el SURE.

En este ejemplo el umbral Universal no es significativo, porque no consigue recuperar el pulso con ninguno de los procesados. El procesado estándar mostrado en la figura 6.19.c únicamente contiene la componente de baja frecuencia de la rama  $a_J$ . Al umbralizar ésta en la figura 6.28.c, la traza se hace prácticamente nula proporcionando un valor de  $SNR = 0$  en la tabla 6.6. Esta traza no mejora respecto al procesado estándar, aunque tampoco empeora puesto que en ningún caso se consigue recuperar el pulso.

En el ejemplo se ve que la umbralización de  $a_J$  no puede mejorar los resultados del umbral Universal cuando éste ha eliminado todos los coeficientes de señal. Sin embargo, sí que va a conseguir mejoras importantes para este umbral en los casos en que algún coeficiente de señal haya pasado, pero se encuentre muy atenuado por la aplicación de *soft thresholding*. Lo vemos en la figura 6.30, que muestra los resultados



**Figura 6.30.** Comparación de los procesados DWT estándar y DWT con umbralización de  $a_J$  para el umbral Universal, considerando una traza sintética con amplitud del pulso  $A=4.4$ .

	Inicial	Universal
<b>SNR</b>		
estándar	4.74	3.55
umbralizando $a_J$		10.97
<b>MSE (<math>\times 10^{-3}</math>)</b>		
estándar	38.83	66.64
umbralizando $a_J$		39.06

**Tabla 6.7.** Comparación de los parámetros *SNR* y *MSE* para los procesados DWT estándar y DWT con umbralización de  $a_J$  mostrados en la figura 6.30.

del procesado Universal para la misma traza sintética de los ejemplos anteriores, pero considerando una mayor amplitud del pulso insertado:  $A=4.4$  en lugar de  $A=3.8$  que se usaba en los ejemplos anteriores. Con esta mayor amplitud, en la figura 6.30.c vemos que algunos coeficientes de señal han conseguido superar el elevado umbral Universal. Sin embargo han resultado muy atenuados por el *soft thresholding*, pasando de una amplitud de 4.4 en el pulso insertado, a una amplitud del orden de 0.2 en la traza recuperada. Por ello el ruido de baja frecuencia no umbralizado en la banda  $a_J$  se superpone al pulso, con un orden de magnitud similar. En cambio en la figura 6.30.d se aprecia que, al aplicar umbralización a la banda  $a_J$ , el nivel de este ruido se reduce considerablemente. En la tabla 6.7, los valores de los parámetros de calidad muestran las importantes mejoras que se obtienen por la umbralización de  $a_J$ , con un incremento de la relación señal a ruido *SNR* de 3.55 a 10.97 y una reducción del error *MSE* de  $66.64 \cdot 10^{-3}$  a  $39.06 \cdot 10^{-3}$ .

Por todo ello, en adelante se incluirá la umbralización de los coeficientes en el nivel de aproximación  $a_J$  como un primer elemento de mejora del procesado DWT estándar, en el marco de nuestra aplicación particular con señales ultrasónicas paso banda.

## 6.5 Resultados en el procesado DWT de trazas ultrasónicas experimentales

A continuación se va a aplicar el procesado DWT para reducción de ruido a las trazas ultrasónicas adquiridas mediante el equipamiento experimental descrito en el capítulo 5. Como parámetros básicos de procesado, se toman los mismos que se mostraron

adecuados en el caso de una traza sintética: la *db6* como *wavelet* madre,  $J=7$  como nivel máximo de la descomposición, relleno con ceros para el tratamiento de bordes y umbralización *soft thresholding*.

En el procesado de las señales experimentales se va a aplicar además la mejora descrita en la sección anterior, consistente en la umbralización de los coeficientes en el nivel de aproximación  $a_J$ . Se estudiarán los resultados para los tres tipos de selección de umbrales descritos: Universal, Minimax y SURE.

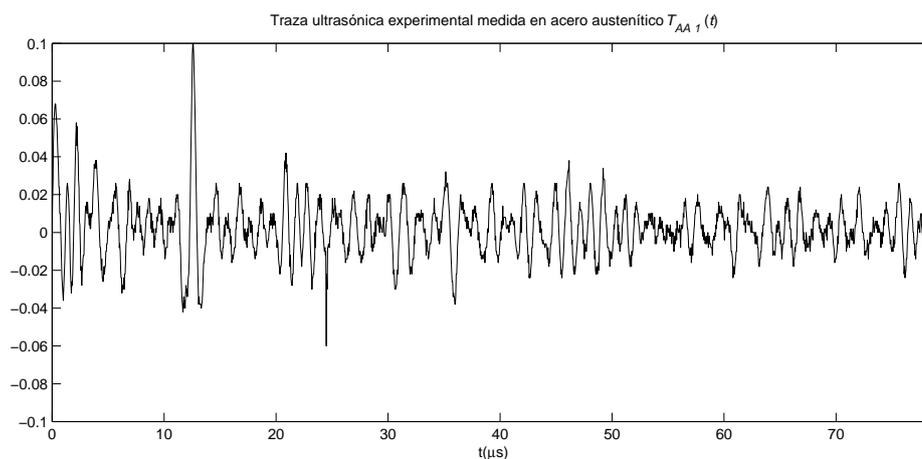
### 6.5.1 Trazas ultrasónicas adquiridas en acero austenítico

En primer lugar, se presentan los resultados de aplicar el procesado DWT para reducción de ruido a una de las trazas adquiridas en la probeta de acero austenítico. Se trata de la traza  $T_{AA}(t)$ , que se mostraba en la figura 5.11 del capítulo 5, y que se ha reproducido aquí en la figura 6.31. Recordamos que esta traza contenía el eco de un defecto en torno a 10-15  $\mu$ s. Este eco se puede apreciar en la señal, acompañado de una gran cantidad de ruido de grano generado por la estructura interna del acero. Según la Tabla 6.8, su relación *SNR* inicial es de 6.55.

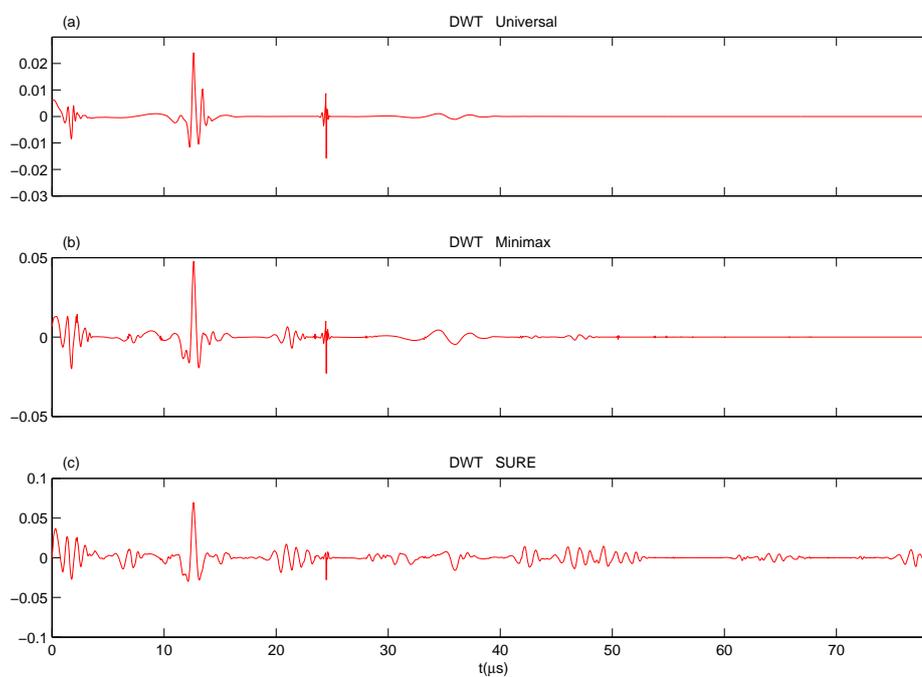
En la figura 6.32 se muestran los resultados del procesado DWT de esta traza. Se aprecia que los tres tipos de umbrales consiguen eliminar gran parte del ruido, a la vez que conservan el eco deseado. La tendencia que se venía observando en el procesado de una traza sintética en la figura 6.28 se mantiene también aquí: el umbral Universal, que tiende a ser el más elevado, es el que elimina una mayor cantidad de ruido aunque también es el que atenúa más el pulso; por el contrario el umbral SURE, que tiende a ser el más pequeño, elimina menos ruido pero conserva mejor el pulso; finalmente el umbral Minimax presenta un comportamiento intermedio entre ambos.

La Tabla 6.8 muestra las medidas de calidad de la traza antes y después del procesado. Al tratarse de una traza experimental, no disponemos del pulso ultrasónico a detectar para el cálculo del error *MSE*. Por ello el único parámetro que se incluye en la Tabla 6.8 es la *SNR*. Los valores indican una clara mejora para los tres umbrales respecto a la *SNR* inicial de valor 6.55. El umbral Universal es el que proporciona la *SNR* más elevada con un valor de 14.35, gracias a que en este caso se conserva el eco deseado a diferencia de lo que ocurría con la traza sintética en la figura 6.28.c. Le sigue en cuanto a reducción de ruido el umbral Minimax, que proporciona una *SNR* de 12.87. Finalmente el umbral SURE es el que obtiene la reducción de ruido más moderada, con un valor de *SNR* de 9.35.

Aunque no es posible la evaluación del error *MSE*, sí que se puede estudiar cualitativamente la distorsión que introducen en el pulso los diferentes procesados, a



**Figura 6.31.** Traza  $T_{AA}(t)$  medida en la probeta de acero austenítico.



**Figura 6.32.** Procesado DWT de la traza  $T_{AA}(t)$  medida en la probeta de acero austenítico. (a) Umbral Universal. (b) Umbral Minimax. (c) Umbral SURE.

	Inicial	Universal	Minimax	SURE
<b>SNR</b>	6.55	14.35	12.87	9.35

**Tabla 6.8.** Valores de  $SNR$  que resultan del procesado DWT de la traza medida en acero austenítico  $T_{AA}(t)$ , mostrada en la figura 6.32.

partir de la observación de las trazas. En la figura 6.32 se puede comprobar que los umbrales más grandes, Universal y Minimax, tienden a introducir más picos y saltos bruscos en la señal, y a distorsionar más el pulso que se recupera en torno a 10-15  $\mu$ s. Por el contrario en el caso SURE, se aprecia una señal más suavizada y un pulso con menor distorsión. Se mantiene así la tendencia a una mejor recuperación del pulso para los umbrales más pequeños, en particular para el SURE, que ya se venía observando en las trazas sintéticas analizadas en las secciones anteriores.

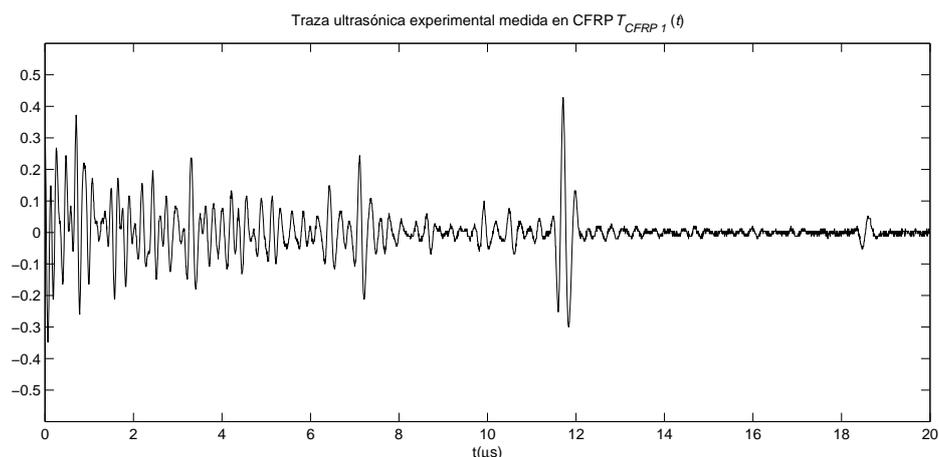
### 6.5.2 Trazas ultrasónicas adquiridas en material compuesto CFRP

En el capítulo 5 se presentaron dos ejemplos de trazas ultrasónicas adquiridas en una probeta de CFRP. La primera de las trazas  $T_{CFRP 1}(t)$  se reproduce en la figura 6.33. En ella se puede distinguir el eco de un defecto en un tiempo aproximado de 10-12  $\mu$ s. Este eco se encuentra inmerso en el ruido estructural que genera el material. Existe una atenuación importante con la distancia, que hace que el nivel de ruido sea mayor al inicio de la señal.

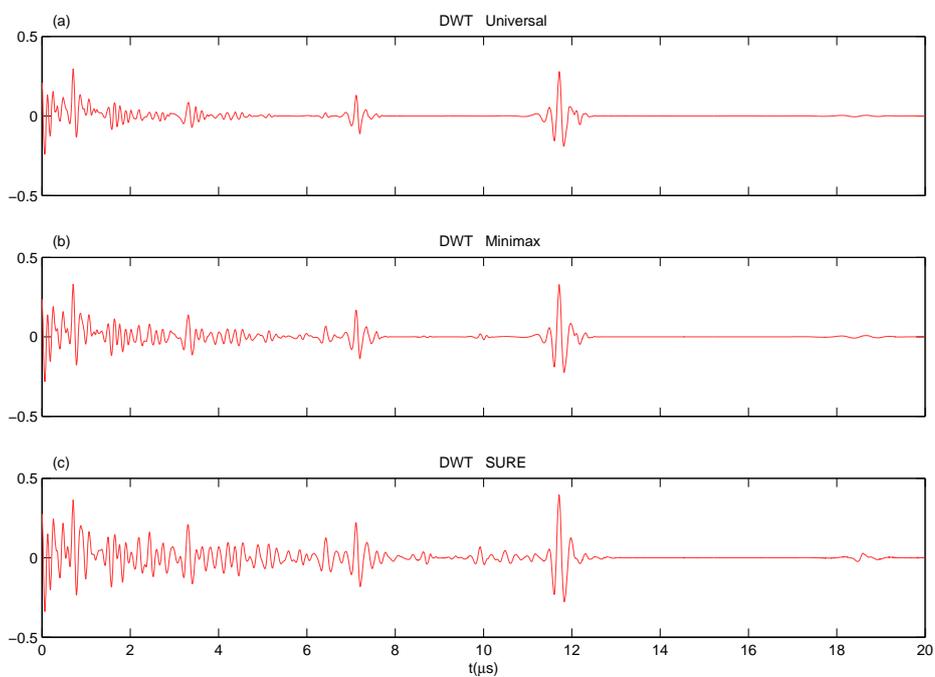
En la figura 6.34 se presentan los resultados del procesado DWT de esta traza. Se observa una clara disminución del ruido, especialmente en el caso del umbral Universal. La tabla 6.9 muestra la mejora de la  $SNR$ , que se incrementa de un valor inicial de 6.29 a unos valores después del procesado de 7.94 para el umbral Universal, 7.45 para el Minimax, y 6.56, la mejora más reducida, para el SURE.

El error  $MSE$  no se puede calcular en este caso, al tratarse de una traza experimental. Sin embargo es posible analizar la distorsión que introducen los diferentes procesados observando la figura 6.34. Para estas trazas en particular, se aprecia que los ecos no resultan demasiado distorsionados con ninguno de los umbrales. Entre ellos, el umbral SURE parece ser el que reproduce con mayor fidelidad el pulso, lo cual viene siendo habitual en las trazas observadas hasta el momento.

La segunda traza medida en la probeta de CFRP es la que denominamos  $T_{CFRP 2}(t)$  en el capítulo 5, la cual se reproduce aquí en la figura 6.35. En esta segunda traza se detecta en torno a 13-14  $\mu$ s el eco de un defecto más alejado que el de la traza anterior. Con el fin de contrarrestar la mayor atenuación que sufren las componentes con mayor recorrido, en este caso se ha aplicado una corrección DAC (*Distance Amplitude Correction*) [26]. Observamos que con ello se realiza la parte final de la señal, lo que incluye al ruido pero también al eco del defecto y al eco de fondo. De



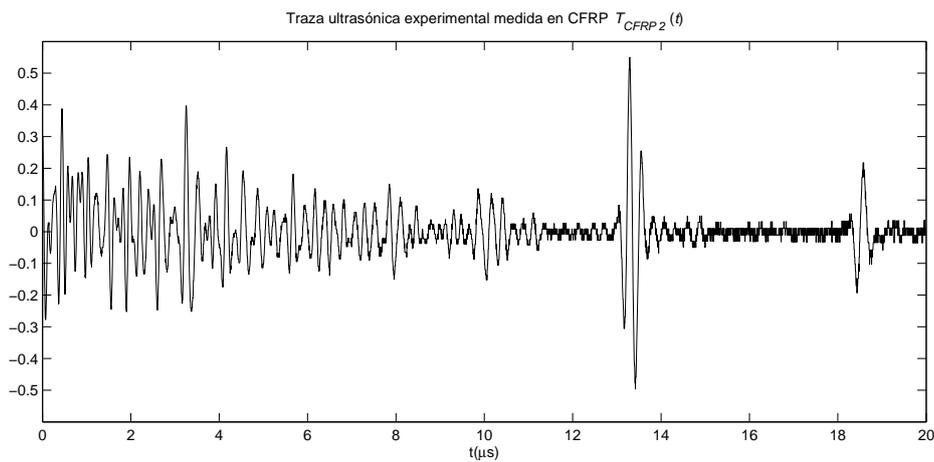
**Figura 6.33.** Traza  $T_{CFRP1}(t)$  medida en la probeta de CFRP.



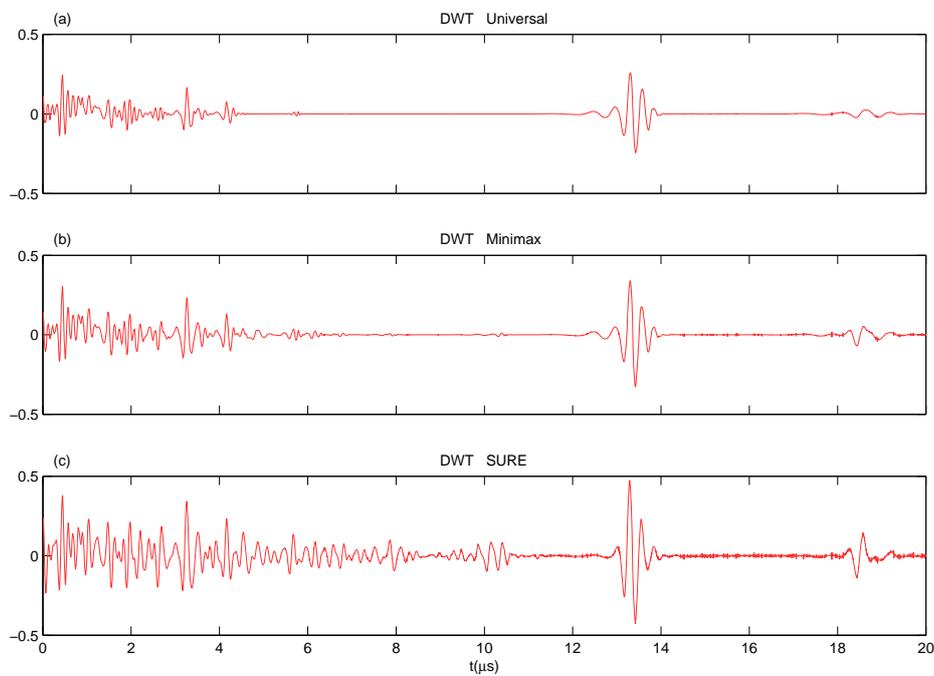
**Figura 6.34.** Procesado DWT de la traza  $T_{CFRP1}(t)$  medida en la probeta de CFRP. (a) Umbral Universal. (b) Umbral Minimax. (c) Umbral SURE.

	Inicial	Universal	Minimax	SURE
<b>SNR</b>	6.28	7.94	7.45	6.56

**Tabla 6.9.** Valores de  $SNR$  que resultan del procesado DWT de la traza medida en CFRP  $T_{CFRP1}(t)$ , mostrada en la figura 6.34.



**Figura 6.35.** Traza  $T_{CFRP2}(t)$  medida en la probeta de CFRP.



**Figura 6.36.** Procesado DWT de la traza  $T_{CFRP2}(t)$  medida en la probeta de CFRP. (a) Umbral Universal. (b) Umbral Minimax. (c) Umbral SURE.

	Inicial	Universal	Minimax	SURE
<b>SNR</b>	6.30	7.26	7.17	6.58

**Tabla 6.10.** Valores de  $SNR$  que resultan del procesado DWT de la traza medida en CFRP  $T_{CFRP2}(t)$ , mostrada en la figura 6.36.

esta manera se obtiene según la tabla 6.10 una *SNR* inicial de 6.30, que es similar a la de la traza anterior a pesar de que el defecto ahora se encuentra más alejado.

Veremos que el procesado DWT consigue mejorar todavía más esta *SNR*. Las trazas procesadas se muestran en la figura 6.36. Como es habitual se aprecia una disminución del ruido para los tres umbrales, más importante en los casos Universal y Minimax y algo menor para el SURE. En la tabla 6.10 se presenta el incremento de la *SNR*, que pasa de un valor inicial de 6.30 a unos valores de 7.26 para el umbral Universal, 7.17 para el Minimax y 6.58 para el SURE.

En cuanto a la recuperación del pulso, las trazas de la figura 6.36 muestran que tampoco se produce una gran distorsión de los ecos en este caso. Se aprecia un ligero ensanchamiento, principalmente para el umbral Universal y algo menor para el Minimax. El umbral SURE sigue siendo el que proporciona un eco con menor distorsión, aunque en contrapartida también es el que conserva más ruido.

## Capítulo 7

# Transformadas *wavelet* no diezmadas

En las últimas décadas, la transformada *wavelet* no diezmada ha sido redescubierta de manera independiente en la literatura bajo formas y nombres diversos. Dependiendo de la propiedad a la que se pretendiera dar relevancia, se le ha denominado transformada *wavelet* no diezmada (*undecimated*) [10], redundante (*redundant*) [117], sobrecompleta (*overcomplete*) [118], invariante a desplazamientos (*shift/translation invariant*) [8], estacionaria (*stationary*) [9], etc.

En los capítulos anteriores se vio que las buenas propiedades de la DWT la han convertido en la *wavelet* más utilizada tradicionalmente. Sin embargo de manera más reciente, la UWT ha empezado a plantearse como alternativa a la DWT en algunas aplicaciones en las que ésta presenta ciertas limitaciones. Por ejemplo es posible usar la UWT en casos en que se requiere invarianza frente a traslaciones de la secuencia de entrada [11], lo cual no es posible con la DWT. La transformada no diezmada constituye también una mejor herramienta para el análisis del comportamiento frecuencial de la señal con el tiempo [9], ya que realiza un muestreo temporal más fino. Además, la redundancia de la UWT puede proporcionar mejoras cuando se combina con técnicas de procesado no lineal de los coeficientes *wavelet*. Esta idea, planteada de manera genérica en algunos trabajos sobre *wavelets* [8-10], constituye el núcleo central de la presente tesis, que trata de desarrollarla y analizarla en su aplicación a un problema específico de reducción de ruido de grano en señales de ecografía ultrasónica.

A lo largo del presente capítulo, se tratará de aportar una visión organizada de los conceptos y propiedades fundamentales de la *wavelet* no diezmada, que se encuentran dispersos en la literatura bajo distintos nombres e implementaciones. La implementación original corresponde al denominado algoritmo *à trous* [6, 7], que en esencia elimina las etapas de diezmado en el algoritmo DWT mostrado en la figura 2.3, y en su lugar inserta ceros (agujeros o *trous* en francés) entre los coeficientes de

los filtros. De esta implementación deriva el nombre de transformada *wavelet* no diezmada (*undecimated wavelet transform* UWT) que se mantendrá a lo largo de esta tesis. Existen otras dos implementaciones alternativas, que proporcionan los mismos coeficientes UWT organizados en una estructura distinta. Son el algoritmo DWT con desplazamiento- $k$  de la secuencia de entrada [8, 9, 119], y el algoritmo DWT con diezmado- $\varepsilon$  [7, 9]. Ambos se describen a lo largo del capítulo y se comprueba su equivalencia con el algoritmo *à trous*.

Por otra parte, se va a demostrar también que los coeficientes UWT corresponden a un muestreo de la transformada *wavelet* continua más fino que el que realiza la DWT. En el capítulo 2 se demostró que, según la expresión (2.63), los coeficientes DWT corresponden a un muestreo de la transformada CWT de la forma:

$$d_j [n] = \left\langle f(t), \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi \left( \frac{t - 2^j n}{2^j} \right) \right\rangle \hat{=} CWT_f(2^j, 2^j n) \quad j, n \in \mathbb{Z} \quad (7.1)$$

En este capítulo comprobaremos que la UWT corresponde a un muestreo más fino. Concretamente los coeficientes *à trous*  $d_{AT,j} [n]$  que implementan esta transformada cumplen:

$$d_{AT,j} [n] = \left\langle f(t), \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi \left( \frac{t - n}{2^j} \right) \right\rangle \hat{=} CWT_f(2^j, n) \quad j, n \in \mathbb{Z} \quad (7.2)$$

Finalmente, en el último apartado se va a plantear la cuestión de la reconstrucción. Al ser la transformada UWT un *frame* redundante, existen múltiples opciones para llevar a cabo la inversión. Si los coeficientes UWT no se modifican o si se aplica un procesamiento lineal, todos los métodos de reconstrucción son equivalentes: la señal recuperada a partir de todos ellos es la misma.

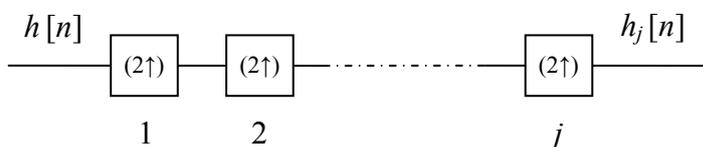
Pero en un problema como el que nos ocupa en la presente tesis, el objetivo es obtener una estimación menos ruidosa de la señal en el dominio transformado, para lo cual se aplica un procesamiento no lineal a los coeficientes *wavelet*. Los coeficientes estimados que resultan tras este proceso no lineal no corresponden realmente a la transformada redundante de ninguna señal, y entonces los distintos métodos de inversión podrán proporcionar señales distintas. En este contexto, la elección de la inversa más adecuada pasa a formar parte del propio proceso de estimación. Veremos que en este caso particular se van a considerar dos posibles metodologías, que denominaremos de acuerdo con [9] *average basis inverse* y *selected basis inverse*.

### 7.1 Definición UWT: algoritmo *à trous*

La transformada *wavelet* no diezmada [5-7] se obtiene introduciendo dos modificaciones sobre el algoritmo DWT mostrado en la figura 2.3:

1. se suprimen las etapas de diezmado de la señal y
2. en su lugar, se modifican los filtros en cada nivel, insertando ceros para conseguir subbandas que recojan distintas zonas del espectro.

Concretamente, los filtros en cada nivel  $j$  sufrirán tantas etapas de inserción de ceros como diezmados se aplicarían a la señal en el algoritmo DWT:



Esto equivale a insertar, en cada etapa  $j$ ,  $(2^{j-1}-1)$  ceros entre los coeficientes de los filtros:

$$h_j[n] = [h[0], \underbrace{0, \dots, 0}_{2^{j-1}-1}, h[1], 0, \dots, 0, h[L-1]] \tag{7.3}$$

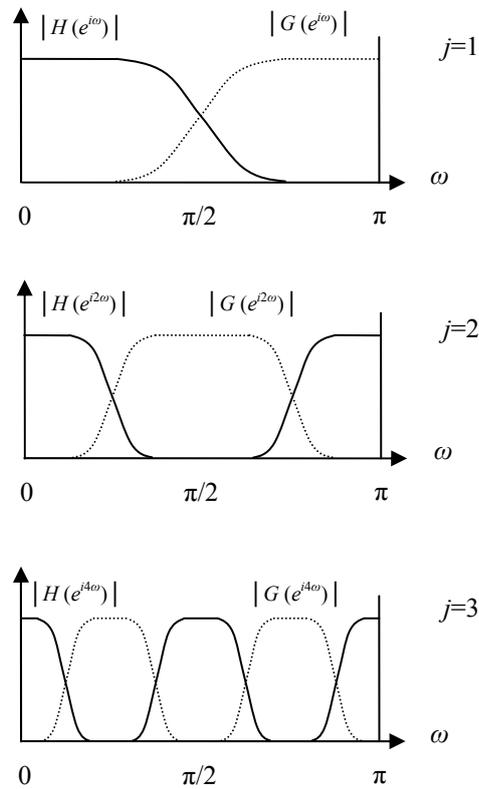
$$g_j[n] = [g[0], \underbrace{0, \dots, 0}_{2^{j-1}-1}, g[1], 0, \dots, 0, g[L-1]] \tag{7.4}$$

o, en términos de la transformada Z,

$$H_j(z) = H(z^{2^{j-1}}) \tag{7.5}$$

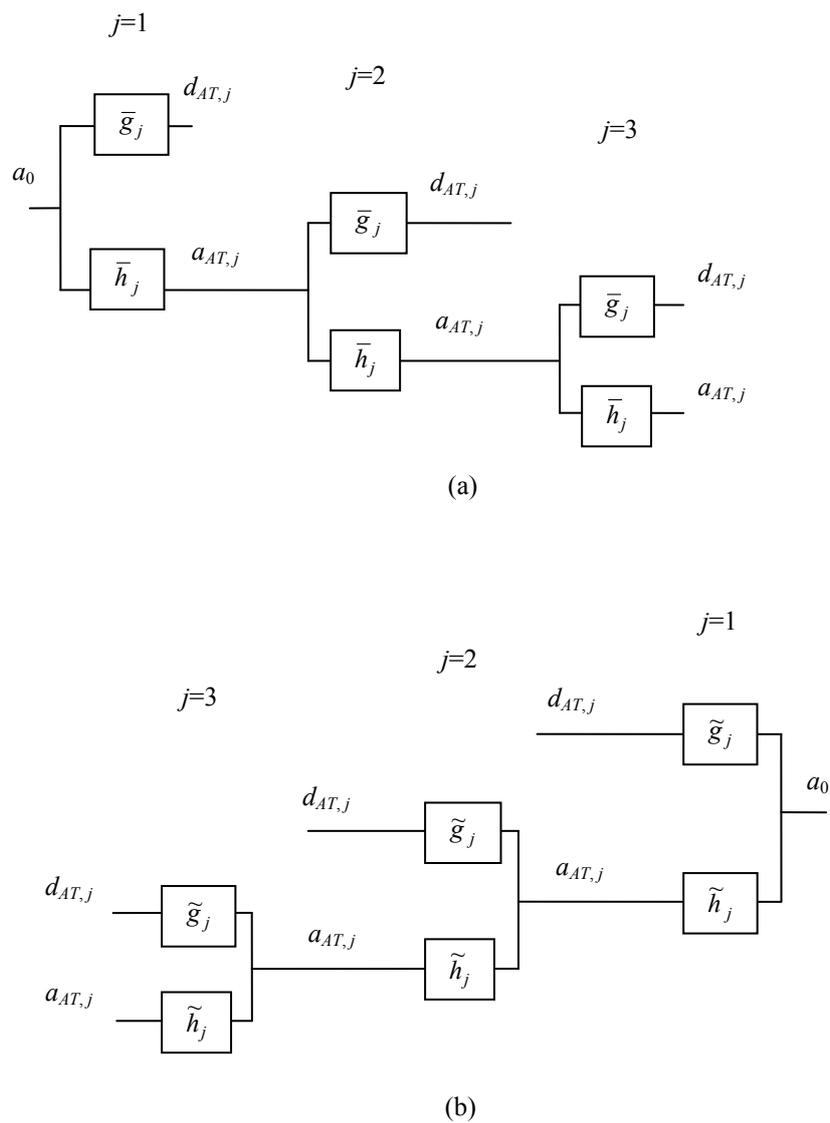
$$G_j(z) = G(z^{2^{j-1}}) \tag{7.6}$$

donde  $h[n]$  y  $g[n]$  son los filtros paso-bajo y paso-alto de la estructura básica de Mallat,  $L$  es su longitud, y  $H(z)$  y  $G(z)$  son sus transformadas Z. En la figura 7.1 se muestra el espectro de  $h_j[n]$  y  $g_j[n]$  en los sucesivos niveles  $j = 1, 2, 3$ . Se puede apreciar cómo los filtros se van comprimiendo en frecuencia a medida que aumenta  $j$ , para recoger distintas zonas del espectro en un filtrado cada vez más fino. En la figura 7.2 se muestra el esquema completo del algoritmo *à trous* para el cálculo de la UWT, tanto en las etapas de descomposición como de reconstrucción. La denominación de algoritmo *à trous* [6], que en francés significa *con agujeros*, se debe a la estructura con ceros intercalados que presentan los filtros.



**Figura 7.1.** Módulo de la transformada Z para los filtros  $h_j[n]$  y  $g_j[n]$  en las sucesivas etapas,  $j = 1, 2, 3$ , del algoritmo *à trous*.

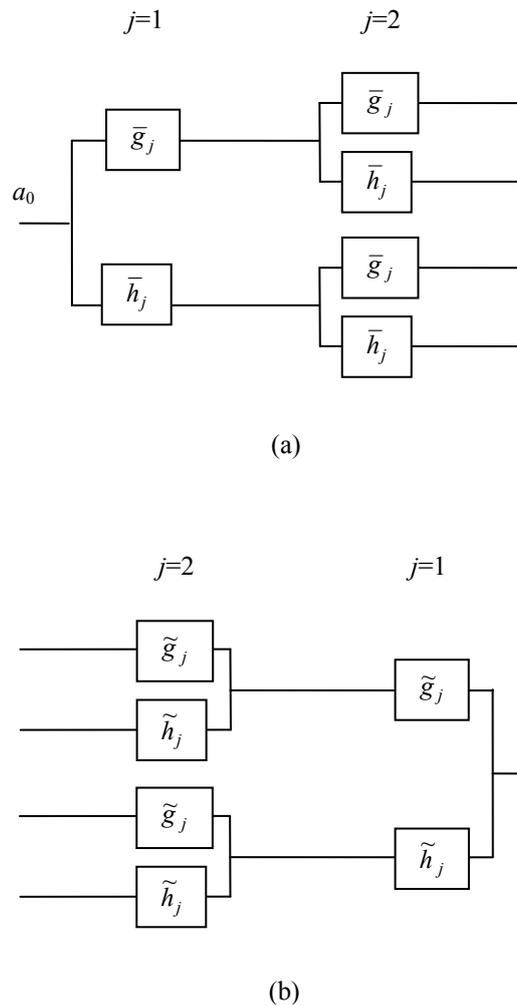
Como nota final señalaremos que, de la misma manera que se ha extendido el algoritmo de Mallat al caso no diezmado, se podrían extender también sus otras variantes como la *wavelet biortogonal* o la *wavelet packet*, obteniendo ventajas similares a las que se han visto para la UWT: invarianza a desplazamientos, mayor resolución temporal, etc. Por ejemplo a partir del esquema *wavelet packet* mostrado en la figura 2.5 del capítulo 2, se puede obtener el esquema de la figura 7.3 para la *wavelet packet* no diezmada (*undecimated wavelet packet transform*, UWPT). Esta transformada se ha utilizado en algunos trabajos paralelos a la realización de esta tesis, orientados a la reducción de ruido en comunicaciones de espectro ensanchado. La flexibilidad en la elección del árbol de descomposición *wavelet packet*, en combinación con la mayor resolución temporal que ofrece el no-diezmado, han permitido desarrollar procesados optimizados para este tipo de sistemas. Aunque estos trabajos no se han incluido aquí por quedar fuera del ámbito de esta tesis, los resultados se pueden consultar en las publicaciones [12, 13].



**Figura 7.2.** Esquema del algoritmo *à trous* para el cálculo de la UWT. (a) Descomposición. (b) Reconstrucción.

## 7.2 Implementaciones alternativas para la UWT: desplazamiento- $k$ y diezmado- $\epsilon$

A continuación veremos que se pueden obtener los mismos coeficientes de descomposición UWT proporcionados por el algoritmo *à trous*, a partir de otras dos variantes distintas del algoritmo de Mallat.



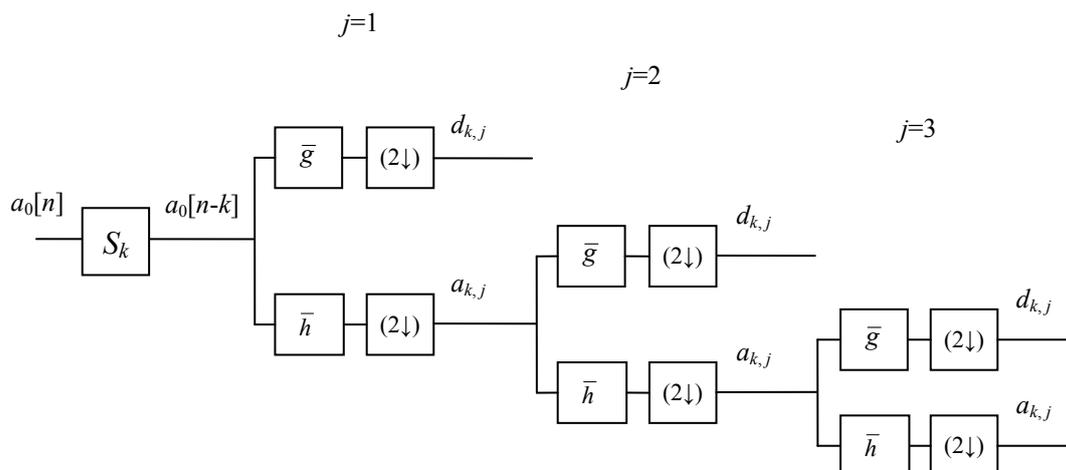
**Figura 7.3.** Esquema del algoritmo para el cálculo de la UWPT. (a) Descomposición. (b) Reconstrucción.

La primera variante se basa en la aplicación de *desplazamientos* a la secuencia de entrada [5, 8, 9, 119]. Para ello se define el operador desplazamiento  $S_k$ :

Este operador se introduce al inicio del esquema de descomposición de Mallat, del

$$x[n] \quad \boxed{S_k} \quad x[n-k]$$

modo que se muestra en la figura 7.4. Los distintos desplazamientos  $k$  dan lugar a distintas descomposiciones ortogonales de la secuencia original. Como se comprobará



**Figura 7.4.** Esquema del algoritmo de Mallat con desplazamiento  $k$  de la secuencia de entrada.

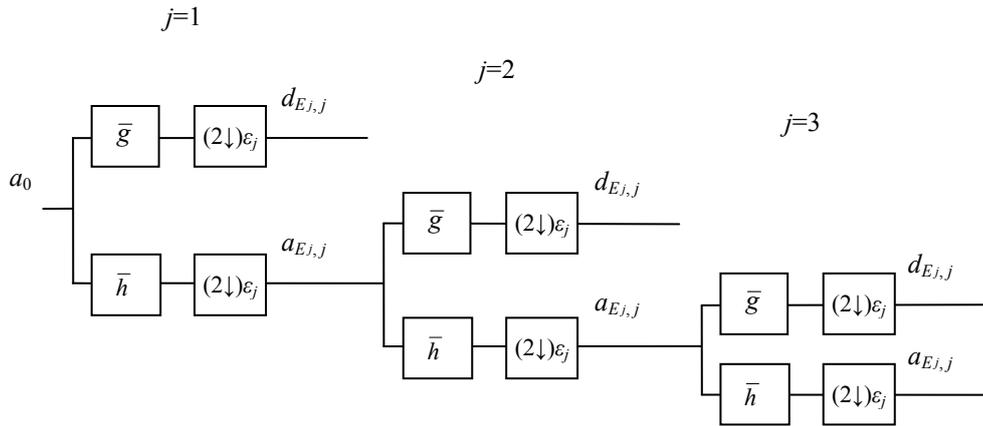
más adelante, éstas corresponden a distintos subconjuntos de los coeficientes UWT proporcionados por el algoritmo *à trous*.

La segunda variante se basa en lo que denominaremos *diezmado-ε* [9]. En el esquema de Mallat visto hasta el momento, el diezmado selecciona los elementos pares de la secuencia, según indica la ecuación (2.39) del capítulo 2. Pero también se podrían seleccionar los impares. Teniendo esto en cuenta, en lo sucesivo denominaremos  $(2\downarrow)_0$  al diezmado par y  $(2\downarrow)_1$  al diezmado impar:

A partir de ello podemos definir una nueva variante del algoritmo de Mallat, que

$$\begin{array}{cc}
 \xrightarrow{x[n]} \boxed{(2\downarrow)_0} \xrightarrow{x[2n]} & \xrightarrow{x[n]} \boxed{(2\downarrow)_1} \xrightarrow{x[2n-1]}
 \end{array}$$

permitiría elegir en cada nivel  $j$  el tipo de diezmado par o impar que se desea aplicar. Para representar esta posibilidad consideraremos el operador genérico  $(2\downarrow)_{\epsilon_j}$ , donde  $\epsilon_j = 0$  indicaría un diezmado par y  $\epsilon_j = 1$  un diezmado impar en el nivel  $j$ . Entonces para cada nivel  $j$ , existirán  $2^j$  elecciones posibles del parámetro  $E_j = \epsilon_1 \epsilon_2 \dots \epsilon_j$  que define la sucesiva elección de diezmados pares e impares hasta ese nivel. La aplicación de este diezmado genérico se muestra en la figura 7.5. Las distintas elecciones posibles de  $\epsilon_j$  para los sucesivos diezmados pares o impares, darán lugar a distintas descomposiciones ortogonales de la secuencia original, que van a corresponder a

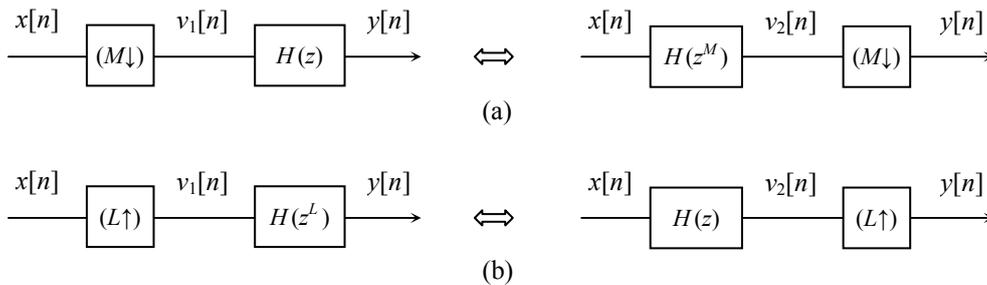


**Figura 7.5.** Esquema del algoritmo de Mallat con diezmado- $\epsilon$ .

distintos subconjuntos de los coeficientes UWT proporcionados por el algoritmo *à trous*, como se demuestra a continuación.

### 7.3 Equivalencia de las distintas implementaciones

En este apartado comprobaremos que las tres implementaciones propuestas para la UWT, esto es, el algoritmo *à trous*, el algoritmo de Mallat con desplazamiento- $k$  y el algoritmo de Mallat con diezmado-  $\epsilon$ , proporcionan los mismos coeficientes. Para ello nos serviremos de las identidades de Noble [120], que se han representado en la figura 7.6. En particular consideraremos la primera identidad, que permite invertir el orden de las operaciones de diezmado y filtrado.



**Figura 7.6.** Identidades de Noble. (a) Identidad de Noble para el diezmado. (b) Identidad de Noble para la interpolación

Empezaremos por la implementación con desplazamiento- $k$ , que se ha representado en la figura 7.7. La figura 7.7.a muestra el algoritmo inicial, considerando un desplazamiento  $k$  genérico. A este esquema se le aplica de manera sucesiva la primera identidad de Noble, para intercambiar el orden de filtrados y diezmados. En primer lugar en la figura 7.7.b se han intercambiado los filtros en el nivel  $j=2$  con el diezmado en la rama paso-bajo del nivel  $j=1$ . Seguidamente, en la figura 7.7.c se han intercambiado los filtros en el nivel  $j=3$  con las dos operaciones de diezmado en la rama paso-bajo del nivel  $j=2$ . Los filtros resultantes  $h_j[n]$ ,  $g_j[n]$  y sus transformadas  $H_j(z)$ ,  $G_j(z)$  vienen definidos por las expresiones (7.3-7.6). Con todo ello, observamos que en el esquema final quedan agrupadas por un lado las operaciones de filtrado, y por otro lado las de diezmado. Se puede apreciar que la parte de los filtrados coincide con el algoritmo *à trous* que se mostraba en la figura 7.2, salvo por el desplazamiento  $k$  en la secuencia de entrada. Por tanto, puesto que los filtrados son operaciones lineales, los coeficientes intermedios en el esquema de la figura 7.7.c coincidirán con los coeficientes *à trous* desplazados  $k$  muestras, y así se ha indicado en la figura. A partir de éstos, los coeficientes finales se obtendrán aplicando las operaciones de diezmado tal como indica la segunda parte del esquema:

$$\begin{aligned} j = 1 & \quad d_{k,j}[n] = d_{AT,j}[(2n)-k] = d_{AT,j}[2n-k] \\ j = 2 & \quad d_{k,j}[n] = d_{AT,j}[2(2n)-k] = d_{AT,j}[4n-k] \\ j = 3 & \quad d_{k,j}[n] = d_{AT,j}[2(2(2n))-k] = d_{AT,j}[8n-k] \end{aligned}$$

Con ello queda demostrado que, en cada nivel  $j$ , los coeficientes  $d_{k,j}$  que proporciona el algoritmo de Mallat con desplazamiento  $k$  de la secuencia de entrada, corresponden a un diezmado por  $2^j$  de los coeficientes *à trous* desplazados  $k$  muestras.

De estos resultados se deduce que, para un nivel determinado  $j$ , el algoritmo con desplazamiento  $k$  es capaz de recuperar el conjunto de coeficientes  $d_{AT,j}$  mediante un total de  $2^j$  desplazamientos:  $k = 0, 1, \dots, 2^j - 1$ . Por ejemplo en el nivel  $j=1$  tendríamos:

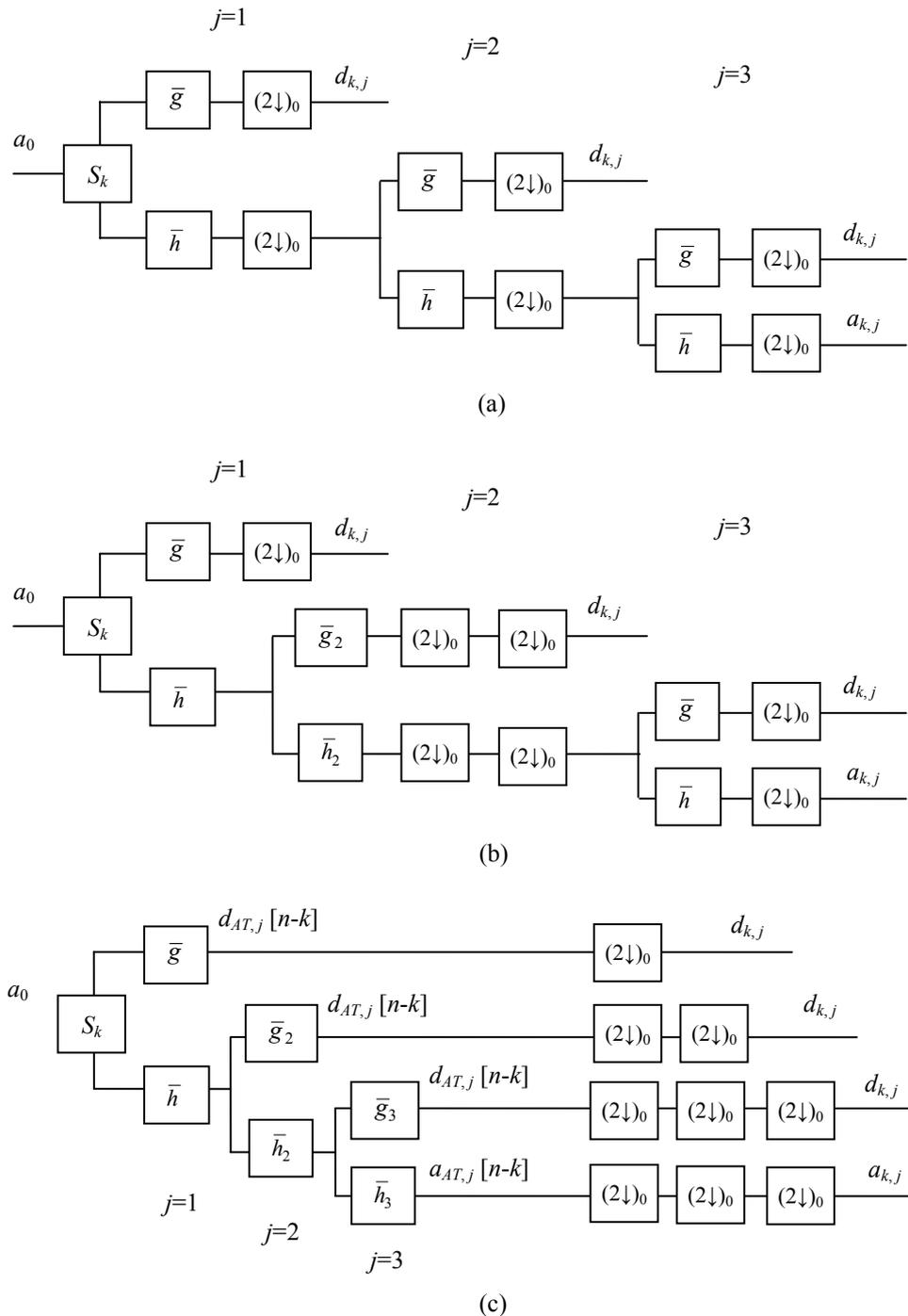
$$\begin{aligned} k = 0 & \quad d_{k,j}[n] = d_{AT,j}[2n] & \text{recupera los coeficientes pares} \\ k = 1 = 2^1 - 1 & \quad d_{k,j}[n] = d_{AT,j}[2n-1] & \text{recupera los coeficientes impares} \end{aligned}$$

En los sucesivos desplazamientos a partir de  $k = 2^j - 1$ , se volverían a recuperar los mismos coeficientes, pares e impares alternativamente, con la única diferencia de que irían sufriendo progresivos desplazamientos:

$$\begin{aligned} k = 2 & \quad d_{k,j}[n] = d_{AT,j}[2n-2] & \text{recupera los coeficientes pares} \\ k = 3 & \quad d_{k,j}[n] = d_{AT,j}[2n-3] & \text{recupera los coeficientes impares ... etc.} \end{aligned}$$

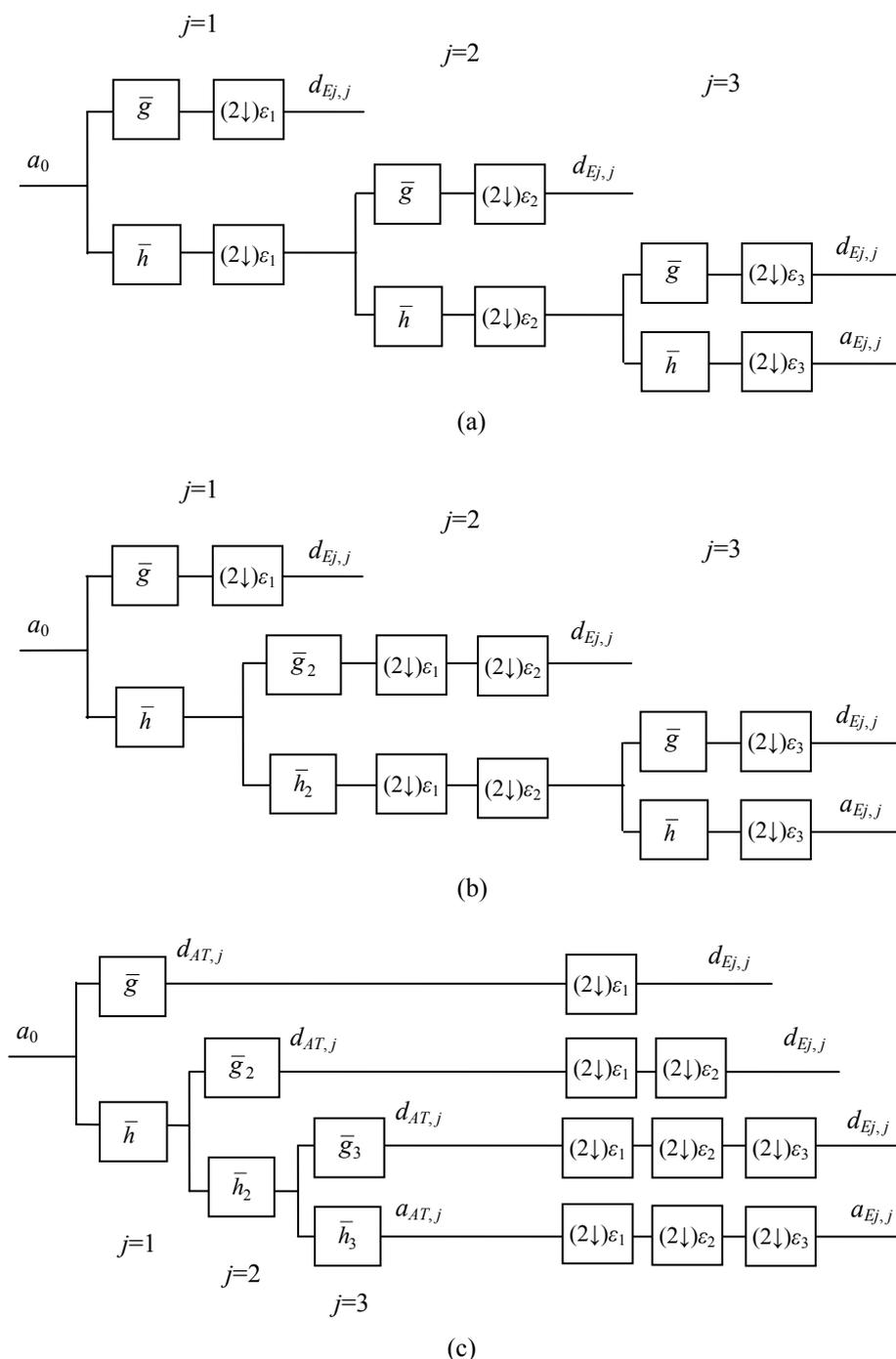
En consecuencia, para una descomposición con nivel máximo  $j=J$ , bastarán  $2^J$  desplazamientos  $k = 0, 1, \dots, 2^J - 1$  para obtener la totalidad de coeficientes *à trous*. A

esta implementación que considera los sucesivos desplazamientos  $k = 0, 1, \dots, 2^J - 1$  se la conoce como *cycle-spinning* [8], y según acabamos de comprobar proporciona exactamente los mismos coeficientes UWT que el método *à trous*.



**Figura 7.7.** Equivalencia entre el algoritmo *à trous* y el algoritmo de Mallat con desplazamiento  $k$  de la secuencia de entrada. (a) Algoritmo de Mallat con desplazamiento  $k$ . (b) Resultado de intercambiar el diezmado en  $j = 1$  con los filtros en  $j = 2$ , aplicando la primera identidad de Noble. (c) Resultado de intercambiar los sucesivos diezmados en  $j = 2$  con los filtros en  $j = 3$ , aplicando la primera identidad de Noble.

Para continuar, comprobaremos las equivalencias con el algoritmo de Mallat con diezmado- $\varepsilon$ . Éste se ha representado en la figura 7.8, donde de nuevo se ha aplicado la primera identidad de Noble para intercambiar el orden de filtrados y diezmados. La



**Figura 7.8.** Equivalencia entre el algoritmo *à trous* y el algoritmo de Mallat con diezmado- $\varepsilon$ . (a) Algoritmo de Mallat con diezmado- $\varepsilon$ . (b) Resultado de intercambiar el diezmado en  $j = 1$  con los filtros en  $j = 2$ , aplicando la primera identidad de Noble. (c) Resultado de intercambiar los sucesivos diezmados en  $j = 2$  con los filtros en  $j = 3$ , aplicando la primera identidad de Noble.

figura 7.8.a muestra el esquema inicial. En la figura 7.8.b se ha intercambiado el orden de los filtros en el nivel  $j=2$  con el diezmado en la rama paso-bajo del nivel  $j=1$ . En la figura 7.8.c se ha intercambiado el orden de los filtros en el nivel  $j=3$  con las dos operaciones de diezmado en la rama paso-bajo del nivel  $j=2$ . Con ello se llega a un esquema similar al que veíamos antes, con las operaciones de filtrado agrupadas a un lado y las de diezmado a otro. Como ahora no hay desplazamiento en la secuencia de entrada, los coeficientes intermedios corresponden exactamente a los coeficientes *à trous*, tal como se indica en la figura. A partir de éstos se obtienen los coeficientes finales mediante las correspondientes operaciones de diezmado, que ahora puede ser par o impar. Veamos las distintas posibilidades:

$$\begin{aligned}
 j = 1 \quad E_j = \varepsilon_1 = 0 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2n] && \text{recupera los coeficientes pares} \\
 E_j = \varepsilon_1 = 1 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2n-1] && \text{recupera los coeficientes impares}
 \end{aligned}$$

Observamos que en el nivel  $j=1$  se consigue recuperar el conjunto de coeficientes *à trous*, pares e impares en este caso, a partir de los 2 posibles valores de  $\varepsilon_1$ . Veamos qué ocurre en el nivel  $j=2$ :

$$\begin{aligned}
 j = 2 \quad E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 = 00 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2(2n)] = d_{AT,j}[4n] \\
 E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 = 01 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2(2n-1)] = d_{AT,j}[4n-2] \\
 E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 = 10 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2(2n)-1] = d_{AT,j}[4n-1] \\
 E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 = 11 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2(2n-1)-1] = d_{AT,j}[4n-3]
 \end{aligned}$$

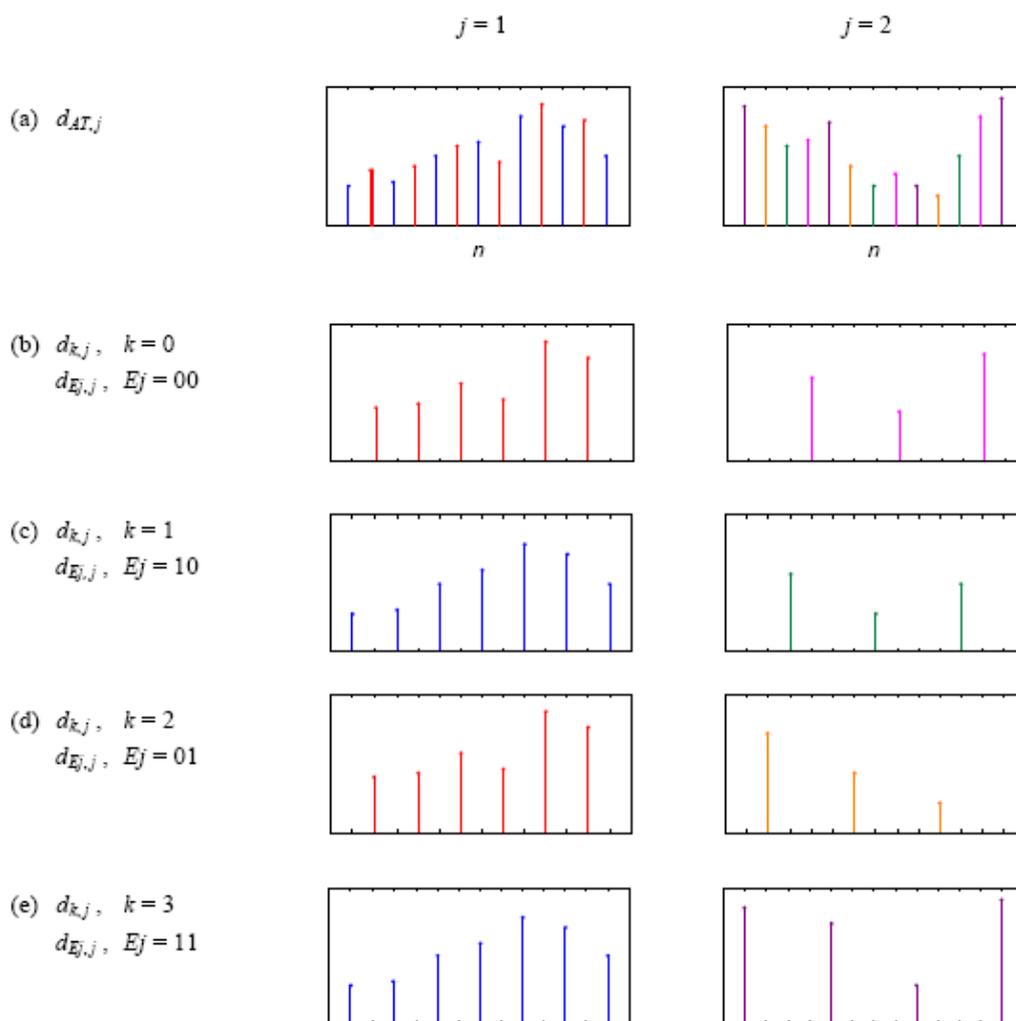
En este caso, conseguimos de nuevo recuperar el conjunto de coeficientes *à trous* en el nivel  $j=2$ , a partir de las 4 posibles combinaciones de valores de  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$ . Análogamente, para el nivel  $j=3$ :

$$\begin{aligned}
 j = 3 \quad E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = 000 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2(2(2n))] = d_{AT,j}[8n] \\
 E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = 001 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2(2(2n-1))] = d_{AT,j}[8n-4] \\
 E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = 010 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2(2(2n)-1)] = d_{AT,j}[8n-2] \\
 E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = 011 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2(2(2n-1)-1)] = d_{AT,j}[8n-6] \\
 E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = 100 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2(2(2n))-1] = d_{AT,j}[8n-1] \\
 E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = 101 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2(2(2n-1))-1] = d_{AT,j}[8n-5] \\
 E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = 110 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2(2(2n)-1)-1] = d_{AT,j}[8n-3] \\
 E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = 111 \quad d_{E_j,j}[n] &= d_{AT,j}[2(2(2n-1)-1)-1] = d_{AT,j}[8n-7]
 \end{aligned}$$

En definitiva, podemos concluir que para un determinado nivel  $j$ , los coeficientes  $d_{E_j,j}$  que proporciona el algoritmo de Mallat con diezmado- $\varepsilon$  corresponden a un diezmado por  $2^j$  de los coeficientes *à trous*, de manera que las  $2^j$  combinaciones

posibles  $E_j = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots \varepsilon_j$  de diezmados pares e impares proporcionan el conjunto completo de coeficientes *à trous* en ese nivel.

A modo de conclusión, en la figura 7.9 se muestran de manera gráfica los resultados obtenidos a lo largo de esta sección, considerando una secuencia ejemplo. La figura 7.9.a muestra los coeficientes UWT *à trous* para los niveles  $j=1$  y  $j=2$ . Las figuras 7.9.b-7.9.e muestran las diferentes subsecuencias diezmadas, que resultarían del algoritmo de Mallat con distintos desplazamientos- $k$  y diezmados- $\varepsilon$ . Para poder apreciar de manera más clara la equivalencia entre unos y otros, se han representado las subsecuencias coincidentes en el mismo color.



**Figura 7.9.** Equivalencia entre los coeficientes *à trous* y los coeficientes de Mallat con desplazamiento- $k$  o diezmado- $\varepsilon$ , para una secuencia ejemplo. (a) Conjunto de coeficientes *à trous* para los niveles  $j=1$  y  $j=2$ . (b)-(e) Subsecuencias resultantes del algoritmo de Mallat con respectivos desplazamientos  $k = 0, 1, 2, 3$ , o diezmados  $Ej = 00, 10, 01, 11$ .

## 7.4 Interpretación de la transformada *wavelet* no diezmada en términos de la continua

De acuerdo con la expresión (2.63) del capítulo 2, los coeficientes DWT corresponden a un muestreo de la transformada *wavelet* continua de la forma:

$$d_j[n] = \left\langle f(t), \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t-2^j n}{2^j}\right) \right\rangle \hat{=} CWT_f(2^j, 2^j n) \quad j, n \in Z \quad (7.7)$$

A continuación veremos que la UWT implementa un muestreo más fino, concretamente:

$$d_{AT,j}[n] = \left\langle f(t), \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t-n}{2^j}\right) \right\rangle = CWT_f(2^j, n) \quad j, n \in Z \quad (7.8)$$

Para ello partiremos de la ecuación (7.7), y nos serviremos de la implementación *cycle-spinning* que se vio en el apartado anterior.

Recordemos en primer lugar que la secuencia de entrada para el algoritmo DWT está relacionada con la función  $f(t)$  según la expresión (2.60) del capítulo 2:

$$a_0[n] = \langle \varphi(t-n), f(t) \rangle = \int_{t \in \mathbb{R}} \varphi(t-n) f(t) dt, \quad n \in Z \quad (7.9)$$

Introducir un desplazamiento  $k$  en la secuencia de entrada equivaldría a desplazar la función  $f(t)$  de la siguiente manera:

$$a_0[n-k] = \langle \varphi(t-n), f(t-k) \rangle \quad n, k \in Z \quad (7.10)$$

y entonces la ecuación (7.7) quedaría:

$$\begin{aligned} d_{k,j}[n] &= \left\langle f(t-k), \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t-2^j n}{2^j}\right) \right\rangle \\ &= \left\langle f(t), \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t-(2^j n-k)}{2^j}\right) \right\rangle \\ &= CWT_f(2^j, 2^j n-k) \quad j, n, k \in Z \end{aligned} \quad (7.11)$$

El muestreo sigue siendo en saltos de tamaño  $2^j$  como en (7.7), pero ahora el parámetro  $k$  permite introducir desplazamientos en incrementos unitarios, que *rellenan los huecos*.

Según el apartado anterior, los coeficientes *à trous* en el nivel  $j$  se obtendrían a partir del conjunto de desplazamientos  $k = 0, 1, 2, \dots, 2^j-1$ , en la implementación que denominábamos *cycle-spinning* [8]:

$$d_{AT,j} = d_{k,j}[n] \quad j, n \in Z, \quad k \in [0..2^j - 1] \quad (7.12)$$

Sustituyendo estos desplazamientos en la expresión (7.11), podemos comprobar que rellenarían la totalidad de huecos en el muestreo:

$$\begin{aligned} d_{AT,j} &= CWT_f(2^j, 2^j n - k) \quad j, n \in Z, \quad k \in [0..2^j - 1] \\ &= CWT_f(2^j, p) \quad j, p \in Z \end{aligned} \quad (7.13)$$

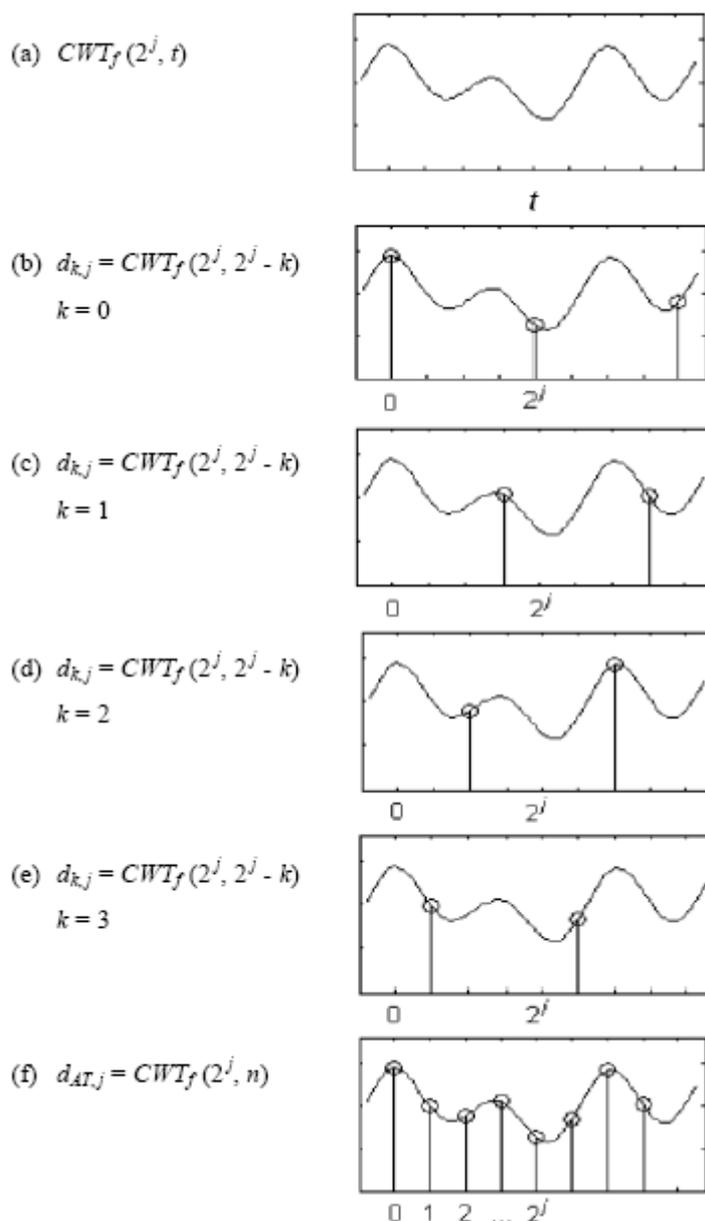
y así se llegaría al muestreo más fino que adelantábamos en la ecuación (7.8).

En la figura 7.10 se ha representado un ejemplo. La figura 7.10.a muestra una transformada *wavelet* continua en función del tiempo, para una escala  $s = 2^j$  siendo  $j=2$ . Las figuras 7.10.b-7.10.e representan el muestreo implementado por el algoritmo de Mallat para los distintos desplazamientos  $k = 0, 1, 2, 3$  de la secuencia de entrada. Se puede apreciar cómo los sucesivos desplazamientos van llenando los huecos en el muestreo de la transformada continua. La figura final 7.10.f representa el conjunto de coeficientes UWT, que incluiría todos los desplazamientos anteriores y así proporcionaría un muestreo en todos los enteros, tal como expresa la ecuación (7.13).

## 7.5 Implementación de la transformada inversa: el problema de la reconstrucción

Al estudiar los *frames* en las secciones anteriores se vio que, por tratarse de representaciones redundantes existen múltiples posibilidades para llevar a cabo la inversión  $U^{-1}$ . En el caso particular de la UWT, se puede apreciar claramente que cada una de las subsecuencias generadas por el algoritmo de Mallat para un cierto diezmado- $\varepsilon$ , o equivalentemente para un cierto desplazamiento  $k$  de la secuencia de entrada, permite una completa reconstrucción de la señal original. Cada una de ellas corresponde a una descomposición DWT en términos de una base distinta. Conforme a esta idea, se pueden proponer dos esquemas de reconstrucción fundamentales [9]. El primero, que denominaremos *average basis inverse*, consiste en invertir cada una de las subsecuencias y obtener el promediado. El segundo, conocido como *selected basis inverse*, consiste en seleccionar una de las subsecuencias e invertir a partir de ella.

Para los coeficientes de una UWT exacta, todas las subsecuencias proporcionarán la misma inversa, y el resultado después de promediar también será esa misma señal. Pero en problemas de regresión no paramétrica, como es el caso de la reducción de ruido, la inversión se aplica en realidad sobre una estimación de los coeficientes obtenida normalmente mediante algún tipo de procedimiento no lineal. Esta operación



**Figura 7.10.** Ejemplo del muestreo que realiza la transformada *wavelet* no diezmada UWT sobre la continua CWT. (a) Transformada CWT. (b)-(e) Muestreo implementado por el algoritmo de Mallat, donde los sucesivos desplazamientos  $k = 0, 1, 2, 3$  van llenando los huecos. (f) Coeficientes UWT, que incluirían todos los desplazamientos anteriores.

no lineal dará lugar a un conjunto de coeficientes que no corresponden realmente a la transformada redundante de ninguna señal, de manera que la inversión de las distintas subsecuencias proporcionará señales distintas. En este contexto, la elección de la inversa más adecuada pasa a formar parte del propio proceso de estimación.

En los siguientes capítulos, la transformada *wavelet* no diezmada se va a aplicar a nuestro problema de reducción de ruido en señales ultrasónicas. Se verá que el procesado no lineal que lleva a cabo la umbralización, permite obtener mejoras a partir de estos coeficientes redundantes con ambos tipos de reconstrucciones. En los capítulos 8 a 10 se adopta una reconstrucción de tipo promediado, o *average basis inverse*, y se comprueba que proporciona mejores resultados y mayor robustez en cuanto a reducción de ruido y recuperación de las trazas que el procesado DWT clásico. En el capítulo 11 se plantea la obtención de mejoras adicionales mediante una elección adecuada de la base a partir de la cual reconstruir, conforme a la segunda filosofía, *selected basis inverse*.



## Capítulo 8

# Procesado de trazas ultrasónicas utilizando *wavelets* no diezmadas

La aplicación de técnicas de umbralización en el dominio de la transformada *wavelet* se ha convertido en una alternativa muy interesante de cara a la reducción de ruido de grano ultrasónico [30-32]. En el capítulo 6 se comprobó que la umbralización *wavelet* proporciona unos buenos resultados con este tipo de ruido. Pero esta técnica aporta, además, un marco teórico básico a partir del cual se abren distintas posibilidades para mejorar el procesado. Una de las posibles mejoras consiste en el uso de representaciones redundantes [8-10].

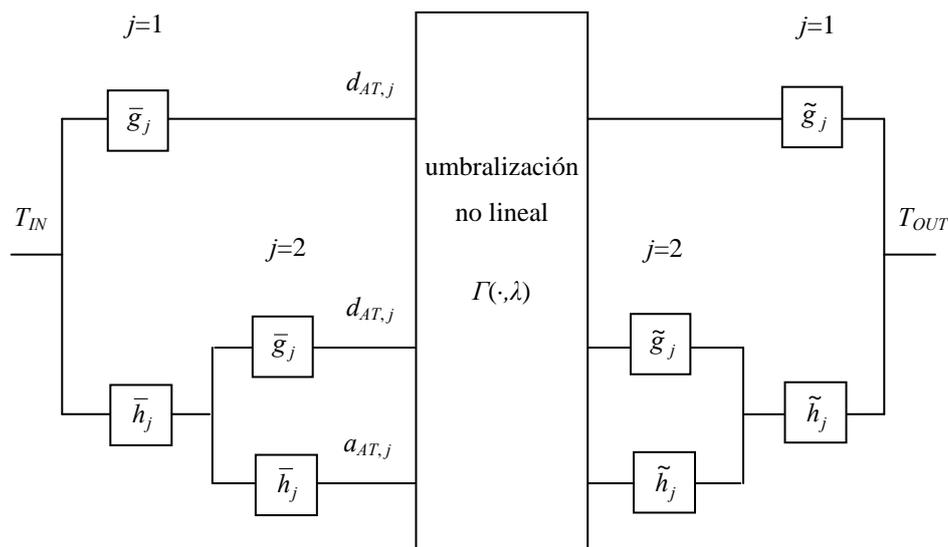
A lo largo del presente capítulo, se plantean los principios de la reducción de ruido basada en *wavelets* no diezmadas y se describe una implementación básica a partir del algoritmo *à trous*. Implementaciones de este tipo se pueden encontrar en algunos trabajos teóricos como [121, 122], y de manera más reciente en aplicaciones relacionadas fundamentalmente con el procesado de imágenes [123, 124]. En la bibliografía referente a ultrasonidos, el uso más destacado de este tipo de implementaciones se sitúa en el ámbito de la reducción de ruido en señales doppler utilizadas en diagnóstico médico [125-127].

En nuestro caso, el procesado *à trous* se va a aplicar a la reducción de ruido de grano en señales A-scan obtenidas por ecografía ultrasónica. A lo largo del capítulo se muestran los resultados para distintas trazas sintéticas y experimentales, y se comparan con el procesado DWT no redundante mostrado en el capítulo 6. En general se aprecia que el procesado *à trous* proporciona mejores resultados que el procesado DWT, tanto en términos de relación señal a ruido de las trazas como en fidelidad en la recuperación del pulso ultrasónico. A lo largo del capítulo se estudian las causas de las mejoras obtenidas para estas trazas. De este análisis se desprende que los buenos resultados se deben a la redundancia de la representación no diezmada, en combinación con el procesado no lineal que supone la umbralización.

## 8.1 Implementación del procesamiento UWT para reducción de ruido basado en el algoritmo *à trous*

En el capítulo anterior se presentaron distintos esquemas para la implementación de la transformada UWT directa e inversa. De cara a la aplicación de esta transformada a nuestro problema de reducción de ruido, consideraremos inicialmente la implementación más inmediata basada en el algoritmo *à trous*, cuyos esquemas de descomposición y reconstrucción se mostraron en la figura 7.2 del capítulo 7.

El diagrama de bloques de la umbralización UWT *à trous* se ha representado en la figura 8.1. Este esquema es similar al de la umbralización DWT tradicional, que se mostraba en la figura 6.1 del capítulo 6, pero sustituyendo el algoritmo de Mallat por el algoritmo *à trous* en las etapas que realizan la transformada directa e inversa. En cada nivel  $j$  el umbral se calcula a partir del conjunto de coeficientes UWT, y el valor obtenido se aplica a todos ellos. Observamos que se utiliza el nuevo método descrito en el capítulo 6, consistente en umbralizar también los coeficientes de baja frecuencia  $a_j$ . Para llevar a cabo la reconstrucción se emplea el esquema *à trous* inverso, que promedia las distintas subsecuencias conforme al principio *average basis inverse*.



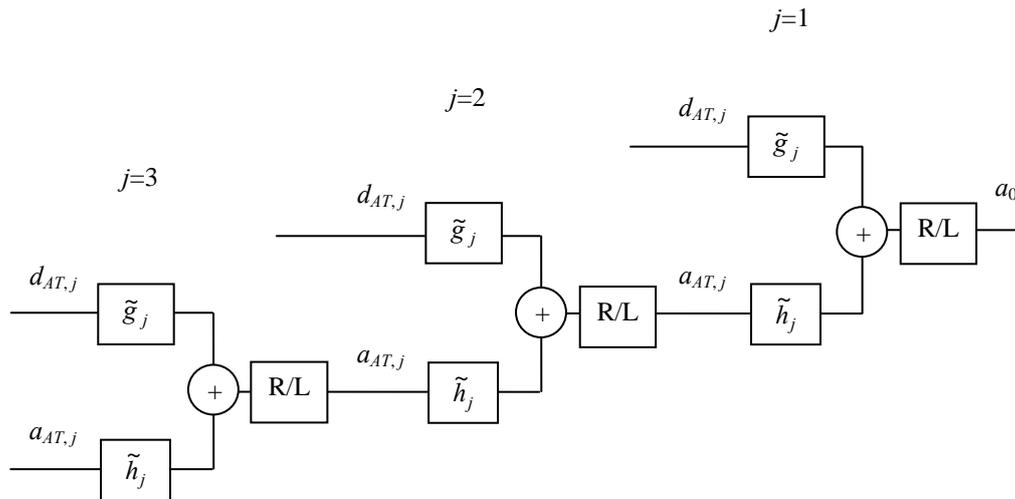
**Figura 8.1.** Esquema del procesamiento UWT *à trous* para reducción de ruido, con  $J=2$  niveles de descomposición *wavelet*.

La implementación de la transformada UWT mediante el algoritmo *à trous*, presenta una problemática similar a la que se describió en la sección 6.1 para el algoritmo de Mallat. Al trabajar con secuencias finitas, aparecen problemas de discontinuidades en los bordes y de alargamiento de las secuencias debido al filtrado. Por otro lado, los filtros reales introducen además un retardo que se va acumulando en las sucesivas etapas de descomposición-reconstrucción. Estos aspectos de implementación se han resuelto de manera similar a como se hizo en el caso del algoritmo de Mallat.

En primer lugar, el problema de las discontinuidades en los extremos a la hora de realizar la convolución se ha compensado introduciendo un cierto relleno (*padding*) a efectos del cálculo de los coeficientes próximos a los bordes. Los tipos de relleno implementados son los mismos que se consideraron en el caso del algoritmo de Mallat: relleno con ceros, relleno periódico, relleno simétrico, relleno con extrapolación constante y relleno con extrapolación lineal. Toda la descripción y observaciones recogidas en la sección 6.1.1 para el algoritmo de Mallat son aplicables también al caso del algoritmo *à trous*, con la única diferencia de que ahora la longitud de los filtros  $L_f$  va incrementándose en las sucesivas etapas de descomposición  $j$ , y por tanto también se ha de incrementar la longitud  $L_f - 1$  del relleno introducido en los extremos de las secuencias.

Por otro lado, para corregir los alargamientos y retardos que introduce el filtrado en la práctica, se ha modificando el esquema teórico de reconstrucción *à trous* de la manera que se muestra en la figura 8.2. Los bloques de compensación de retardos y alargamientos incluidos al final de cada etapa de descomposición-reconstrucción actuarían de manera similar a como se describe en la sección 6.1.4 para el caso del algoritmo de Mallat. La única diferencia sería que ahora el retardo 'extra' que hay que compensar al final de cada etapa no será  $L_d = L_f - 2$ , sino  $L_d = L_f - 1$  porque no hay adelanto de 1 muestra al no haber operaciones de diezmado-inserción de ceros, y que la longitud de los filtros  $L_f$  es ahora variable dependiendo de la profundidad de cada etapa  $j$ .

Una vez revisados los aspectos prácticos de implementación del algoritmo *à trous*, pasaremos a considerar los principales parámetros que intervienen en el procesado UWT para reducción de ruido representado en la figura 8.1. Estos parámetros son similares a los descritos en la sección 6.2 para el caso del procesado DWT. Se puede distinguir entre los parámetros que están en relación con la transformada, y los que están en relación con el procesado no lineal en el dominio transformado. Lo vemos a continuación.



**Figura 8.2.** Esquema del algoritmo de reconstrucción UWT *à trous*, incluyendo los bloques de compensación de retardos y alargamientos (R/L).

### 8.1.1 Parámetros ligados a la transformada

Los parámetros de procesamiento variables en relación con la transformada UWT son la *wavelet* madre, que define los filtros de análisis y síntesis  $\bar{H}$ ,  $\bar{G}$ ,  $\tilde{H}$  y  $\tilde{G}$ , el nivel máximo de descomposición  $J$ , y el tipo de tratamiento de bordes.

- **Wavelet madre**

Se han implementado las mismas familias *wavelet* que en el caso de la DWT: las *wavelets* de Daubechies (*dbN*), las *symlets* (*symN*) y las *coiflets* (*coifN*). Los detalles sobre estas familias se pueden consultar en el capítulo 6, sección 6.3.2.

- **Nivel máximo de descomposición J**

El parámetro  $J$  determina la profundidad que alcanza el proceso iterativo de descomposición / reconstrucción en la figura 8.1.

En el caso de la DWT, se vio que al diezmar por dos la secuencia en cada nivel, la profundidad máxima está limitada a un valor  $J$  tal que  $2^J \leq N$ , por tanto  $J_{max} = \log_2(N)$ , siendo  $N$  la longitud de la secuencia inicial. En el caso de la UWT, el algoritmo *à trous* no diezma la secuencia, pero sí duplica la longitud de los filtros en cada nivel. Por tanto la profundidad máxima, a partir de la cual los filtros empezarían a ser más

largos que la secuencia filtrada, presenta un límite del mismo orden que en el caso de la DWT:  $J_{max} = \log_2(N)$ , siendo  $N$  la longitud de la secuencia inicial.

Al igual que se vio para la DWT, en las aplicaciones de umbralización *wavelet* en general no se suele profundizar hasta el máximo  $J$  posible, sino que se va a tratar de buscar un valor intermedio, que proporcione una buena separación de la señal y el ruido sin incrementar excesivamente el coste del algoritmo.

#### ▪ **Tratamiento de bordes**

Para tratar los efectos de bordes se han implementado los mismos tipos de relleno que se consideraron en el caso de la DWT: relleno con ceros, relleno periódico, relleno simétrico, relleno con extrapolación constante y relleno con extrapolación lineal.

Según se observó en el capítulo 6, sección 6.1.1, la importancia del efecto de bordes depende de la longitud del filtro en relación a la longitud total de la secuencia. Por tanto en el caso del algoritmo *à trous*, su influencia irá creciendo con el aumento de la longitud de los filtros en las sucesivas etapas.

### **8.1.2 Parámetros ligados al procesado**

Los parámetros variables en relación con el procesado de los coeficientes en el dominio transformado, son también similares a los que se ya se comentaron en el capítulo 6 para la DWT. Por un lado está el tipo de operación no lineal, siendo las más habituales las umbralizaciones *soft* y *hard*. Por otro lado está la elección del umbral, donde destacan las reglas Universal, Minimax y SURE.

#### ▪ **Tipos de umbralización**

Los tipos de umbralización implementados son los clásicos *hard* y *soft thresholding*, que ya se consideraron para la DWT, y que en este caso se van a aplicar sobre los coeficientes UWT obtenidos mediante el algoritmo *à trous*.

#### ▪ **Reglas para la selección de los umbrales**

Se consideran las reglas de selección básicas propuestas por Donoho y Johnstone: Universal, Minimax y SURE. Son las mismas que se implementaron en el caso DWT, con la diferencia de que ahora los umbrales se calculan a partir de los coeficientes UWT en cada escala, obtenidos mediante el algoritmo *à trous*:

- Universal:  $\lambda_j^U = \hat{\sigma}_j \sqrt{2 \ln N}$
- Minimax:  $\lambda_j^{Mm} = \hat{\sigma}_j \lambda_N^*$
- SURE:  $\lambda_j^S = \hat{\sigma}_j \lambda^S \left( \frac{w_{AT,j,k}}{\hat{\sigma}_j} \right)$  donde  $\lambda^S(\cdot)$  viene dado por (6.14).

Los niveles de ruido  $\hat{\sigma}_j$  en las expresiones anteriores, se calculan también a partir de los coeficientes no diezmados, utilizando un estimador análogo al que se definió en la expresión (6.16):

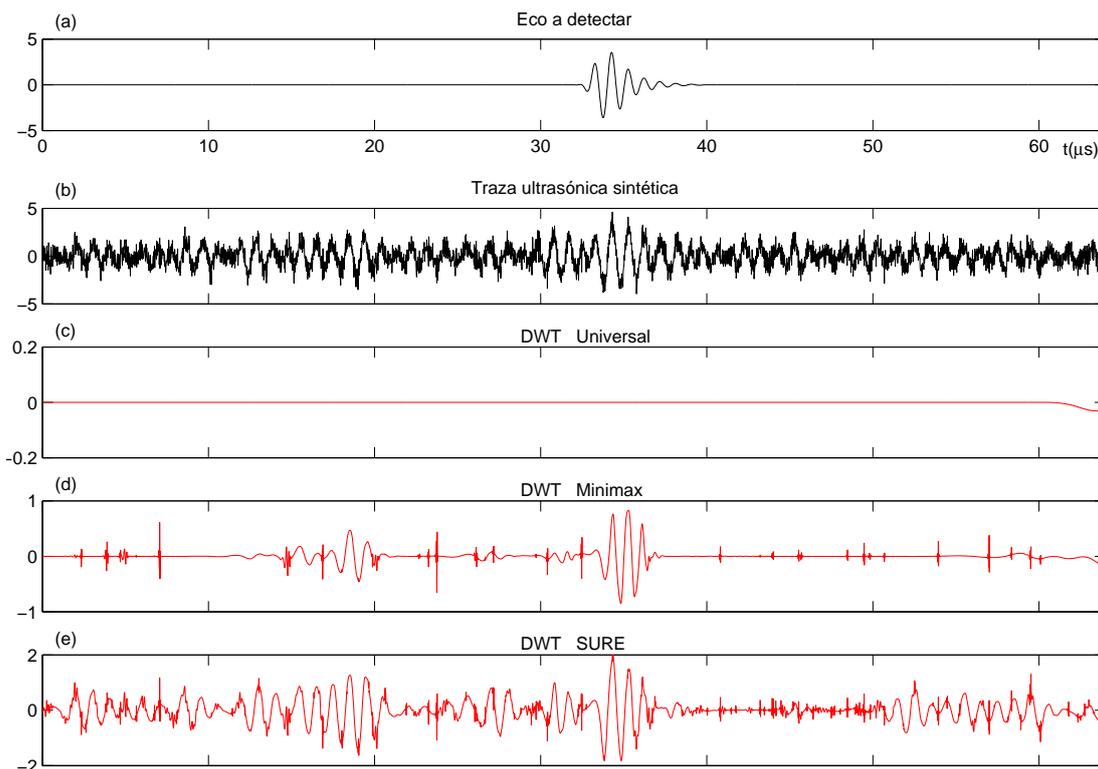
$$\hat{\sigma}_j = \frac{\text{mediana} \left( |w_{AT,j,k}| \mid k = 0, 1, \dots \right)}{0.6745} \quad (8.1)$$

## 8.2 Análisis del procesado UWT à trous de una traza ultrasónica sintética

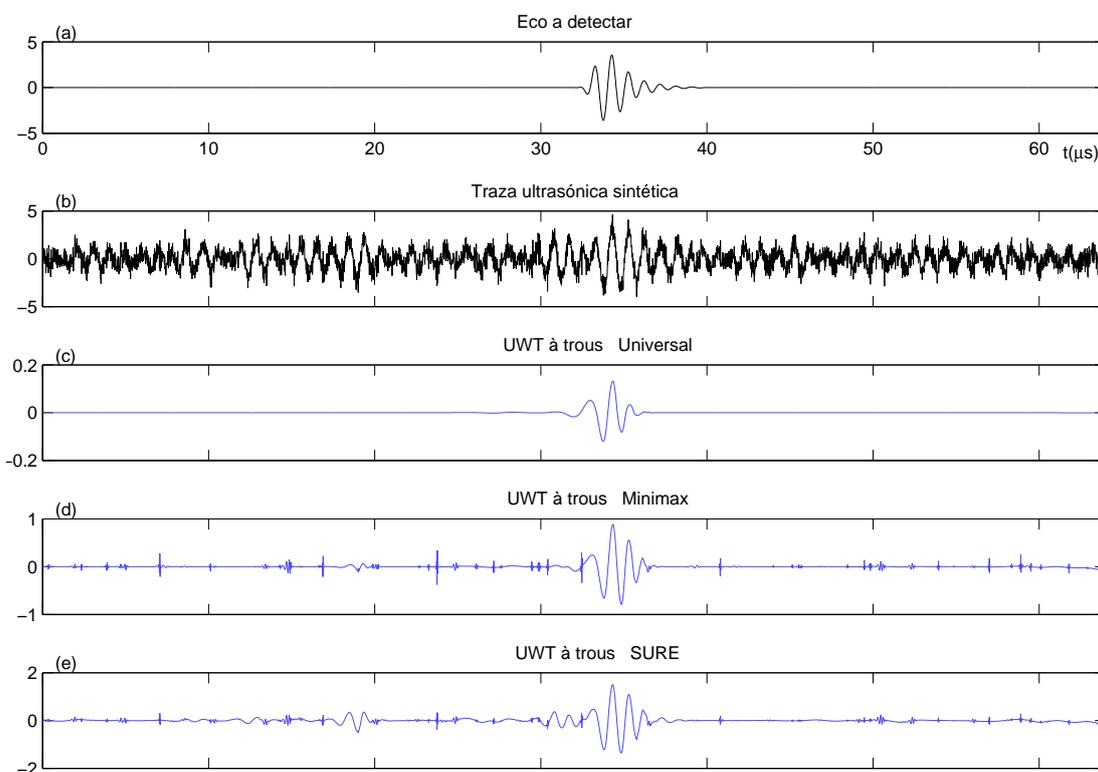
A continuación se aplica el procesado no diezmado descrito, basado en la implementación à trous, a la misma traza ultrasónica sintética que se consideró como ejemplo en el capítulo 6 para el estudio del procesado DWT tradicional. Como parámetros de la transformada, se han tomado los mismos que se escogieron en aquel momento: la *db6* como *wavelet* madre, relleno con ceros para el tratamiento de bordes, y  $J=7$  como nivel máximo de la descomposición. Para la umbralización se utiliza *soft thresholding*, y se aplica también a los coeficientes de baja frecuencia  $a_J$ . La selección de los umbrales se lleva a cabo a partir de las tres reglas básicas, Universal, Minimax y SURE, considerando umbrales dependientes del nivel.

Con el fin de facilitar la comparación, la figura 8.3 reproduce el procesado DWT de esta traza, que se mostraban en el capítulo 6, figura 6.23, mientras que los nuevos resultados obtenidos con el procesado à trous se muestran en la figura 8.4. Se aprecia una clara mejora visual en las trazas que resultan del procesado no diezmado. Esta mejora es muy evidente en el caso del umbral Universal, donde el procesado à trous consigue recuperar el pulso que el procesado DWT eliminaba completamente. En las figuras también se observa una importante reducción del ruido en las trazas Minimax y SURE para el procesado à trous, respecto al caso DWT.

Las mejoras anteriores se pueden apreciar en términos de los parámetros de calidad *SNR* y *MSE*, que se presentan en las tablas 8.1 y 8.2. La tabla 8.1 muestra que la relación señal a ruido aumenta en todos los casos, al pasar del procesado DWT al procesado à trous. Para el umbral Universal, se ha pasado de la eliminación total de la traza, a una *SNR* de 9.17. En el caso Minimax, el valor de *SNR* se ha incrementado de



**Figura 8.3.** Procesado DWT de una traza ultrasónica sintética. (a) Eco a detectar. (b) Traza ultrasónica sintética. (c)–(e) Procesado DWT con umbrales respectivos Universal, Minimax y SURE.



**Figura 8.4.** Procesado UWT *à trous* de una traza ultrasónica sintética. (a) Eco a detectar. (b) Traza ultrasónica sintética. (c)–(e) Procesado UWT *à trous* con umbrales respectivos Universal, Minimax y SURE.

<b>SNR</b>		<b>Universal</b>	<b>Minimax</b>	<b>SURE</b>
4.22	<b>DWT</b>	0.00	6.85	4.73
	<b>UWT <i>à trous</i></b>	9.17	8.68	7.77

**Tabla 8.1.** Valores de *SNR* para las trazas resultantes de los procesados DWT y UWT *à trous* mostrados en las figuras 8.3 y 8.4.

<b>MSE (<math>\times 10^{-3}</math>)</b>		<b>Universal</b>	<b>Minimax</b>	<b>SURE</b>
52.89	<b>DWT</b>	1054.88	32.68	24.53
	<b>UWT <i>à trous</i></b>	18.64	12.65	12.37

**Tabla 8.2.** Valores de *MSE* para las trazas resultantes de los procesados DWT y UWT *à trous* mostrados en las figuras 8.3 y 8.4.

6.85 a 8.68. Para el umbral SURE, se aprecia un incremento del valor de *SNR* de 4.73 a 7.77. En cuanto a la recuperación del pulso, la tabla 8.2 muestra también mejoras para el procesado *à trous* respecto al procesado DWT. Así, el error *MSE* se reduce de  $1054.88 \cdot 10^{-3}$  a  $18.64 \cdot 10^{-3}$  en el caso del umbral Universal, de  $32.68 \cdot 10^{-3}$  a  $12.65 \cdot 10^{-3}$  para el umbral Minimax, y de  $24.53 \cdot 10^{-3}$  a  $12.37 \cdot 10^{-3}$  para el umbral SURE.

A la hora de analizar los posibles motivos de estas mejoras, hay que tener en cuenta que las diferencias entre ambos algoritmos se centran en dos aspectos:

1. los valores de los umbrales aplicados
2. la redundancia de los coeficientes *à trous*, frente al muestreo crítico de los coeficientes DWT.

Vamos a considerar en primer lugar los valores de los umbrales. Éstos se muestran en la tabla 8.3, similar a la tabla 6.1 del capítulo 6, para el procesado DWT, y en la tabla 8.4 para el procesado *à trous*. La tendencia es la misma que ya se observó en el capítulo 6. Los valores más altos se dan para el umbral Universal, seguido del Minimax y finalmente el SURE. Asimismo, los umbrales máximos en todos los casos se localizan en los niveles  $j=5$  y  $j=6$ , que son los que concentran la mayor parte de la energía de la traza. Comparando las tablas 8.3 y 8.4, no se observan variaciones importantes entre los umbrales de uno y otro procesado. Únicamente en el nivel  $j=6$  se aprecia un incremento significativo de los umbrales *à trous*, pero vamos a ver que lo

	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$
<b>Universal:</b> $\lambda_j^U$	2.55	2.82	2.60	3.14	13.79	10.56	1.75
<b>Minimax:</b> $\lambda_j^{Mm}$	1.62	1.79	1.65	1.99	8.75	6.70	1.11
<b>SURE:</b> $\lambda_j^S$	1.17	1.70	0.89	1.88	5.56	1.52	0.52

**Tabla 8.3.** Valores de los umbrales para el procesado DWT mostrado en la figura 8.3.

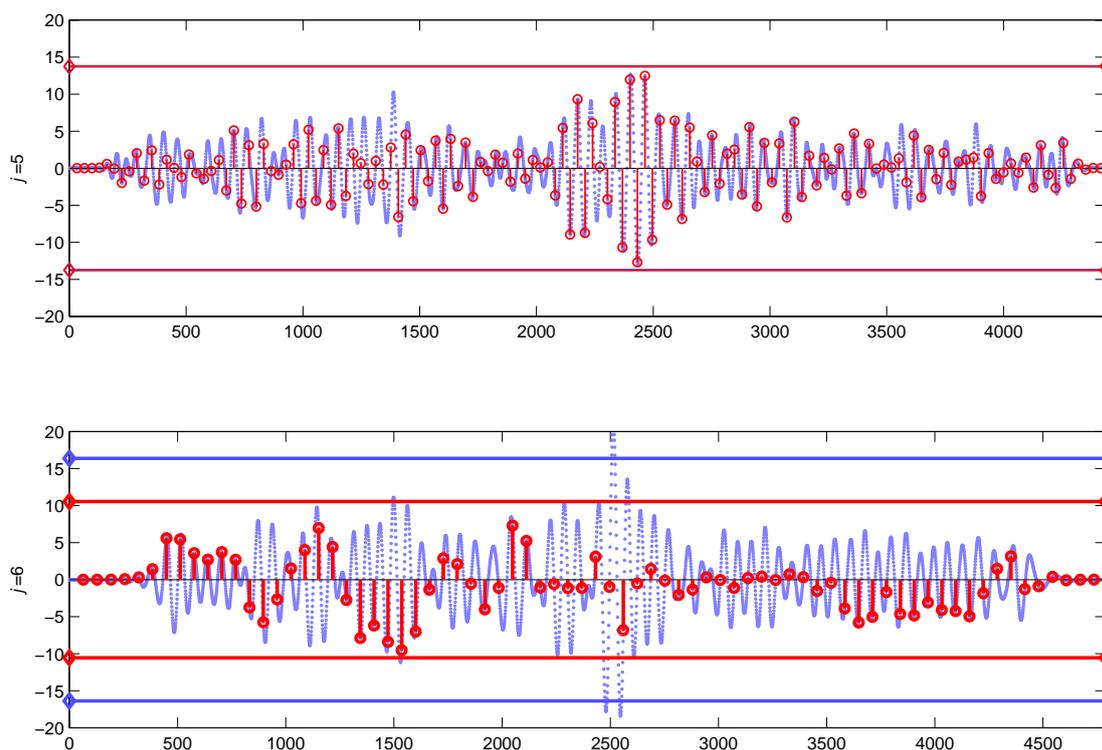
	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$
<b>Universal:</b> $\lambda_j^U$	2.63	2.69	2.51	2.80	13.64	16.38	1.70
<b>Minimax:</b> $\lambda_j^{Mm}$	1.67	1.71	1.59	1.78	8.66	10.39	1.08
<b>SURE:</b> $\lambda_j^S$	1.68	1.76	1.24	2.30	6.87	6.64	0.46

**Tabla 8.4.** Valores de los umbrales para el procesado UWT *à trous* mostrado en la figura 8.4.

que provoca las mejoras para el procesado *à trous* no es esto, sino la redundancia de los coeficientes no diezmados.

El efecto de la redundancia se ilustra en la figura 8.5. En ella se han representado los coeficientes DWT y los coeficientes UWT *à trous* para la traza sintética que se está analizando, en sus niveles más significativos  $j=5$  y  $j=6$ . Se puede ver que los coeficientes DWT corresponden a un submuestreo de los coeficientes UWT. Éstos últimos son redundantes desde el punto de vista de un procesado lineal. Sin embargo con procesados no lineales, como es la umbralización, el muestreo más denso de los coeficientes UWT puede proporcionar mejoras, como se comprueba a continuación.

Para estudiar el efecto de la redundancia se va a considerar el umbral Universal, que da lugar a las trazas procesadas que se mostraban en las figuras 8.3.c y 8.4.c. Los umbrales correspondientes, obtenidos según la regla Universal, se han representado mediante líneas horizontales en la figura 8.5 para los niveles más significativos  $j=5$  y  $j=6$ . La gráfica superior muestra que, en el nivel  $j=5$ , los umbrales para los coeficientes DWT y UWT *à trous* son muy similares. Según las tablas 8.3 y 8.4, sus valores son de 13.79 y 13.64 respectivamente. Estos umbrales resultan muy elevados, de manera que ninguno de los coeficientes DWT, en rojo, y ninguno de los



**Figura 8.5.** Coeficientes DWT (en rojo) y UWT *à trous* (en azul) para los procesados de las figuras 8.3 y 8.4, en los niveles más significativos  $j = 5, 6$ . Las líneas horizontales representan el umbral Universal que se aplica en cada nivel según el tipo de coeficientes (rojo para los coeficientes DWT y azul para los coeficientes UWT *à trous*).

coeficientes UWT, en azul, alcanza a superarlos. La gráfica inferior de la figura 8.5 muestra el nivel  $j=6$ . En este caso existe una mayor diferencia entre los umbrales DWT y UWT *à trous*, que presentan unos valores de 10.56 y 16.38 respectivamente según las tablas 8.3 y 8.4. En la figura se observa que ninguno de los coeficientes DWT consigue superar su umbral, en color rojo. En cambio, algunos de los coeficientes UWT sí que logran superar el umbral azul, a pesar de que éste es más elevado. Esto ocurre porque el muestreo redundante de los coeficientes UWT, al ser más denso, conserva mejor los máximos, como se aprecia en la figura, y algunos de ellos consiguen superar el umbral. Por contra el muestreo DWT no redundante es más espaciado, y las muestras pueden no coincidir con los máximos de la transformada en la zona del pulso, como ocurre en este caso. Entonces la umbralización de los coeficientes DWT no logra recuperar el pulso.

Las observaciones anteriores explican las trazas obtenidas utilizando el umbral Universal en las figuras 8.3.c y 8.4.c. En el caso del procesado DWT, se ha visto que éste no es capaz de recuperar el pulso, ya que no retiene ninguno de los coeficientes

en los niveles principales  $j=5$  y  $j=6$ . Como consecuencia, el resultado en la figura 8.3.c muestra una señal totalmente nula. En cambio el procesado *à trous* sí que consigue recuperar parte del pulso, gracias al muestreo más denso de sus coeficientes. Como resultado en la figura 8.4.c se aprecia una señal en la que se ha conseguido eliminar prácticamente el ruido, y se mantiene el pulso deseado con menor amplitud que el original, pero claramente visible.

Este efecto de la redundancia que se ha analizado aquí para el umbral Universal, se va a dar análogamente para los otros umbrales, y de ahí las mejoras que se observan en todos los casos, en la figura 8.4 y en las tablas 8.1 y 8.2, para el procesado UWT *à trous*.

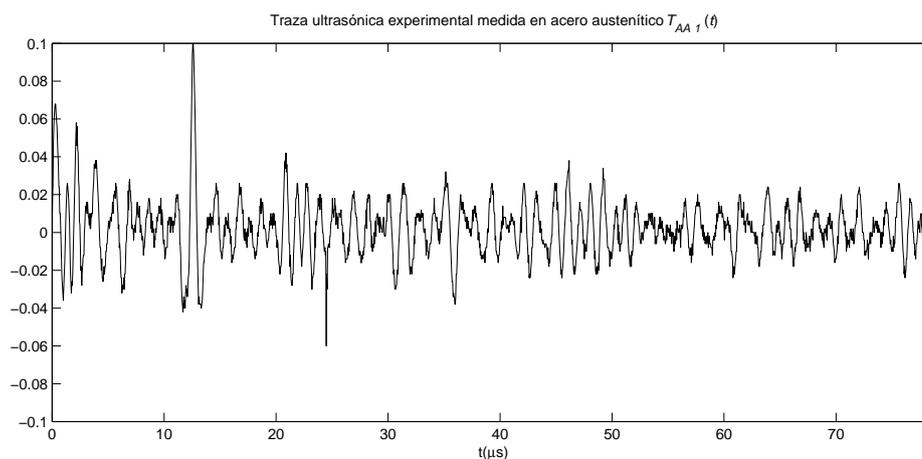
### 8.3 Resultados en el procesado UWT *à trous* de trazas ultrasónicas experimentales

A continuación se aplica el nuevo procesado UWT *à trous*, a las trazas ultrasónicas experimentales adquiridas en el capítulo 5. Los resultados se van a comparar con los que se obtuvieron para el procesado DWT de estas trazas en la sección 6.5 del capítulo 6. Como parámetros de la transformada, se han tomado los mismos que se escogieron en aquel momento y que se vienen utilizando a lo largo de toda la tesis: la *db6* como *wavelet* madre, relleno con ceros para el tratamiento de bordes,  $J=7$  como nivel máximo de la descomposición, y umbralización *soft thresholding* aplicada también a los coeficientes de baja frecuencia  $a_j$ . La selección de los umbrales se lleva a cabo a partir de las tres reglas básicas, Universal, Minimax y SURE, considerando umbrales dependientes del nivel.

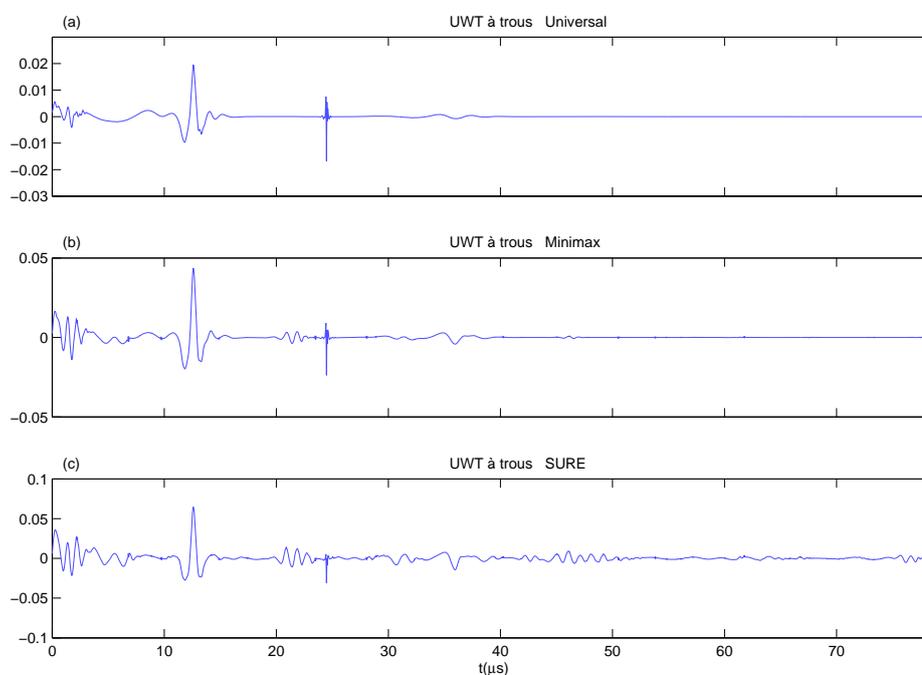
#### 8.3.1 Trazas ultrasónicas adquiridas en acero austenítico

La figura 8.6 muestra la traza  $T_{AA}(t)$  adquirida en el bloque de acero austenítico, que según se veía en los capítulos 5 y 6 contiene el eco de un defecto en 10-15  $\mu\text{s}$ . Los resultados del procesado UWT *à trous* de esta traza se muestran en la figura 8.7. En ella se aprecia una reducción importante del ruido, que se confirma por los valores de *SNR* presentados en la tabla 8.5. Estos valores muestran un incremento de la relación señal a ruido de un valor inicial de 6.55, a unos valores después del procesado *à trous* de 11.83 para el umbral Universal, 11.48 para el Minimax y 9.74 para el SURE.

La tabla 8.5 muestra también los valores de *SNR* que se obtenían con el procesado DWT de esta misma traza. Comparando ambos observamos que, en el caso SURE, el



**Figura 8.6.** Traza  $T_{AA}(t)$  medida en la probeta de acero austenítico.



**Figura 8.7.** Procesado UWT à trous de la traza  $T_{AA}(t)$  medida en la probeta de acero austenítico. (a) Umbral Universal. (b) Umbral Minimax. (c) Umbral SURE.

<b>SNR</b>		<b>Universal</b>	<b>Minimax</b>	<b>SURE</b>
<b>SNR inicial</b> 6.55	<b>DWT</b>	14.35	12.87	9.35
	<b>UWT à trous</b>	11.83	11.48	9.74

**Tabla 8.5.** Comparativa entre los valores de  $SNR$  obtenidos con los procesados DWT y UWT à trous, para la traza medida en acero austenítico  $T_{AA}(t)$ .

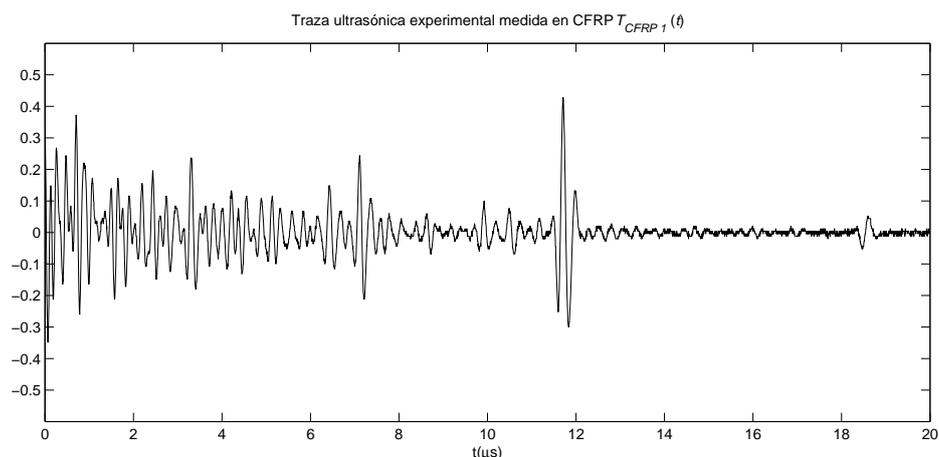
procesado UWT *à trous* consigue un incremento de la *SNR* de 9.35 a 9.74 respecto al procesado DWT. Sin embargo para los umbrales Universal y Minimax, a pesar de obtener unas buenas *SNR* de 11.83 y 11.48 respectivamente, el procesado *à trous* no llega a alcanzar los elevados valores de 14.35 y 12.87 que consigue el procesado DWT. La explicación a este comportamiento la encontraremos en el capítulo 11, donde se verá que esta traza corresponde a un caso especial. En concreto, para esta traza en particular, el procesado DWT corresponde al caso que denominamos *best basis*. Éste proporciona la *SNR* óptima de entre todas las posibles reconstrucciones basadas en los coeficientes UWT, de las cuales sin embargo el procesado *à trous* constituye un promediado.

A pesar de que en este caso el procesado DWT coincide casualmente con la solución óptima desde el punto de vista de *SNR*, vamos a ver que en la recuperación del pulso el procesado UWT *à trous* sigue siendo superior. Al tratarse de una traza experimental no es posible la evaluación del error *MSE*, por lo que estudiaremos la distorsión observando las trazas resultantes. Para ello vamos a comparar la figura 8.7, que muestra los resultados del procesado *à trous*, con la figura 6.31 del capítulo 6 que mostraba los resultados análogos para el procesado DWT. Con una reducción importante del ruido en ambos casos, comprobamos que el procesado UWT *à trous* proporciona unas señales más suavizadas, con menos picos y saltos bruscos que el procesado DWT. Esto se aprecia muy claramente en el pulso recuperado, cuya forma se reproduce con mayor fidelidad en el caso *à trous* que en el caso DWT, especialmente cuando se utilizan los umbrales Universal y Minimax.

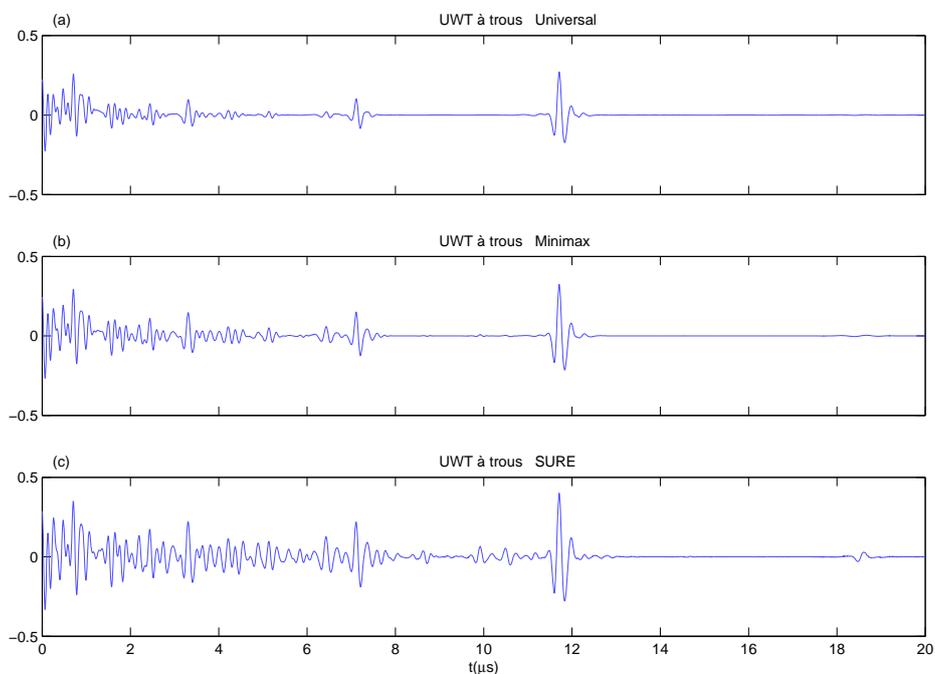
### 8.3.2 Trazas ultrasónicas adquiridas en material compuesto CFRP

En esta sección aplicaremos el procesado UWT *à trous* a las trazas ultrasónicas experimentales adquiridas en la probeta de CFRP. De nuevo consideraremos las dos trazas que se presentaron como ejemplo en el capítulo 5. La primera de ellas,  $T_{CFRP\ 1}(t)$ , se ha representado en la figura 8.8, mientras que los resultados de su procesado *à trous* se muestran en la figura 8.9. Se puede observar una clara reducción del ruido para las trazas procesadas, que en este caso resultan bastante similares a las que se obtenían con el método DWT en la figura 6.33 del capítulo 6.

La tabla 8.6 muestra los valores de *SNR* para estas trazas, los cuales confirman que la mejora por el procesado *à trous* es muy leve en este caso. Tan sólo se observan unos pequeños incrementos de *SNR* para los umbrales Universal y Minimax, que pasan respectivamente de 7.94 a 8.00 y de 7.45 a 7.50, mientras que para el umbral SURE el valor de *SNR* disminuye ligeramente, de 6.56 a 6.49.



**Figura 8.8.** Traza  $T_{CFRP_1}(t)$  medida en la probeta de CFRP.



**Figura 8.9.** Procesado UWT à trous de la traza  $T_{CFRP_1}(t)$  medida en la probeta de CFRP. (a) Umbral Universal. (b) Umbral Minimax. (c) Umbral SURE.

<b>SNR</b>		<b>Universal</b>	<b>Minimax</b>	<b>SURE</b>
<b>SNR inicial</b> 6.28	<b>DWT</b>	7.94	7.45	6.56
	<b>UWT à trous</b>	8.00	7.50	6.49

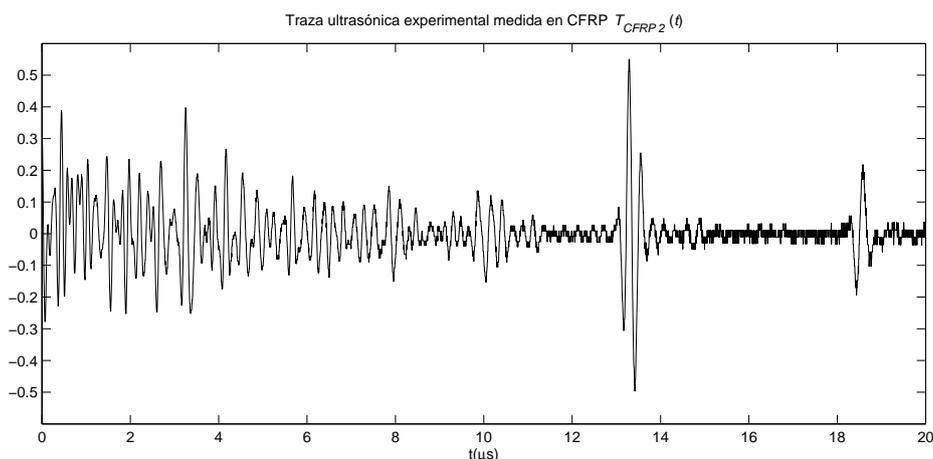
**Tabla 8.6.** Comparativa entre los valores de  $SNR$  obtenidos con los procesados DWT y UWT à trous, para la traza medida en la probeta de CFRP,  $T_{CFRP_1}(t)$ .

Los resultados anteriores indican que, en este caso, el procesado *à trous* no consigue prácticamente mejoras sobre el procesado DWT. Observando las respectivas trazas en las figuras 6.33 y 8.9 comprobamos que, para ambos métodos, la mayor parte del ruido que permanece después del procesado lo está aportando el inicio de la señal, con un nivel similar al del eco deseado que se encuentra en la parte final. La atenuación con la distancia, muy importante en este tipo de material, da lugar a un comportamiento no uniforme de la señal con el tiempo. Debido a que los umbrales son uniformes en el tiempo, se conserva más ruido al inicio de la señal y éste pasa a ser el efecto dominante. En el caso del procesado *à trous*, este ruido enmascara las otras mejoras que se pudieran obtener por el uso de los coeficientes no diezmados UWT, y por ello los resultados finales en cuanto a *SNR* son muy similares a los que se obtienen con el procesado DWT básico.

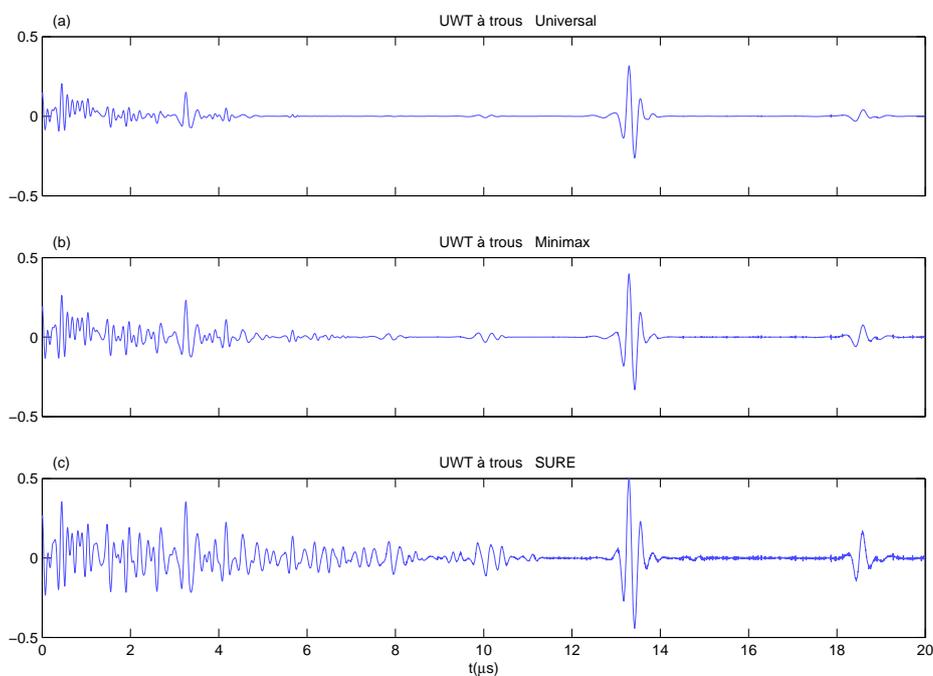
En el caso de la segunda traza medida en la probeta de CFRP,  $T_{CFRP2}(t)$ , vimos en su momento que se ha tratado de compensar el problema de la atenuación con la distancia aplicando una corrección DAC (*Distance Amplitude Correction*) [26]. La traza se muestra en la figura 8.10, donde podemos comprobar cómo se ha realizado la parte final de la señal. El inconveniente de este método es que, a la vez que se realiza la señal deseada, se realiza también el ruido, con lo cual las mejoras que se consiguen no son muy grandes. Sin embargo, dado que proporciona unas señales con un comportamiento más uniforme en el tiempo, esta técnica va a constituir un mejor punto de partida para la aplicación posterior de los algoritmos basados en *wavelets*, y en particular del procesado *à trous*.

Lo comprobamos a continuación para la traza  $T_{CFRP2}(t)$ . Al aplicarle el procesado *à trous* se obtienen los resultados que se muestran en la figura 8.11. Las trazas procesadas presentan una clara reducción del ruido respecto a la señal inicial. Además en todos los casos se consigue una recuperación bastante fiel del eco original, un poco mejor que la que se obtenía con el procesado DWT en la figura 6.35 del capítulo 6, donde los ecos resultaban algo ensanchados especialmente en los casos Universal y Minimax.

La tabla 8.7 muestra los valores de *SNR* para las trazas anteriores. En ella se aprecia una evidente mejora del procesado *à trous* respecto al DWT, que se refleja en unos incrementos de *SNR* de 7.26 a 9.38 para el umbral Universal, de 7.17 a 8.57 para el Minimax y de 6.58 a 6.85 para el SURE. Comprobamos así que un método tradicional en ultrasonidos como es la ganancia de compensación temporal, junto con técnicas de procesado más sofisticadas como es la umbralización *wavelet* y en particular el método UWT *à trous* que proponemos aquí, pueden complementarse proporcionando mejoras significativas en los resultados finales.



**Figura 8.10.** Traza  $T_{CFRP2}(t)$  medida en la probeta de CFRP.



**Figura 8.11.** Procesado UWT *à trous* de la traza  $T_{CFRP2}(t)$  medida en la probeta de CFRP. (a) Umbral Universal. (b) Umbral Minimax. (c) Umbral SURE.

<b>SNR</b>		<b>Universal</b>	<b>Minimax</b>	<b>SURE</b>
<b>SNR inicial</b> 6.30	<b>DWT</b>	7.26	7.17	6.58
	<b>UWT <i>à trous</i></b>	9.38	8.57	6.85

**Tabla 8.8.** Comparativa entre los valores de *SNR* obtenidos con los procesados DWT y UWT *à trous*, para la traza medida en la probeta de CFRP,  $T_{CFRP2}(t)$ .

## Capítulo 9

# Estudio comparativo y análisis de la influencia de los parámetros básicos de procesado

Hasta el momento en los capítulos anteriores se han presentado distintos algoritmos para la reducción de ruido de grano utilizando *wavelets*, y se ha analizado su comportamiento sobre una serie de trazas ultrasónicas individuales, tanto sintéticas como experimentales. En el presente capítulo se va a tratar de generalizar este análisis, planteando un estudio estadístico basado en un conjunto significativo de trazas, de origen igualmente sintético y experimental.

Con esta finalidad se han generado, por un lado, diferentes conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas según el procedimiento descrito en la sección 4.4 del capítulo 4, y por otro lado, diferentes conjuntos de trazas compuestas con ruido de grano experimental según el procedimiento descrito en la sección 5.2 del capítulo 5. La ventaja de todas estas trazas es que permiten controlar y variar a demanda las condiciones señal a ruido iniciales sobre las que se lleva a cabo el procesado.

En este contexto, para cada conjunto de trazas con unas condiciones similares de señal a ruido inicial, se han analizado el valor medio y la desviación estándar de los parámetros de calidad *SNR* y *MSE*. El valor medio indica la tendencia global en cuanto a reducción de ruido y calidad del pulso recuperado en cada conjunto de trazas, mientras que la desviación estándar da idea de la dispersión de los comportamientos individuales respecto a la media, y por tanto de la robustez de los resultados.

A lo largo del capítulo se presenta de manera detallada este estudio. Como conclusión principal podemos adelantar aquí que, para la amplia muestra de señales típicas de END por ultrasonidos de origen sintético y experimental consideradas, el procesado UWT proporciona en general una mayor calidad media y una mayor robustez en cuanto a relación señal a ruido y recuperación del pulso que los

procesados basados en la transformada discreta DWT. Con ello se confirman las tendencias que se venían observando para las trazas individuales en los capítulos anteriores.

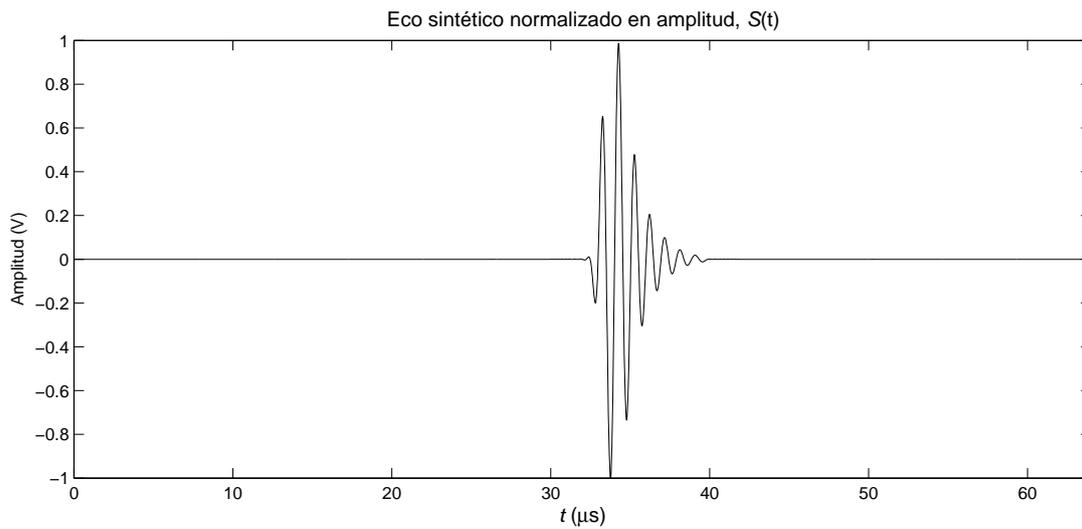
## 9.1 Estudio basado en trazas ultrasónicas sintéticas

En esta sección se va a presentar un estudio estadístico de los distintos algoritmos de reducción de ruido de grano descritos, al aplicarlos sobre un conjunto significativo de trazas ultrasónicas sintéticas. Para ello, se han generado 500 registros de ruido de grano ultrasónico, conforme al modelo definido por las ecuaciones (4.21-4.23) del capítulo 4. A estos registros se ha sumado el eco de un defecto obtenido según las expresiones (4.24-4.25).

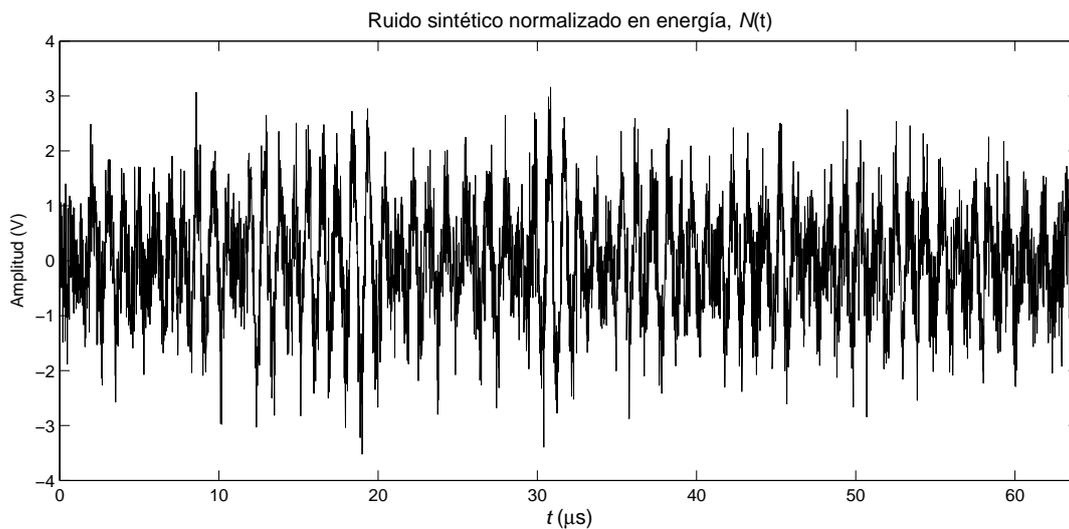
Los parámetros para la generación de las señales anteriores a partir de las ecuaciones (4.21-4.25) se definieron en el capítulo 4: la frecuencia de muestreo es  $f_s=64 \cdot 10^6$  muestras/s, el parámetro de atenuación es  $\alpha_0 = 1.8 \cdot 10^{-26} \text{ s}^4$  y la longitud de los registros es de 4096 puntos. Las características del transductor ultrasónico se asumen las mismas que en [105, 106]. Con estos parámetros se obtiene la señal  $S(t)$  que se mostraba en la figura 4.9, y que se ha reproducido aquí en la figura 9.1. Esta señal representa el eco de un defecto y se va a sumar a los diferentes registros de ruido generados. Como ejemplo de uno de estos registros de ruido, la figura 9.2 muestra el mismo que se vio en el capítulo 4 y que se ha utilizado para generar las trazas ultrasónicas sintéticas procesadas en los capítulos 6 y 8. Estos registros de ruido, que denominaremos  $N_i(t)$   $i = 1, 2, \dots, 500$ , se encuentran normalizados en potencia.

Según se describe en la ecuación (4.26), sumando el eco del defecto  $S(t)$  con una cierta amplitud  $A$ , a los registros de ruido sintético  $N_i(t)$   $i = 1, 2, \dots, 500$ , se puede generar un conjunto de 500 trazas ultrasónicas sintéticas con unas condiciones similares de ruido inicial. Para el estudio llevado a cabo aquí, se han considerado 9 valores de amplitud:  $A = 2.0, 2.4, 2.6, 3.2, 3.6, 4.0, 4.4, 4.6$  y  $6.0$ , a partir de los cuales se han generado 9 conjuntos de 500 trazas ultrasónicas sintéticas.

El comportamiento de los distintos algoritmos de reducción de ruido se ha analizado a partir de estadísticos descriptivos, basados en los dos parámetros de calidad definidos en el capítulo 6: por un lado la relación  $SNR$  dada por la ecuación (6.25), que proporciona una medida de la calidad señal a ruido global, y por otro lado el error  $MSE$  definido según la expresión (6.26), que da idea de la fidelidad en la recuperación del pulso deseado. Para cada uno de los conjuntos de 500 trazas con una misma amplitud del pulso insertado  $A$ , y por tanto unas condiciones similares de ruido



**Figura 9.1.** Señal de eco sintética  $S(t)$  normalizada en amplitud.



**Figura 9.2.** Registro de ruido sintético  $N(t)$  normalizado en energía.

inicial, se calcula el valor medio y la desviación estándar de los parámetros de calidad  $SNR$  y  $MSE$ . Los valores medios indican la tendencia global en cuanto a reducción de ruido y calidad del pulso recuperado en cada conjunto de trazas, mientras que la desviación estándar da idea de la dispersión de los comportamientos individuales respecto a la media, y por tanto de la robustez de los resultados.

Los parámetros de procesado que se aplican son los mismos que se utilizaron en los capítulos 6 y 8 para las trazas ultrasónicas individuales: la  $db6$  como *wavelet*

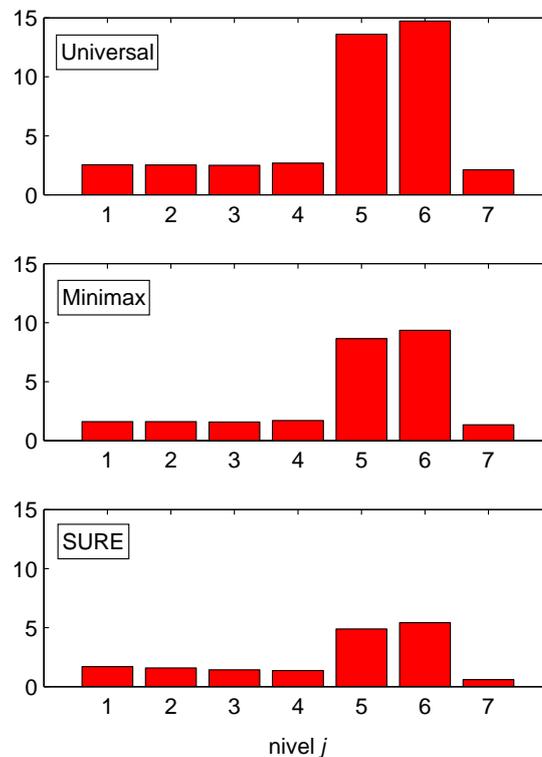
madre, relleno con ceros para el tratamiento de bordes,  $J=7$  como nivel máximo de la descomposición, y umbralización *soft* dependiente del nivel, con las tres reglas básicas Universal, Minimax y SURE para la selección de los umbrales.

Los resultados se presentan a continuación. En primer lugar se estudia el comportamiento del procesado DWT básico. Después se analizan las mejoras sobre este procesado básico, que se obtienen por un lado con la umbralización de los coeficientes de baja frecuencia  $a_J$  para esta aplicación particular, y por otro lado con la utilización de la transformada no diezmada UWT.

### 9.1.1 Procesado DWT de trazas ultrasónicas sintéticas

En esta sección se analiza el comportamiento estadístico del procesado DWT básico, al aplicarlo sobre los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas generadas. En primer lugar se va a estudiar el valor de los umbrales. La figura 9.3 muestra los valores medios de los umbrales Universal, Minimax y SURE para uno de los conjuntos de 500 trazas sintéticas, concretamente el conjunto generado con una

Valor medio de los umbrales para procesado DWT con  $A=3.6$

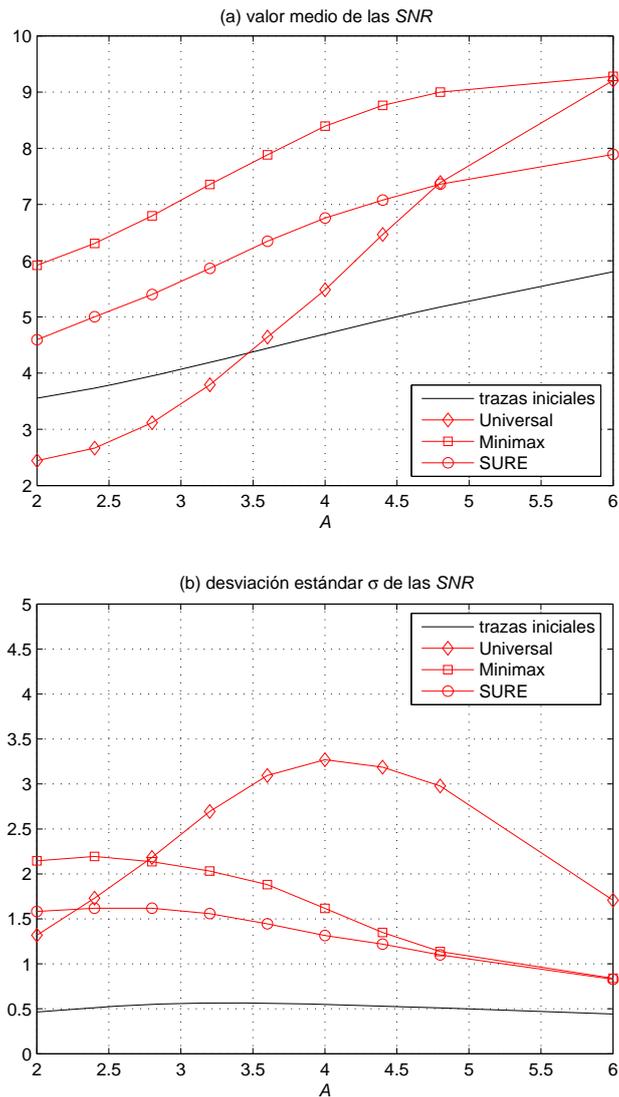


**Figura 9.3.** Valores medios de los umbrales Universal, Minimax y SURE, para el procesado DWT de las 500 trazas sintéticas generadas con amplitud del pulso  $A = 3.6$ .

amplitud del pulso  $A = 3.6$ . Las tendencias estadísticas son similares a las que se observaban en la Tabla 6.1 del capítulo 6 para una traza individual. Los umbrales más altos en todos los casos se localizan en los niveles  $j=5$  y  $j=6$ , que corresponden a las bandas donde se concentra la energía de la señal. Por otro lado comparando los umbrales entre sí, se aprecia que los valores más altos se dan para el umbral Universal, seguido del Minimax y finalmente el SURE. Estas diferencias explican sus distintos comportamientos en cuanto a reducción de ruido, como se verá a continuación.

La figura 9.4 muestra los estadísticos de la relación señal a ruido. En la figura 9.4.a se han representado los valores medios de las  $SNR$  para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas con distintas amplitudes del pulso inicial  $A$ . En la figura se aprecia cómo la  $SNR$  media de las trazas iniciales, representada en color negro, va aumentando a medida que aumenta la amplitud  $A$ . Las curvas en color rojo muestran la  $SNR$  media de las trazas después de aplicar el procesado DWT básico, con los tres tipos de umbrales, Universal Minimax y SURE. Se observa que, en general, el procesado DWT proporciona mejoras sobre las trazas iniciales con cualquiera de los umbrales. Sólo en el caso del umbral Universal, cuando la relación señal a ruido inicial es pequeña ( $A < 3.4$ ), la  $SNR$  después del procesado está por debajo de la inicial. Esto es debido a los valores elevados del umbral Universal, que suelen dar lugar a una umbralización de los coeficientes muy severa. En el capítulo 6, figuras 6.18.c y 6.19, se vio un ejemplo de esta situación para una traza individual. Cuando la amplitud del pulso insertado es pequeña, el umbral Universal tiende a resultar demasiado elevado, y a eliminar no solo el ruido, sino también los coeficientes de señal. En esta situación, es habitual que la única parte de la señal que se conserve tras el procesado DWT básico sea la banda de baja frecuencia  $a_j$ , como se apreciaba en el ejemplo de la figura 6.18.c.

Continuando con la figura 9.4.a, se observa que para valores de  $A$  pequeños y medios el umbral Minimax es el que proporciona los mejores resultados, seguido del SURE y finalmente del Universal. La tendencia es la misma que se apreciaba en la figura 6.18 y en la Tabla 6.2 para una traza individual. A medida que  $A$  aumenta, la curva Universal es la que presenta la mayor pendiente, mientras que los umbrales Minimax y SURE muestran un crecimiento de  $SNR$  más moderado. En consecuencia, para valores altos de  $A$  el umbral Universal alcanza  $SNR$  similares, e incluso superiores, a las del umbral Minimax, mientras que éste y el SURE tienden a estabilizarse. En esta zona, con buenas relaciones señal a ruido de partida, la umbralización severa que lleva a cabo el umbral Universal consigue eliminar gran parte del ruido, conservando a la vez los coeficientes de señal que ahora son de valor elevado. Por el contrario, el umbral SURE, mucho más pequeño, tiende a conservar



**Figura 9.4.** Estadísticos del parámetro  $SNR$  para el procesamiento DWT estándar de los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas, generadas con amplitudes del pulso  $A = 2.0, 2.4, 2.6, 3.2, 3.6, 4.0, 4.4, 4.6$  y  $6.0$ . Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan del procesamiento DWT, para los umbrales Universal, Minimax y SURE. (a) Valor medio de las  $SNR$ . (b) Desviación estándar  $\sigma$  de las  $SNR$ .

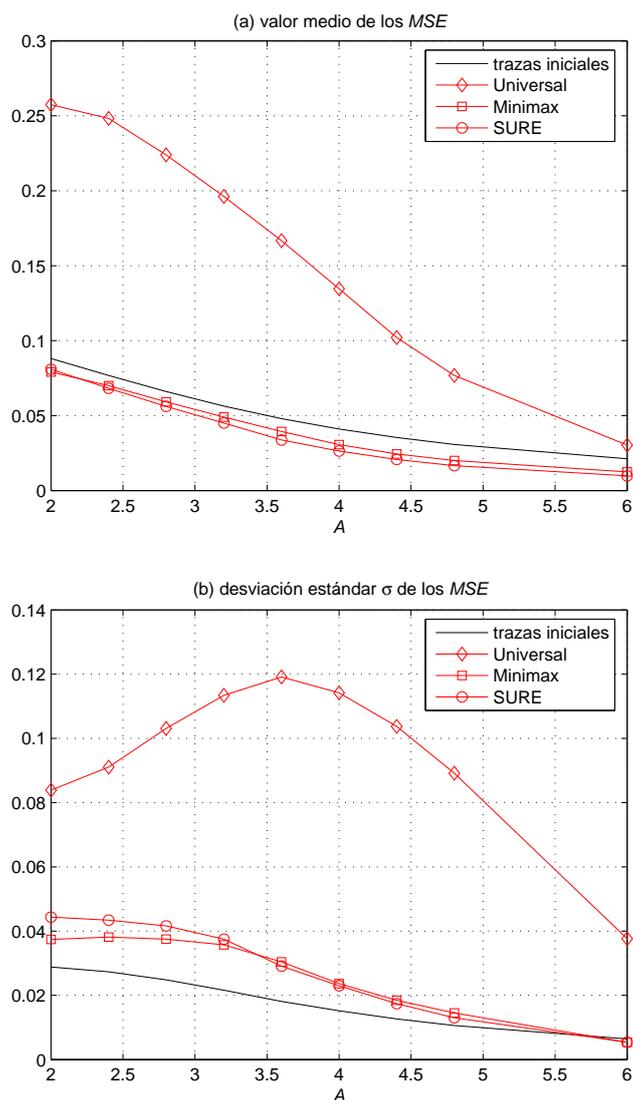
más ruido, y en estas situaciones con buena  $SNR$  de partida sus resultados se estabilizan. En cuanto al umbral Minimax, de valor intermedio, presenta un comportamiento medio entre ambos.

En la figura 9.4.b se ha representado la desviación estándar de las  $SNR$ , para los mismos conjuntos de trazas y procesados anteriores. Este parámetro refleja la dispersión de los casos individuales respecto a la media, por tanto serán deseables valores pequeños como indicativo de robustez en los resultados. En la gráfica, la

menor desviación, y por tanto el procesado más estable, se da para el umbral SURE, seguido del Minimax. En ambos casos el procesado tiende a ser menos robusto para valores de  $A$  pequeños, y se va haciendo más robusto, disminuyendo la desviación, conforme aumenta  $A$  y con ella la calidad de las trazas iniciales. Por su parte el umbral Universal es el que presenta una desviación claramente superior. Es lógico ya que este umbral trabaja al límite, según se ha visto en ejemplos como el de la figura 6.19 del capítulo 6, donde una pequeña diferencia puede suponer que un coeficiente de señal supere o no el umbral, y esto da lugar a resultados muy dispares en la  $SNR$  final entre trazas inicialmente similares. En la gráfica se aprecia que la desviación para el umbral Universal disminuye a medida que aumenta  $A$ , igual que ocurría en los casos SURE y Minimax. Sin embargo hacia valores menores de  $A$  se observa un comportamiento diferente en la curva Universal, con una reducción de la desviación estándar. Esto ocurre porque en esta zona el umbral Universal tiende a eliminar todos los coeficientes de señal y ruido, y la mayor parte de las trazas están dominadas por la componente de baja frecuencia  $a_J$ , como ocurría en el ejemplo de la figura 6.18.c, presentando por tanto un comportamiento bastante uniforme, en torno a unos valores bajos de  $SNR$  tal como indican las medias correspondientes en la figura 9.4.a.

Una vez visto el comportamiento en cuanto a relación señal a ruido, a continuación se analiza la fidelidad en la recuperación del pulso a partir del parámetro  $MSE$ . La figura 9.5.a muestra los valores medios del error  $MSE$  para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Se aprecia en todas las curvas una tendencia lógica a la reducción del error a medida que aumenta la amplitud del pulso insertado  $A$ . El mayor error en la recuperación del pulso se produce con el umbral Universal. El motivo vuelve a ser que este umbral resulta demasiado elevado y no consigue en muchos casos recuperar el pulso, como se vio en el ejemplo de la figura 6.18, o lo recupera muy distorsionado a partir de los pocos coeficientes de señal que llegan a superar el umbral. En cambio para los otros umbrales, Minimax y SURE, la recuperación del pulso es mejor y el error  $MSE$  medio se reduce hasta quedar por debajo del de las trazas iniciales. Estos resultados son acordes con el ejemplo de la traza individual mostrado en la figura 6.18 y en la Tabla 6.2 del capítulo 6, donde se vio que al ser estos umbrales algo más bajos que el Universal, sí que permiten que un mayor número de coeficientes del pulso se conserven, y así recuperar éste con menor distorsión.

En cuanto a la desviación estándar del error  $MSE$  para los 9 conjuntos de trazas, se aprecia en la figura 9.5.b que los procesados más robustos, con menor desviación en los resultados, son el Minimax y el SURE, con una tendencia razonable a una mayor robustez a medida que aumenta  $A$ . Por su parte el procesado Universal vuelve a ser el que presenta la mayor desviación, en este caso en la medida del error  $MSE$ . La curva



**Figura 9.5.** Estadísticos del parámetro  $MSE$  para el procesado DWT estándar de los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas, generadas con amplitudes del pulso  $A = 2.0, 2.4, 2.6, 3.2, 3.6, 4.0, 4.4, 4.6$  y  $6.0$ . Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan del procesado DWT, para los umbrales Universal, Minimax y SURE. (a) Valor medio de los  $MSE$ . (b) Desviación estándar  $\sigma$  de los  $MSE$ .

Universal muestra una tendencia similar a la que se observaba en la desviación del parámetro  $SNR$ , con un decrecimiento hacia valores crecientes de  $A$  debido a la mayor calidad de las trazas iniciales, pero también un decrecimiento hacia valores menores de  $A$  ( $A < 3.6$ ) debido al dominio en esta zona de la componente de baja frecuencia  $a_J$ , que uniformiza los resultados en torno a un error elevado, según indican los valores medios correspondientes en la figura 9.5.a.

### 9.1.2 Mejoras sobre el procesado DWT básico: umbralización de $a_J$ y procesado UWT

A continuación se analizan los resultados de aplicar sobre los 9 conjuntos de trazas sintéticas anteriores las dos mejoras que se han presentado hasta el momento sobre el procesado DWT básico: por un lado la umbralización de la baja frecuencia  $a_J$  para esta aplicación concreta con señales ultrasónicas paso banda, y por otro lado la utilización de la transformada UWT redundante según se describió en el capítulo 8.

Los resultados se muestran en las figuras 9.6 a 9.9. Los diferentes umbrales Universal, Minimax y SURE se han desglosado en gráficas separadas. En ellas se han representado los estadísticos de la  $SNR$  y el error  $MSE$  resultantes para: las trazas iniciales, el procesado DWT estándar, el procesado DWT con umbralización de los coeficientes  $a_J$ , y el procesado UWT basado en el algoritmo *à trous*.

#### ▪ Mejoras por la umbralización de los coeficientes $a_J$

En esta sección se van a analizar las mejoras sobre el procesado DWT básico que se obtienen con la umbralización de los coeficientes  $a_J$ . Los resultados de ambos procesados se han representado en las figuras 9.6 a 9.9 mediante líneas en color rojo, continuas y punteadas respectivamente.

Considerando en primer lugar el valor medio del parámetro  $SNR$ , mostrado en la figura 9.6, se aprecian en todos los casos mejoras por la umbralización de  $a_J$ , quedando la línea roja punteada por encima de la línea roja continua en todo momento. Se pueden distinguir dos tendencias básicas, que coinciden con las que se observaban en las trazas individuales de las figuras 6.27 y 6.29 en el capítulo 6: para los umbrales grandes, Universal y Minimax, las mejoras son mayores, mientras que para el umbral SURE, más pequeño, las mejoras son menos importantes. Como ya se observó en los ejemplos del capítulo 6, las mejoras más importantes se deben a que la combinación de umbrales grandes con *soft thresholding* introduce una gran penalización en los coeficientes umbralizados, que incluyen a la señal ultrasónica paso-banda, frente a los no umbralizados por el procesado DWT estándar, que en nuestro caso corresponden únicamente a ruido de baja frecuencia. Esta penalización de la señal frente al ruido de baja frecuencia se evita al introducir la umbralización de la banda  $a_J$ . Con los umbrales más pequeños, como el SURE, la penalización que sufren los coeficientes umbralizados no es tan grande, y por ello las mejoras que se obtienen por la umbralización de  $a_J$  son más moderadas.

En la desviación estándar de la  $SNR$ , mostrada en la figura 9.7, se observan también las dos tendencias anteriores. Para el umbral SURE las curvas con ambos procesados, DWT estándar y DWT con umbralización de  $a_J$ , son muy similares. En cambio para los umbrales más grandes, Universal y Minimax, se aprecia un incremento en la desviación de la  $SNR$  para el procesado con umbralización de  $a_J$ , principalmente en la zona de valores de  $A$  pequeños. Esta es la zona que, en el caso del procesado DWT básico, está dominada por los coeficientes de baja frecuencia  $a_J$ , como se pudo apreciar en el ejemplo de la figura 6.29.c del capítulo 6, lo que proporciona unos resultados bastante uniformes en trono a unos valores bajos de  $SNR$ . Es decir, son unos resultados uniformemente dominados por el ruido de baja frecuencia. Al umbralizar la banda  $a_J$ , ésta deja de dominar y los resultados son más dispersos, por ello se incrementa la desviación, pero la calidad media de las trazas también aumenta según se vio en las figuras 9.6.a y 9.6.b.

Los resultados para el otro parámetro de calidad considerado, el error  $MSE$  indicativo de la fidelidad con que se recupera el pulso, se presentan en las figuras 9.8 y 9.9. La figura 9.8 muestra el valor medio de los  $MSE$  para los distintos conjuntos de trazas, mientras que la figura 9.9 muestra su desviación estándar. Continuando con el análisis de las mejoras por la umbralización de los coeficientes  $a_J$ , en estas figuras se distinguen de nuevo las dos tendencias comentadas antes en función de los valores de los umbrales. Para el umbral SURE no se aprecian prácticamente diferencias entre los procesados DWT básico y DWT con umbralización de  $a_J$ , ni en los valores medios del error  $MSE$  representados en la figura 9.8.c, ni en las desviaciones estándar representadas en la figura 9.9.c. En cambio para los umbrales más grandes, Universal y Minimax, sí que se aprecian mejoras. En las figuras 9.8.a y 9.8.b el valor medio del error  $MSE$  se reduce al aplicar umbralización a los coeficientes  $a_J$ , según indica la línea roja punteada, respecto al procesado DWT básico representado por la línea roja continua. También mejora la desviación estándar mostrada en las figuras 9.9.a y 9.9.b, que se reduce igualmente para el procesado con umbralización de  $a_J$  indicando una mayor robustez en cuanto a la recuperación del pulso.

#### ▪ Mejoras por la utilización de la transformada no diezmada UWT

A continuación pasamos a estudiar el segundo elemento de mejora sobre el procesado DWT básico, que consiste en la utilización de la transformada no diezmada UWT. Los resultados se muestran en las mismas gráficas anteriores (figuras 9.6 a 9.9), mediante las curvas representadas en color azul. El procesado UWT que se ha aplicado a los 9 conjuntos de trazas, está basado en el algoritmo *à trous* conforme al esquema descrito

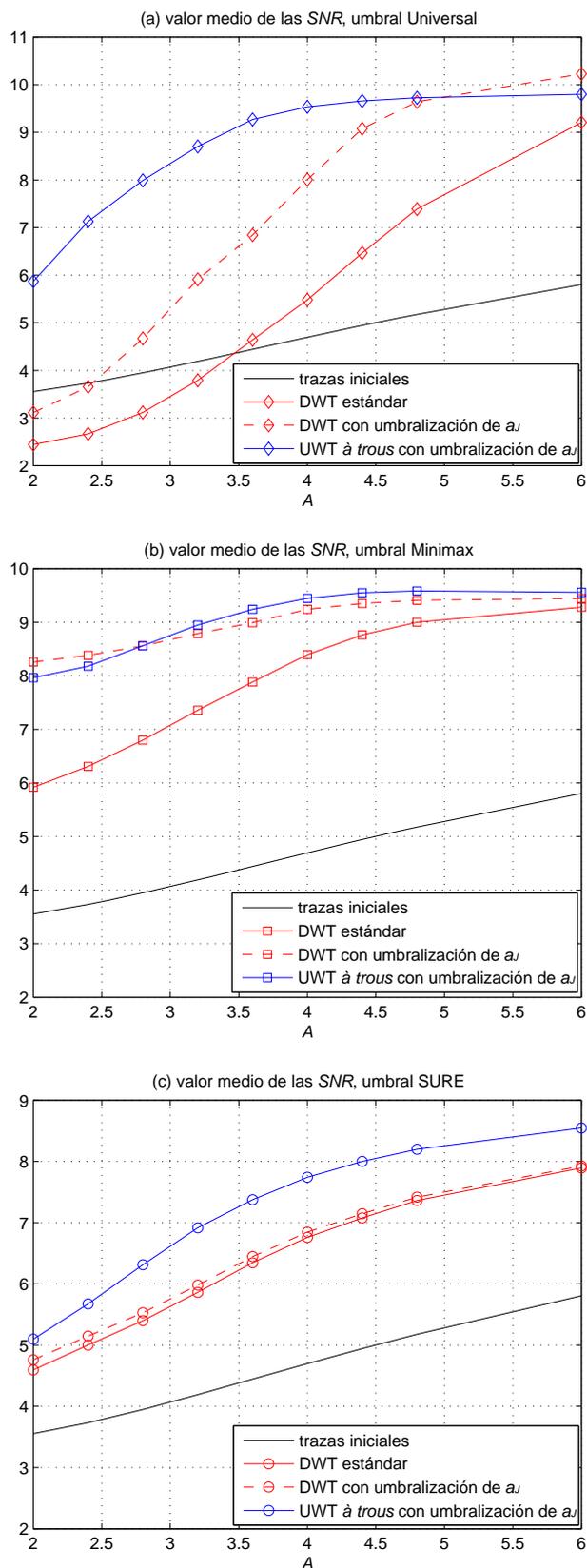
en el capítulo 8 y representado en la figura 8.1, e incluye umbralización de los coeficientes  $a_j$ .

Consideraremos en primer lugar el parámetro de relación señal a ruido  $SNR$  que se muestra en las figuras 9.6 y 9.7. Los resultados presentan mejoras para el procesado UWT *à trous* con los tres tipos de umbrales. En el caso Universal, la figura 9.6.a muestra un claro incremento de la  $SNR$  media respecto a los otros dos tipos de procesado, especialmente para amplitudes del pulso  $A$  pequeñas. Este incremento en el valor medio de la  $SNR$  va acompañado de una disminución en su desviación estándar, según se puede apreciar en la figura 9.7.a. En ella observamos que la curva en color azul, correspondiente al procesado UWT *à trous*, decae rápidamente y se sitúa bastante por debajo de los dos otros procesados, mostrando así una mayor robustez.

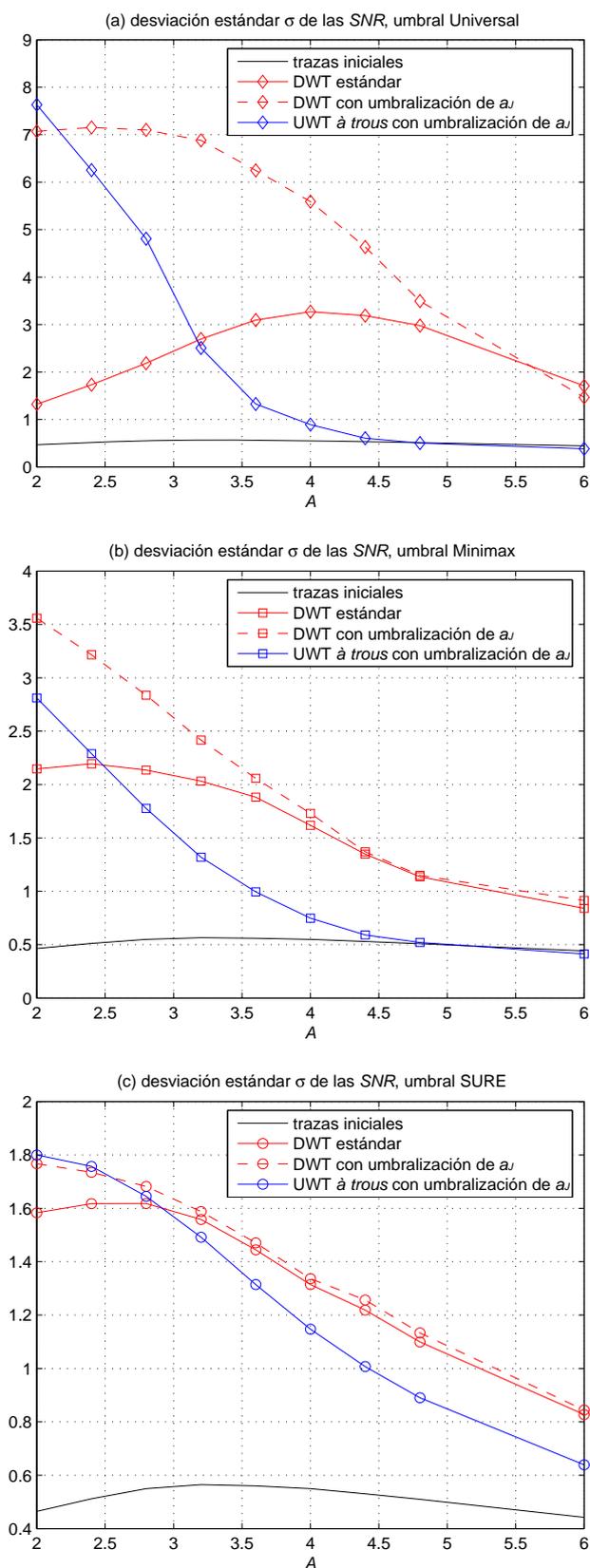
En el caso del umbral Minimax, las figuras 9.6.b y 9.7.b también indican mejoras para el procesado *à trous*. La curva azul en la figura 9.6.b muestra un incremento en el valor medio de la  $SNR$ . Este incremento es mayor respecto al procesado DWT básico, y más moderado respecto al procesado DWT con umbralización de  $a_j$ . En lo tocante a este último, los resultados en el caso Minimax indican que la mejora más significativa que aporta el uso de la UWT está en relación con la robustez del algoritmo, más que con un incremento en la  $SNR$  media. Así se aprecia en la figura 9.7.b, donde se observa una clara reducción en la desviación estándar para el procesado UWT *à trous* frente a los otros dos.

Finalmente, en el caso del umbral SURE las figuras 9.6.c y 9.7.c también muestran mejoras similares a las anteriores. En la figura 9.6.c se aprecia un incremento en la  $SNR$  media para el procesado *à trous* respecto a los otros dos. Asimismo en la figura 9.7.c se observa una reducción en la desviación estándar, signo indicativo de la mayor robustez del método *à trous*.

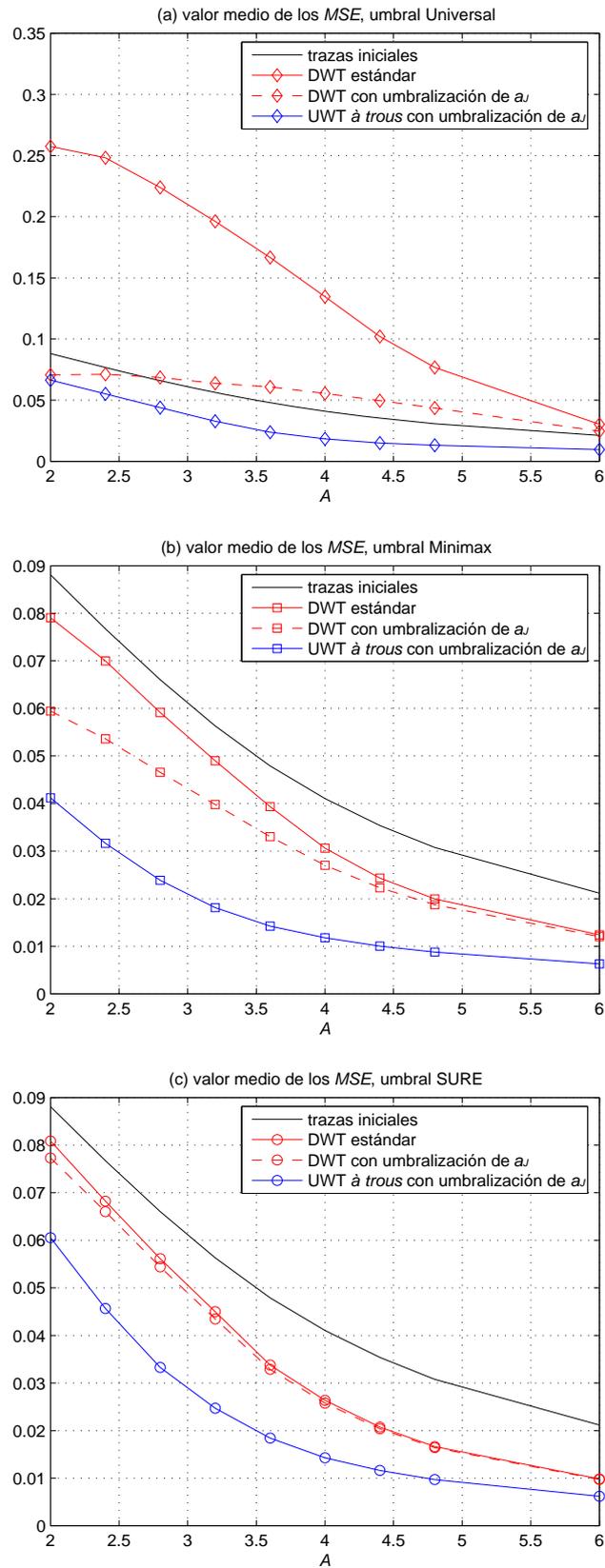
Tras analizar el comportamiento en cuanto a relación señal a ruido, a continuación pasamos a considerar el segundo parámetro de calidad. Se trata del error  $MSE$  indicativo de la fidelidad con que se recupera el pulso, que se ha representado en las figuras 9.8 y 9.9. En ellas se puede apreciar que el uso de la UWT también proporciona mejoras en este aspecto. La figura 9.8 muestra el valor medio de los  $MSE$  para los distintos conjuntos de trazas. Las curvas azules correspondientes al procesado UWT *à trous* reflejan una clara reducción del error  $MSE$  medio respecto a los otros dos procesados basados en la DWT, para los tres tipos de umbrales. Asimismo la desviación estándar del error  $MSE$ , representada en la figura 9.9, también disminuye por el uso de la UWT frente a la DWT. Esto indica que el procesado UWT también es más robusto desde el punto de vista de la recuperación del pulso.



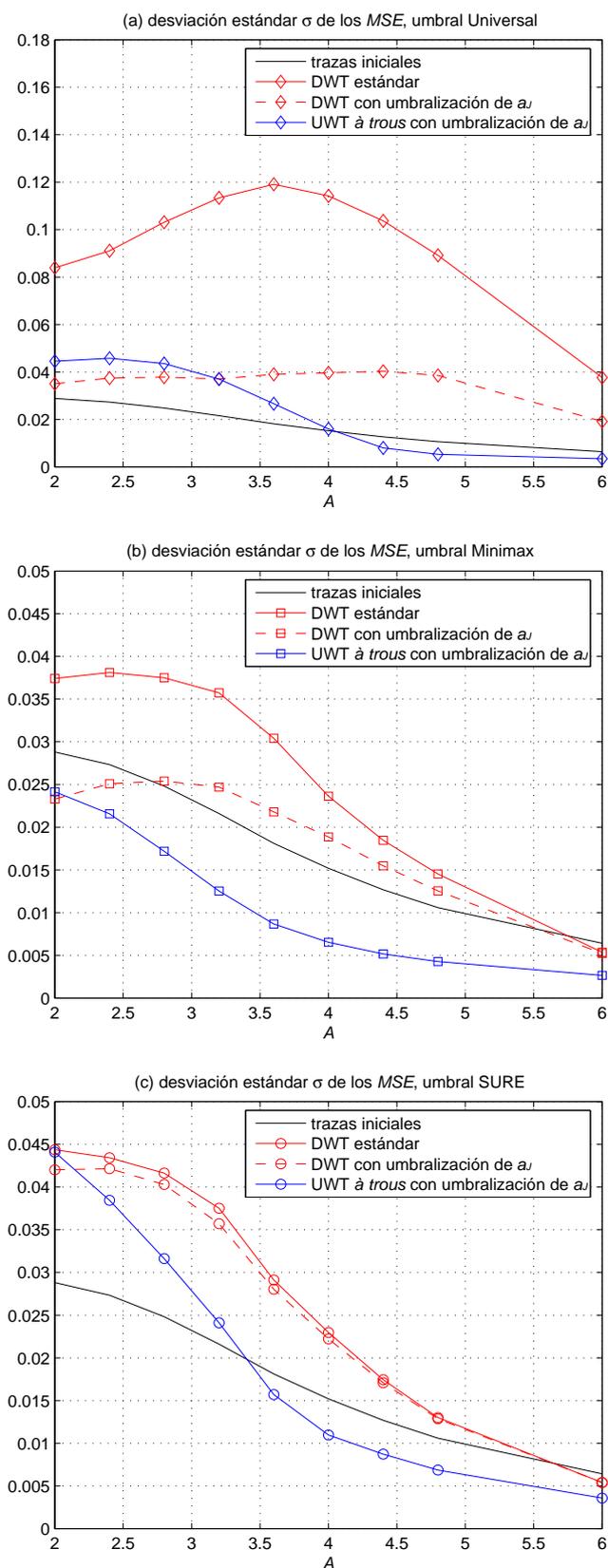
**Figura 9.6.** Valor medio del parámetro  $SNR$  para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar, DWT con umbralización de  $a_J$  y UWT à trous con umbralización de  $a_J$ , para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 9.7.** Desviación estándar  $\sigma$  del parámetro SNR para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar, DWT con umbralización de  $a_J$  y UWT à trous con umbralización de  $a_J$ , para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



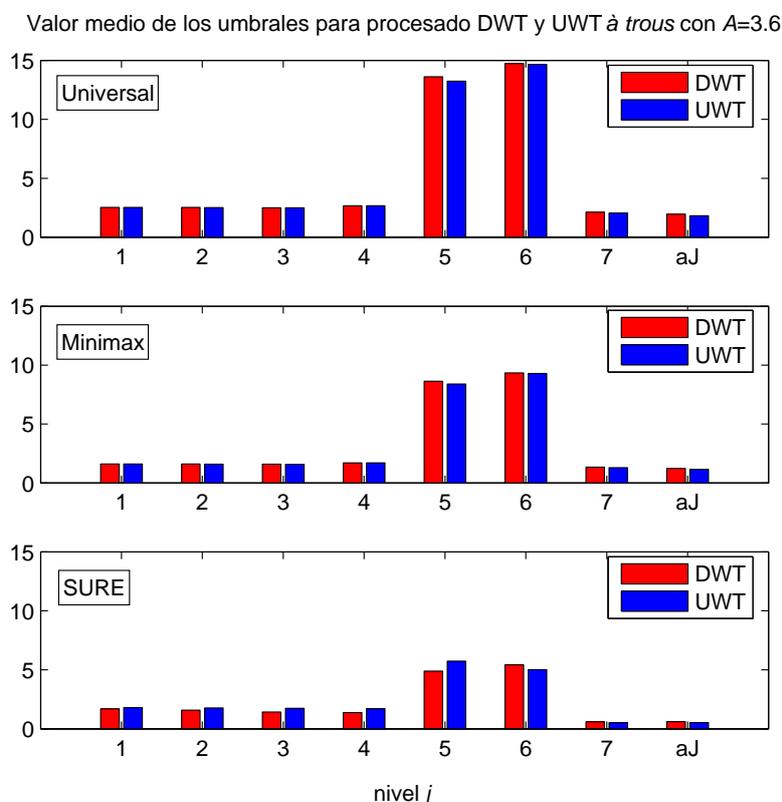
**Figura 9.8.** Valor medio del parámetro  $MSE$  para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesos DWT estándar, DWT con umbralización de  $a_j$  y UWT  $\grave{a}$  trous con umbralización de  $a_j$ , para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 9.9.** Desviación estándar  $\sigma$  del parámetro *MSE* para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar, DWT con umbralización de  $a_j$  y UWT à trous con umbralización de  $a_j$ , para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.

A partir de los resultados presentados en esta sección podemos concluir que, para esta aplicación con señales típicas de END por ultrasonidos, la reducción de ruido mediante umbralización de los coeficientes UWT proporciona en general, para los tres tipos de umbrales considerados, una mayor calidad media y una mayor robustez en cuanto a relación señal a ruido y recuperación del pulso que los procesados basados en la transformada discreta DWT.

El motivo de estas mejoras fue analizado en el capítulo 8 a partir de ejemplos de trazas individuales. Se vio que las diferencias entre los valores de los umbrales para uno y otro procesado eran pequeñas, y no explicaban las diferencias en el comportamiento final. En la figura 9.10 se confirma la escasa variación de los umbrales entre los dos procesados para una estadística de 500 trazas. La figura muestra los valores medios de los umbrales Universal, Minimax y SURE dependientes del nivel de descomposición  $j$ , para un conjunto de 500 trazas con amplitud del pulso insertado  $A=3.6$ . Se puede apreciar la escasa diferencia entre los umbrales DWT, en color rojo, y UWT, en color azul. La mejora no viene por tanto de una diferencia entre



**Figura 9.10.** Valores medios de los umbrales Universal, Minimax y SURE, para los procesados DWT y UWT *à trous* de las 500 trazas sintéticas generadas con amplitud del pulso  $A = 3.6$ .

los valores de los umbrales, sino del muestreo más denso que realiza la UWT redundante, en combinación con la no linealidad de la umbralización, tal como se explicó a partir de un ejemplo individual en la sección 8.2.

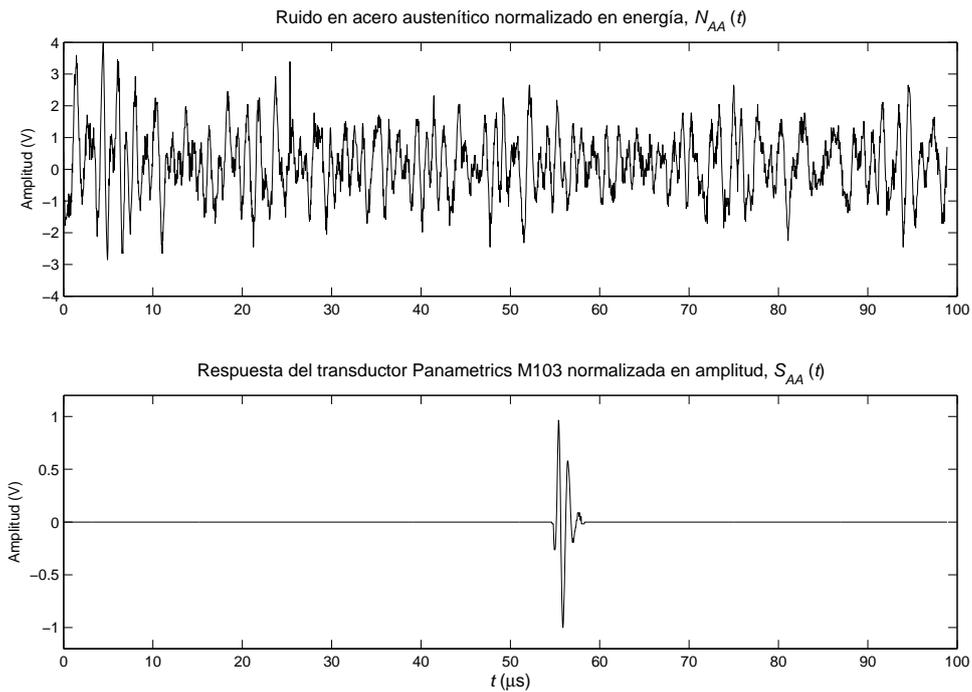
## 9.2 Estudio basado en trazas experimentales compuestas

Utilizando las trazas compuestas descritas en el apartado 5.2 del capítulo 5, se puede llevar a cabo un estudio similar al presentado en la sección anterior, pero partiendo en este caso de registros de ruido de grano experimentales. El uso de estas señales tiene la doble ventaja de que se trata de trazas de origen experimental, pero con unas condiciones señal a ruido fácilmente regulables. Aproximaciones similares han sido utilizadas en diversos trabajos, como por ejemplo [30], que es la referencia más citada en reducción de ruido utilizando *wavelets* en ultrasonidos.

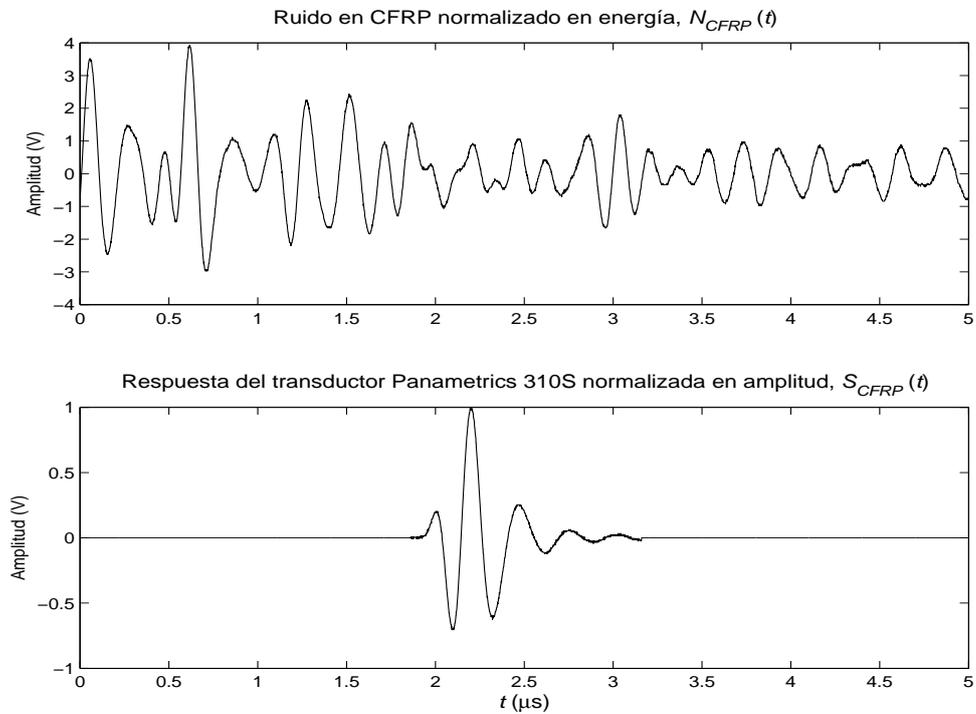
Según se vio en el capítulo 5, las trazas ultrasónicas compuestas se pueden generar de manera análoga a las trazas sintéticas, sumando a los registros de ruido de grano experimentales las respuestas pulso eco de los transductores con distintas amplitudes. Para fijar criterios y llevar a cabo un proceso de generación equivalente al de las trazas sintéticas, los registros de ruido se han normalizado en energía mientras que las respuestas de los transductores, que simulan los ecos a detectar, se han normalizado en amplitud. Para el bloque de acero austenítico, los registros de ruido y señal normalizados  $N_{AA}(t)$  y  $S_{AA}(t)$  se mostraban en la figura 5.17 del capítulo 5, y se han reproducido aquí en la figura 9.11. Para la pieza de CFRP, los registros de ruido y señal normalizados  $N_{CFRP}(t)$  y  $S_{CFRP}(t)$  se mostraban en la figura 5.20, y también se han reproducido aquí en la figura 9.12.

En cada caso, las trazas compuestas se van a generar sumando a cada registro de ruido la señal correspondiente, con una cierta amplitud  $A$ . Se consideran los mismos 9 valores de amplitud que se utilizaron en la sección anterior:  $A = 2.0, 2.4, 2.6, 3.2, 3.6, 4.0, 4.4, 4.6$  y  $6.0$ . Con el fin de reducir la dependencia de los resultados con la posición en que se inserta el pulso dentro del registro de ruido, y darles así mayor estabilidad, por cada valor de amplitud  $A$  se generan 100 trazas insertando el pulso en 100 posiciones equiespaciadas, para finalmente obtener un resultado promediado en términos de los parámetros de calidad  $SNR$  y  $MSE$ .

Las figuras 9.14 a 9.16 muestran la mejora global que proporciona el procesado UWT *à trous* frente al procesado DWT estándar para estas trazas. Los parámetros que se han aplicado son los mismos que se utilizaron en la sección anterior: la  $db6$  como *wavelet* madre, relleno con ceros para el tratamiento de bordes,  $J=7$  como nivel



**Figura 9.11.** Señales de partida para la generación de las trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido de grano medido en acero austenítico. (a)  $N_{AA}(t)$ , ruido de grano normalizado en energía. (b)  $S_{AA}(t)$ , pulso normalizado en amplitud y con un cierto



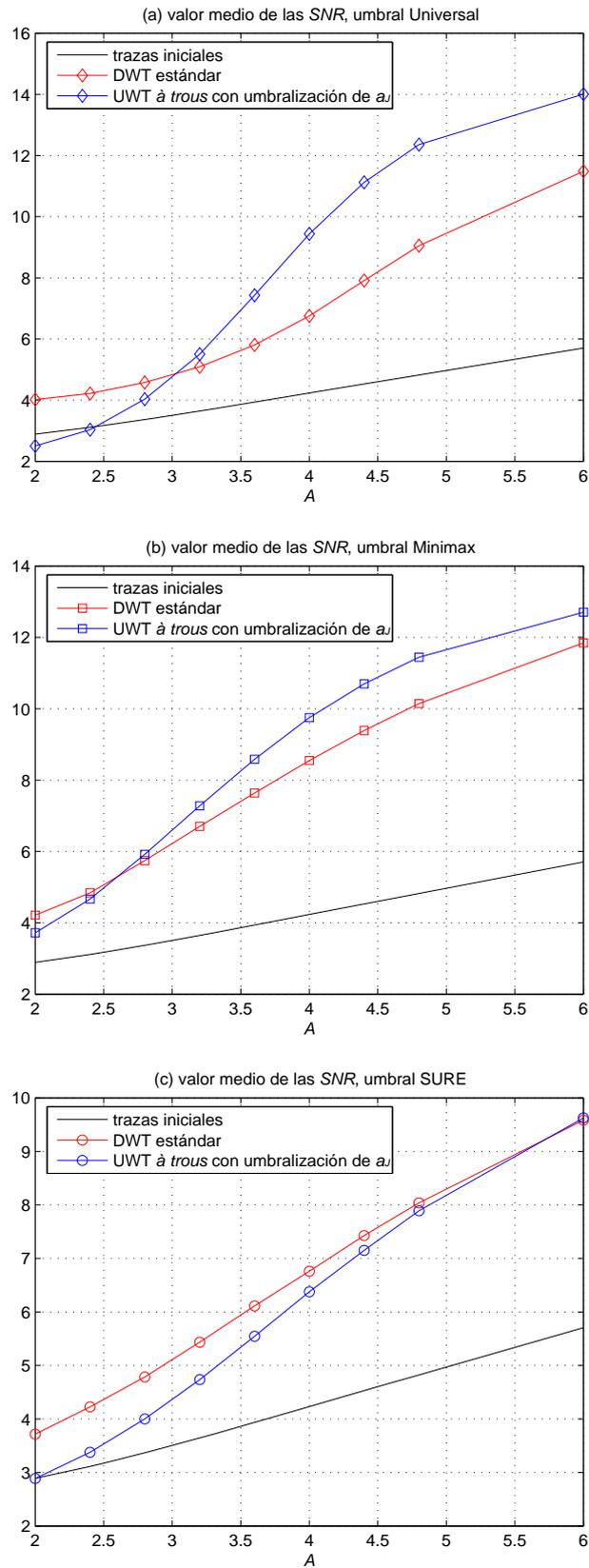
**Figura 9.12.** Señales de partida para la generación de las trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido de grano medido en CFRP. (a)  $N_{CFRP}(t)$ , ruido de grano normalizado en energía. (b)  $S_{CFRP}(t)$ , pulso normalizado en amplitud y con un cierto retardo  $\tau_D$ .

máximo de la descomposición, y umbralización *soft* dependiente del nivel, con las tres reglas básicas Universal, Minimax y SURE para la selección de los umbrales.

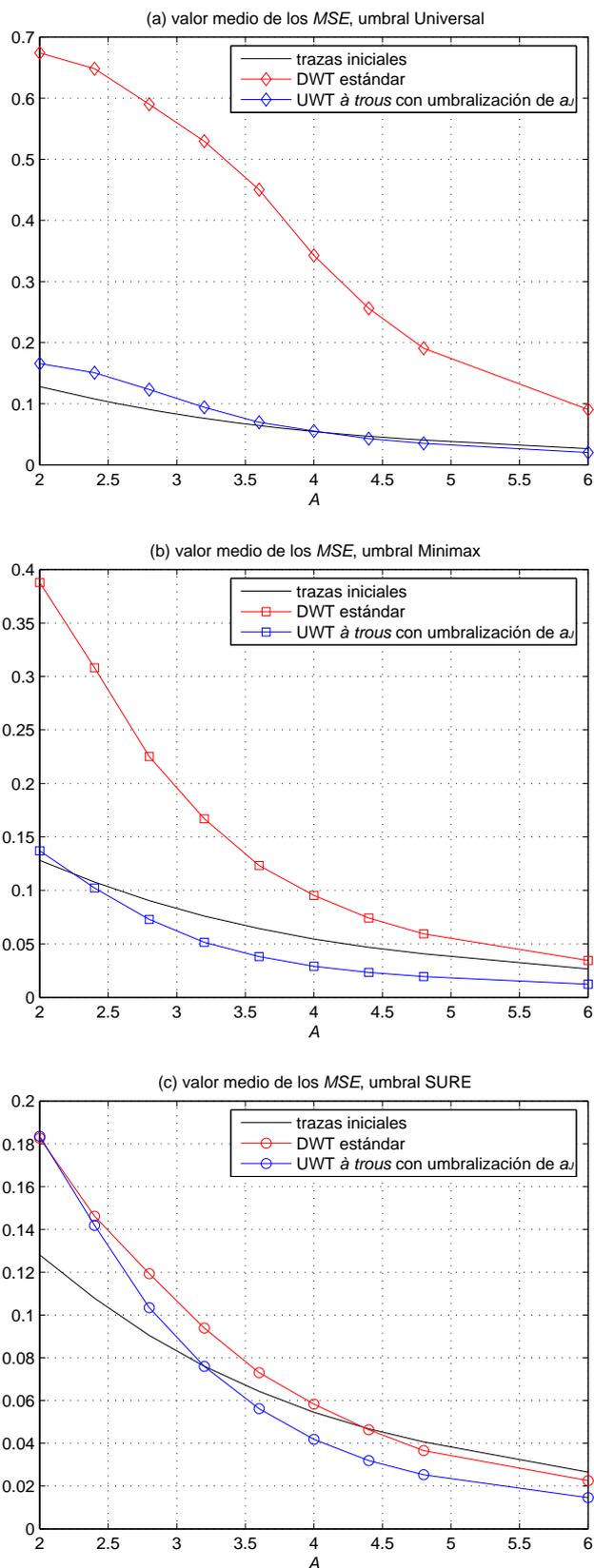
En primer lugar se presentan los resultados correspondientes al acero austenítico. Las figuras 9.13 y 9.14 proporcionan los valores medios de los parámetros  $SNR$  y  $MSE$  para estas trazas, obtenidas a partir de las señales  $N_{AA}(t)$  y  $S_{AA}(t)$  que se mostraban en la figura 9.11. Los resultados para los umbrales Universal, Minimax y SURE se han desglosado en gráficas separadas, en una representación similar a la que se utilizó para las trazas sintéticas en la sección anterior. Como en aquel caso, las gráficas nos permiten comprobar las mejoras que introduce el procesado UWT *à trous*, representado en color azul, frente al procesado DWT, representado en color rojo. La figura 9.13 muestra un incremento en los valores de  $SNR$ , que se da para los umbrales Universal y Minimax. El umbral SURE en este caso no presenta la mejora esperada en términos de  $SNR$ . Sin embargo en lo que respecta a la recuperación del pulso, sí que se aprecian mejoras para los tres umbrales, según muestra la figura 9.14. En ella se puede observar una reducción del error  $MSE$  en todos los casos por el procesado *à trous*. La reducción es muy importante en los casos Universal y Minimax, y algo más moderada aunque también significativa en el caso SURE.

En segundo lugar, consideramos los resultados para las trazas obtenidas a partir del bloque de fibra de carbono. Las señales de partida en este caso son el ruido  $N_{CFRP}(t)$  y el pulso  $S_{CFRP}(t)$  que se mostraban en la figura 9.12. Las figuras 9.15 y 9.16 proporcionan los valores de  $SNR$  y  $MSE$  para estas trazas, en una representación similar a la que acabamos de ver para el acero austenítico. Las gráficas muestran claras mejoras para el procesado UWT *à trous* con todos los umbrales, tanto en lo que respecta a la relación señal a ruido como a la recuperación del pulso. Así en la figura 9.15 observamos que las curvas de  $SNR$  para el procesado *à trous*, en color azul, superan ampliamente a las curvas correspondientes para el procesado DWT, en color rojo. El incremento de  $SNR$  es especialmente importante con los umbrales Universal y Minimax, y algo más moderado aunque claramente apreciable en el caso del umbral SURE. Por otra parte en lo que se refiere al parámetro  $MSE$ , la figura 9.16 muestra una clara reducción del error para las curvas que representan el procesado *à trous*, en color azul, frente a las correspondientes al procesado DWT en color rojo. La mejora de nuevo es más importante en los casos Universal y Minimax, y algo más reducida aunque claramente apreciable en el caso del umbral SURE.

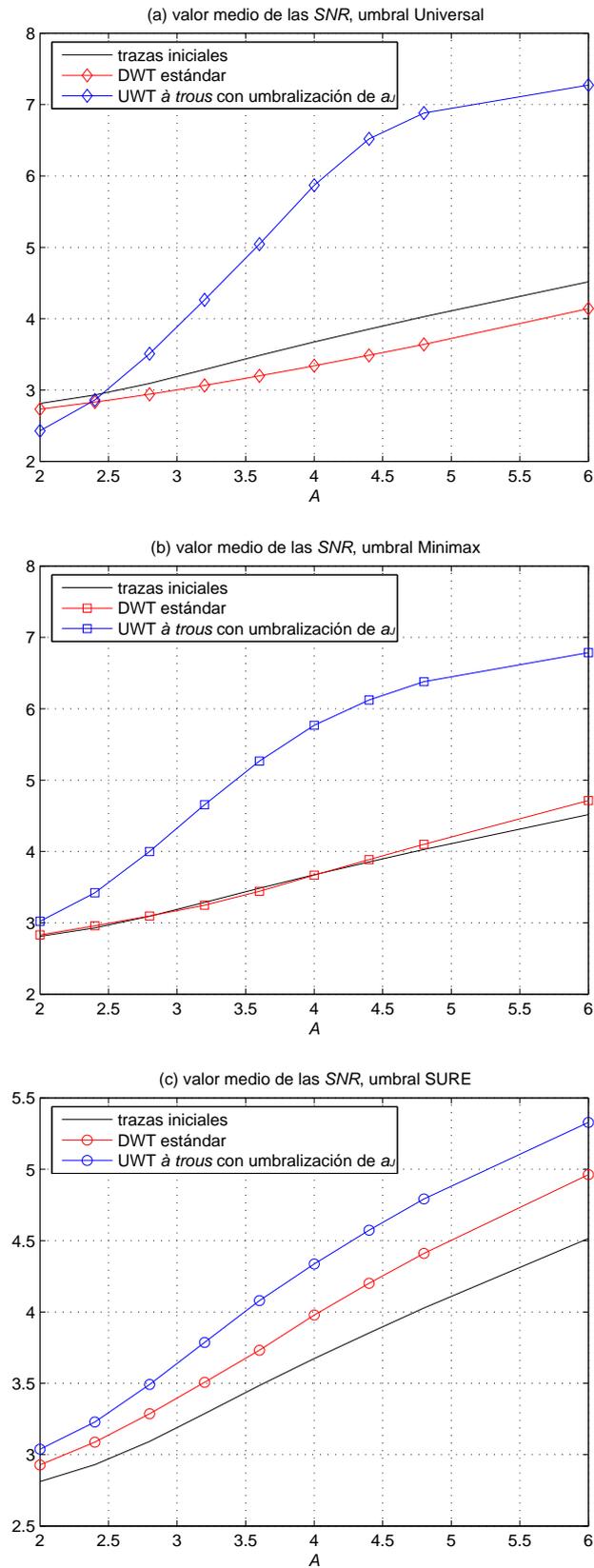
Los resultados presentados aquí para trazas de origen experimental vienen a confirmar las tendencias que se habían observado antes, en el estudio con trazas sintéticas. En ambos casos se ha podido comprobar que, para este tipo de señales propias de END por ultrasonidos, la transformada UWT *à trous* consigue en general



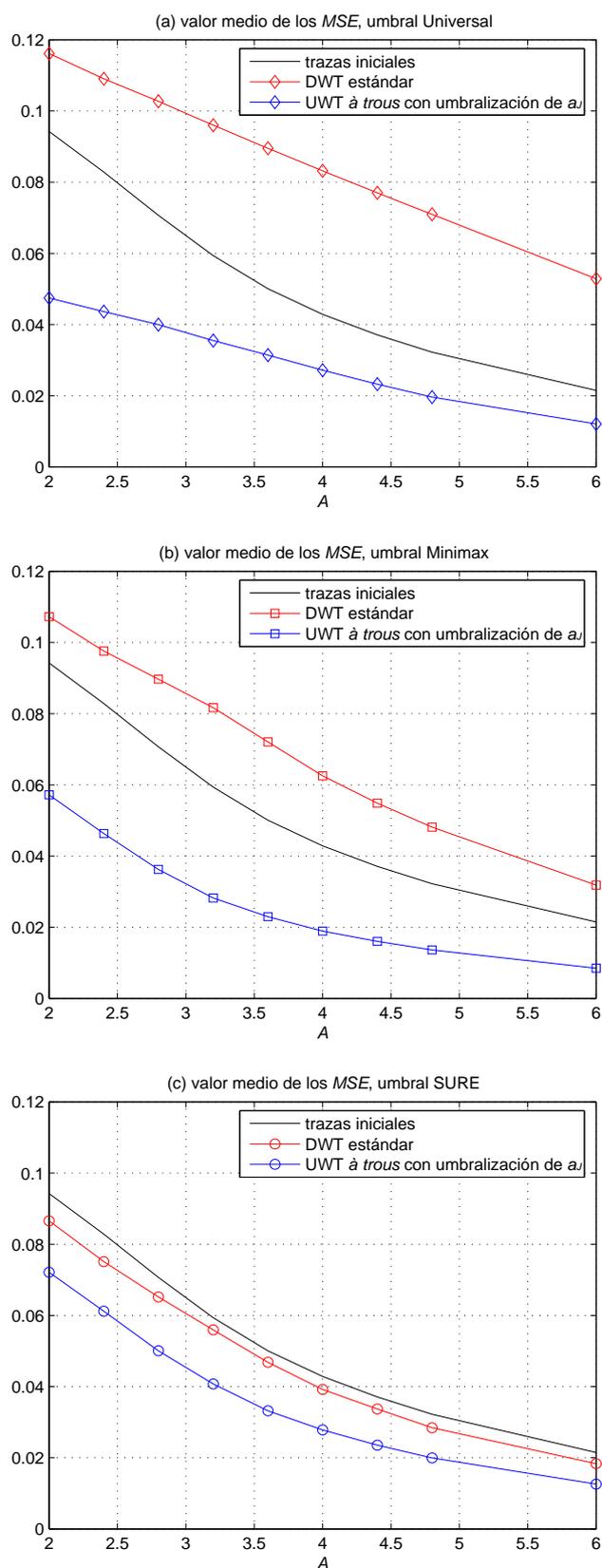
**Figura 9.13.** Valor medio del parámetro SNR para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en acero austenítico. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar y UWT à trous con umbralización de  $a_j$ , para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 9.14.** Valor medio del parámetro *MSE* para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en acero austenítico. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar y UWT à trous con umbralización de  $a_j$ , para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 9.15.** Valor medio del parámetro SNR para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en CFRP. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar y UWT *à trous* con umbralización de  $a_j$ , para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 9.16.** Valor medio del parámetro *MSE* para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en CFRP. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar y UWT à trous con umbralización de  $a_j$ , para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.

una reducción de ruido superior a la de la transformada DWT, tanto en relación señal a ruido global como en calidad del pulso recuperado.

### 9.3 Análisis de la influencia de la *wavelet* madre

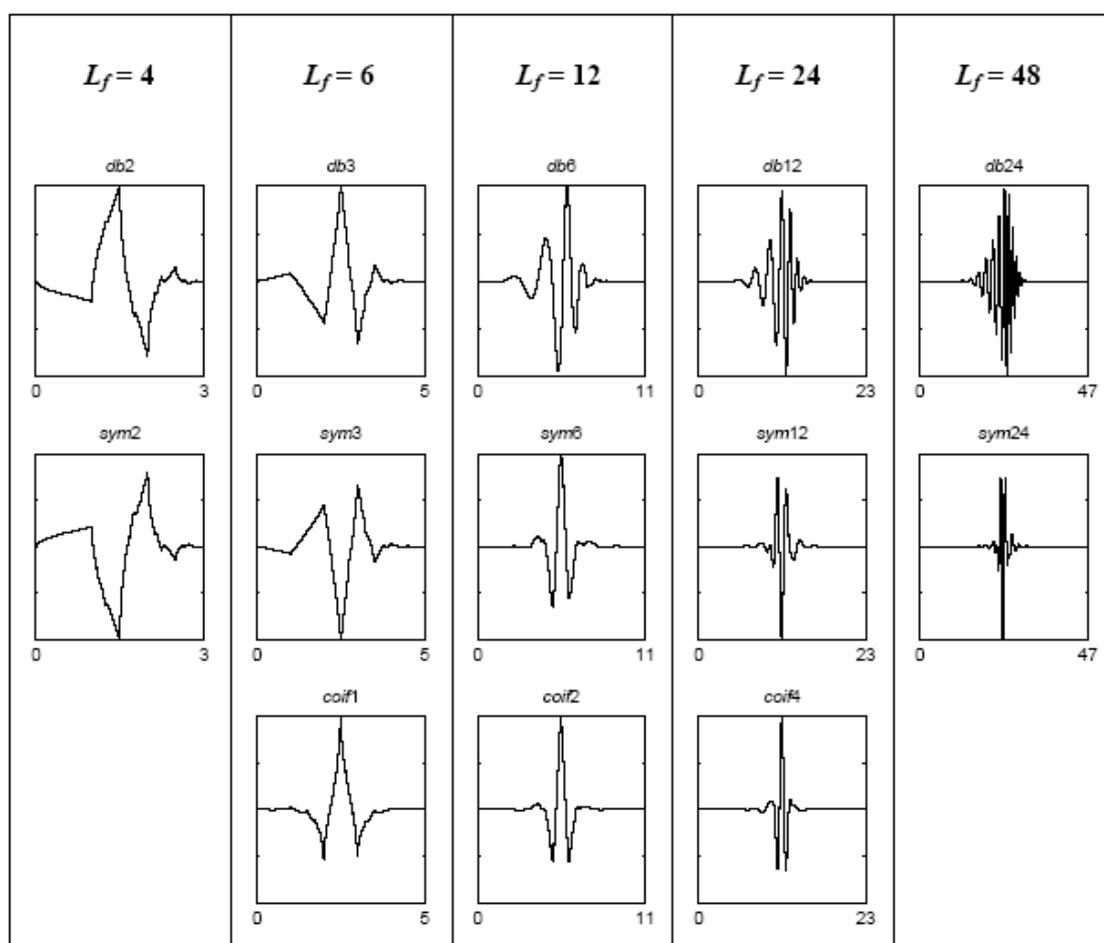
Entre los diferentes parámetros que afectan al procesado *wavelet* para reducción de ruido, sería interesante considerar un análisis más profundo de la *wavelet* madre. En el capítulo 6 se estudió la influencia de este parámetro sobre una traza individual, a partir de las *wavelet* de Daubechies *db1*, *db6* y *db12*. Para aquel ejemplo se observó que la forma del pulso recuperado estaba afectada por la *wavelet* madre, y que las mejores *SNR* se obtenían en general con las *wavelet* de menor orden.

En esta sección se va a llevar a cabo un estudio más amplio de la influencia de la *wavelet* madre, utilizando las trazas sintéticas y las trazas compuestas con ruido experimental anteriores. El estudio se realiza para las tres familias implementadas: *Daubechies*, *symlets* y *coiflets*. En el capítulo 6 se resumieron las principales características de estas familias. Para obtener descripciones más detalladas se pueden consultar las referencias [3, 5].

Por cada una de las familias se han considerado las *wavelet* de distintos órdenes que se recogen en la figura 9.17. A cada columna corresponde una misma longitud de los filtros de análisis y síntesis:  $L_f=4$  para *db2* y *sym2*;  $L_f=6$  para *db3*, *sym3* y *coif1*;  $L_f=12$  para *db6*, *sym6* y *coif2*;  $L_f=24$  para *db12*, *sym12* y *coif4* y  $L_f=48$  para *db24* y *sym24*. El resto de parámetros de procesado se han mantenido con los valores que se vienen tomando habitualmente: *relleno con ceros* para el tratamiento de bordes,  $J=7$  como nivel máximo de la descomposición, y umbralización *soft* dependiente del nivel, con las tres reglas básicas Universal, Minimax y SURE para la selección de los umbrales.

#### ▪ Estudio basado en trazas ultrasónicas sintéticas

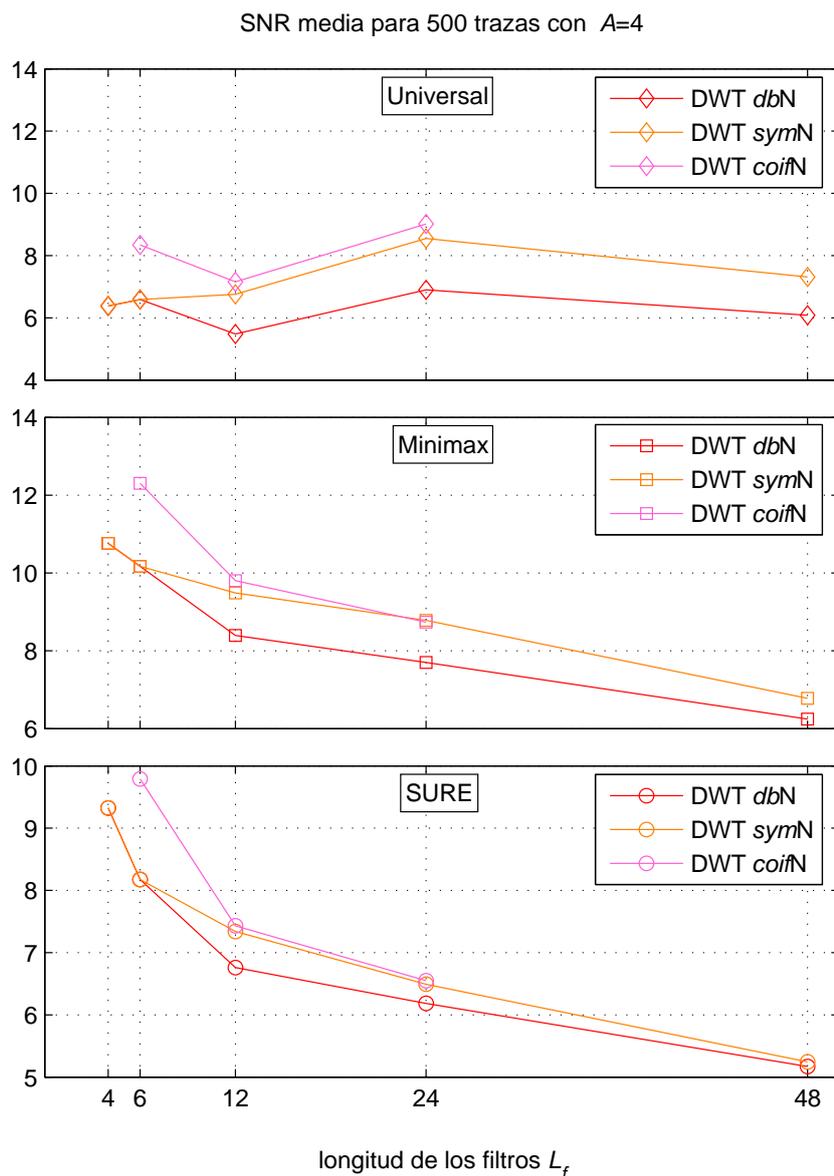
Usando las distintas *wavelet* madre, se ha aplicado el procesado para reducción de ruido a las trazas ultrasónicas sintéticas de la sección 9.1. Entre los diferentes conjuntos de trazas se ha seleccionado el de amplitud del pulso insertado  $A=4$ , como valor intermedio representativo. En las figuras 9.18 y 9.19 se muestran los valores medios de los parámetros *SNR* y *MSE* resultantes para este conjunto de 500 trazas, al aplicar el procesado DWT estándar con las distintas *wavelet* madre consideradas. La representación se ha realizado en función de la longitud de los filtros  $L_f$ , utilizando curvas de distintos colores para cada una de las familias *wavelet*. Comparando las tres



**Figura 9.17.** Wavelets utilizadas en el estudio de la influencia de la wavelet madre. Se han considerado tres familias: *Daubechies* ( $dbN$ ), *symlets* ( $symN$ ) y *coiflets* ( $coifN$ ), para distintos órdenes  $N$ .

familias, se observa que las *coiflets* proporcionan en este caso los mejores resultados, con las mayores  $SNR$  en la figura 9.18 y los menores  $MSE$  en la figura 9.19, para todos los umbrales. Les siguen las *symlets*, con un comportamiento bastante próximo aunque algo inferior, y finalmente las *wavelet* de *Daubechies*. Estos resultados indican que las *coiflets* son en este caso las formas de onda que mejor se ajustan al pulso que se desea recuperar.

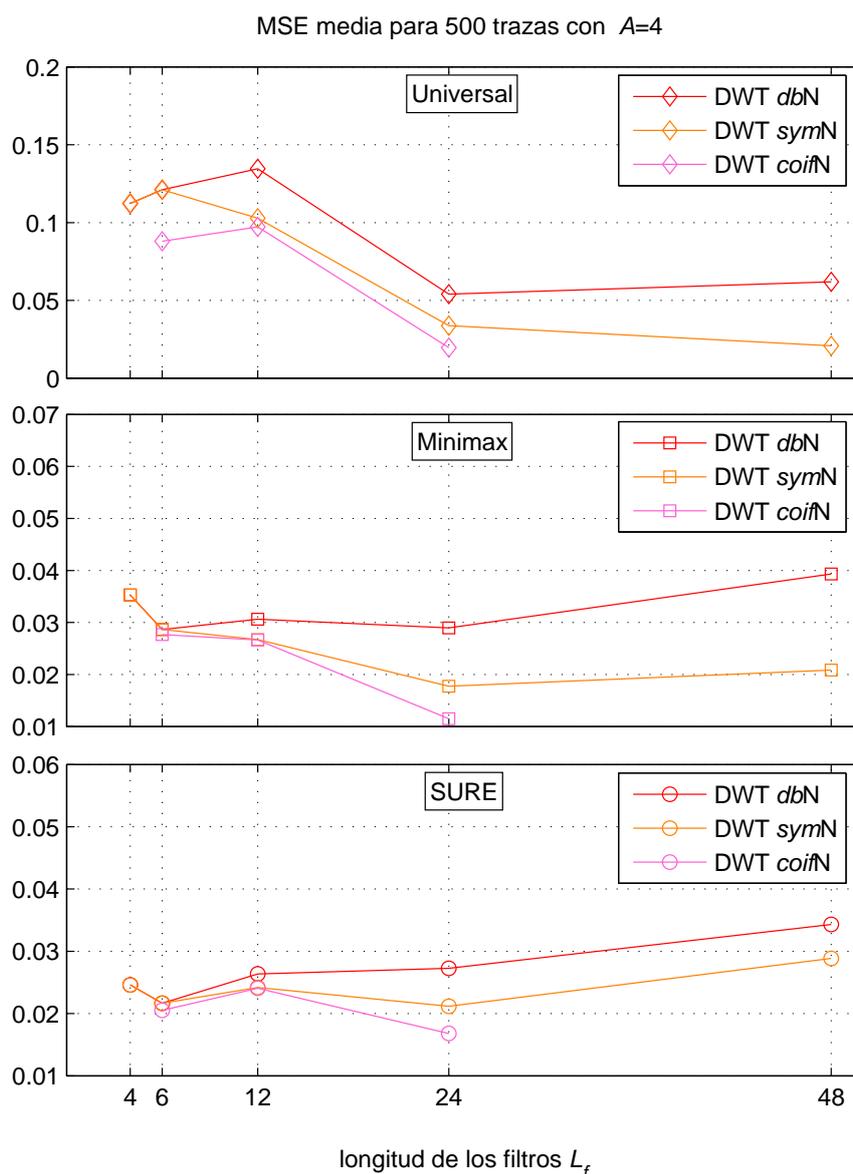
Al analizar la evolución de las curvas con la longitud de los filtros  $L_f$ , observamos en la figura 9.18 que en los casos Minimax y SURE la  $SNR$  tiende a disminuir para las tres familias *wavelet*, a medida que aumenta  $L_f$ . Con el umbral Universal, en cambio, la tendencia no es tan clara, y parece que el valor óptimo en cuanto a longitud de los filtros se da en la zona intermedia, en torno a  $L_f = 24$ . La explicación para estos comportamientos podría estar relacionada con el hecho de que una mayor longitud de



**Figura 9.18.** Valor medio del parámetro  $SNR$  frente a la longitud de los filtros  $L_f$ , para el procesado DWT del conjunto de trazas sintéticas con amplitud del pulso  $A = 4$ .

Cada una de las curvas corresponde a una de las familias *wavelet* consideradas: *Daubechies* (*dbN*), *symlets* (*symN*) y *coiflets* (*coifN*). Los resultados se muestran en gráficas separadas para los umbrales Universal, Minimax v SURE.

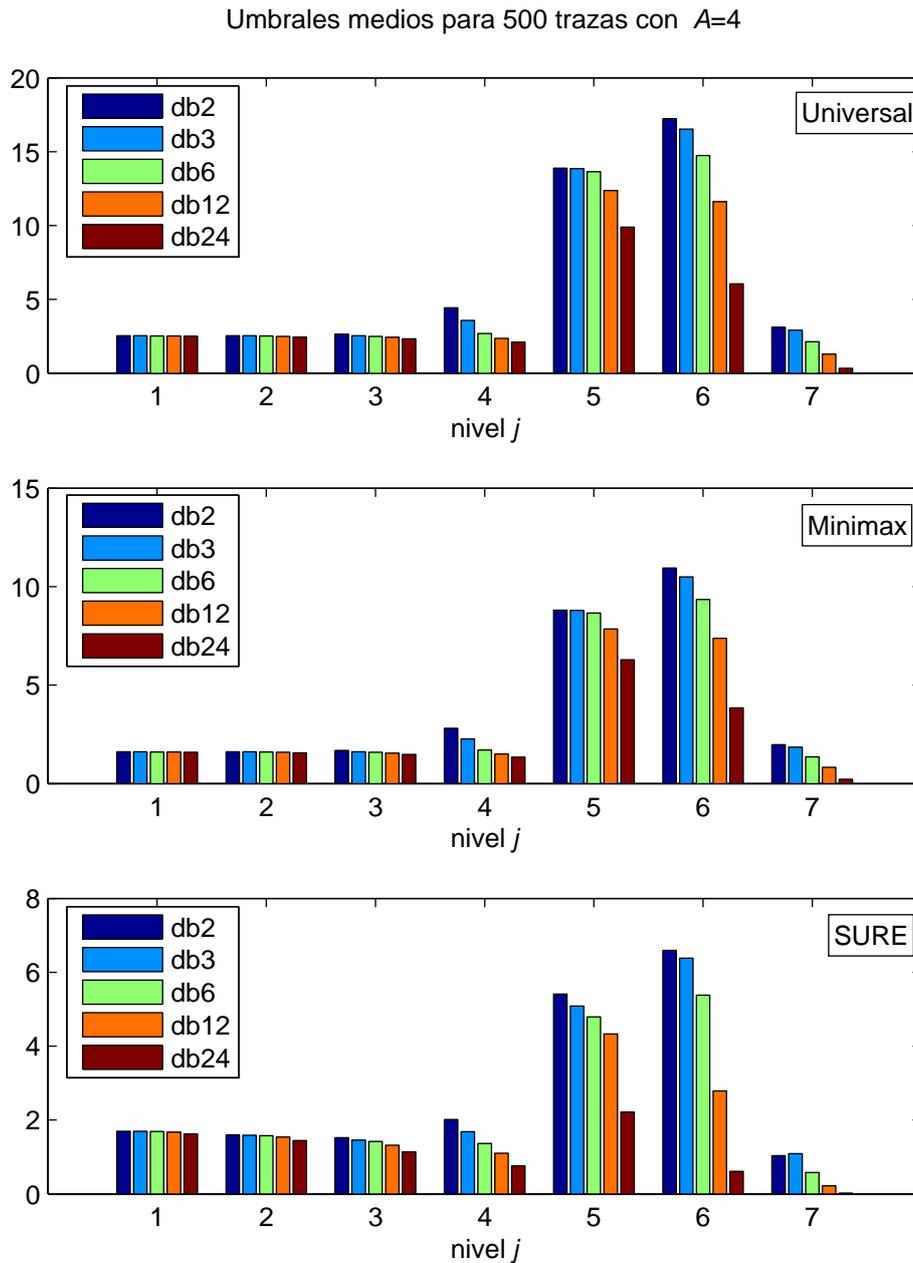
los filtros tiende a reducir la desviación estándar de los coeficientes *wavelet*, y por tanto a reducir también los umbrales calculados según las expresiones (6.19-6.21). Así se aprecia en la figura 9.20, donde se han representado los valores medios de los umbrales para estas trazas, a partir del procesado DWT basado en las *wavelet* de *Daubechies*. La figura muestra que, a medida que aumenta el orden de la *wavelet* y con él la longitud de los filtros, los umbrales en cada nivel  $j$  tienden a reducirse. Con esta reducción los umbrales medios y bajos, como el Minimax o el SURE, quedan



**Figura 9.19.** Valor medio del parámetro  $MSE$  frente a la longitud de los filtros  $L_f$ , para el procesado DWT del conjunto de trazas sintéticas con amplitud del pulso  $A = 4$ . Cada una de las curvas corresponde a una de las familias *wavelet* consideradas: *Daubechies* (*dbN*), *symlets* (*symN*) y *coiflets* (*coifN*). Los resultados se muestran en gráficas separadas para los umbrales Universal, Minimax y SURE.

muy mermados, y de ahí que en la figura 9.18 los resultados empeoren cuando aumenta  $L_f$ . Por el contrario para umbrales grandes, como el Universal, una cierta reducción puede ser beneficiosa, y así se explica que en este caso sean los valores intermedios de  $L_f$  los que proporcionen los mejores resultados en la figura 9.18.

Para el error  $MSE$  representado en la figura 9.19, la dependencia con la longitud de los filtros  $L_f$  es menos clara, y las tendencias varían ligeramente entre las distintas



**Figura 9.20.** Valores medios de los umbrales Universal, Minimax y SURE para el procesado DWT del conjunto de trazas sintéticas con amplitud del pulso  $A = 4$ , considerando distintas *wavelets* de la familia de *Daubechies* ( $dbN$ ).

familias *wavelet*. No obstante se mantiene una cierta preferencia del umbral Universal por las longitudes  $L_f$  medias y altas, y del umbral SURE por las longitudes cortas, mientras que el umbral Minimax queda con un comportamiento intermedio.

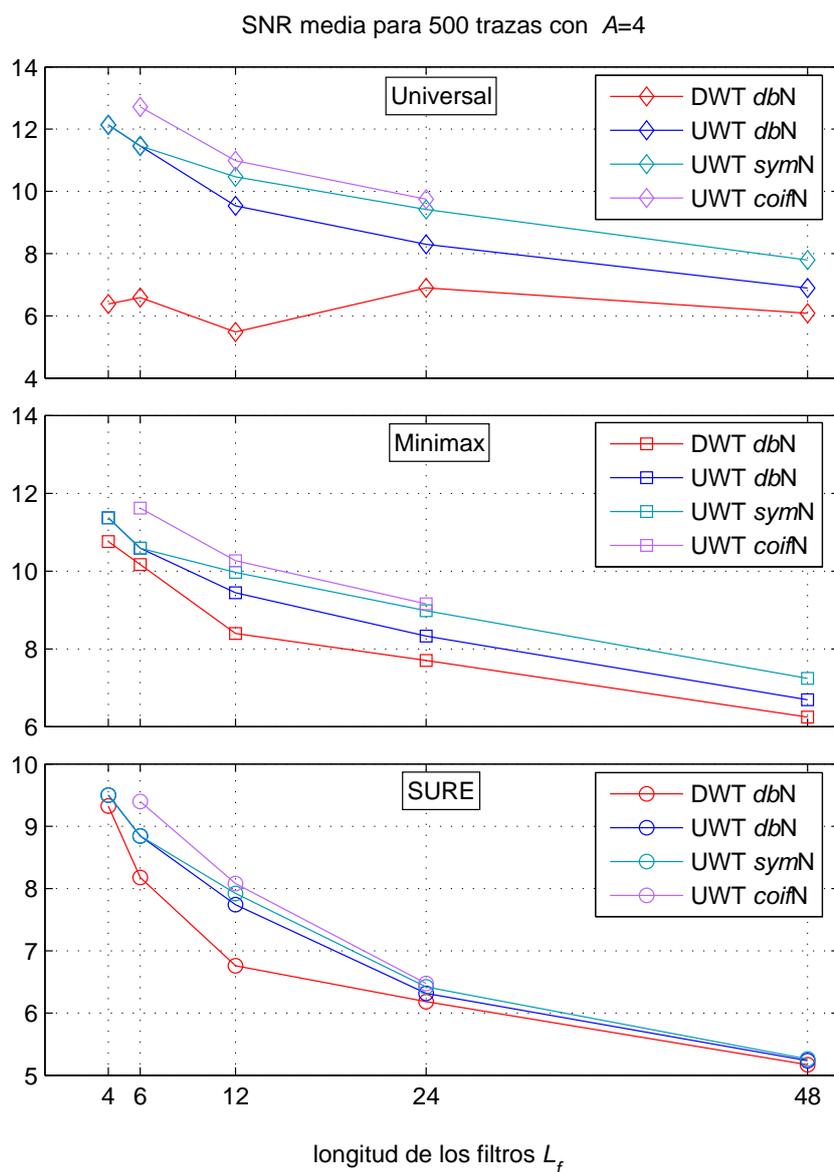
Tras analizar la influencia de la *wavelet* madre sobre el procesado DWT básico, pasamos a estudiar a continuación cómo afecta al procesado mejorado con la

transformada UWT *à trous* con umbralización de  $a_j$ . En las figuras 9.21 y 9.22 se han representado los valores medios de los parámetros  $SNR$  y  $MSE$  para este procesado, aplicado sobre el conjunto de 500 trazas sintéticas con  $A=4$ . Se ha mantenido como referencia la curva DWT para la familia de *Daubechies dbN*, y a ella se han añadido las curvas UWT para las tres familias, *Daubechies*, *symlets* y *coiflets*. La figura 9.21 muestra que los procesados UWT superan en  $SNR$  al procesado DWT. Las curvas UWT para las distintas familias mantienen entre sí la misma tendencia que se había observado antes con el procesado DWT: los mejores resultados los proporcionan las *coiflets*, seguidas de las *symlets* y finalmente las *wavelet* de *Daubechies*. Pero en el caso de la UWT se aprecia una proximidad mayor entre las distintas familias, y unas tendencias más uniformes. Así el aumento de la  $SNR$  para los filtros de menor longitud  $L_f$  es ahora claro en todos los casos, incluidos los que utilizan el umbral Universal. Con el uso de la UWT y su muestreo más denso, la utilización de umbrales altos no es tan crítica para los coeficientes de señal como en el caso de la DWT, y puede resultar entonces más beneficiosa por la mayor eliminación de ruido, según se comentó en el capítulo 8 a partir de los ejemplos de las figuras 8.3.c, 8.4.c y 8.5. Por ello los resultados del umbral Universal mejoran mucho en la zona de  $L_f$  pequeñas con el procesado UWT.

El parámetro  $MSE$  representado en la figura 9.22 experimenta también una mejora notable al pasar del procesado DWT al UWT, con los tres tipos de umbrales. En este caso, además, la mayor uniformidad del procesado UWT para las distintas familias *wavelet* es muy clara. Las curvas se encuentran prácticamente superpuestas, proporcionando unos errores  $MSE$  similares y muy pequeños con independencia de la familia *wavelet* utilizada. La variación con la longitud de los filtros  $L_f$  es también muy leve en los casos Universal y Minimax, y más apreciable con el umbral SURE. Frente a la disparidad de comportamientos observados en la figura 9.19 para el procesado DWT, en el caso UWT se afianza la tendencia a la reducción del error  $MSE$  a medida que disminuye  $L_f$ , para todos los umbrales y familias *wavelet*.

#### ▪ Estudio basado en trazas compuestas con ruido de grano experimental

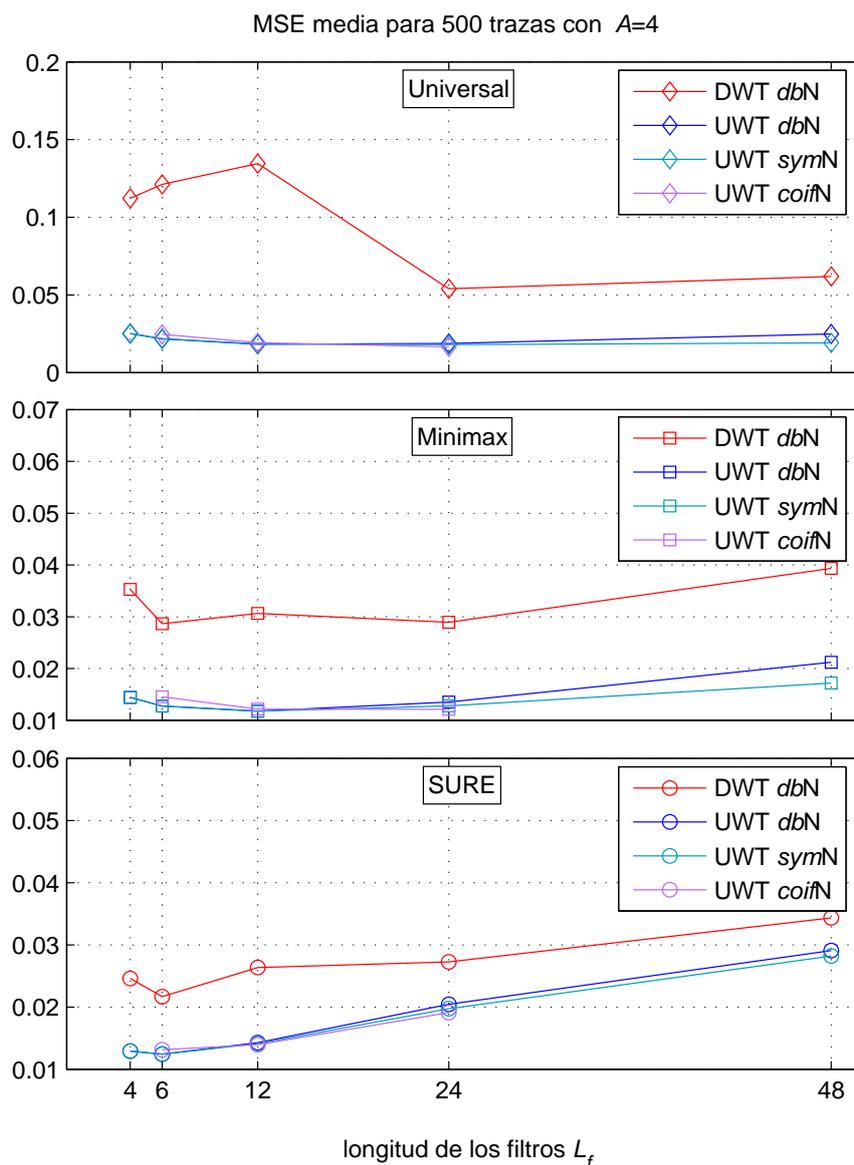
En las figuras 9.23-9.25 se presenta un estudio equivalente al anterior, para las trazas compuestas con ruido de grano experimental descritas en la sección 9.2. Por cada uno de los materiales, acero austenítico y CFRP, se ha tomado un conjunto de 100 trazas compuestas con amplitud del pulso insertado  $A = 4$ . Las figuras 9.23 y 9.24 muestran los resultados de  $SNR$  y  $MSE$  para las trazas obtenidas a partir del acero austenítico, mientras que las figuras 9.25 y 9.26 muestran los resultados para el CFRP. En una representación similar a las utilizadas antes para las trazas sintéticas, se ha tomado



**Figura 9.21.** Valor medio del parámetro  $SNR$  frente a la longitud de los filtros  $L_f$ , para el procesado UWT  $\grave{a}$  trous del conjunto de trazas sintéticas con amplitud del pulso  $A = 4$ .

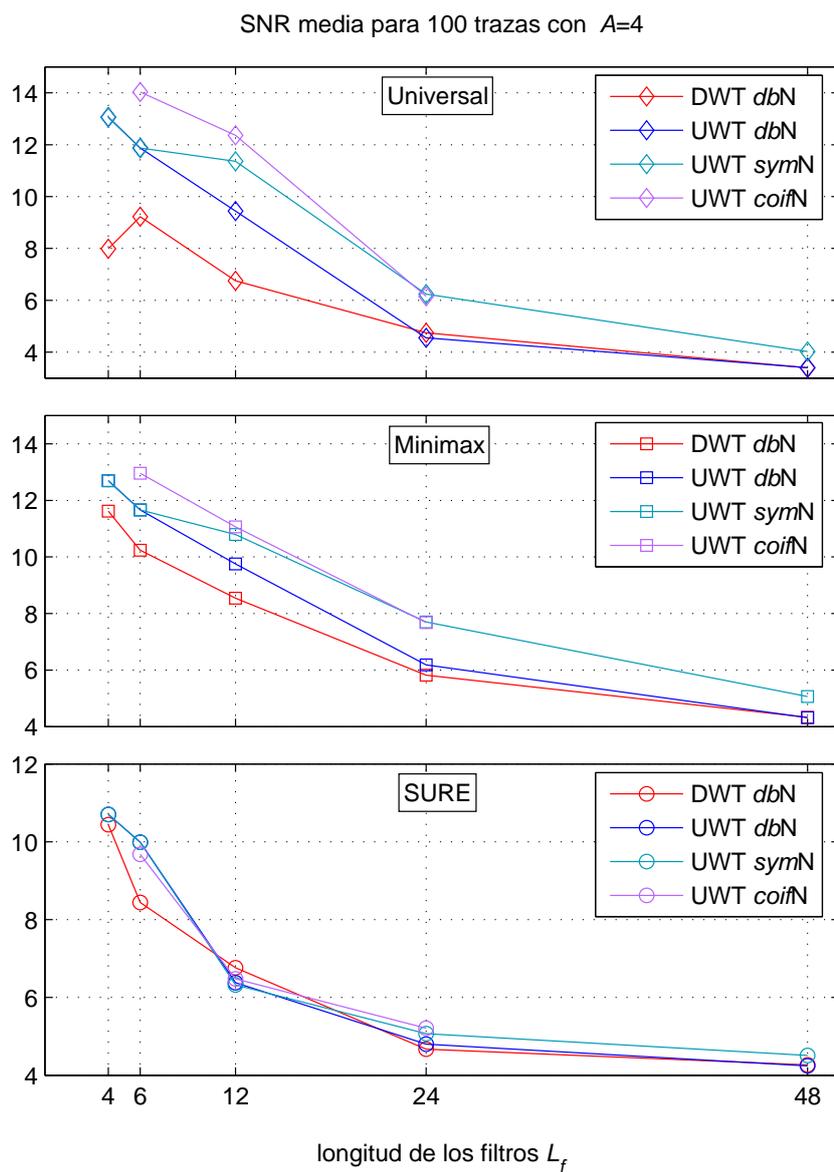
Cada una de las curvas corresponde a una de las familias *wavelet* consideradas: *Daubechies* (*dbN*), *symlets* (*symN*) y *coiflets* (*coifN*). Como referencia, se ha añadido la curva correspondiente al procesado DWT con la familia de *Daubechies*. Los resultados se muestran en gráficas separadas para los umbrales Universal, Minimax y SURE.

como referencia la curva DWT para la familia de *Daubechies* *dbN*, y junto a ella se han representado las curvas UWT para las tres familias, *Daubechies*, *symlets* y *coiflets*. Los resultados muestran que las tendencias observadas antes para las trazas sintéticas se mantienen en las trazas compuestas con ruido experimental. En general se aprecian mejoras al pasar de la DWT a la UWT, con un incremento de la  $SNR$  y una

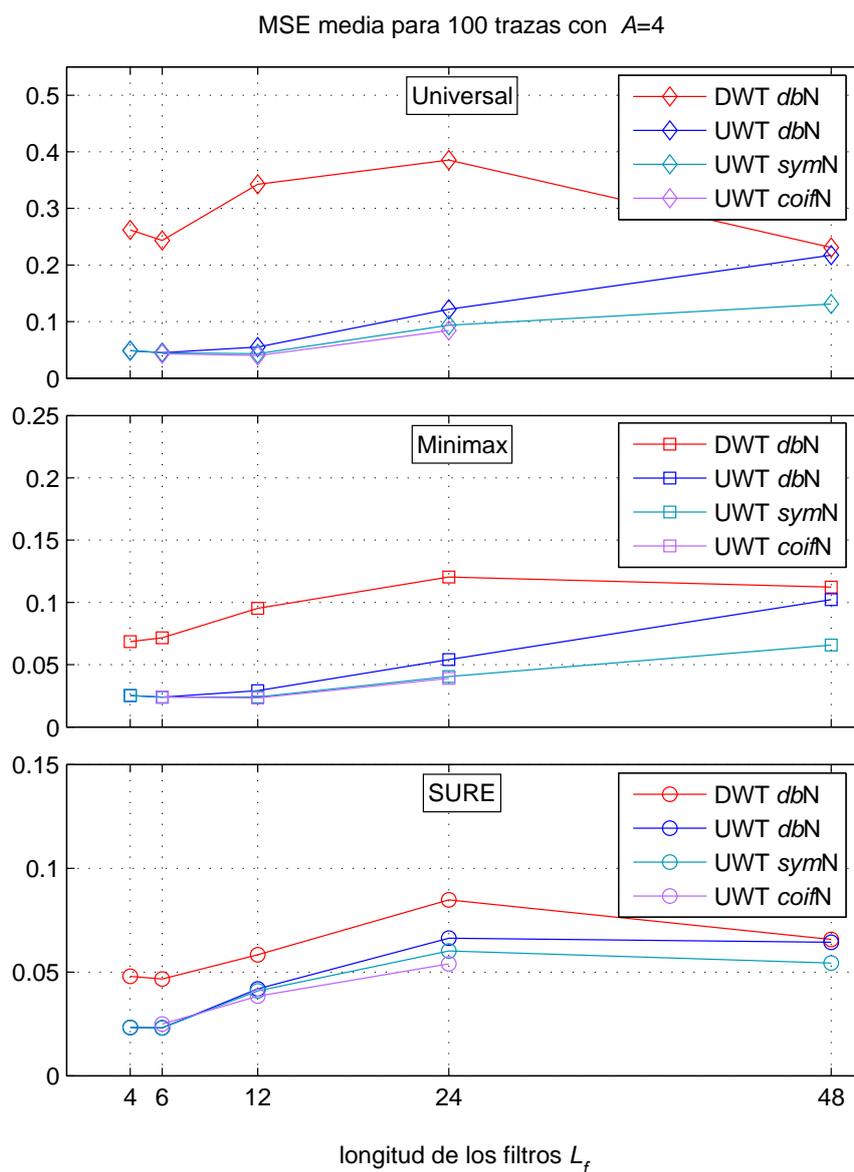


**Figura 9.22.** Valor medio del parámetro  $MSE$  frente a la longitud de los filtros  $L_f$  para el procesado UWT  $\grave{a}$  trous del conjunto de trazas sintéticas con amplitud del pulso  $A = 4$ . Cada una de las curvas corresponde a una de las familias *wavelet* consideradas: *Daubechies* ( $dbN$ ), *symlets* ( $symN$ ) y *coiflets* ( $coifN$ ). Como referencia, se ha añadido la curva correspondiente al procesado DWT con la familia de *Daubechies*. Los resultados se muestran en gráficas separadas para los umbrales Universal, Minimax y SURE.

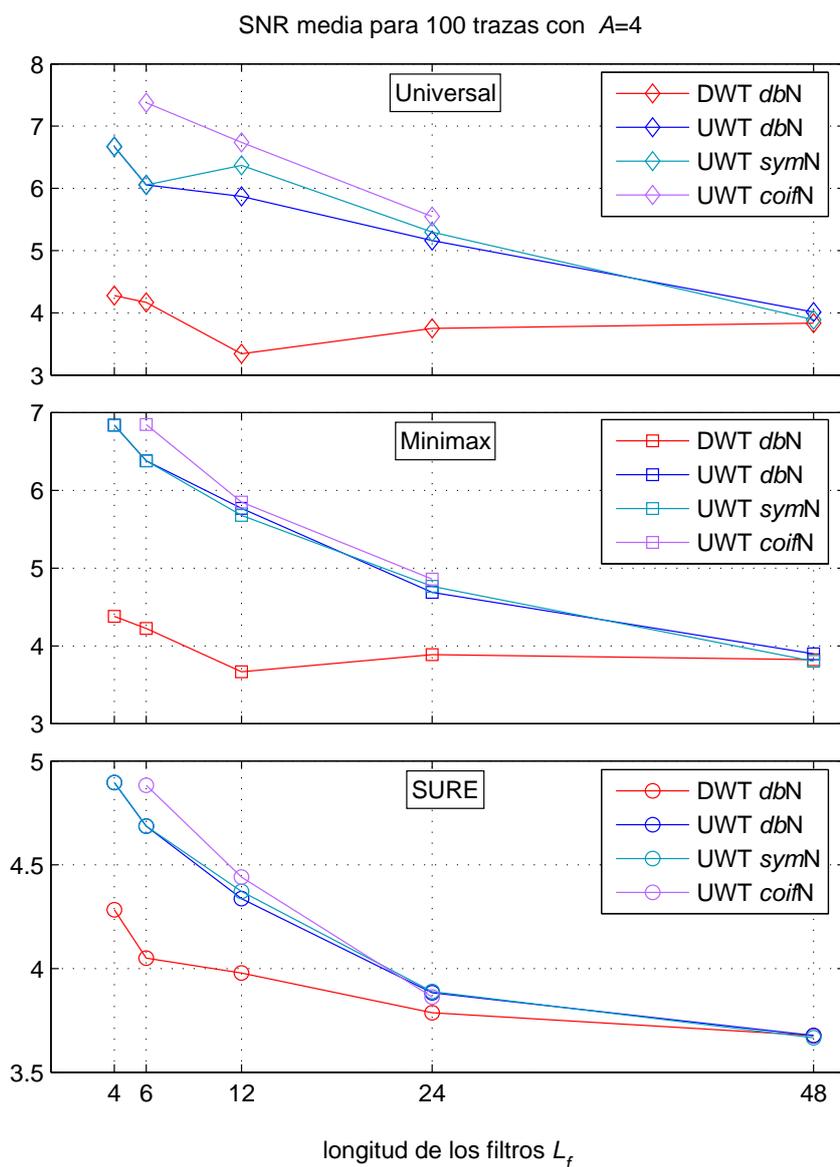
reducción del error  $MSE$ . Además la UWT presenta un comportamiento muy próximo entre las distintas familias *wavelet*, y una preferencia más clara por los valores pequeños de  $L_f$ , los cuales proporcionan los mejores resultados para ambos parámetros,  $SNR$  y  $MSE$ , con independencia de la familia *wavelet* y del tipo de umbral utilizados.



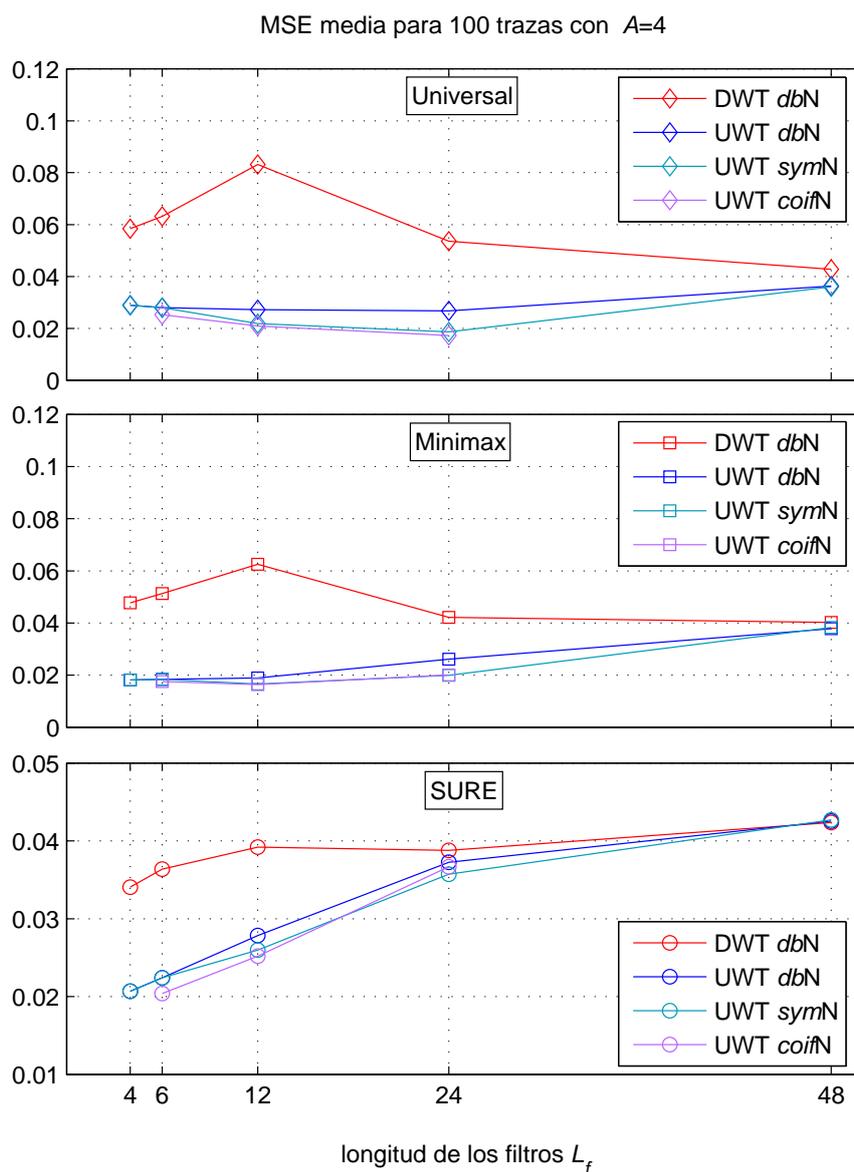
**Figura 9.23.** Valor medio del parámetro  $SNR$  frente a la longitud de los filtros  $L_f$ , para el procesado UWT *à trous* del conjunto de trazas compuestas con ruido medido en acero austenítico y amplitud del pulso  $A = 4$ . Cada una de las curvas corresponde a una de las familias *wavelet* consideradas: *Daubechies* (*dbN*), *symlets* (*symN*) y *coiflets* (*coifN*). Como referencia, se ha añadido la curva correspondiente al procesado DWT con la familia de *Daubechies*. Los resultados se muestran en gráficas separadas para los umbrales Universal, Minimax y SURE.



**Figura 9.24.** Valor medio del parámetro  $MSE$  frente a la longitud de los filtros  $L_f$ , para el procesado UWT  $\grave{a}$  trous del conjunto de trazas compuestas con ruido medido en acero austenítico y amplitud del pulso  $A = 4$ . Cada una de las curvas corresponde a una de las familias *wavelet* consideradas: *Daubechies* ( $dbN$ ), *symlets* ( $symN$ ) y *coiflets* ( $coifN$ ). Como referencia, se ha añadido la curva correspondiente al procesado DWT con la familia de *Daubechies*. Los resultados se muestran en gráficas separadas para los umbrales Universal, Minimax y SURE.



**Figura 9.25.** Valor medio del parámetro  $SNR$  frente a la longitud de los filtros  $L_f$ , para el procesado UWT *à trous* del conjunto de trazas compuestas con ruido medido en CFRP y amplitud del pulso  $A = 4$ . Cada una de las curvas corresponde a una de las familias *wavelet* consideradas: *Daubechies* (*dbN*), *symlets* (*symN*) y *coiflets* (*coiN*). Como referencia, se ha añadido la curva correspondiente al procesado DWT con la familia de *Daubechies*. Los resultados se muestran en gráficas separadas para los umbrales Universal, Minimax y SURE.



**Figura 9.26.** Valor medio del parámetro  $MSE$  frente a la longitud de los filtros  $L_f$ , para el procesado UWT  $\grave{a}$  trous del conjunto de trazas compuestas con ruido medido en CFRP y amplitud del pulso  $A = 4$ . Cada una de las curvas corresponde a una de las familias *wavelet* consideradas: *Daubechies* ( $dbN$ ), *symlets* ( $symN$ ) y *coiflets* ( $coifN$ ). Como referencia, se ha a\u00f1adido la curva correspondiente al procesado DWT con la familia de *Daubechies*. Los resultados se muestran en gr\u00e1ficas separadas para los umbrales Universal, Minimax y SURE.



## Capítulo 10

# Algoritmo *cycle-spinning* para el procesamiento de trazas ultrasónicas

A lo largo de esta tesis se viene planteando el uso de los coeficientes UWT no diezmados para la reducción de ruido de grano en trazas ultrasónicas. Considerando una implementación basada en el algoritmo *à trous*, en los capítulos 8 y 9 se ha aplicado el método a una amplia muestra de señales ultrasónicas sintéticas y experimentales, y se han comprobado sus ventajas de cara a la reducción de este tipo de ruido frente a los procedimientos tradicionales basados en los coeficientes DWT.

En el capítulo 7 se vio que, además del algoritmo *à trous*, existen otras implementaciones que permiten obtener los mismos coeficientes UWT organizados en una estructura distinta: se trata de los algoritmos que denominamos *cycle-spinning* [8, 9, 119] y *diezmado- $\epsilon$*  [7, 9]. Estos algoritmos permitirían desarrollar procedimientos de reducción de ruido alternativos al procesado *à trous* que se ha utilizado hasta el momento.

Entre los diferentes algoritmos, el *cycle-spinning* suele ser el más empleado debido a lo sencillo e intuitivo de su implementación. La reducción de ruido por el método *cycle-spinning* fue propuesta inicialmente en [8], y se ha utilizado después en diferentes trabajos. Entre las aplicaciones más usuales se encuentra el procesado de imágenes [56, 123, 128, 129], y por extensión de señales tomográficas 3D [130]. En el ámbito de la acústica, la técnica de *cycle-spinning* se ha utilizado para la reducción de ruido en señales SONAR [131]. En el caso más particular de los ultrasonidos, destaca la utilización de *cycle-spinning* en aplicaciones médicas, concretamente para la mejora de la relación señal a ruido en medidas Doppler de flujo sanguíneo [132].

Adoptando la filosofía *cycle-spinning*, en este capítulo se presenta un esquema de reducción de ruido de grano ultrasónico alternativo al esquema *à trous* que se planteó en el capítulo 8. Comparando ambos métodos se demuestra que, en última instancia, la

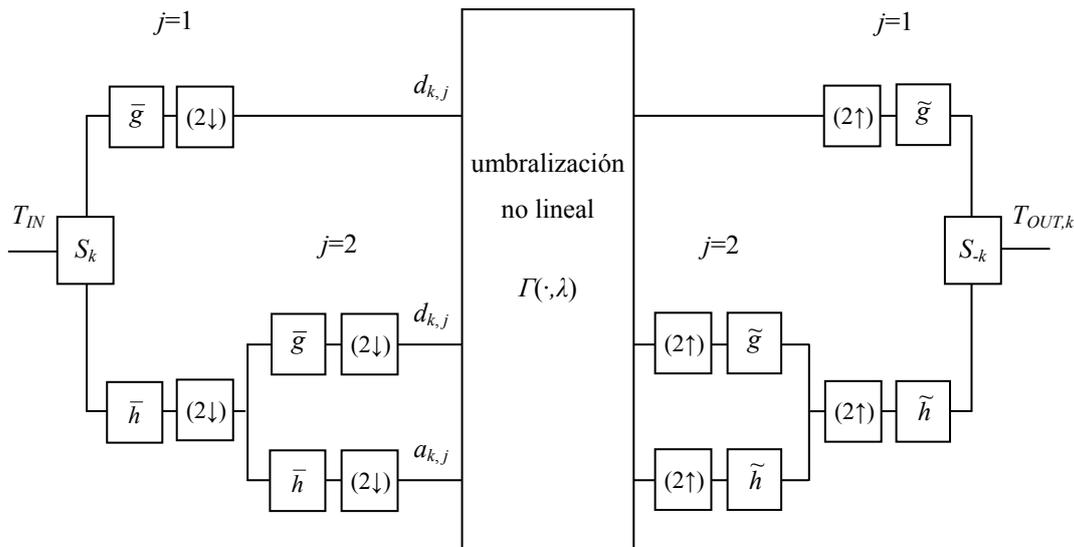
única diferencia entre ellos se encuentra en los valores de los umbrales. El nuevo método *cycle-spinning* se aplica a las trazas ultrasónicas procesadas en los capítulos 8 y 9, y se analiza en qué medida difieren sus resultados de los del procesado *à trous* para nuestro problema particular de reducción de ruido de grano ultrasónico.

## 10.1 Implementación del procesado *cycle-spinning* para reducción de ruido

El método de reducción de ruido *cycle-spinning* se basa en el algoritmo de Mallat con desplazamiento  $k$  de la secuencia de entrada, que se describió en el capítulo 7. El esquema para un determinado desplazamiento  $k$  se muestra en la figura 10.1. Por cada valor de  $k = 0, 1, 2, \dots$ , el algoritmo permite obtener una estimación independiente  $T_{OUT,k}$  de la señal a recuperar. Así, ésta puede reconstruirse de una manera más fiel como promediado de las distintas estimaciones. Esta es la idea a partir de la cual se planteó el procesado *cycle-spinning* en [8]. La traza final se obtendría entonces como:

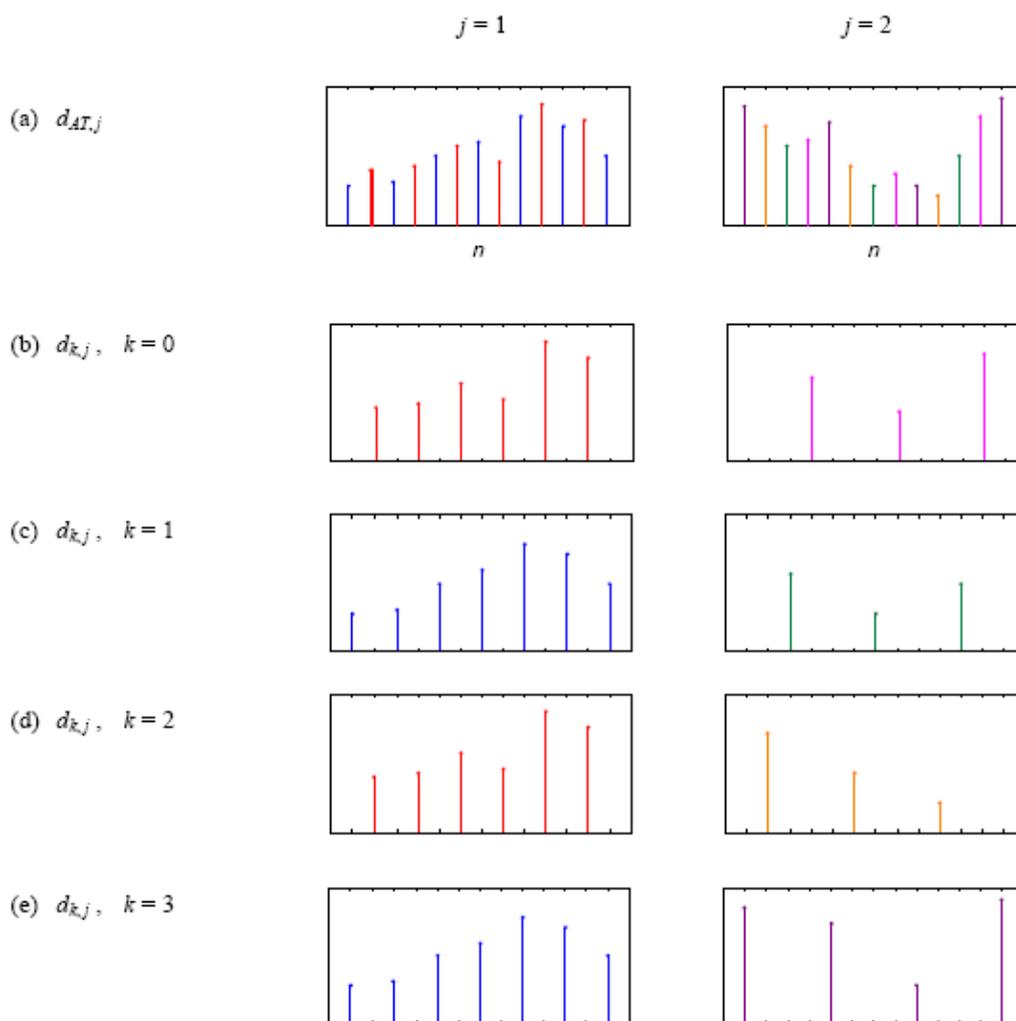
$$T_{OUT}(t) = \frac{\sum_{k=0}^{D-1} T_{OUT,k}(t)}{D} \quad (10.1)$$

donde  $D$  es el número total de desplazamientos que se aplican a la señal de entrada.



**Figura 10.1.** Esquema correspondiente a un desplazamiento  $k$  del procesado *cycle-spinning* para reducción de ruido, con  $J=2$  niveles de descomposición *wavelet*.

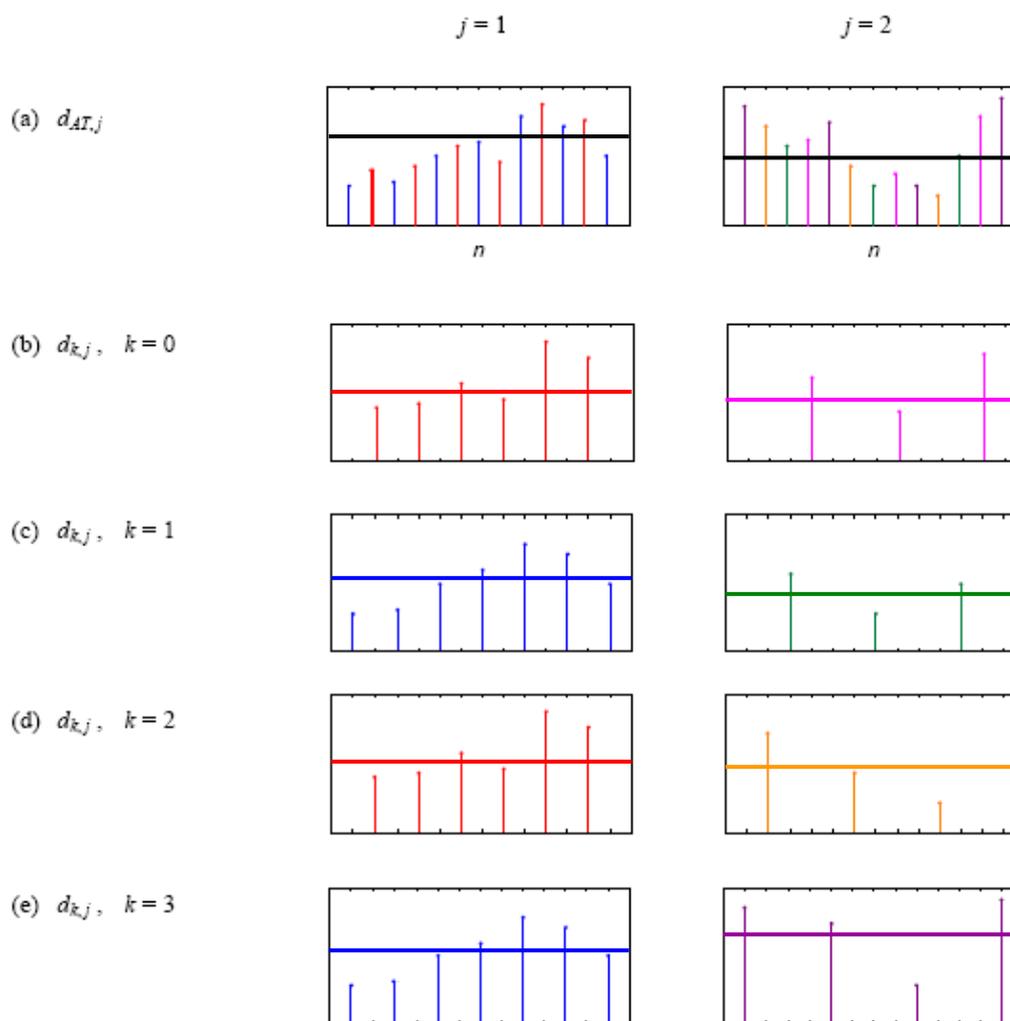
Las observaciones realizadas en el capítulo 7 nos permiten establecer una relación entre este método y el procesado *à trous* considerado en los capítulos anteriores. La figura 10.2 muestra la correspondencia entre los coeficientes *à trous* y *cycle-spinning* a partir del mismo ejemplo que se presentaba en el capítulo 7. En la figura se puede apreciar que los coeficientes *cycle-spinning* para distintos desplazamientos  $k$  corresponden a distintas subsecuencias de los coeficientes *à trous*. En cada nivel  $j$ , el conjunto de  $2^j$  desplazamientos consecutivos  $k = 0, 1, \dots, 2^j - 1$  consigue recuperar la totalidad de coeficientes *à trous*. Más allá, para desplazamientos  $k > 2^j - 1$ , los coeficientes se repiten cíclicamente. Por tanto considerando un nivel máximo de



**Figura 10.2.** Equivalencia entre los coeficientes *à trous* y los coeficientes de Mallat con desplazamiento- $k$  para una secuencia ejemplo. (a) Conjunto de coeficientes *à trous* para los niveles  $j=1$  y  $j=2$ . (b)-(e) Subsecuencias resultantes del algoritmo de Mallat con respectivos desplazamientos  $k = 0, 1, 2, 3$ .

descomposición  $J$ , vamos a tener  $2^J$  desplazamientos consecutivos  $k = 0, 1, \dots, 2^J - 1$  que proporcionarán subsecuencias de coeficientes distintas, y más allá estas subsecuencias se repetirán cíclicamente. Es por ello que tomaremos  $D = 2^J$  como número total de desplazamientos a aplicar en el procesado *cycle-spinning*.

Con el fin de considerar el efecto de la umbralización sobre los coeficientes *à trous* y *cycle-spinning*, en la figura 10.3 se han representado mediante líneas horizontales los umbrales que se aplicarían en cada caso, para la secuencia ejemplo que estamos considerando. Podemos ver que, para un nivel  $j$  determinado, el umbral *à trous* es único y se calcula a partir del conjunto de coeficientes en ese nivel



**Figura 10.3.** Modificación de la figura 10.2 para incluir, en forma de líneas horizontales, los umbrales correspondientes a los procesados *à trous* y *cycle-spinning*. Aunque los coeficientes son equivalentes, los umbrales son distintos: en cada nivel  $j$ , el umbral *à trous* es único mientras que el umbral *cycle-spinning* varía para cada desplazamiento  $k$ .

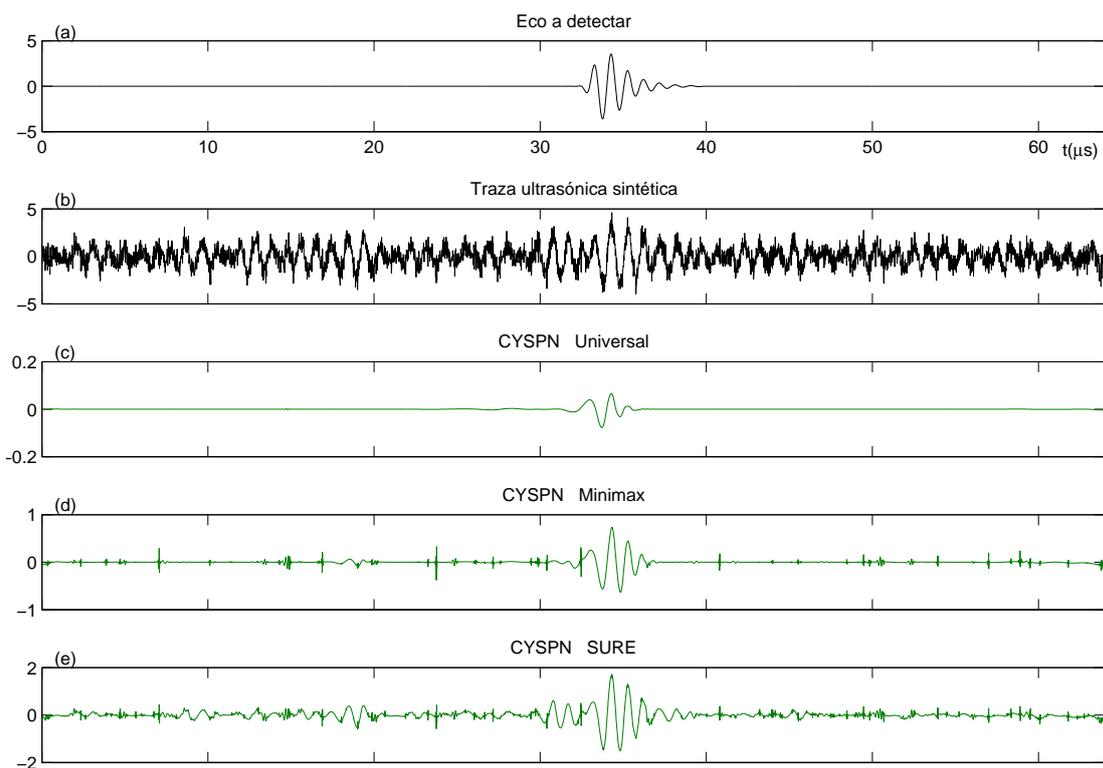
$\lambda_{AT,j} = \lambda(d_{AT,j})$ . En cambio para el mismo nivel  $j$ , el umbral *cycle-spinning* no es único ya que se calcula y se aplica de manera independiente a los coeficientes que resultan de cada desplazamiento  $k$   $\lambda_{k,j} = \lambda(d_{k,j})$ .

De todo lo anterior se deduce que, para un nivel máximo de descomposición  $J$ , los coeficientes procesados por el método *à trous* y por el método *cycle-spinning* con  $2^J$  desplazamientos consecutivos son los mismos. La única diferencia entre ambos métodos reside en los umbrales que emplean, y de ello va a depender la diferencia que se pueda observar en los resultados finales. En los siguientes apartados se utilizará el procesado *cycle-spinning* sobre las trazas ultrasónicas objeto de esta tesis, y se comparan los resultados con los del procesado *à trous* para nuestra aplicación en particular.

## 10.2 Resultados del procesado *cycle-spinning* de trazas ultrasónicas sintéticas

El procesado *cycle-spinning* se lleva a cabo utilizando los mismos parámetros que se usaban en los capítulos anteriores: la *db6* como *wavelet* madre, relleno con ceros para el tratamiento de bordes,  $J=7$  como nivel máximo de la descomposición, *soft thresholding* aplicado a todos los coeficientes, incluidos los de baja frecuencia  $a_J$ , y selección de los umbrales dependiente del nivel, según las tres reglas básicas, Universal, Minimax y SURE.

En primer lugar se aplica el procesado sobre la misma traza sintética que se consideró en los capítulos 6 y 8 para ilustrar el uso de los métodos DWT y UWT *à trous*. La figura 10.4 muestra los resultados del procesado *cycle-spinning* de esta traza. Se puede comprobar que las señales para los tres umbrales son muy similares a las que se obtenían con el método *à trous* en la figura 8.4 del capítulo 8. Las similitudes se pueden apreciar también en términos de los parámetros de calidad *SNR* y *MSE*. Las tablas 10.1 y 10.2 recogen estos parámetros para los tres procesados: DWT, UWT *à trous* y *cycle-spinning*. En ellas podemos comprobar cómo los métodos *à trous* y *cycle-spinning* obtienen unos resultados bastante similares entre sí y claramente superiores a los del procesado DWT. Considerando por ejemplo el umbral Minimax, de comportamiento intermedio, observamos que los procesados *à trous* y *cycle-spinning* obtienen unas *SNR* de 8.68 y 8.50, mayores que el valor de 6.85 que obtiene el procesado DWT, y unos errores *MSE* de  $12.65 \cdot 10^{-3}$  y  $13.15 \cdot 10^{-3}$ , menores que el error de  $32.68 \cdot 10^{-3}$  del procesado DWT.



**Figura 10.4.** Procesado UWT *cycle-spinning* de una traza ultrasónica sintética. (a) Eco a detectar. (b) Traza ultrasónica sintética. (c)–(e) Procesado UWT *cycle-spinning* con umbrales respectivos Universal, Minimax y SURE.

<b>SNR</b>		<b>Universal</b>	<b>Minimax</b>	<b>SURE</b>
<b>SNR inicial</b> 4.22	<b>DWT</b>	0.00	6.85	4.73
	<b>UWT à trous</b>	9.17	8.68	7.77
	<b>cycle-spinning</b>	9.46	8.50	7.19

**Tabla 10.1.** Valores de *SNR* para las trazas resultantes de los procesados DWT, UWT *à trous* y *cycle-spinning* de la traza ultrasónica sintética mostrada en la figura 10.4.

<b>MSE (x10<sup>-3</sup>)</b>		<b>Universal</b>	<b>Minimax</b>	<b>SURE</b>
<b>MSE inicial</b> 52.89	<b>DWT</b>	1054.88	32.68	24.53
	<b>UWT à trous</b>	18.64	12.65	12.37
	<b>cycle-spinning</b>	22.05	13.15	15.62

**Tabla 10.2.** Valores de *MSE* para las trazas resultantes de los procesados DWT, UWT *à trous* y *cycle-spinning* de la traza ultrasónica sintética mostrada en la figura 10.4.

Con el fin de dar mayor generalidad a estos resultados, a continuación se plantea un estudio estadístico análogo al que se realizó en la sección 9.1 de capítulo 9 para los procesados DWT y *à trous*. En este caso se ha aplicado el procesado *cycle-spinning* a los mismos 9 conjuntos de 500 trazas ultrasónicas sintéticas. Los resultados obtenidos se muestran en las figuras 10.5 a 10.8, en una representación similar a la que se utilizó en el capítulo 9. Para facilitar la comparación, se han mantenido las curvas correspondientes a los procesados DWT y UWT *à trous*, en colores rojo y azul respectivamente, y se han añadido los nuevos resultados para el procesado UWT *cycle-spinning* en color verde.

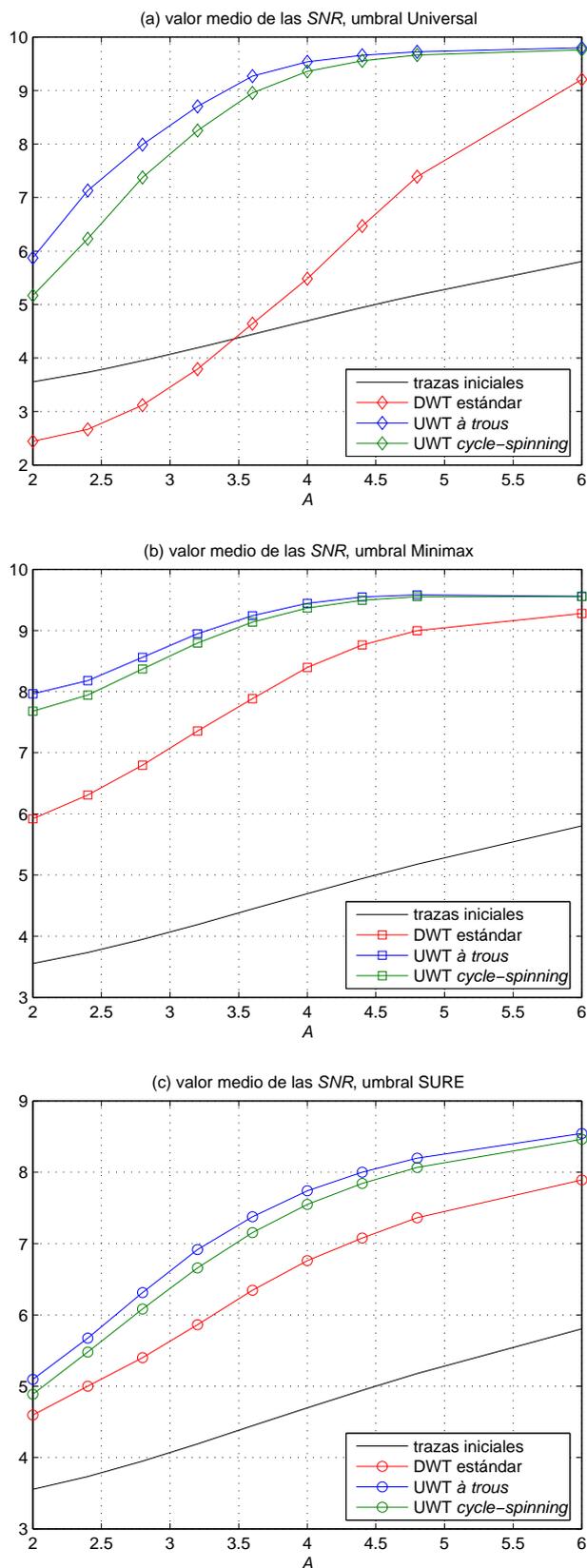
En todas las gráficas se confirma a nivel general lo que se había observado antes para una traza individual. Las curvas muestran unos comportamientos muy similares para los procesados *à trous* y *cycle-spinning*, tanto en relación señal a ruido *SNR* como en error *MSE*, para los dos estadísticos considerados en cada caso, el valor medio y la desviación estándar. En todas las graficas se puede observar que las curvas que proporcionan estos dos métodos basados en los coeficientes UWT se encuentran muy próximas entre sí, y superan claramente a los resultados del procesado DWT.

### 10.3 Resultados del procesado *cycle-spinning* de trazas ultrasónicas experimentales

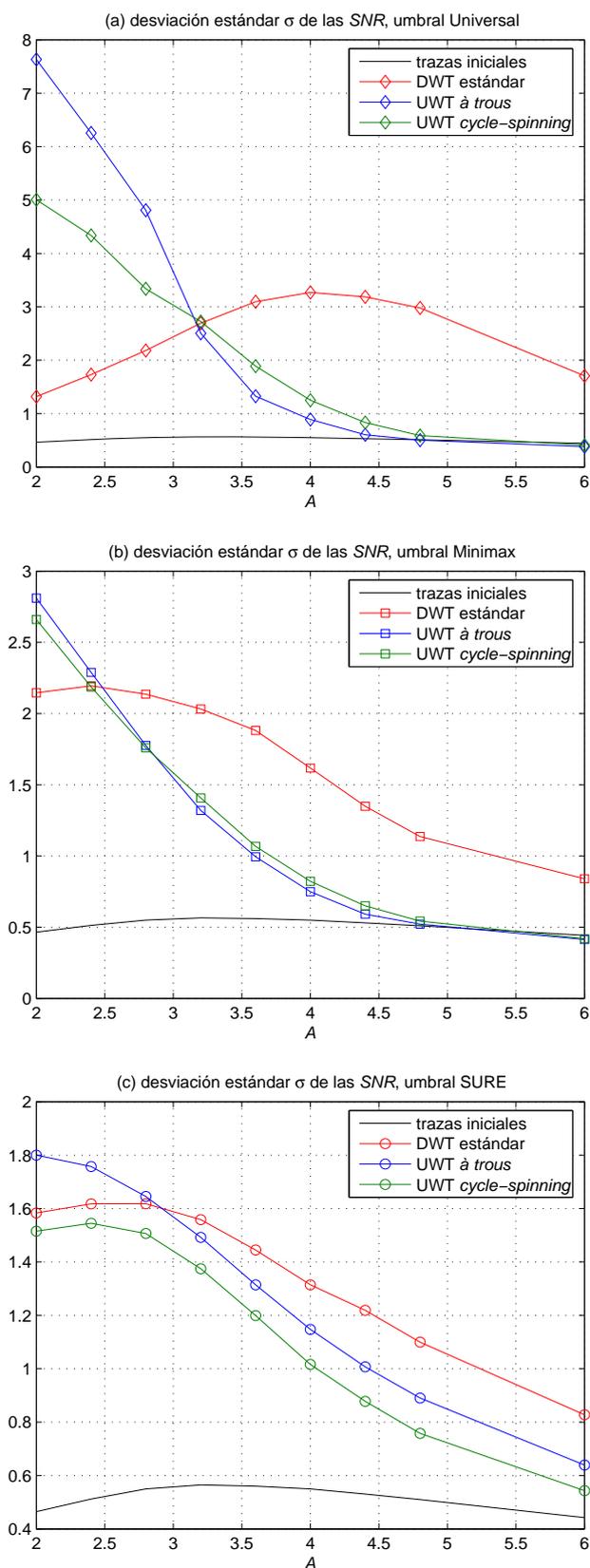
Para completar el estudio sobre el procesado *cycle-spinning*, en esta sección se van a considerar las trazas experimentales adquiridas en las probetas de acero austenítico y fibra de carbono que se describieron en el capítulo 5.

En primer lugar se aplica el procesado a las trazas individuales que se usaron para analizar los distintos métodos de reducción de ruido en los capítulos anteriores. Por un lado tenemos la traza  $T_{AA}(t)$  adquirida en el bloque de acero austenítico, que se mostraba en la figura 5.11 del capítulo 5. Por otro lado están las trazas adquiridas en la probeta de CFRP,  $T_{CFRP 1}(t)$  y  $T_{CFRP 2}(t)$ , que se mostraban en las figuras 5.15 y 5.16 del capítulo 5.

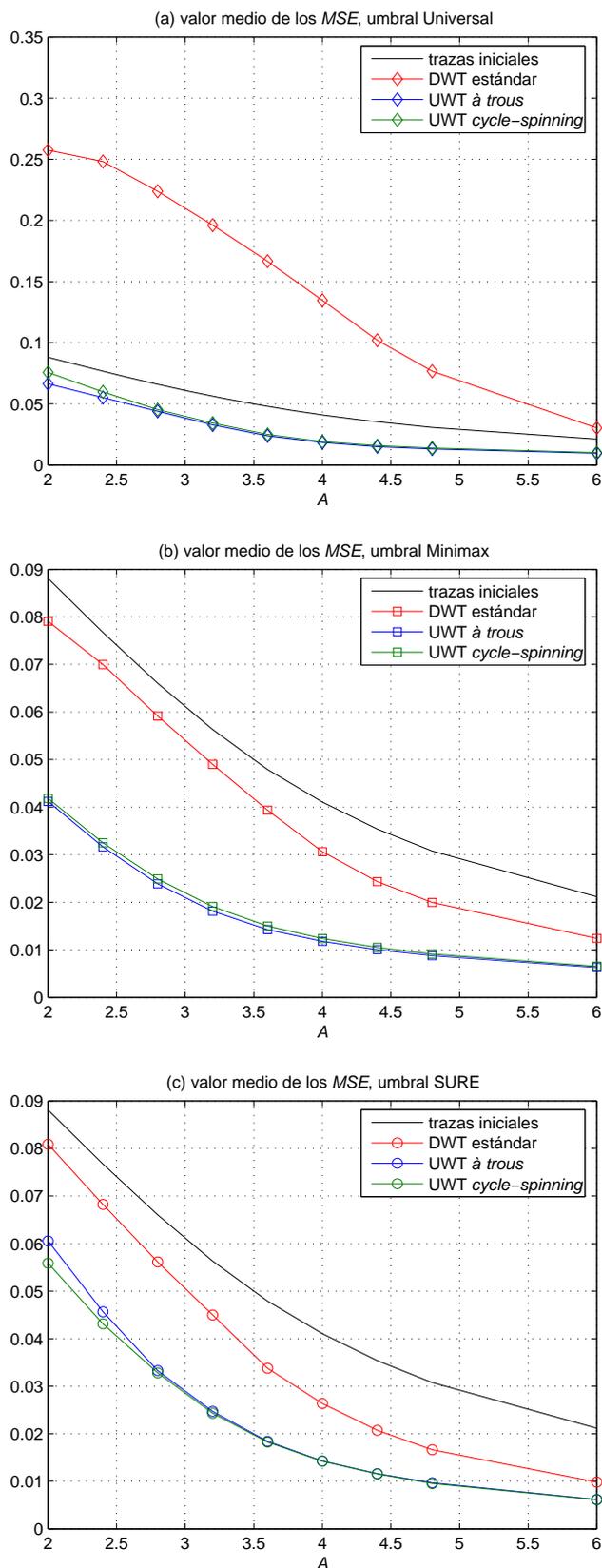
Para estas tres trazas se ha podido comprobar que, al igual que ocurría con la traza sintética en la sección anterior, la aplicación del método *cycle-spinning* proporciona unas señales muy similares a las que se obtenían con el procesado *à trous* en el capítulo 8. Al ser estas señales muy similares, se ha decidido no incluirlas aquí por motivos de simplicidad y espacio. Sin embargo sí que se han incluido sus valores de relación señal a ruido. Éstos se recogen en la tabla 10.3 para los tres procesados, DWT, UWT *à trous* y *cycle-spinning*.



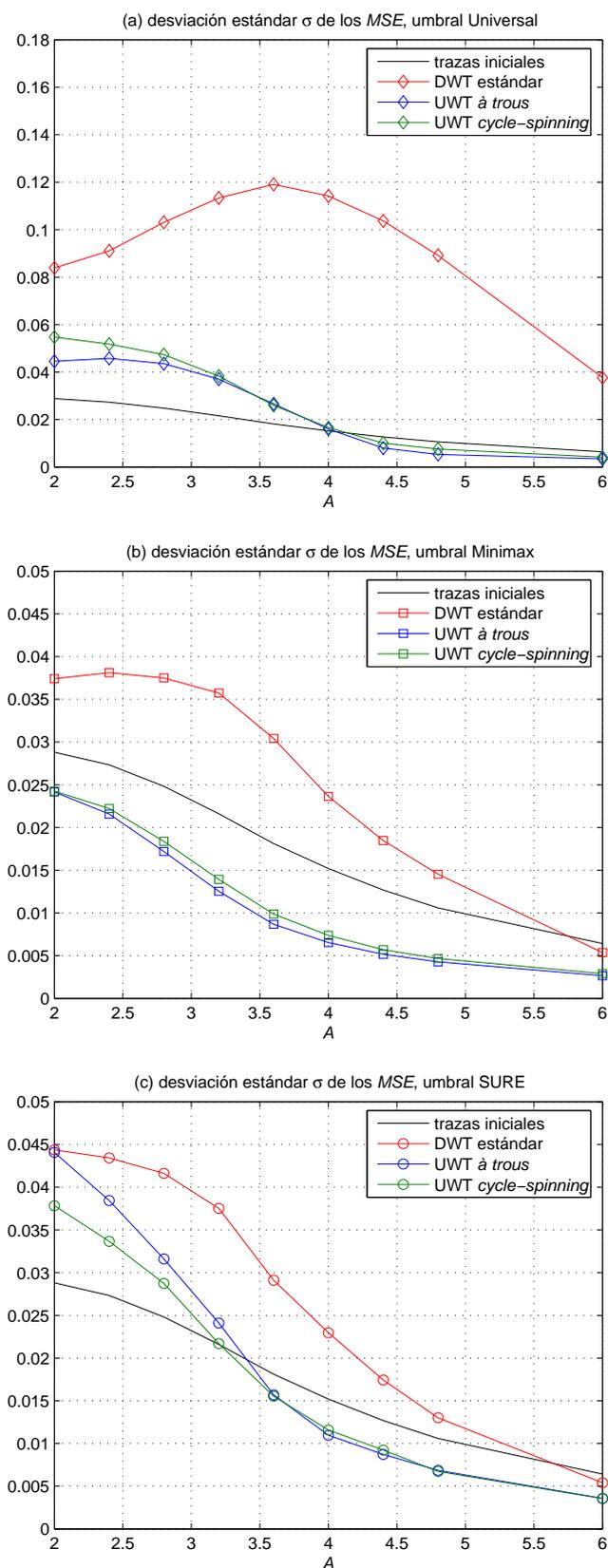
**Figura 10.5.** Valor medio del parámetro SNR para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning*, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 10.6.** Desviación estándar  $\sigma$  del parámetro SNR para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning*, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 10.7.** Valor medio del parámetro  $MSE$  para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning*, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 10.8.** Desviación estándar  $\sigma$  del parámetro *MSE* para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning*, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.

Los valores de la tabla muestran cómo el comportamiento del procesado *cycle-spinning* se encuentra siempre muy próximo al del método *à trous*. Se puede tomar como ejemplo el umbral Minimax, de características intermedias. Para la traza medida en el acero  $T_{AA}(t)$ , según se comentó en el capítulo 8 y se comprobará en el capítulo siguiente, el procesado DWT básico coincide casualmente con la solución óptima que denominamos *best basis*. Es por ello que, con su *SNR* de 12.87, supera en este caso al procesado *à trous* con 11.48, y también al procesado *cycle-spinning* con 11.39, muy próximo al *à trous*.

En cuanto a las trazas medidas en el bloque de fibra de carbono, para la primera de ellas  $T_{CFRP1}(t)$  la tabla muestra mejoras muy leves con ambos procesados, *à trous* y *cycle-spinning*. Siguiendo con el ejemplo del umbral Minimax, observamos que la *SNR* se incrementa ligeramente de 7.45 con el procesado DWT, a 7.50 con el procesado *à trous* y 7.68 con el *cycle-spinning*. El motivo de que no se consigan grandes mejoras en este caso es, según se vio en el capítulo 8, la atenuación con la distancia, que es muy importante en este tipo de material. Esta atenuación da lugar a una distribución del nivel de ruido no uniforme con el tiempo. Debido a ello, al procesar

<b>SNR</b>		<b>Universal</b>	<b>Minimax</b>	<b>SURE</b>
$T_{AA}(t)$	<b>DWT</b>	14.35	12.87	9.35
<b>SNR inicial</b> 6.55	<b>UWT <i>à trous</i></b>	11.83	11.48	9.74
	<b><i>cycle-spinning</i></b>	11.78	11.39	9.66
$T_{CFRP1}(t)$	<b>DWT</b>	7.94	7.45	6.56
<b>SNR inicial</b> 6.28	<b>UWT <i>à trous</i></b>	8.00	7.50	6.49
	<b><i>cycle-spinning</i></b>	8.16	7.68	6.60
$T_{CFRP2}(t)$	<b>DWT</b>	7.26	7.17	6.58
<b>SNR inicial</b> 6.30	<b>UWT <i>à trous</i></b>	9.38	8.57	6.85
	<b><i>cycle-spinning</i></b>	9.35	8.69	6.96

**Tabla 10.3.** Valores de *SNR* para las trazas resultantes de los procesados DWT, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning* de las trazas experimentales  $T_{AA}(t)$ ,  $T_{CFRP1}(t)$  y  $T_{CFRP2}(t)$

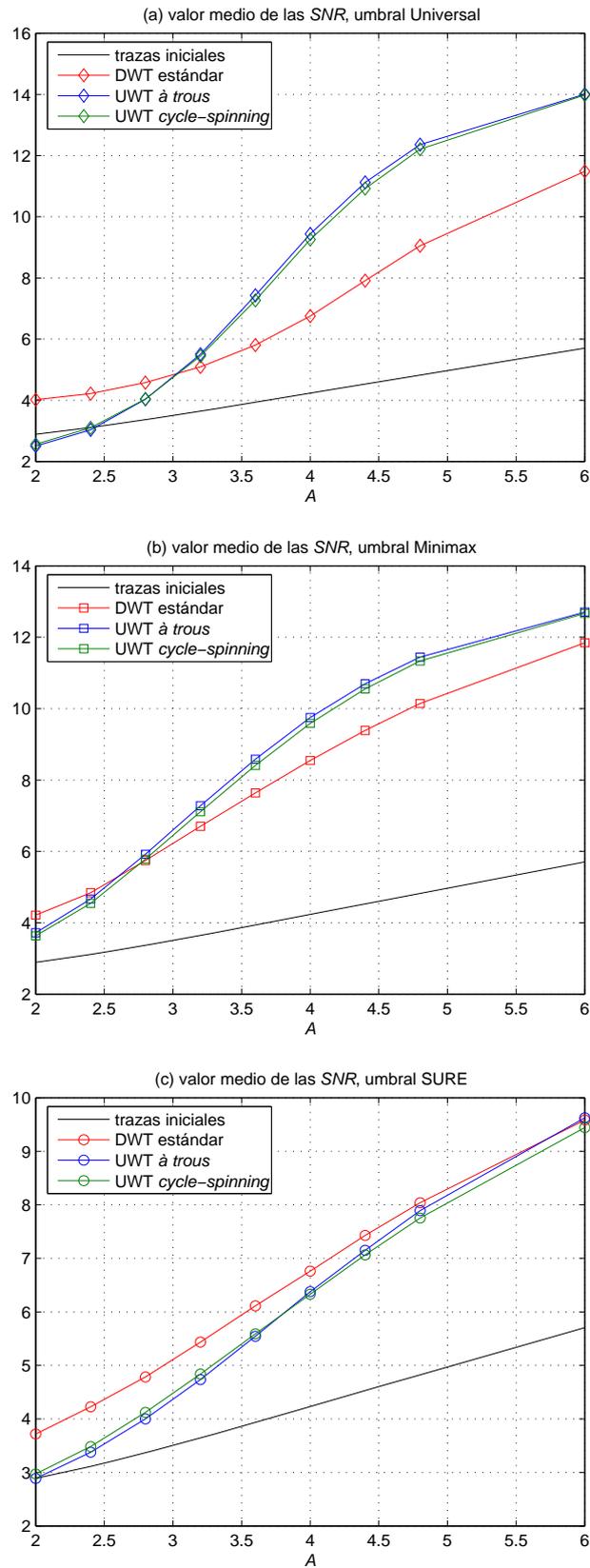
con umbrales uniformes se conserva bastante ruido al inicio de la señal, y éste enmascara las mejoras que pudieran obtener los algoritmos *à trous* y *cycle-spinning* gracias a la mayor densidad de muestreo de sus coeficientes UWT.

Para este tipo de materiales con una importante atenuación con la distancia, se vio en el capítulo 8 que es interesante utilizar una compensación DAC previa [26], como la que se ha aplicado a la segunda traza  $T_{CFRP\ 2}(t)$ . La tabla 10.3 muestra para esta traza unas mejoras más claras por parte de los procesados *à trous* y *cycle-spinning*. Por ejemplo en el caso del umbral Minimax, se pasa de una *SNR* de 7.17 con el procesado DWT, a unos valores de 8.57 y 8.69 para los dos procesados basados en los coeficientes UWT, que en cualquier caso vemos que mantienen unos comportamientos muy similares entre sí.

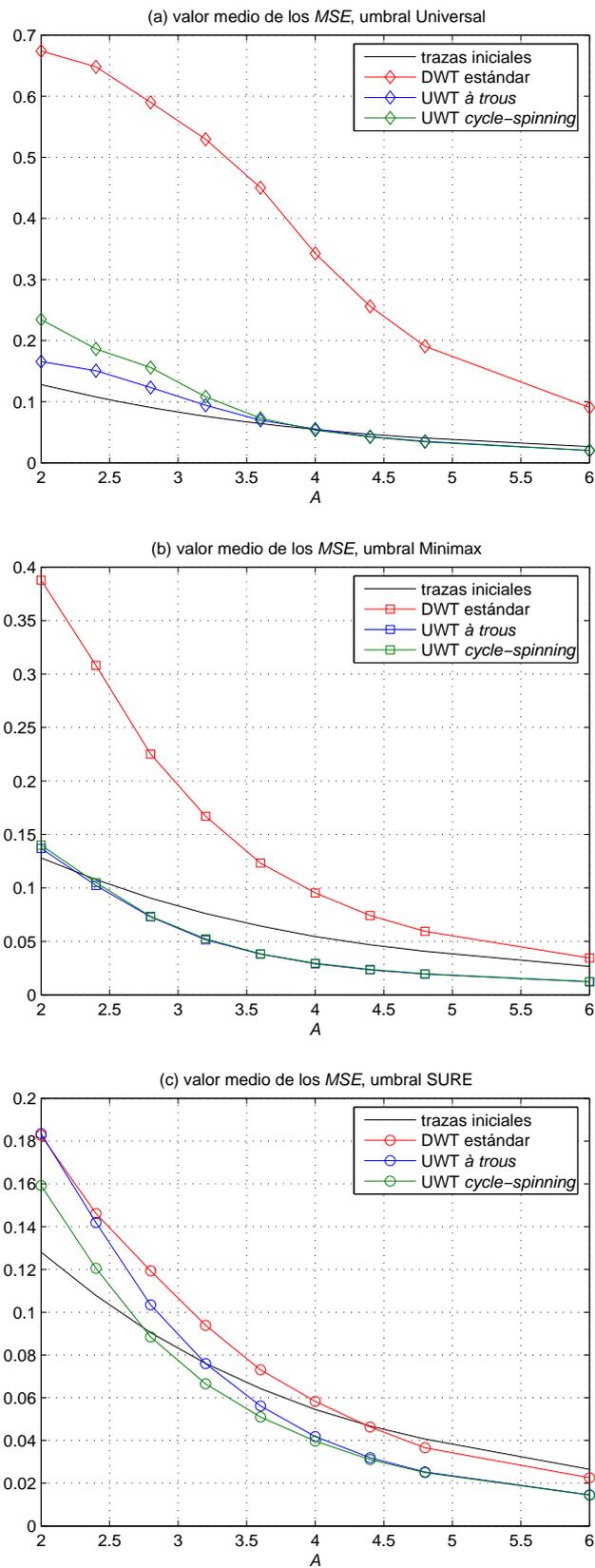
Tras analizar las trazas individuales, vamos a completar el estudio considerando diferentes conjuntos de trazas compuestas con ruido experimental, que van a permitir variar las condiciones señal a ruido iniciales. En concreto, se va a partir de las mismas trazas que se utilizaron en la sección 9.2 de capítulo 9 para el estudio de los procesados DWT y *à trous*, y se va a aplicar el nuevo procesado *cycle-spinning*. Los resultados se muestran en las figuras 10.9 a 10.12. Con el fin de facilitar la comparación, se han mantenido las curvas correspondientes a los procesados DWT y UWT *à trous*, en colores rojo y azul respectivamente, y se han añadido los nuevos resultados para el procesado UWT *cycle-spinning* en color verde.

En primer lugar consideramos las figuras 10.9 y 10.10, que muestran los valores medios de los parámetros *SNR* y *MSE* para las trazas obtenidas a partir del ruido medido en el acero austenítico. En las gráficas se aprecia que los resultados del procesado *cycle-spinning* prácticamente se superponen a los del procesado *à trous*, tanto en *SNR* como en *MSE*. En segundo lugar pasamos a analizar las figuras 10.11 y 10.12, que proporcionan los resultados para las trazas compuestas con ruido procedente de la fibra de carbono. De nuevo comprobamos que los dos procesados basados en los coeficientes UWT se asemejan mucho entre sí, y superan claramente al procesado DWT tanto en relación señal a ruido como en recuperación del pulso.

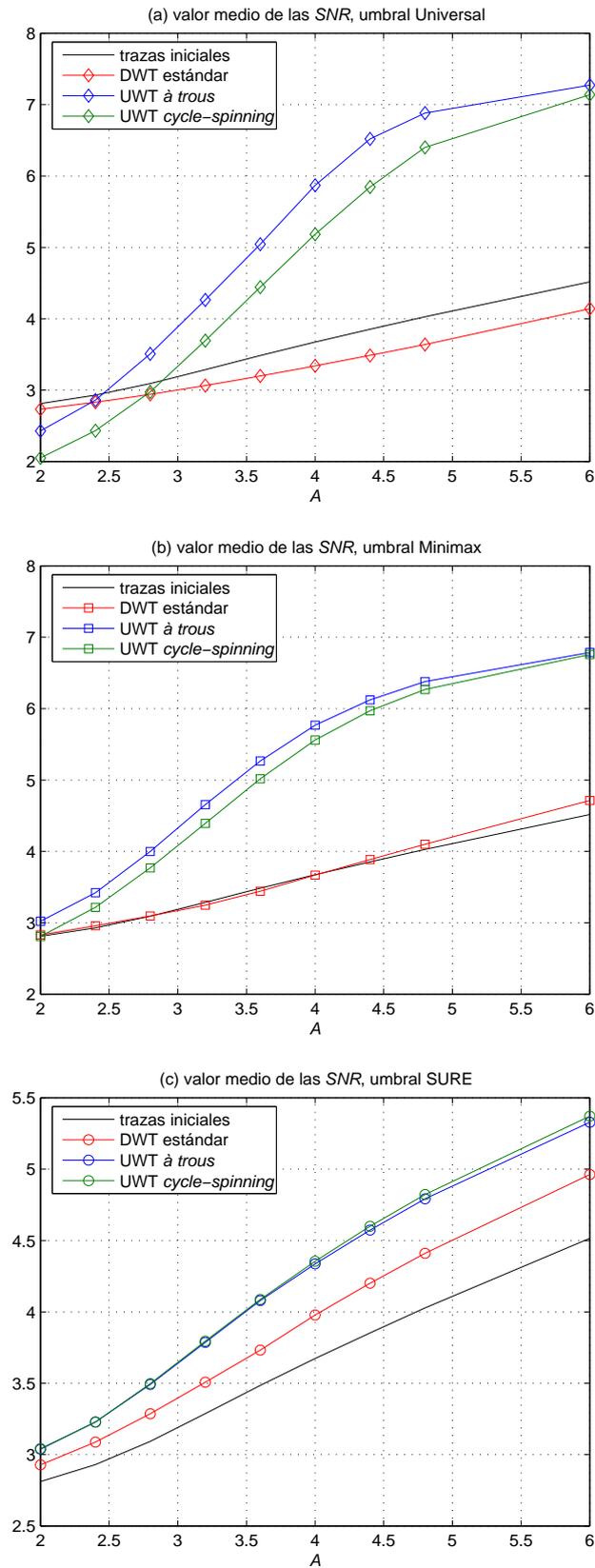
A partir de los diferentes análisis presentados a lo largo del capítulo, podemos concluir que los procesados *à trous* y *cycle-spinning* resultan prácticamente equivalentes entre sí. Para un amplio conjunto de trazas de origen sintético y experimental, hemos comprobado que sus resultados difieren sólo ligeramente, como consecuencia de que utilizan umbrales un poco distintos. Pero la mejora fundamental que obtienen sobre el procesado DWT, debida al uso de los coeficientes UWT no diezmados, se aprecia en la misma medida con ambos procesados.



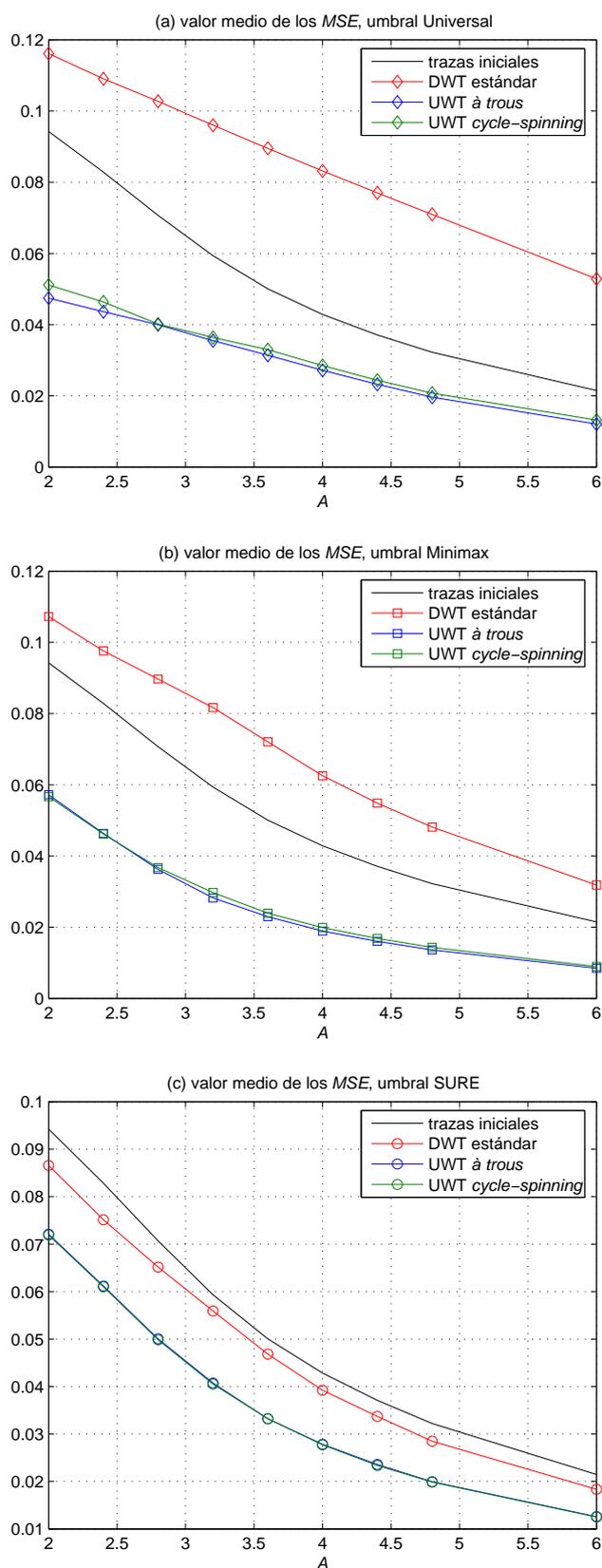
**Figura 10.9.** Valor medio del parámetro SNR para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en acero austenítico. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning*, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 10.10.** Valor medio del parámetro *MSE* para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en acero austenítico. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning*, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 10.11.** Valor medio del parámetro  $SNR$  para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en CFRP. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning*, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 10.12.** Valor medio del parámetro *MSE* para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en CFRP. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT estándar, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning*, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.

La ventaja del procesado *cycle-spinning*, sin embargo, es que proporciona un nuevo punto de vista sobre la señal resultante, la cual se muestra ahora como un promediado de distintas estimaciones independientes  $T_{OUT,k}$  de la señal deseada. Esta nueva visión abre las posibilidades a nuevas reconstrucciones alternativas al promediado, como las que se van a plantear en el capítulo siguiente.

## Capítulo 11

# Mejoras adicionales sobre el procesado UWT: reducción del número de desplazamientos y reconstrucción *best basis*

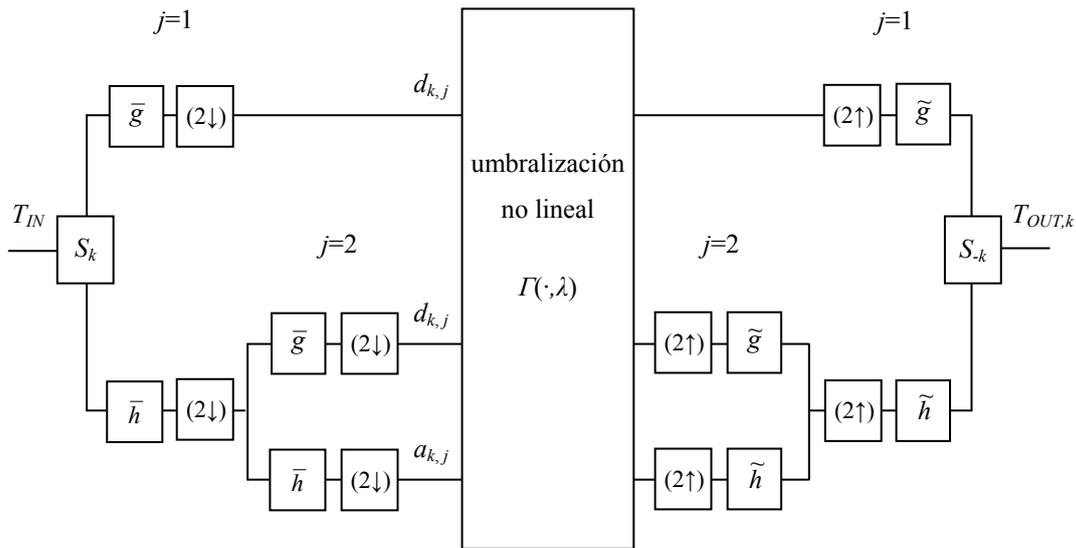
El método *cycle-spinning* nos ha proporcionado un nuevo punto de vista respecto al procesado UWT. Hemos podido comprobar que la señal resultante mejora gracias al promediado de distintas estimaciones independientes, las cuales se obtienen de aplicar sucesivos desplazamientos a la señal de entrada.

A partir de esta nueva visión, es posible plantear procedimientos de reconstrucción alternativos que permitan mejorar el procesado. En este capítulo vamos a considerar dos de estas posibles mejoras. Por un lado, proponemos una reducción en el número de desplazamientos del procesado *cycle-spinning*, con el fin de conseguir un menor coste manteniendo la calidad de las trazas resultantes. Por otro lado, vamos a tratar de obtener mejoras adicionales mediante una reconstrucción de tipo *best basis*, donde en lugar de promediar se selecciona la mejor de entre las distintas estimaciones.

A lo largo del capítulo se describen en detalle los dos métodos propuestos, y se analiza su comportamiento sobre las mismas trazas sintéticas y experimentales que se han venido utilizando en el estudio de los procesados anteriores.

### **11.1 Reducción del número de desplazamientos en *cycle-spinning***

El método *cycle-spinning* que se presentaba en la figura 10.1 del capítulo anterior, se basa en aplicar una serie de desplazamientos  $k$  a la señal de entrada. El esquema se ha reproducido aquí, en la figura 11.1. Los distintos desplazamientos  $k$  proporcionan distintas estimaciones  $T_{OUT,k}$  de la señal deseada, que posteriormente se promedian:



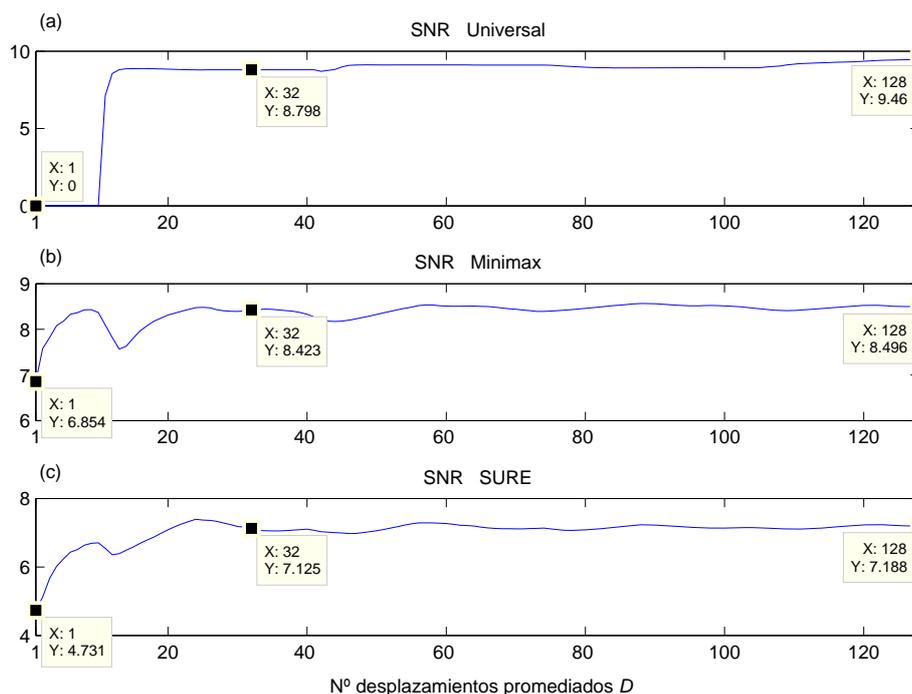
**Figura 11.1.** Esquema correspondiente a un desplazamiento  $k$  del procesado *cycle-spinning* para reducción de ruido, con  $J=2$  niveles de descomposición *wavelet*.

$$T_{OUT}(t) = \frac{\sum_{k=0}^{D-1} T_{OUT,k}(t)}{D} \quad (11.1)$$

siendo el parámetro  $D$  en esta expresión, el número total de desplazamientos promediados.

En el capítulo anterior se vio que, para un nivel máximo de descomposición  $J$ , el número máximo de estimaciones independientes  $T_{OUT,k}$  que podemos obtener es  $2^J$ . Éstas resultan de  $2^J$  desplazamientos consecutivos,  $k = 0, 1, \dots, 2^J - 1$ , más allá de los cuales las subsecuencias *wavelet* y por tanto las estimaciones  $T_{OUT,k}$ , se repiten cíclicamente.

Conforme a lo anterior, en los procesados *cycle-spinning* implementados hasta el momento se ha considerado siempre el número máximo de desplazamientos  $D = 2^J$  en la ecuación (11.1). Sin embargo podríamos plantearnos reducir este número, con el fin de alcanzar un mejor compromiso entre la calidad de las trazas recuperadas y el coste del procesado. De acuerdo con esta idea, vamos a analizar cómo afecta la variación del parámetro  $D$  al procesado *cycle-spinning* de una traza ultrasónica individual. Consideraremos la traza sintética que se mostraba en la figura 4.10 del capítulo 4, la cual se ha venido utilizando a lo largo de la tesis para estudiar los distintos procesados. Las figuras 11.2 y 11.3 muestran la evolución de los parámetros *SNR* y



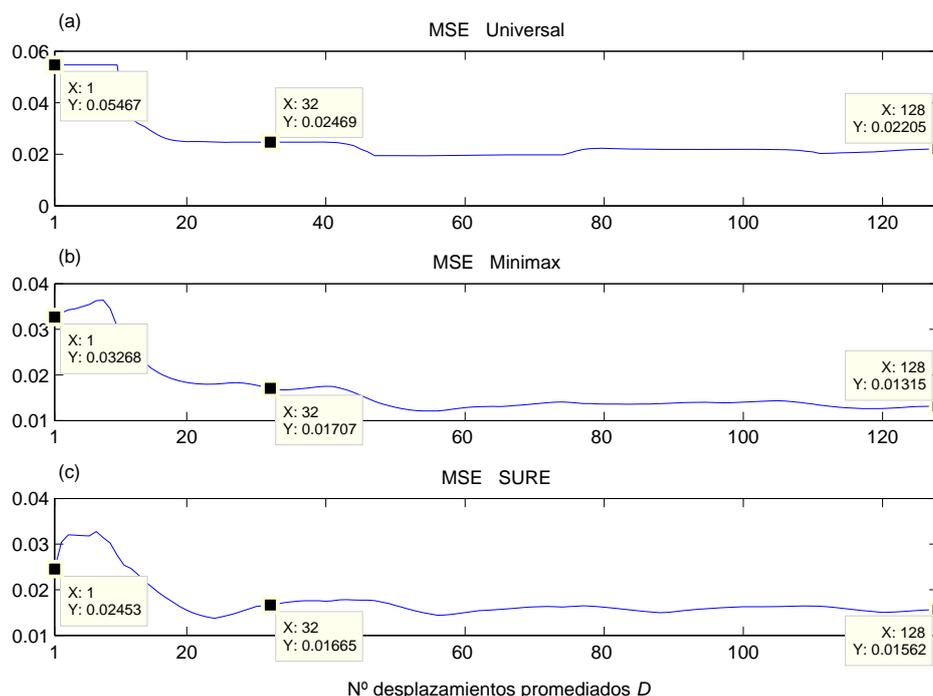
**Figura 11.2.** Evolución del parámetro *SNR* a medida que aumenta el número de desplazamientos promediados *D*, en el procesado *cycle-spinning* de una traza individual sintética.

*MSE* a medida que aumenta el número de desplazamientos *D* en el procesado *cycle-spinning* de esta traza.

Como parámetros de procesado se han tomado los habituales: la *db6* como *wavelet* madre, relleno con ceros para el tratamiento de bordes,  $J=7$  como nivel máximo de la descomposición, *soft thresholding* aplicado a todos los coeficientes, incluidos los de baja frecuencia  $a_J$ , y selección de los umbrales dependiente del nivel, según las tres reglas básicas, Universal, Minimax y SURE. El número de desplazamientos promediados, *D*, se ha hecho variar entre un valor mínimo  $D = 1$ , que corresponde al procesado DWT:

$$T_{OUT}(t) = \left. \frac{\sum_{k=0}^{D-1} T_{OUT,k}(t)}{D} \right|_{D=1} = T_{OUT,k=0}(t) \tag{11.2}$$

y un valor máximo  $D = 2^J = 128$  que corresponde al procesado UWT *cycle-spinning* con el máximo número de desplazamientos, que veíamos en el capítulo anterior:



**Figura 11.3.** Evolución del parámetro  $MSE$  a medida que aumenta el número de desplazamientos promediados  $D$ , en el procesado *cycle-spinning* de una traza individual sintética.

$$T_{OUT}(t) = \frac{\sum_{k=0}^{D-1} T_{OUT,k}(t)}{D} \Bigg|_{D=2^J=128} \quad (11.3)$$

En primer lugar vamos a analizar la figura 11.2, que muestra la evolución del parámetro  $SNR$ . Observamos que las curvas presentan un crecimiento bastante rápido al principio, y que tienden a estabilizarse después. Con  $D > 20$  aproximadamente, ya se puede considerar que las curvas son estables para los tres umbrales. Tomamos como ejemplo  $D = 32$ , que supone una cuarta parte del número máximo de desplazamientos. En las gráficas se ha extraído la  $SNR$  para este valor, y también para el número máximo de desplazamientos,  $D = 128$ . Al compararlos, comprobamos que con la cuarta parte de desplazamientos se consiguen prácticamente los mismos resultados que con los 128 máximos: 8.80 frente a 9.46 para el umbral Universal, 8.42 frente a 8.50 para el umbral Minimax, y 7.13 frente a 7.19 para el umbral SURE.

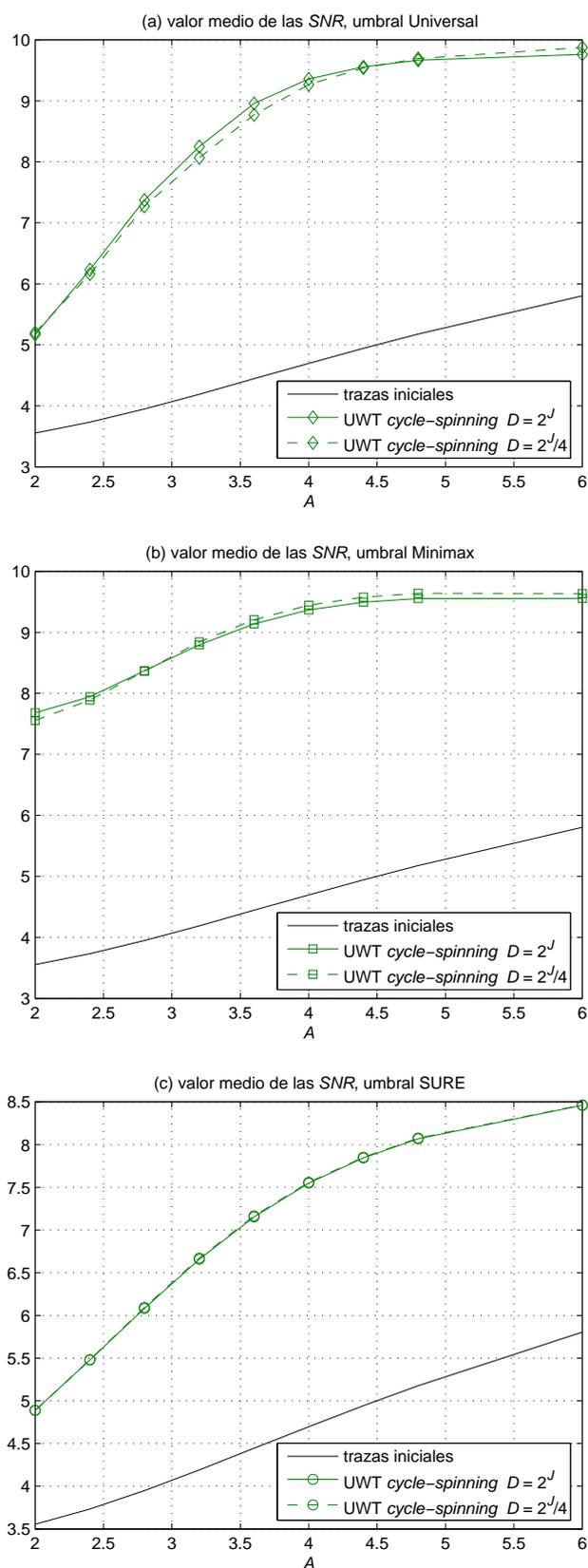
Si consideramos por otra parte el error  $MSE$  en la figura 11.3, vemos que se produce una evolución similar. El error es más grande al principio, y decrece muy rápido para estabilizarse después. Comparando los resultados para  $D = 32$  y  $D = 128$ ,

observamos de nuevo que con la cuarta parte de desplazamientos se consiguen prácticamente los mismos resultados que con los 128 máximos:  $24.69 \cdot 10^{-3}$  frente a  $22.05 \cdot 10^{-3}$  para el umbral Universal,  $17.07 \cdot 10^{-3}$  frente a  $13.15 \cdot 10^{-3}$  para el umbral Minimax, y  $16.65 \cdot 10^{-3}$  frente a  $15.62 \cdot 10^{-3}$  para el umbral SURE.

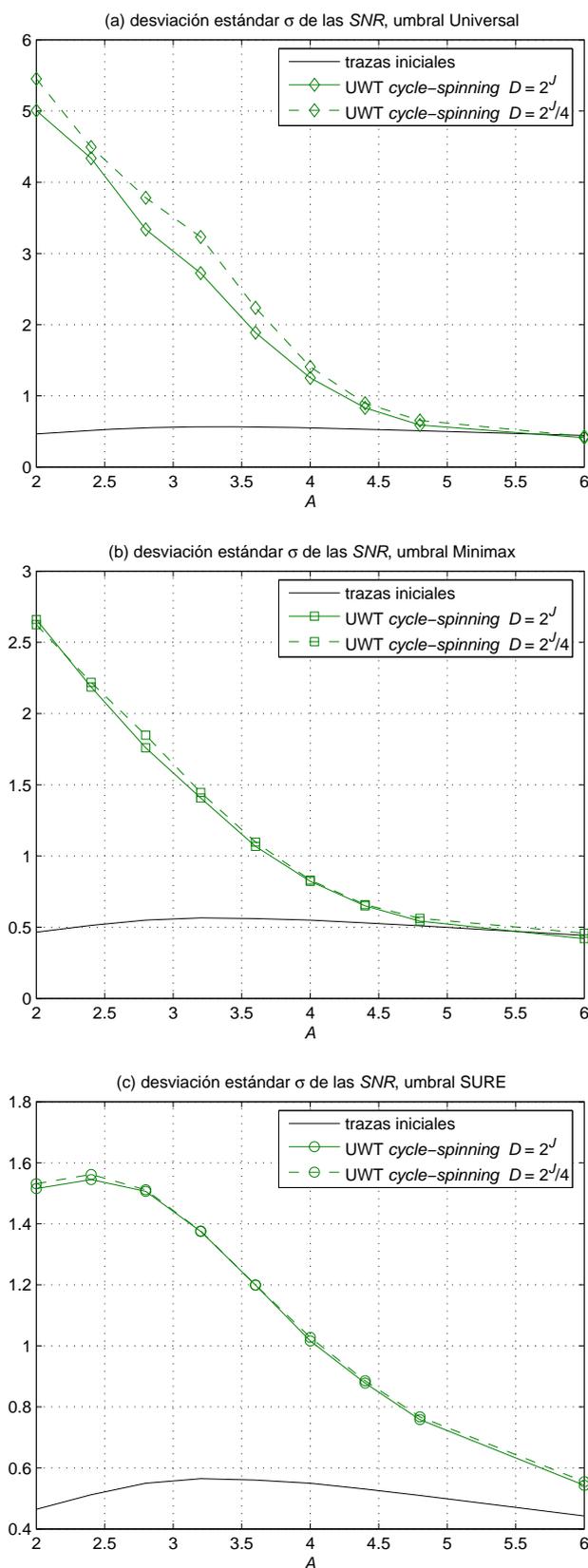
Para comprobar si estos resultados obtenidos con una traza individual se dan de manera general, vamos a completar el estudio considerando diferentes conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas y de trazas compuestas con ruido experimental. Por un lado tomamos los mismos 9 conjuntos de 500 trazas ultrasónicas sintéticas que se utilizaron en los capítulos 9 y 10 para el estudio de los procesados DWT, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning*. Los resultados se muestran en las figuras 11.4 a 11.7. Para no sobrecargar las gráficas, se han mantenido únicamente las curvas correspondientes al procesado UWT *cycle-spinning* con máximo número de desplazamientos  $D = 2^J = 128$  en línea verde continua, y se han añadido los nuevos resultados para el procesado UWT *cycle-spinning* con  $D = 2^J/4 = 32$  desplazamientos en línea verde punteada. Las curvas continuas y punteadas muestran unos comportamientos muy similares entre sí, tanto en relación señal a ruido *SNR* como en error *MSE*, para los dos estadísticos considerados en cada caso, el valor medio y la desviación estándar. Se confirma así que con la cuarta parte de desplazamientos se obtienen prácticamente los mismos resultados que con los 128 máximos, como ya se había observado en el caso de la traza individual.

Por otro lado se han considerado también los distintos conjuntos de trazas compuestas con ruido experimental que se utilizaron en los capítulos 9 y 10. Los resultados se muestran en las figuras 11.8 a 11.11, en una representación similar a la anterior. Las figuras 11.8 y 11.9 muestran los valores medios de los parámetros *SNR* y *MSE* para las trazas obtenidas a partir del ruido medido en el acero austenítico. Las figuras 11.10 y 11.11 proporcionan resultados análogos para las trazas compuestas con ruido procedente de la fibra de carbono. Las distintas gráficas confirman que los procesados *cycle-spinning* con  $D = 2^J = 128$  desplazamientos y  $D = 2^J/4 = 32$  desplazamientos proporcionan resultados muy similares entre sí, tanto en *SNR* como en *MSE*.

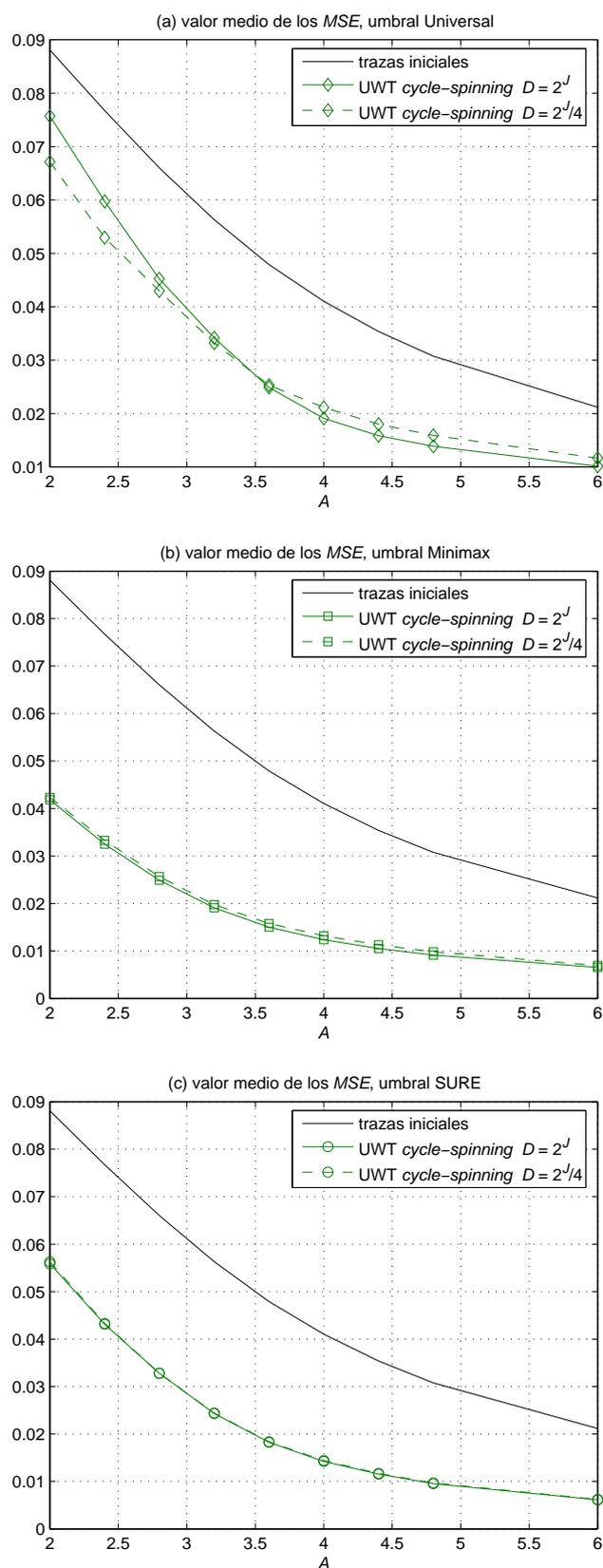
De todo lo anterior se deduce que, en nuestro caso particular, es posible reducir a la cuarta parte el coste del procesado *cycle-spinning* manteniendo prácticamente los mismos resultados. Con unos objetivos más ambiciosos, habríamos podido reducir el coste incluso un poco más, manteniendo todavía unos resultados aceptables. De este modo podemos plantear la reducción del número de desplazamientos en el procesado *cycle-spinning* como un instrumento adicional, que permitiría optimizar el compromiso entre coste y resultados para cada aplicación en particular.



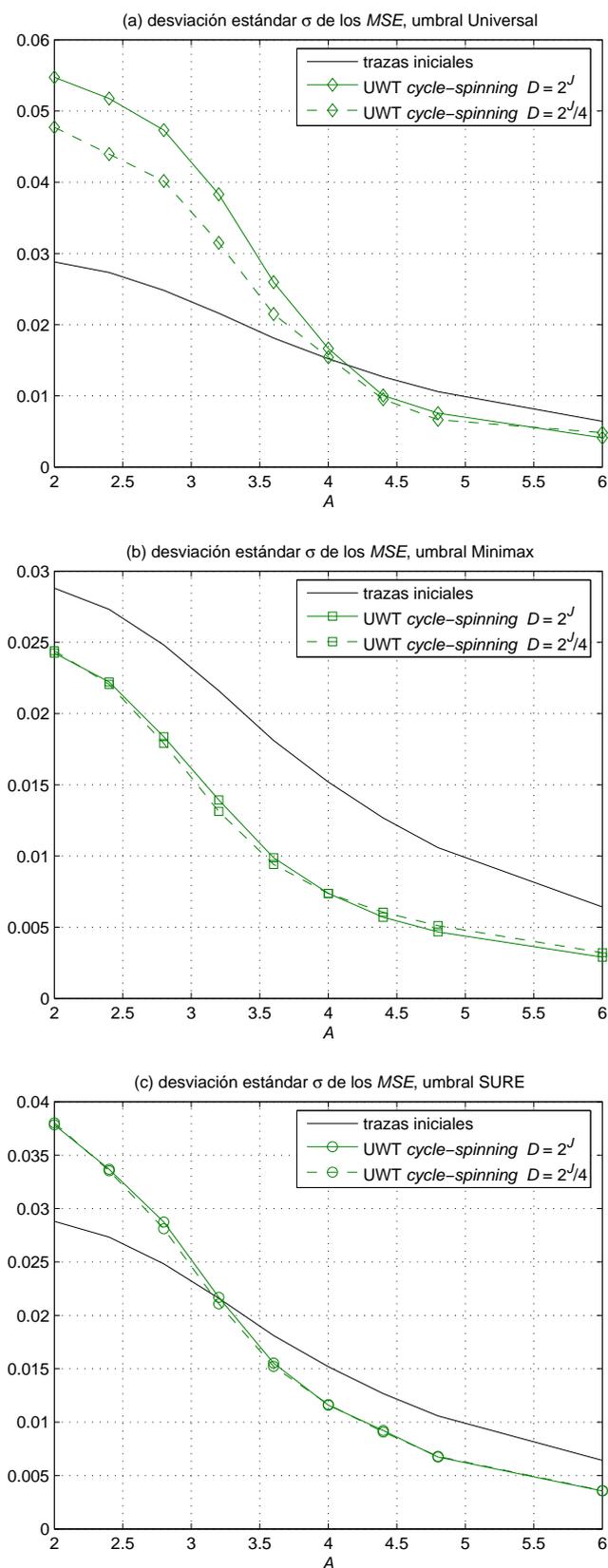
**Figura 11.4.** Valor medio del parámetro SNR para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados UWT *cycle-spinning* con  $D = 2^J = 128$  desplazamientos y  $D = 2^J/4 = 32$  desplazamientos, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



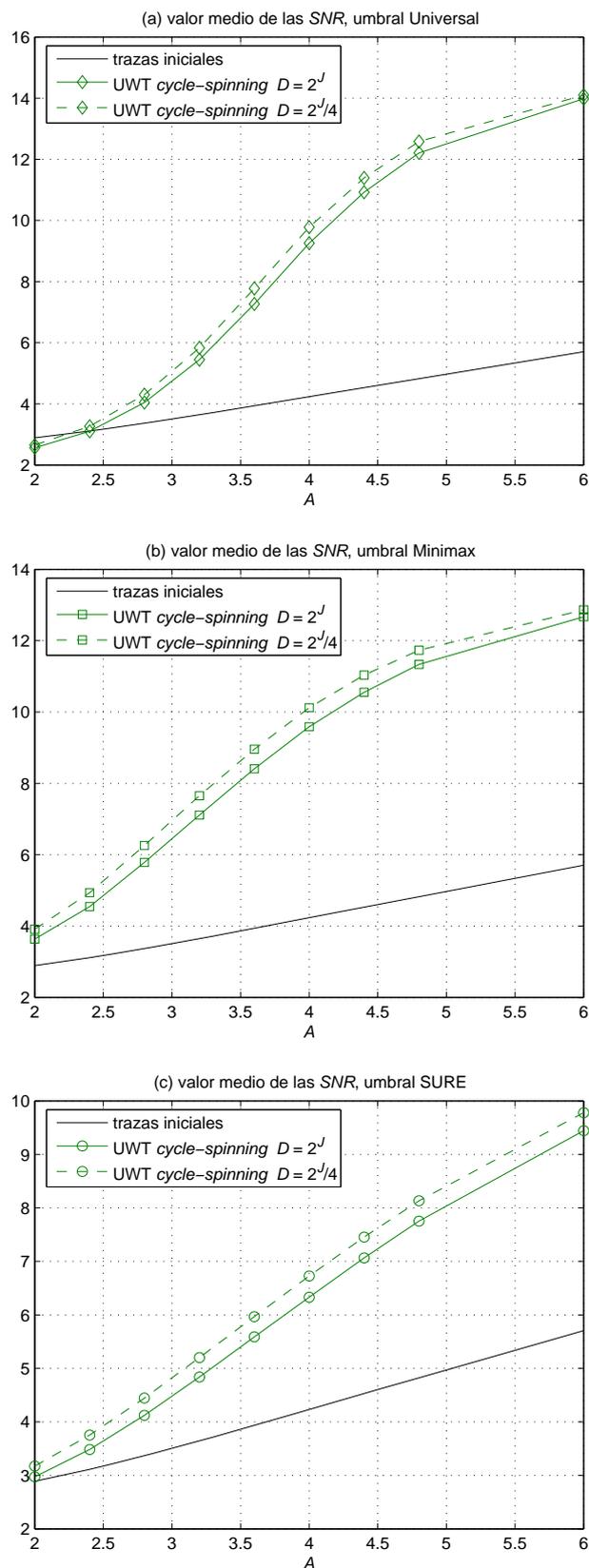
**Figura 11.5.** Desviación estándar  $\sigma$  del parámetro SNR para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados UWT *cycle-spinning* con  $D = 2^J = 128$  desplazamientos y  $D = 2^{J/4} = 32$  desplazamientos, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 11.6.** Valor medio del parámetro  $MSE$  para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados UWT *cycle-spinning* con  $D = 2^J = 128$  desplazamientos y  $D = 2^J/4 = 32$  desplazamientos, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.

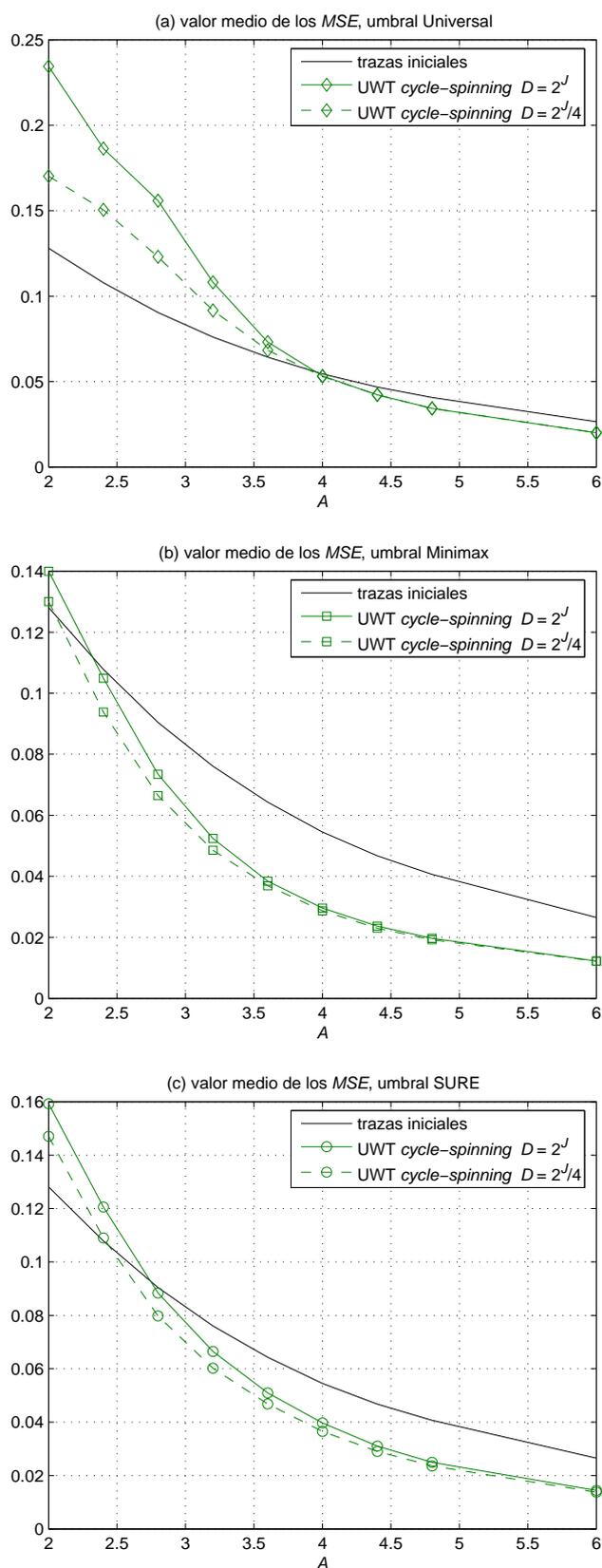


**Figura 11.7.** Desviación estándar  $\sigma$  del parámetro *MSE* para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados UWT *cycle-spinning* con  $D = 2^J = 128$  desplazamientos y  $D = 2^J/4 = 32$  desplazamientos, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.

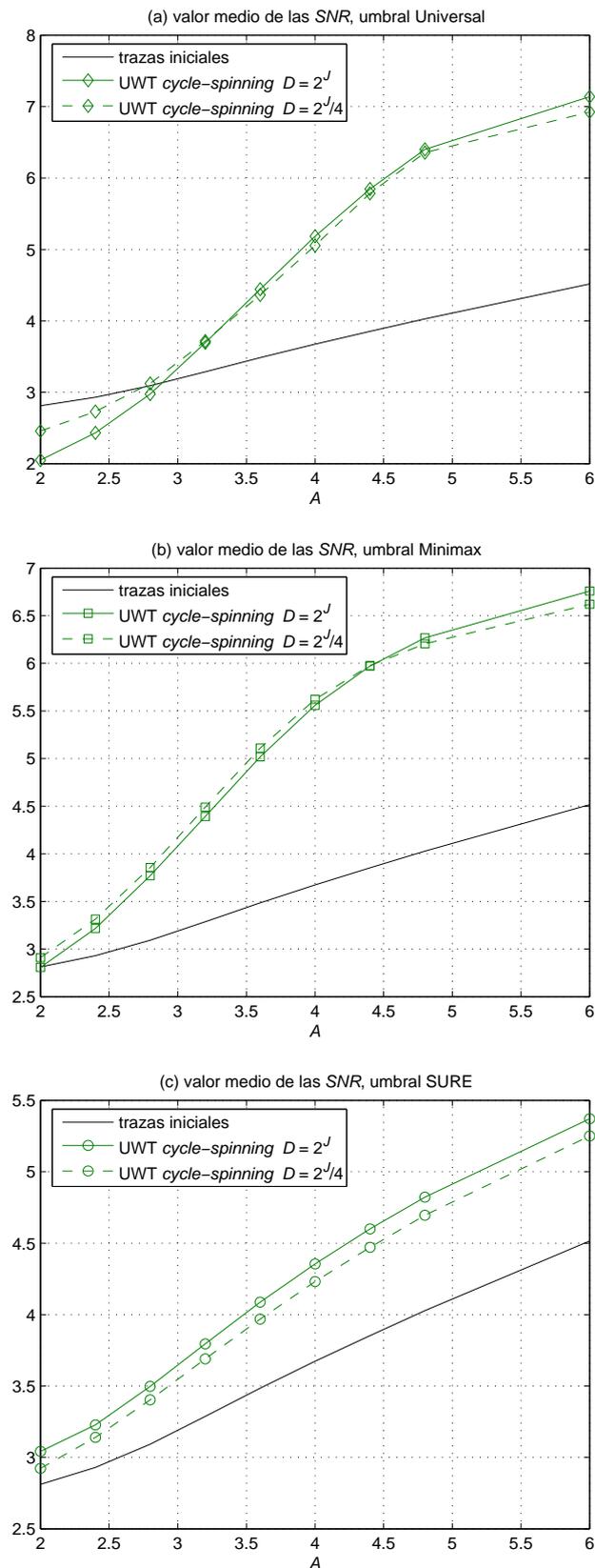


**Figura 11.8.** Valor medio del parámetro SNR para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en acero austenítico. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados UWT *cycle-spinning* con  $D = 2^J = 128$  desplazamientos y  $D = 2^J/4 = 32$  desplazamientos, para los distintos umbrales.

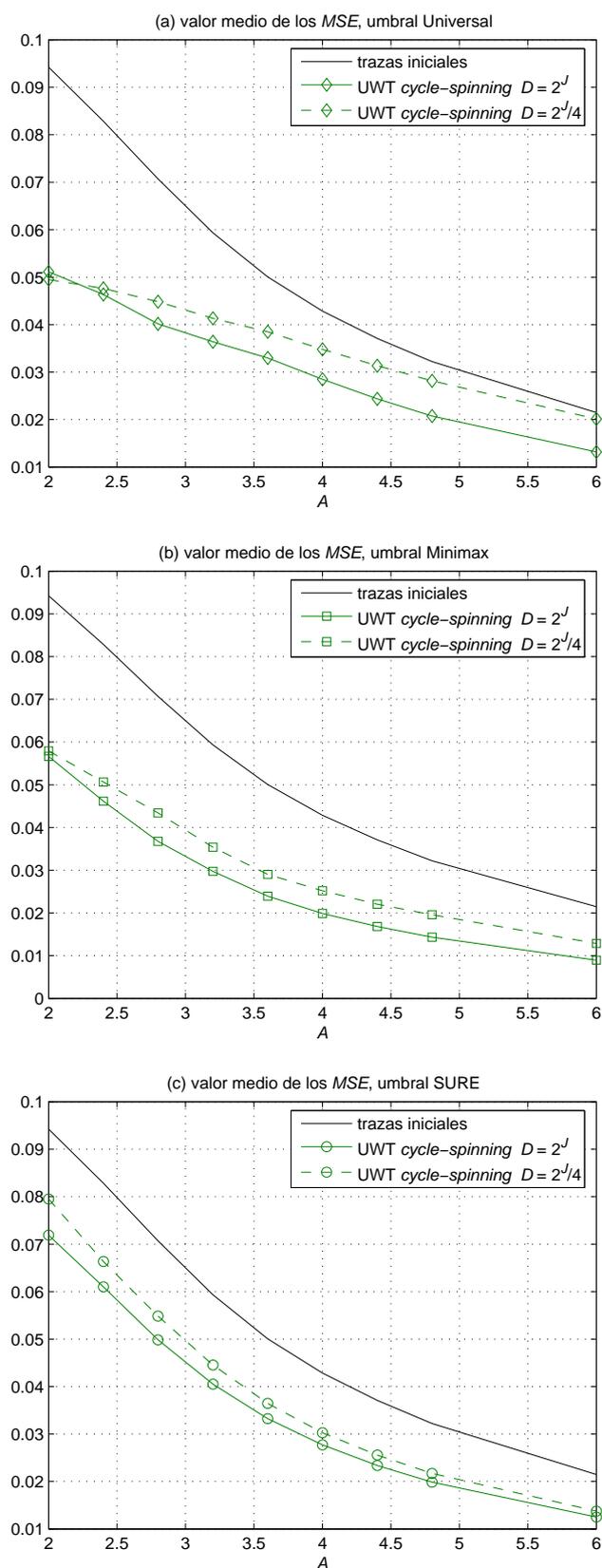
(a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 11.9.** Valor medio del parámetro *MSE* para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en acero austenítico. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados UWT *cycle-spinning* con  $D = 2^J = 128$  desplazamientos y  $D = 2^J/4 = 32$  desplazamientos, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 11.10.** Valor medio del parámetro  $SNR$  para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en CFRP. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados UWT *cycle-spinning* con  $D=2^J=128$  desplazamientos y  $D=2^J/4=32$  desplazamientos, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.



**Figura 11.11.** Valor medio del parámetro *MSE* para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en CFRP. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados *UWT cycle-spinning* con  $D = 2^J = 128$  desplazamientos y  $D = 2^J/4 = 32$  desplazamientos, para los distintos umbrales. (a) Universal. (b) Minimax. (c) SURE.

## 11.2 Procesado UWT *best basis*

En el capítulo 7 se vio que, al ser la transformada UWT un *frame* redundante, existen múltiples opciones para llevar a cabo la inversión. En el caso *cycle-spinning* hemos comprobado que la inversión se basa en promediar un conjunto de reconstrucciones independientes. Este es el tipo de esquema que según [9] se denominaría *average basis denoising*. Por otro lado, existen otros esquemas conocidos como *best basis denoising* que realizan la reconstrucción en base a una sola de las subsecuencias, tratando de seleccionar la mejor de entre todas ellas [11, 133]. Este es el tipo de reconstrucción que vamos a considerar en esta sección.

La primera cuestión que nos plantea este método es cómo determinar cuál es la mejor base. Para nuestro problema particular, lo más inmediato sería tomar de entre todas las estimaciones que nos proporciona el método *cycle-spinning*, aquella que maximice los parámetros de calidad que estamos considerando. El esquema sería similar al método *cycle-spinning* que se mostraba en la figura 11.1, sólo que ahora el promediado se sustituiría por la elección de la mejor entre las distintas estimaciones  $T_{OUT,k}$ .

Como criterio para la elección entre las  $T_{OUT,k}$ , vamos a considerar la maximización de la relación señal a ruido. A lo largo de la tesis, las medidas de *SNR* se han basado en la expresión (6.25) del capítulo 6, que definía la *SNR* como:

$$SNR = \begin{cases} 0 & \text{si } T(i) = 0 \quad \forall i \\ \frac{\max[T_s(i)]}{\text{std}[T(i)]} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (11.4)$$

Para llevar a cabo este cálculo es necesario conocer la ventana donde se localiza la señal deseada,  $T_s(i)$ . Esto es interesante a la hora de evaluar la calidad de las trazas, ya que permite un estudio más fiable al eliminar del cálculo de *SNR* los máximos que pudieran caer fuera de la zona de interés. Pero no se puede utilizar como criterio de selección *best basis*, ya que el procesado debe ser ciego. Esto significa que, al igual que ocurría en todos los procesados anteriores, no podemos hacer ninguna suposición adicional sobre la traza, como sería en este caso el conocer dónde se localiza la señal deseada.

Es por ello que vamos a definir una nueva  $SNR_b$  (*blind* o ciega), que será el criterio que utilizaremos para la selección *best basis*:

$$SNR_b = \begin{cases} 0 & \text{si } T(i) = 0 \quad \forall i \\ \frac{\max[T(i)]}{\text{std}[T(i)]} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (11.5)$$

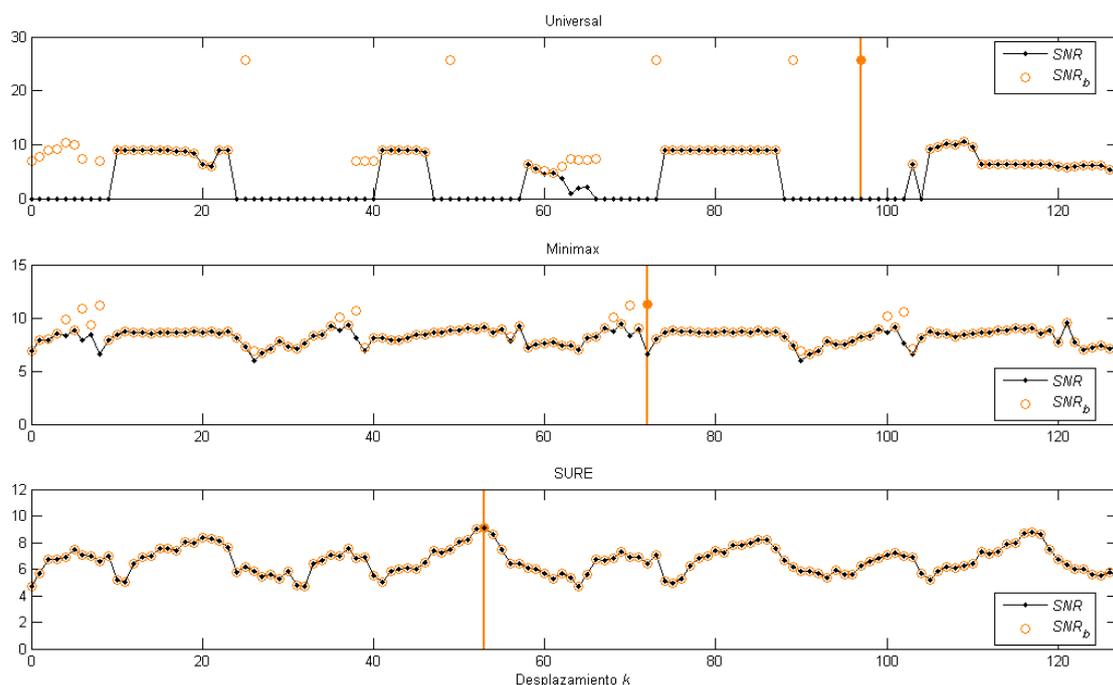
Esta  $SNR_b$  se diferencia de la anterior en que el máximo que se considera es el de la traza completa, no sólo el de la zona donde se localiza la señal. Pero en los casos en que tengamos una buena recuperación del eco ultrasónico, el máximo global se encontrará seguramente en la zona de señal, y entonces ambas medidas coincidirán.

En los siguientes apartados se analiza el comportamiento del método UWT *best basis* propuesto, sobre las trazas ultrasónicas sintéticas y experimentales objeto de esta tesis. El esquema a aplicar es el que se describe en la figura 11.1, con sucesivos desplazamientos  $k = 0, 1, \dots, 2^J - 1$ . Como criterio para la selección de la mejor entre las  $T_{OUT,k}$ , se considera la maximización del parámetro  $SNR_b$  dado por la ecuación (11.5). El resto de parámetros son los habituales: la *db6* como *wavelet* madre, relleno con ceros para el tratamiento de bordes,  $J=7$  como nivel máximo de la descomposición y *soft thresholding* aplicado a todos los coeficientes, incluidos los de baja frecuencia  $a_J$ , con selección de umbral dependiente del nivel.

### 11.2.1 Estudio del procesado *best basis* con los diferentes umbrales, Universal, Minimax y SURE

Para abordar el estudio del procesado UWT *best basis*, analizaremos en primer lugar su comportamiento con los diferentes umbrales utilizados a lo largo de la tesis: Universal, Minimax y SURE. Con este objetivo, vamos a considerar la traza sintética habitual que se mostraba en la figura 4.10 del capítulo 4. Al aplicar a esta traza el esquema *best basis* descrito, obtenemos los resultados que se muestran en la figura 11.12. En ella se ha representado, para cada uno de los umbrales Universal, Minimax y SURE, la evolución de los parámetros  $SNR$  y  $SNR_b$  dados por las ecuaciones (11.4) y (11.5) para las sucesivas  $T_{OUT,k}$ ,  $k = 0, 1, \dots, 127$ .

Dependiendo de los umbrales utilizados, podemos observar dos comportamientos distintos en las gráficas. Por un lado tenemos los casos Universal y Minimax, donde se aprecia que los valores de  $SNR$  y  $SNR_b$  no siempre coinciden entre sí. Por otro lado tenemos el caso SURE, para el cual ambos parámetros sí que coinciden en todas las  $T_{OUT,k}$  procesadas. Recordemos que las diferencias entre  $SNR$  y  $SNR_b$  se deben a los máximos que cada uno considera: para  $SNR$  el máximo es el de la zona donde se localiza la señal, mientras que para  $SNR_b$  el máximo es el de la traza completa. Para que ambos parámetros coincidan, deberá existir una buena recuperación del pulso de tal manera que el máximo global se localice en la zona de señal. En la figura 11.12 se puede comprobar que, en el caso SURE, esto ocurre para todas las  $T_{OUT,k}$  procesadas. Es razonable ya que, según se ha visto a lo largo de la tesis, este umbral es el que tiene mayor tendencia a conservar la señal. Por el contrario para los umbrales Universal y



**Figura 11.12.** Evolución de los parámetros  $SNR$  y  $SNR_b$  en función del valor del desplazamiento  $k$ , de cara al procesado *best basis* de una traza individual sintética para los umbrales Universal, Minimax y SURE. En cada gráfica, el punto sólido en color naranja y la correspondiente línea vertical, indican la elección *best basis*.

Minimax, se observa que existen trazas  $T_{OUT,k}$  para las cuales los valores de  $SNR$  y  $SNR_b$  no coinciden. En estos casos no se está consiguiendo una buena recuperación del pulso porque los umbrales Universal y Minimax, más agresivos, están eliminando prácticamente todos los coeficientes. Estas umbralizaciones intensas tienden además a reducir la desviación  $std[T_{OUT,k}(i)]$  de la traza, y en consecuencia a proporcionar valores de  $SNR_b$  elevados, que suelen conducir a elecciones *best basis* erróneas. Lo podemos comprobar en la figura 11.12, donde se ha representado la elección *best basis* para cada umbral con una línea en color naranja. En los casos Universal y Minimax, vemos que la elección de la  $SNR_b$  máxima no corresponde a las mejores trazas en cuanto a  $SNR$ . Más bien al contrario, se están seleccionando las umbralizaciones más drásticas, que suelen proporcionar los valores de  $SNR$  más reducidos. En cambio en el caso SURE, vemos que los valores de  $SNR$  y  $SNR_b$  siempre coinciden entre sí, con lo cual la elección de la  $SNR_b$  máxima siempre va asociada también a la máxima  $SNR$ .

De todo lo anterior se deduce que el método *best basis* que hemos propuesto sólo es válido para el umbral SURE. Para los otros umbrales sería necesario modificar el

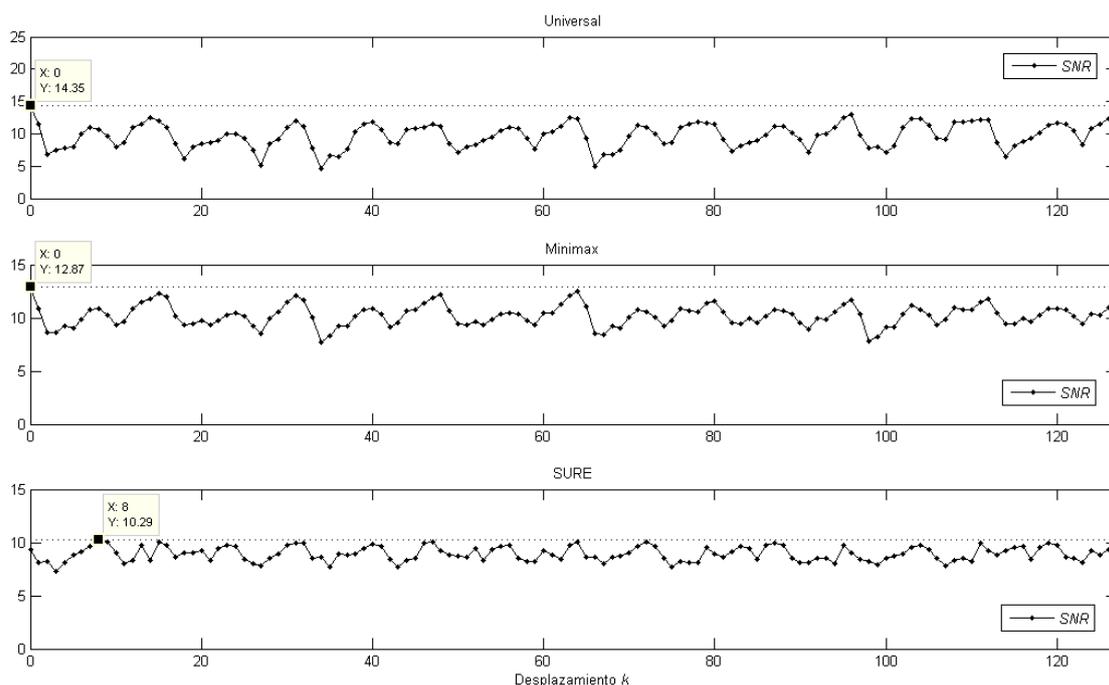
criterio de selección, con el fin de adecuarlo a sus características. Teniendo esto en cuenta, para la realización de esta tesis se ha decidido considerar el método *best basis* descrito únicamente en combinación con el umbral SURE. De esta forma se va a proporcionar un primer análisis sobre las características y posibilidades de este tipo de procesado, reservando su adaptación a otros umbrales o contextos específicos para trabajos futuros.

Pero antes de continuar con el procesado *best basis* – SURE, vamos a considerar un detalle más en relación con los umbrales Universal y Minimax, y con el comportamiento anómalo que se observó en los capítulos 8 y 10 para la traza  $T_{AA}(t)$  medida en acero austenítico. Para esta traza se comprobó que los procesados *à trous* y *cycle-spinning* no conseguían alcanzar los elevados valores de *SNR* que proporcionaba el método DWT. Estos valores de *SNR* se recogían en las tablas 8.5 y 10.3, y se muestran de nuevo aquí en la tabla 11.1. En su momento se explicó que el motivo para que no se apreciase mejoras en este caso, era que el procesado DWT coincidía casualmente con la solución óptima desde el punto de vista de *SNR*. Ahora vamos a poder comprobar esta afirmación.

En la figura 11.13 se ha representado, para cada uno de los umbrales Universal, Minimax y SURE, la evolución del parámetro *SNR* para las sucesivas  $T_{OUT,k}$ ,  $k = 0, 1, \dots, 127$ , obtenidas de procesar la traza  $T_{AA}(t)$ . En las distintas curvas de *SNR* se han indicado, además, sus valores máximos. A partir de estas gráficas podemos comprobar que en los casos Universal y Minimax, los máximos se dan para un desplazamiento  $k=0$ , que corresponde efectivamente al procesado DWT. Los respectivos valores de *SNR*, de 14.35 y 12.87, concuerdan con los que muestra la tabla 11.1. Ante estos dos casos de procesado DWT que casualmente coinciden con el desplazamiento óptimo, es lógico que los métodos *à trous* y *cycle-spinning*, que realizan un promediado de todos los desplazamientos  $k$ , no consigan superarlos.

<i>SNR</i>		Universal	Minimax	SURE
<i>SNR</i> inicial 6.55	DWT	14.35	12.87	9.35
	UWT <i>à trous</i>	11.83	11.48	9.74
	UWT <i>cycle-spinning</i>	11.78	11.39	9.66

**Tabla 11.1.** Comparativa entre los valores de *SNR* obtenidos con los procesados DWT, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning*, para la traza medida en acero austenítico  $T_{AA}(t)$ .



**Figura 11.13.** Evolución del parámetro  $SNR$  para las sucesivas  $T_{OUT,k}$  obtenidas de procesar la traza  $T_{AA}(t)$  medida en acero austenítico, considerando umbrales Universal, Minimax y SURE.

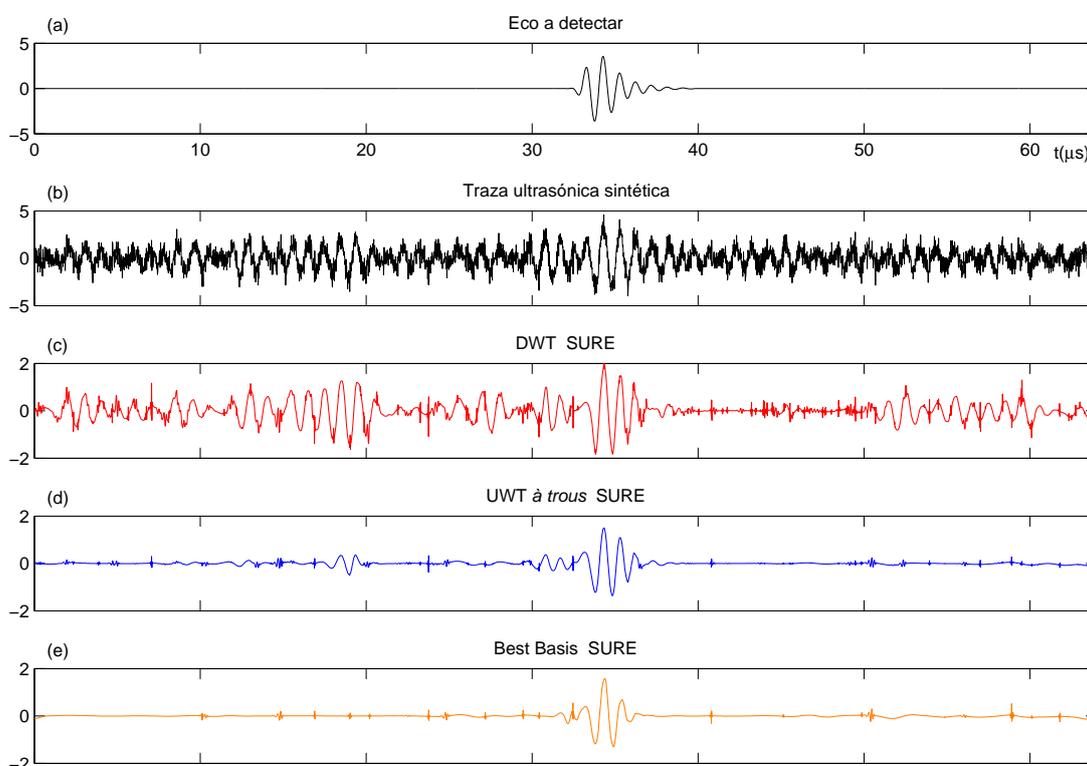
Por su parte en lo que respecta al umbral SURE, la gráfica muestra que el máximo de  $SNR$  ya no se produce para un desplazamiento  $k = 0$ , sino para un desplazamiento  $k = 8$ , con un valor de  $SNR$  de 10.29. En este caso el procesado DWT no proporciona el valor óptimo sino un valor más reducido, de 9.35 según la tabla 11.1. En la misma tabla comprobamos que este valor sí puede ser superado por los procesados *à trous* y *cycle-spinning*, que proporcionan unas  $SNR$  respectivas de 9.74 y 9.66.

### 11.2.2 Procesado *best basis* – SURE de trazas ultrasónicas sintéticas

Para iniciar el estudio del procesado *best basis* – SURE, partiremos de la misma traza sintética que se utilizó en el apartado anterior. Con la aplicación del esquema *best basis* a esta traza obtuvimos la figura 11.12, que nos permitió analizar la evolución de los parámetros  $SNR$  y  $SNR_b$  para las sucesivas  $T_{OUT,k}$ ,  $k = 0, 1, \dots, 127$  y los distintos umbrales. En este apartado vamos a considerar únicamente el umbral SURE, que se muestra en la gráfica inferior de la figura 11.12. En ella podemos comprobar que la elección *best basis* para la traza sintética que estamos analizando, corresponde a un valor máximo de  $SNR_b$  de 9.07, con un desplazamiento  $k = 53$ .

La traza *best basis* resultante se muestra en la figura 11.14. Para facilitar la comparación, se han representado también las trazas correspondientes al procesado DWT básico y UWT *à trous*. Los resultados muestran una importante reducción de ruido en el caso *best basis*, que supera claramente al procesado DWT y en menor medida al procesado UWT *à trous*. Estas observaciones se reflejan en el parámetro de calidad *SNR*, que se recoge en la tabla 11.2 para estos tres procesados y también para el *cycle-spinning*. Podemos comprobar que el procesado DWT es el que obtiene la *SNR* más baja, con un valor de 4.73. Le siguen los dos procesados basados en los coeficientes UWT promediados, *à trous* y *cycle-spinning*, que presentan una importante mejora con unas *SNR* de 7.77 y 7.19. Finalmente, observamos que la elección *best basis* de los coeficientes UWT óptimos es la que proporciona la *SNR* más elevada, con un valor de 9.07.

En cuanto al parámetro *MSE*, éste se muestra también en la tabla 11.3 para los diferentes procesados: DWT, *à trous*, *cycle-spinning* y *best basis*. Podemos ver que en este caso el procesado *best basis*, con un error *MSE* de  $16.58 \cdot 10^{-3}$ , consigue mejorar al



**Figura 11.14.** Comparación de los distintos tipos de procesado *wavelet* para una traza ultrasónica sintética, considerando umbral SURE. (a) Eco a detectar. (b) Traza ultrasónica sintética. (c) Procesado DWT. (d) Procesado UWT *à trous*. (e) Procesado *best basis*.

<i>SNR</i>		<b>SURE</b>
<i>SNR inicial</i> 4.22	<b>DWT</b>	4.73
	<b>UWT <i>à trous</i></b>	7.77
	<b><i>cycle-spinning</i></b>	7.19
	<b><i>best basis</i></b>	9.07

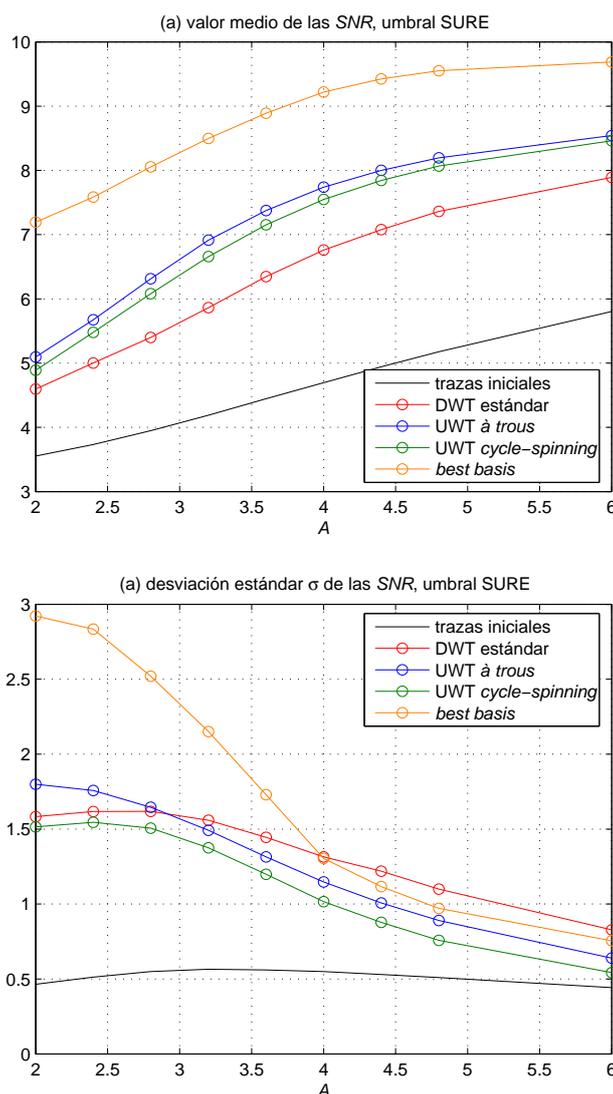
**Tabla 11.2.** Valores de *SNR* para las trazas resultantes de los procesados DWT, UWT *à trous*, *cycle-spinning* y *best basis* de la traza ultrasónica sintética considerada en la figura 11.14.

<i>MSE (x10<sup>-3</sup>)</i>		<b>SURE</b>
<i>MSE inicial</i> 52.89	<b>DWT</b>	24.53
	<b>UWT <i>à trous</i></b>	12.37
	<b><i>cycle-spinning</i></b>	15.62
	<b><i>best basis</i></b>	16.58

**Tabla 11.3.** Valores de *MSE* para las trazas resultantes de los procesados DWT, UWT *à trous*, *cycle-spinning* y *best basis* de la traza ultrasónica sintética considerada en la figura 11.14.

procesado DWT básico, que presenta un error de  $24.53 \cdot 10^{-3}$ , pero no supera a los procesados *à trous* y *cycle-spinning*, cuyos errores *MSE* se sitúan en  $12.37 \cdot 10^{-3}$  y  $15.62 \cdot 10^{-3}$ . El motivo es que la elección *best basis*, tal como la hemos definido, trata de optimizar el parámetro *SNR* pero no el parámetro *MSE*, por ello éste no consigue el mismo grado de mejora. En caso de que el objetivo prioritario fuera la recuperación del pulso, habría que definir una elección *best basis* alternativa que estuviera más orientada a la optimización del parámetro *MSE*.

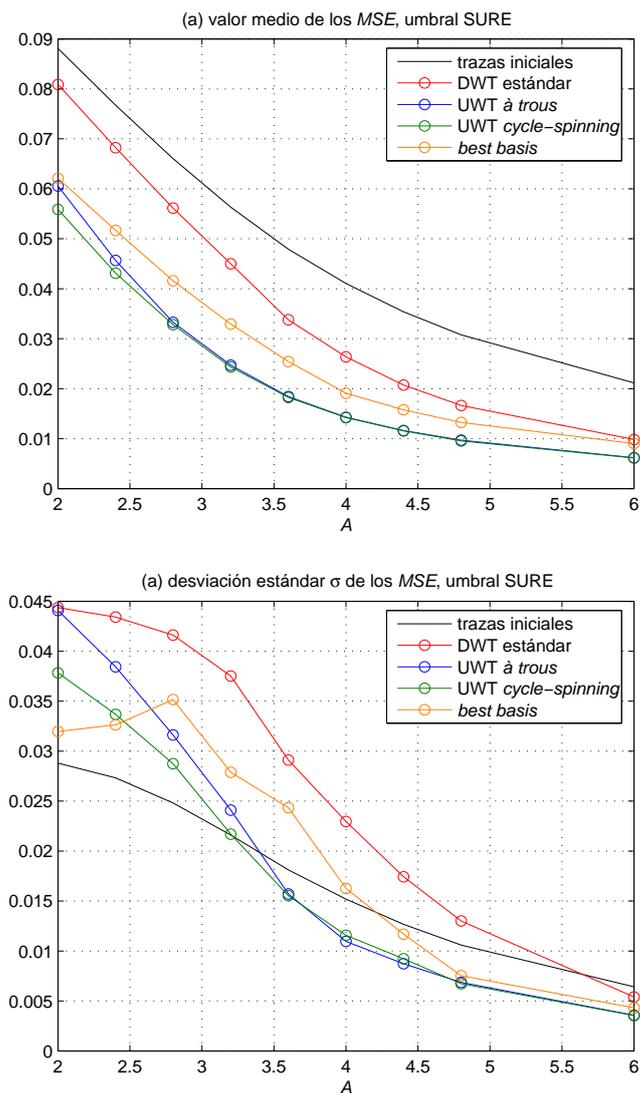
Tras comprobar los resultados para una traza individual, a continuación vamos a aplicar el procesado *best basis* – SURE a los mismos 9 conjuntos de 500 trazas ultrasónicas sintéticas que se han venido utilizando en el estudio de los procesados anteriores. Las gráficas de la figura 11.15 muestran el valor medio y la desviación estándar del parámetro *SNR*. Las gráficas de la figura 11.16 muestran los estadísticos análogos para el parámetro *MSE*. El tipo de representación es similar a la que se utilizó en los capítulos anteriores. Para facilitar la comparación se han mantenido las curvas correspondientes a los procesados DWT, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning*



**Figura 11.15.** Estadísticos del parámetro SNR para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT, UWT *à trous*, UWT *cycle-spinning* y *best basis*, para el umbral SURE. (a) Valor medio de las SNR. (b) Desviación estándar  $\sigma$  de las SNR.

en colores rojo, azul y verde respectivamente, y se han añadido los nuevos resultados para el procesado *best basis* en color naranja.

En la figura 11.15.a observamos que la mejora de la SNR media por el uso del procesado *best basis* es muy considerable, confirmando los resultados de la traza individual anterior. Esta mejora va acompañada sin embargo de un cierto incremento en la desviación estándar, según la figura 11.15.b. En ella podemos apreciar que la curva *best basis* queda en todo momento por encima de las curvas *à trous* y *cycle-spinning*. Este comportamiento es razonable ya que, al seleccionar una de las reconstrucciones, se va a perder la estabilidad que proporciona el promediado de todas



**Figura 11.16.** Estadísticos del parámetro  $MSE$  para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas sintéticas. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT, UWT *à trous*, UWT *cycle-spinning* y *best basis*, para el umbral SURE. (a) Valor medio de los MSE. (b) Desviación estándar  $\sigma$  de los MSE.

ellas. Así la mejora global, en valor medio, que se consigue por la selección de la mejor  $SNR$  en cada caso, viene acompañada de un aumento en la dispersión de los resultados, especialmente en la zona más crítica,  $A < 4$ , como se puede apreciar en la gráfica. Lo que nos vienen a indicar estos resultados es que, con el procesado *best basis* que hemos definido, conseguimos mejorar bastante la  $SNR$  pero no de todas las trazas en igual medida, especialmente cuando nos encontramos en el caso crítico de bajas relaciones señal a ruido de partida. Por el contrario con los procesados *à trous* y *cycle-spinning* la mejora de  $SNR$  es considerablemente menor, pero se da de manera más uniforme entre las distintas trazas.

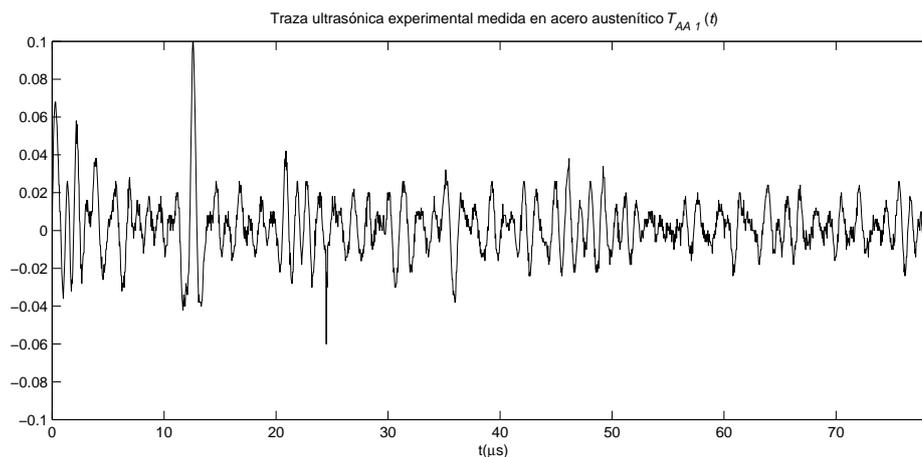
En cuanto al parámetro  $MSE$ , en la figura 11.16.a podemos observar un comportamiento similar al que mostraba la traza individual. El error  $MSE$  medio para el procesado *best basis* es inferior al que proporciona el procesado DWT básico, pero superior al de los procesados *à trous* y *cycle-spinning*. Como ya comentamos en su momento, esto es debido a que la elección *best basis* que estamos considerando trata de optimizar el parámetro  $SNR$  pero no el parámetro  $MSE$ , y por ello éste no consigue el mismo grado de mejora. Por otra parte la desviación estándar del error  $MSE$  en la figura 11.16.b muestra la misma tendencia que se vio en el caso del parámetro  $SNR$ . La curva *best basis* queda por encima de las curvas *à trous* y *cycle-spinning*, ya que al seleccionar una de las reconstrucciones se va a perder la mayor estabilidad que proporciona el promediado, también en lo que respeta al parámetro  $MSE$ .

### 11.2.3 Procesado *best basis* – SURE de trazas ultrasónicas experimentales

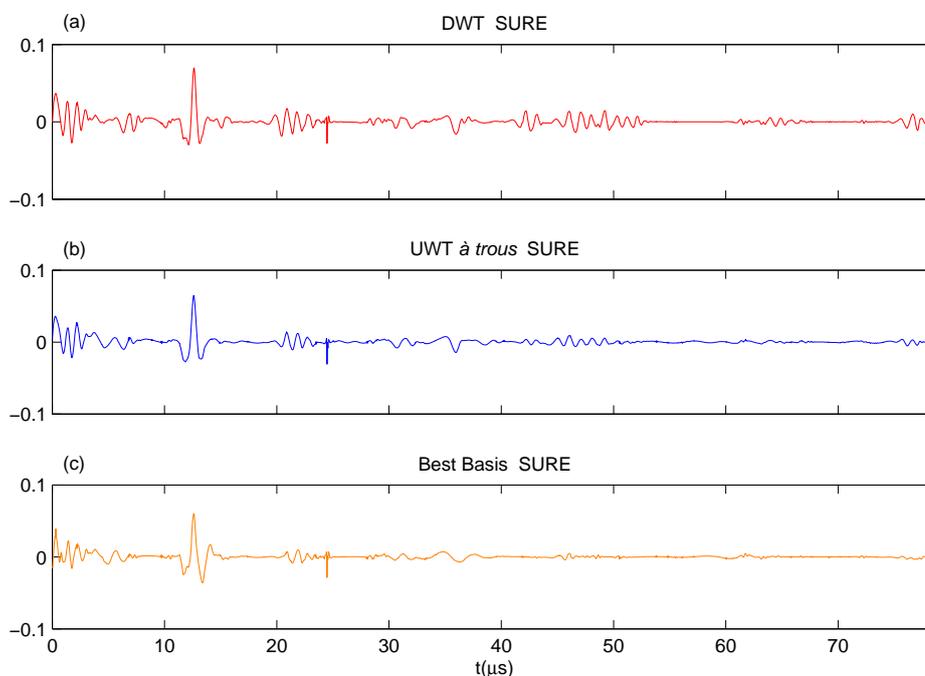
En esta sección completaremos el estudio sobre el procesado *best basis* – SURE considerando las trazas experimentales adquiridas en las probetas de acero austenítico y fibra de carbono que se describieron en el capítulo 5.

En primer lugar aplicaremos el método *best basis* a las diferentes trazas individuales. Por un lado tenemos la traza  $T_{AA}(t)$  adquirida en el bloque de acero austenítico, que se muestra en la figura 11.17. La figura 11.18 muestra los resultados de los procesados DWT, UWT *à trous* y *best basis* de esta traza. Los valores de las  $SNR$  correspondientes se recogen en la tabla 11.4, donde también se ha añadido el valor de  $SNR$  para el procesado *cycle-spinning*. En esta tabla comprobamos que el método *best basis* efectivamente consigue los mejores resultados, con una  $SNR$  de 10.29 frente a los 9.35, 9.74 y 9.66 de los otros procesados. La figura 11.18 indica que esta mejora procede de una componente de ruido ligeramente inferior en la traza *best basis* que en el resto. Se observa sin embargo una distorsión mayor del pulso, que se debe a que éste no es el parámetro que se está optimizando, como ya se comentó en el caso de las trazas sintéticas anteriores.

Por otro lado vamos a considerar las trazas adquiridas en la probeta de fibra de carbono. La primera de ellas  $T_{CFRP1}(t)$  se muestra en la figura 11.19. Los resultados de su procesado DWT, UWT *à trous* y *best basis* se recogen en la figura 11.20. Los valores de  $SNR$  correspondientes se muestran en la tabla 11.5. En ella podemos apreciar una cierta mejora para el procesado *best basis*, que presenta una  $SNR$  de 6.94 frente a los 6.56, 6.49 y 6.60 de los otros procesados. Esta ligera mejora es difícil de apreciar en la figura 11.20, donde observamos para los distintos procesados unas trazas



**Figura 11.17.** Traza  $T_{AA}(t)$  medida en la probeta de acero austenítico.



**Figura 11.18.** Comparación de los distintos tipos de procesamiento *wavelet* para la traza  $T_{AA}(t)$  medida en la probeta de acero austenítico, considerando umbral SURE. (a) Procesado DWT. (b) Procesado UWT *à trous*. (c) Procesado *best basis*.

<i>SNR</i>		DWT	UWT <i>à trous</i>	<i>Cycle-spinning</i>	<i>Best basis</i>
<b><i>SNR inicial</i></b>	6.55	9.35	9.74	9.66	10.29

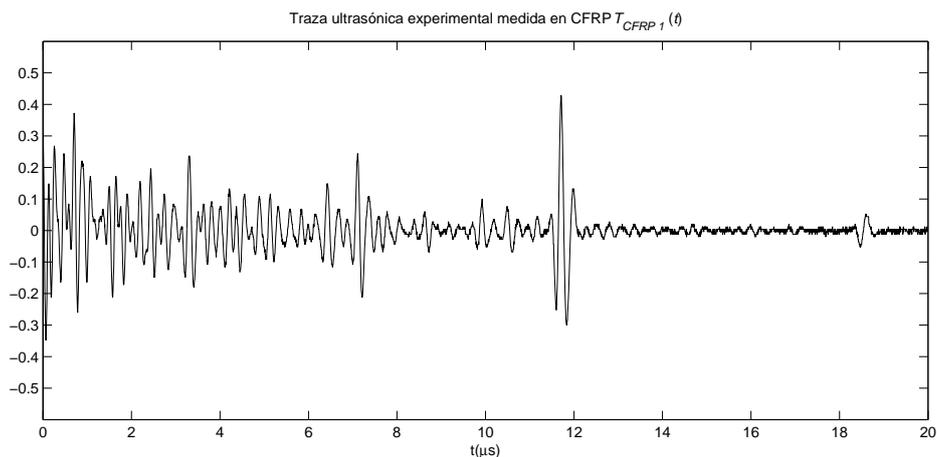
**Tabla 11.4.** Comparativa entre los valores de *SNR* obtenidos con los procesados DWT, UWT *à trous*, *cycle-spinning* y *best basis* considerando umbral SURE, para la traza medida en acero austenítico  $T_{AA}(t)$ .

muy similares entre sí, dominadas por la componente de ruido inicial. En este caso, como ya se comentó en los capítulos 8 y 10, es difícil conseguir mejoras significativas con cualquiera de los procesados *wavelet* utilizados. Al procesar con umbrales uniformes en el tiempo, es inevitable que se conserve bastante ruido inicial en este tipo de señales que presentan una importante atenuación con la distancia.

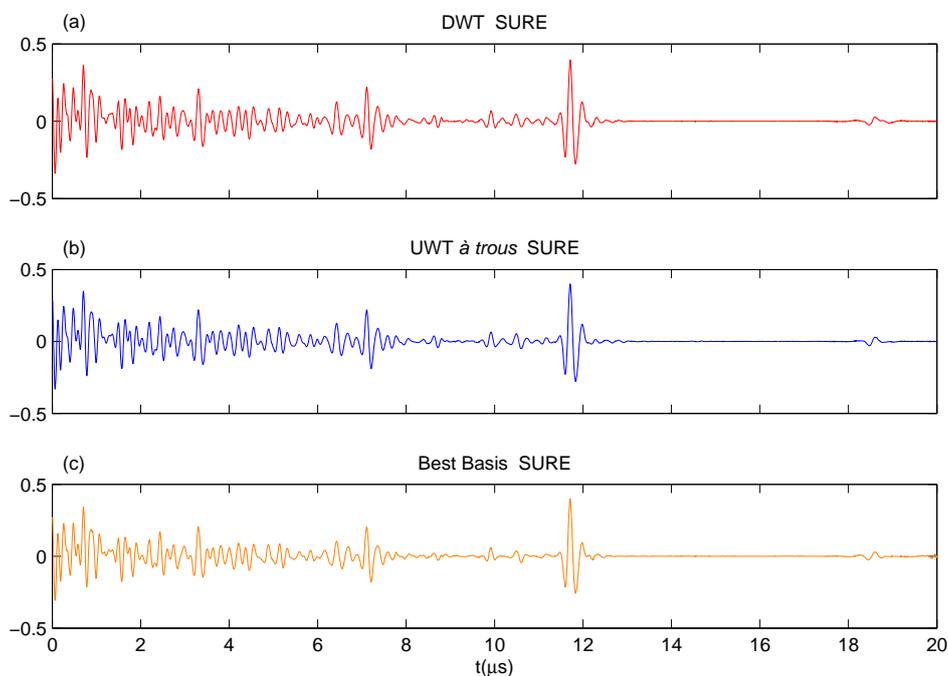
Para procesar este tipo de señales, en los capítulos anteriores se propuso la utilización previa de técnicas DAC [26]. En la figura 11.21 se muestra la segunda traza medida en la probeta de CFRP,  $T_{CFRP\ 2}(t)$ , que viene compensada con una corrección de este tipo. Los resultados de su procesado DWT, UWT *à trous* y *best basis* se recogen en la figura 11.22. Éstos muestran una cierta reducción del ruido en todas las trazas procesadas, especialmente en el caso *best basis* donde la componente de ruido se aprecia ligeramente inferior a la del resto. La tabla 11.6 muestra con mayor claridad estos resultados, en términos del parámetro *SNR*. El procesado DWT presenta una cierta mejora, con una *SNR* de 6.58 frente a los 6.30 iniciales. Le siguen los dos procesados basados en los coeficientes UWT promediados, *à trous* y *cycle-spinning*, que presentan unas *SNR* algo mayores, de 6.85 y 6.96. Finalmente, observamos que la elección *best basis* de los coeficientes UWT óptimos es la que proporciona la *SNR* más elevada, con un valor de 7.46.

Para completar el estudio del procesado *best basis*, vamos a considerar a continuación los diferentes conjuntos de trazas compuestas con ruido experimental que se utilizaron en el estudio de los procesados anteriores. Los resultados se recogen en las figuras 11.23 y 11.24. La figura 11.23 muestra el valor medio de los parámetros *SNR* y *MSE* para las trazas obtenidas a partir del ruido medido en el acero austenítico. La figura 11.24 proporciona resultados análogos para las trazas compuestas con ruido procedente de la fibra de carbono. El tipo de representación es similar a la que se utilizó en los capítulos anteriores. Para facilitar la comparación se han mantenido las curvas correspondientes a los procesados DWT, UWT *à trous* y UWT *cycle-spinning* en colores rojo, azul y verde respectivamente, y se han añadido los nuevos resultados para el procesado *best basis* en color naranja.

Considerando en primer lugar el parámetro *SNR* que se muestra en las figuras 11.23.a y 11.24.a, comprobamos que la mejora por el uso del procesado *best basis* es muy importante para los dos tipos de materiales. Destaca especialmente el caso del acero austenítico, donde según se había visto y se puede comprobar en la figura, ninguno de los métodos, ni UWT *à trous* ni *cycle-spinning*, lograba obtener mejoras para el caso del umbral SURE. Con el método *best basis*, sin embargo, sí que se consigue mejorar de forma muy significativa el procesado SURE en este caso, obteniendo una *SNR* media claramente superior a la del resto de métodos.



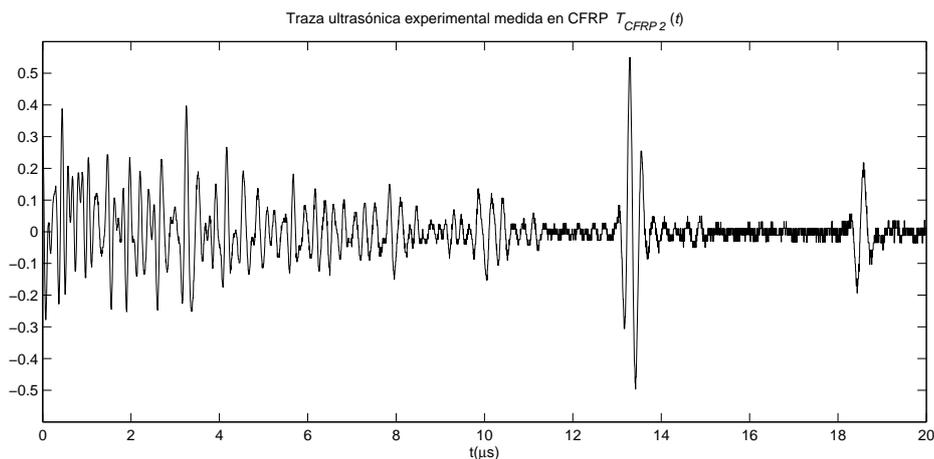
**Figura 11.19.** Traza  $T_{CFRP1}(t)$  medida en la probeta de CFRP.



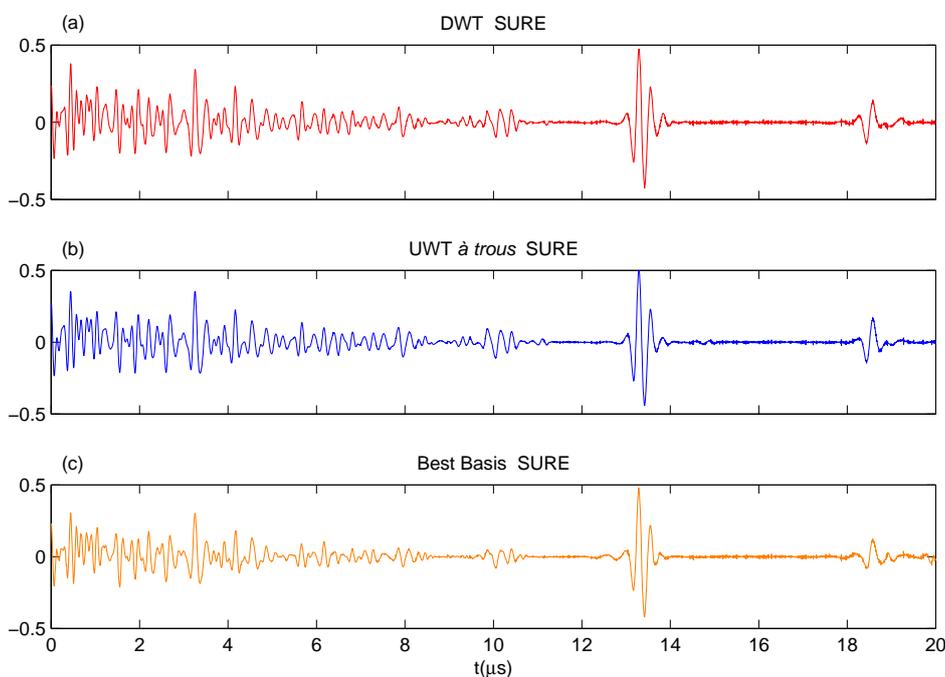
**Figura 11.20.** Comparación de los distintos tipos de procesado *wavelet* para la traza  $T_{CFRP1}(t)$  medida en la probeta de CFRP, considerando umbral SURE. (a) Procesado DWT. (b) Procesado UWT *à trous*. (c) Procesado *best basis*.

<b>SNR</b>		<b>DWT</b>	<b>UWT <i>à trous</i></b>	<b><i>Cycle- spinning</i></b>	<b><i>Best basis</i></b>
<b>SNR inicial</b>	6.28	6.56	6.49	6.60	6.94

**Tabla 11.5.** Comparativa entre los valores de *SNR* obtenidos con los procesados DWT, UWT *à trous*, *cycle-spinning* y *best basis* considerando umbral SURE, para la traza medida en la probeta de CFRP,  $T_{CFRP1}(t)$ .



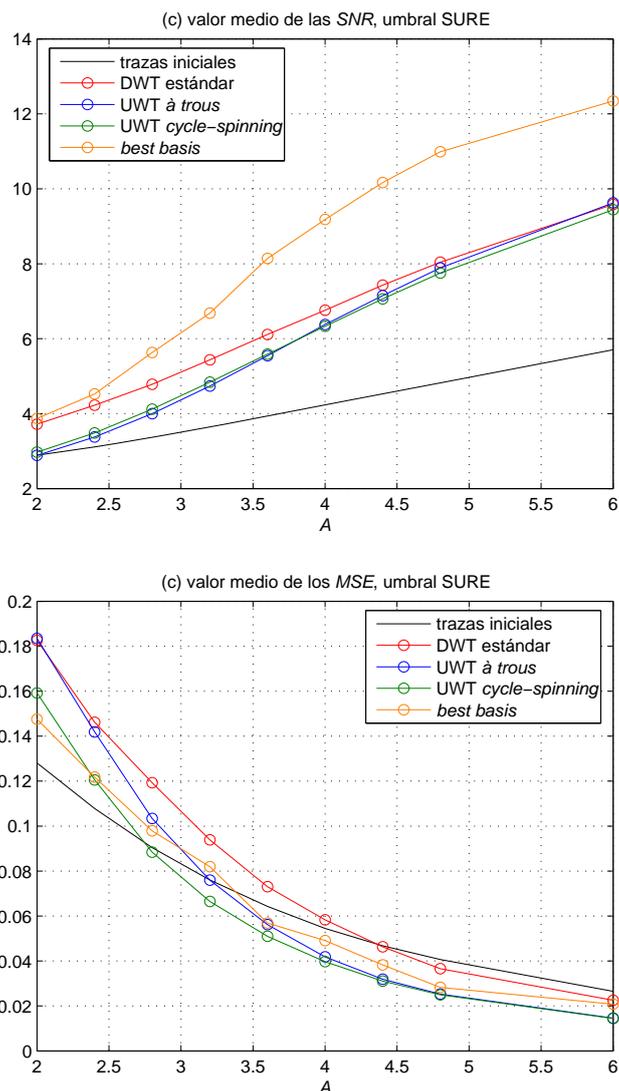
**Figura 11.21.** Traza  $T_{CFRP2}(t)$  medida en la probeta de CFRP.



**Figura 11.22.** Comparación de los distintos tipos de procesado *wavelet* para la traza  $T_{CFRP2}(t)$  medida en la probeta de CFRP, considerando umbral SURE. (a) Procesado DWT. (b) Procesado UWT *à trous*. (c) Procesado *best basis*.

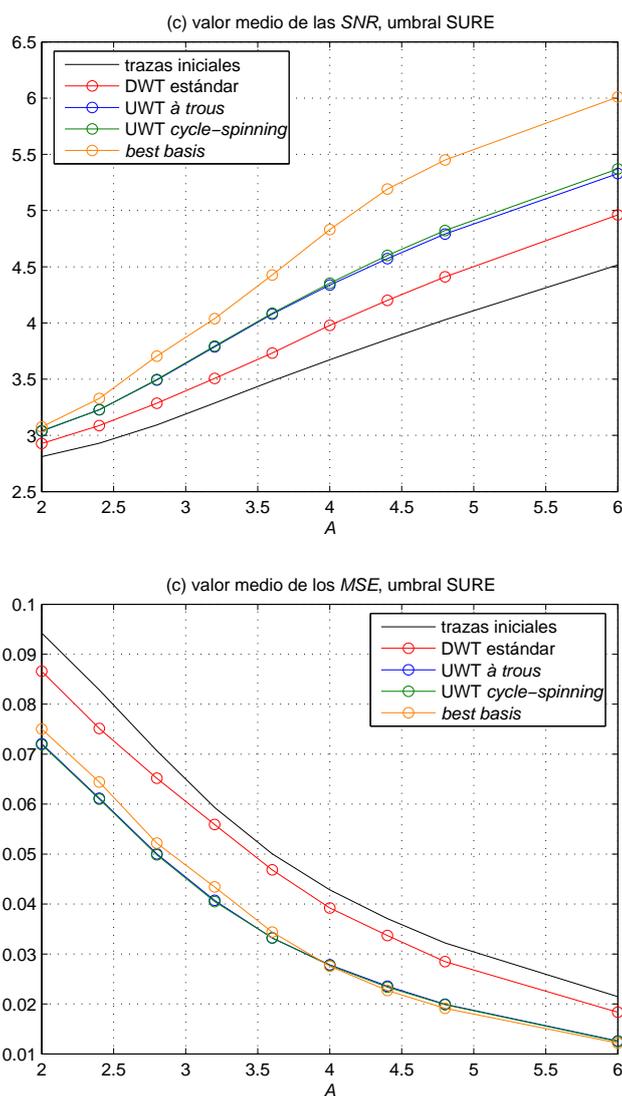
<i>SNR</i>		DWT	UWT <i>à trous</i>	<i>Cycle-spinning</i>	<i>Best basis</i>
<b><i>SNR inicial</i></b>	6.30	6.58	6.85	6.96	7.46

**Tabla 11.6.** Comparativa entre los valores de *SNR* obtenidos con los procesados DWT, UWT *à trous*, *cycle-spinning* y *best basis* considerando umbral SURE, para la traza medida en la probeta de CFRP,  $T_{CFRP2}(t)$ .



**Figura 11.23.** Valores medios de  $SNR$  y  $MSE$  para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en acero austenítico. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT, UWT *à trous*, UWT *cycle-spinning* y *best basis*, para el umbral SURE.

Por su parte el parámetro  $MSE$ , en las figuras 11.23.b y 11.24.b, muestra un comportamiento similar al que se había observado anteriormente para las trazas sintéticas. Al no ser éste el parámetro que se está optimizando con el procesado *best basis*, no consigue el mismo grado de mejora que el parámetro  $SNR$ . No obstante sí que se aprecia, al menos, un error  $MSE$  inferior al del procesado DWT básico en todos los casos. Además si el objetivo prioritario fuera la recuperación del pulso, se podría definir una elección *best basis* alternativa que estuviera más orientada a la optimización de este parámetro.



**Figura 11.24.** Valores medios de  $SNR$  y  $MSE$  para los 9 conjuntos de trazas ultrasónicas compuestas a partir de ruido medido en CFRP. Las curvas muestran los valores iniciales y los que resultan de los procesados DWT, UWT à trous, UWT cycle-spinning y best basis, para el umbral SURE.

A partir de los resultados presentados en esta sección, se ha podido comprobar que el método *best basis* que hemos definido consigue incrementar notablemente los valores de  $SNR$  obtenidos con el umbral SURE. A lo largo de la tesis se ha visto que este umbral es el más estable de los tres considerados, aunque también es el que consigue una reducción de ruido más moderada. Por ello el incremento de  $SNR$  que proporciona el método *best basis* – SURE supone una mejora muy importante de cara al uso de este umbral.



## Capítulo 12

# Conclusiones

En este capítulo final se resumen los principales resultados y aportaciones de la tesis. Además se plantean, a partir de estos resultados, las posibles líneas de investigación que quedarían abiertas de cara a trabajos futuros. Por último, el capítulo concluye con un listado de las publicaciones a las que ha dado lugar este trabajo de tesis.

### 12.1 Conclusiones y aportaciones

Como principales conclusiones y aportaciones de esta tesis, podemos señalar las siguientes:

Se ha profundizado en el estudio de la transformada *wavelet* no diezmada UWT, tratando de establecer una visión unificada de las distintas denominaciones e implementaciones existentes en la literatura (*undecimated* [10], *redundant* [117], *overcomplete* [118], *shift/translation invariant* [8], *stationary* [9], etc). Se ha demostrado la equivalencia de los algoritmos *à trous* [6, 7], *cycle-spinning* [8, 9, 119] y diezmado- $\varepsilon$  [7, 9] para la obtención de los coeficientes UWT. A partir de estas equivalencias, se ha podido probar de manera sencilla que los coeficientes UWT corresponden a un muestreo de la transformada *wavelet* continua CWT más fino que el que realiza la transformada discreta DWT.

Basándose en este estudio, se han desarrollado nuevos procesados para la reducción de ruido de grano en detección ultrasónica. Los métodos clásicos de umbralización *wavelet* se han extendido al uso de la *wavelet* no diezmada, explotando las nuevas posibilidades que ésta ofrece. El muestreo más fino de la UWT, que es redundante desde el punto de vista lineal, proporciona mejoras cuando se combina adecuadamente con técnicas de procesado no lineal, como es la umbralización. En este

contexto resulta fundamental la elección de la inversa más adecuada, entre los dos esquemas básicos: *average basis inverse* y *selected basis inverse*.

De acuerdo con lo anterior, a lo largo de la tesis se han planteado cuatro esquemas distintos de reducción de ruido de grano ultrasónico, basados en las diferentes posibilidades de implementación y reconstrucción que ofrece la transformada UWT. Los dos primeros esquemas se han basado en una reconstrucción de tipo promediado, con implementaciones *à trous* y *cycle-spinning* respectivamente. Se ha demostrado que estos dos métodos sólo difieren ligeramente en los valores de los umbrales, por lo que presentan unos resultados muy similares entre sí. La implementación *cycle-spinning* tiene la ventaja de proporcionar distintas estimaciones independientes a partir de las cuales reconstruir la señal. Esto ha permitido desarrollar otros dos esquemas adicionales, alternativos al promediado. Por un lado, se ha considerado una reducción en el número de desplazamientos del método *cycle-spinning*, con el fin de reducir el coste del procesado. Por otro lado, se ha planteado una reconstrucción *best basis* específica para el umbral SURE, que en lugar de promediar las distintas estimaciones trata de seleccionar aquélla con mayor relación señal a ruido.

Los cuatro esquemas anteriores se han aplicado a una amplia muestra de señales típicas de END por ultrasonidos, de origen sintético y experimental. Para los dos procesados iniciales, *à trous* y *cycle-spinning*, los resultados han sido muy similares entre sí, mostrando una mayor calidad media de las trazas y una mayor robustez en cuanto a relación señal a ruido y recuperación del pulso que los procesados basados en la transformada discreta DWT. Además, los estudios sobre la influencia de la *wavelet* madre han demostrado que las mejoras anteriores se obtienen con independencia de la familia *wavelet* utilizada, y que el procesado UWT muestra una preferencia clara por las *wavelet* de menor orden (las de menor longitud de los filtros  $L_f$ ), con independencia de la familia *wavelet* y del tipo de umbral utilizados. Todo ello proporciona a estas técnicas una gran robustez frente a la elección de los parámetros de procesado, al contrario de lo que ocurría con las técnicas SSP cuyo resultado dependía fuertemente de una buena elección de estos parámetros [27, 29, 73, 84, 99-102].

Por otro lado, los resultados obtenidos para los dos procesados alternativos han demostrado mejoras adicionales sobre los anteriores. Con el primero de ellos se ha conseguido reducir el coste del procesado *cycle-spinning* a la cuarta parte, manteniendo prácticamente los mismos resultados. Con el segundo, se ha logrado un incremento notable de la *SNR* obtenida con el umbral SURE, lo que supone una mejora muy importante de cara al uso de este umbral.

## 12.2 Futuras líneas de investigación

Como futuras líneas de investigación, sería interesante profundizar en primer lugar en los aspectos de coste de los métodos planteados. La tesis se ha centrado principalmente en el análisis de las mejoras que se pueden obtener con estos métodos. Sin embargo dado el carácter de la transformada no diezmada, será fundamental estudiar en mayor detalle el coste de estos procesados y, considerando cada aplicación concreta, trabajar en la optimización de los algoritmos y en el uso de implementaciones eficientes para la transformada [6, 8, 134].

La tesis también abre un camino interesante de cara al desarrollo de nuevos métodos *best basis*. El método *best basis* – SURE propuesto plantea un primer análisis sobre las posibilidades de este procesado, que se podría mejorar aplicando criterios más sofisticados. Por ejemplo se podrían considerar criterios de minimización de la entropía [8, 133] en el dominio *wavelet*. Esto permitiría además mejorar el coste, ya que al hacer la elección en el dominio transformado no sería necesario invertir todas las subsecuencias, sino sólo aquella que se hubiera seleccionado como la mejor.

Por otra parte, a partir del trabajo iniciado aquí se podrían explotar otras propiedades de la *wavelet* no diezmada, con el fin de obtener mejoras adicionales en la reducción de ruido. Por ejemplo gracias a la propiedad de *invarianza temporal*, los coeficientes de la *wavelet* no diezmada se alinean temporalmente a distintas escalas de resolución. Esto facilita el desarrollo de nuevos esquemas de selección de coeficientes, alternativos a los *hard* y *soft thresholding* básicos, que permitirían por ejemplo considerar dependencias *inter-escala* entre los coeficientes [50, 135]. Considerando que las singularidades de una señal habitualmente van a tener un rango amplio, los coeficientes en niveles vecinos aportarán información adicional sobre la importancia de un coeficiente dado. El hecho de incorporar esta información en el esquema no lineal de selección de coeficientes, proporcionaría nuevas posibilidades para la mejora del procesado.

Finalmente, en el ámbito de las aplicaciones, habría que indicar que los métodos presentados aquí se pueden extender a otros casos, en los que también exista algún tipo de ruido correlado superpuesto a la señal. Problemas análogos al *backscattering* o ruido de grano ultrasónico que se ha tratado en esta tesis, se dan también en otros ámbitos y bajo distintas denominaciones, como *clutter* en aplicaciones de radar y sonar, como *speckle* en el caso del tratamiento de imágenes, ya sean ópticas (laser), acústicas (*B-scan* ultrasónico), radar (SAR)... etc. En estos diversos ámbitos se podrían aplicar los métodos basados en *wavelets* no diezmadas que se han presentado aquí, llevando a cabo las adaptaciones necesarias para cada aplicación en particular.

### 12.3 Publicaciones asociadas a la tesis

El trabajo desarrollado a lo largo de esta tesis ha dado lugar a diversas publicaciones en revistas científicas y congresos de ámbito internacional. Aunque las referencias correspondientes se han incluido en la bibliografía, en esta sección se recopila el listado completo a modo de resumen.

#### ▪ Publicaciones en revistas:

Las publicaciones en revistas incluirían los trabajos iniciales de aplicación de las *wavelet* no diezmadas a la supresión de interferencias en sistemas de comunicaciones:

- E. Pardo, J.J. Pérez, M.A. Rodríguez, “Interference excision in DSSS based on undecimated wavelet packet transform”, *Electronics Letters* 39 (2003) 1543-1544.
- E. Pardo, M.A. Rodríguez-Hernández, J.J. Pérez-Solano, “Narrowband Interference Suppression using Undecimated Wavelet Packets in Direct Sequence Spread Spectrum Receivers” *IEEE Transactions on Signal Processing* 54 (2006) 3648-3653.

y también los trabajos posteriores en el ámbito de la reducción de ruido de grano en evaluación no destructiva por ultrasonidos:

- E. Pardo, J.L. San Emeterio, M.A. Rodríguez, A. Ramos, “Noise Reduction in Ultrasonic NDT using Undecimated Wavelet Transforms” *Ultrasonics* 44 (2006) 1063-1067.
- E. Pardo, J.L. San Emeterio, M.A. Rodríguez, A. Ramos, “Shift Invariant Wavelet Denoising of Ultrasonic Traces” *Acta Acustica united with Acustica* 94 (2008) 685-693.

#### ▪ Publicaciones asociadas a congresos:

Estas publicaciones incluirían diversos trabajos ligados a la reducción de ruido de grano en evaluación no destructiva por ultrasonidos:

- J.L. San Emeterio, E. Pardo, M.A. Rodríguez, A. Ramos, “Denoising ultrasonic signals using wavelet transform processing”, *Proceedings of the Thirteenth International Congress on Sound and Vibration, ICSV13 (2006)*. ISBN: 3-95-01554-5-7.
- J.L. San Emeterio, E. Pardo, M.A. Rodríguez, A. Ramos, “Ultrasonic grain noise reduction using wavelet processing. An analysis of threshold selection

rules”, Proceedings of the 9th European Conference on NDT (2006). ISBN: 3-931381-86-2.

- E. Pardo, J. L. San Emeterio, M. A. Rodríguez, A. Ramos, “Shift invariant wavelet denoising in Ultrasonic NDE”, Proceedings of the International Congress on Ultrasonics ICU 2007. doi: 10.3728/ICUltrasonic.2007.Vienna.1268\_pardo.
- E. Pardo, J. L. San Emeterio, M. A. Rodríguez, A. Ramos, “Shift Invariant wavelet processing of ultrasonic traces”, Proceedings of the 19th International Congress on Acoustics ICA 2007, N° Especial Revista de Acústica 38 (2007). ISBN: 84-87985-11-4.
- J. L. San Emeterio, E. Pardo, M. A. Rodríguez, “Denoising ultrasonic traces by wavelet cycle spinning processing”, CD-ROM Proceedings of the Sixteenth International Congress on Sound and Vibration, ICSV16 (2009). ISBN: 978-83-60716-71-7.
- J. L. San Emeterio, E. Pardo, M. A. Rodríguez, “Wavelet cycle spinning denoising of ultrasonic traces acquired from austenitic steel”, IEEE International Ultrasonics Symposium Proceedings (2009). ISBN: 978-1-4244-4390-1.

además de otros trabajos relacionados con la utilización de las *wavelet* no diezmadas para el análisis de señales ultrasónicas en aplicaciones biomédicas e industriales:

- E. Pardo, M. Talmant, P. Laugier, J.L. San Emeterio, “La transformada wavelet como herramienta para el estudio de señales ultrasónicas transmitidas en hueso cortical”, Proceedings 37° Congreso Nacional de Acústica y Encuentro Ibérico de Acústica, TecniAcústica 2006. N° Especial Revista de Acústica 37 (2006). ISBN: 84-87985-11-4.
- J.L. San Emeterio, A. Ramos, J.C.B. Leite, E. Pardo, J. Miguel, C. Perez, “Ultrasonic pulse-echo evaluation of adherence conditions in a three layer structure”, Proceedings of the International Congress on Ultrasonics ICU 2007. doi: 10.3728/ICUltrasonics.2007.Vienna.1521\_sanemeterio.
- J.L. San Emeterio, A. Ramos, J.C.B. Leite, E. Pardo, J. Miguel, C. Perez, “Evaluación por ultrasonidos de las uniones en una estructura tricapa”, Actas del 11° Congreso Español de END (2007). ISBN: 978-84-690-6308-8.



## Bibliografia

- [1] A. Haar, "Zur theorie der orthogonalen funktionensysteme", *Mathematische Annalen* 69 (1910) 331-371.
- [2] A. Grossman, J. Morlet, "Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape", *SIAM J. of Math. Anal.* 15 (1984) 723-736.
- [3] I. Daubechies. *Ten lectures on wavelets*. SIAM Philadelphia 1992.
- [4] M. Vetterli, J. Kovacevic. *Wavelets and subband coding*. Prentice-Hall 1995.
- [5] S. Mallat. *A wavelet tour of signal processing*. Academic Press 1999.
- [6] M. Holschneider, R. Kronland-Martinet, J. Morlet, P. Tchamitchian, "A real-time algorithm for signal analysis with the help of the wavelet transform", in *Wavelets, time-frequency methods and phase space*, Springer-Verlag 1989, 286-297.
- [7] M.J. Shensa, "The discrete wavelet transform: wedding the à trous and Mallat algorithms", *IEEE Transactions on Information Theory* 40 (1992) 2464-2482.
- [8] R.R. Coifman, D.L. Donoho, "Translation-invariant de-noising", in *Wavelets and Statistics, Lecture Notes in Statistics*, vol. 103, Springer-Verlag 1995, 125-150.
- [9] G.P. Nason, B.W. Silverman, "The stationary wavelet transform and some statistical applications", in *Wavelets and Statistics, Lecture Notes in Statistics*, vol. 103, Springer-Verlag 1995, 281-299.
- [10] M. Lang, H. Guo, J.E. Odegard, C.S. Burrus, "Noise reduction using an Undecimated Discrete Wavelet Transform", *IEEE Signal Processing Letters* 3 (1996) 10-12.

- [11] J.C. Pesquet, H. Krim, H. Carfantan. "Time invariant orthonormal wavelet representations", IEEE Transactions on Signal Processing 44 (1996) 1964-1970.
- [12] E. Pardo, J.J. Pérez, M.A. Rodríguez, "Interference excision in DSSS based on undecimated wavelet packet transform", Electronics Letters 39 (2003) 1543-1544.
- [13] E. Pardo, M.A. Rodríguez-Hernández, J.J. Pérez-Solano, "Narrowband Interference Suppression using Undecimated Wavelet Packets in Direct Sequence Spread Spectrum Receivers" IEEE Transactions on Signal Processing 54 (2006) 3648-3653.
- [14] E. Pardo, M. Talmant, P. Laugier, J.L. San Emeterio, "La transformada wavelet como herramienta para el estudio de señales ultrasónicas transmitidas en hueso cortical", Proc. 37º Congreso Nacional de Acústica y Encuentro Ibérico de Acústica, TecniAcústica 2006. Nº Especial Revista de Acústica 37 (2006). ISBN: 84-87985-11-4.
- [15] J.L. San Emeterio, A. Ramos, J.C.B. Leite, E. Pardo, J. Miguel, C. Perez, "Ultrasonic pulse-echo evaluation of adherence conditions in a three layer structure", Proc. International Congress on Ultrasonics ICU 2007. doi: 10.3728/ICUltrasonics.2007.Vienna.1521\_sanemeterio.
- [16] J.L. San Emeterio, A. Ramos, J.C.B. Leite, E. Pardo, J. Miguel, C. Perez, "Evaluación por ultrasonidos de las uniones en una estructura tricapa", Actas del 11º Congreso Español de END (2007). ISBN: 978-84-690-6308-8.
- [17] E. Pardo, J.L. San Emeterio, M.A. Rodríguez, A. Ramos, "Noise Reduction in Ultrasonic NDT using Undecimated Wavelet Transforms" Ultrasonics 44 (2006) 1063-1067.
- [18] E. Pardo, J.L. San Emeterio, M.A. Rodríguez, A. Ramos, "Shift Invariant Wavelet Denoising of Ultrasonic Traces" Acta Acustica united with Acustica 94 (2008) 685-693.
- [19] J.L. San Emeterio, E. Pardo, M.A. Rodríguez, A. Ramos, "Denoising ultrasonic signals using wavelet transform processing" Proc. Thirteenth International Congress on Sound and Vibration, ICSV13 (2006). ISBN: 3-95-01554-5-7.
- [20] J.L. San Emeterio, E. Pardo, M.A. Rodríguez, A. Ramos, "Ultrasonic grain noise reduction using wavelet processing. An analysis of threshold selection rules" Proc. 9th European Conference on NDT (2006). ISBN: 3-931381-86-2.

- 
- [21] E. Pardo, J. L. San Emeterio, M. A. Rodríguez, A. Ramos, “Shift invariant wavelet denoising in Ultrasonic NDE” Proc. International Congress on Ultrasonics ICU 2007. doi: 10.3728/ICUltrasonic.2007.Vienna.1268\_pardo.
- [22] E. Pardo, J. L. San Emeterio, M. A. Rodríguez, A. Ramos, “Shift Invariant wavelet processing of ultrasonic traces”, Proc. 19th International Congress on Acoustics ICA 2007, N° Especial Revista de Acústica 38 (2007). ISBN: 84-87985-11-4.
- [23] J. L. San Emeterio, E. Pardo, M. A. Rodríguez, “Denoising ultrasonic traces by wavelet cycle spinning processing”, CD-ROM Proc. Sixteenth International Congress on Sound and Vibration, ICSV16 (2009). ISBN: 978-83-60716-71-7.
- [24] J. L. San Emeterio, E. Pardo, M. A. Rodríguez, “Wavelet cycle spinning denoising of ultrasonic traces acquired from austenitic steel”, IEEE International Ultrasonics Symposium Proceedings (2009). ISBN: 978-1-4244-4390-1.
- [25] H. Kuttruff. Ultrasonics, fundamentals and applications. Elsevier Applied Science 1991.
- [26] J. Krautkramer, H. Krautkramer. Ultrasonic testing of materials. Springer-Verlag 1983.
- [27] V.L. Newhouse, N.M. Bilgutay, J. Saniie, E.S. Furgason, “Flaw-to-grain echo enhancement by split-spectrum processing”, Ultrasonics 20 (1982) 59-68.
- [28] N.M. Bilgutay, X. Li, J. Saniie, “Spectral analysis of randomly distributed scatterers for ultrasonic grain size estimation”, Ultrasonics 27 (1989) 19-25.
- [29] P. Karpur, O.J. Canelones, “Split spectrum processing: a new filtering approach for improved signal-to-noise ratio enhancement of ultrasonic signals”, Ultrasonics 30 (1992) 351-357.
- [30] A. Abbate, J. Koay, J. Frankel, S.C. Schroeder, P. Das, “Signal detection and noise suppression using a wavelet transform signal processor”, IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control 44 (1997) 14–25.
- [31] J.C. Lazaro, J.L. San Emeterio, A. Ramos, J.L. Fernandez, “Influence of thresholding procedures in ultrasonic grain noise reduction using wavelets”, Ultrasonics 40 (2002) 263-267.
- [32] M.A. Rodríguez, J.L. San Emeterio, J.C. Lázaro, A. Ramos, “Ultrasonic flaw detection in NDE of highly scattering materials using wavelet and Wigner-Ville transform processing”, Ultrasonics 42 (2004) 847-851.

- 
- [33] D.L. Donoho, I.M. Johnstone, "Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage", *Biometrika* 81 (1994) 425-455.
  - [34] D.L. Donoho, "De-noising by soft thresholding", *IEEE Transactions on Information Theory* 41 (1995) 613-627.
  - [35] D.L. Donoho, I.M. Johnstone, "Adaptating to unknown smoothness via wavelet shrinkage", *Journal of the American Statistical Association* 90 (1995) 1200-1224.
  - [36] I.M. Johnstone, B.W. Silverman, "Wavelet threshold estimators for data with correlated noise", *Journal of the Royal Statistical Society* 59 (1997) 319-351.
  - [37] Y. Meyer, "Orthonormal Wavelets", in *Wavelets, time-frequency methods and phase space*, Springer-Verlag 1989, 21-37.
  - [38] S. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation", *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 7 (1989) 674-693.
  - [39] D. Gabor, "Theory of communication", *J. Inst. Elect. Eng.* 93 (1946) 429-457.
  - [40] A. Croisier, D. Esteban, C. Galand, "Perfect channel splitting by use of interpolation/decimation/tree decomposition techniques", *International Conference on Information, Sciences and Systems* (1976) 443-446.
  - [41] G. Strang, T. Nguyen. *Wavelets and filter banks*. Wellesley-Cambridge 1996.
  - [42] A.N. Akansu, R.A. Haddad. *Multiresolution Signal Decomposition: Transforms, Subbands and Wavelets*. Academic Press 2000 (2nd Ed.)
  - [43] L. Cohen. *Time-Frecuency analysis*. Prentice-Hall 1995.
  - [44] C.K. Chui, J.Z. Wang, "On compactly supported spline wavelets and a duality principle", *Trans. Amer. Math. Soc.* 330 (1992) 903-915.
  - [45] P.J. Green, B.W. Silverman. *Nonparametric regression and generalised linear models*. Chapman & Hall 1994.
  - [46] D.L. Donoho, "Progress in wavelet analysis and WVD: a ten minute tour," in *Progress in wavelet analysis and applications*, Frontières 1993, 109-128.
  - [47] A. Antoniadis, J. Bigot, T. Sapatinas, "Wavelet estimators in nonparametric regression: a comparative simulation study", *Journal of Statistical Software* 6 (2001) 1-83.
  - [48] D.L. Donoho, I.M. Johnstone, G. Kerkyacharian, D. Picard, "Wavelet shrinkage: Asymptopia?", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 57 (1995) 301-369.

- [49] A. Antoniadis, "Wavelets in statistics: a review (with discussion)", *Journal of the Italian Statistical Society* 6 (1997) 97-144.
- [50] F. Abramovich, T.C. Bailey, T. Sapatinas, "Wavelet analysis and its statistical applications", *The Statistician* 49 (2000) 1-29.
- [51] C. Taswell, "The what, how, and why of wavelet shrinkage denoising" *IEEE Computing in Science & Engineering* 2 (2000) 12-19.
- [52] M. Jansen. *Noise reduction by wavelet thresholding. Lecture Notes in Statistics*, vol. 161, Springer-Verlag 2001.
- [53] A.G. Bruce, H.-Y. Gao, "Understanding WaveShrink: variance and bias estimation", *Biometrika* 83 (1996) 727-745.
- [54] J.S. Marron, S. Adak, I.M. Johnstone, M.H. Neumann, P. Patil, "Exact risk analysis of wavelet regression", *Journal of Computational and Graphical Statistics* 7 (1998) 278-309.
- [55] H.-Y. Gao, A.G. Bruce, "WaveShrink with firm shrinkage", *Statistica Sinica* 7 (1997) 855-874.
- [56] H.-Y. Gao, "Wavelet shrinkage denoising using the non-negative garrotte", *Journal on Computational and Graphical Statistics* 7 (1998) 469-488.
- [57] A. Antoniadis, J. Fan, "Regularization of wavelets approximations (with discussion)", *Journal of the American Statistical Association* 96 (2001) 939-967.
- [58] G.P. Nason, "Wavelet regression by cross-validation", Technical Report 447, Department of Statistics, Standord University, USA, 1994.
- [59] G.P. Nason, "Wavelet function estimation using cross-validation", in *Wavelets and Statistics*, Lecture Notes in Statistics, vol. 103, Springer-Verlag 1995, 261-280.
- [60] G.P. Nason, "Wavelet shrinkage using cross-validation", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 58 (1996) 463-479.
- [61] N. Weyrich, G.T. Warhola, "De-noising using wavelets and cross-validation", *NATO Adv. Study Inst. C*, 454 (1995) 523-532.
- [62] N. Weyrich, G.T. Warhola, "Wavelet shrinkage and generalized cross-validation for de-noising with applications to speech", in *Wavelets and Multilevel Approximation*, *Approximation Theory VIII* 2, World Scientific, Singapore 1995, 407-414.

- [63] M. Jansen, M. Malfait, A. Bultheel, “Generalised cross-validation for wavelet thresholding”, *Signal Processing* 56 (1997) 33–44.
- [64] F. Abramovich, Y. Benjamini, “Thresholding of wavelet coefficients as multiple hypotheses testing procedure” in *Wavelets and Statistics, Lecture Notes in Statistics*, vol. 103, Springer-Verlag 1995, 5-14.
- [65] F. Abramovich, Y. Benjamini, “Adaptive thresholding of wavelet coefficients”, *Computational Statistics & Data Analysis* 22 (1996) 351–361.
- [66] P. Hall, S. Penev, G. Kerkyacharian, D. Picard, “Numerical performance of block thresholded wavelet estimators”, *Statistics and Computing* 7 (1997) 115–124.
- [67] P. Hall, G. Kerkyacharian, D. Picard, “Block threshold rules for curve estimation using kernel and wavelet methods”, *The Annals of Statistics* 26 (1998) 922–942.
- [68] P. Hall, G. Kerkyacharian, D. Picard, “On the minimax optimality of block thresholded wavelet estimators. rules for curve estimation using kernel and wavelet methods”, *Statistica. Sinica* 9 (1999) 33–50.
- [69] T.T. Cai, L.D. Brown, “Wavelet estimation for samples with random uniform design”, *Statistics and Probability Letters* 42 (1999) 313–321.
- [70] T.T. Cai, B.W. Silverman, “Incorporating information on neighbouring coefficients into wavelet estimation”, *Sankhyā: The Indian Journal on Statistics, Series B*, 63 (2001) 127–148.
- [71] H.A. Chipman, E.D. Kolaczyk, R.E. McCulloch, “Adaptive Bayesian wavelet shrinkage”, *Journal of the American Statistical Association* 92 (1997) 1413–1421.
- [72] F. Abramovich, T. Sapatinas, B.W. Silverman, “Wavelet thresholding via a Bayesian approach”, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 60 (1998) 725-749.
- [73] I. Amir, N.M. Bilgutay, V.L. Newhouse, “Analysis and comparison of some frequency compounding algorithms for the reduction of ultrasonic clutter”, *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 33 (1986) 402–411.
- [74] F.S. Cohen, “Modeling of ultrasound speckle with application in flaw detection in metals”, *IEEE Transactions on Signal Processing* 40 (1992) 624-632.

- [75] L.G. Ullate, O. Martínez, M.A.G. Izquierdo, M. Parrilla, “Procesamiento digital de señales ultrasónicas en END”, I jornadas Iberoamericanas de Ultrasonidos 1998.
- [76] N.M. Bilgutay, X. Li, J. Saniie, “Spectral analysis of randomly distributed scatterers for ultrasonic grain size estimation”, *Ultrasonics* 27 (1989) 19–25.
- [77] T. Varghese, K.D. Donohue, “Mean-scatterer spacing estimates with spectral correlation”, *Journal of the Acoustical society of America* 96 (1994) 3504–3515.
- [78] J. Saniie, T. Wang, N.M. Bilgutay, “Statistical evaluation of backscattered ultrasonic grain signals”, *Journal of the Acoustical society of America* 84 (1988) 400–408.
- [79] L. Vergara-Dominguez, J.M. Paez-Borralló, “Backscattering grain noise modelling in ultrasonic non-destructive testing”, *Waves in Random Media* 1 (1991) 81-92.
- [80] J.F. Chen, J.A. Zagzebski, E.L. Madsen, “Non-Gaussian versus Non-Rayleigh statistical properties of ultrasound echo signals”, *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 41 (1994) 435–440.
- [81] V.M. Narayanan, R.C. Molthen, P.M. Shankar, L. Vergara, J.M. Reid, “Studies on ultrasonic scattering from quasi-periodic structures”, *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 44 (1997) 114–124.
- [82] K.D. Donohue, “Maximum likelihood estimation of A-scan amplitudes for coherent targets in media of unresolvable scatterers”, *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 39 (1992) 422–431.
- [83] T. Baldeweck, P. Laugier, A. Herment, G. Berger, “Application of autoregressive spectral analysis for ultrasound attenuation estimation: interest in highly attenuating medium”, *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 42 (1995) 99–110.
- [84] M.G. Gustafsson, T. Stepinski, “Studies of split spectrum processing, optimal detection, and maximum likelihood amplitude estimation using a simple clutter model”, *Ultrasonics* 35 (1997) 31-52.
- [85] M.A.G. Izquierdo, J.J. Anaya, O. Martínez, T. Sánchez, “Modelado del ruido de grano en ensayos no destructivos por ultrasonidos”, I jornadas Iberoamericanas de Ultrasonidos 1998.

- [86] W.P. Mason, H.I. McSkimin, "Attenuation and scattering of high frequency sound waves in metals and glasses", *Journal of the Acoustical society of America* 19 (1947) 464–473.
- [87] A. Bhatia, "Scattering of high-frequency sound waves in poly-crystalline materials", *Journal of the Acoustical society of America* 31 (1956) 16–23.
- [88] E.P. Papadakis, "Ultrasonic attenuation caused by scattering in poly-crystalline metals", *Journal of the Acoustical society of America* 37 (1965) 703–710.
- [89] F.E. Stanke, G.S. Kino, "A unified theory for elastic wave propagation in polycrystalline materials", *Journal of the Acoustical society of America* 75 (1984) 665–681.
- [90] K.D. Donohue, H.Y. Cheah, "Spectral correlation filters for flaw detection" *Proc of IEEE Ultrasonic Symposium* (1995) 725-728.
- [91] M.A.G.Izquierdo, M.G. Hernández, O. Graullera, J.J. Anaya, "Signal-to-noise ratio enhancement based on the whitening transformation of colored structural noise", *Ultrasonics* 38 (2000) 500-502.
- [92] S.P. Neal, P.L. Speckman, M. Enright, "Flaw signature estimation in ultrasonic non-destructive evaluation using the Wiener filter with limiting prior information", *Trans on UFFC* 23 (1993) 347-353.
- [93] M.A.G.Izquierdo, M.G. Hernández, O. Graullera, L.G. Ullate, "Time–frequency Wiener filtering for structural noise reduction", *Ultrasonics* 40 (2002) 259-261.
- [94] M.A.G. Izquierdo, M.G. Hernández, J.J. Anaya, O. Martínez, "Speckle reduction by energy time–frequency filtering", *Ultrasonics* 42 (2004) 843-846.
- [95] M.A.G. Izquierdo, M.G. Hernández, J.J. Anaya, "Time-varying prediction filter for structural noise reduction in ultrasonic NDE", *Ultrasonics* 2006, in press.
- [96] M.W. Malik, J. Saniie, "Generalized time-frequency representation of Ultrasonic signals" *Proc of IEEE Ultrasonic Symposium* (1993) 691-695.
- [97] N. Ruiz-Reyes, P. Vera-Candeas, J. Curpián-Alonso, J.C. Cuevas-Martinez, F. López-Ferreras, "Matching pursuit-based approach for ultrasonic flaw detection", *Signal Processing* 86 (2006) 962–970.
- [98] J.C. Lázaro, J.L. San Emeterio, A. Ramos, P.T. Sanz, "Utilización de transformadas tiempo-escala para supresión de ruido coherente en END por ultrasonidos", 9º Congreso Nacional END 1999.

- [99] P. Karpur, P.M. Shankar, J.L. Rose, V.L. Newhouse, "Split spectrum processing: optimizing the processing parameters using minimization", *Ultrasonics* 25 (1987) 204-208.
- [100] J.D. Ausseil, "Split-spectrum processing with finite impulse response filters of constant frequency-to-bandwidth ratio", *Ultrasonics* 28 (1990) 229-240.
- [101] M.G. Gustafsson, T. Stepinski, "Split spectrum algorithms rely on instantaneous phase information – A geometrical approach", *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 40 (1993) 659–665.
- [102] M.G. Gustafsson, "Nonlinear clutter suppression using split spectrum processing and optimal detection", *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 43 (1996) 109–124.
- [103] X. Li, M. Bilgutay, R. Murthy, "Spectral histogram using the minimization algorithm theory and applications to flaw detection" *Trans UFFC* 39 (1992) 279-284.
- [104] Q. Tian, N.M. Bilgutay, "Statistical analysis of split spectrum processing for multiple target detection", *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 45 (1998) 251–256.
- [105] A. Ramos, J.L. San Emeterio, P.T. Sanz, "Improvement in transient piezoelectric responses of NDE transceivers using selective damping and tuning networks: applications of ferroelectricity", *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 47 (2000) 826–835.
- [106] J.L. San Emeterio, A.Ramos, P.T. Sanz, A.Ruiz, A. Azbaid, "Modelling NDT piezoelectric ultrasonic transmitters", *Ultrasonics* 42 (2004) 277-281.
- [107] G. Zhang, S. Zhang, Y. Wang, "Application of adaptive time-frequency decomposition in ultrasonic NDE of highly-scattering materials", *Ultrasonics* 38 (2000) 961-964.
- [108] *Uvi\_wave Toolbox*: <http://www.gts.tsc.uvigo.es/~wavelets/>
- [109] *WaveLab*: <http://www-stat.stanford.edu/~wavelab/>
- [110] *Time-Frequency Toolbox*: <http://tftb.nongnu.org/>
- [111] MATLAB® *Wavelet Toolbox*™: <http://www.mathworks.es/products/wavelet/>
- [112] C. Taswell, K.C. McGill, "Wavelet transform algorithms for finite-duration discrete-time signals: signal-end effects", Numerical Analysis Project, NA-91-07, Stanford University, 1991.

- [113] A. Cohen, I. Daubechies, P. Vial, “Wavelets on the interval and fast wavelet transforms”, *Applied and Computational Harmonic Analysis* 1 (1993) 54-81.
- [114] K.C. McGill, C. Taswell, “Length-preserving wavelet transform algorithms for zero-padded and linearly-extended signals” *ACM Transactions on Mathematical Software* 20 (1994) 398-412.
- [115] J.R. Williams, K. Amaratunga, “A discrete wavelet transform without edge effects using wavelet extrapolation” *Journal of Fourier Analysis and Applications* 3 (1997) 435-449.
- [116] P.M. Shankar, U. Bencharit, N.M. Bilgutay, J. Saniie “Grain noise suppression through bandpass filtering”, *Materials Evaluation* 46 (1988) 1100–1104.
- [117] J.E. Fowler, “The redundant discrete wavelet transform and additive noise” *IEEE Signal Processing Letters* 12 (2005) 629-632.
- [118] I.W. Selesnick, M.A.T. Figueiredo, “Signal restoration with overcomplete wavelet transforms: comparison of analysis and synthesis priors”, *Proceedings of SPIE* 2009.
- [119] G. Beylkin, “On the representation of operators in bases of compactly supported wavelets”, *SIAM J. Number. Anal.* 6 (1992) 1716-1740.
- [120] P.P. Vaidyanathan, “Multirate digital filters, filter banks, polyphase networks and applications: a tutorial”, *Proceedings of the IEEE* 1990, 56-93.
- [121] K. Berkner, R.O. Wells, “A correlation-dependent model for denoising via nonorthogonal wavelet transforms”, *Technical Report CML TR 98-07*, Computational Mathematics Laboratory, Rice University, 1998.
- [122] K. Berkner, R.O. Wells, “Smoothness estimates for soft-threshold denoising via translation-invariant wavelet transforms”, *Applied and Computational Harmonic Analysis* 12 (2002) 1-24.
- [123] A. Gyaourova, C. Kamath, I.K. Fodor, “Undecimated wavelet transforms for image de-noising”, *Technical Report UCRL-ID-150931*, Lawrence Livermore National Laboratory, University of California, 2002.
- [124] F. Argenti, G. Torricelli, “Speckle suppression in ultrasonic images based on undecimated wavelets”, *EURASIP Journal on Applied Signal Processing* 5 (2003) 470-478.
- [125] Y. Zhang, Y. Wang, W. Wang, B. Liu, “Doppler ultrasound signal denoising based on wavelet frames”, *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 48 (2001) 709–716.

- 
- [126] Y. Zhang, Y. Wang, W. Wang, “Denoising quadrature Doppler signals from bi-directional flow using the wavelet frame”, *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 50 (2003) 561–564.
- [127] Y. Zhang, J.C. Cardoso, Y. Wang, P.J. Fish, C.A.C. Bastos, W. Wang, “Time-scale removal of *wall thump* in Doppler ultrasound signals: a simulation study”, *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 51 (2004) 1187–1192.
- [128] M. Lang, H. Guo, J.E. Odegard, C.S. Burrus, R.O. Wells, “Nonlinear processing of a shift invariant DWT for noise reduction”, *Proceedings of SPIE* 1995.
- [129] R. Eslami, H. Radha, “The contourlet transform for image de-noising using cycle spinning”, *Proceedings of Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers* 2003, 1982–1986.
- [130] A. Stoschek, T.P.Y. Yu, R. Hegerl, “Denoising of electron tomographic reconstructions from biological specimens using multidimensional multiscale transforms”, *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing ICASSP* 1997, 2793–2796.
- [131] Q. Ma, X. Wang, S. Du, “Method and application of wavelet shrinkage denoising based on genetic algorithm”, *Journal of Zhejiang University SCIENCE A* 7 (2006) 361–367.
- [132] X. Wang, Y. Shen, Z. Liu, Q. Wang, “Noise reduction for Doppler ultrasound signal based on cycle-spinning and thresholding methods”, *Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference IMTC* 2004, 1922–1925.
- [133] R.R. Coifman, M.V. Wickerhauser, “Entropy-based algorithms for best-basis selection”, *IEEE Transactions on Information Theory* 38 (1992) 713–718.
- [134] P. Dutilleul, “An implementation of the *algorithme à trous* to compute the wavelet transform”, in *Wavelets, time-frequency methods and phase space*, Springer-Verlag 1989, 298–304.
- [135] P. Chen, D. Suter, “Shift-invariant wavelet denoising using interscale dependency”, *Technical Report MECSE-2-2004*, Department of Electrical and Computer Systems Engineering, Monash University, 2004.

