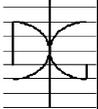


Trabajo de Investigación CST/MIH

Interacción vehículo-estructura en puentes ferroviarios de hormigón pretensado en situaciones de resonancia. Validación del método del amortiguamiento adicional propuesto por el Eurocódigo 1

Por:
Alejandro Doménech Monforte

Diciembre 2009.

Author / Author: Alejandro Doménech Monforte	Fecha / Date: Diciembre 2009	
Título / Titile Interacción vehículo-estructura en puentes ferroviarios de hormigón pretensado en situaciones de resonancia. Validación del método del amortiguamiento adicional propuesto por el Eurocódigo 1		
Directores del trabajo / Supervisores: Dr. José Luis Bonet Senach. Dr. Pedro Museros Romero.	Código / Coda: CST/MIH	Nº páginas / Pagés: 182
Departamento / Departamento: INGENIERÍA DE LA CONSTRUCCIÓN Y PROYECTOS DE INGENIERÍA CIVIL		
Universidad / University: UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA		 UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA
Palabras clave / Keywords: Dinámica puentes ferrocarril, resonancia, Alta Velocidad, cargas móviles, interacción vehículo-estructura, amortiguamiento estructural.		
Código Unesco: 3305.04: Puentes.		

Resumen

La Tesis de Máster formalizada en el presente documento se ha desarrollado como trabajo de fin del Máster en Ingeniería del Hormigón de la Universidad Politécnica de Valencia. Dicho máster se incluye en la etapa formativa del programa de Doctorado en Ingeniería de la Construcción de la citada universidad, por lo que a la par que cubrir los objetivos del trabajo de fin de máster se ha iniciado un trabajo de investigación que se espera culmine en una Tesis Doctoral.

Esta Tesis de Máster se inscribe dentro del marco del Proyecto de Investigación Fundamental no orientada BIA2008-0411 **Modelos numéricos avanzados para el análisis de vibraciones detectadas en puentes de ferrocarril pertenecientes a líneas convencionales acondicionadas para Alta Velocidad**, financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación en el seno del Plan Nacional de I+D+i 2008-2011. El Equipo Investigador del Proyecto está dirigido por Pedro Museros Romero y pretende dar respuesta a algunas necesidades en el ámbito de la modelización numérica del comportamiento dinámico de los puentes ferroviarios de hormigón pretensado correspondientes a líneas de Alta Velocidad.

La línea de investigación se focaliza en el análisis del fenómeno de interacción vehículo-estructura en puentes ferroviarios de hormigón pretensado en situaciones de resonancia. Durante la Tesis de Máster se estudia el fenómeno de interacción empleando una modelización del vehículo completa con el objetivo de verificar la validez del Método del Amortiguamiento Adicional propuesto por el Eurocódigo 1.

Para cubrir el objetivo de la Tesis de Máster se ha realizado un estudio paramétrico que permite estimar la sensibilidad de la reducción de la respuesta frente a los diferentes parámetros que determinan el comportamiento dinámico del sistema, los llamados parámetros fundamentales, detectados a partir de la formulación adimensional de las ecuaciones de equilibrio dinámico del sistema y la obtención de las Fórmulas de Semejanza asociadas al Modelo de Interacción Completo.

El estudio planteado cubre el conjunto de situaciones que pueden presentarse en

el proyecto de puentes de ferrocarril, por lo que sus resultados permiten extraer conclusiones sobre la relevancia de los distintos componentes del Modelo de Interacción Completo en el fenómeno de interacción vehículo-estructura y también detectar situaciones no conservadoras contempladas por el método que prescribe el Eurocódigo 1.

Índice general

1. Marco de referencia del estudio	1
1.1. Introducción	2
1.2. Motivación	4
1.2.1. Fenómenos de resonancia en puentes de ferrocarril	4
1.2.2. Simulación de la resonancia: influencia del modelo de cálculo	6
1.2.3. El Método del Amortiguamiento Adicional: MAAd	10
1.3. Objetivos	14
1.4. Contenido de la Tesis de Máster	16
2. Cálculo dinámico de puentes de ferrocarril	19
2.1. Tendencias actuales en el cálculo dinámico de puentes de ferrocarril	20
2.1.1. Orígenes del cálculo dinámico de puentes de ferrocarril . . .	20
2.1.2. Los trabajos de la ORE y del ERRI	23
2.1.3. Contribuciones científicas de los últimos años al estudio de la interacción	25
2.2. Factores que influyen en el comportamiento dinámico de puentes de ferrocarril	28
2.3. Modelos de cálculo dinámico implementados	30

2.3.1. Características de los modelos de cálculo dinámico implementados	31
2.3.2. El Modelo de Cargas Puntuales	32
2.3.3. El Modelo de Interacción Completo	41
2.4. Limitaciones de los modelos implementados y desarrollos futuros . .	51
3. Fórmulas de Semejanza Generalizadas	55
3.1. Formulación de la semejanza entre las respuestas de dos puentes: ERRI D214	56
3.2. Fórmulas de Semejanza Generalizadas para el Modelo de Cargas Puntuales	60
3.2.1. Formulación adimensional del Modelo de Cargas Puntuales .	60
3.2.2. Fórmulas de Semejanza Generalizadas del Modelo de Cargas Puntuales	62
3.2.3. Parámetros fundamentales del Modelo de Cargas Puntuales .	66
3.3. Fórmulas de semejanza generalizadas para el Modelo de Interacción Completo	68
3.3.1. Formulación adimensional del Modelo de Interacción Completo	68
3.3.2. Fórmulas de semejanza generalizadas del Modelo de Interacción Completo	79
3.3.3. Parámetros fundamentales del Modelo de Interacción Completo	82
3.4. FSG y reducción de la respuesta mediante un Modelo de Interacción Completo	84

3.5. FSG y cálculo del amortiguamiento adicional	85
3.6. Formulación adimensional de las fuerzas de interacción	88
4. Estudio del amortiguamiento adicional	93
4.1. Exigencias del Método del Amortiguamiento Adicional	95
4.2. Bases de estudio para la obtención del amortiguamiento adicional .	98
4.2.1. Componentes del sistema y rango de valores de las variables asociadas	98
4.2.2. Órdenes de resonancia analizados	106
4.2.3. Rangos de variación de los parámetros fundamentales	109
4.2.4. Combinaciones realistas de valores de los parámetros fundamentales	113
4.2.5. Discretización de los rangos del estudio paramétrico	127
4.3. Planteamiento del estudio paramétrico	134
4.4. Estudio de sensibilidad	137
4.4.1. Influencia de las relaciones de masas	138
4.4.2. Influencia de las relaciones de frecuencias	142
4.4.3. Influencia de las relaciones de inercias	144
4.4.4. Influencia de las relaciones de distancias	145
4.5. Convalidación del Método del Amortiguamiento Adicional	147
4.5.1. Comparativa entre los resultados del estudio y el MAAAd del EC1	149

4.5.2. Contraejemplos del MAAd propuesto por el EC1	151
5. Conclusiones y desarrollos futuros	157
5.1. Resumen del trabajo realizado	157
5.2. Aportaciones originales	159
5.3. Conclusiones	160
5.4. Desarrollos futuros	163
Apéndice A: Características de las composiciones de Alta Velocidad	165
Apéndice B: Lista de abreviaturas y definiciones	169
Bibliografía	171

Marco de referencia del estudio

Contenido

1.1. Introducción	2
1.2. Motivación	4
1.2.1. Fenómenos de resonancia en puentes de ferrocarril	4
1.2.2. Simulación de la resonancia: influencia del modelo de cálculo	6
1.2.3. El Método del Amortiguamiento Adicional: MAAAd	10
1.3. Objetivos	14
1.4. Contenido de la Tesis de Máster	16

Resumen: Durante este primer capítulo introductorio se describe el contexto en el que se ubica la línea de investigación desarrollada durante la Tesis de Máster como parte de un Proyecto de Investigación Fundamental no orientada financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación en el seno del Plan Nacional de I+D+i 2008-2011. Tras hacer un breve recorrido por la historia de la Alta Velocidad ferroviaria y su repercusión en España con la proliferación de trazados, se introducen los conceptos básicos necesarios para la comprensión de las necesidades que, en el ámbito del cálculo dinámico de puentes de ferrocarril, ha detectado el equipo investigador del Proyecto.

En el transcurso del capítulo se demuestra cómo el empleo de modelos de cálculo dinámico que permitan representar los fenómenos de resonancia es imperativo desde la aparición de la Alta Velocidad. Asimismo, se pone de manifiesto la importancia del modelo escogido en la valoración de la respuesta dinámica del sistema,

y el efecto beneficioso que sobre ella tiene la interacción vehículo-estructura. El Método del Amortiguamiento Adicional permite al calculista incluir este efecto beneficioso en modelos simplificados de cálculo. Pese a que el método forma parte de la normativa vigente (Eurocódigo 1), el método presenta algunos aspectos mejorables por lo que su estudio sobre una base científica rigurosa constituye el principal objetivo de la línea de investigación propuesta.

El capítulo incluye la exposición de los objetivos del estudio así como la descripción del contenido del documento, completando de ese modo el marco de referencia del estudio.

1.1. Introducción

El 1 de Octubre de 2009 se celebró el 45 aniversario de la apertura de la Tokaido Shinkansen (“nueva línea principal Tokaido”), inaugurada coincidiendo con los juegos olímpicos de Tokio. Los *Trenes Bala* de la línea Tokaido recorrían los 515 km que separan Tokio y Osaka con velocidades de hasta 210 km/h. Con este hito dio comienzo la Alta Velocidad ferroviaria al superarse las velocidades de explotación características dadas por las posibilidades técnicas y económicas de los distintos países.

La entrada en Europa de la Alta Velocidad se produjo quince años más tarde: el 27 de febrero de 1981, con la puesta en servicio de la primera línea TGV (Trains à Grande Vitesse) que conectaba Paris y Lyon con una velocidad de servicio de 260 km/h. La SNCF (Société Nationale des Chemins de Fer) consolidaba de ese modo su liderazgo en el desarrollo de la Alta Velocidad europea. El éxito de la París-Lyon facilitó la expansión del servicio de la Alta Velocidad francesa con la construcción de nuevas líneas. Ansiosos por imitar el éxito francés algunos países vecinos como Bélgica, Italia o Países Bajos construyeron también sus propias líneas de Alta Velocidad enlazando las líneas del TGV francés con Bélgica, Alemania, Países Bajos, Luxemburgo, Italia, Monaco, Suiza e incluso con el Reino Unido [17].

El 14 de abril de 1992, fruto del proyecto NAFA (Nuevo Acceso Ferroviario a

Andalucía), se inauguró la explotación comercial de la Línea de Alta Velocidad de nueva construcción Madrid-Sevilla, recorrida con velocidades de hasta 250 km/h. Nace la Alta Velocidad Española (AVE), capaz de unir Madrid con la capital andaluza en 2 horas y 55 minutos.

Han pasado más de 15 años desde entonces y la competitividad adquirida por el ferrocarril con las nuevas velocidades de circulación frente a otros medios de transporte, ha propiciado la proliferación de las líneas de Alta Velocidad. Mediante el Plan Estratégico de Infraestructuras y Transporte (PEIT), el Ministerio de Fomento pretende conseguir que en 2020 España sea el país europeo con más kilómetros de líneas de Alta Velocidad, con un trazado nacional de más de 10.000 km.

Este impulso de la Alta Velocidad española se materializa en la construcción de nuevas líneas y también en el acondicionamiento de líneas de ferrocarril convencionales para la circulación de trenes de Alta Velocidad¹.

Fruto de las necesidades en el cálculo dinámico de los puentes existentes que se encuentran en las líneas ya acondicionadas, o en proyecto de acondicionamiento para Alta Velocidad surge el **Proyecto de Investigación Fundamental no orientada BIA2008-0411 Modelos numéricos avanzados para el análisis de vibraciones detectadas en puentes de ferrocarril pertenecientes a líneas convencionales acondicionadas para Alta Velocidad**, financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación en el seno del Plan Nacional de I+D+I 2008-2011. El Equipo Investigador del Proyecto, dirigido por Pedro Museros Romero, presenta un plan de trabajo con el que se desea analizar la conveniencia de utilizar modelos numéricos más avan-

¹Según el Reglamento del Sector Ferroviario (RD 2387/2004, del 30 de diciembre), se consideran líneas de Alta Velocidad:

- a Las líneas especialmente construidas para la Alta Velocidad, equipadas para velocidades, por lo general, iguales o superiores a 250 kilómetros por hora.
- b Las líneas especialmente acondicionadas para la Alta Velocidad equipadas para velocidades del orden de 200 kilómetros por hora.
- c Las líneas especialmente acondicionadas para la Alta Velocidad, de carácter específico, debido a dificultades topográficas, de relieve o de entorno urbano cuya velocidad deberá ajustarse caso por caso

zados de lo que es habitual en el cálculo dinámico de los puentes de ferrocarril para la Alta Velocidad.

La presente Tesis de Máster se enmarca dentro de las líneas de investigación que se desarrollan en el mencionado Proyecto, pretendiendo dar respuesta a uno de sus objetivos concretos: la validación del *Método del Amortiguamiento Adicional*, propuesto por el Eurocódigo 1 (EC1), como método simplificado para tener en cuenta el efecto beneficioso de la interacción vehículo-estructura en el cálculo dinámico de los puentes de ferrocarril.

El trabajo desarrollado constituye la etapa inicial en la elaboración de una Tesis Doctoral y se espera que las aportaciones llevadas a cabo durante la investigación den lugar a publicaciones en revistas científicas de reconocido prestigio.

1.2. Motivación

1.2.1. Fenómenos de resonancia en puentes de ferrocarril

El aumento de la velocidad de explotación de las líneas puede originar la aparición de situaciones de resonancia en puentes de ferrocarril. Este fenómeno sucede cuando el paso a velocidad constante de la sucesión de ejes equidistantes de una composición excita alguna de las frecuencias fundamentales de la estructura. En caso de que la amplitud de las oscilaciones sea significativa, ello puede dar lugar a niveles de aceleración vertical excesivos, inaceptables desde el punto de vista de la estabilidad de la capa de balasto, e inaceptables por tanto para la necesaria seguridad de las circulaciones. En estas circunstancias, la frecuencia de las operaciones de mantenimiento aumenta, lo cual incide en un incremento del coste de explotación de la línea. Esta situación ha llevado incluso a que se tome la decisión de sustituir algunos tableros de puentes pertenecientes a líneas convencionales acondicionadas para Alta Velocidad, como en el caso de la línea Madrid-Sevilla a su paso por el río Guadiana y el río Záncara. En situaciones como éstas, a los costes propios de los nuevos tableros deben añadirse otros, difíciles de cuantificar e inevitables, asociados al necesario cierre de la línea para llevar a

cabo la sustitución.

Los primeros problemas de vibraciones excesivas debidos a fenómenos de resonancia fueron detectados por la SNCF poco después de la puesta en servicio de la línea de Alta Velocidad París-Lyon. La velocidad de explotación, cercana a 260 km/h, era tal que el intervalo transcurrido entre el paso de dos bogies consecutivos del TGV coincidía con el periodo natural de vibración de la estructura para algunos de los puentes isostáticos cuyas luces estaban comprendidas entre 14 y 20 m. Según se afirma en [8] fueron necesarias medidas correctivas originadas por la inestabilidad del balasto. La SNCF decidió reducir a 160 km/h la velocidad de explotación de la línea sobre los puentes afectados y realizar una campaña de ensayos dinámicos con el objetivo de poner de manifiesto los problemas asociados al paso de composiciones a velocidad de resonancia.

Durante la campaña de ensayos realizada se detectaron los siguientes problemas:

- Parte del balasto era proyectado fuera del tablero, especialmente el localizado en la parte superior de la banqueta. La consecuente pérdida de rigidez de la capa de balasto incurría en una reducción de la resistencia a pandeo de la vía.
- La degradación y desconsolidación del balasto se producía con mayor rapidez que la esperable. Esta pérdida de compacidad originaba un deterioro en la alineación de la vía.
- Se producía una mayor propagación de la fisuración en las estructuras de hormigón debido a la amplificación de los efectos dinámicos. Al reducirse la rigidez de la estructura también lo hacía su frecuencia propia, por lo que se constataba un descenso de la velocidad de resonancia del puente.

La campaña de ensayos dinámicos realizada permitió extraer las siguientes conclusiones:

- En situación de resonancia, la contribución del modo fundamental de vibración a la respuesta estructural es predominante sobre la del resto de modos.

- El comportamiento insatisfactorio del balasto comienza cuando las aceleraciones verticales del tablero superan el umbral mínimo situado entre el 70 % y el 90 % de la aceleración gravitatoria.
- Las vibraciones excesivas se deben al paso rítmico de los ejes pertenecientes a los coches de pasajeros. La regularidad de la composición se ve truncada por los ejes de las locomotoras por lo que éstos, pese a ser más pesados, no intervienen en la amplificación resonante de la respuesta estructural.

Como consecuencia de los problemas detectados, la SNCF decidió prohibir la construcción de puentes simplemente apoyados en las nuevas líneas de Alta Velocidad; desde entonces la aceleración vertical del tablero se ha convertido en una de las magnitudes determinantes en el proyecto de puentes de ferrocarril y se ha producido un cambio significativo en la normativa europea y española a lo largo de la última década.

1.2.2. Simulación de la resonancia: influencia del modelo de cálculo

Los puentes de ferrocarril se han dimensionado tradicionalmente sin considerar posibles fenómenos de resonancia asociados al paso rítmico de los ejes de las composiciones a una determinada velocidad de circulación. Desde hace décadas los proyectistas venían empleando métodos estáticos basados en el denominado *coeficiente de impacto*² cuyo uso constituye un método sencillo para el cálculo de la amplificación dinámica de la respuesta estructural en ausencia de fenómenos de resonancia.

En puentes de ferrocarril es necesaria la combinación de dos factores para alcanzar la situación de resonancia:

²El coeficiente de impacto es un parámetro que multiplicado por los esfuerzos debidos a un tren de cargas de proyecto proporciona las solicitaciones máximas esperables ante el paso de composiciones a la velocidad de explotación prevista para la línea. Las normas de cálculo de los diferentes países definen el tren de cargas de proyecto y la fórmula de coeficiente de impacto a utilizar en el dimensionamiento de puentes de ferrocarril. Las obras [11] y [24] hacen un análisis detallado de los métodos de cálculo tradicionales.

- Regularidad de las distancias entre los ejes de los coches.
- La velocidad de paso del tren sobre el puente debe ser tal que el tiempo transcurrido entre el paso de dos grupos de cargas consecutivos sea un múltiplo de algún periodo natural de vibración.

El primero de los requisitos se satisface en las composiciones ferroviarias dada la similitud que tienen entre sí los coches de pasajeros (regularidad que no es mantenida por las locomotoras). La segunda condición no suele originar aceleraciones excesivas en el tablero para velocidades inferiores a 200km/h dado que se trata de resonancias de orden superior a uno, pero superado ese umbral se corre el riesgo de aparición de fenómenos asociados a una resonancia de primer orden en puentes isostáticos con luces comprendidas entre los 10 y los 50m.

En la figura 1.1 se muestra el registro temporal de aceleraciones correspondiente al paso sobre un puente losa de hormigón pretensado de vía única de una composición ICE-2, circulando a la velocidad de primera resonancia teórica, definida como aquella en la que el tiempo transcurrido entre el paso de dos grupos de cargas es igual al periodo fundamental de vibración de la estructura. Para el puente indicado en la tabla 1.1, y siendo la distancia característica entre coches de 26.4m para la composición ICE-2, se tiene que la velocidad de primera resonancia del modo fundamental es $V_{res}^1 = 426.7\text{km/h}$. Esta velocidad es ligeramente superior a la máxima del proyecto ($1.2 \cdot 350\text{km/h} = 420\text{km/h}$); sin embargo, se han elegido estas condiciones de carga con objeto de visualizar con claridad el fenómeno de resonancia³.

$L(m)$	$n_0(Hz)$	$m(kg/m)$
25	4.49	18337

Tabla 1.1: Características de un puente losa de vía única

³Para la obtención de la figura 1.1 se ha considerado únicamente la contribución del modo fundamental de vibración de la estructura, dado que su contribución en situaciones de resonancia es predominante sobre la del resto del modos según se ha detallado anteriormente. El conjunto de cálculos realizados durante la Tesis de Máster ha sido realizado considerando un único modo de vibración.

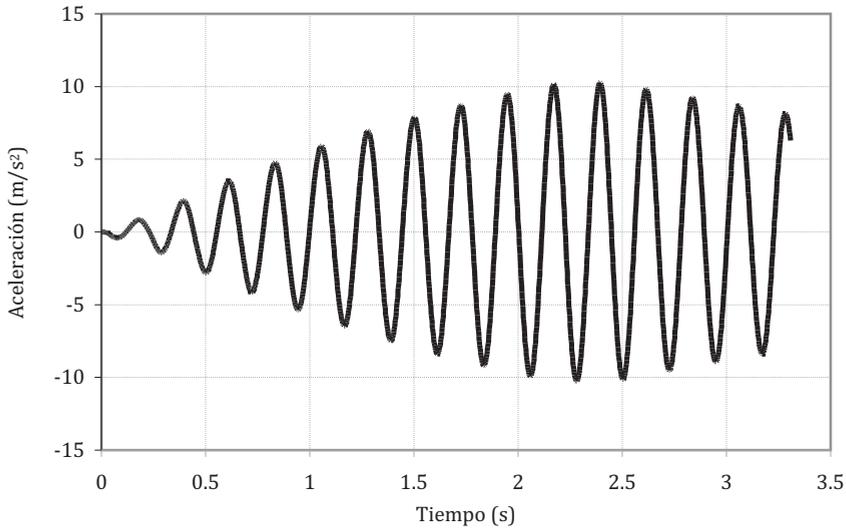


Figura 1.1: Registro temporal de aceleraciones en centro de vano correspondiente al tren ICE-2 circulando a velocidad de resonancia

El aumento de la Alta Velocidad ferroviaria ha requerido por tanto el avance y desarrollo de los métodos de cálculo dinámico para puentes de ferrocarril. Los métodos de cálculo dinámico clásicos basados en el coeficiente de impacto, válidos para tener en cuenta el efecto dinámico de una única carga móvil pero insuficientes en el proyecto de puentes de Alta Velocidad, han dado paso a modelos más complejos basados en la integración de la respuesta en el tiempo como los modelos de cargas móviles y los modelos de interacción. Estos modelos, de mayor complejidad y coste computacional, se basan en la resolución en el dominio del tiempo de la ecuación diferencial del sistema dinámico bajo cargas móviles.

En un Modelo de Cargas Puntuales (MCP), esquematizado en la figura 1.2.a, la carga por eje es constante e igual a la carga estática por eje de la composición en reposo. Estos modelos no consideran por tanto la interacción existente entre el vehículo y la estructura ni el consecuente intercambio de energía entre el puente y los sistemas de suspensión primario y secundario del coche. Debido a este intercambio de energía, las cargas transmitidas por las ruedas a los carriles son variables con el tiempo. Por todo ello, el grado de aproximación conseguido

mediante un Modelo de Cargas Puntuales puede ser insuficiente, especialmente cuando se dan las siguientes condiciones [29],[24]:

- Las masas del coche no son despreciables en relación a la del puente.
- Existe similitud entre la frecuencia de las masas semisuspendidas del coche y la frecuencia fundamental del puente.

Los modelos de interacción suponen una mejora respecto de los modelos de cargas constantes al emplear una representación del sistema más refinada que permite cuantificar la disipación de energía entre los diferentes componentes. De este modo las solicitaciones dinámicas obtenidas suelen ser inferiores, siendo la reducción de la respuesta más acusada cuando se da la situación de resonancia en puentes isostáticos de luces cortas y reducido amortiguamiento estructural [24]. En un Modelo de Interacción Completo (MIC), cuyo esquema puede consultarse en la figura 1.2.b y que será el empleado durante el desarrollo de la Tesis de Máster para estimar el efecto beneficioso de la interacción, los coches se representan mediante una serie de masas con inercia a la traslación vertical y al cabeceo, las cuales se conectan entre sí mediante los sistemas de suspensión primaria y secundaria.

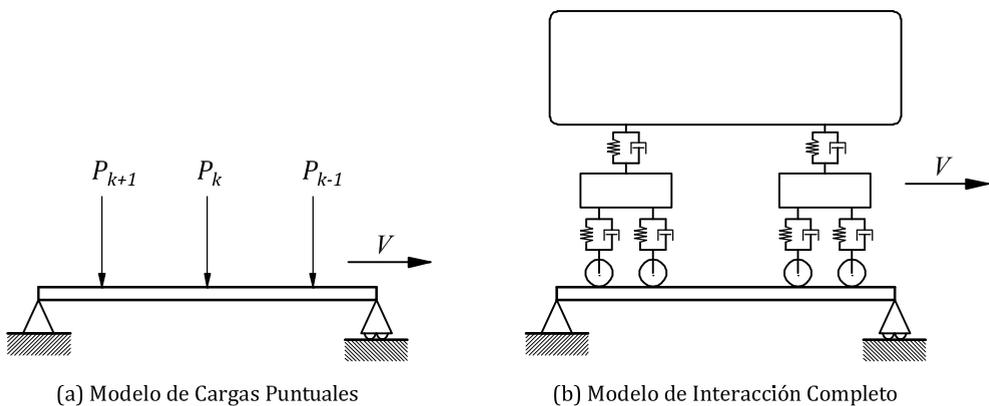


Figura 1.2: Modelo de Cargas Puntuales y Modelo de Interacción Completo

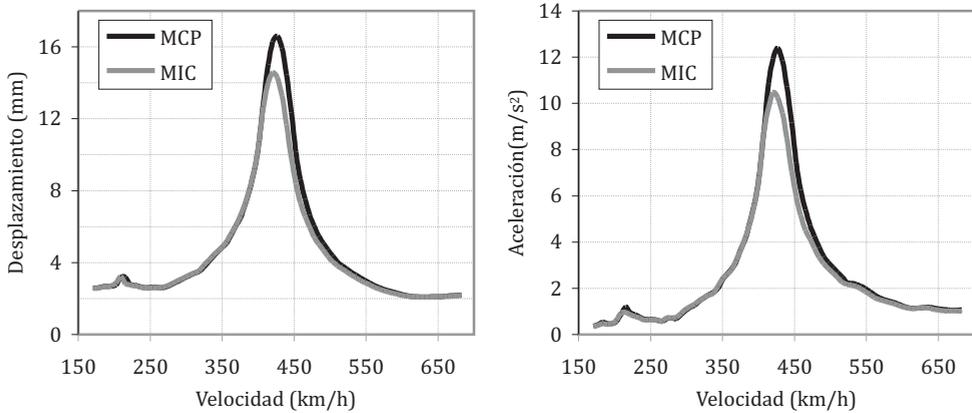


Figura 1.3: Ejemplo de reducción de la respuesta estructural en puente losa de hormigón pretensado

En la figura 1.3 puede apreciarse la reducción de la respuesta máxima de la estructura obtenida al emplear un Modelo de Interacción Completo frente a un Modelo de Cargas Puntuales. El tablero ha sido modelizado como una viga Bernoulli-Euler simplemente apoyada y se han representado sus aceleraciones y desplazamientos máximos en centro de vano en función de la velocidad de cálculo para ambos modelos sometiendo al puente indicado en la tabla 1.1 al paso de una composición ICE-2.

1.2.3. El Método del Amortiguamiento Adicional: MAA

En el apartado anterior se ha puesto de manifiesto el efecto beneficioso que puede suponer la interacción vehículo-estructura en situaciones de resonancia. La reducción en la respuesta observada en la figura 1.3 permite afirmar que la interacción vehículo-estructura puede conducir a previsiones menos pesimistas de la respuesta estructural, especialmente en situaciones de resonancia, y por tanto a estructuras menos sobredimensionadas. Adicionalmente, durante el acondicionamiento de líneas convencionales para Alta Velocidad, la reducción de la respuesta que se observa al emplear modelos de interacción en el análisis de un puente existente puede contribuir a *salvar* la estructura.

En la práctica no siempre es posible emplear modelos de interacción para el dimensionado o la comprobación de los tableros. El principal impedimento con el que se encuentran los proyectistas surge a la hora de estimar los parámetros que determinan el comportamiento dinámico de las composiciones (tales como las rigideces y los coeficientes de amortiguamiento de los sistemas de suspensión o el valor de las masas suspendidas y semi-suspendidas del vehículo), puesto que se trata de parámetros propios de los fabricantes de trenes. Adicionalmente, en los modelos de cálculo empleados tradicionalmente no se incluye la posible influencia de la vía y el balasto en la interacción vehículo-estructura. Por último, estos modelos no permiten analizar si, en presencia de irregularidades de vía, la interacción sigue produciendo el mismo efecto beneficioso.

La inclusión en el modelo numérico de los componentes anteriores (comportamiento dinámico del vehículo, plataforma e irregularidades de vía), además de inviable en algunos casos por la ausencia de datos sobre los distintos parámetros asociados, hace que el planteamiento del problema dinámico se complique considerablemente. Los procesos matemáticos necesarios para llevar a cabo un cálculo con interacción suelen estar fuera de la línea de trabajo desarrollada en el proyecto estructural.

Ante estos impedimentos asociados al empleo de modelos de interacción en el cálculo de la respuesta estructural, el comité de expertos D214 del *European Rail Research Institute* (ERRI D214) desarrolló en la segunda mitad de los años 90 un método simplificado para tener en cuenta los efectos de la interacción en los modelos de cálculo empleados habitualmente por los proyectistas.

La propuesta del ERRI consiste en simular el efecto de la interacción mediante un incremento del porcentaje de amortiguamiento estructural ($\Delta\zeta$) del Modelo de Cargas Puntuales. El objetivo es obtener, utilizando un Modelo de Cargas Puntuales cuyo amortiguamiento estructural ha sido incrementado *artificialmente* en una cantidad $\Delta\zeta$, la respuesta máxima que se obtendría mediante un modelo de interacción. Este planteamiento es certero, pues tanto la interacción como el amortiguamiento estructural cobran especial importancia en situaciones de resonancia, que es cuando el nivel de sollicitaciones alcanza su máximo nivel.

Para ejemplificar el planteamiento propuesto, en la figura 1.4 se muestra la reducción de la respuesta obtenida mediante un Modelo de Cargas Puntuales al incrementar el amortiguamiento estructural. En la figura se representan las aceleraciones máximas obtenidas mediante el Modelo de Interacción Completo (MIC) y el Modelo de Cargas Puntuales (MCP) para las distintas velocidades de cálculo. El amortiguamiento estructural del Modelo de Cargas puntuales ha sido incrementado artificialmente (MCP') en los porcentajes indicados hasta hacer coincidir la respuesta máxima de ambos modelos (puede observarse la zona de interés en la parte derecha de la figura). Se observa cómo tanto la interacción como el amortiguamiento adicional cobran especial relevancia cuando la composición alcanza la velocidad de resonancia. Para el caso analizado, correspondiente al paso de una composición ICE-2 por un puente cuyas características se indican en la tabla 1.1, el incremento de amortiguamiento estructural necesario ($\Delta\zeta$) para incluir el efecto beneficioso de la interacción es del 0.58 %.

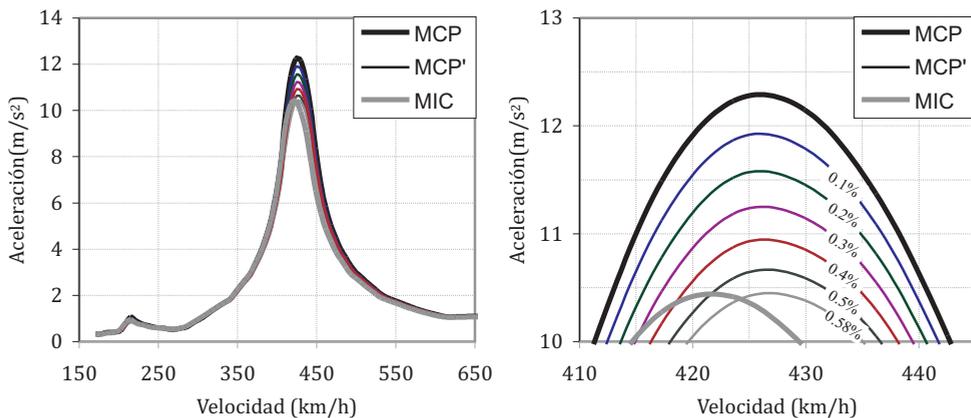


Figura 1.4: Incremento del amortiguamiento estructural y reducción de la respuesta en un Modelo de Cargas Puntuales

El Método del Amortiguamiento Adicional, MAAAd, presentado originalmente en el Rapport 4 del ERRI [6] y recogido también en su Rapport Final [8], forma parte del apartado 6.4.6.4 del EC1, Parte 2 [13]. Se propone la expresión 1.1, representada en la figura 1.5, para determinar el amortiguamiento adicional a considerar en función de la luz del puente.

$$\Delta\zeta(\%) = \frac{0.0187L - 0.00064L^2}{1 - 0.0441L - 0.0044L^2 + 0.000255L^3} \quad (1.1)$$

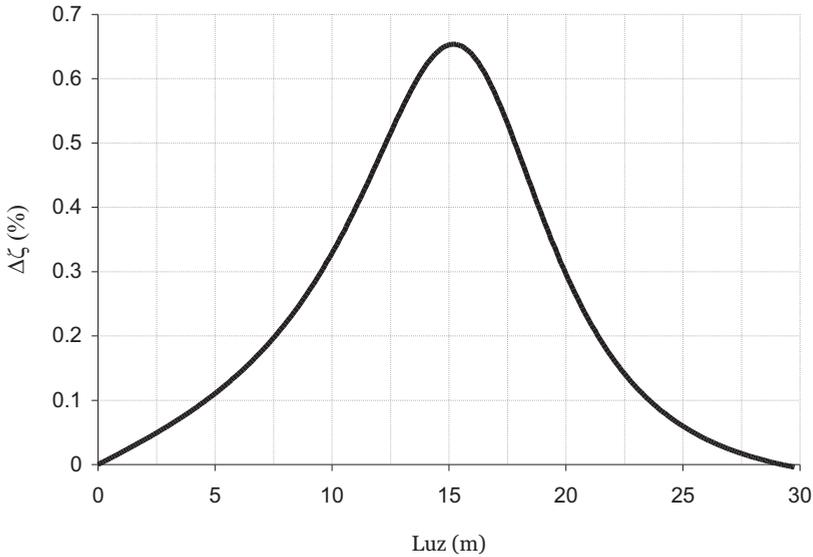


Figura 1.5: Gráfica del Amortiguamiento Adicional propuesto por el EC1

La gráfica 1.5 representa la envolvente inferior del efecto beneficioso de la interacción en los casos analizados por el ERRI D214, consistentes en el análisis de un conjunto de puentes isostáticos de diversas luces y rigideces, sometidos al paso de dos tipos de tren, EUROSTAR e ICE-2. Así pues, el amortiguamiento adicional calculado es función de los siguientes factores:

$$\Delta\zeta = \Delta\zeta(EI, L, Tren) \quad (1.2)$$

El método desarrollado, pese a ser parte de la normativa actual, presenta las siguientes carencias:

1. El MAAd ha sido formulado a partir del estudio de un número de casos reducido que no cubre los rangos de variación del conjunto de variables

que intervienen en el sistema dinámico, por lo que no es posible asegurar que el método propuesto a partir de los ejemplos estudiados es conservativo frente al conjunto de situaciones de proyecto que puedan darse.

2. Se hace depender el amortiguamiento adicional únicamente de la rigidez a flexión del puente (tomando como fijas la luz y la composición de Alta Velocidad). De este modo no se contempla la influencia de la variación de la masa lineal del puente en el amortiguamiento adicional calculado.
3. No se ha tenido en cuenta la posible influencia del balasto, la vía y sus irregularidades en la interacción vehículo-estructura.

En consecuencia, resulta de gran interés analizar las carencias detectadas para poder convalidar o rechazar el MAAd sobre una base científica rigurosa.

La actual Instrucción de Acciones en Puentes de Ferrocarril (IAPF-2007) [9] no ofrece ninguna alternativa para tener en cuenta la Interacción Vehículo-Estructura, por lo que en caso de que los resultados obtenidos convalidaran el MAAd, en su versión actual o con algunas modificaciones, podría proponerse para su inclusión en futuras revisiones de la normativa española.

1.3. Objetivos

El principal objetivo que pretende alcanzar esta Tesis de Máster es el de convalidar el MAAd propuesto por el EC1 como método simplificado para tener en cuenta la Interacción Vehículo-Estructura en situaciones de resonancia.

En primer lugar se ha llevado a cabo un trabajo de investigación y revisión bibliográfica con el propósito de estudiar el estado del conocimiento en el ámbito del Cálculo Dinámico de Puentes de Ferrocarril, particularmente en lo relativo a estructuras simplemente apoyadas. Mediante este estudio se pretende cubrir los siguientes objetivos:

- Identificar las carencias del MAAd que propone el EC1.

- Establecer las bases de un estudio que permita extraer conclusiones más firmes sobre el empleo del MAAAd en el análisis de puentes existentes de líneas convencionales acondicionadas para Alta Velocidad y en el proyecto de puentes nuevos.
- Definir la línea de investigación en la que se enmarca la Tesis de Máster como punto de partida hacia la elaboración de una Tesis Doctoral.

La validación del MAAAd está supeditada a un estudio en profundidad sobre la influencia de la interacción vehículo-estructura en situaciones de resonancia. Para que las conclusiones del estudio sean extrapolables a cualquier situación que pueda presentarse en el proyecto de puentes de ferrocarril se debe realizar un estudio de sensibilidad que incluya el conjunto de variables susceptibles de intervenir en el mecanismo de interacción. Para acometer dicho estudio se han orientado las diferentes etapas del trabajo con el propósito de:

- Determinar los diversos factores de los que depende el efecto de la interacción vehículo-estructura en situaciones de resonancia.
- Limitar el alcance de la Tesis de Máster al estudio de la interacción vehículo-estructura empleando Modelos de Interacción Completos.
- Planificar el desarrollo de la línea de investigación posponiendo la inclusión en el modelo de la plataforma y las irregularidades de vía.
- Determinar los rangos de variación del conjunto de parámetros fundamentales que determinan el comportamiento dinámico de los modelos estudiados. Para ello es necesario acotar los valores que adquieren los distintos parámetros que definen las composiciones de Alta Velocidad y combinarlos con las variaciones esperables de las características mecánicas de las tipologías de puentes estudiadas.
- Plantear el estudio de sensibilidad en base a las combinaciones de los parámetros que puedan ser consideradas realistas para, de ese modo, poder extraer conclusiones fiables a partir del estudio.

Finalmente, a continuación se enumeran los objetivos específicos del estudio paramétrico que se plantea durante la Tesis de Máster:

- Estimar de manera cuantitativa y cualitativa la sensibilidad de la reducción de la respuesta de la estructura frente a las variaciones de los distintos parámetros fundamentales del modelo.
- Establecer las condiciones en las que la interacción vehículo-estructura es beneficiosa.
- Determinar bajo qué circunstancias no es posible incluir en el modelo los efectos beneficiosos de la interacción.
- Proponer un método alternativo para la valoración del amortiguamiento adicional y extraer conclusiones sobre el MAAd propuesto por el EC1.

1.4. Contenido de la Tesis de Máster

El presente documento se ha estructurado en 5 capítulos. En el primero de ellos se presenta el origen y la razón de ser de la línea de investigación. Para ello, el conocido problema de resonancia en puentes de ferrocarril de luces cortas y sus implicaciones ha sido brevemente descrito. A continuación se ha ejemplificado la importancia del modelo dinámico empleado en la valoración de la resonancia y se ha presentado el Método del Amortiguamiento Adicional propuesto por el EC1 señalando sus posibles carencias. De esta manera se define el marco de referencia del estudio y es posible establecer los objetivos concretos del mismo.

En el segundo capítulo se presenta en primer lugar una revisión del Estado del Conocimiento sobre las tendencias actuales en el cálculo dinámico de puentes de ferrocarril, describiendo los orígenes del mismo, las contribuciones de la Unión Internacional de Ferrocarriles (UIC) durante la segunda mitad del siglo pasado e incluyendo una revisión de las contribuciones científicas más relevantes.

En un segundo término, el capítulo 2 del documento describe los factores fundamentales de los que depende la respuesta dinámica de los puentes de ferrocarril

e incluye la formulación de los modelos empleados en el desarrollo de la Tesis de Máster: el Modelo de Cargas Puntuales y el Modelo de Interacción Completo. El capítulo dedica un apartado a las limitaciones de los modelos implementados y las mejoras que se prevé introducir en el futuro de la línea de investigación.

En el capítulo tercero se presentan las Fórmulas de Semejanza Generalizadas para los distintos modelos de cálculo tratados, generalizando para ello la formulación desarrollada por el ERRI. Mediante la formulación adimensional que conduce a la obtención de las Fórmulas de Semejanza Generalizadas es posible detectar los parámetros fundamentales de cada modelo que determinan el comportamiento dinámico del mismo. Las Fórmulas de Semejanza Generalizadas permiten demostrar que, tanto la reducción de la respuesta al pasar de un Modelo de Cargas Puntuales a uno de Interacción Completo como el amortiguamiento adicional a aplicar, dependen inequívocamente del conjunto de parámetros fundamentales que definen el modelo. El capítulo incluye la formulación adimensional de las fuerzas de interacción.

A partir de las Fórmulas de Semejanza Generalizadas del Modelo de Interacción Completo, cuya obtención constituye una aportación original de la Tesis de Máster, se lleva a cabo en el capítulo 4 del documento un estudio paramétrico de los factores que intervienen en la respuesta. El objetivo del estudio es tratar de determinar la influencia de los distintos factores en el fenómeno de interacción estudiado y obtener las reducciones de la respuesta entre los Modelos de Cargas Puntuales y los Modelos de Interacción formulados. En base a dichas reducciones se propone un nuevo método para la obtención del incremento del amortiguamiento estructural y se realiza una comparativa con el método propuesto por el EC1. En el último apartado del capítulo 4 se incluye un ejemplo de aplicación para el que el método prescrito por la normativa no es conservativo, demostrando la conveniencia y la razón de ser de la línea de investigación cuya primera etapa queda plasmada en el presente documento.

Para finalizar se incluye un capítulo con el resumen del trabajo realizado, sus aportaciones originales, conclusiones y desarrollo futuro de la línea de investigación.

Cálculo dinámico de puentes de ferrocarril

Contenido

2.1. Tendencias actuales en el cálculo dinámico de puentes de ferrocarril	20
2.1.1. Orígenes del cálculo dinámico de puentes de ferrocarril	20
2.1.2. Los trabajos de la ORE y del ERRI	23
2.1.3. Contribuciones científicas de los últimos años al estudio de la interacción	25
2.2. Factores que influyen en el comportamiento dinámico de puentes de ferrocarril	28
2.3. Modelos de cálculo dinámico implementados	30
2.3.1. Características de los modelos de cálculo dinámico implementados	31
2.3.2. El Modelo de Cargas Puntuales	32
2.3.3. El Modelo de Interacción Completo	41
2.4. Limitaciones de los modelos implementados y desarrollos futuros	51

Resumen: Este segundo capítulo está estructurado en dos secciones claramente diferenciadas. En la primera de ellas se realiza una revisión del Estado del Conocimiento sobre las tendencias actuales en el cálculo dinámico de puentes de ferrocarril. Para ello se parte de los orígenes del cálculo dinámico de la disciplina y se describe su evolución junto con los autores que han contribuido de manera

más notable. A continuación se incluye una síntesis del trabajo realizado en el seno de la Unión Internacional de Ferrocarriles (UIC) durante la segunda mitad del siglo pasado. Finalmente se realiza una revisión de las contribuciones científicas más relevantes de los últimos años relacionadas con la temática de la Tesis de Máster.

La descripción del Estado del Arte del cálculo dinámico de puentes de ferrocarril da paso a la segunda sección del capítulo 2, destinada a la descripción de los modelos de cálculo dinámico implementados en el desarrollo de la Tesis de Máster. Tras describir los factores que influyen en el comportamiento dinámico de los puentes de ferrocarril se realiza la formulación de los modelos empleados: el Modelo de Cargas Puntuales y el Modelo de Interacción Completo. Se señalan las características de los modelos implementados haciendo hincapié en la modelización escogida para el puente y el vehículo. Las limitaciones de los modelos son señaladas en el último apartado del capítulo, asentando de este modo las bases para el desarrollo futuro de la línea de investigación.

2.1. Tendencias actuales en el cálculo dinámico de puentes de ferrocarril

2.1.1. Orígenes del cálculo dinámico de puentes de ferrocarril

La construcción de las primeras líneas de ferrocarril data de la primera mitad del siglo XIX en Inglaterra. Una de las consecuencias inmediatas derivadas del tendido de nuevas líneas fue la necesidad de construir puentes que salvaran los accidentes del terreno, soportando el peso y las vibraciones introducidas por las locomotoras y los vagones. Según se detalla en [15], el origen del tratamiento del problema dinámico estuvo protagonizado por una división de opiniones entre los ingenieros del momento. Un determinado sector pensaba que los efectos que provocaría el ferrocarril al circular sobre un puente serían similares a los de un impacto, mientras que otros opinaban que la estructura no tendría suficiente tiempo para deformarse durante el paso del tren.

En 1847 Stokes [35] resuelve el problema de una masa desplazándose a velocidad constante sobre una viga simplemente apoyada, aplicando desarrollos en serie y despreciando la masa del puente frente a la del convoy. Mediante estos estudios teóricos demostró que la solución al problema dinámico se encontraba entre las dos posturas enfrentadas que se debatían. La solución de Stokes fue simplificada por Willis [37] para obtener una fórmula que, al mayorar los efectos estáticos, cubría con seguridad los efectos dinámicos. Esta aproximación al problema puede ser considerada como el primer intento de obtener un coeficiente de impacto ¹.

La formulación teórica definitiva del problema dinámico se alcanzó a principios del siglo XX con los trabajos de Bleich [5] y, especialmente, Timoshenko [36] e Inglis [18] cuyos estudios analíticos empleando modelos de carga puntual y masa suspendida, respectivamente, han influido de forma definitiva en el desarrollo posterior de la disciplina.

Para concluir con este recorrido por las principales contribuciones realizadas en el origen del cálculo dinámico de puentes de ferrocarril, cabe destacar las contribuciones de Ayre [33] al problema de una viga continua sometida al paso de una carga móvil y de Hillerborg [16], Biggs [21], Fleming y Romualdi [20] al introducir los primeros modelos de masas y muelles tratando de considerar la interacción entre el vehículo y la estructura.

En la figura 2.1 extraída de la Tesis de M.D.Martinez Rodrigo [32] se ha incluido una relación cronológica de hitos que han marcado la evolución del ferrocarril desde sus comienzos, junto a algunas de las contribuciones científicas y normativas de mayor relevancia en el desarrollo posterior de la disciplina.

¹R. Álvarez, en el capítulo introductorio de su Tesis Doctoral [42], incluye una serie de hechos y datos muy interesantes sobre la época inicial del desarrollo del cálculo dinámico de puentes de ferrocarril

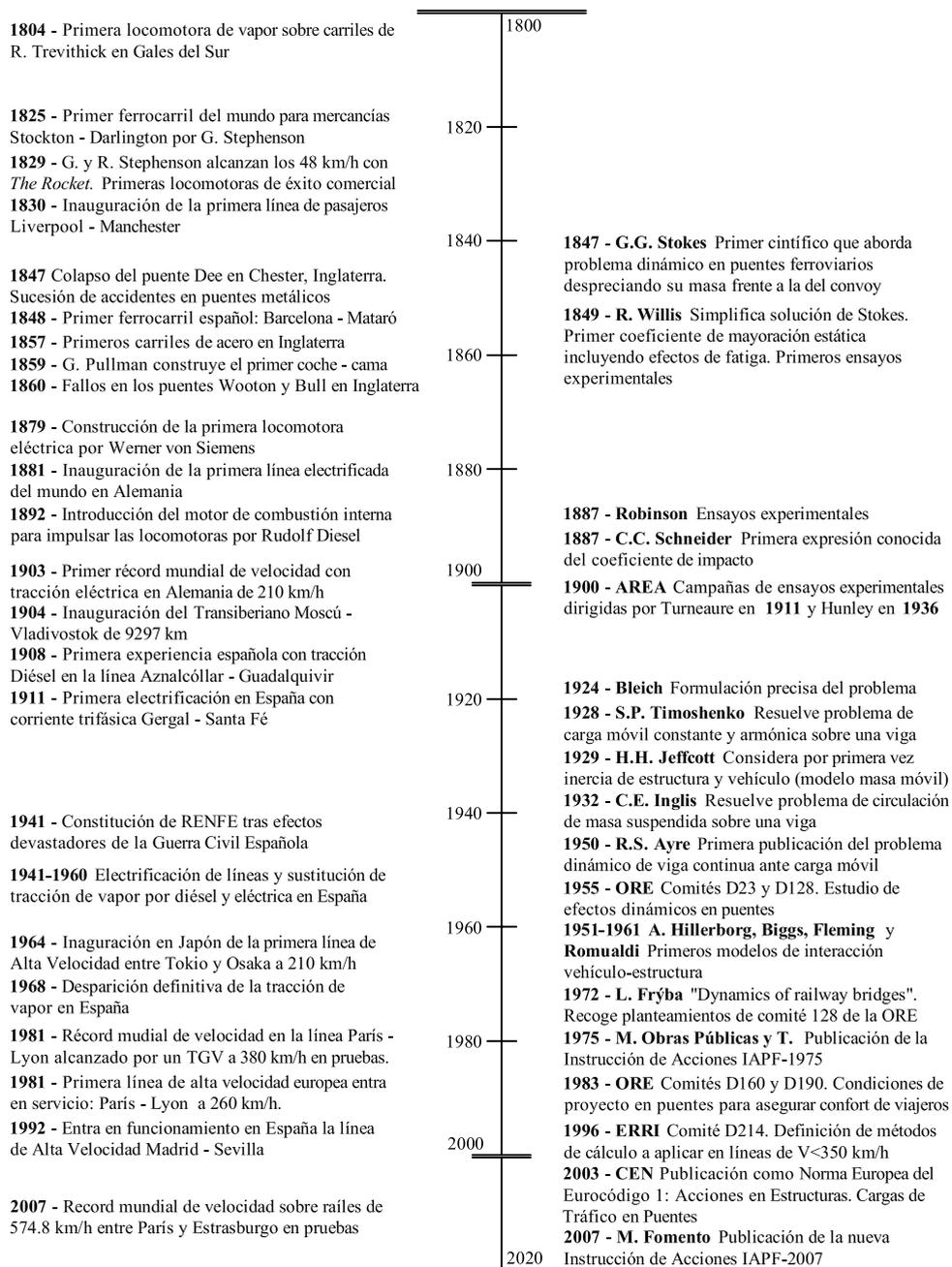


Figura 2.1: Cronología del ferrocarril. Algunas contribuciones científicas y normativas de especial relevancia. Fuente [32]

2.1.2. Los trabajos de la ORE y del ERRI

A mediados de los años 50 se produjo un nuevo impulso en el ámbito de la Dinámica de Puentes de Ferrocarril. La Office de Recherches et d'Éssais (ORE) de la Union Internationale des Chemins de Fer (UIC) puso en marcha en 1955 la Question D23, un comité de expertos con el objetivo de sentar unas bases firmes para el cálculo dinámico de puentes ferroviarios.

Los trabajos de la ORE y su continuador el ERRI (European Rail Research Institute) abarcan tanto el campo teórico como el experimental y tienen una importancia capital en el ámbito del ferrocarril a través de las denominadas *Fichas UIC* que proporcionan recomendaciones y especificaciones de aplicación al proyecto, mantenimiento y construcción de líneas ferroviarias. Las fichas UIC se emplean como referencia para la redacción de normas nacionales e internacionales².

A continuación se enumeran de forma cronológica los distintos comités de expertos de la UIC junto con sus principales aportaciones al ámbito del ferrocarril:

- **ORE D23:** Método de cálculo para tener en cuenta los efectos dinámicos en los puentes basado en la utilización de un tren de cargas (UIC-71) y un coeficiente de impacto Φ cuya expresión varía en función de la solicitación que se desea calcular y del grado de mantenimiento de la línea (ficha 776-1R [10]). El coeficiente Φ se obtenía como envolvente de los efectos dinámicos de seis trenes tipo representativos de las composiciones habituales:

$$\Phi \cdot S_{UIC} \geq S_{est} (1 + \varphi' + \varphi'') \quad (2.1)$$

- S_{est} : Solicitación máxima de los trenes reales circulando a velocidad cuasiestática.
- φ' : Incremento de la solicitación por la velocidad de circulación considerando vía ideal.

²Jaime Domínguez realiza en su tesis doctoral [11] un estudio comparativo de las distintas normativas nacionales e internacionales del que se desprende la importancia en el ámbito normativo de las fichas UIC

- φ'' : Incremento de la sollicitación debida a los efectos dinámicos originados por las irregularidades de vía.

El coeficiente de impacto Φ se calcula de forma que, al mayorar la respuesta estática del puente sometido al tren de cargas UIC-71, las sollicitaciones a que da lugar superen a las producidas por la circulación de trenes reales. Este método de cálculo ha constituido la base para el dimensionamiento de puentes de ferrocarril en Europa durante muchos años. Un tratamiento detallado del método puede ser consultado en las referencias [11] y [24].

- **ORE D128:** Realizó estudios teóricos y experimentales con el objeto de validar los criterios establecidos por su antecesor, el D23. Los comités D23 y D128 tuvieron en cuenta la posible aparición de fenómenos de resonancia provocados por el paso cíclico de ejes. No obstante, según se muestra en la Tesis Doctoral de Pedro Museros [24], las hipótesis asumidas por ambos comités dejaron de ser válidas con la aparición de las líneas de Alta Velocidad. En concreto, no se tuvieron en cuenta las siguientes consideraciones:
 - Los trenes empleados en las simulaciones numéricas eran de menor longitud que los actuales.
 - Se emplearon valores de amortiguamiento estructural claramente superiores a los considerados hoy en día: siempre por encima del 2.5 % frente al 0.5 % o el 1 % recomendado por las normativas actuales.
 - Los coeficientes fueron calculados en términos de esfuerzos y desplazamientos, dejando en un segundo plano las posibles consecuencias de las aceleraciones verticales dado que los valores obtenidos con los modelos de la época no hacían sospechar que se pudiera producir la desconsolidación del balasto.
- **ORE D160:** Creado a finales de los 70 con el objetivo de tratar los recientes problemas de confort de los viajeros derivados del incremento de las velocidades de circulación.
- **ERRI D190:** Continuó los trabajos del ORE D160 en la definición de los requisitos para el proyecto de puentes nuevos de forma que se asegurara

un adecuado nivel de confort de los viajeros. Pese a tratarse de criterios muy exigentes, según se afirma en [8], se dan casos en los que aun cumpliéndose los criterios de flecha máxima definidos por el ERRI D190, pueden aparecer niveles inadmisibles de aceleración vertical del tablero.

- **ERRI D214:** Constituido a raíz de los problemas de desconsolidación del balasto detectados en las líneas de Alta Velocidad francesas y con el objetivo de analizar en profundidad el comportamiento dinámico de puentes situados en líneas de Alta Velocidad ($v < 350$ km/h) con especial atención a los posibles fenómenos de resonancia. En relación con la presente Tesis de Máster cabe destacar la aportación del D214 en el estudio de la interacción vehículo-estructura y la propuesta de un Método de Amortiguamiento Adicional para su consideración en modelos simplificados de cálculo [6]. Los resultados de las distintas líneas de investigación desarrolladas por el ERRI D214 se recogen en un informe final [8] y han influido de forma significativa tanto en la Instrucción de Acciones española IAPF-07 [9] como en el Eurocódigo [12].

2.1.3. Contribuciones científicas de los últimos años al estudio de la interacción

La circulación de una composición ferroviaria sobre un puente o estructura de paso es uno de los problemas clásicos de dinámica de estructuras, en el que los dos sistemas interactúan a través de las fuerzas que aparecen entre las ruedas y la superficie de los carriles en los puntos de contacto. La simulación del comportamiento de los vehículos a través de modelos numéricos de muy diferente naturaleza y complejidad, el empleo de distintos modelos estructurales con el fin de predecir la respuesta dinámica de puentes de diversas tipologías, así como la generación de patrones tratando de reproducir el efecto de las irregularidades existentes en la superficie de interacción, ha dado lugar a numerosas contribuciones científicas a lo largo de los últimos años. Se pretende en este apartado hacer un resumen de las contribuciones científicas más recientes que se han considerado relevantes por lo novedoso o completo del tratamiento que dan al problema de la interacción entre el vehículo y la estructura.

- Chu³ [22] (1979), en su estudio de las amplificaciones dinámicas en puentes de vigas y de celosía al paso de trenes de cargas, realiza por primera vez la modelización del movimiento vertical de un tren de forma realista, teniendo cada vagón 3 gdl desplazamiento vertical, cabeceo y rotación respecto del eje longitudinal.
- En [39] (1989), Vu-Quoc presenta una formulación extensa y rigurosa de las ecuaciones de movimiento del sistema vehículo-estructura, así como algoritmos eficientes para su resolución.
- En la referencia [23] (1990), Klasztorny y Langer presentan una formulación adimensional de las ecuaciones generales que determinan la respuesta de un puente ante el paso de un vehículo representado mediante diversos modelos numéricos (cargas concentradas, masas no suspendidas, masas suspendidas, etc.). En el artículo se indica cómo prever las velocidades de resonancia y se analiza la dependencia de la respuesta de los distintos parámetros, señalando la influencia positiva que tiene la interacción en resonancia.
- Yang presenta la formulación de un elemento de interacción puente-vehículo eficiente en [38] (1997). Los autores incluyen un procedimiento iterativo para la solución de la ecuación no lineal del sistema y diversos ejemplos numéricos que pueden servir de base para comprobar los resultados obtenidos con programas de elaboración propia.
- En la referencia [2] (1997), Pesterev presenta un método simple y elegante para resolver el problema de una estructura lineal elástica sometida al paso de un oscilador lineal. El método reduce el problema a la integración de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con coeficientes variables en función del tiempo.
- En el artículo [19] (1999), Yau presenta un estudio paramétrico de cómo afectan diversos factores al coeficiente de impacto. Se estudia la influencia

³Por motivos de brevedad y claridad, se cita únicamente el primero de los autores de cada referencia. El listado completo de los mismos así como la referencia bibliográfica se pueden consultar al final del documento

de la modelización del vehículo (cargas puntuales o masas suspendidas), la influencia de la rigidez de la suspensión, de la rigidez del balasto, del amortiguamiento de la suspensión y de la irregularidad de la vía.

- Pesterev presenta en [3] (2000) una solución mejorada al problema del oscilador móvil propuesto en [2] mediante desarrollo en series. El nuevo método se basa en la introducción de la solución cuasi-estática al problema como aproximación de la solución deseada teniendo en cuenta la discontinuidad del esfuerzo cortante en la posición del oscilador. De esta manera se posibilita el cálculo de la distribución del esfuerzo cortante y del momento flector. El estudio se acompaña de resultados numéricos que ilustran la eficiencia del método.
- La formulación de un modelo tridimensional para el cálculo de puentes teniendo en cuenta la interacción vehículo-estructura y las irregularidades de vía ha sido abordada por Zhang en [31] (2001).
- Pesterev demuestra en [1] (2003) que el problema de un oscilador móvil sobre una viga simplemente apoyada difiere del problema de masa móvil al ser distintas las derivadas de órdenes superiores de la solución a ambos problemas. Para pequeños valores de rigidez, ambos problemas son equivalentes; sin embargo, para valores elevados, la fuerza de interacción del oscilador con la estructura presenta una componente de alta frecuencia cuya magnitud depende linealmente de la frecuencia propia y velocidad de paso del oscilador.
- Song propone en [26] (2003) un nuevo modelo de elementos finitos tridimensional para el estudio de la interacción vehículo-estructura en puentes ferroviarios para líneas de Alta Velocidad. Se emplean las ecuaciones de Lagrange para formular las ecuaciones de movimiento del sistema vehículo-estructura. Las matrices globales del sistema se construyen mediante derivación de las ecuaciones de las fuerzas de interacción. El estudio se acompaña de ejemplos numéricos en los que se realiza una comparativa de los resultados obtenidos con el nuevo modelo frente a los obtenidos con previos modelos y resultados experimentales.

- La reciente obra de Yang [40] (2004) está dedicada enteramente al problema de la interacción vehículo-estructura. Se desarrollan modelos de elementos finitos para abordar los problemas complejos a la par que se presenta la solución analítica de los problemas típicos, permitiendo así la identificación de los parámetros clave implicados. Se aporta también resultados experimentales para contrastar el funcionamiento de los diferentes modelos propuestos.
- En la referencia [27] (2008), Zhang aborda la interacción vehículo-estructura desde un punto de vista teórico y experimental. La excitación del sistema introducida corresponde a medidas experimentales de las irregularidades de vía y se calcula la respuesta en un puente cajón de 24 metros de luz. El modelo de elementos finitos se calibra comparando los resultados numéricos con los experimentales.

2.2. Factores que influyen en el comportamiento dinámico de puentes de ferrocarril

El objetivo de todo modelo de cálculo es ser capaz de reproducir las características esenciales y el comportamiento real de los fenómenos que se trata de simular. La complejidad y sofisticación del modelo depende del grado de precisión necesario en la valoración de la respuesta del sistema y del número de variables del mismo cuya respuesta se desea analizar.

Durante la presente investigación se analiza el comportamiento dinámico de puentes isostáticos sometidos al paso de composiciones de Alta Velocidad. Las características fundamentales que el modelo de cálculo dinámico debe reproducir adecuadamente se enumeran a continuación:

- **Comportamiento a flexión**, entendido como una adecuada representación de la rigidez y de la masa movilizada en cada modo cuando un tren circula sobre la estructura. Este es el aspecto predominante en la mayoría de puentes isostáticos dado que la flexión es la sollicitación principal en este tipo de estructuras.

- **Comportamiento a torsión**, también de importancia fundamental en puentes de vía doble y en puentes de vía única excéntrica o con esviaje.
- **Disipación de energía en la estructura**, fundamentalmente en rango elástico ya que los requisitos de proyecto imponen que la estructura permanezca en ese estado salvo en situaciones excepcionales.
- **Influencia de la vía y el balasto** en el comportamiento de la estructura. Estos componentes incrementan la rigidez de la estructura a la par que disipan energía por fricción. Ambos efectos pueden ser de importancia en puentes de pequeña longitud ⁴.
- **Irregularidades de vía**. Este factor ha sido objeto de numerosos estudios y puede representar un porcentaje significativo de la respuesta, principalmente en puentes de luces cortas o moderadas y con frecuencias de vibración medias o elevadas.

El segundo componente del sistema dinámico modelizado es el vehículo. El modelo dinámico implementado y la representación del vehículo escogida determinarán la interacción existente entre el vehículo y la estructura, siendo dicha interacción una función del intercambio de acciones entre los componentes del sistema.

El estudio se limita a los movimientos verticales del vehículo y la estructura, por lo que no se consideran posibles situaciones de arranque o frenado dentro del puente. Del mismo modo, las fuerzas centrífugas ejercidas por el vehículo durante un viraje y el efecto lazo de las distintas masas suspendidas o semi-suspendidas no han sido consideradas.

Teniendo en cuenta el alcance del estudio descrito en el párrafo anterior, los efectos que el modelo de cálculo dinámico debe ser capaz de representar son los siguientes:

⁴Estudios del comité ERRI D214 [8] indican que la influencia de la vía reduce en cierta medida la respuesta de los puentes de luz inferior a 20 m.

- **Acción gravitatoria** que el vehículo ejerce sobre el puente, debida fundamentalmente al peso de las cajas (incluyendo a los viajeros), bogies y ejes. El peso del tren constituye, obviamente, la fuente de excitación principal para la estructura.
- **Efectos inerciales** de las masas no suspendidas, que se traduce fundamentalmente en un ligero descenso de la frecuencia de vibración de la estructura y que puede también tener una cierta influencia sobre las fuerzas intercambiadas entre ruedas y carril.
- **Oscilaciones de los bogies**, habitualmente en el rango de frecuencias entre 5 y 10 Hz. Dichas oscilaciones pueden modificar en cierta medida la respuesta de la estructura dado que los bogies interactúan con ésta a través de la suspensión primaria.
- **Oscilaciones de las cajas**, de naturaleza similar a las de los bogies, pero caracterizadas por frecuencias de vibración del orden de 1 Hz.
- **Disipación de energía** en las suspensiones primaria y secundaria.
- Posibles **no linealidades** en el comportamiento de las suspensiones y topes de suspensión.

2.3. Modelos de cálculo dinámico implementados

Habiendo definido las características deseables para el modelo en función de los factores que determinan el comportamiento dinámico de puentes de ferrocarril, se detallan a continuación las características de los modelos de cálculo dinámico implementados haciendo hincapié en las limitaciones de los mismos y las simplificaciones introducidas. En el último apartado de este capítulo se resumen las limitaciones de los modelos al mismo tiempo que se proponen las mejoras de los mismos a introducir en el futuro de la línea de investigación.

2.3.1. Características de los modelos de cálculo dinámico implementados

Modelización del comportamiento del puente

Se estudia el comportamiento de puentes de vía única y vía doble sin esviaje. En los puentes de vía única sin esviaje se puede prescindir de los efectos de torsión del tablero, siendo la deformación por flexión la sollicitación predominante. Sin embargo, en un modelo de vía doble sin esviaje es necesario además considerar la deformación por torsión del tablero para calcular la respuesta de la estructura frente al paso de las distintas composiciones. Como estadio preliminar de la investigación se ha prescindido de los efectos de torsión en los puentes de vía doble, pretendiendo incluir éste efecto en el modelo durante el desarrollo futuro de la investigación.

La simplificación anterior permite emplear modelos bidimensionales basados en la viga ideal de Bernoulli-Euler (B-E)⁵.

La disipación de energía de la estructura se modeliza mediante un amortiguamiento viscoso asociado a cada modo de vibración de la estructura, adoptando los valores recomendados por el ERRI D214 en [8].

En los modelos de cálculo implementados se considera el efecto del carril, las traviesas y el balasto como una carga muerta distribuida a lo largo del tablero del puente. La vibración de los elementos señalados es por tanto solidaria a la del tablero no incluyendo la disipación de energía entre sus componentes ni el incremento de rigidez que aportan.

Por último se ha considerado una deformación inicial nula de la estructura y no se han incluido en el modelo las posibles irregularidades de vía.

⁵Modelos basados en la viga de Timoshenko suelen recomendarse para relaciones luz-canto inferiores a 10, que son poco habituales en puentes de ferrocarril.

Modelización del comportamiento del vehículo

Se han implementado dos modelos diferentes de vehículo:

- **Modelo de Cargas Puntuales:** el vehículo se representa como una serie de cargas concentradas de valor constante que circulan sobre el puente a una determinada velocidad de paso.

- **Modelo de Interacción Completo:** el vehículo se representa como una serie de masas conectadas por elementos elásticos lineales y disipadores viscosos. Las masas representan las cajas, con inercia a traslación vertical y rotación, los bogies, también con ambos tipos de comportamiento y, por último, los ejes, con inercia únicamente a traslación.

En ninguno de los modelos se tienen en cuenta las posibles no linealidades de las suspensiones. En futuros estudios se pretende investigar si dicho comportamiento no lineal, presente en todo sistema de suspensión real, tiene algún efecto sobre la energía cinética transferida a los bogies en resonancia o sobre el comportamiento dinámico del sistema frente a las irregularidades de vía, pudiendo en tal caso favorecer el fenómeno de despegue de rueda.

2.3.2. El Modelo de Cargas Puntuales

La formulación y resolución de las ecuaciones del Modelo de Cargas Puntuales ha sido objeto de numerosas publicaciones ([4], [11], [14],[28]) al tratarse del modelo más ampliamente utilizado desde los orígenes del cálculo dinámico de puentes de ferrocarril.

Análisis modal de la viga de B-E simplemente apoyada sometida a una distribución de cargas genérica

Sea una viga Bernoulli-Euler simplemente apoyada con masa $m(x)$ y rigidez a flexión $EI_z(x)$ distribuidas a lo largo de su longitud L como la que se muestra en la figura 2.2.a. El desplazamiento vertical del centro de gravedad de la sección de abscisa x en el instante de tiempo t se debe a la aplicación de la carga distribuida $q(x, t)$, considerada positiva en el sentido positivo del eje Y .

Si se desprecia el amortiguamiento externo debido a la resistencia que ejerce el aire sobre el movimiento de la viga, la ecuación de movimiento del sistema se puede obtener considerando el equilibrio de fuerzas que actúan sobre el elemento diferencial de viga de longitud dx representado en la figura 2.2.b.

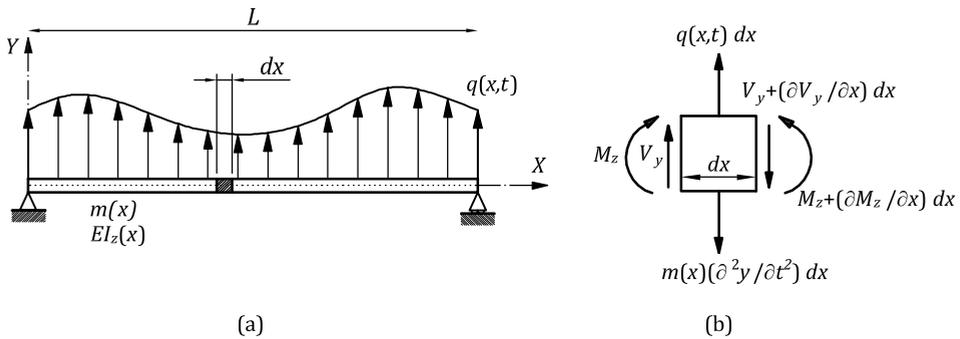


Figura 2.2: (a) Modelo B-E de una viga simplemente apoyada sometida a una distribución de carga genérica; (b) Fuerzas y momentos que actúan sobre un elemento diferencial de viga excluyendo los derivados del amortiguamiento interno

Realizando el sumatorio de fuerzas verticales y dividiendo la ecuación resultante por dx se obtiene la primera relación de equilibrio dinámico del sistema:

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad m(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial V_y}{\partial x} = q(x, t) \quad (2.2)$$

La segunda relación de equilibrio dinámico se obtiene aplicando la ecuación de equilibrio de momentos con respecto al eje Z y despreciando los diferenciales de

orden superior a uno:

$$V_y = \frac{\partial M_z(x, t)}{\partial x} \quad (2.3)$$

Al derivar esta ecuación con respecto a x y sustituir en 2.2 se obtiene:

$$m(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 M_z(x, t)}{\partial x^2} = q(x, t) \quad (2.4)$$

Considerando que la viga presenta una masa y rigidez constantes⁶ a lo largo de su longitud e introduciendo la relación básica momento-curvatura en pequeña deformación ($M_z(x, t) = EI_z \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2}$) se obtiene la ecuación diferencial de equilibrio dinámico de una porción elemental de viga a flexión expresada en coordenadas espaciales:

$$m \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + EI_z \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} = q(x, t) \quad (2.5)$$

Admitiendo que la deformada de la viga en cada instante de tiempo se puede expresar como combinación lineal de un subconjunto de los modos de vibración de la viga correspondientes al caso no amortiguado:

$$y(x, t) = \sum_{j=1}^M \xi_j(t) \cdot \phi_j(x) = \sum_{j=1}^M \xi_j(t) \cdot \sin \frac{j\pi x}{L} \quad (2.6)$$

Donde $\xi_j(t)$ es una función temporal que representa la amplitud del j -ésimo modo de vibración, M es el número de modos utilizado en la aproximación y $\phi_j(x)$

⁶Esta simplificación del comportamiento del sistema se basa en la limitación de la apertura de fisura para los tableros de puentes de hormigón para Alta Velocidad. Previamente a la entrada en vigor de la EHE 98 los tableros debían dimensionarse para que en servicio toda su sección estuviera comprimida. En la actualidad la apertura de fisura depende del tipo de ambiente, aunque en todo caso su apertura máxima en servicio queda muy limitada.

representa la j -ésima forma modal de una viga biapoyada de longitud L con masa lineal y rigidez a flexión constantes.

Sustituyendo la ecuación 2.6 en la 2.5, multiplicando por la n -ésima forma modal $\phi_n(x)$ e integrando a lo largo de la longitud de la viga L se tiene:

$$\begin{aligned} m \int_0^L \phi_i(x) \left(\sum_{j=1}^M \ddot{\xi}_j(t) \cdot \phi_j(x) \right) dx + EI_z \int_0^L \phi_i(x) \left(\sum_{j=1}^M \left(\frac{j\pi}{L} \right)^4 \xi_j(t) \cdot \phi_j(x) \right) dx = \\ = \int_0^L \phi_i(x) q(x, t) dx \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta la ortogonalidad de la familia de senos ⁷

$$\int_0^L \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \begin{cases} L/2 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

todos los términos de los sumatorios se anulan excepto aquellos en los que $i=j$, resultando la ecuación diferencial para la amplitud del i -ésimo modo de vibración:

$$\ddot{\xi}_i(t) + \omega_i^2 \xi_i(t) = \frac{2}{mL} \int_0^L q(x, t) \sin \frac{i\pi x}{L} dx \quad (2.7)$$

donde ω_i es la i -ésima frecuencia circular de la viga en rad/s:

$$\omega_i = \left(\frac{i\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

Considerando la tasa de amortiguamiento estructural asociada a cada modo de vibración ζ_i , la ecuación 2.7 se transforma en el sistema de ecuaciones en coor-

⁷Esta clásica condición de ortogonalidad se puede demostrar a partir de la ley de Betti. Una justificación detallada se puede consultar por ejemplo en [34].

denadas modales de una viga biapoyada ante la actuación de una distribución de carga genérica:

$$\ddot{\xi}_i(t) + 2\zeta_i\omega_i\dot{\xi}_i(t) + \omega_i^2\xi_i(t) = \frac{2}{mL} \int_0^L q(x,t) \sin \frac{i\pi x}{L} dx \quad (2.8)$$

Análisis modal de la viga B-E simplemente apoyada sometida al paso de un tren de cargas puntuales

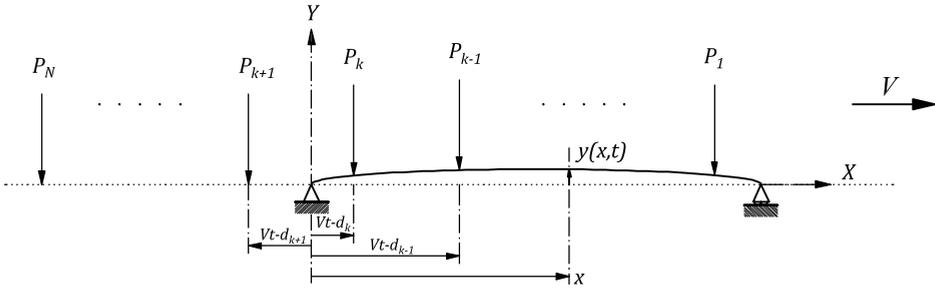


Figura 2.3: Esquema del modelo de Cargas Puntuales

Con objeto de introducir la excitación ferroviaria debida al paso de un tren de cargas puntuales como el representado en la figura 2.3, la distribución de carga $q(x,t)$ se representa mediante funciones Delta de Dirac:

$$q(x,t) = \sum_{k=1}^N -P_k \cdot \delta(x - x_k) = \sum_{k=1}^N -P_k \cdot \delta(x - V(t - t_k))$$

siendo x_k la posición de la k -ésima carga en el instante considerado, definida a partir de la velocidad de paso del convoy, v , y el tiempo de entrada en el puente de la k -ésima carga, t_k . El valor de las cargas, P_k , debe tomarse distinto de cero únicamente cuando éstas se hallan sobre el puente. La presencia del signo menos se debe a que las cargas actúan en sentido del eje Y negativo.

Por las propiedad de muestreo integral de la función Delta de Dirac, la integral

del segundo término de la ecuación 2.8 se convierte en el valor de la función integrada particularizada en $x = V(t - t_k)$:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_i(t) + 2\zeta_i\omega_i\dot{\xi}_i(t) + \omega_i^2\xi_i(t) = \\ = -\frac{2}{mL} \sum_{k=1}^N \left(H(t - t_k) - H\left(t - \left(t_k + \frac{L}{V}\right)\right) \right) P_k \sin \frac{i\pi V(t - t_k)}{L} \end{aligned} \quad (2.9)$$

En la ecuación anterior se ha empleado la función de Heaviside, H , de manera que la carga P_k adquiera únicamente un valor no nulo cuando se encuentre sobre la viga:

$$t_k \leq t \leq t_k + \frac{L}{V} \quad (2.10)$$

En aras a la claridad y brevedad del documento se ha decidido no mostrar los términos de Heaviside de 2.9 de aquí en adelante manteniendo presente que cada carga P_k actúa únicamente cuando se da la condición 2.10:

$$\ddot{\xi}_i(t) + 2\zeta_i\omega_i\dot{\xi}_i(t) + \omega_i^2\xi_i(t) = -\frac{2}{mL} \sum_{k=1}^N P_k \sin \frac{i\pi V(t - t_k)}{L} \quad (2.11)$$

Puesto que el tiempo de entrada en el puente de la k -ésima carga (t_k) depende de la distancia del eje k -ésimo a la cabeza de la composición (d_k) y de la velocidad de paso V , los argumentos de las funciones seno se pueden escribir como:

$$\sin \frac{i\pi V(t - t_k)}{L} = \sin \frac{i\pi(Vt - d_k)}{L} \quad (2.12)$$

Empleando la anterior notación, se puede expresar la ecuación de movimiento asociada al i -ésimo modo de vibración de un Modelo de Cargas Puntuales según

$$\ddot{\xi}_i(t) + 2\zeta_i\omega_i\dot{\xi}_i(t) + \omega_i^2\xi_i(t) = -\frac{2}{mL} \sum_{k=1}^N P_k \sin \frac{i\pi(Vt - d_k)}{L} \quad (2.13)$$

siendo el término senoidal distinto de cero cuando se da la condición:

$$\frac{d_k}{V} \leq t \leq \frac{d_k + L}{V} \quad (2.14)$$

Solución analítica

La ecuación 2.13 puede ser integrada por métodos numéricos pero admite también solución analítica, la cual se obtiene como superposición de las soluciones correspondientes a cada una de las cargas P_k , desfasadas en el eje de tiempos de acuerdo con los valores t_k .

El caso de una única carga P que entra en el puente en el instante $t = 0$ es la base para construir por superposición la respuesta de un puente isostático sometido al paso de una serie de cargas. La ecuación 2.11 se puede reescribir como:

$$\ddot{\xi}_i(t) + 2\zeta_i\omega_i\dot{\xi}_i(t) + \omega_i^2\xi_i(t) = -\frac{2}{mL}P \sin \Omega_i \quad (2.15)$$

siendo $\Omega_i = \frac{i\pi V t}{L}$ la frecuencia de la excitación adimensionalizada.

Se considera que la viga está inicialmente en reposo, por lo que la ecuación 2.15 se resuelve considerando condiciones iniciales homogéneas. Tras el instante de salida de la carga en $t = L/V$ el término de la derecha se anula, siendo la ecuación diferencial del movimiento de la viga:

$$\ddot{\xi}_i(t) + 2\zeta_i\omega_i\dot{\xi}_i(t) + \omega_i^2\xi_i(t) = 0 \quad (2.16)$$

Las condiciones iniciales de 2.16 se calculan a partir de 2.15 en el instante $t = L/V$: $\xi(L/V)$ y $\dot{\xi}(L/V)$.

La solución de 2.15 consta de dos términos: la *solución homogénea* y la *solución particular*. En ocasiones ambos términos se denominan *vibraciones libres* y *vibraciones forzadas*, pero esta nomenclatura puede acarrear confusión dado que los

términos forzado y libre se emplean también para distinguir las vibraciones *durante* y *tras* el paso de la carga. En el resto del documento se empleará la siguiente nomenclatura:

- **Vibración forzada:** Solución de la ecuación 2.15 correspondiente al intervalo de tiempo en el que la carga está circulando sobre la viga; consiste en dos términos sinusoidales de frecuencias ω_i y Ω_i , respectivamente.
- **Vibración libre:** Solución de la ecuación 2.16 correspondiente al intervalo de tiempo semi-infinito tras el paso de la carga P . Consiste en único término sinusoidal de frecuencia ω_i .
- **Solución homogénea:** Parte de la solución a la ecuación 2.15 de frecuencia ω_i .
- **Solución particular:** Parte de la solución a la ecuación 2.15 de frecuencia igual a la frecuencia de la excitación Ω_i .

La solución de la ecuación 2.15 (vibración forzada) se obtiene según la nomenclatura definida como suma de una solución homogénea $\xi_{i,h}(t)$ más una solución particular $\xi_{i,p}(t)$:

$$\xi_i(t) = \xi_{i,h}(t) + \xi_{i,p}(t) \quad (2.17)$$

Las soluciones homogénea y particular de la expresión anterior son las siguientes:

$$\xi_{i,h}(t) = e^{-\zeta_i \omega_i t} [A_i \cos(\omega_{d,i} t) + B_i \sin(\omega_{d,i} t)] \quad (2.18)$$

$$\xi_{i,p}(t) = D_i \cos(\Omega_i t) + E_i \sin(\Omega_i t) \quad (2.19)$$

donde se han empleado los siguientes parámetros:

$$\omega_{d,i} = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2} \quad (2.20)$$

$$D_i = \frac{2P}{mL} \frac{-2\zeta_i \omega_i \Omega_i}{(\omega_i^2 - \Omega_i^2)^2 + (2\zeta_i \omega_i \Omega_i)^2} \quad E_i = \frac{2P}{mL} \frac{\omega_i^2 - \Omega_i^2}{(\omega_i^2 - \Omega_i^2)^2 + (2\zeta_i \omega_i \Omega_i)^2} \quad (2.21)$$

$$A_i = -D_i \quad B_i = \frac{1}{\omega_{d,i}} (\zeta_i \omega_i A_i - E_i \Omega_i) \quad (2.22)$$

La solución de la ecuación 2.16 ($\xi_{i,l}$: vibración libre) se obtiene tomando como condiciones iniciales la amplitud y velocidad modal a la salida de la carga calculadas mediante las expresiones anteriores. Siendo ($t_s = \frac{L}{V}$) el tiempo de paso de una carga sobre el puente, las condiciones iniciales pueden expresarse como:

$$x0_i = D_i \cos(\Omega_i t_s) + E_i \sin(\Omega_i t_s) + e^{-\zeta_i \omega_i t_s} (A_i \cos(\omega_{d,i} t_s) + \sin(\omega_{d,i} t_s)) \quad (2.23)$$

$$\dot{x}0_i = \Omega_i (E_i \cos(\Omega_i t_s) - D_i \sin(\Omega_i t_s)) + e^{-\zeta_i \omega_i t_s} ((B_i \omega_{d,i} - A_i \zeta_i \omega_i) \cos(\omega_{d,i} t_s) - (A_i \omega_{d,i} + B_i \zeta_i \omega_i) \sin(\omega_{d,i} t_s)) \quad (2.24)$$

De este modo, la solución analítica de la vibración libre del i-ésimo modo de vibración del modelo planteado es:

$$\xi_{i,l} = e^{-\zeta_i \omega_i t} [\mathcal{A}_i \cos(\omega_{d,i} t) + \mathcal{B}_i \sin(\omega_{d,i} t)] \quad (2.25)$$

donde se han empleado los siguientes parámetros:

$$\mathcal{A}_i = \frac{e^{\zeta_i \omega_i t_s}}{\omega_{d,i}} (x0_i \omega_{d,i} \cos(\omega_{d,i} t_s) - (\zeta_i \omega_i x0_i + \dot{x}0_i) \sin(\omega_{d,i} t_s)) \quad (2.26)$$

$$\mathcal{B}_i = \frac{e^{\zeta_i \omega_i t_s}}{\omega_{d,i}} ((\zeta_i \omega_i x0_i + \dot{x}0_i) \cos(\omega_{d,i} t_s) + x0_i \omega_{d,i} \sin(\omega_{d,i} t_s)) \quad (2.27)$$

2.3.3. El Modelo de Interacción Completo

En un Modelo de Interacción Completo se considera una representación del vehículo más refinada que incluye los sistemas de suspensión del mismo y la inercia a translación y rotación (cabeceo) de sus distintos componentes. Debido a la modelización empleada y a diferencia del Modelo de Cargas Puntuales, las cargas transmitidas por los ejes de la composición a la estructura son variables con el tiempo y dependen del comportamiento dinámico acoplado del sistema vehículo-estructura: los desplazamientos y aceleraciones del sistema dinámico formado por cada uno de los vagones y locomotoras del tren dependen a su vez de los desplazamientos y aceleraciones de la estructura sobre la que se mueven.

Equilibrio dinámico de un vehículo en el Modelo de Interacción Completo

Las composiciones ferroviarias de Alta Velocidad se pueden clasificar en función de su configuración en (i) trenes articulados, (ii) trenes convencionales y (iii) trenes regulares. En los trenes articulados existe un bogie de dos ejes compartido entre cada dos coches de pasajeros, centrado en la articulación entre ambos. En los trenes convencionales, sin embargo, cada coche está soportado por dos bogies independientes, también de dos ejes cada uno. Por último, en los trenes regulares, los coches de pasajeros descansan sobre una unión articulada, produciéndose el apoyo en un eje único entre cada dos coches, sin bogie. En la figura 2.4 puede consultarse el esquema simplificado de cada composición. Pertenecen a la categoría de trenes articulados los trenes del modelo HSLM-A, el Alstom de la serie 100 de RENFE comúnmente conocido como AVE, el THALYS, el TGV y el EUROSTAR. Se pueden incluir en la categoría de trenes convencionales el ICE-2, el ETR-Y y el VIRGIN. Finalmente, como tren de tipo regular se puede citar al Talgo 350 de la serie 102.

Se analizan durante la Tesis de Máster las composiciones de tipo convencional, suponiendo que los vagones son simétricos respecto del eje vertical que pasa por su centro de gravedad y que los bogies delantero y trasero son idénticos y también simétricos respecto de sus centros de gravedad (puede consultarse el esquema en

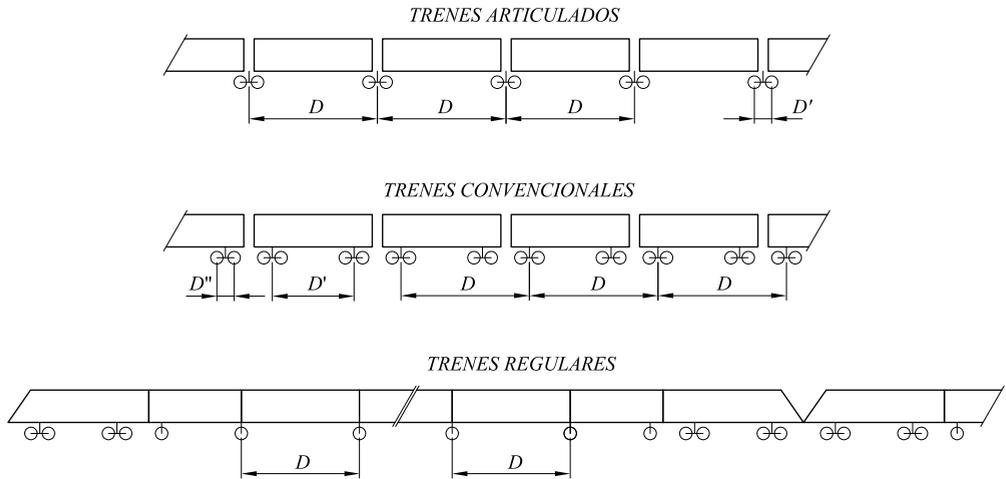


Figura 2.4: Esquema simplificado de las tipologías de composiciones ferroviarias para Alta Velocidad

las figuras 2.5).

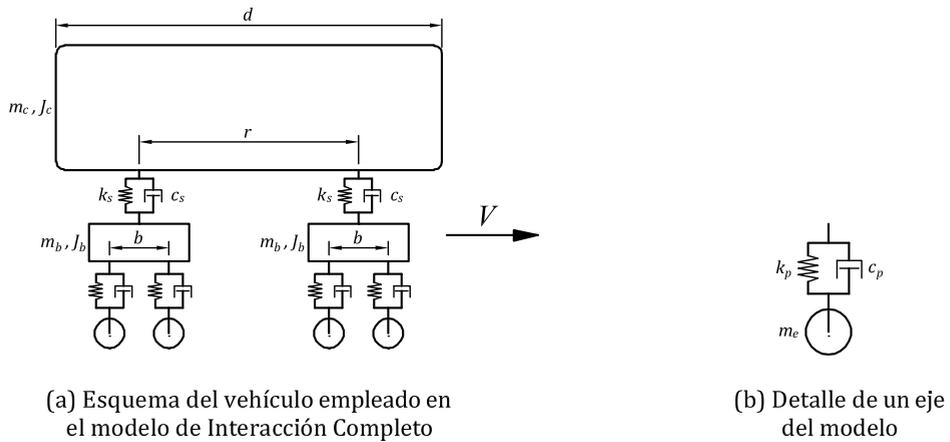


Figura 2.5: Vehículo del Modelo de Interacción Completo

Los parámetros que definen el Modelo de Interacción Completo son los siguientes:

- Geometría del vehículo:

- ↪ d : Distancia entre vehículos.
- ↪ r : Distancia entre pivotes de bogies.
- ↪ b : Empate del bogie.

- Masa suspendida e inercia correspondiente a la caja del vehículo:
 - ↪ m_c : Masa de la caja.
 - ↪ J_c : Inercia de la caja.

- Masa semi-suspendida e inercia correspondiente a los bogies del vehículo:
 - ↪ m_b : Masa del bogie.
 - ↪ J_b : Inercia del bogie.

- Masa no-suspendida correspondiente a la masa nominal del eje de la rueda:
 - ↪ m_e : Masa del eje.

- Sistema de suspensión secundario, con los correspondientes valores de rigidez y amortiguamiento por bogie:
 - ↪ k_s : Rigidez de la suspensión secundaria.
 - ↪ c_s : Constante del amortiguador viscoso de la suspensión secundaria.

- Sistema de suspensión primario, con los correspondientes valores de rigidez y amortiguamiento por eje:
 - ↪ k_p : Rigidez de la suspensión primaria.
 - ↪ c_p : Constante del amortiguador viscoso de la suspensión primaria.

Atendiendo al esquema de la figura 2.5 se tiene que cada coche del modelo tiene diez grados de libertad en el plano XY correspondientes a siete translaciones (ejes, bogies y caja) y tres rotaciones (bogies y caja):

y_c : Desplazamiento vertical del centro de gravedad de la caja

θ_c : Rotación (cabeceo) de la caja

y_{bd} : Desplazamiento vertical del centro de gravedad del bogie delantero

θ_{bd} : Rotación (cabeceo) del bogie delantero

y_{bt} : Desplazamiento vertical del centro de gravedad del bogie trasero

θ_{bt} : Rotación (cabeceo) del bogie trasero

y_{ri} : Desplazamiento vertical del i-ésimo eje ($i= 1,2,3,4$)

A partir de la escritura de las ecuaciones de equilibrio dinámico de cada uno de los componentes del coche y denotando mediante $F_k(t)$ la fuerza intercambiada entre el eje k y el carril (*fuerza de interacción*), el equilibrio dinámico del vehículo se puede representar mediante la siguiente ecuación matricial ⁸:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_{vv} & 0 \\ 0 & M_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\ddot{y}}_v(t) \\ \underline{\ddot{y}}_r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{vv} & C_{vr} \\ C_{rv} & C_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{y}}_v(t) \\ \underline{\dot{y}}_r(t) \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} K_{vv} & K_{vr} \\ K_{rv} & K_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{y}_v(t) \\ \underline{y}_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F}_{gv} \\ \underline{F}_{gr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{F}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.28)$$

A continuación se detallan las diferentes submatrices y vectores de la ecuación 2.28.

$$[M_{vv}] = \begin{bmatrix} m_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_b \end{bmatrix} \quad [M_{rr}] = \begin{bmatrix} m_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_e \end{bmatrix}$$

⁸Según el criterio de signos adoptado se tiene que las fuerzas de interacción y los desplazamientos son positivos si actúan en sentido ascendente. El sentido de giro positivo es el horario.

$$[C_{vv}] = \begin{bmatrix} 2c_s & 0 & -c_s & 0 & -c_s & 0 \\ 0 & c_s l^2/2 & c_s l/2 & 0 & -c_s l/2 & 0 \\ -c_s & c_s l/2 & c_s + 2c_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_p b^2/2 & 0 & 0 \\ -c_s & -c_s l/2 & 0 & 0 & c_s + 2c_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_p b^2/2 \end{bmatrix}$$

$$[C_{vr}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_p & -c_p & 0 & 0 \\ c_p b/2 & -c_p b/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_p & -c_p \\ 0 & 0 & c_p b/2 & -c_p b/2 \end{bmatrix}$$

$$[C_{rv}] = [C_{vr}]^T \quad [C_{rr}] = \begin{bmatrix} c_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_p \end{bmatrix}$$

$$[K_{vv}] = \begin{bmatrix} 2k_s & 0 & -k_s & 0 & -k_s & 0 \\ 0 & k_s l^2/2 & k_s l/2 & 0 & -k_s l/2 & 0 \\ -k_s & k_s l/2 & k_s + 2k_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_p b^2/2 & 0 & 0 \\ -k_s & -k_s l/2 & 0 & 0 & k_s + 2k_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_p b^2/2 \end{bmatrix}$$

$$[K_{vr}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_p & -k_p & 0 & 0 \\ k_p b/2 & -k_p b/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_p & -k_p \\ 0 & 0 & k_p b/2 & -k_p b/2 \end{bmatrix}$$

$$[K_{rv}] = [K_{vr}]^T \quad [K_{rr}] = \begin{bmatrix} k_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_p \end{bmatrix}$$

$$\underline{F}_{vr} = \begin{bmatrix} -m_c g \\ 0 \\ -m_b g \\ 0 \\ -m_b g \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{F}_{gr} = -m_e g \quad \underline{F}(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ F_1(t) \\ F_2(t) \\ F_3(t) \\ F_4(t) \end{bmatrix}$$

$$\underline{y}_v(t) = \begin{bmatrix} y_c(t) \\ \theta_c(t) \\ y_{bd}(t) \\ \theta_{bd}(t) \\ y_{bt}(t) \\ \theta_{bt}(t) \end{bmatrix} \quad \underline{y}_r(t) = \begin{bmatrix} y_{r1}(t) \\ y_{r2}(t) \\ y_{r3}(t) \\ y_{r4}(t) \end{bmatrix}$$

Equilibrio dinámico del puente sometido al paso de un vehículo del Modelo de Interacción Completo

En el apartado 2.3.2 se ha realizado el análisis modal de la viga B-E simplemente apoyada sometida al paso de un tren de cargas puntuales obteniendo la siguiente ecuación de equilibrio dinámico del sistema (ecuación 2.11):

$$\ddot{\xi}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{\xi}_i(t) + \omega_i^2 \xi_i(t) = -\frac{2}{mL} \sum_{k=1}^N P_k \sin \frac{i\pi V(t - t_k)}{L}$$

En un Modelo de Interacción Completo, las fuerzas que excitan el movimiento del puente son las fuerzas de interacción que actúan entre los ejes de la composición y el carril $F_k(t)$ (figura 2.6). Agrupando convenientemente la expresión anterior,

el equilibrio dinámico de un tablero simplemente apoyado sometido a la acción de k fuerzas de interacción puede expresarse mediante la ecuación matricial 2.29.

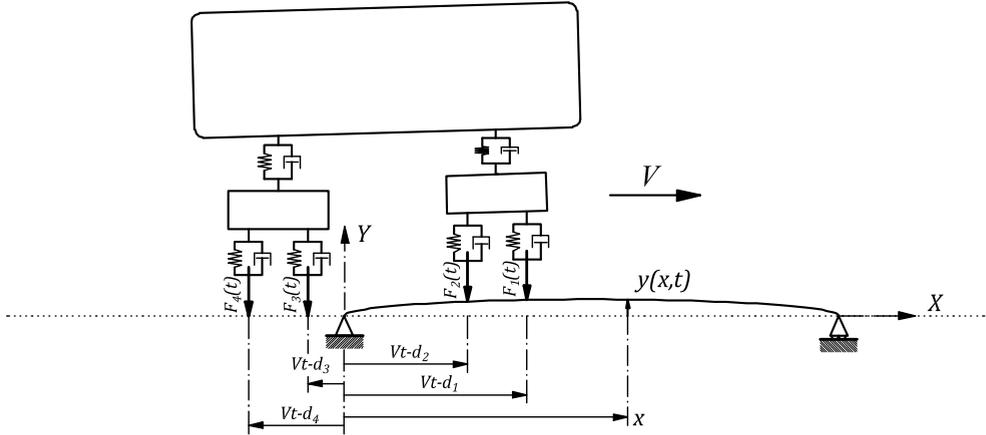


Figura 2.6: Modelo de Interacción Completo

$$[M_b] \ddot{\underline{\xi}}(t) + [C_b] \dot{\underline{\xi}}(t) + [K_b] \underline{\xi}(t) = -[A(t)]^T \underline{F}(t) \quad (2.29)$$

en donde $[M_b]$, $[C_b]$ y $[K_b]$ son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez asociadas a la estructura. Considerando M modos de vibración, las matrices anteriores pueden expresarse según

$$[M_b] = \begin{bmatrix} \hat{m}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{m}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \hat{m}_M \end{bmatrix} \quad \hat{m}_i = \frac{mL}{2}$$

$$[C_b] = \begin{bmatrix} 2\zeta_1 \omega_1 \hat{m}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2\zeta_2 \omega_2 \hat{m}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 2\zeta_M \omega_M \hat{m}_M \end{bmatrix} \quad \omega_i = \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

$$[K_b] = \begin{bmatrix} \hat{k}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{k}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \hat{k}_M \end{bmatrix} \quad \hat{k}_i = (i\pi)^4 \frac{EI}{2L^3}$$

$$\underline{\xi}(t) = \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \\ \vdots \\ \xi_M(t) \end{bmatrix} \quad A_{ki}(t) = \begin{cases} \sin \frac{i\pi(Vt - d_k)}{L} & 0 \leq Vt - d_k \leq L \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

El vector $\underline{\xi}(t)$ contiene la variación con el tiempo de la amplitud de cada uno de los M modos de vibración considerados. Mediante la matriz $[A(t)]^T$ se considera la contribución a la amplitud de los distintos modos de cada uno de los ejes, siendo los términos de dicha matriz no nulos únicamente cuando el eje correspondiente se encuentra sobre el puente.

Equilibrio dinámico del sistema acoplado vehículo-estructura

La formulación propuesta para el Modelo de Interacción Completo se fundamenta en la ausencia de *despegue de rueda* durante el paso de la composición sobre el puente: se considera que en todo momento existe contacto entre los ejes de la composición y el carril. Admitiendo como válida la hipótesis anterior, los desplazamientos, velocidades y aceleraciones verticales de los ejes del vehículo pueden ser interpolados mediante la matriz $[A(t)]$ (*matriz de interpolación*), compuesta por tantas filas como ejes del vehículo y tantas columnas como modos se consideran:

$$\underline{y}_r(t) = [A(t)] \underline{\xi}(t) \quad (2.30)$$

$$\dot{\underline{y}}_r(t) = [\dot{A}(t)] \underline{\xi}(t) + [A(t)] \dot{\underline{\xi}}(t) = V \cdot \left[\frac{d}{dx} A(t) \right] \underline{\xi}(t) + [A(t)] \dot{\underline{\xi}}(t) \simeq [A(t)] \dot{\underline{\xi}}(t) \quad (2.31)$$

$$\underline{\dot{y}}_r(t) = V^2 \cdot \left[\frac{d^2}{dx^2} A(t) \right] \underline{\xi}(t) + 2V \cdot \left[\frac{d}{dx} A(t) \right] \underline{\xi}(t) + [A(t)] \underline{\ddot{\xi}}(t) \simeq [A(t)] \underline{\ddot{\xi}}(t) \quad (2.32)$$

El cálculo de las expresiones 2.31 y 2.32 se ha realizado de acuerdo con los estudios desarrollados por Yang en [41], en los que se demuestra que la rigidez de los puentes de ferrocarril de Alta Velocidad es suficientemente elevada como para que puedan despreciarse las contribuciones de los términos eliminados.

El fenómeno de *despegue de rueda* en un eje determinado de la composición se traduce en una inversión del signo de la fuerza de interacción entre el eje y el carril. Si las fuerzas de interacción llegan a tornarse negativas, indicaría que el carril ejerce una atracción sobre el eje. Esto carece de sentido físico por lo que deberá observarse durante la integración de las ecuaciones diferenciales que se deducen a continuación que en ningún caso se produce la inversión de signo de las fuerzas de interacción. En aquellos casos que dichas fuerzas, pese a no alcanzar la inversión de signo vean excesivamente disminuido su valor, se requerirá un estudio en profundidad.

Admitiendo que no se produce pérdida de contacto entre los ejes de la composición y el carril, el comportamiento dinámico de los subsistemas vehículo y estructura se encuentra acoplado a través de las fuerzas de interacción. Para obtener la ecuación diferencial del sistema acoplado, en primer lugar se obtienen las fuerzas de interacción $\underline{F}(t)$ a partir de la ecuación 2.28:

$$\underline{F}(t) = -\underline{F}_{gr} + [M_{rr}] \underline{\dot{y}}_r(t) + [C_{rv}] \underline{\dot{y}}_v(t) + [C_{rr}] \underline{\dot{y}}_r(t) + [K_{rv}] \underline{y}_v(t) + [K_{rr}] \underline{y}_r(t) \quad (2.33)$$

Sustituyendo las interpolaciones 2.30 a 2.32 en la expresión 2.33 se llega a:

$$\begin{aligned} \underline{F}(t) = & -\underline{F}_{gr} + [M_{rr}] [A(t)] \underline{\ddot{\xi}}(t) + [C_{rv}] \underline{\dot{y}}_v(t) + \\ & + [C_{rr}] [A(t)] \underline{\ddot{\xi}}(t) + [K_{rv}] \underline{y}_v(t) + [K_{rr}] [A(t)] \underline{\xi}(t) \end{aligned} \quad (2.34)$$

la expresión anterior para las fuerzas de interacción se introduce en la ecuación matricial del equilibrio dinámico del puente 2.29. Agrupando términos se obtiene:

$$\begin{aligned} & \left([M_b] + [A(t)]^T [M_{rr}] [A(t)] \right) \ddot{\underline{\xi}}(t) + \left([C_b] + [A(t)]^T [C_{rr}] [A(t)] \right) \dot{\underline{\xi}}(t) + \\ & + \left([K_b] + [A(t)]^T [K_{rr}] [A(t)] \right) \underline{\xi}(t) + [A(t)]^T [C_{rv}] \dot{\underline{y}}_v(t) + \\ & + [A(t)]^T [K_{rv}] \underline{y}_v(t) = [A(t)]^T \underline{F}_{gr}(t) \end{aligned} \quad (2.35)$$

De la expresión 2.28 se despeja \underline{F}_{gv} y se sustituyen los términos interpolados 2.30 a 2.32:

$$\begin{aligned} & [M_{vv}] \ddot{\underline{y}}_v(t) + [C_{vv}] \dot{\underline{y}}_v(t) + [K_{vv}] \underline{y}_v(t) + \\ & ([C_{vr}] [A(t)]) \dot{\underline{\xi}}(t) + ([K_{vr}] [A(t)]) \underline{\xi}(t) = \underline{F}_{gv} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Agrupando de forma matricial las dos últimas expresiones, se obtiene la ecuación buscada:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_b + A(t)^T M_{rr} A(t) & 0 \\ 0 & M_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\underline{\xi}}(t) \\ \ddot{\underline{y}}_v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_b + A(t)^T C_{rr} A(t) & A(t)^T C_{rv} \\ C_{vr} A(t) & C_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{\xi}}(t) \\ \dot{\underline{y}}_v(t) \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} K_b + A(t)^T K_{rr} A(t) & A(t)^T K_{rv} \\ K_{vr} A(t) & K_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\xi}(t) \\ \underline{y}_v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(t)^T \underline{F}_{gr} \\ \underline{F}_{gv} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.37)$$

La ecuación anterior se modifica con el objeto de expresar los desplazamientos verticales y rotaciones de cajas y bogies a partir de su posición de equilibrio estático calculada a partir de la ecuación 2.28 como:

$$\underline{y}_{v0} = [K_{vv}]^{-1} \underline{F}_{gv}$$

Con tal objeto se define un nuevo vector de desplazamientos para los grados de libertad de cajas y bogies $\underline{z}_v(t)$ que contiene los desplazamientos y rotaciones de la caja y los bogies medidos a partir de la posición de equilibrio estático:

$$\underline{z}_v(t) = \underline{y}_{-v}(t) - \underline{y}_{-v0} \quad \underline{z}_v(t) = \begin{bmatrix} z_c(t) \\ \psi_c(t) \\ z_{bd}(t) \\ \psi_{bd}(t) \\ z_{bt}(t) \\ \psi_{bt}(t) \end{bmatrix}$$

La ecuación 2.37 se puede reformular empleando las definiciones anteriores según

$$\begin{bmatrix} M_b + A(t)^T M_{rr} A(t) & 0 \\ 0 & M_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\underline{\xi}}(t) \\ \ddot{\underline{z}}_v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_b + A(t)^T C_{rr} A(t) & A(t)^T C_{rv} \\ C_{vr} A(t) & C_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\underline{\xi}}(t) \\ \dot{\underline{z}}_v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_b + A(t)^T K_{rr} A(t) & A(t)^T K_{rv} \\ K_{vr} A(t) & K_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\xi}(t) \\ \underline{z}_v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(t)^T (\underline{F}_{gr} - K_{rv} K_{vv}^{-1} \underline{F}_{gv}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

2.4. Limitaciones de los modelos implementados y desarrollos futuros

Se detallan a continuación las limitaciones de los distintos modelos planteados. El objetivo es hacer un resumen de las simplificaciones introducidas y proponer las mejoras que serán introducidas durante el desarrollo futuro de la línea de investigación.

- Se ha empleado una representación simplificada de la vía y el balasto, considerando únicamente la carga muerta aportada por el carril, las traviesas y el balasto. Esta simplificación comporta las siguientes limitaciones:
 1. No se representa el efecto de reparto de cargas sobre la estructura debido a la presencia de la vía y el balasto. Es de esperar una reducción de las aceleraciones y desplazamientos obtenidos en el modelo al tener en cuenta la difusión de las cargas.

2. No se ha considerado la rigidez y el amortiguamiento aportados por los componentes de la vía y el balasto.

- La validez de los resultados del modelo queda supeditada a que no exista despegue de rueda durante el paso de la composición. Se han monitorizado los posibles casos de despegue de rueda para determinar sus causas y la necesidad de emplear una modelización mejorada en la que los despegues puedan ser tratados.
- Se ha considerado que la deformada inicial del carril es nula y no existen irregularidades de vía. Su inclusión en el modelo puede resultar de gran importancia a la hora de analizar el fenómeno de despegue de rueda, ya que en las zonas en las que la convexidad del carril es acusada las fuerzas de interacción se reducen en gran medida llegando incluso a anularse [8],[7].
- La principal simplificación introducida en los modelos correspondientes a puentes de vía doble ha sido no considerar los modos de torsión empleando modelos de cálculo bidimensionales.

En el desarrollo futuro de la línea de investigación se pretende mejorar los modelos llevando a cabo las siguientes modificaciones:

- Se incluirá el efecto del reparto de cargas sobre la estructura mediante una modelización detallada de la vía y el balasto empleando para ello un Modelo de Interacción Vehículo-Vía-Estructura (MIVVE). Un estudio detallado de los efectos del reparto de cargas permitirá verificar si, según afirma el ERRI D214 en su informe final [8], la reducción en aceleraciones y desplazamientos producida por el reparto de las cargas es despreciable para luces superiores a 15 m.
- Mediante los MIVVE se estará incluyendo en el cálculo el amortiguamiento y rigidez aportados por la vía y el balasto a la estructura. Se pretende realizar un estudio en profundidad sobre la relevancia de los distintos factores para extraer conclusiones que permitan incluir los efectos de la vía y el balasto en modelos simplificados, cuyo amortiguamiento y rigidez estructural

esté calibrado de manera que los resultados sean equivalentes a los que se obtendrían mediante un MIVVE⁹.

- El tratamiento del contacto rueda-carril se representará de acuerdo con la teoría de Hertz, permitiendo el despegue de rueda si la fuerza entre ellos se reduce hasta anularse. Se prevé un aumento significativo de los tiempos de cálculo al realizar este tratamiento más refinado del problema del contacto rueda carril; sin embargo es fundamental conocer las causas del despegue de rueda y sus posibles consecuencias durante el paso de las composiciones ferroviarias.
- Los defectos de la vía se incluirán en el MIVVE sumando una función adecuada a la deformada del carril, de forma que reproduzca el tipo de irregularidad deseado (periódica, aislada situada en centro de vano, aislada situada a la entrada del puente, etc.). Se pretende profundizar en el estudio de la influencia de los defectos de vía para proponer un método simplificado alternativo.
- Se incluirán los modos de torsión en los puentes de vía doble, planteando la resolución del sistema mediante modelos bidimensionales en los que a la deformada a flexión se le añada la deformación por torsión de la estructura aplicando superposición modal.

⁹El comité ERRI D214 [8] propone un método simplificado para considerar el incremento a flexión del puente debido a la vía y el balasto en modelos simplificados. Se abordará dicho estudio para su validación o propuesta de métodos simplificados alternativos.

Fórmulas de Semejanza Generalizadas

Contenido

3.1. Formulación de la semejanza entre las respuestas de dos puentes: ERRI D214	56
3.2. Fórmulas de Semejanza Generalizadas para el Modelo de Cargas Puntuales	60
3.2.1. Formulación adimensional del Modelo de Cargas Puntuales	60
3.2.2. Fórmulas de Semejanza Generalizadas del Modelo de Cargas Puntuales	62
3.2.3. Parámetros fundamentales del Modelo de Cargas Puntuales	66
3.3. Fórmulas de semejanza generalizadas para el Modelo de Interacción Completo	68
3.3.1. Formulación adimensional del Modelo de Interacción Completo	68
3.3.2. Fórmulas de semejanza generalizadas del Modelo de Interacción Completo	79
3.3.3. Parámetros fundamentales del Modelo de Interacción Completo	82
3.4. FSG y reducción de la respuesta mediante un Modelo de Interacción Completo	84
3.5. FSG y cálculo del amortiguamiento adicional	85
3.6. Formulación adimensional de las fuerzas de interacción	88

Resumen: Se presentan las Fórmulas de Semejanza Generalizadas, las cuales permiten deducir los parámetros fundamentales que determinan la respuesta dinámica de cada uno de los modelos empleados durante el análisis del Método del Amortiguamiento Adicional y cuya formulación ha sido presentada en el segundo capítulo de la Tesis de Máster: el Modelo de Cargas Puntuales y Modelo de Interacción Completo. Se generaliza la escritura de las fórmulas de semejanza propuestas por el ERRI, obteniendo las Fórmulas de Semejanza Generalizadas de los distintos modelos de cálculo.

La obtención de las Fórmulas de Semejanza Generalizadas para el Modelo de Interacción Completo constituye una aportación original de la Tesis de Máster y mediante ellas se demuestra que tanto la reducción de la respuesta al pasar de un Modelo de Cargas Puntuales a uno de Interacción Completo como el amortiguamiento adicional a aplicar dependen inequívocamente del conjunto de parámetros fundamentales del modelo.

La formulación adimensional de las ecuaciones de equilibrio dinámico del Modelo de Interacción Completo se extiende en el último apartado del capítulo a la obtención de la formulación adimensional de las fuerzas de interacción normalizadas del modelo. Esta formulación adimensional permite detectar los parámetros fundamentales de las fuerzas de interacción para, en futuras investigaciones, llevar a cabo un estudio en profundidad que permita extraer conclusiones sobre la combinación de factores que origina una situación potencial de despegue de rueda.

3.1. Formulación de la semejanza entre las respuestas de dos puentes: ERRI D214

El comité ERRI D214 presenta en su informe final [8] las expresiones que relacionan la respuesta entre dos puentes de igual luz y amortiguamiento para los diferentes modos de vibración:

$$y_{max,1}(\lambda, L, m_1, n_{01}) = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{n_{02}}{n_{01}} \right)^2 y_{max,2}(\lambda, L, m_1, n_{01}) \quad (3.1)$$

$$a_{max,1}(\lambda, L, \zeta, m_1) = \frac{m_2}{m_1} a_{max,2}(\lambda, L, \zeta, m_1) \quad (3.2)$$

Siendo:

- ↪ $y_{max,i}$: Máximo desplazamiento vertical del puente i en una sección determinada debido al paso de un tren de cargas a velocidad V_i
- ↪ $a_{max,i}$: Máxima aceleración vertical del puente i en una sección determinada debida al paso de un tren de cargas a velocidad V_i
- ↪ m_1, n_{01} : Masa lineal y frecuencia fundamental del puente i
- ↪ L, ζ : Luz y porcentaje de amortiguamiento de los puentes
- ↪ λ : Avance del tren de cargas por cada ciclo de oscilación del puente:

$$\lambda = \frac{V}{n_0}$$

Las expresiones 3.1 y 3.2 se denominan *Fórmulas de Semejanza* y se emplean para calcular la respuesta máxima de un puente a partir de la de otro utilizando los modelos de cargas puntuales y cargas repartidas siempre que se satisfagan las siguientes condiciones:

- La luz y el porcentaje de amortiguamiento de los modos de vibración considerados en el cálculo de la respuesta deben ser idénticos en ambos puentes.
- Las relaciones son válidas sólo si en los sistemas analizados se mantiene el valor de la longitud de onda λ . Esta condición se traduce en que el avance del tren de cargas por cada ciclo de oscilación del puente debe ser el mismo, y cada carga empieza a actuar sobre la estructura habiendo completado ésta la misma fracción de su periodo natural de oscilación. Para que se

mantenga el valor de λ entre dos sistemas, las velocidades de paso de las composiciones deben satisfacer la siguiente condición:

$$\frac{V_1}{n_{01}} = \frac{V_2}{n_{02}} \quad ; \quad V_1 T_1 = V_2 T_2$$

Durante la elaboración de su tesis, P. Museros [24] demuestra la validez de las Fórmulas de Semejanza y realiza importantes aportaciones en el ámbito de aplicación de las mismas:

1. Las Fórmulas de Semejanza propuestas por el comité ERRI son válidas a lo largo de toda la historia temporal si se aplica un cambio de escala adecuado en el eje de tiempos. Dicho cambio de escala es equivalente a expresar la evolución de desplazamientos y aceleraciones en función de un parámetro adimensional de tiempo τ que representa, en fracciones del periodo fundamental de vibración, el tiempo transcurrido desde que el tren entra en el puente:

$$\tau = \frac{t_1}{T_1} = \frac{t_2}{T_2}$$

Los registros temporales de la respuesta de la estructura se superponen al ser representados en función de τ de manera que, al emplear los modelos de cargas puntuales o repartidas en dos puentes de igual luz y amortiguamiento estructural, son de aplicación las siguientes Fórmulas de Semejanza entre los desplazamientos y aceleraciones verticales:

$$y_1(x, \tau) = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{n_{02}}{n_{01}} \right)^2 y_2(x, \tau) \quad \tau = \frac{t_1}{T_1} = \frac{t_2}{T_2} \quad (3.3)$$

$$a_1(x, \tau) = \frac{m_2}{m_1} a_2(x, \tau) \quad \tau = \frac{t_1}{T_1} = \frac{t_2}{T_2} \quad (3.4)$$

2. Las Fórmulas de Semejanza 3.1 a 3.4 pueden generalizarse para calcular la respuesta entre sistemas cuyos puentes tengan distinta luz. En ese caso, las expresiones se denominan Fórmulas de Semejanza Generalizadas y son de aplicación siempre que se satisfagan las siguientes condiciones:

- Los dos puentes deben presentar igual tasa de amortiguamiento en cada uno de los modos considerados para el cálculo de la respuesta.
- El porcentaje del avance por periodo de la composición respecto de la luz del puente en cada uno de los sistemas se debe conservar:

$$\frac{\lambda_1}{L_1} = \frac{\lambda_2}{L_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1 T_1}{L_1} = \frac{V_2 T_2}{L_2}$$

Al cociente $\frac{VT}{L}$ se le denomina *parámetro de velocidad adimensional* α por lo que la condición anterior se traduce en que la velocidad adimensional de los sistemas sea la misma: $\alpha_1 = \alpha_2$.

- Las cargas por eje P_k y las relaciones existentes entre las distancias d_k y la luz del puente deben tomar los mismos valores.

Si se cumplen las condiciones anteriores, pueden establecerse las siguientes Fórmulas de Semejanza Generalizadas entre las respuestas de dos puentes:

$$y_1(x, \tau) = \frac{m_2 L_2}{m_1 L_1} \left(\frac{n_{02}}{n_{01}} \right)^2 y_2(x, \tau) \quad \tau = \frac{t_1}{T_1} = \frac{t_2}{T_2} \quad \frac{x_1}{L_1} = \frac{x_2}{L_2} \quad (3.5)$$

$$a_1(x, \tau) = \frac{m_2}{m_1} a_2(x, \tau) \quad \tau = \frac{t_1}{T_1} = \frac{t_2}{T_2} \quad \frac{x_1}{L_1} = \frac{x_2}{L_2} \quad (3.6)$$

Las Fórmulas de Semejanza Generalizadas presentadas están limitadas a la relación de las respuestas de dos puentes, obtenidas con los modelos de cargas puntuales y cargas repartidas, sin ser de aplicación en modelos que incluyan los efectos de interacción o irregularidades de vía. Con objeto de extender el planteamiento a sistemas que incluyan la interacción vehículo-estructura, P. Museros obtiene en [24] las Fórmulas de Semejanza Generalizadas para el Modelo de Interacción Simplificado¹, presentando las condiciones que deben verificarse para que sea válida su aplicación. Debido a dichas condiciones de aplicación, la utilización de las fórmulas queda restringida al ámbito teórico, siendo su principal

¹En un Modelo de Interacción Simplificado cada eje del coche es independiente del resto (en un Modelo de Interacción Completo se modeliza la totalidad del vagón), se desprecia el efecto de las oscilaciones verticales de las masas suspendidas y el cabeceo de las masas suspendidas y semi-suspendidas.

aportación la detección de los parámetros fundamentales de los que depende la respuesta dinámica del sistema vehículo-estructura a partir del desarrollo de la formulación.

En el siguiente apartado se realiza la demostración matemática de la validez de las Fórmulas de Semejanza Generalizadas para un Modelo de Cargas Puntuales. Si bien dicha demostración no constituye una aportación original pues ha sido desarrollada con anterioridad en [24], su inclusión resulta de interés con el objetivo de presentar el desarrollo teórico para la obtención de las Fórmulas de Semejanza Generalizadas en un Modelo de Cargas Puntuales. Las demostraciones realizadas se emplean como punto de partida conceptual para obtener las Fórmulas de Semejanza Generalizadas del Modelo de Interacción Completo. Dichas fórmulas constituyen una aportación original y de contrastada relevancia pues, pese a no ser de aplicación práctica dadas las condiciones de utilización prescritas, permiten identificar los parámetros fundamentales de los que depende la respuesta dinámica en un Modelo de Interacción Completo.

3.2. Fórmulas de Semejanza Generalizadas para el Modelo de Cargas Puntuales

3.2.1. Formulación adimensional del Modelo de Cargas Puntuales

La ecuación diferencial para la amplitud del i -ésimo modo del Modelo de Cargas Puntuales (ecuación 2.13) se ha obtenido en el capítulo 2 y se transcribe de nuevo a continuación:

$$\ddot{\xi}_i(t) + 2\zeta_i\omega_i\dot{\xi}_i(t) + \omega_i^2\xi_i(t) = -\frac{2}{mL} \sum_{k=1}^N P_k \sin \frac{i\pi(Vt - d_k)}{L} \quad (3.7)$$

Con el objeto de adimensionalizar la ecuación 3.7 se definen el *tiempo adimensional* τ y la *velocidad adimensional o frecuencia de la excitación* α (frecuencia de la excitación del primer modo respecto del tiempo adimensional). El periodo

natural de vibración de la estructura que interviene en la definición de ambas magnitudes, se representa con el símbolo habitual T :

$$\tau = \frac{t}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi} t \quad \alpha = \frac{VT}{L} \quad (3.8)$$

De acuerdo con estas definiciones y teniendo en cuenta que la frecuencia del i -ésimo modo puede expresarse en función de la fundamental según $\omega_i = i^2 \omega_0$, las primeras y segundas derivadas temporales del desplazamiento $\xi_i(t)$ pueden expresarse en función de las derivadas respecto del tiempo adimensional como se muestra a continuación, indicando mediante las primas la derivación respecto de τ :

$$\dot{\xi}_i(t) = \frac{d\xi_i(t)}{dt} = \frac{d\xi_i(\tau)}{d\tau} \cdot \frac{d\tau}{dt} = \xi'_i(\tau) \cdot \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi} \cdot \xi'_i(\tau) = \frac{\omega_i}{2\pi i^2} \cdot \xi'_i(\tau) \quad (3.9)$$

$$\ddot{\xi}_i(t) = \frac{d^2 \xi_i(t)}{dt^2} = \left(\frac{\omega_0}{2\pi} \right)^2 \xi''_i(\tau) = \left(\frac{\omega_i}{2\pi i^2} \right)^2 \xi''_i(\tau) \quad (3.10)$$

Teniendo en cuenta la definición del tiempo y la velocidad adimensionales (τ, α) , los argumentos de las funciones seno contenidas en el sumatorio del segundo miembro de 3.7 pueden expresarse del siguiente modo:

$$\frac{i\pi(Vt - d_k)}{L} = i\pi \left(\alpha\tau - \frac{d_k}{L} \right) \quad (3.11)$$

Sustituyendo los resultados de 3.9, 3.10 y 3.11 en 3.7 se obtiene la siguiente ecuación diferencial de la amplitud del i -ésimo modo de vibración en función del tiempo adimensional:

$$\left(\frac{\omega_i}{2\pi i^2} \right)^2 \xi''_i(\tau) + 2\zeta_i \frac{\omega_i}{2\pi i^2} \xi'_i(\tau) + \omega_i^2 \xi_i(\tau) = -\frac{2}{mL} \sum_{k=1}^N P_k \sin \left(i\pi \left(\alpha\tau - \frac{d_k}{L} \right) \right) \quad (3.12)$$

Dividiendo ambos términos por el cuadrado de la frecuencia natural se obtiene la ecuación buscada:

$$\frac{1}{8\pi^2} \xi_i''(\tau) + \frac{i^2 \zeta_i}{2\pi} \xi_i'(\tau) + \frac{i^4}{2} \xi_i(\tau) = -\frac{1}{\omega_0^2 mL} \sum_{k=1}^N P_k \sin\left(i\pi\left(\alpha\tau - \frac{d_k}{L}\right)\right) \quad (3.13)$$

siendo el valor de la k-ésima carga distinto de cero únicamente cuando se halla sobre el puente, es decir, cuando se verifica la condición impuesta anteriormente que puede ser expresada en términos del tiempo adimensional τ según

$$\frac{d_k}{V} \leq t \leq \frac{d_k + L}{V} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\alpha} \frac{d_k}{L} \leq \tau \leq \frac{1}{\alpha} \frac{d_k}{L} + 1 \quad (3.14)$$

3.2.2. Fórmulas de Semejanza Generalizadas del Modelo de Cargas Puntuales

La ecuación 3.13 se particulariza para el paso de k-ésima carga de la composición sobre el puente:

$$\frac{1}{8\pi^2} \xi_{k,i}''(\tau) + \frac{i^2 \zeta_i}{2\pi} \xi_{k,i}'(\tau) + \frac{i^4}{2} \xi_{k,i}(\tau) = -\frac{P_k}{\omega_0^2 mL} \sin\left(i\pi\left(\alpha\tau - \frac{d_k}{L}\right)\right) \quad (3.15)$$

$$\text{Con la condición: } P_k \neq 0 \quad \leftrightarrow \quad \frac{1}{\alpha} \frac{d_k}{L} \leq \tau \leq \frac{1}{\alpha} \frac{d_k}{L} + 1$$

Para obtener la Fórmula de Semejanza Generalizada entre las respuestas de dos puentes sometidos al paso de sendas composiciones ferroviarias y determinar en qué condiciones es válida su aplicación, se plantea la ecuación 3.15 para cada uno de los sistemas descritos:

$$(\mathcal{S}1) \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{8\pi^2} \xi''_{k,i,1}(\tau) + \frac{i^2 \zeta_{i,1}}{2\pi} \xi'_{k,i,1}(\tau) + \frac{i^4}{2} \xi_{k,i,1}(\tau) = -\frac{P_{k,1}}{\omega_{0,1}^2 m_1 L_1} \sin \left(i\pi \left(\alpha_1 \tau - \frac{d_{k,1}}{L_1} \right) \right) \\ \text{Con la condición: } P_{k,1} \neq 0 \longleftrightarrow \frac{1}{\alpha} \frac{d_{k,1}}{L_1} \leq \tau \leq \frac{1}{\alpha_1} \frac{d_{k,1}}{L_1} + 1 \end{array} \right.$$

$$(\mathcal{S}2) \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{8\pi^2} \xi''_{k,i,2}(\tau) + \frac{i^2 \zeta_{i,2}}{2\pi} \xi'_{k,i,2}(\tau) + \frac{i^4}{2} \xi_{k,i,2}(\tau) = -\frac{P_{k,2}}{\omega_{0,2}^2 m_2 L_2} \sin \left(i\pi \left(\alpha_2 \tau - \frac{d_{k,2}}{L_2} \right) \right) \\ \text{Con la condición: } P_{k,2} \neq 0 \longleftrightarrow \frac{2}{\alpha} \frac{d_{k,2}}{L_2} \leq \tau \leq \frac{1}{\alpha_2} \frac{d_{k,2}}{L_2} + 1 \end{array} \right.$$

Admitiendo que se supone que la estructura permanece en régimen elástico lineal y sometida a pequeños desplazamientos, la respuesta de cada sistema es directamente proporcional a la magnitud de la carga P_k e inversamente proporcional al producto de la masa del puente por el cuadrado de su frecuencia natural. La respuesta de un sistema s se obtiene al multiplicar la constante de proporcionalidad detallada por una función \mathcal{F}_s que depende del resto de factores que intervienen en la ecuación diferencial:

$$\begin{aligned} \xi_{k,i,1}(\tau) &= \mathcal{F}_1 \left(i, \tau, \zeta_{i,1}, \alpha_1, \frac{d_{k,1}}{L_1} \right) \frac{P_{k,1}}{\omega_{0,1}^2 m_1 L_1} \\ \xi_{k,i,2}(\tau) &= \mathcal{F}_2 \left(i, \tau, \zeta_{i,2}, \alpha_2, \frac{d_{k,2}}{L_2} \right) \frac{P_{k,2}}{\omega_{0,2}^2 m_2 L_2} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Siempre que los argumentos de la función \mathcal{F} sean los mismos para ambos sistemas, al dividir miembro a miembro la expresión 3.16 se obtienen las fórmulas de semejanza generalizadas entre las amplitudes de la respuesta de cada sistema para el modo considerado:

$$\xi_{k,i,2}(\tau) = \frac{P_{k,2}}{P_{k,1}} \cdot \frac{\omega_{0,1}^2 \cdot m_1 L_1}{\omega_{0,2}^2 \cdot m_2 L_2} \cdot \xi_{k,i,1}(\tau) \quad (3.17)$$

Las condiciones que deben satisfacerse para poder aplicar las Fórmulas de Semejanza Generalizadas del Modelo de Cargas Puntuales son:

- El amortiguamiento estructural del modo considerado debe ser el mismo en los puentes de estudio. Si se satisface dicha condición, y según se deriva de la ecuación 3.15, los términos situados a la izquierda de la igualdad resultan idénticos sea cual sea el puente que se considere.
- La velocidad adimensional α debe ser la misma en ambos sistemas.
- La relación existente entre la distancia de la k -ésima carga a la cabeza de la composición respecto de la luz del puente debe tomar los mismos valores.

Las condiciones anteriores se pueden expresar según:

$$\left. \begin{array}{l} \zeta_{i,1} = \zeta_{i,2} \\ \alpha_1 = \alpha_2 \\ \frac{d_{k,1}}{L_1} = \frac{d_{k,2}}{L_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \mathcal{F}_1 \left(i, \tau, \zeta_{i,1}, \alpha_1, \frac{d_{k,1}}{L_1} \right) = \mathcal{F}_2 \left(i, \tau, \zeta_{i,2}, \alpha_2, \frac{d_{k,2}}{L_2} \right) \quad (3.18)$$

Derivando la ecuación 3.17 respecto del tiempo y teniendo en cuenta las expresiones 3.9 y 3.10, en las que los puntos sobre las variables indican derivación respecto del tiempo t , se obtiene la relación existente entre las aceleraciones:

$$\ddot{\xi}_{k,i,2}(\tau) = \frac{P_{k,2}}{P_{k,1}} \cdot \frac{m_1 L_1}{m_2 L_2} \cdot \ddot{\xi}_{k,i,1}(\tau) \quad (3.19)$$

Las expresiones 3.17 y 3.19 pueden expresarse en función del tiempo del siguiente modo:

$$\xi_{k,i,2}(t_2) = \frac{P_{k,2}}{P_{k,1}} \cdot \frac{\omega_{0,1}^2 \cdot m_1 L_1}{\omega_{0,2}^2 \cdot m_2 L_2} \cdot \xi_{k,i,1}(t_1) \quad (3.20)$$

$$\ddot{\xi}_{k,i,2}(t_2) = \frac{P_{k,2}}{P_{k,1}} \cdot \frac{m_1 L_1}{m_2 L_2} \cdot \ddot{\xi}_{k,i,1}(t_1) \quad (3.21)$$

con la condición de que $\frac{t_1}{T_1} = \frac{t_2}{T_2}$.

Las expresiones 3.17 a 3.21 constituyen las fórmulas de semejanza generalizadas para los modelos de cargas puntuales. La formulación se ha planteado para el cálculo de la semejanza entre las respuestas de dos sistemas sometidos al paso de una carga puntual para el i -ésimo modo de vibración de la estructura. Si el número de cargas es superior a uno y considerando un subconjunto de modos de vibración, el proceso se repite aplicando el principio de superposición modal para determinar la respuesta frente a cada carga y sumando la contribución a la respuesta total de cada una de las cargas (figura 3.1).

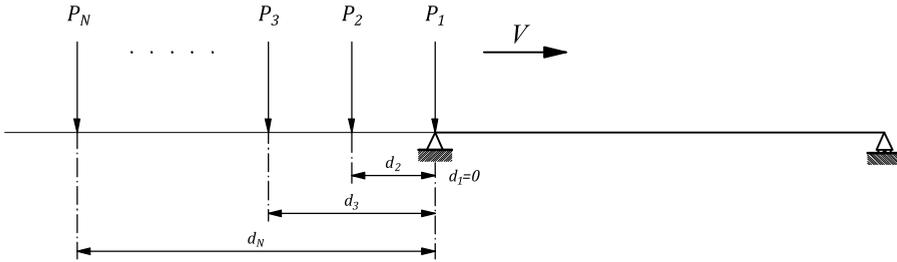


Figura 3.1: Esquema del Modelo de Cargas Puntuales con un grupo de N cargas

$$\xi_2(t_2) = \frac{\omega_{0,1}^2 \cdot m_1 L_1}{\omega_{0,2}^2 \cdot m_2 L_2} \sum_{k=1}^{N_{cargas}} \sum_{i=1}^{N_{modos}} \frac{P_{k,2}}{P_{k,1}} \cdot \xi_{k,i,1}(t_1) \quad (3.22)$$

$$\ddot{\xi}_2(t_2) = \frac{m_1 L_1}{m_2 L_2} \sum_{k=1}^{N_{cargas}} \sum_{i=1}^{N_{modos}} \frac{P_{k,2}}{P_{k,1}} \cdot \ddot{\xi}_{k,i,1}(t_1) \quad (3.23)$$

3.2.3. Parámetros fundamentales del Modelo de Cargas Puntuales

La validez de las fórmulas de semejanza generalizadas para el Modelo de Cargas Puntuales presentadas en el apartado anterior está supeditada a que el valor de la velocidad adimensional α , la tasa de amortiguamiento estructural ζ_i y la relación de distancias $\frac{d_k}{L}$ sea igual en ambos sistemas. Siendo la respuesta proporcional a la carga por eje considerada P_k e inversamente proporcional al producto de la masa del puente por el cuadrado de su frecuencia natural, la variabilidad de la respuesta dinámica del sistema queda afectada únicamente por el valor de los parámetros α , ζ_i y $\frac{d_k}{L}$, que constituyen por tanto los parámetros fundamentales del Modelo de Cargas Puntuales:

$$\begin{array}{l} \text{Parámetros fundamentales del} \\ \text{Modelo de Cargas Puntuales} \end{array} \longrightarrow \left(\alpha, \zeta_i, \frac{d_k}{L} \right) \quad (3.24)$$

La condición que debe satisfacerse para que las fórmulas de semejanza generalizadas del Modelo de Cargas Puntuales sean de aplicabilidad en sistemas distintos es que se conserve entre ellos el valor de los parámetros fundamentales definidos. Esta restricción tiene en la práctica las siguientes implicaciones:

- El amortiguamiento estructural es un parámetro de difícil definición y que depende de varios factores (longitud del vano, tipología y materiales del tablero, amplitud de las vibraciones, frecuencias y modos de vibración...). Los valores adoptados por las normativas surgen de considerar un límite inferior de las mediciones reales existentes. Se dividen las estructuras en categorías según el material y se propone un nivel de amortiguamiento estructural en función de éste y de la luz. Por tanto, es razonable suponer que la tasa de amortiguamiento es similar en puentes de una misma luz, e incluso en puentes de luces no muy distintas, por lo que la condición de equivalencia de tasas de amortiguamiento no supone un impedimento para la aplicabilidad de las fórmulas de semejanza generalizadas del Modelo de Cargas Puntuales en sistemas reales.

- La condición de equivalencia de la velocidad adimensional α entre los sistemas implica que el avance de la carga en cada periodo de oscilación del puente (VT) expresado como fracción de la luz del puente (VT/L) sea coincidente en cada sistema. Para un sistema dado es posible representar los desplazamientos y aceleraciones en función de la velocidad adimensional VT/L . Si se mantiene el resto de parámetros fundamentales, será posible aplicar las relaciones de semejanza para calcular los desplazamientos y aceleraciones en cualquier otro sistema que se desee estudiar para una velocidad adimensional determinada. Esta segunda restricción se satisface por tanto para cualquier sistema que se desee estudiar.

- La última de las condiciones impuestas para la aplicación de las fórmulas de semejanza generalizadas del Modelo de Cargas Puntuales implica que se mantengan el valor del parámetro de distancias $\frac{d_k}{L}$. Esta condición sólo puede cumplirse en la práctica si se trata de establecer la semejanza entre puentes de la misma luz, ya que las distancias entre ejes de las composiciones reales tienen unos valores fijos determinados.

El empleo de las fórmulas de semejanza generalizadas para el cálculo de la semejanza entre sistemas reales queda restringido a sistemas con luces idénticas. Si se deseara aplicar la semejanza entre dos puentes de distinta luz, sería necesario *modificar* las distancias d_i entre las cargas del tren. Sin embargo, la formulación planteada permite identificar los parámetros fundamentales de los que depende la respuesta, de modo que realizando estudios de sensibilidad sobre dichos parámetros es posible identificar su influencia en el comportamiento dinámico de los sistemas y así extraer conclusiones respecto al funcionamiento en casos reales.

3.3. Fórmulas de semejanza generalizadas para el Modelo de Interacción Completo

3.3.1. Formulación adimensional del Modelo de Interacción Completo

Se parte de la ecuación diferencial del equilibrio dinámico de un sistema compuesto por un coche representado según el Modelo de Interacción Completo circulando a velocidad constante sobre un puente isostático considerando la contribución del modo fundamental ² El esquema del sistema descrito, ya presentado anteriormente, se repite a continuación (figura 3.2) para facilitar la lectura del documento.

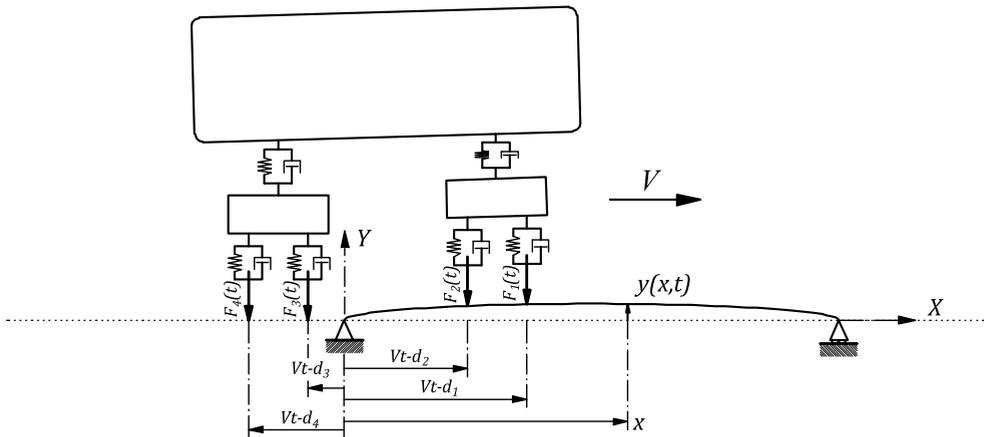


Figura 3.2: Modelo de Interacción Completo

De nuevo se parte de la ecuación del equilibrio dinámico del modelo (ecuación 2.38):

²Para facilitar la claridad del texto se particulariza la obtención de las fórmulas de semejanza generalizadas del Modelo de Interacción Completo considerando únicamente la contribución del modo fundamental. El proceso desarrollado puede extrapolarse a un número cualquiera de modos de vibración tal y como se ha presentado en el Modelo de Cargas Puntuales.

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} M_b + A(t)^T M_{rr} A(t) & 0 \\ 0 & M_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\ddot{\xi}}(t) \\ \underline{\ddot{z}}_v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_b + A(t)^T C_{rr} A(t) & A(t)^T C_{rv} \\ C_{vr} A(t) & C_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{\xi}}(t) \\ \underline{\dot{z}}_v(t) \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} K_b + A(t)^T K_{rr} A(t) & A(t)^T K_{rv} \\ K_{vr} A(t) & K_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\xi}(t) \\ \underline{z}_v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(t)^T \left(\underline{F}_{gr} - K_{rv} K_{vv}^{-1} \underline{F}_{gv} \right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)
\end{aligned}$$

Las diferentes matrices y vectores presentes en la ecuación anterior se detallan a continuación:

$$\begin{bmatrix} M_b + A(t)^T M_{rr} A(t) & 0 \\ 0 & M_{vv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{mL}{2} + m_e \sum_{i=1}^4 S_i^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_b \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_b + A(t)^T C_{rr} A(t) & A(t)^T C_{rv} \\ C_{vr} A(t) & C_{vv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_0 \omega_0 m L + c_p \sum_{i=1}^4 \mathbb{S}_i^2 & 0 & 0 & -c_p(\mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2) & c_p \frac{b}{2}(\mathbb{S}_1 - \mathbb{S}_2) & -c_p(\mathbb{S}_3 + \mathbb{S}_4) & c_p \frac{b}{2}(\mathbb{S}_3 - \mathbb{S}_4) \\ 0 & 2c_s & 0 & -c_s & 0 & -c_s & 0 \\ 0 & 0 & c_s \frac{r^2}{2} & c_s \frac{r}{2} & 0 & -c_s \frac{r}{2} & 0 \\ -c_p(\mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2) & -c_s & c_s \frac{r}{2} & 2c_p + c_s & 0 & 0 & 0 \\ c_p \frac{b}{2}(\mathbb{S}_1 - \mathbb{S}_2) & 0 & 0 & 0 & c_p \frac{b^2}{2} & 0 & 0 \\ -c_p(\mathbb{S}_3 + \mathbb{S}_4) & -c_s & -c_s \frac{r}{2} & 0 & 0 & 2c_p + c_s & 0 \\ c_p \frac{b}{2}(\mathbb{S}_3 - \mathbb{S}_4) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_p \frac{b^2}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K_b + A(t)^T K_{rr} A(t) & A(t)^T K_{rv} \\ K_{vr} A(t) & K_{vv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_0^2 \frac{mL}{2} + k_p \sum_{i=1}^4 \mathbb{S}_i^2 & 0 & 0 & -k_p(\mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2) & k_p \frac{b}{2}(\mathbb{S}_1 - \mathbb{S}_2) & -k_p(\mathbb{S}_3 + \mathbb{S}_4) & k_p \frac{b}{2}(\mathbb{S}_3 - \mathbb{S}_4) \\ 0 & 2k_s & 0 & -k_s & 0 & -k_s & 0 \\ 0 & 0 & k_s \frac{r^2}{2} & k_s \frac{r}{2} & 0 & -k_s \frac{r}{2} & 0 \\ -k_p(\mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2) & -k_s & k_s \frac{r}{2} & 2k_p + k_s & 0 & 0 & 0 \\ k_p \frac{b}{2}(\mathbb{S}_1 - \mathbb{S}_2) & 0 & 0 & 0 & k_p \frac{b^2}{2} & 0 & 0 \\ -k_p(\mathbb{S}_3 + \mathbb{S}_4) & -k_s & -k_s \frac{r}{2} & 0 & 0 & 2k_p + k_s & 0 \\ k_p \frac{b}{2}(\mathbb{S}_3 - \mathbb{S}_4) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_p \frac{b^2}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\underline{z}}(t) \\ \ddot{\underline{z}}_v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\xi}(t) \\ \ddot{z}_c(t) \\ \ddot{\psi}_c(t) \\ \ddot{z}_{bd}(t) \\ \ddot{\psi}_{bd}(t) \\ \ddot{z}_{bt}(t) \\ \ddot{\psi}_{bt}(t) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \dot{\underline{z}}(t) \\ \dot{\underline{z}}_v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\xi}(t) \\ \dot{z}_c(t) \\ \dot{\psi}_c(t) \\ \dot{z}_{bd}(t) \\ \dot{\psi}_{bd}(t) \\ \dot{z}_{bt}(t) \\ \dot{\psi}_{bt}(t) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \underline{z}(t) \\ \underline{z}_v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi(t) \\ z_c(t) \\ \psi_c(t) \\ z_{bd}(t) \\ \psi_{bd}(t) \\ z_{bt}(t) \\ \psi_{bt}(t) \end{bmatrix}$$

La notación empleada en las expresiones anteriores ha sido la siguiente:

- ↪ d : Distancia entre vehículos
- ↪ r : Distancia entre pivotes de bogies
- ↪ b : Empate del bogie
- ↪ m_c : Masa de la caja
- ↪ J_c : Inercia de la caja
- ↪ m_b : Masa del bogie
- ↪ J_b : Inercia del bogie
- ↪ m_e : Masa del eje
- ↪ k_s : Rigidez de la suspensión secundaria
- ↪ c_s : Constante del amortiguador viscoso de la suspensión secundaria
- ↪ k_p : Rigidez de la suspensión primaria
- ↪ c_p : Constante del amortiguador viscoso de la suspensión primaria
- ↪ ω_0 : Frecuencia fundamental del puente
- ↪ $\xi(t)$: Amplitud del primer modo de vibración (positiva si ascendente)

- ↪ $z_c(t), z_{bd}(t), z_{bt}(t)$: Desplazamiento de la caja (masa suspendida), el bogie delantero y el bogie trasero (masas semi-suspendidas) respectivamente a partir de su posición de equilibrio estático (positivo si ascendente)
- ↪ $\psi_c(t), \psi_{bd}(t), \psi_{bt}(t)$: Rotación de la caja (masa suspendida), el bogie delantero y el bogie trasero (masas semi-suspendidas) respectivamente a partir de su posición de equilibrio estático (positiva si horaria)
- ↪ $S = \sin \frac{i\pi(Vt - d_k)}{L} \left[H\left(t - \frac{d_k}{V}\right) - H\left(t - \frac{d_k + L}{V}\right) \right]$. El empleo de la función de Heaviside junto al término senoidal asegura que su valor se anule siempre que la carga correspondiente no se encuentre circulando sobre el puente.

Con el objetivo de realizar la adimensionalización de la ecuación 3.25 se definen los siguientes parámetros adicionales empleando para ello las características del puente y del vehículo:

- Frecuencia fundamental del subsistema caja (figura 3.3.a) en rad/s y amortiguamiento crítico asociado.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{2k_s}{m_c}} \quad (3.26)$$

$$c_s^{crit} = 2\sqrt{2k_s m_c} \quad (3.27)$$

- Frecuencia fundamental del subsistema bogie (figura 3.3.b) en rad/s y amortiguamiento crítico asociado.

$$\omega_b = \sqrt{\frac{2k_p}{m_b}} \quad (3.28)$$

$$c_p^{crit} = 2\sqrt{2k_p m_b} \quad (3.29)$$

- Inercia a rotación ficticia generada a partir de los parámetros característicos del tablero.

$$J_p = mL^3 \quad (3.30)$$

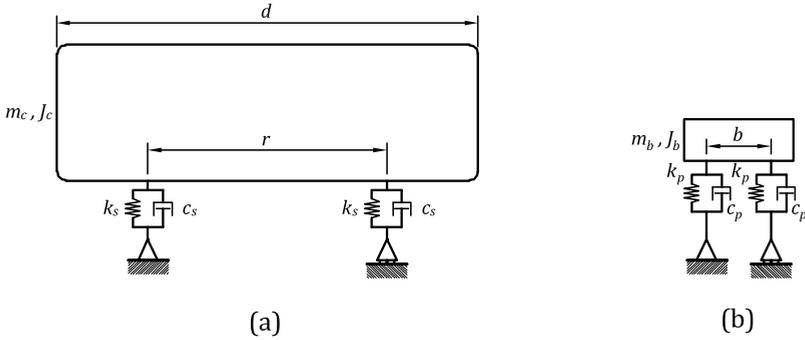


Figura 3.3: Subsistemas del Modelo de Interacción Completo: a) subsistema caja. b) subsistema bogie

Se definen los siguientes parámetros adimensionales:

$$\text{Parámetros de relación de distancias:} \quad \beta_d = \frac{L}{d} \quad \beta_r = \frac{L}{r} \quad \beta_b = \frac{L}{b}$$

$$\text{Parámetros de relación de masas:} \quad \mu_c = \frac{m_c}{mL} \quad \mu_b = \frac{m_b}{mL} \quad \mu_e = \frac{m_e}{mL}$$

$$\text{Parámetros de relación de frecuencias:} \quad \eta_c = \frac{\omega_c}{\omega_0} \quad \eta_b = \frac{\omega_b}{\omega_0}$$

$$\text{Parámetros de relación de inercias:} \quad \gamma_c = \frac{J_c}{J_p} \quad \gamma_b = \frac{J_b}{J_p}$$

$$\text{Parámetros de relación de amortiguamientos:} \quad \zeta_p = \frac{2c_p}{c_p^{crit}} \quad \zeta_s = \frac{2c_s}{c_s^{crit}}$$

Las relaciones permiten expresar el conjunto de variables del sistema en función de las características del puente: L , m y ω_0 :

$$m_c = \mu_c mL \quad m_b = \mu_b mL \quad m_e = \mu_e mL \quad (3.31)$$

$$\omega_b = \eta_b \omega_0 \quad \omega_c = \eta_c \omega_0 \quad (3.32)$$

$$c_p = 2\zeta_p \eta_b \mu_b mL \omega_0 \quad c_s = 2\zeta_s \eta_c \mu_c mL \omega_0 \quad (3.33)$$

$$k_p = \frac{1}{2} \eta_b^2 \mu_b mL \omega_0^2 \quad k_s = \frac{1}{2} \eta_c^2 \mu_c mL \omega_0^2 \quad (3.34)$$

$$b = \frac{L}{\beta_b} \quad r = \frac{L}{\beta_r} \quad d = \frac{L}{\beta_d} \quad (3.35)$$

$$J_b = \gamma_b mL^3 \quad J_c = \gamma_c mL^3 \quad (3.36)$$

Al igual que se hizo en el apartado 3.2.1 se definen el tiempo adimensional τ y la velocidad adimensional o frecuencia de la excitación α :

$$\tau = \frac{t}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi} t \quad \alpha = \frac{VT}{L} \quad (3.37)$$

Empleando una formulación análoga a la presentada mediante las ecuaciones 3.9 y 3.10 las primeras y segundas derivadas temporales de los vectores desplazamiento de los grados de libertad del sistema pueden expresarse en función de las derivadas respecto del tiempo adimensional del siguiente modo:

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}(t) \\ \dot{z}_c(t) \\ \dot{\psi}_c(t) \\ \dot{z}_{bd}(t) \\ \dot{\psi}_{bd}(t) \\ \dot{z}_{bt}(t) \\ \dot{\psi}_{bt}(t) \end{bmatrix} = \left(\frac{\omega_0}{2\pi}\right) \begin{bmatrix} \xi'(\tau) \\ z'_c(\tau) \\ \psi'_c(\tau) \\ z'_{bd}(\tau) \\ \psi'_{bd}(\tau) \\ z'_{bt}(\tau) \\ \psi'_{bt}(\tau) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \ddot{\xi}(t) \\ \ddot{z}_c(t) \\ \ddot{\psi}_c(t) \\ \ddot{z}_{bd}(t) \\ \ddot{\psi}_{bd}(t) \\ \ddot{z}_{bt}(t) \\ \ddot{\psi}_{bt}(t) \end{bmatrix} = \left(\frac{\omega_0}{2\pi}\right)^2 \begin{bmatrix} \xi''(\tau) \\ z''_c(\tau) \\ \psi''_c(\tau) \\ z''_{bd}(\tau) \\ \psi''_{bd}(\tau) \\ z''_{bt}(\tau) \\ \psi''_{bt}(\tau) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

El argumento de la función senoidal y la función de Heaviside se dimensionalizan empleando la definición de la velocidad y el tiempo dimensionales según:

$$\begin{aligned} \mathbb{S}_i &= \sin\left(\frac{\pi}{L}(Vt - d_k)\right) \left[H\left(t - \frac{d_k}{V}\right) - H\left(t - \frac{d_k + L}{V}\right) \right] = \\ &= \sin\left(\pi\left(\alpha\tau - \frac{d_i}{L}\right)\right) \left[H\left(\tau - \frac{d_k}{\alpha L}\right) - H\left(\tau - \frac{d_k + L}{\alpha L}\right) \right] \end{aligned} \quad (3.39)$$

Los términos dimensionalizados 3.31 a 3.36 junto con la variación de los grados de libertad del sistema respecto de τ facilitada en 3.38 se introducen en la ecuación 3.25:

$$\left(\frac{\omega_0}{2\pi}\right)^2 mL\mathcal{M}\mathbf{v}'' + \frac{\omega_0^2}{2\pi} mL\mathcal{C}\mathbf{v}' + \omega_0^2 mL\mathcal{K}\mathbf{v} = \left(\mu_e + \frac{\mu_b}{2} + \frac{\mu_c}{4}\right) mLg\mathcal{F} \quad (3.40)$$

Los términos $(\mathcal{M}, \mathcal{C}, \mathcal{K}, \mathcal{F}, \mathbf{v}'', \mathbf{v}', \mathbf{v})$ de la ecuación 3.40 se detallan a continuación.

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \mu_e \sum_{i=1}^4 \mathbb{S}_i^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_c L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_b L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_b L^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} \zeta_0 + 2\Gamma_b \sum_{i=1}^4 \mathbb{S}_i^2 & 0 & 0 & -2\Gamma_b(\mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2) & \frac{\Gamma_b L}{\beta_b}(\mathbb{S}_1 - \mathbb{S}_2) & -\Gamma_b(\mathbb{S}_3 + \mathbb{S}_4) & \frac{\Gamma_b L}{\beta_b}(\mathbb{S}_3 - \mathbb{S}_4) \\ 0 & 4\Gamma_c & 0 & -2\Gamma_c & 0 & -2\Gamma_c & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Gamma_c L^2}{\beta_r^2} & \frac{\Gamma_c L}{\beta_r} & 0 & \frac{\Gamma_c L}{\beta_r} & 0 \\ -2\Gamma_b(\mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2) & -2\Gamma_c & \frac{\Gamma_c L}{\beta_r} & 4\Gamma_b + 2\Gamma_c & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Gamma_b L}{\beta_b}(\mathbb{S}_1 - \mathbb{S}_2) & 0 & 0 & 0 & \frac{\Gamma_b L^2}{\beta_b^2} & 0 & 0 \\ -2\Gamma_b(\mathbb{S}_3 + \mathbb{S}_4) & -2\Gamma_c & -\frac{\Gamma_c L}{\beta_r} & 0 & 0 & 4\Gamma_b + 2\Gamma_c & 0 \\ \frac{\Gamma_b L}{\beta_b}(\mathbb{S}_3 - \mathbb{S}_4) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\Gamma_b L^2}{\beta_b^2} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{\Upsilon_b}{2} \sum_{i=1}^4 \mathbb{S}_i^2 & 0 & 0 & -\frac{\Upsilon_b}{2}(\mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2) & \frac{\Upsilon_b L}{4\beta_b}(\mathbb{S}_1 - \mathbb{S}_2) & -\frac{\Upsilon_b}{2}(\mathbb{S}_3 + \mathbb{S}_4) & \frac{\Upsilon_b L}{4\beta_b}(\mathbb{S}_3 - \mathbb{S}_4) \\ 0 & \Upsilon_c & 0 & -\frac{\Upsilon_c}{2} & 0 & -\frac{\Upsilon_c}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Upsilon_c L^2}{4\beta_r^2} & \frac{\Upsilon_c L}{4\beta_r} & 0 & -\frac{\Upsilon_c L}{4\beta_r} & 0 \\ -\frac{\Upsilon_b}{2}(\mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2) & -\frac{\Upsilon_c}{2} & \frac{\Upsilon_c L}{4\beta_r} & \Upsilon_b + \frac{\Upsilon_c}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Upsilon_b L}{4\beta_b}(\mathbb{S}_1 - \mathbb{S}_2) & 0 & 0 & 0 & \frac{\Upsilon_b L^2}{4\beta_b^2} & 0 & 0 \\ -\frac{\Upsilon_b}{2}(\mathbb{S}_3 + \mathbb{S}_4) & -\frac{\Upsilon_c}{2} & -\frac{\Upsilon_c L}{4\beta_r} & 0 & 0 & \Upsilon_b + \frac{\Upsilon_c}{2} & 0 \\ \frac{\Upsilon_b L}{4\beta_b}(\mathbb{S}_3 - \mathbb{S}_4) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\Upsilon_b L^2}{4\beta_b^2} \end{bmatrix}$$

siendo:

$$\begin{aligned} \Gamma_b &= \zeta_p \eta_b \mu_b & \Gamma_c &= \zeta_s \eta_c \mu_c \\ \Upsilon_b &= \eta_b^2 \mu_b & \Upsilon_c &= \eta_c^2 \mu_c \end{aligned}$$

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} -1 \sum_{i=1}^4 \mathbb{S}_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}'' = \begin{bmatrix} \xi''(\tau) \\ z_c''(\tau) \\ \psi_c''(\tau) \\ z_{bd}''(\tau) \\ \psi_{bd}''(\tau) \\ z_{bt}''(\tau) \\ \psi_{bt}''(\tau) \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}' = \begin{bmatrix} \xi'(\tau) \\ z_c'(\tau) \\ \psi_c'(\tau) \\ z_{bd}'(\tau) \\ \psi_{bd}'(\tau) \\ z_{bt}'(\tau) \\ \psi_{bt}'(\tau) \end{bmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \xi(\tau) \\ z_c(\tau) \\ \psi_c(\tau) \\ z_{bd}(\tau) \\ \psi_{bd}(\tau) \\ z_{bt}(\tau) \\ \psi_{bt}(\tau) \end{bmatrix}$$

Para continuar con el proceso de adimensionalización de las ecuaciones del Modelo de Interacción Completo se divide a ambos lados de la igualdad en la ecuación 3.40 por el cuadrado de la frecuencia natural del puente, por la luz del mismo y por su masa total mL . Adicionalmente se simplifican la tercera, quinta y séptima ecuación siendo factor común en todas ellas la luz del puente.

$$\frac{1}{4\pi^2} \mathcal{M} \mathbf{v}'' + \frac{1}{2\pi} mL \mathcal{C} \mathbf{v}' + \mathcal{K} \mathbf{v} = \frac{\left(\mu_e + \frac{\mu_b}{2} + \frac{\mu_c}{4} \right) g}{\omega_0^2 L} \mathcal{F} \quad (3.41)$$

A continuación se adimensionalizan los desplazamientos y velocidades lineales en función de la luz del puente:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \xi(\tau) \\ z_c(\tau) \\ \psi_c(\tau) \\ z_{bd}(\tau) \\ \psi_{bd}(\tau) \\ z_{bt}(\tau) \\ \psi_{bt}(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\xi}(\tau) \cdot L \\ \tilde{z}_c(\tau) \cdot L \\ \psi_c(\tau) \\ \tilde{z}_{bd}(\tau) \cdot L \\ \psi_{bd}(\tau) \\ \tilde{z}_{bt}(\tau) \cdot L \\ \psi_{bt}(\tau) \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}' = \begin{bmatrix} \xi'(\tau) \\ z'_c(\tau) \\ \psi'_c(\tau) \\ z'_{bd}(\tau) \\ \psi'_{bd}(\tau) \\ z'_{bt}(\tau) \\ \psi'_{bt}(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\xi}'(\tau) \cdot L \\ \tilde{z}'_c(\tau) \cdot L \\ \psi'_c(\tau) \\ \tilde{z}'_{bd}(\tau) \cdot L \\ \psi'_{bd}(\tau) \\ \tilde{z}'_{bt}(\tau) \cdot L \\ \psi'_{bt}(\tau) \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}'' = \begin{bmatrix} \xi''(\tau) \\ z''_c(\tau) \\ \psi''_c(\tau) \\ z''_{bd}(\tau) \\ \psi''_{bd}(\tau) \\ z''_{bt}(\tau) \\ \psi''_{bt}(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\xi}''(\tau) \cdot L \\ \tilde{z}''_c(\tau) \cdot L \\ \psi''_c(\tau) \\ \tilde{z}''_{bd}(\tau) \cdot L \\ \psi''_{bd}(\tau) \\ \tilde{z}''_{bt}(\tau) \cdot L \\ \psi''_{bt}(\tau) \end{bmatrix}$$

siendo P_k el valor de la carga estática por eje del coche: $P_k = \left(m_e + \frac{1}{2} m_b + \frac{1}{4} m_c \right) g$, se establece en 3.41 la siguiente igualdad:

$$\left(\mu_e + \mu_b \frac{1}{2} + \mu_c \frac{1}{4} \right) g = \left(m_e + m_b \frac{1}{2} + m_c \frac{1}{4} \right) \frac{g}{mL} = \frac{P_k}{mL}$$

Sustituyendo las relaciones anteriores se obtiene la ecuación del equilibrio dinámico del Modelo de Interacción Completo escrita de forma adimensional:

$$\frac{1}{4\pi^2} \mathcal{M} \tilde{\mathbf{v}}'' + \frac{1}{2\pi} mL \mathcal{C} \tilde{\mathbf{v}}' + \mathcal{K} \tilde{\mathbf{v}} = \frac{P_k}{\omega_0^2 mL^2} \mathcal{F} \quad (3.42)$$

Los términos $(\mathcal{M}, \mathcal{C}, \mathcal{K}, \mathcal{F}, \tilde{\mathbf{v}}'', \tilde{\mathbf{v}}', \tilde{\mathbf{v}})$ de la ecuación 3.42 se detallan a continuación.

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \mu_e \sum_{i=1}^4 \mathbb{S}_i^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_b \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} \zeta_0 + 2\Gamma_b \sum_{i=1}^4 \mathbb{S}_i^2 & 0 & 0 & -2\Gamma_b(\mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2) & \frac{\Gamma_b}{\beta_b}(\mathbb{S}_1 - \mathbb{S}_2) & -\Gamma_b(\mathbb{S}_3 + \mathbb{S}_4) & \frac{\Gamma_b}{\beta_b}(\mathbb{S}_3 - \mathbb{S}_4) \\ 0 & 4\Gamma_c & 0 & -2\Gamma_c & 0 & -2\Gamma_c & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Gamma_c}{\beta_r^2} & \frac{\Gamma_c}{\beta_r} & 0 & \frac{\Gamma_c}{\beta_r} & 0 \\ -2\Gamma_b(\mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2) & -2\Gamma_c & \frac{\Gamma_c}{\beta_r} & 4\Gamma_b + 2\Gamma_c & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Gamma_b}{\beta_b}(\mathbb{S}_1 - \mathbb{S}_2) & 0 & 0 & 0 & \frac{\Gamma_b}{\beta_b^2} & 0 & 0 \\ -2\Gamma_b(\mathbb{S}_3 + \mathbb{S}_4) & -2\Gamma_c & -\frac{\Gamma_c}{\beta_r} & 0 & 0 & 4\Gamma_b + 2\Gamma_c & 0 \\ \frac{\Gamma_b}{\beta_b}(\mathbb{S}_3 - \mathbb{S}_4) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\Gamma_b}{\beta_b^2} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{K} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{\Upsilon_b}{2} \sum_{i=1}^4 \mathbb{S}_i^2 & 0 & 0 & -\frac{\Upsilon_b}{2} (\mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2) & \frac{\Upsilon_b}{4\beta_b} (\mathbb{S}_1 - \mathbb{S}_2) & -\frac{\Upsilon_b}{2} (\mathbb{S}_3 + \mathbb{S}_4) & \frac{\Upsilon_b}{4\beta_b} (\mathbb{S}_3 - \mathbb{S}_4) \\ 0 & \Upsilon_c & 0 & -\frac{\Upsilon_c}{2} & 0 & -\frac{\Upsilon_c}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Upsilon_c}{4\beta_r^2} & \frac{\Upsilon_c}{4\beta_r} & 0 & -\frac{\Upsilon_c}{4\beta_r} & 0 \\ -\frac{\Upsilon_b}{2} (\mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2) & -\frac{\Upsilon_c}{2} & \frac{\Upsilon_c}{4\beta_r} & \Upsilon_b + \frac{\Upsilon_c}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Upsilon_b}{4\beta_b} (\mathbb{S}_1 - \mathbb{S}_2) & 0 & 0 & 0 & \frac{\Upsilon_b}{4\beta_b^2} & 0 & 0 \\ -\frac{\Upsilon_b}{2} (\mathbb{S}_3 + \mathbb{S}_4) & -\frac{\Upsilon_c}{2} & -\frac{\Upsilon_c}{4\beta_r} & 0 & 0 & \Upsilon_b + \frac{\Upsilon_c}{2} & 0 \\ \frac{\Upsilon_b}{4\beta_b} (\mathbb{S}_3 - \mathbb{S}_4) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\Upsilon_b}{4\beta_b^2} \end{bmatrix}$$

siendo:

$$\begin{aligned} \Gamma_b &= \zeta_p \eta_b \mu_b & \Gamma_c &= \zeta_s \eta_c \mu_c \\ \Upsilon_b &= \eta_b^2 \mu_b & \Upsilon_c &= \eta_c^2 \mu_c \end{aligned}$$

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} -1 \sum_{i=1}^4 \mathbb{S}_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{v}}'' = \begin{bmatrix} \tilde{\xi}''(\tau) \\ \tilde{z}_c''(\tau) \\ \psi_c''(\tau) \\ \tilde{z}_{bd}''(\tau) \\ \psi_{bd}''(\tau) \\ \tilde{z}_{bt}''(\tau) \\ \psi_{bt}''(\tau) \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{v}}' = \begin{bmatrix} \tilde{\xi}'(\tau) \\ \tilde{z}_c'(\tau) \\ \psi_c'(\tau) \\ \tilde{z}_{bd}'(\tau) \\ \psi_{bd}'(\tau) \\ \tilde{z}_{bt}'(\tau) \\ \psi_{bt}'(\tau) \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} \tilde{\xi}(\tau) \\ \tilde{z}_c(\tau) \\ \psi_c(\tau) \\ \tilde{z}_{bd}(\tau) \\ \psi_{bd}(\tau) \\ \tilde{z}_{bt}(\tau) \\ \psi_{bt}(\tau) \end{bmatrix}$$

3.3.2. Fórmulas de semejanza generalizadas del Modelo de Interacción Completo

En la ecuación 3.42 puede observarse como, de manera análoga a lo acontecido con el Modelo de Cargas Puntuales y admitiendo la hipótesis de que la estructura permanece en régimen elástico lineal y sometida a pequeños desplazamientos, es

posible definir una constante de proporcionalidad para el cálculo de la respuesta del sistema. La respuesta es proporcional a la carga por eje, P_k , e inversamente proporcional al producto de la masa del puente, la luz y el cuadrado de su frecuencia fundamental. La constante de proporcionalidad así definida multiplicada por una función \mathcal{F}_s , cuyo valor depende del resto de parámetros que intervienen en el equilibrio dinámico, proporciona la respuesta del sistema.

$$\mathcal{F}_s \left(i, \tau, \beta_{d,s}, \beta_{r,s}, \beta_{b,s}, \mu_{c,s}, \mu_{b,s}, \mu_{e,s}, \eta_{b,s}, \zeta_{p,s}, \eta_{c,s}, \gamma_{c,s}, \gamma_{b,s}, \zeta_{s,s}, \zeta_{i,s}, \alpha_s \right)$$

Si entre dos sistemas se mantiene constante el valor de los distintos parámetros de los que depende la función \mathcal{F} , será posible aplicar entre ellos las fórmulas de semejanza:

$$\begin{bmatrix} \xi_2(\tau) \\ \tilde{z}_{c2}(\tau) \\ \psi_{c2}(\tau) \\ \tilde{z}_{bd2}(\tau) \\ \psi_{bd2}(\tau) \\ \tilde{z}_{bt2}(\tau) \\ \psi_{bt2}(\tau) \end{bmatrix} = \frac{P_{k,2} \omega_{01}^2 m_1 L_1^2}{P_{k,1} \omega_{02}^2 m_2 L_2^2} \begin{bmatrix} \xi_1(\tau) \\ \tilde{z}_{c1}(\tau) \\ \psi_{c1}(\tau) \\ \tilde{z}_{bd1}(\tau) \\ \psi_{bd1}(\tau) \\ \tilde{z}_{bt1}(\tau) \\ \psi_{bt1}(\tau) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

En la expresión anterior los desplazamientos están adimensionalizados respecto de la luz del puente. Resulta de mayor interés establecer la semejanza entre desplazamientos reales, de manera que la ecuación anterior puede reformularse del siguiente modo:

$$\begin{bmatrix} \xi_2(\tau) \\ z_{c2}(\tau) \\ \psi_{c2}(\tau) \cdot L_2 \\ z_{bd2}(\tau) \\ \psi_{bd2}(\tau) \cdot L_2 \\ z_{bt2}(\tau) \\ \psi_{bt2}(\tau) \cdot L_2 \end{bmatrix} = \frac{P_{k,2} \omega_{01}^2 m_1 L_1}{P_{k,1} \omega_{02}^2 m_2 L_2} \begin{bmatrix} \xi_1(\tau) \\ z_{c1}(\tau) \\ \psi_{c1}(\tau) \cdot L_1 \\ z_{bd1}(\tau) \\ \psi_{bd1}(\tau) \cdot L_1 \\ z_{bt1}(\tau) \\ \psi_{bt1}(\tau) \cdot L_1 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Para obtener la semejanza entre las aceleraciones de los sistemas, la ecuación anterior se deriva dos veces respecto del tiempo. Incluyendo las relaciones propuestas en 3.38 se obtiene la siguiente expresión, en la que se recuerda que los puntos sobre las variables indican derivación respecto del tiempo t :

$$\begin{bmatrix} \ddot{\xi}_2(\tau) \\ \ddot{z}_{c2}(\tau) \\ \ddot{\psi}_{c2}(\tau) \cdot L_2 \\ \ddot{z}_{bd2}(\tau) \\ \ddot{\psi}_{bd2}(\tau) \cdot L_2 \\ \ddot{z}_{bt2}(\tau) \\ \ddot{\psi}_{bt2}(\tau) \cdot L_2 \end{bmatrix} = \frac{P_{k,2} m_1 L_1}{P_{k,1} m_2 L_2} \begin{bmatrix} \ddot{\xi}_1(\tau) \\ \ddot{z}_{c1}(\tau) \\ \ddot{\psi}_{c1}(\tau) \cdot L_1 \\ \ddot{z}_{bd1}(\tau) \\ \ddot{\psi}_{bd1}(\tau) \cdot L_1 \\ \ddot{z}_{bt1}(\tau) \\ \ddot{\psi}_{bt1}(\tau) \cdot L_1 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Finalmente, las expresiones 3.44 y 3.45 se expresan en función del tiempo t :

$$\begin{bmatrix} \xi_2(t = t_2) \\ z_{c2}(t = t_2) \\ \psi_{c2}(t = t_2) \cdot L_2 \\ z_{bd2}(t = t_2) \\ \psi_{bd2}(t = t_2) \cdot L_2 \\ z_{bt2}(t = t_2) \\ \psi_{bt2}(t = t_2) \cdot L_2 \end{bmatrix} = \frac{P_{k,2} \omega_{01}^2 m_1 L_1}{P_{k,1} \omega_{02}^2 m_2 L_2} \begin{bmatrix} \xi_1(t = t_1) \\ z_{c1}(t = t_1) \\ \psi_{c1}(t = t_1) \cdot L_1 \\ z_{bd1}(t = t_1) \\ \psi_{bd1}(t = t_1) \cdot L_1 \\ z_{bt1}(t = t_1) \\ \psi_{bt1}(t = t_1) \cdot L_1 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\xi}_2(t_2) \\ \ddot{z}_{c2}(t_2) \\ \ddot{\psi}_{c2}(t_2) \cdot L_2 \\ \ddot{z}_{bd2}(t_2) \\ \ddot{\psi}_{bd2}(t_2) \cdot L_2 \\ \ddot{z}_{bt2}(t_2) \\ \ddot{\psi}_{bt2}(t_2) \cdot L_2 \end{bmatrix} = \frac{P_{k,2} m_1 L_1}{P_{k,1} m_2 L_2} \begin{bmatrix} \ddot{\xi}_1(t_1) \\ \ddot{z}_{c1}(t_1) \\ \ddot{\psi}_{c1}(t_1) \cdot L_1 \\ \ddot{z}_{bd1}(t_1) \\ \ddot{\psi}_{bd1}(t_1) \cdot L_1 \\ \ddot{z}_{bt1}(t_1) \\ \ddot{\psi}_{bt1}(t_1) \cdot L_1 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Con la condición de que: $\frac{t_1}{T_1} = \frac{t_2}{T_2}$

Las ecuaciones 3.46 y 3.47 constituyen las fórmulas de semejanza generalizadas

para el Modelo de Interacción Completo y relacionan las respuestas de dos sistemas sometidos al paso de un coche del Modelo de Interacción Completo siempre que se satisfagan las condiciones de semejanza. Para un número cualquiera de coches, la respuesta total del sistema se calculará sumando las contribuciones ponderadas mediante la fórmula de semejanza de cada uno de los coches. En caso de haber considerado un número de modos superior a uno, las fórmulas de semejanza serían de igual aplicación y en las expresiones anteriores tan solo sería necesario modificar el vector de grados de libertad para incluir los modos cuya contribución se pretenda considerar en el cálculo de la respuesta.

3.3.3. Parámetros fundamentales del Modelo de Interacción Completo

Para que las Fórmulas de Semejanza Generalizadas del Modelo de Interacción Completo sean de aplicación entre dos sistemas deben ser iguales entre ellos el conjunto de parámetros definidos en el apartado anterior para realizar la escritura adimensional del modelo así como la velocidad adimensional α y la tasa de amortiguamiento estructural ζ_i .

Los parámetros fundamentales del Modelo de Interacción Completo son los siguientes:

$$\text{Parámetros de relación de distancias:} \quad \beta_d = \frac{L}{d} \quad \beta_r = \frac{L}{r} \quad \beta_b = \frac{L}{b}$$

$$\text{Parámetros de relación de masas:} \quad \mu_c = \frac{m_c}{mL} \quad \mu_b = \frac{m_b}{mL} \quad \mu_e = \frac{m_e}{mL}$$

$$\text{Parámetros de relación de frecuencias:} \quad \eta_c = \frac{\omega_c}{\omega_0} \quad \eta_b = \frac{\omega_b}{\omega_0}$$

$$\text{Parámetros de relación de inercias:} \quad \gamma_c = \frac{J_c}{J_p} \quad \gamma_b = \frac{J_b}{J_p}$$

$$\text{Parámetros de relación de amortiguamientos:} \quad \zeta_p = \frac{2c_p}{c_p^{crit}} \quad \zeta_s = \frac{2c_s}{c_s^{crit}}$$

Velocidad adimensional: α

Tasa de amortiguamiento estructural: ζ_i

Satisfacer la equivalencia de los parámetros α y ζ_i entre dos sistemas no supone un impedimento para aplicar las fórmulas de semejanza generalizadas en sistemas reales, según ha sido detallado en 3.2.3. Los porcentajes de amortiguamiento de los sistemas de suspensión primario y secundario del vehículo tampoco suponen un inconveniente (los desplazamientos y aceleraciones máximas del puente no son especialmente sensibles a variaciones de dichos parámetros dentro del intervalo de valores definido para los mismos según las composiciones de Alta Velocidad). Sin embargo, el resto de condiciones limitan la utilidad de la formulación al ámbito teórico. La imposibilidad de aplicar las fórmulas de semejanza generalizadas al proyecto de puentes reales proviene de la necesidad de mantener constantes las relaciones de distancias, masas, frecuencias e inercias. En efecto, las distintas composiciones ferroviarias están formadas por diversos elementos cuyas características mecánicas tienen valores determinados.

Al proyectar un puente para una línea de ferrocarril se ensaya con diversas soluciones constructivas que dan lugar a estructuras de masas, frecuencias e inercias ficticias diferentes; cada una de estas soluciones constructivas presentará necesariamente distintas relaciones de masas, frecuencias e inercias con las composiciones analizadas. Para aplicar la semejanza a partir de una primera hipótesis de diseño y obtener la respuesta de una determinada solución constructiva, sería necesario variar las características de las composiciones ferroviarias de manera que el valor de los parámetros de masas, frecuencias e inercias fuese constante. Dado que dichos valores son fijos para cada composición, la aplicación práctica de las fórmulas de semejanza generalizadas entre las diferentes alternativas posibles para un puente de una determinada luz es inviable.

Por lo que respecta a puentes de luces distintas, se debería mantener la proporcionalidad entre las distancias que definen cada composición y la luz del puente. Al igual que sucede al tratar de aplicar las fórmulas de semejanza generalizadas en el Modelo de Cargas Puntuales para un número cualquiera de cargas y según se explicó en el apartado 3.2.3, sería necesario modificar los valores que definen las distancias de la composición.

Por tanto, la aplicación de las fórmulas de semejanza generalizadas queda restringida al ámbito teórico, siendo su principal aportación la detección de los parámetros fundamentales que determinan el comportamiento dinámico de los distintos sistemas.

3.4. FSG y reducción de la respuesta mediante un Modelo de Interacción Completo

La reducción de desplazamientos y aceleraciones que se obtiene al pasar de un Modelo de Cargas Puntuales a uno de interacción de define mediante las siguientes expresiones:

$$R = \frac{\delta_p - \delta_i}{\delta_p} \cdot 100 \quad R' = \frac{a_p - a_i}{a_p} \cdot 100 \quad (3.48)$$

- Mediante el subíndice p se indica desplazamiento máximo δ y aceleración máxima a calculados mediante el Modelo de Cargas Puntuales.
- El subíndice i indica desplazamiento máximo δ y aceleración máxima a calculados mediante el Modelo de Interacción Completo.

Si se tienen dos sistemas tren-puente tales que sea válida la aplicación de las Fórmulas de Semejanza Generalizadas entre los mismos, entonces puede comprobarse que las reducciones de desplazamientos y aceleraciones son idénticas en ambos; es decir, si se verifican las condiciones 3.49 y 3.50

$$\begin{aligned} \mu_{e1} &= \mu_{e2} & \mu_{b1} &= \mu_{b2} & \mu_{c1} &= \mu_{c2} \\ \eta_{b1} &= \eta_{b2} & \eta_{c1} &= \eta_{c2} & & \\ \zeta_{p1} &= \zeta_{p2} & \zeta_{s1} &= \zeta_{s2} & & \\ \beta_{b1} &= \beta_{b2} & \beta_{r1} &= \beta_{r2} & \beta_{d1} &= \beta_{d2} \\ \gamma_{b1} &= \gamma_{b2} & \gamma_{c1} &= \gamma_{c2} & & \\ \zeta_{01} &= \zeta_{02} & & & & \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\alpha_1 \tau_1 - \frac{d_{i1}}{L_1} = \alpha_2 \tau_2 - \frac{d_{i2}}{L_2} \implies \begin{cases} \frac{V_1 T_1}{L_1} = \frac{V_2 T_2}{L_2} \\ \frac{t_1}{T_1} = \frac{t_2}{T_2} \\ \frac{d_{i1}}{L_1} = \frac{d_{i2}}{L_2} \end{cases} \quad (3.50)$$

entonces se cumplen las siguientes igualdades:

$$R_2 = \frac{\delta_{p,2} - \delta_{i,2}}{\delta_{p,2}} \cdot 100 = \frac{\frac{P_2 \omega_{01}^2 m_1 L_1}{P_1 \omega_{02}^2 m_2 L_2} \delta_{p,1} - \frac{P_2 \omega_{01}^2 m_1 L_1}{P_1 \omega_{02}^2 m_2 L_2} \delta_{i,1}}{\frac{P_2 \omega_{01}^2 m_1 L_1}{P_1 \omega_{02}^2 m_2 L_2} \delta_{p,1}} \cdot 100 = R_1 \quad (3.51)$$

$$R'_2 = \frac{a_{p,2} - a_{i,2}}{a_{p,2}} \cdot 100 = \frac{\frac{P_2 m_1 L_1}{P_1 m_2 L_2} \delta_{p,1} - \frac{P_2 m_1 L_1}{P_1 m_2 L_2} \delta_{i,1}}{\frac{P_2 m_1 L_1}{P_1 m_2 L_2} \delta_{p,1}} \cdot 100 = R'_1 \quad (3.52)$$

De esta manera se demuestra que las reducciones de desplazamientos y aceleraciones R y R' son las mismas para dos sistemas semejantes. Por tanto son los parámetros fundamentales expuestos en las expresiones 3.49 y 3.50 los que determinan el valor de las mismas.

3.5. FSG y cálculo del amortiguamiento adicional

La reducción de los desplazamientos y aceleraciones que se obtiene al incrementar el amortiguamiento estructural en un Modelo de Cargas Puntuales se expresa como:

$$R_{\Delta\zeta} = \frac{\delta_p - \delta_{p\Delta\zeta}}{\delta_p} \cdot 100 \quad R'_{\Delta\zeta} = \frac{a_p - a_{p\Delta\zeta}}{a_p} \cdot 100 \quad (3.53)$$

- Mediante el subíndice p se indica desplazamiento máximo δ y aceleración máxima a calculados mediante el Modelo de Cargas Puntuales.
- El subíndice $p_{\Delta\zeta}$ indica desplazamiento máximo δ y aceleración máxima a calculados tras incrementar el amortiguamiento estructural del Modelo de Cargas Puntuales.

El amortiguamiento estructural adicional a introducir en el sistema se calibra de manera que se produzca una reducción de la respuesta tal que ésta alcance el valor máximo que se obtendría mediante el Modelo de Interacción Completo:

$$\delta_{p_{\Delta\zeta},1} = \delta_{i,1} \quad (3.54)$$

De acuerdo con esta definición, las expresiones para el cálculo de las reducciones de la respuesta 3.48 y 3.53 son equivalentes: la reducción de la respuesta en el Modelo de Cargas Puntuales al introducir amortiguamiento adicional es idéntica a la experimentada al pasar al Modelo de Interacción Completo.

$$R_{\Delta\zeta} = R \quad R'_{\Delta\zeta} = R' \quad (3.55)$$

En el apartado anterior ha quedado demostrado que la reducción de la respuesta al pasar de un Modelo de Interacción Completo a uno de Cargas Puntuales es función únicamente del valor de los parámetros fundamentales que definen el sistema de interacción. A continuación se demuestra como análogamente, el amortiguamiento adicional a aplicar a un sistema de Cargas Puntuales para introducir el efecto beneficioso de la interacción depende únicamente del valor de los parámetros fundamentales que definen dicho modelo.

Para ello se calibra el amortiguamiento adicional a introducir en un sistema 1 de manera que la respuesta máxima calculada con el Modelo de Cargas Puntuales coincida con la respuesta máxima asociada al Modelo de Interacción Completo. El incremento de amortiguamiento estructural calculado se aplicará a un sistema 2, siendo 1 y 2 sistemas semejantes. Se demuestra como la reducción de la respuesta

en el sistema 2 al aplicar el amortiguamiento adicional es la que se obtiene al emplear el Modelo de Interacción Completo. Por tanto habrá quedado demostrado que en un conjunto de sistemas semejantes, el incremento de amortiguamiento que es necesario aplicar a cada Modelo de Cargas Puntuales para obtener la respuesta máxima calculada mediante el Modelo de Interacción Completo asociado es único y viene determinado inequívocamente por el conjunto de parámetros fundamentales que definen un conjunto de sistemas semejantes.

El incremento de amortiguamiento estructural a introducir en el sistema 1 es:

$$\Delta\zeta \longrightarrow \delta_{p_{\Delta\zeta},1} = \delta_{i,1} \quad (3.56)$$

Se denota como $1_{\Delta\zeta}$ al sistema 1 con amortiguamiento estructural incrementado. Se aplica el incremento de amortiguamiento calculado al sistema 2 obteniendo el sistema $2_{\Delta\zeta}$. Puesto que los sistemas 1 y 2 son sistemas semejantes, los sistemas $1_{\Delta\zeta}$ y $2_{\Delta\zeta}$ también lo son, dado que en ambos ha sido incrementado el amortiguamiento estructural en la misma cantidad.

Se plantea la Fórmula de Semejanza Generalizada entre las respuestas máximas obtenidas mediante el Modelo de Cargas Puntuales para los sistemas $1_{\Delta\zeta}$ y $2_{\Delta\zeta}$:

$$\delta_{p_{\Delta\zeta},2} = \frac{P_2 \omega_{0,1}^2 m_1 L_1}{P_1 \omega_{0,2}^2 m_2 L_2} \delta_{p_{\Delta\zeta},1} \quad (3.57)$$

Se procede análogamente para relacionar las respuestas máximas obtenidas mediante los Modelos de Interacción Completos para los sistemas 1 y 2 mediante las Fórmulas de Semejanza Generalizadas.

$$\delta_{i,2} = \frac{P_2 \omega_{0,1}^2 m_1 L_1}{P_1 \omega_{0,2}^2 m_2 L_2} \delta_{i,1} \quad (3.58)$$

Se realiza una división miembro a miembro entre las expresiones 3.57 y 3.58:

$$\frac{\delta_{i,2}}{\delta_{p_{\Delta\zeta},2}} = \frac{\frac{P_2 \omega_{0,1}^2 m_1 L_1}{P_1 \omega_{0,2}^2 m_2 L_2}}{\frac{P_2 \omega_{0,1}^2 m_1 L_1}{P_1 \omega_{0,2}^2 m_2 L_2}} \cdot \frac{\delta_{i,1}}{\delta_{p_{\Delta\zeta},1}} \implies \frac{\delta_{i,2}}{\delta_{p_{\Delta\zeta},2}} = \frac{\delta_{i,1}}{\delta_{p_{\Delta\zeta},1}} \quad (3.59)$$

Puesto que el amortiguamiento adicional $\Delta\zeta$ ha sido calibrado de manera que $\delta_{p_{\Delta\zeta},1} = \delta_{i,1}$ se obtiene que:

$$\delta_{p_{\Delta\zeta},2} = \delta_{i,2} \quad (3.60)$$

Por tanto, ha quedado demostrado que el incremento del amortiguamiento estructural para incluir el efecto beneficioso del Modelo de Interacción Completo en el Modelo de Cargas Puntuales es el mismo para todos los sistemas que sean semejantes entre sí, quedando por tanto el valor del amortiguamiento adicional definido por el conjunto de los parámetros fundamentales del sistema.

3.6. Formulación adimensional de las fuerzas de interacción

En éste último apartado del tercer capítulo de la Tesis de Máster se obtiene la formulación adimensional de las fuerzas de interacción del Modelo de Interacción Completo. Su escritura permite detectar los parámetros fundamentales que determinan el comportamiento de las fuerzas de interacción.

Se parte de la expresión del vector de fuerzas de interacción que, para un coche convencional circulando sobre un puente isostático, se obtuvo en el apartado 2.3.3 (ecuación 2.34):

$$\begin{aligned} \underline{F}(t) = & [C_{rv}] \dot{y}_v(t) + [K_{rv}] y_v(t) + [M_{rr}] [A(t)] \underline{\ddot{\xi}}(t) \\ & + [C_{rr}] [A(t)] \underline{\dot{\xi}}(t) + [K_{rr}] [A(t)] \underline{\xi}(t) - \underline{F}_{gr} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Para simplificar la notación se procede del modo habitual considerando única-

mente la contribución del modo fundamental de vibración de la estructura. Se introduce en la expresión anterior el vector $\underline{z}_v(t)$ que contiene los desplazamientos y rotaciones medidos a partir de la posición de equilibrio estático, con lo que el vector de fuerzas de interacción para un coche convencional del MIC es:

$$\begin{aligned} \underline{F}(t) = & [C_{rv}] \dot{\underline{z}}_v(t) + [K_{rv}] \underline{z}_v(t) + [M_{rr}] [A(t)] \ddot{\xi}_0(t) + [C_{rr}] [A(t)] \dot{\xi}_0(t) \\ & + [K_{rr}] [A(t)] \xi_0(t) + [K_{rv}] [K_{vv}]^{-1} \underline{F}_{gv} - \underline{F}_{gr} \end{aligned} \quad (3.62)$$

Agrupando términos, la ecuación anterior puede expresarse como:

$$\underline{F}(t) = [C_{rv}] \dot{\underline{z}}_v(t) + [K_{rv}] \underline{z}_v(t) + (m_e \ddot{\xi}_0(t) + c_p \dot{\xi}_0(t) + k_p \xi_0(t)) [\mathcal{S}] + PI \quad (3.63)$$

La notación empleada en la ecuación 3.63 se detalla a continuación:

$$[C_{rv}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -c_p & c_p b/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_p & -c_p b/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_p & c_p b/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_p & -c_p b/2 \end{bmatrix} \quad [K_{rv}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -k_p & k_p b/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_p & -k_p b/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_p & k_p b/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_p & -k_p b/2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{F}(t) = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ F_3(t) \\ F_4(t) \end{bmatrix} \quad \underline{z}_v(t) = \begin{bmatrix} z_c(t) \\ \psi_c(t) \\ z_{bd}(t) \\ \psi_{bd}(t) \\ z_{bt}(t) \\ \psi_{bt}(t) \end{bmatrix} \quad \dot{\underline{z}}_v(t) = \begin{bmatrix} \dot{z}_c(t) \\ \dot{\psi}_c(t) \\ \dot{z}_{bd}(t) \\ \dot{\psi}_{bd}(t) \\ \dot{z}_{bt}(t) \\ \dot{\psi}_{bt}(t) \end{bmatrix} \quad [\mathcal{S}] = \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\pi}{L}(Vt - d_1)\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{L}(Vt - d_2)\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{L}(Vt - d_3)\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{L}(Vt - d_4)\right) \end{bmatrix}$$

$$P = \left(\frac{1}{4} m_c + \frac{1}{2} m_b + m_e \right) g \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

La escritura de las cuatro ecuaciones resultantes se puede generalizar para un número cualquiera de coches de la composición, empleando para ello la misma nomenclatura de ejes, distancias, bogie delantero y bogie trasero en todos ellos.

Introduciendo la variación de los grados de libertad del sistema respecto de τ , facilitada en 3.38, se introduce en la ecuación 3.63:

$$\begin{aligned} \underline{F}(\tau) = & \left(\frac{\omega_0}{2\pi} \right) [C_{rv}] \underline{z}'_v(\tau) + [K_{rv}] \underline{z}_v(\tau) + \\ & \left(\left(\frac{\omega_0}{2\pi} \right)^2 m_e \xi''_0(\tau) + \left(\frac{\omega_0}{2\pi} \right) c_p \xi'_0(\tau) + k_p \xi_0(\tau) \right) [\mathcal{S}] + PI \end{aligned} \quad (3.64)$$

Adimensionalizando los desplazamientos y velocidades con respecto a la luz del puente:

$$\begin{aligned} \underline{z}_v(\tau) = \begin{bmatrix} \tilde{z}_c(\tau) \cdot L \\ \psi_c(\tau) \\ \tilde{z}_{bd}(\tau) \cdot L \\ \psi_{bd}(\tau) \\ \tilde{z}_{bt}(\tau) \cdot L \\ \psi_{bt}(\tau) \end{bmatrix} \quad \underline{z}'_v(\tau) = \begin{bmatrix} \tilde{z}_c(\tau) \cdot L \\ \psi_c(\tau) \\ \tilde{z}_{bd}(\tau) \cdot L \\ \psi_{bd}(\tau) \\ \tilde{z}_{bt}(\tau) \cdot L \\ \psi_{bt}(\tau) \end{bmatrix} \quad \underline{\tilde{z}}_v(\tau) = \begin{bmatrix} \tilde{z}_c(\tau) \\ \psi_c(\tau) \\ \tilde{z}_{bd}(\tau) \\ \psi_{bd}(\tau) \\ \tilde{z}_{bt}(\tau) \\ \psi_{bt}(\tau) \end{bmatrix} \quad \underline{\tilde{z}}'_v(\tau) = \begin{bmatrix} \tilde{z}_c(\tau) \\ \psi_c(\tau) \\ \tilde{z}_{bd}(\tau) \\ \psi_{bd}(\tau) \\ \tilde{z}_{bt}(\tau) \\ \psi_{bt}(\tau) \end{bmatrix} \\ \xi''_0(\tau) = \tilde{\xi}''_0(\tau) \cdot L \quad \xi'_0(\tau) = \tilde{\xi}'_0(\tau) \cdot L \quad \xi_0(\tau) = \tilde{\xi}_0(\tau) \cdot L \end{aligned} \quad (3.65)$$

Sea $f_k(\tau)$ la fuerza de interacción normalizada entre el eje k y el carril para el instante de tiempo adimensional τ :

$$f_k(\tau) = \frac{F_k(\tau)}{P} \quad (3.66)$$

En 3.64 se divide por la carga estática por eje para así obtener las fuerzas de interacción normalizadas. Además se incluyen las relaciones anteriores y los parámetros adimensionalizados 3.31 a 3.36 en 3.64 resultando la siguiente ecuación:

$$\underline{f}(\tau) = \frac{\omega_0^2 mL^2}{P} \left([\mathcal{B}] \left(\frac{\Gamma_B}{\pi} \underline{\ddot{z}}'_v(\tau) + \frac{\Upsilon_b}{2} \underline{\ddot{z}}_v(\tau) \right) + \left(\frac{\mu_e}{(2\pi)^2} \underline{\xi}''_0(\tau) + \frac{\Gamma_b}{\pi} \underline{\xi}'_0(\tau) + \frac{\Upsilon_b}{2} \underline{\xi}_0(\tau) \right) [\mathcal{S}] \right) + \mathbf{I} \quad (3.67)$$

Siendo:

$$\Gamma_b = \zeta_p \eta_b \mu_b \quad \Upsilon_b = \eta_b^2 \mu_b \quad [\mathcal{B}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & \frac{1}{2\beta_b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{2\beta_b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \frac{1}{2\beta_b} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{2\beta_b} \end{bmatrix}$$

De esta manera queda demostrado que la respuesta en dos sistemas semejantes es proporcional a la carga por eje P e inversamente proporcional a la masa lineal del puente, su luz y su frecuencia propia elevadas al cuadrado. Si se expresa la respuesta normalizada ($\underline{\ddot{z}}_v(\tau)$, $\underline{\xi}_0(\tau)$), dividiendo la respuesta asociada a cada grado de libertad por el factor de proporcionalidad, se obtiene

$$\underline{\ddot{z}}_v(\tau) = \underline{\ddot{\bar{z}}}_v(\tau) \frac{P}{\omega_0^2 mL^2} \quad \underline{\xi}_0(\tau) = \underline{\xi}_0(\tau) \frac{P}{\omega_0^2 mL^2} \quad (3.68)$$

Las fuerzas de interacción normalizadas escritas de forma adimensional resultan ser

$$\underline{f}(\tau) = [\mathcal{B}] \left(\frac{\Gamma_B}{\pi} \underline{\ddot{\bar{z}}}'_v(\tau) + \frac{\Upsilon_b}{2} \underline{\ddot{\bar{z}}}_v(\tau) \right) + \left(\frac{\mu_e}{(2\pi)^2} \underline{\xi}''_0(\tau) + \frac{\Gamma_b}{\pi} \underline{\xi}'_0(\tau) + \frac{\Upsilon_b}{2} \underline{\xi}_0(\tau) \right) [\mathcal{S}] + \mathbf{I} \quad (3.69)$$

Estudio del amortiguamiento adicional

Contenido

4.1. Exigencias del Método del Amortiguamiento Adicional	95
4.2. Bases de estudio para la obtención del amortiguamiento adicional	98
4.2.1. Componentes del sistema y rango de valores de las variables asociadas	98
4.2.2. Órdenes de resonancia analizados	106
4.2.3. Rangos de variación de los parámetros fundamentales	109
4.2.4. Combinaciones realistas de valores de los parámetros fundamentales	113
4.2.5. Discretización de los rangos del estudio paramétrico	127
4.3. Planteamiento del estudio paramétrico	134
4.4. Estudio de sensibilidad	137
4.4.1. Influencia de las relaciones de masas	138
4.4.2. Influencia de las relaciones de frecuencias	142
4.4.3. Influencia de las relaciones de inercias	144
4.4.4. Influencia de las relaciones de distancias	145
4.5. Convalidación del Método del Amortiguamiento Adicional	147
4.5.1. Comparativa entre los resultados del estudio y el MAAAd del EC1	149
4.5.2. Contraejemplos del MAAAd propuesto por el EC1	151

Resumen: El objetivo que se pretende alcanzar durante éste cuarto capítulo de la Tesis de Máster es el de validar el Método del Amortiguamiento Adicional a partir de un estudio en profundidad sobre la influencia de la interacción vehículo-estructura en situaciones de resonancia. Para ello se plantea un estudio paramétrico que determine la sensibilidad de las reducciones de la respuesta entre un Modelo de Cargas Puntuales y un Modelo de Interacción Completo frente a las variaciones del conjunto de los parámetros fundamentales del sistema.

Se aborda en primer lugar el conjunto de exigencias que debe satisfacer el método propuesto para la convalidación del MAAAd de manera que las conclusiones del estudio puedan ser extrapolables a cualquier situación que pueda presentarse en el proyecto de puentes de ferrocarril. Se trata de un ejercicio teórico que permite detectar las carencias del método que recoge el EC1 a la par que asentar las bases sobre las que se realiza el estudio del amortiguamiento adicional desarrollado durante la Tesis de Máster.

El estudio paramétrico se plantea de manera que se satisfagan el conjunto de exigencias que garantizan la generalidad de los resultados. Para ello se determina en primer término el rango de variación de cada uno de los parámetros fundamentales. Dichos rangos deben contemplar el conjunto de combinaciones vehículo-estructura que pueden presentarse, por lo que se calculan combinando los valores extremos que definen el conjunto de variables de las composiciones ferroviarias de Alta Velocidad junto con las variaciones de las características mecánicas de las tipologías de puentes empleadas.

Tras obtener el rango de variación de los parámetros fundamentales del sistema se establece una metodología que permite obtener las combinaciones de los valores concretos de dichos parámetros que pueden ser consideradas como realistas. De este modo se garantiza la fiabilidad de los resultados obtenidos. Por último y en función de la relevancia que se espera tenga cada uno de los parámetros fundamentales en el comportamiento del sistema, se escoge su discretización.

Se generan de este modo un total de 45360 modelos de estudio, obteniendo

los registros de desplazamiento y aceleración en centro de vano para cada uno de ellos mediante la integración de la respuesta temporal correspondiente a la velocidad de cálculo considerada. Para cada modelo se analizan 50 velocidades de cálculo centradas en la velocidad de primera resonancia¹. Dado el número de casos a analizar y los tiempos de cálculos asociados, ha sido necesario realizar una programación en paralelo segmentando los análisis correspondientes al barrido de velocidades en servidores de cálculo multiprocesador.

A partir de los resultados del estudio paramétrico se extraen conclusiones sobre la sensibilidad de la reducción de la respuesta frente a la variación de los distintos parámetros fundamentales. En base a dichas reducciones se propone un nuevo método para la obtención del incremento del amortiguamiento estructural y se realiza una comparativa con el método propuesto por el EC1. En el último apartado del capítulo se incluyen algunos contraejemplos de aplicación detectando aquellas situaciones en las que el método prescrito por la normativa puede no ser conservativo.

4.1. Exigencias del Método del Amortiguamiento Adicional

El Método del Amortiguamiento Adicional (MAAd) como método simplificado para incluir en los Modelos de Cargas Puntuales el efecto beneficioso de la interacción ha sido descrito en el primer capítulo del presente documento (apartado 1.2.3). Los estudios que dieron origen a dicho método fueron llevados a cabo en 1998 por el comité ERRI D-214 [6] y, según se ha comentado con anterioridad, consistieron en el análisis de un conjunto de puentes de diversas luces y rigideces, sometidos al paso de dos tipos de tren, EUROSTAR e ICE-2. Como envolvente inferior del efecto beneficioso de la interacción observado en los casos analizados, se obtuvo la curva del amortiguamiento adicional incluida en el apartado 6.4.6.4 del EC1, Parte 2 (figura 4.1).

Tanto el amortiguamiento estructural como la interacción vehículo-estructura co-

¹El alcance de la Tesis de Máster se limita al estudio de la reducción de la respuesta en situación de primera resonancia.

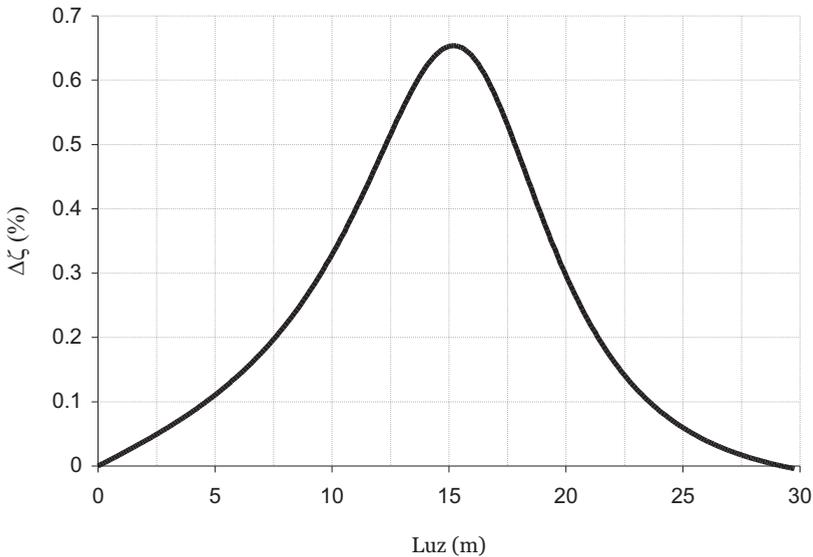


Figura 4.1: Gráfica del amortiguamiento adicional propuesto por el EC1

bran especial relevancia en situaciones de resonancia, por lo que el planteamiento llevado a cabo por el ERRI D-214 en la elaboración del MAAd es del todo acertada. Sin embargo, el método no ha sido validado posteriormente por otros investigadores y, pese a formar parte de la normativa vigente, presenta las carencias señaladas en el apartado 1.2.3:

1. Se trata de un estudio discreto en el que se han empleado únicamente dos tipos de tren, por lo que no es posible asegurar que las conclusiones extraídas a partir de los ejemplos estudiados sean extrapolables a todas las situaciones que pueden presentarse en la realidad.
2. Se hace depender el amortiguamiento adicional únicamente de la rigidez a flexión del puente (tomando como fijas la luz y la composición de Alta Velocidad). De este modo no se contempla la posible influencia del amortiguamiento calculado frente a variaciones de la masa lineal del puente.
3. No se ha tenido en cuenta la posible influencia del balasto, la vía y sus irregularidades en la interacción vehículo-estructura.

Se pretende subsanar estas carencias mediante la realización de un estudio riguroso que permita validar el método propuesto o, en su caso, recomendar las correcciones necesarias de manera que su aplicación sea conservativa frente a cualquier caso real que pueda presentarse. Para ello, y según se detalla a continuación, la línea de investigación pretende completar el estudio en lo referente a los puntos 1 y 2 de la lista anterior, quedando el estudio de la influencia del balasto, la vía y sus irregularidades postergado a futuras investigaciones.

Así pues, se ha pretendido llevar a cabo un procedimiento riguroso y científico para determinar el amortiguamiento adicional a aplicar el cálculo dinámico de puentes empleando los Modelos de Cargas Puntuales. Se describen a continuación las bases del procedimiento propuesto:

1. En primer lugar el amortiguamiento adicional se debe calcular realizando previamente un análisis teórico de cuáles son los parámetros de los que depende la interacción vehículo-estructura.
2. Se debe determinar el rango de variación de cada uno de los parámetros de los que depende la interacción, variando para ello los datos de las composiciones y de los puentes en el intervalo de valores posible de acuerdo con las posibilidades técnicas del momento.
3. Determinado el rango de variación posible para cada uno de los parámetros, se debe realizar un estudio de sensibilidad basado en combinaciones *realistas* de los parámetros de manera que el amortiguamiento adicional calculado cubra el conjunto de situaciones que puede presentarse durante el proyecto de puentes de ferrocarril para la Alta Velocidad.
4. El amortiguamiento adicional se aplica en modelos simplificados para tener en cuenta el efecto beneficioso de la interacción en situaciones de *resonancia*. El método tiene sentido por tanto *únicamente* para posibles situaciones de resonancia, que vendrán determinadas por las velocidades de circulación de proyecto.
5. De acuerdo con el punto anterior, es necesario verificar si el amortiguamiento adicional a aplicar es el mismo para todas las situaciones de resonancia

que pueden presentarse ante el paso de una composición ferroviaria sobre un puente isostático. En caso negativo, se debe proponer un amortiguamiento adicional distinto para cada una de las situaciones de resonancia posibles, quedando a criterio del proyectista aplicar un incremento u otro en función de las velocidades de resonancia potenciales del proyecto.

El análisis teórico que permite determinar los parámetros que determinan el comportamiento dinámico del sistema ha sido desarrollado en el capítulo 3 de la Tesis de Máster mediante la obtención de las Fórmulas de Semejanza Generalizadas. Así, en el apartado 3.3.3 se recogen los parámetros fundamentales del Modelo de Interacción Completo, y en el apartado 3.5 se demuestra cómo el incremento de amortiguamiento depende *únicamente* de dichos parámetros fundamentales.

Una vez determinados los parámetros que rigen el cálculo del amortiguamiento adicional, en el siguiente apartado se desarrollan cada uno de los requerimientos enumerados anteriormente.

4.2. Bases de estudio para la obtención del amortiguamiento adicional

4.2.1. Componentes del sistema y rango de valores de las variables asociadas

En primer término se analizan por separado los dos componentes del sistema para obtener los valores mínimos y máximos de cada una de sus variables de acuerdo con las posibilidades técnicas actuales.

4.2.1.1. Puentes ferroviarios característicos empleados en el proyecto de Alta Velocidad

Las líneas de Alta Velocidad se conciben como trazados de vía doble de manera que sea posible la circulación simultánea de las composiciones en los dos sentidos

del recorrido. Sin embargo, según detalla [24] los puentes de vía única para líneas de Alta Velocidad son un problema real con el que se enfrenta la ingeniería civil en la actualidad: las bifurcaciones y las estaciones de servicio constituyen una situación típica en las que se tiene un trazado de vía única durante algunos kilómetros. Son por tanto objeto del presente estudio ambas configuraciones².

Para determinar las características mecánicas de los puentes estudiados, es necesario por un lado establecer el rango de luces de los mismos y por otro determinar cuáles son las tipologías estructurales representativas en Alta Velocidad.

El rango de luces considerado oscila entre los 10 y los 30 metros con el objetivo de acotar el estudio al rango de luces para el que se establece el Método del Amortiguamiento Adicional que propone el Eurocódigo. El estudio se realiza sobre un conjunto de puentes de referencia representativos de las luces escogidas. Se ha seleccionado la tipología de puentes cajón de hormigón pretensado por ser de uso habitual en España y poseer unas características representativas del conjunto de tipologías. Los estudios posteriores se extenderán a las tipologías de puente losa (más pesados) y puente mixto (más livianos) de manera que los rangos de variación se amplíen según los valores extremos de las luces, frecuencias propias y masas lineales correspondientes a dichas tipologías.

En la tabla 4.1 se recogen las características de cinco puentes cajón de referencia.

A partir de la tabla se extraen los valores mínimo y máximo de la masa total del puente así como las frecuencias mínimas y máximas:

$$\begin{aligned}(mL)_{min} &= 110462 \text{ kg} \\(mL)_{max} &= 769500 \text{ kg} \\(n_0)_{min} &= 4.55 \text{ Hz} \\(n_0)_{max} &= 15.60 \text{ Hz}\end{aligned}\tag{4.1}$$

²El modelo numérico empleado es de tipo bidimensional, por lo que únicamente se consideran los modos de flexión longitudinal. El empleo de un modelo numérico tridimensional que incluya en la respuesta del puente los modos de torsión será objeto de futuros trabajos, según ha sido explicado con anterioridad.

Vía Única			Vía Doble		
$L(m)$	$m(kg/m)$	$n_0(Hz)$	$L(m)$	$m(kg/m)$	$n_0(Hz)$
10	11046	15.60	10	22093	15.60
15	11263	8.29	15	22525	8.29
20	11784	6.52	20	23568	6.52
25	12304	5.36	25	24608	5.36
30	12825	4.55	30	25650	4.55

Tabla 4.1: Características mecánicas de los puentes de referencia

4.2.1.2. Características de las composiciones de Alta Velocidad

Se ha realizado un estudio sobre las composiciones de tipo convencional empleadas en Alta Velocidad. La obtención de los valores de los parámetros que determinan el comportamiento dinámico de las mismas resulta complicado, pues se trata de parámetros propios de los fabricantes de trenes.

Se han podido obtener los datos completos para un tren de tipo convencional ICE-2. Adicionalmente, a partir de los datos del Modelo de Cargas Puntuales de los trenes convencionales ETR-Y-500 y Virgin Express, se pueden determinar las distancias características entre coches, entre pivotes de bogies y, finalmente, el empuje del bogie. Se dispone asimismo de los datos completos para una composición de tipo Eurostar. Se trata de una composición no convencional de tipo articulado. Sin embargo se acepta que, dada su tipología, las características de sus ejes, bogies y sistema de suspensión primario son similares a las que se encuentran en las composiciones de tipo convencional. Esta afirmación ha sido corroborada al comparar los valores de dichos parámetros entre los trenes convencionales y articulados.

Se prevé en un futuro recopilar un mayor número de datos para establecer de manera más certera el rango de variación de los parámetros fundamentales.

A partir de los datos disponibles, en la tabla 4.2 se pueden consultar los valores extremos de cada una de las variables que definen el comportamiento dinámico de las composiciones. Dichos datos se emplean, en combinación con los valores extremos de las características mecánicas de los trenes tipo, para obtener los rangos de variación de los parámetros fundamentales.

Los distintos valores de la tabla 4.2 se han obtenido del siguiente modo ³:

■ Distancias características de los coches

Los valores máximos y mínimos se obtienen a partir de los datos completos del modelo ICE-2 y las características de distancias de los trenes Virgin y ETR-Y-500, extraídas de los datos de los Modelos de Cargas Puntuales correspondientes.

■ Masa e inercia de la caja

Se conoce únicamente el valor de la masa e inercia de la caja para una composición de tipo ICE-2. Para obtener un rango de variación de los valores de manera que el estudio realizado sea de aplicación para cualquier situación que pueda presentarse en la realidad, se formulan las siguientes hipótesis:

- La masa de la caja es proporcional a la longitud del coche d .
- La inercia de la caja es proporcional al cuadrado de la longitud del coche d .

La constante de proporcionalidad se obtiene en ambos casos a partir de los valores de masa de la caja y longitud del coche de la composición ICE-2. Siendo la distancia máxima entre coches la correspondiente a la composición ICE-2, los valores máximos de masa e inercia de la caja se obtienen para dicha composición. En las siguientes expresiones se pueden consultar los valores mínimo y máximo obtenidos para la masa de la caja (expresión 4.2) e inercia de la caja (expresión 4.3).

³El listado completo de los valores conocidos para cada uno de los trenes con los que se ha trabajado puede consultarse en el anejo A del documento

$$\begin{aligned}
 m_{c,min} &= d_{min} \cdot \frac{m_{c,ICE-2}}{d_{ICE-2}} = 23.9 \cdot \frac{33930}{26.4} = 30717kg \\
 m_{c,max} &= d_{max} \cdot \frac{m_{c,ICE-2}}{d_{ICE-2}} = 26.4 \cdot \frac{33930}{26.4} = 33930kg
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

$$\begin{aligned}
 J_{c,min} &= d_{min}^2 \cdot \frac{J_{c,ICE-2}}{d_{ICE-2}^2} = 23.9^2 \cdot \frac{2115000}{26.4^2} = 1733400kg \cdot m^2 \\
 J_{c,max} &= d_{max}^2 \cdot \frac{J_{c,ICE-2}}{d_{ICE-2}^2} = 26.4^2 \cdot \frac{2115000}{26.4^2} = 2115000kg \cdot m^2
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

■ Masa e inercia del bogie

Al aceptar como válidos para el sistema de suspensión primario los datos de las composiciones de tipo articulado conocidos, se obtiene un rango de variación de los parámetros que se considera aceptable para el estudio desarrollado. Así pues los valores mínimo y máximo de la masa e inercia del bogie se pueden consultar en la tabla 4.2, junto con la composición para la cual se han obtenido.

■ Masa del eje

Siguiendo el mismo razonamiento los valores mínimo y máximo de masa del eje se obtienen para las composiciones ICE-2 y Eurostar, respectivamente.

■ Sistema de suspensión secundario

Para la definición de los componentes del sistema de suspensión secundario se ha procedido del siguiente modo:

1. La frecuencia del sistema de suspensión secundario n_s se estima a partir de las distintas composiciones analizadas siendo su rango de frecuencias tal que el confort de los viajeros quede garantizado: $n_s \in [0.7, 1] Hz$
2. La rigidez del sistema de suspensión secundario k_s se determina a partir del rango de frecuencias definido y las características del *subsistema caja* representado en la figura 3.3:

$$\begin{aligned}
 k_{s,min} &= 2(\pi \cdot n_{s,min})^2 m_{c,min} = 2(\pi \cdot 0.7)^2 30717 = 2.9 \cdot 10^5 N/m \\
 k_{s,max} &= 2(\pi \cdot n_{s,max})^2 m_{c,max} = 2(\pi \cdot 1)^2 33930 = 6.7 \cdot 10^5 N/m
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

3. La constante del amortiguador de la suspensión secundaria c_s se obtiene a partir de los datos de la composición ICE-2. Se ha preferido no variar la constante de amortiguamiento de la suspensión secundaria puesto que (i) por una parte no se dispone de más datos con los que poder establecer la variación esperable del mismo con los parámetros conocidos y, por otra (ii) es lógico pensar que la constante de amortiguamiento de la suspensión secundaria experimentará variaciones moderadas, siendo su influencia de limitado alcance en el fenómeno de interacción vehículo estructura.
4. El porcentaje de amortiguamiento de la suspensión secundaria se calcula como el cociente entre la constante del amortiguador y el amortiguamiento crítico definido (ecuación 3.27) para los datos completos del sistema de suspensión secundaria de la composición ICE-2 (de nuevo no se contempla variación a la espera de poder estimar la misma al disponer de más datos de los sistemas de suspensión secundarios)⁴:

$$\zeta_s = \left(\frac{c_s}{c_{s,crit}} \right)_{ICE-2} = 4.21 \% \tag{4.5}$$

■ Sistema de suspensión primario

Los distintos valores de la tabla correspondientes al sistema de suspensión primario se han obtenido de acuerdo a las siguientes premisas:

1. El rango de variación de la frecuencia n_p , la rigidez k_p y la constante del amortiguador c_p del sistema de suspensión primario se obtienen habiendo aceptado como válidos para las composiciones convencionales los datos provenientes de las composiciones articuladas conocidos.

⁴Los valores de la constante del amortiguador de la suspensión secundaria y el amortiguamiento crítico asociado para la composición ICE-2 se pueden consultar en el anejo A del documento.

Los distintos valores asociados a cada composición se pueden consultar en el anejo A del documento.

2. Los valores mínimo y máximo del amortiguamiento de la suspensión primaria se obtiene para las composiciones Eurostar e ICE-2 respectivamente⁵:

$$\begin{aligned}\zeta_{p,min} &= \left(\frac{c_p}{c_{p,crit}} \right)_{Eurostar} = 11.14\% \\ \zeta_{p,max} &= \left(\frac{c_p}{c_{p,crit}} \right)_{ICE-2} = 22.95\%\end{aligned}\tag{4.6}$$

⁵Los valores de la constante del amortiguador de la suspensión primaria y el amortiguamiento crítico asociado a las composiciones Eurostar e ICE-2 se pueden consultar en el anejo A del documento.

Variable	Mínimo	Composición	Máximo	Composición
d (m)	23.9	Virgin Express	26.4	ICE-2
r (m)	17.0	Virgin Express	19.0	ICE-2
b (m)	2.5	ICE-2	3.0	ETR-Y-500
m_c (kg)	30717	<i>Estimado</i>	33930	ICE-2
J_c (kg · m ²)	1733400	<i>Estimado</i>	2115000	ICE-2
m_b (kg)	2200	Eurostar	2900	Eurostar
J_b (kg · m ²)	1832	ICE-2	2508	Eurostar
m_e (kg)	1728	ICE-2	1900	Eurostar
n_s (Hz)	0.7	<i>Estimado</i>	1	<i>Estimado</i>
k_s (N/m)	$2.9 \cdot 10^5$	<i>Estimado</i>	$6.7 \cdot 10^5$	<i>Estimado</i>
c_s (N · s/m)	$6.0 \cdot 10^3$	ICE-2	$6.0 \cdot 10^3$	ICE-2
ζ_s (%)	4.21	ICE-2	4.21	ICE-2
n_p (Hz)	4.8	Eurostar	7.74	Eurostar
k_p (N/m)	$1.32 \cdot 10^6$	Eurostar	$2.6 \cdot 10^6$	<i>Estimado</i>
c_p (N · s/m)	$1.2 \cdot 10^4$	Eurostar	$2.0 \cdot 10^4$	ICE-2
ζ_p (%)	11.14	Eurostar	22.95	ICE-2

Tabla 4.2: Valores extremos de las Composiciones Convencionales de la Alta Velocidad

4.2.2. Órdenes de resonancia analizados

Según se ha expuesto en el apartado 4.1 y, de acuerdo con el propósito de la presente investigación, es necesario analizar si el incremento del amortiguamiento a aplicar es el mismo en todas las situaciones de resonancia posibles para un caso de estudio. Para ello el estudio se realiza de manera independiente para cada una de las mencionadas situaciones de resonancia.

La n -ésima velocidad de resonancia del i -ésimo modo de vibración se define como la situación en la que el i -ésimo modo completa n ciclos de oscilación entre el paso de dos grupos de cargas consecutivos. Siendo d la distancia característica entre vehículos. La velocidad de resonancia se denota como $V_{i,n}^r$ y viene determinada por la siguiente expresión:

$$V_{i,n}^r = \frac{1}{T_i} \cdot \frac{d}{n} = \frac{i^2}{T} \cdot \frac{d}{n} \quad (4.7)$$

En la expresión anterior, n e i pueden tomar cualquier valor entero. Sin embargo, según ha sido detallado con anterioridad, se analiza únicamente la contribución del primer modo de vibración ya que su influencia es predominante en la respuesta estructural [24]. En cuanto al número de situaciones de resonancia consideradas n , cabe destacar que en los ciclos *en vacío*, definidos como aquellos en los que su inicio no coincide con la percusión de un grupo de cargas, la estructura se amortigua debido a la disipación de energía interna del sistema asociada al amortiguamiento estructural. Cuanto mayor sea el orden de la resonancia analizada, mayor será el número de ciclos vacíos y por tanto aumentará la disipación de energía entre la acción de dos grupos de cargas, por lo que la amplificación resonante de los efectos dinámicos decrecerá. Esta afirmación queda corroborada por los estudios desarrollados en [30] destacando en dichos estudios que la amplificación dinámica asociada a un número de ciclos mayor que cuatro es de pequeña importancia.

Para determinar el número de resonancias a analizar en la obtención del amortiguamiento adicional es necesario llevar a cabo un estudio sobre las potenciales

situaciones de resonancia que pudieran presentarse de acuerdo con las velocidades de circulación de las composiciones ferroviarias. Para ello en la figura 4.2 se han representado las primeras cuatro velocidades de resonancia del primer modo para la tipología de puentes cajón de hormigón pretensado estudiados durante la Tesis de Máster. Los perfiles de velocidad representados se calculan aplicando la ecuación 4.2.2 particularizada para el primer modo de vibración de la estructura. Los límites inferior y superior de velocidades de resonancia se calculan, para cada frecuencia de vibración del modo fundamental de la estructura, a partir de las distancias características entre coches mínima y máxima respectivamente (tabla 4.2).

$$V_n^r = \frac{n_0 \cdot d}{n} \implies \begin{cases} V_{n,min}^r \iff d = d_{min} = 23.9m \\ V_{n,max}^r \iff d = d_{max} = 26.4m \end{cases} \quad (4.8)$$

En la figura 4.2 puede apreciarse cómo, según las velocidades de explotación actuales de las líneas de Alta Velocidad⁶, para la tipología de puentes analizados pueden darse las cuatro primeras situaciones de resonancia. Los límites de velocidad de circulación de las composiciones determinan el rango de luces del puente que puede verse afectado por cada una de dichas situaciones resonantes.

La Tesis de Máster se limita al estudio de la primera velocidad de resonancia. Pese a que según se aprecia en la figura, para las tipologías estudiadas y los datos conocidos de las composiciones de Alta Velocidad, la situación de primera resonancia es posible únicamente para los puentes de mayor longitud, el estudio se ha realizado para todo el rango de luces por un triple motivo:

- Es razonable pensar que las velocidades máximas de circulación de las composiciones de Alta Velocidad sigan aumentando en el futuro, por lo que el rango de luces afectado por las situaciones de primera resonancia se verá ampliado.

⁶La velocidad máxima de explotación de las actuales líneas de Alta Velocidad en España no supera los 350 km/h. Este límite superior debe multiplicarse por un coeficiente de mayoración de 1.2 para calcular la velocidad máxima de proyecto de la línea (420 km/h).

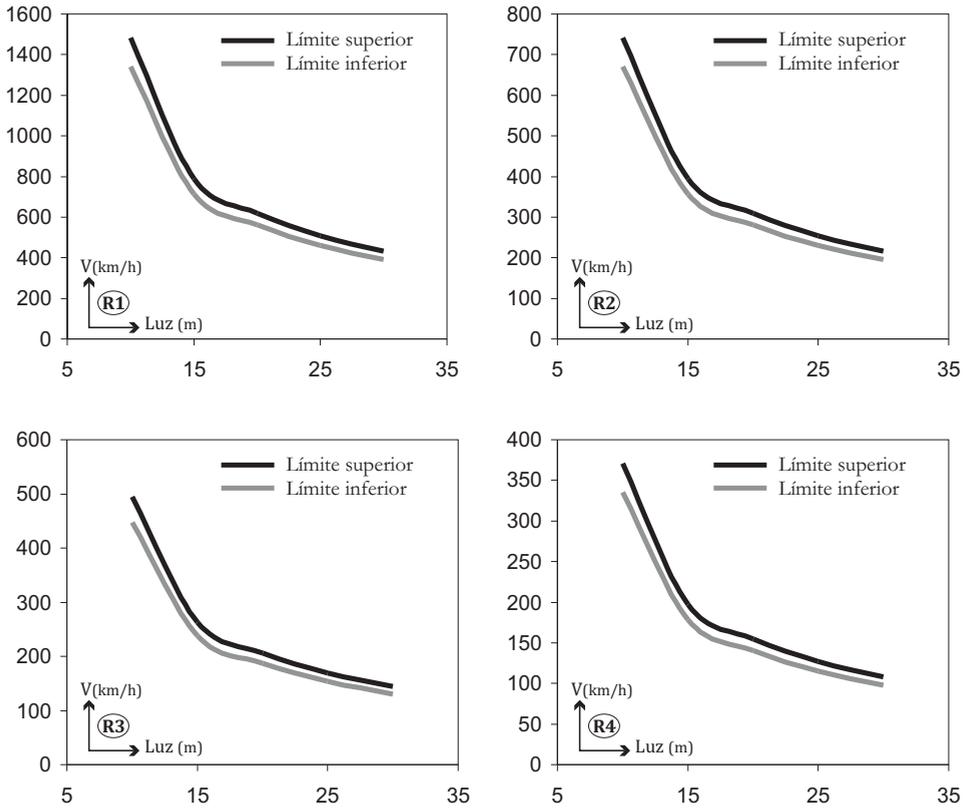


Figura 4.2: Rango de velocidades para las cuatro primeras situaciones de resonancia

- Para tipologías de puentes con menor frecuencia de vibración, las velocidades de primera resonancia descienden, por lo que nuevamente el rango de luces afectado puede verse aumentado. Esto sucede por ejemplo en la tipología de puentes losa de hormigón pretensado.
- Las velocidades de resonancia quedan determinadas por la distancia característica entre las composiciones. En un futuro se pretende extender el estudio a las composiciones articuladas y regulares. En dichas composiciones, la longitud del coche decrece, por lo que las velocidades de resonancia asociadas también lo hacen. Pese a que el planteamiento del problema dinámico diferirá en el caso de las composiciones articuladas y regulares, se espera que el comportamiento sea similar al del sistema dinámico analizado durante la Tesis de Máster, por lo que las conclusiones extraídas a partir del estudio actual ayudarán a planificar el futuro de la investigación.

De acuerdo con estos planteamientos, se propone un estudio *general* para ofrecer las herramientas necesarias al proyectista que le permitan introducir el amortiguamiento adicional asociado a un determinado orden de resonancia que pueda producirse de acuerdo con las características del proyecto concreto.

4.2.3. Rangos de variación de los parámetros fundamentales

Se pretende en este apartado fijar los rangos de variación de los parámetros fundamentales. Dichos rangos constituyen los límites del estudio de sensibilidad a desarrollar y se obtienen según la definición de los parámetros fundamentales combinando los valores extremos de las tablas 4.1 y 4.2.

4.2.3.1. Parámetros de relación de distancias

Los valores extremos de las relaciones de distancias se definen como:

$$(\beta_x)_{min} = \frac{L_{min}}{x_{max}} \leq \frac{L}{x} \leq \frac{L_{max}}{x_{min}} = (\beta_x)_{max}$$

- β_d : Parámetro de relación de distancias entre vehículos:

$$0.38 = \frac{10}{26.4} \leq \frac{L}{d} \leq \frac{30}{23.9} = 1.25 \quad (4.9)$$

- β_r : Parámetro de relación de distancias entre pivotes de bogies:

$$0.52 = \frac{10}{19} \leq \frac{L}{r} \leq \frac{30}{17} = 1.76 \quad (4.10)$$

- β_b : Parámetro de relación de distancias del empate del bogie:

$$3.33 = \frac{10}{3} \leq \frac{L}{b} \leq \frac{30}{2.5} = 12 \quad (4.11)$$

4.2.3.2. Parámetros de relación de masas

El rango más amplio de variación de los cocientes de masas del vehículo y del puente se obtiene aplicando la expresión:

$$(\mu_x)_{min} = \frac{(m_x)_{min}}{(mL)_{max}} \leq \frac{m_x}{mL} \leq \frac{(m_x)_{max}}{(mL)_{min}} = (\mu_x)_{max}$$

Se obtienen los siguientes límites de variación de las relaciones de masas de la caja, bogie y ejes:

- μ_c : Parámetro de relación de masas de la caja:

$$0.04 = \frac{30717}{769500} \leq \frac{m_c}{mL} \leq \frac{33930}{110462} = 0.3 \quad (4.12)$$

- μ_b : Parámetro de relación de masas del bogie:

$$0.0028 = \frac{2200}{769500} \leq \frac{m_b}{mL} \leq \frac{2900}{110460} = 0.026 \quad (4.13)$$

- μ_e : Parámetro de relación de masas del eje:

$$0.0022 = \frac{1728}{769500} \leq \frac{m_e}{mL} \leq \frac{1900}{769500} = 0.017 \quad (4.14)$$

4.2.3.3. Parámetros de relación de frecuencias

Las relaciones de frecuencias de los subsistemas bogie y caja se obtienen conocidos los valores extremos de las frecuencias propias de las tipologías de puentes analizadas:

$$(\eta_x)_{min} = \frac{(n_x)_{min}}{(n_0)_{max}} \leq \frac{n_x}{n_0} \leq \frac{(n_x)_{max}}{(n_0)_{min}} = (\eta_x)_{max}$$

- η_c : Parámetro de relación de frecuencias de la caja:

$$0.045 = \frac{0.7}{15.6} \leq \frac{n_s}{n_0} \leq \frac{1}{4.55} = 0.22 \quad (4.15)$$

- η_b : Parámetro de relación de frecuencias del bogie:

$$0.31 = \frac{4.8}{15.6} \leq \frac{n_p}{n_0} \leq \frac{7.74}{4.55} = 1.7 \quad (4.16)$$

4.2.3.4. Parámetros de relación de inercias

Para determinar la variación de la relación de inercias, se ha definido previamente una inercia ficticia asociada al tablero ($J_p = mL^3$). Según los valores de la tabla 4.1, dicha inercia ficticia toma los siguientes valores extremos:

$$\begin{aligned} (J_p)_{min} &= 1.1 \cdot 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ (J_p)_{max} &= 6.9 \cdot 10^8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned} \quad (4.17)$$

Habiendo definido los valores extremos de la inercia ficticia asociada al puente, resultan los siguientes límites de variación para las relaciones de inercia de la caja y del bogie:

$$(\gamma_x)_{min} = \frac{(J_x)_{min}}{(mL^3)_{max}} \leq \frac{J_x}{mL^3} \leq \frac{(J_x)_{max}}{(mL^3)_{min}} = (\gamma_x)_{max}$$

- γ_c : Parámetro de relación de inercias de la caja:

$$2.5 \cdot 10^{-3} = \frac{1733400}{6.9 \cdot 10^8} \leq \frac{J_c}{mL^3} \leq \frac{2115000}{1.1 \cdot 10^7} = 0.19 \quad (4.18)$$

- γ_b : Parámetro de relación de inercias del bogie:

$$2.6 \cdot 10^{-6} = \frac{1832}{6.9 \cdot 10^8} \leq \frac{J_b}{mL^3} \leq \frac{2508}{1.1 \cdot 10^7} = 2.2 \cdot 10^{-4} \quad (4.19)$$

4.2.3.5. *Parámetros de relación de amortiguamientos*

Los extremos de los amortiguamientos asociados a los subsistemas caja y bogie están recogidos en la tabla 4.2.

- ζ_s : Parámetro de relación de amortiguamientos de la suspensión secundaria:

$$4.21 \% \leq \zeta_s \leq 4.21 \% \quad (4.20)$$

- ζ_p : Parámetro de relación de amortiguamientos de la suspensión primaria:

$$11.14 \% \leq \zeta_p \leq 22.95 \% \quad (4.21)$$

4.2.4. Combinaciones realistas de valores de los parámetros fundamentales

Una vez definidos los rangos de variación de cada uno de los parámetros fundamentales que definen el Modelo de Interacción Completo y, pretendiendo llevar a cabo un estudio de sensibilidad, es necesario escoger un paso en la discretización suficientemente reducido de cada uno de los parámetros para representar adecuadamente su influencia en la respuesta del sistema. Los parámetros fundamentales no son independientes entre sí, por lo que es necesario establecer un procedimiento adecuado de selección de los valores discretos del estudio de sensibilidad de manera que las combinaciones de parámetros fundamentales respondan a situaciones reales. Sin llevar a cabo esta tarea los resultados del estudio de sensibilidad carecerían de aplicación práctica, puesto que se estarían obteniendo valores de reducciones (y incrementos de amortiguamiento) para combinaciones de parámetros poco realistas.

Para ejemplificar qué se entiende por combinación realista, supóngase el caso de que en una de las combinaciones del estudio de sensibilidad se pretende combinar el valor mínimo de la relación de distancias entre coches con el valor máximo de la relación de distancias entre pivotes de bogies. Puesto que la luz del puente que se emplea para la definición de ambos parámetros debe ser la misma, se puede establecer la siguiente igualdad:

$$\left. \begin{array}{l} \beta_{d,min} = \frac{L}{d_i} \\ \beta_{r,max} = \frac{L}{r_i} \end{array} \right\} \implies r_i = d_i \cdot \frac{\beta_{d,min}}{\beta_{r,max}} \quad (4.22)$$

De acuerdo con los valores de $\beta_{d,min}$ y $\beta_{r,max}$ (expresiones 4.9 y 4.10) y el intervalo de valores que la distancia entre coches puede tomar, $d_i \in [23.9, 26.4] m$ (tabla 4.2), los valores de la distancia entre vehículos r que satisfacen la ecuación anterior son:

$$r_i \in [5.16, 5.7] m \quad (4.23)$$

$$r_i \notin [r_{min}, r_{max}] = [17, 19] m \quad (4.24)$$

Una combinación de parámetros fundamentales, definida en los términos anteriores, no resultaría por tanto realista puesto que no existe ningún tren real para el que se pueda dar la distancia entre pivotes de bogies requerida.

El mismo razonamiento puede extenderse al conjunto de parámetros fundamentales y las relaciones entre sus valores. En el siguiente apartado se describen las relaciones empleadas entre los parámetros adimensionales para establecer las combinaciones realistas.

4.2.4.1. Dependencia entre los parámetros adimensionales

Con el objetivo de establecer la relación que entre sí tienen los parámetros adimensionales, se enumeran en primer lugar sus relaciones de dependencia con las características mecánicas de los puentes:

- Los parámetros de distancias son proporcionales a la luz del puente.
- Los parámetros de masas son inversamente proporcionales a la luz del puente y a su masa lineal.
- Los parámetros de frecuencias son inversamente proporcionales a la frecuencia propia del puente.
- Los parámetros de inercias son inversamente proporcionales al cubo de la luz del puente y a su masa lineal.
- Los parámetros de amortiguamientos se han definido independientemente de las características del puente.

Por otro lado, y según se aprecia en la figura 4.3, las características de los puentes están relacionadas entre sí: la rigidez y masa lineal de un puente son directamente proporcionales a la luz de este, mientras que la frecuencia propia habitualmente presenta la tendencia contraria.

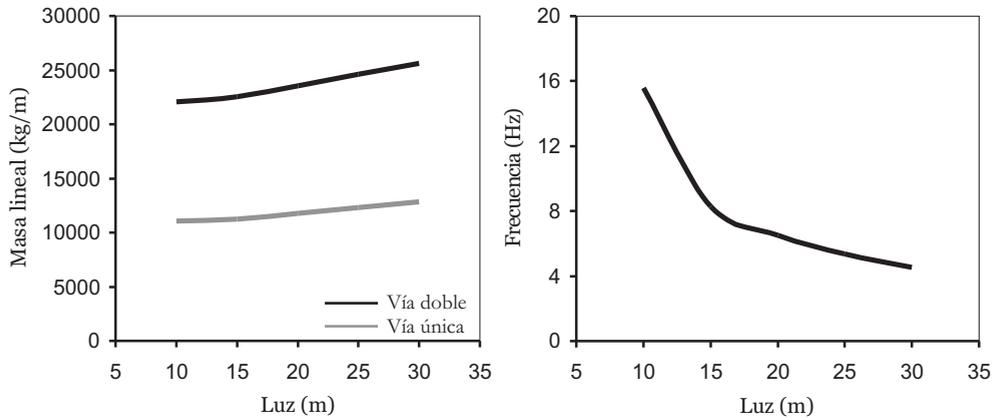


Figura 4.3: Relación entre las características mecánicas de los puentes

Se puede concluir por tanto que los parámetros adimensionales de distancias, masas, frecuencias e inercias guardan entre sí una determinada relación, puesto que todos ellos están relacionados con alguna de las características del puente, las cuales son a su vez dependientes entre sí. Puesto que las relaciones de distancias son proporcionales a la luz del puente y ésta marca las tendencias observadas en la figura 4.3, se buscará la relación de todos los parámetros fundamentales con la relación de distancias características entre coches β_d . De este modo se está introduciendo una simplificación en el método seguido, ya que se considera que las variables que definen las composiciones ferroviarias son independientes entre sí. En la realidad cabe esperar que las mencionadas variables guarden entre ellas alguna relación (por ejemplo es razonable pensar, y de hecho así se hace constar en la tabla 4.2, que la masa de la caja sea proporcional a la longitud del coche). Como se ha reiterado en diversas ocasiones a lo largo del documento, el número de composiciones de las que se conocen los datos requeridos es muy limitado en la actualidad, por lo que no ha sido posible llevar a cabo un estudio más extenso de las relaciones entre variables de las composiciones. Se espera realizar dicho estudio en el desarrollo futuro de la línea de investigación.

4.2.4.2. *Parámetros de distancias*

Los tres parámetros de distancias definidos son proporcionales a la luz del puente. Por este motivo a mayor relación de distancias entre vehículos (β_d), mayores relaciones de distancias entre pivotes de bogie (β_r) y mayores relaciones de distancias del empate del bogie (β_b) deben esperarse.

Para una determinada luz del puente es posible calcular los valores máximos y mínimos que presenta β_d a partir de las longitudes mínima y máxima de los vehículos, respectivamente. Es posible establecer la relación inversa: para un determinado valor de β_d , obtener el intervalo de luces al que pertenece empleando nuevamente el rango de longitudes del vehículo. Se obtiene por tanto un límite superior y otro inferior que acota los valores realistas de β_d en función de la luz del puente.

Para llevar a cabo el estudio de sensibilidad se toman una serie de valores discretos de la relación L/d que cubra un rango suficiente de las luces tratadas. Según se detalla en [25] y [40], los valores de la relación L/d están relacionados con el fenómeno de *cancelación de resonancia*.

La *resonancia* tiene lugar cuando el tiempo de paso entre dos grupos de cargas es múltiplo del periodo de vibración de la estructura. De este modo, la entrada de cargas en el puente se produce en fase con las oscilaciones libres del tablero inducidas por los ejes que ya han abandonado la estructura, incrementando su energía de forma continua. Si el movimiento de un tren de cargas con espaciamientos regulares verifica la condición de resonancia, la respuesta vertical del tablero aumenta a medida que van entrando las cargas, alcanzándose un máximo cuando la última carga entra en la estructura. Una vez que la última carga ha abandonado el puente, éste queda en un estado de vibración libre que acaba amortiguándose.

El fenómeno de *cancelación* está también relacionado con las vibraciones libres inducidas en la estructura por el paso de cargas móviles. Si se analiza la respuesta debida a un modo concreto de una viga simplemente apoyada, cuando el tiempo empleado por un grupo de cargas en recorrer la longitud asociada a media onda

del modo en cuestión, es múltiplo o submúltiplo impar de medio periodo natural de ésta, la solución homogénea y la particular de la respuesta forzada de la viga se cancelan en el instante de salida de las cargas, y las oscilaciones libres se anulan por completo. Es importante remarcar que así como la condición de resonancia está asociada al tránsito de una sucesión de cargas, la situación de cancelación se produce con cada una de ellas, por lo que no depende en medida alguna del número de cargas ni de la distancia que las separa.

Los valores de cancelación de las distintas velocidades de resonancia tienen lugar para valores de L/d concretos. La primera cancelación de la primera velocidad de resonancia se da para un valor de L/d de 1.5, de acuerdo con la figura 4.4 este valor de relación de distancias características entre coches corresponde a luces superiores a 35 m, que quedan fuera del rango de estudio que se pretende llevar a cabo. Para resonancias de orden superior a uno, los valores de L/d que producen la cancelación de resonancia sí pertenecen al rango de luces a estudiar, por lo que será necesario llevar a cabo una discretización muy fina del parámetro β_d para estudiar la reducción de la respuesta que se produce en valores próximos al de cancelación.

En el caso que nos ocupa de primera resonancia, y puesto que no existen situaciones potenciales de cancelación, los valores de β_d se escogen repartidos homogéneamente para cubrir el rango de luces del estudio según se indica a continuación:

$$\beta_d = \{0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1, 1.1\} \quad (4.25)$$

Según puede apreciarse en la figura 4.4, mediante la discretización escogida se cubre un rango de luces comprendido entre 12 y 29 m.

La relación entre el parámetro β_x y el parámetro β_d , siendo x la distancia entre pivotes de bogies r o el empate del bogie b , se obtiene operando según se indica en la siguiente expresión:

$$\beta_x = \frac{L}{x} = \frac{L}{d} \cdot \frac{d}{x} = \beta_d \frac{d}{x} \quad (4.26)$$

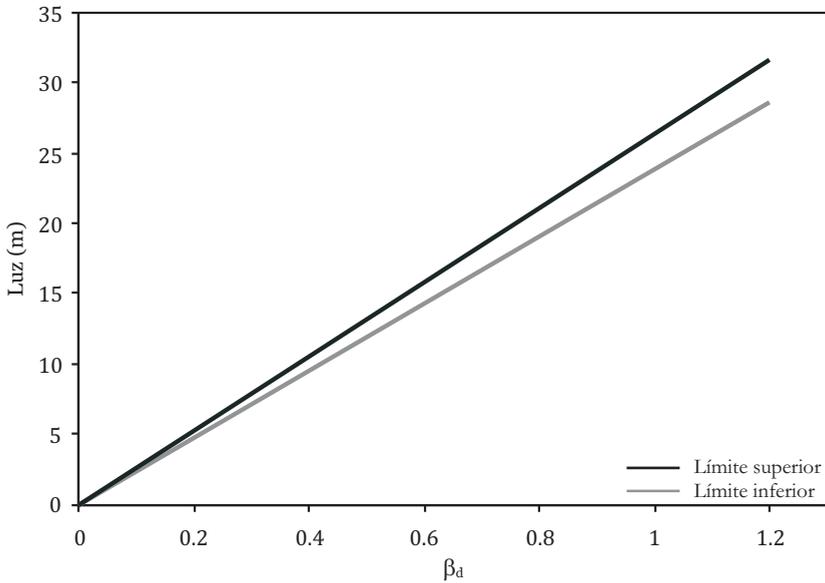


Figura 4.4: Intervalos de la luz del puente en función de β_d

Los límites inferior y superior de β_x para cada valor de β_d se obtendrán combinando adecuadamente los parámetros d y $x = r, b$ de la tabla 4.2. En la figura 4.5 se obtiene su representación gráfica.

$$\beta_{x,min}(\beta_d) = \beta_d \frac{d_{min}}{x_{max}} \tag{4.27}$$

$$\beta_{x,max}(\beta_d) = \beta_d \frac{d_{max}}{x_{min}}$$

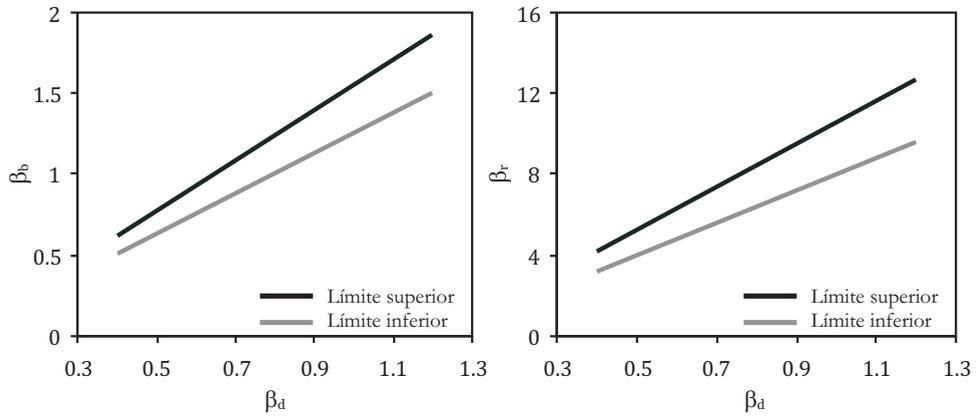


Figura 4.5: β_b y β_r frente a β_d

4.2.4.3. Parámetros de masas

Se lleva a cabo un procedimiento similar, consistente en establecer la relación de cada uno de los parámetros de masas con el parámetro L/d .

Para ello se opera según la siguiente expresión la relación de masas del componente x , siendo x la caja, bogie o eje de la composición:

$$\mu_x = \frac{m_x}{mL} = \frac{m_x}{m \cdot \frac{L}{d} \cdot d} = \frac{1}{\beta_d} \frac{m_x}{d} \frac{1}{m} \quad (4.28)$$

La masa lineal del puente está relacionada con la luz del mismo según se muestra en la parte izquierda de la figura 4.3. Del mismo modo se ha establecido la relación entre el parámetro fundamental β_d y la luz del puente en 4.4. Por tanto es posible obtener la relación entre la masa lineal del puente y el parámetro β_d según se aprecia en la figura 4.6. Se puede apreciar cómo para cada valor de β_d se obtiene una masa lineal mínima y máxima del puente de manera que, al combinarlos con los valores mínimos y máximos del cociente m_x/d de la expresión 4.28, se obtendrán los límites realistas inferior y superior del parámetro μ_x para cada valor de β_d . Su representación gráfica se puede consultar en las figuras 4.7 y 4.8.

$$\begin{aligned} \mu_{x,min}(\beta_d) &= \frac{1}{\beta_d} \frac{m_{x,min}}{d_{max}} \frac{1}{m_{max}(\beta_d)} \\ \mu_{x,max}(\beta_d) &= \frac{1}{\beta_d} \frac{m_{x,max}}{d_{min}} \frac{1}{m_{min}(\beta_d)} \end{aligned} \quad (4.29)$$

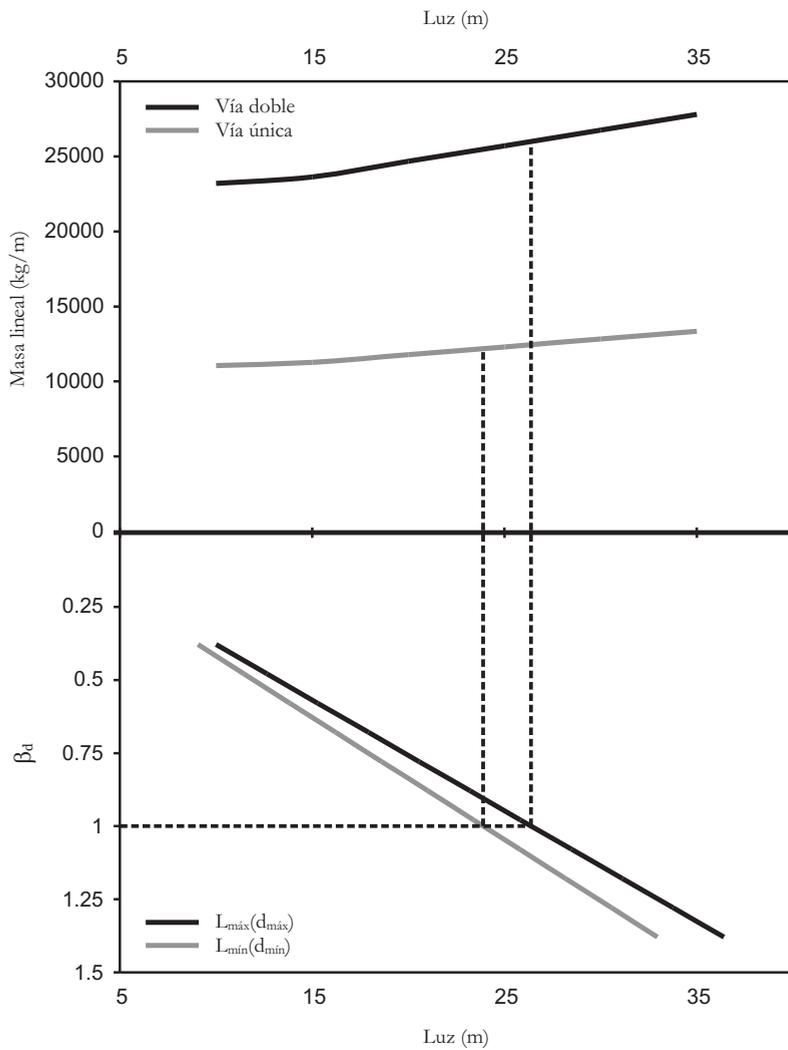


Figura 4.6: Relación entre la masa lineal del puente y β_d

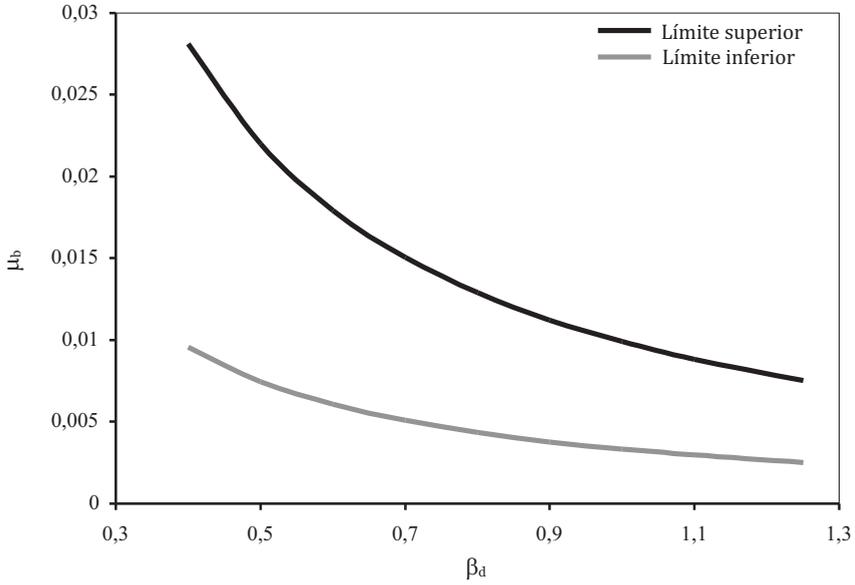


Figura 4.7: μ_b frente a β_d

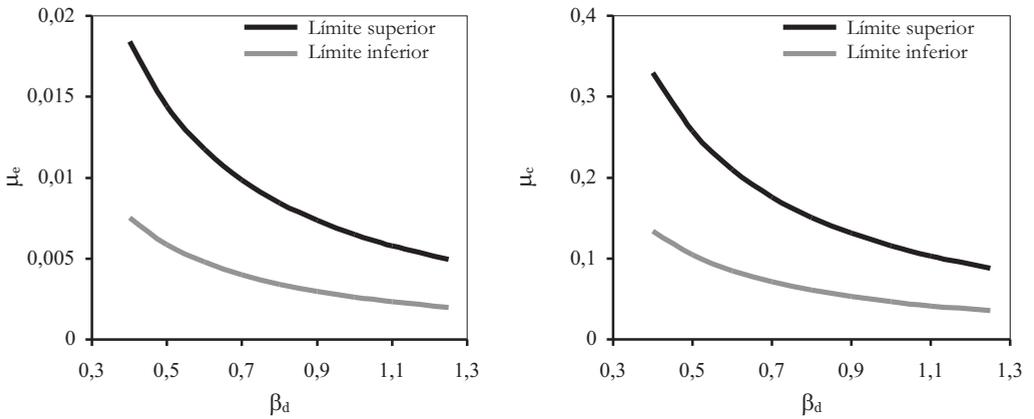


Figura 4.8: μ_e y μ_c frente a β_d

4.2.4.4. *Parámetros de frecuencias*

La frecuencia propia del puente está relacionada con la luz del mismo según se aprecia en la figura 4.3. Es posible por tanto obtener un límite inferior y superior de la frecuencia propia del tren para cada valor de β_d según se muestra en la figura 4.9.

Habiendo establecido un valor mínimo y máximo de la frecuencia propia del puente para cada β_d , es posible establecer la relación entre el parámetro de frecuencias η_x , siendo $x = b, c$:

$$\eta_x = \frac{n_x}{n_0(\beta_d)} \quad (4.30)$$

Los límites inferior y superior del parámetro η_x se obtienen según se indica en la ecuación 4.31, siendo la representación gráfica de los límites inferior y superior de las relaciones de frecuencias del bogie y de la caja la mostrada en las figuras 4.10.

$$\begin{aligned} \eta_{x,min}(\beta_d) &= \frac{n_{x,max}}{n_{0,min}(\beta_d)} \\ \eta_{x,max}(\beta_d) &= \frac{n_{x,min}}{n_{0,max}(\beta_d)} \end{aligned} \quad (4.31)$$

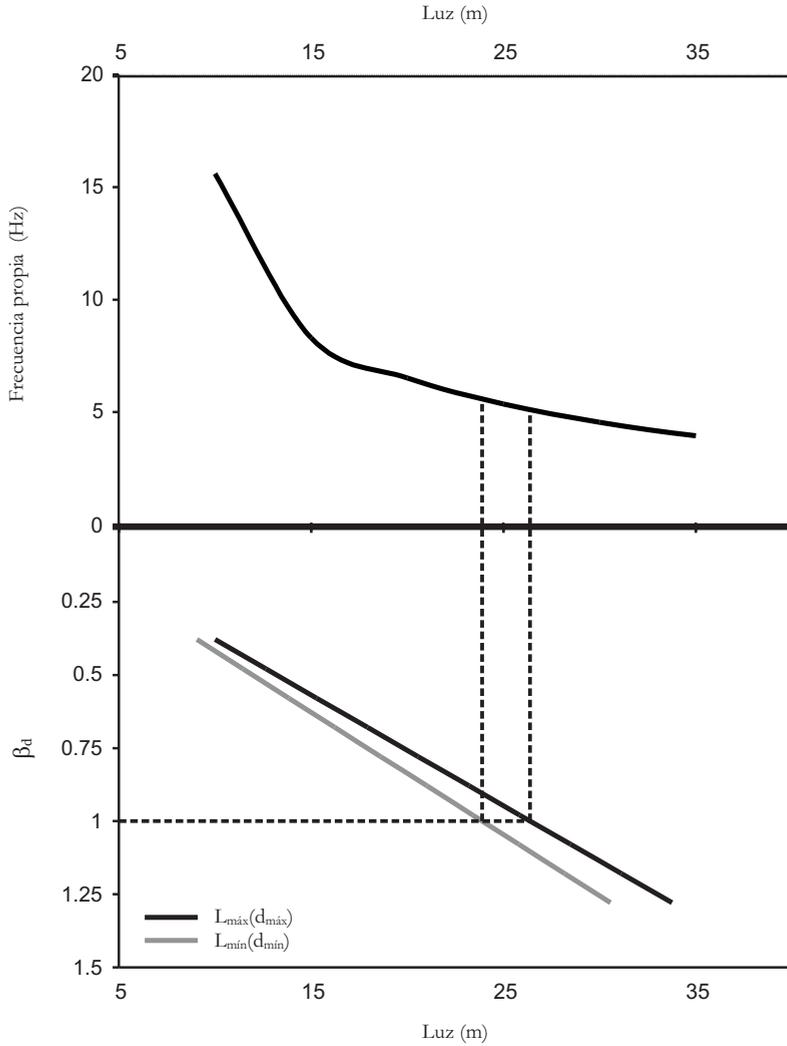


Figura 4.9: Dependencia de la frecuencia propia del puente con β_d

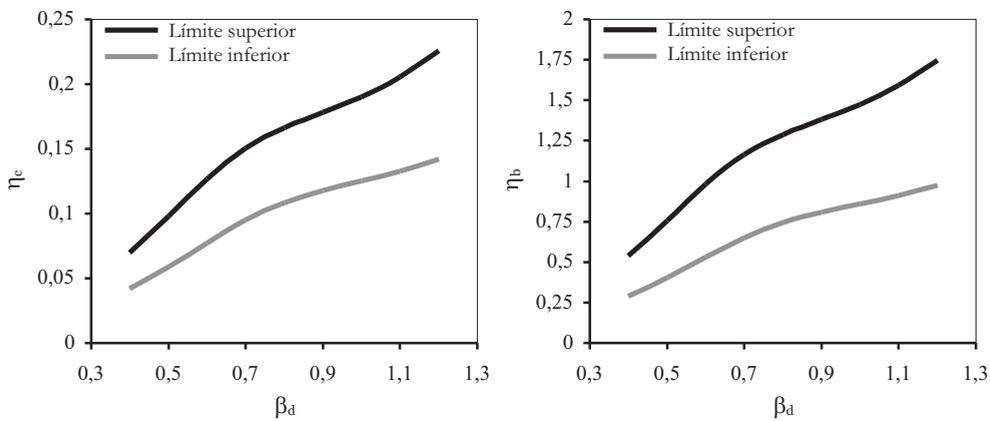


Figura 4.10: η_c y η_b frente a β_d

4.2.4.5. Parámetros de inercias

La relación existente entre el parámetro β_d , la masa lineal del puente y su luz ha quedado establecida en apartados anteriores. Haciendo uso de dichas relaciones es posible formular la correspondencia entre el parámetro de inercias γ_x y la relación de distancias β_d , siendo $x = b, c$:

$$\gamma_x(\beta_d) = \frac{J_x}{m(\beta_d)L(\beta_d)^3} \quad (4.32)$$

Los límites inferior y superior de las relaciones de inercias del bogie y la caja, obtenidos según la ecuación 4.33 pueden consultarse en las figuras 4.11.

$$\gamma_{x,min}(\beta_d) = \frac{J_{x,min}}{m_{max}(\beta_d)L_{max}(\beta_d)^3} \quad (4.33)$$

$$\gamma_{x,max}(\beta_d) = \frac{J_{x,max}}{m_{min}(\beta_d)L_{min}(\beta_d)^3}$$

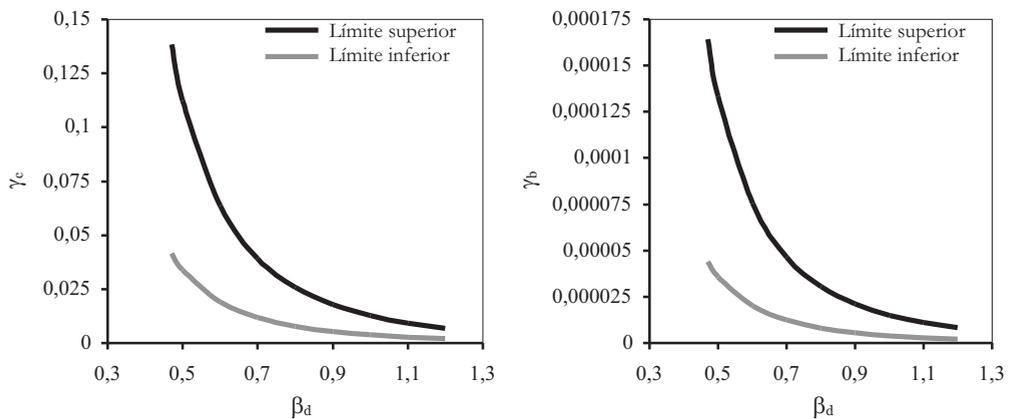


Figura 4.11: γ_c y γ_b frente a β_d

4.2.5. Discretización de los rangos del estudio paramétrico

Una vez determinados los límites de cada parámetro en función de β_d es necesario escoger el número de valores discretos asociados para así realizar un estudio de sensibilidad. El parámetro β_d ha sido discretizado según los valores recogidos en la expresión 4.25 de manera que el estudio de sensibilidad cubra el rango de luces deseado. El número de valores discretos del resto de parámetros seleccionados para cada β_d se escoge según la importancia que, a priori, se considera que dichos parámetros tendrán en el cálculo de la reducción de la respuesta. Para ello son de gran utilidad los resultados de la tesis doctoral de P. Museros [24]. Durante la mencionada Tesis se llevó a cabo un estudio paramétrico para estimar la reducción de la respuesta debida a la interacción vehículo-estructura, empleando para ello un Modelo de Interacción Simplificado y tomando como parámetros del estudio los fundamentales del modelo según las Fórmulas de Semejanza asociadas. El Modelo de Interacción Simplificado, representado en la figura 4.12, introduce dos hipótesis respecto del Modelo de Interacción Completo que hacen más sencilla la formulación y dan lugar a una reducción de los tiempos de cálculo:

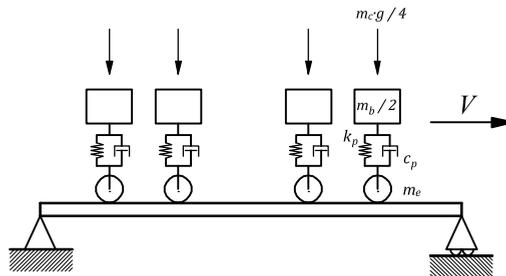


Figura 4.12: Esquema del Modelo de Interacción Simplificado

- La acción de las cajas se representa mediante una sobrecarga concentrada actuando sobre los pivotes de los bogies. Así pues se desprecia el efecto de las oscilaciones verticales y de cabeceo de las masas suspendidas.
- Los bogies no se representan como una masa con inercia a traslación vertical y al cabeceo, sino como dos masas independientes que oscilan en dirección vertical sobre cada uno de los ejes.

En un Modelo de Interacción Simplificado se considera por tanto que la caja del coche interactúa de manera despreciable con el puente y su acción se tiene en cuenta únicamente como una carga estática repartida entre el conjunto de bogies del coche. Esta hipótesis es adecuada, puesto que el objetivo de los fabricantes de trenes al diseñar los sistemas de suspensión de los coches es que la caja se encuentre *aislada* para así garantizar en la mayor medida posible el confort de los viajeros. En la segunda de las hipótesis, se está despreciando también el efecto inercial del cabeceo de los bogies. Se considera que, dada la escasa distancia entre los ejes de un mismo bogie, el cabeceo del mismo tiene una contribución despreciable en el fenómeno de interacción vehículo-estructura.

La diferencia entre los resultados obtenidos mediante los Modelos de Interacción Completos y Simplificados es, en general, pequeña salvo en puentes de grandes luces y frecuencias propias bajas. Sin embargo no ha sido desarrollado ningún estudio exhaustivo que permita discernir la importancia de cada uno de los parámetros del Modelo de Interacción Completo en el fenómeno de interacción.

En una primera aproximación, para definir la discretización de los parámetros fundamentales durante el estudio se han empleado los resultados de la Tesis Doctoral de P. Museros, a partir de los cuales se ha tratado de interpretar *a priori* cuál es la influencia de cada uno de los parámetros fundamentales en el comportamiento del sistema y por tanto cómo de exhaustiva debe ser la discretización asociada.

A continuación se detalla la influencia *esperable* de cada parámetro y la discretización asociada.

- **Relaciones de distancias:** β_b y β_r

El parámetro de relación de distancias entre pivotes de bogies β_r se puede interpretar físicamente como una medida de lo distanciadas que están entre sí las cargas de la composición respecto de la luz del puente. Cuanto mayor sea dicho parámetro, definido como el cociente entre la luz del puente L y la distancia entre pivotes de bogies r , menor será la distancia entre pivotes de bogies para un mismo puente. Cabe esperar que cuanto más próximas estén entre sí las cargas pertenecientes a un mismo grupo, mayor sea la

amplificación del efecto dinámico que producen ya las vibraciones libres asociadas a cada uno de los ejes están menos desfasadas entre sí.

El parámetro de relación de distancias del empate del bogie β_d tiene el mismo efecto aunque a menor escala. Dado el escaso margen de variación observado para el empate del bogie, se espera que la contribución de este parámetro sea de poca importancia.

En ambos casos, se considera que tomar los valores extremos de cada intervalo de valores realistas que para ellos define el parámetro β_d es suficiente. En caso de observar una elevada sensibilidad de la respuesta frente a alguno de los parámetros, se optaría por llevar a cabo una discretización más fina con el objetivo de analizar el fenómeno en profundidad.

Los valores discretos tomados para los parámetros β_b y β_r pueden consultarse en la figura 4.13.

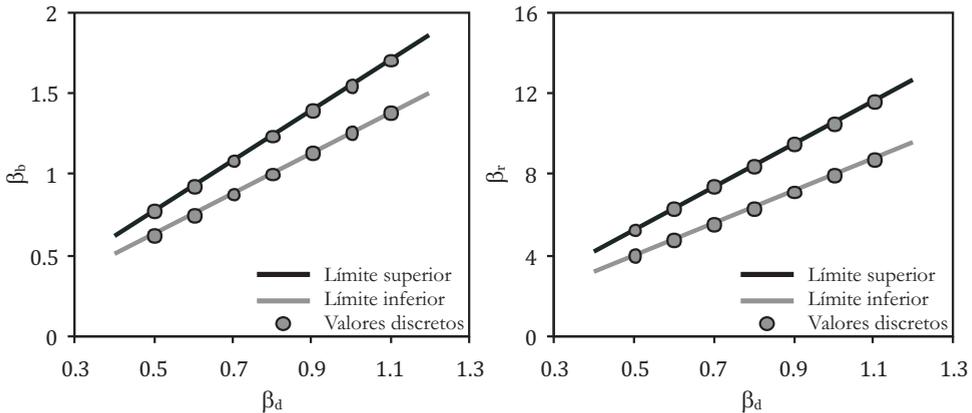


Figura 4.13: β_b y β_r frente a β_d

■ **Relaciones de masas:** μ_c , μ_b y μ_e

Se espera que los valores de relaciones de masas tengan un efecto amplificador sobre la reducción de la respuesta. Con el aumento de las relaciones de masas del bogie y de la caja aumentan sus efectos inerciales, por lo que el beneficio de la interacción cabe esperar que aumente.

Del mismo modo, al aumentar la relación de masas del eje, también será

mayor la reducción de la respuesta, ya que al aumentar la masa del eje se está incrementando la masa modal del puente de manera que la amplitud de las vibraciones del mismo tiende a disminuir.

Para corroborar las tendencias señaladas y acotar la nitidez del fenómeno se decide tomar un punto intermedio además de los dos valores extremos para cada rango de relaciones de masas definido por el parámetro β_d según se indica en la figura 4.14 y 4.15.

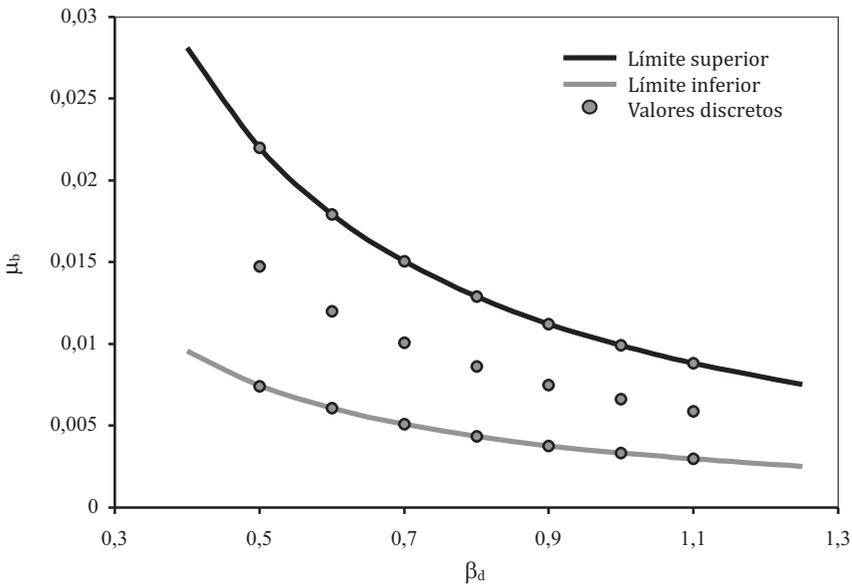


Figura 4.14: μ_b frente a β_d

■ **Relaciones de frecuencias: η_c y η_b**

En la Tesis Doctoral de P. Museros puede comprobarse cómo para relaciones de frecuencias del bogie bajas, la reducción de la respuesta debida a la interacción aumenta con la relación de frecuencias. La máxima reducción se obtiene para valores medios, mientras que para valores elevados de la relación de frecuencias del bogie la reducción tiende a disminuir. Esta tendencia se debe a que, para valores intermedios de la relación de frecuencias del bogie, la frecuencia propia del puente es similar a la frecuencia propia

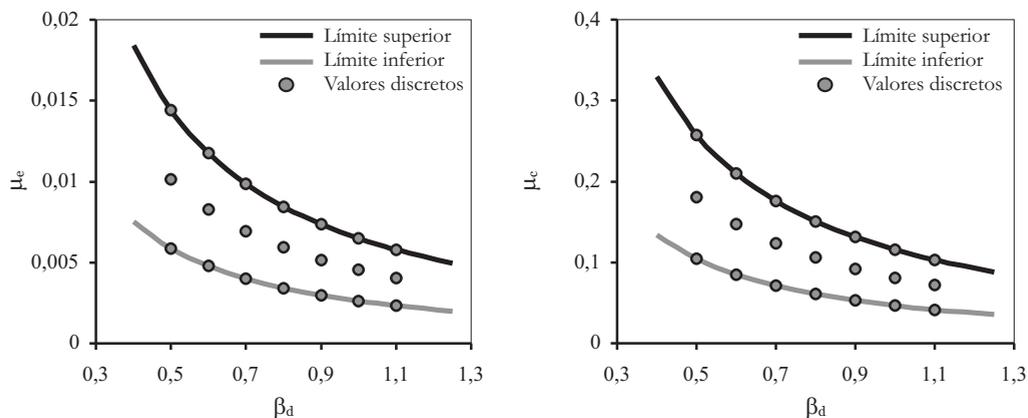


Figura 4.15: μ_e y μ_c frente a β_d

de vibración del sistema de suspensión primario, por lo que el acoplamiento entre ambos y la consecuente disipación de energía son máximos. Se escogen hasta 5 valores discretos de η_b por cada valor de β_d para poder afinar en la determinación de los valores de relación de frecuencias de la suspensión primaria que maximizan el efecto beneficioso de la interacción.

En cuanto a la relación de frecuencias del sistema de suspensión secundario, cabe esperar que el efecto beneficioso de la interacción aumente conforme lo haga η_c . No obstante no se espera que se alcance ningún valor máximo, ya que la frecuencia propia del sistema de suspensión secundario oscila entre 0.7 y 1 Hz, siendo un rango de frecuencias alejado del rango de frecuencias propias de los puentes analizados. En cualquier caso se escogen tres valores discretos de η_c para observar si la tendencia prevista se mantiene y cuán sensible es la reducción de la respuesta frente a variaciones del parámetro en cuestión.

Los valores discretos para las relaciones de frecuencias se pueden consultar en la figura 4.16.

■ Relaciones de inercias: γ_c y γ_b

Se espera que la influencia de variaciones de las relaciones de inercias sea escasa. Por un lado, el diseño de los sistemas de suspensión del vehículo es

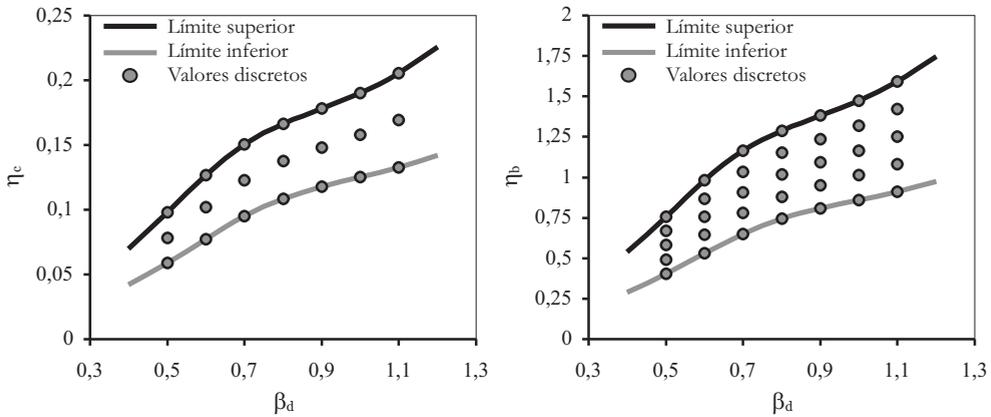


Figura 4.16: η_c y η_b frente a β_d

tal que la caja se encuentre lo más aislada posible. La frecuencia al cabeceo de la misma es siempre muy reducida, por lo que durante el paso de un coche sobre el puente cabe esperar que el efecto inercial de la misma apenas tenga influencia. Se espera que la relación de inercias del bogie tenga también poca importancia, salvo tal vez en situaciones de reducido valor de β_b , correspondiente a un bogie *largo* circulando sobre un puente *corto*.

Se seleccionan en primer término los valores extremos de cada intervalo realista definido por la relación L/d para verificar la importancia de las relaciones de inercias en la reducción de la respuesta. Los valores seleccionados se representan en la figura 4.17.

■ Relaciones de amortiguamientos: ζ_s y ζ_p

Los amortiguadores de la suspensión primaria contribuyen a la reducción de la respuesta a causa de la disipación de energía que introducen. Sin embargo, los osciladores sufren una excitación transitoria de corta duración mientras circulan sobre la estructura, por lo que la respuesta de ésta no se espera que sea especialmente sensible a variaciones moderadas en el amortiguamiento de la suspensión primaria de los vehículos. El fenómeno es todavía más acusado para los amortiguadores de la suspensión secundaria por el reducido valor de la frecuencia propia de los sistemas secundarios.

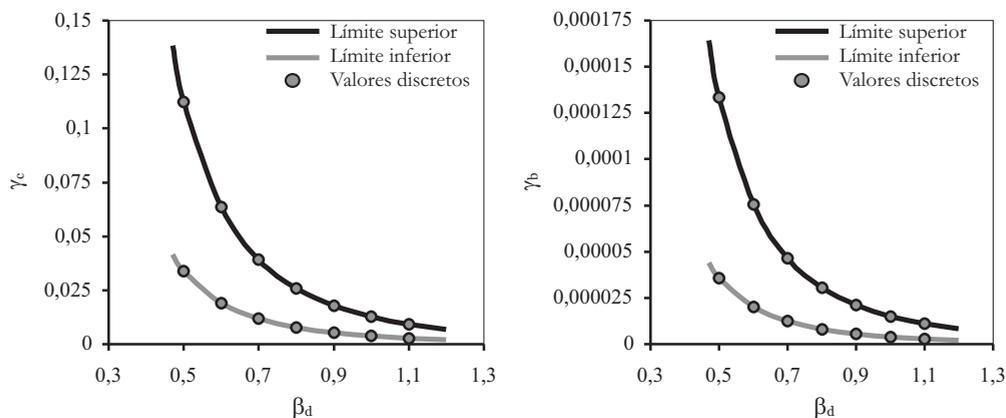


Figura 4.17: γ_c y γ_b frente a β_d

Durante la investigación, y según se indica en la tabla 4.2, no se ha podido estimar un rango de variación de la tasa de amortiguamiento de la suspensión primaria. Es razonable suponer que el sistema de suspensión secundario tendrá poca influencia en la disipación de la energía de la estructura de acuerdo con el párrafo anterior. Por tanto se ha decidido tomar un único valor para cada relación de amortiguamientos y posponer el estudio de su influencia, que se prevé escasa, para futuras investigaciones.

De este modo, el valor de las relaciones de amortiguamientos ζ_s y ζ_p se obtiene a partir de los datos disponibles, tomando el valor conocido para el amortiguamiento de la suspensión primaria y el valor medio de los límites conocidos para la suspensión secundaria:

$$\begin{aligned}\zeta_p &= 4.21\% \\ \zeta_s &= 17\%\end{aligned}\tag{4.34}$$

4.3. Planteamiento del estudio paramétrico

En el esquema 4.3 se engloba la discretización realizada para cada uno de los parámetros fundamentales según lo expuesto en la sección anterior.

Número de valores discretos del parámetro $\beta_d \rightarrow 7$	
Para cada valor $\beta_{d,i}$ se obtiene	$\beta_{ri,j}$ ($j = 1, 2$)
	$\beta_{bi,j}$ ($j = 1, 2$)
	$\mu_{ci,j}$ ($j = 1, 2, 3$)
	$\mu_{bi,j}$ ($j = 1, 2, 3$)
	$\mu_{ei,j}$ ($j = 1, 2, 3$)
	$\eta_{ci,j}$ ($j = 1, 2, 3$)
	$\eta_{bi,j}$ ($j = 1, 2, 3, 4, 5$)
	$\gamma_{ci,j}$ ($j = 1, 2$)
	$\gamma_{bi,j}$ ($j = 1, 2$)
	$\zeta_{si,j}$ ($j = 1$)
	$\zeta_{pi,j}$ ($j = 1$)

Tabla 4.3: Esquema de la discretización de los parámetros fundamentales

Es necesario analizar un total de 45360 casos para completar el estudio de sensibilidad planteado en los términos expuestos anteriormente. Para cada uno de ellos es necesario calcular la reducción de la respuesta obtenida respecto al Modelo de Cargas Puntuales asociado. Puesto que el incremento de las aceleraciones del tablero es la condición crítica asociada al fenómeno de resonancia, según se ha explicado en el capítulo introductorio de la Tesis de Máster, el cálculo del amortiguamiento adicional se realizará en base a las reducciones de las aceleraciones máximas entre los Modelos de Cargas Puntuales y los Modelos de Interacción Completos:

$$R'(\%) = \frac{a_{p,max} - a_{i,max}}{a_{p,max}} \cdot 100 \quad (4.35)$$

Mediante la obtención de las Fórmulas de Semejanza Generalizadas, se ha demostrado que la aceleración de los tableros es proporcional a la carga estática por eje P e inversamente proporcional al producto de la masa lineal del puente y su luz:

$$a_{(p,i),max} \propto \frac{P}{mL} \quad (4.36)$$

La carga estática por eje P es idéntica en ambos modelos y se calcula a partir de los valores de la masa de los ejes, las masas semi-suspendidas y las masas suspendidas:

$$P = \left(m_e + \frac{m_b}{2} + \frac{m_c}{4} \right) g = \left(\mu_e + \frac{\mu_b}{2} + \frac{\mu_c}{4} \right) mLg$$

Dividiendo numerador y denominador por la carga estática P en la ecuación 4.35 se obtiene la siguiente expresión:

$$R'(\%) = \frac{\frac{a_{p,max}}{P} - \frac{a_{i,max}}{P}}{\frac{a_{p,max}}{P}} \cdot 100 = \frac{a_{p_u,max} - a_{i_u,max}}{a_{p_u,max}} \cdot 100 \quad (4.37)$$

siendo $a_{p_u,max}$ la aceleración máxima del Modelo de Cargas Puntuales frente a carga unitaria y $a_{i_u,max}$ la aceleración máxima del Modelo de Interacción Completo *normalizada* respecto al valor de la carga estática por eje P .

Para construir el Modelo de Cargas Puntuales con carga unitaria por eje (MCP_u) es necesario conocer el valor de los tres parámetros de distancias. De ese modo, todas las distancias entre los ejes de la composición quedan determinadas. El Modelo de Cargas Puntuales con carga estática no unitaria (MCP) se obtiene cuando además se conoce el valor de los tres parámetros de masas. Extendiendo el procedimiento al resto de parámetros fundamentales, se obtiene el Modelo de Interacción Completo (MIC). Por tanto, cada MCP_u engloba un conjunto de MCP y MIC . El número de componentes del conjunto para cada modelo depen-

de del número de combinaciones obtenidas a partir de la discretización de los parámetros fundamentales. Así, por cada MCPu se obtienen 27 MCP y 1620 MIC:

$$\text{Cada MCPu contiene} \begin{cases} N\mu_c \cdot N\mu_b \cdot N\mu_e \text{ MCP} \\ N\mu_c \cdot N\mu_b \cdot N\mu_e \cdot N\eta_c \cdot N\eta_b \cdot N\gamma_c \cdot N\gamma_b \cdot N\zeta_s \cdot N\zeta_p \text{ MIC} \end{cases}$$

El trabajo desarrollado para obtener el amortiguamiento adicional se ha organizado del siguiente modo:

- En un primer término se calcula la reducción de la respuesta existente entre los MCPu y los MIC normalizados. De este modo se pueden extraer conclusiones respecto a la sensibilidad de la reducción de la respuesta frente al conjunto de parámetros que definen el MIC. El procedimiento se lleva a cabo según se muestra en la figura 4.18 y la influencia de los distintos parámetros en la reducción de la respuesta se trata en profundidad en el apartado 4.4 de la Tesis de Máster.

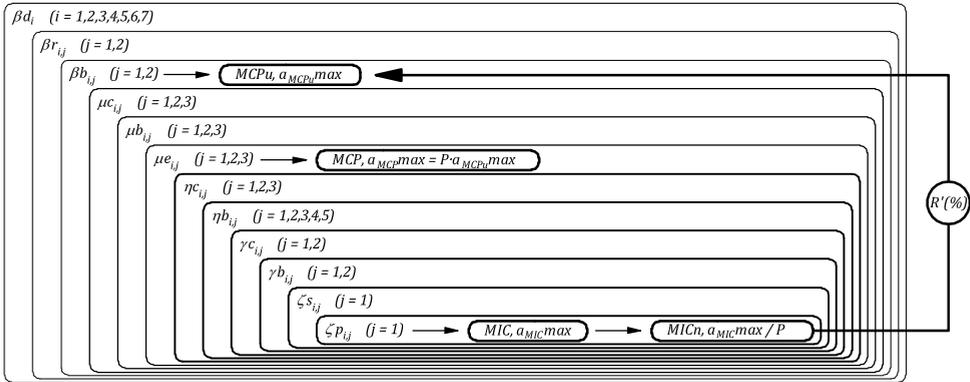


Figura 4.18: Esquema del proceso de cálculo de las reducciones de la respuesta

- Para cada MCPu definido, se obtienen 1620 valores de reducción de la respuesta correspondientes al número de MIC normalizados obtenidos a partir del MCPu. Al aplicar un amortiguamiento adicional al MCPu, la reducción

de la respuesta debe ser tal que la respuesta máxima del modelo no pueda verse sobrepasada por la respuesta de ningún MIC normalizado posible. Es necesario por tanto adoptar una posición conservadora para calcular el amortiguamiento adicional aplicable a cada MCPu, por lo que éste se calculará a partir de la reducción de la respuesta mínima observada. De esta manera, el proyectista dispondrá de una herramienta que le permitirá realizar un dimensionado óptimo de las estructuras estando siempre del lado de la seguridad. El esquema básico del procedimiento así descrito puede consultarse en la figura 4.19. El método del amortiguamiento adicional resultante del estudio que concierne al presente documento se describe en el apartado 4.5.

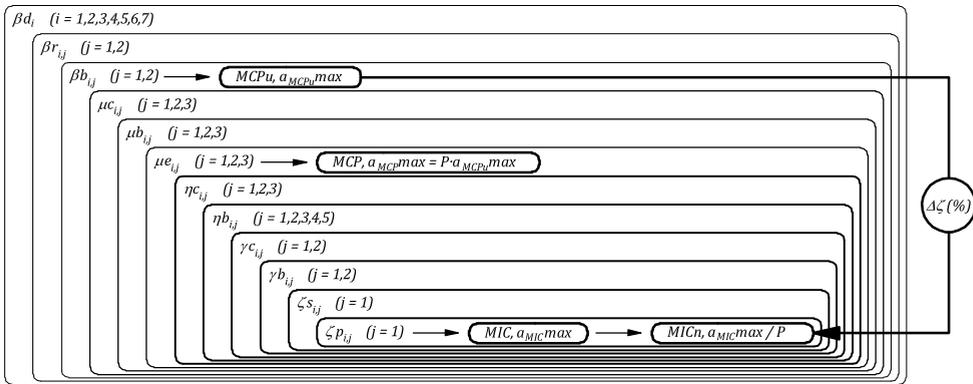


Figura 4.19: Esquema del proceso de cálculo de los amortiguamientos adicionales

4.4. Estudio de sensibilidad

Antes de proceder con el análisis de los resultados del estudio de sensibilidad es necesario tener en cuenta los siguientes puntos relativos a la presentación de los gráficos y su interpretación:

- Los gráficos se agrupan por valores del parámetro β_d . En la leyenda de cada gráfico o a pie de figura se indica a qué valor de β_d corresponde la

información representada, empleando el índice correspondiente en lugar del valor concreto del parámetro. Se obtienen por tanto siete familias de gráficos correspondientes a los siete valores del parámetro β_d : β_{d1} , β_{d2} , β_{d3} , β_{d4} , β_{d5} , β_{d6} , β_{d7} .

- En lugar de indicar los valores precisos de cada parámetro fundamental y dada la poca información que, a juicio del autor, aporta el valor concreto que tome el parámetro, se ha optado por indicar la posición del valor del parámetro con respecto a su intervalo de variación expresada en tanto por uno. Así, mediante el índice “0” se indica que el parámetro en cuestión toma el valor del límite inferior realista que para él se determina según el $\beta_{d,i}$ analizado mientras que el índice “1” indica que el parámetro adquiere el límite superior del rango realista definido.
- En cada gráfico se representa la reducción de las aceleraciones observadas frente a la variación de la relación de frecuencias del bogie η_b para el caso β_d . De este modo se confirma la tendencia esperable en cuanto a la aparición del valor máximo de la reducción de la respuesta para valores de η_b en torno a la unidad.

4.4.1. Influencia de las relaciones de masas

4.4.1.1. Relación de masas del bogie

Un análisis de las figuras 4.20 y 4.21 permite extraer las siguientes conclusiones:

- La reducción de la respuesta es creciente con la relación de masas del bogie. Según se había anticipado, al aumentar la masa del bogie también lo hacen los efectos inerciales del mismo y por tanto la interacción vehículo-estructura se hace más patente.
- La máxima reducción se obtiene para valores de la relación de frecuencias del bogie en torno a la unidad. Siendo la frecuencia propia del bogie similar a la de la estructura, se maximiza el efecto de interacción entre el sistema

de suspensión primario, por lo que la reducción de la respuesta alcanza su valor máximo. Según se aprecia, el valor máximo de la reducción no se alcanza para los valores inferiores de β_d ya que dichos valores se corresponden con las frecuencias propias del puente más elevadas (la relación de distancias β_d es proporcional a la luz del puente y por tanto inversamente proporcional a su frecuencia propia).

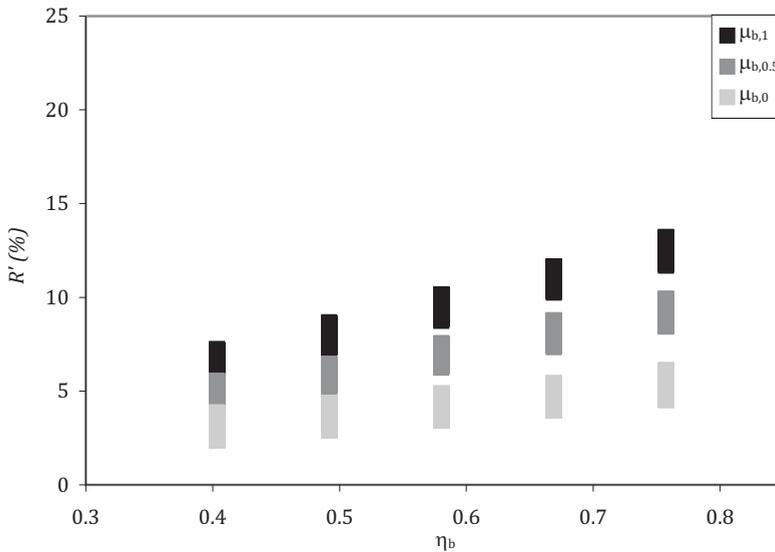


Figura 4.20: Reducción de aceleraciones (R') en situación de primera resonancia.

Las tendencias señaladas resultan evidentes quedando las franjas correspondientes a cada valor de μ_b claramente diferenciadas. Puede concluirse por tanto que la reducción de la respuesta es altamente sensible al valor del parámetro fundamental de relación de masas del bogie.

En los gráficos se están representando el conjunto de puntos de estudio, agrupando los resultados para los distintos valores seleccionados del parámetro μ_b . Por tanto, el *ancho de banda* de cada una de las franjas correspondientes a los tres valores de β_d es proporcional a la sensibilidad de la reducción de la respuesta frente al resto de parámetros fundamentales. La variación de la reducción en cada ancho de banda oscila entre el 2 y el 6% según puede apreciarse en las figuras.

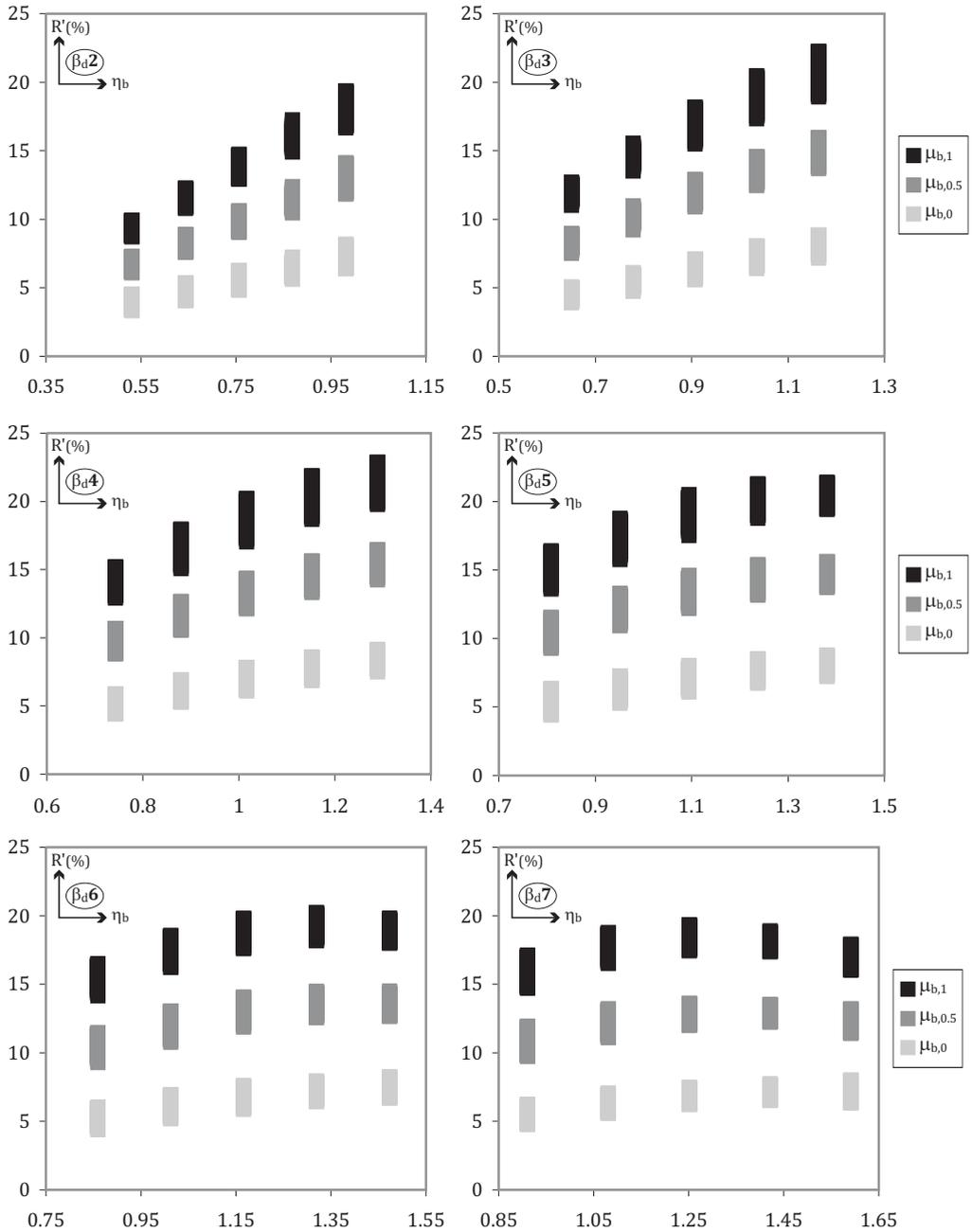


Figura 4.21: Reducción de aceleraciones (R') en situación de primera resonancia.

Puede concluirse por tanto que el resto de parámetros fundamentales intervienen de manera poco notable en el fenómeno de la interacción.

4.4.1.2. Relación de masas del eje

La reducción de la respuesta es ligeramente creciente con la relación de masas del eje. La razón estriba en el incremento de la masa modal del puente introducida al aumentar la masa del eje. Esta tendencia se mantiene en el conjunto de valores del parámetro β_d . Para ejemplificar los resultados se toma el valor de $\beta_d 5$, que a juicio del autor es representativo del fenómeno al incluir el máximo en la reducción de la respuesta.

En la figura 4.22 el conjunto de resultados del estudio se ha segmentado por valores de μ_b y μ_e . Los valores de μ_e se han desplazado artificialmente en el orden de abscisas para así poder observar la tendencia de la respuesta con mayor claridad.

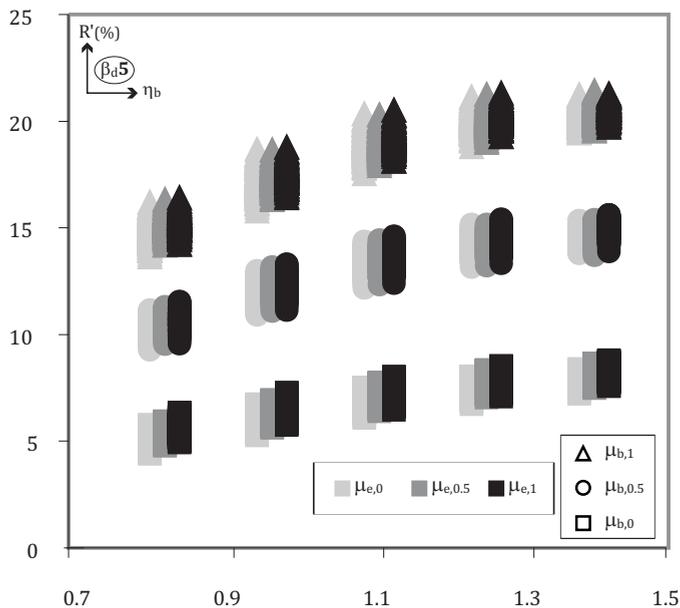


Figura 4.22: Reducción de aceleraciones (R') en situación de primera resonancia.

4.4.1.3. Relación de masas de la caja

En este caso se observa una reducción de la respuesta decreciente con el aumento de la relación de masas del puente. Los resultados se agrupan según se ha indicado para el parámetro μ_e y pueden consultarse en la figura 4.23 para el quinto valor de β_d .

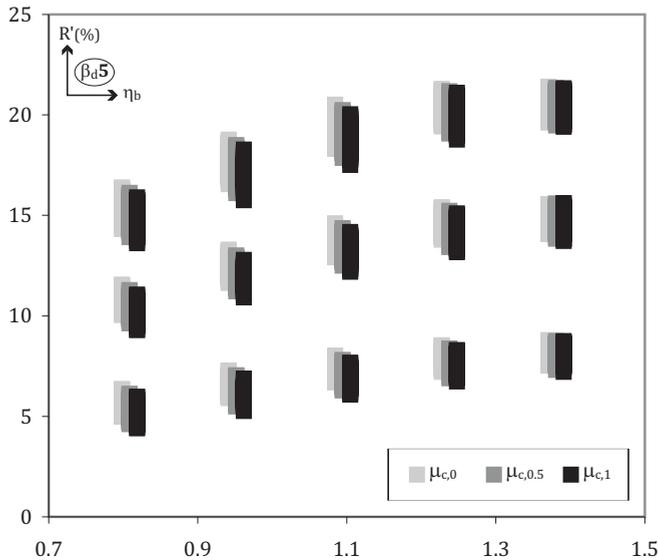


Figura 4.23: Reducción de aceleraciones (R') en situación de primera resonancia.

4.4.2. Influencia de las relaciones de frecuencias

4.4.2.1. Relación de frecuencias del bogie

La evidente influencia de la relación de frecuencias del bogie en la reducción de la respuesta ha sido escogida para representar el conjunto de resultados. La reducción de la respuesta presenta un máximo para valores de la relación de frecuencias del bogie en torno a la unidad. Según se ha explicado con anterioridad esto se debe a que cuando la frecuencia propia del bogie es similar a la de la es-

estructura, la capacidad del sistema de suspensión primario para interactuar con el puente alcanza su máximo.

4.4.2.2. Relación de frecuencias de la caja

La sensibilidad de la reducción de la respuesta con la relación de frecuencias de la caja puede observarse en la figura 4.24. La reducción de la respuesta es decreciente con la relación de frecuencias del sistema de suspensión secundario del coche.

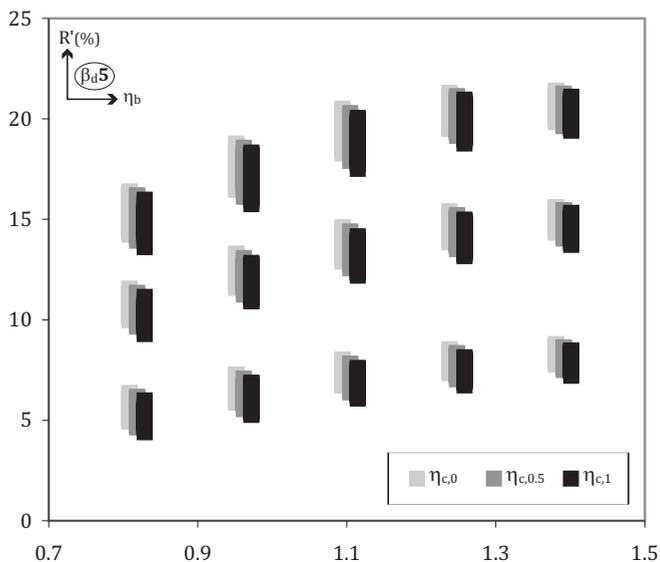


Figura 4.24: Reducción de aceleraciones (R') en situación de primera resonancia.

4.4.3. Influencia de las relaciones de inercias

4.4.3.1. Relación de inercias de la caja

En la figura 4.25 se agrupan el conjunto de puntos del estudio por valores de la relación de inercias de la caja del coche. Se aprecia como el valor máximo de la reducción de la respuesta es el mismo para cada valor de relación de inercias, sin embargo el mínimo presenta un ligero descenso cuando la relación de inercias de la caja alcanza su valor máximo.

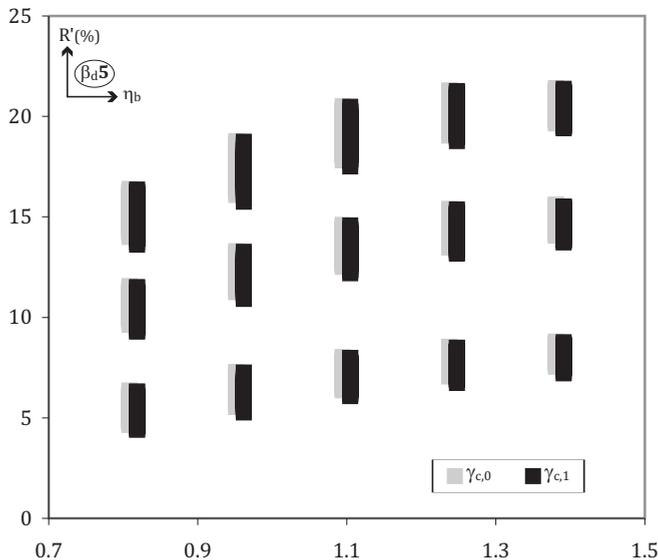


Figura 4.25: Reducción de aceleraciones (R') en situación de primera resonancia.

4.4.3.2. Relación de inercias del bogie

Según puede apreciarse en la figura 4.26, la reducción de la respuesta aumenta ligeramente con la relación de inercias del bogie.

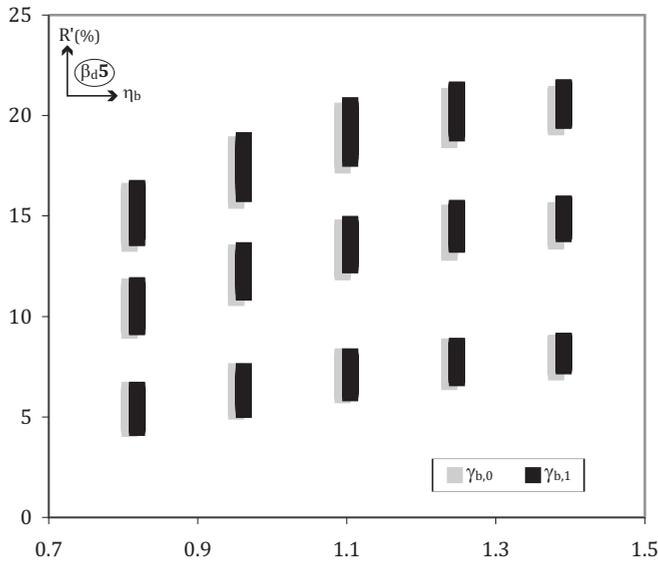


Figura 4.26: Reducción de aceleraciones (R') en situación de primera resonancia.

4.4.4. Influencia de las relaciones de distancias

4.4.4.1. Relación de distancias características entre coches

El cociente L/d afecta a la reducción de la respuesta puesto que el intervalo de valores realistas del resto de los parámetros se define a partir de éste. Así, el valor de β_d adoptado influye sobre el valor de la relación de frecuencias del sistema de suspensión primario para el que se obtienen las máximas reducciones, por lo que el valor máximo de la reducción depende intrínsecamente del cociente L/d . En cuanto a la influencia del resto de los parámetros, se observan los mismos patrones de comportamiento en la reducción de la respuesta para cada uno de los valores del parámetro β_d . Según se desprende del conjunto de gráficas, y tal como ha sido remarcado con anterioridad, se ha escogido el quinto valor del parámetro β_d para representar los resultados.

4.4.4.2. Relación de distancias β_r y β_d

En la figura 4.27 se han agrupado el conjunto de puntos de estudio por valores de los parámetros β_r , β_b , μ_b y μ_e para el quinto valor estudiado de la relación L/d . Se extraen las siguientes conclusiones en cuanto a la influencia de las relaciones de distancias L/r y L/b en la reducción de la respuesta:

- La reducción de la respuesta es creciente con la relación de distancias entre pivotes de bogies β_r
- La reducción de la respuesta es creciente con la relación de distancias del empate del bogie β_b
- Para valores medios de la relación de frecuencias de la suspensión primaria y tomando la máxima relación del cociente L/r , la reducción de la respuesta aumenta de manera algo más significativa cuando lo hace el valor L/b .

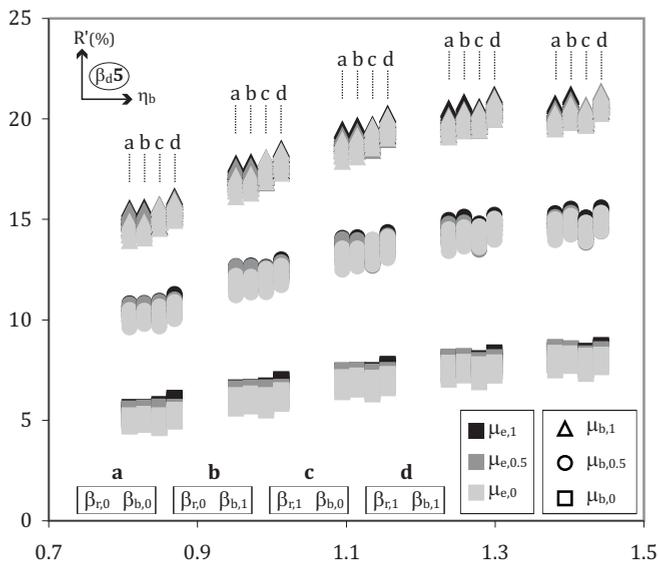


Figura 4.27: Reducción de aceleraciones (R') en situación de primera resonancia.

4.5. Convalidación del Método del Amortiguamiento Adicional

En el apartado 4.3 se sentaron las bases del estudio de sensibilidad realizado, cuya principal conclusión, además de las relativas a la influencia de los parámetros fundamentales del Modelo de Interacción Completo en la reducción de la respuesta, consiste en la convalidación del Método del Amortiguamiento Adicional propuesto por el Eurocódigo.

El Método del Amortiguamiento Adicional debe ser *conservador* por definición, ya que se fundamenta en la falta de datos sobre los modelos completos de las composiciones de Alta Velocidad. Por tanto, el amortiguamiento adicional aplicado a cada Modelo de Cargas Puntuales unitario debe ser tal que la aceleración máxima calculada sea siempre superior a la que se obtendría mediante cualquier Modelo de Interacción Normalizado obtenido a partir del MCPu.

El amortiguamiento adicional se calcula por tanto de forma iterativa para cada Modelo de Cargas Puntuales unitario a partir de la reducción de respuesta *mínima* correspondiente según lo expuesto en el esquema 4.19. En la figura 4.28 se representa el amortiguamiento adicional obtenido a partir de cada reducción de la respuesta mínima. Se aprecia cómo existe entre ambos factores una relación de proporcionalidad.

El amortiguamiento adicional calculado depende únicamente de los tres parámetros fundamentales de distancias, que son los necesarios para definir el Modelo de Cargas Puntuales unitario. En la figura 4.29 se representa el amortiguamiento adicional propuesto para la situación de primera resonancia en función de los parámetros de distancias. Se observa cómo el amortiguamiento calculado es poco sensible a la variación de los parámetros β_r y β_b , por lo que para facilitar la aplicación del método se ha tomado el amortiguamiento mínimo para cada combinación de factores según se desprende de la figura 4.30. El amortiguamiento adicional es por tanto función de la relación de distancias L/d .

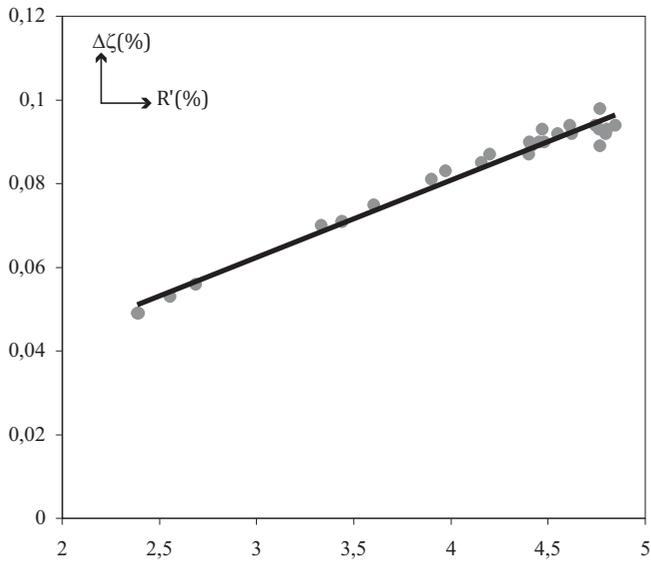


Figura 4.28: Relación lineal entre la reducción de la respuesta y el amortiguamiento adicional

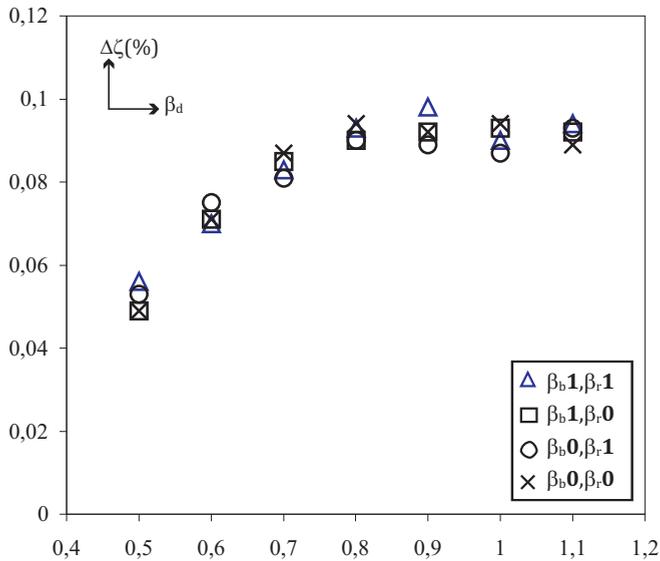


Figura 4.29: Amortiguamiento adicional propuesto en función de las relaciones de distancias en situación de primera resonancia

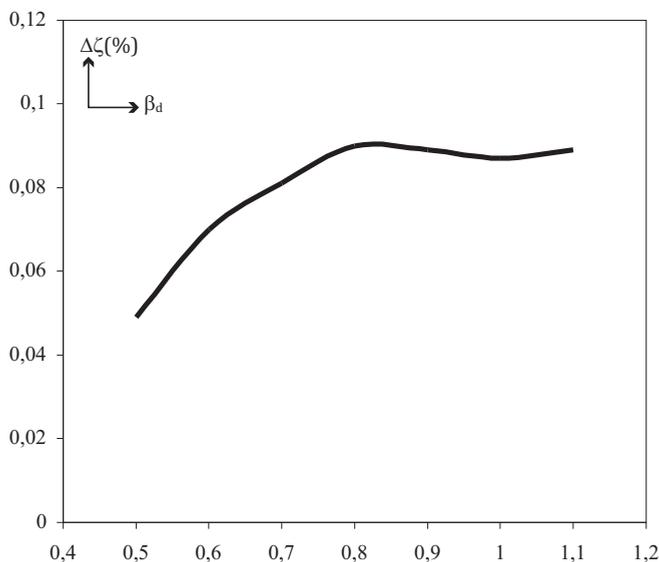


Figura 4.30: Amortiguamiento adicional propuesto en situación de primera resonancia

4.5.1. Comparativa entre los resultados del estudio y el MAAd del EC1

Del estudio realizado se desprende que el método propuesto por el Eurocódigo podría no estar del lado de la seguridad en aquellas situaciones en las que se obtienen bajas reducciones de la respuesta al pasar de un Modelo de Cargas Puntuales a un Modelo de Interacción Completo. Las tendencias observadas para las combinaciones de los valores de los parámetros fundamentales que dan las mínimas reducciones de la respuesta son las siguientes:

1. La reducción de la respuesta es proporcional a las relaciones de masas del bogie y del eje e inversamente proporcional a la relación de masas de la caja. Por tanto a menores relaciones de masas del eje y el bogie y mayor relación de masas de la caja, menor será la reducción de la respuesta.
2. En el rango de luces analizado, las menores reducciones de la respuesta se obtienen para los mínimos valores de la relación de frecuencias del bogie.
3. La reducción de la respuesta disminuye con la relación de frecuencias de la

caja.

4. Se percibe un ligero aumento de la reducción de la respuesta con la relación de inercias del bogie. La tendencia es contraria con la relación de inercias de la caja.
5. La menor reducción de respuesta correspondiente a la situación de mínima relación de frecuencias del bogie tiene lugar cuando los parámetros de distancias β_r y β_b adquieren su mínimo valor.

De entre todos los factores, aquel que contribuye de manera más notable en la reducción de la respuesta es la relación de masas del bogie. En las gráficas puede observarse como la variación de la reducción de la respuesta entre los valores extremos de la relación de masas del bogie puede alcanzar el 20%. El segundo factor en orden de importancia es la relación de frecuencias del bogie. Sin embargo la variación de la reducción de la respuesta para las mínimas relaciones de masas del bogie con respecto a la relación de frecuencias del éste no es significativa, siendo esta variación inferior al 5%. La sensibilidad de la reducción de la respuesta frente al resto de los parámetros es mucho menor, llegando a ser despreciable en algunos casos.

Durante el estudio efectuado se toman las mínimas reducciones de la respuesta correspondientes a cada MCPu. En la figura 4.31 se compara el amortiguamiento adicional resultante del método propuesto con el obtenido mediante la recomendación del EC1. Dado que en el método propuesto el amortiguamiento adicional es función de la relación de distancias L/d se ha escalado adecuadamente el eje de abscisas de la figura 4.30 multiplicando por los límites inferior y superior de la longitud del coche d . Puede observarse que la discrepancia de resultados es evidente. Se recuerda al lector que el estudio ha sido realizado para la primera velocidad de resonancia y que se pretende extender al conjunto de velocidades de resonancia susceptibles de alcanzarse por las actuales composiciones de Alta Velocidad. Asimismo, la discretización llevada a cabo para el estudio paramétrico y las combinaciones realistas entre parámetros deben ser replanteadas en base a un mayor conocimiento de los datos de las composiciones de Alta Velocidad. Finalmente, el rango de parámetros analizado se verá ampliado al incluir en el estudio

otras tipologías de puentes tales como los puentes de losa de hormigón pretensado o las tipologías mixtas. Los resultados obtenidos hacen que sea necesario completar el estudio en los términos señalados para poder extraer conclusiones firmes sobre la validez del método propuesto frente al MAAd.

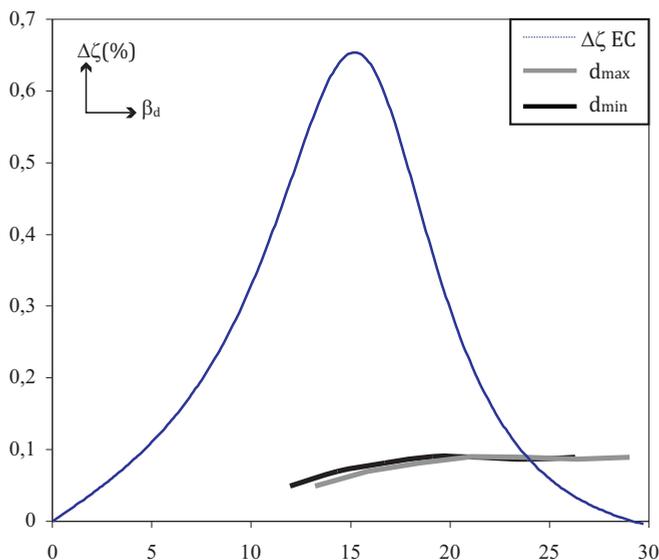


Figura 4.31: Comparativa entre el MAAd del EC1 y el método propuesto

Las limitaciones del estudio propuesto no condicionan la validez de los resultados mostrados en el estudio, simplemente indican que será necesario profundizar en el mismo para afinar en el cálculo del amortiguamiento propuesto y el análisis de las conclusiones extraídas.

4.5.2. Contraejemplos del MAAd propuesto por el EC1

Se pretende ilustrar mediante algunos ejemplos los casos en los que el EC1 puede no ser conservador. Ésta circunstancia se tiene para aquellos puentes con elevada masa lineal y cuya luz pertenece al intervalo de valores para los que, según el EC1, se pueden aplicar los incrementos de amortiguamiento estructural más elevados (figura 4.31).

El objetivo de los análisis es demostrar que el método propuesto por el Eurocódigo puede no resultar conservador en una situación real. Se han realizado 4 contraejemplos empleando puentes reales con luces comprendidas entre los 13m y los 20m. En cada una de las figuras se indican las características de los puentes así como la composición ferroviaria empleada. Se ha representado el registro de aceleraciones máximas en función de la velocidad de cálculo correspondiente a dos situaciones: puente de vía única y puente de vía doble.

El MAAd es menos conservador en los puentes más pesados. Ésto se debe a que la reducción de la respuesta disminuye con la masa lineal del puente dado que los efectos inerciales de las distintas masas suspendidas y semi-suspendidas del MIC son menos significativos, por lo que el efecto beneficioso de la interacción cobra menor importancia. Según se explica en el apartado 1.2.3 del primer capítulo del documento, el MAAd se obtuvo analizando un conjunto de puentes isostáticos de diversas luces y rigideces, sometidos al paso de dos tipos de tren, EUROSTAR e ICE-2, sin contemplar por tanto la influencia de la masa lineal del puente en la reducción de la respuesta:

$$\Delta\zeta = \Delta\zeta(EI, L, Tren) \quad (4.38)$$

Para cada uno de los análisis desarrollados se representan los siguientes resultados:

- **MCP:** Registro de aceleraciones máximas del Modelo de Cargas Puntuales.
- **MIC:** Registro de aceleraciones máximas del Modelo de Interacción Completo.
- **MCP $\Delta\zeta$:** Registro de aceleraciones máximas del Modelo Cargas Puntuales habiendo incrementado el amortiguamiento estructural en el porcentaje recomendado por el EC1.
- **MCP $\Delta\zeta'$:** Registro de aceleraciones máximas del Modelo Cargas Puntuales habiendo incrementado el amortiguamiento estructural en el porcentaje

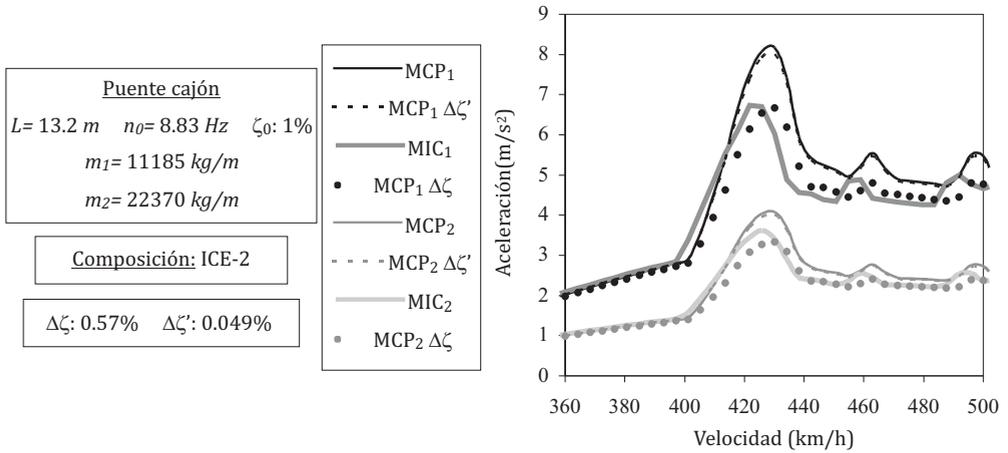
recomendado por el método desarrollado durante la Tesis de Máster a partir de la relación de distancias L/d del sistema.

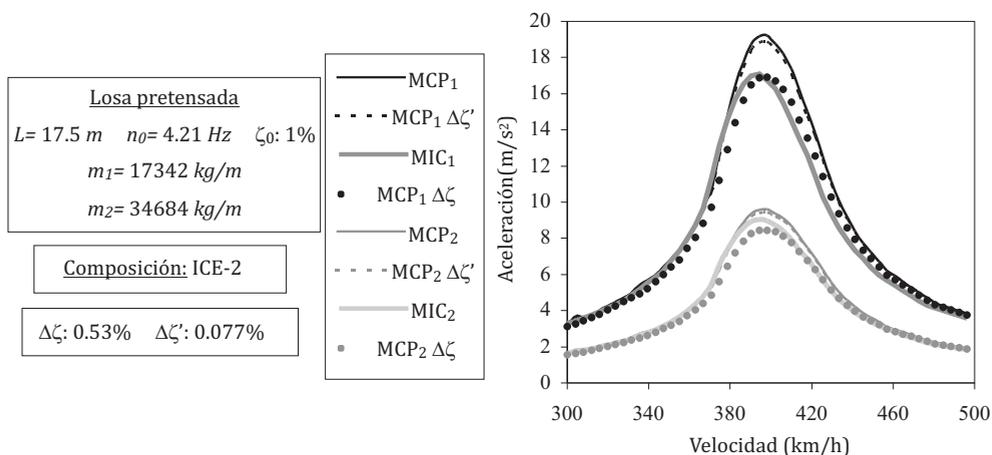
Para distinguir entre los resultados correspondientes a los análisis de puentes de vía única y puentes de vía doble, las leyendas de cada curva se acompañan de los subíndices 1 y 2 respectivamente.

En las figuras 4.32 a 4.35 se aprecia como la respuesta calculada mediante el Modelo de Cargas Puntuales habiendo aplicado el amortiguamiento adicional recomendado por el Eurocódigo es inferior en algunos casos a la respuesta que se obtendría mediante el Modelo de Interacción Completo. Bajo éstas condiciones, el MAAd no es conservador, dado que estaría introduciendo un efecto beneficioso en el MCP *superior* al que se obtendría mediante el MIC. Ésta circunstancia tiene lugar para los puentes de vía doble, aunque en la figura 4.33 puede apreciarse cómo al aplicar el amortiguamiento adicional recomendado por el EC1 al puente de losa pretensada analizado, con una luz de $15m$, el efecto beneficioso introducido es también excesivo para la situación de vía única.

En las figuras 4.32 y 4.34 correspondientes al análisis realizado sobre puentes de luces $13.2m$ y $17.5m$ respectivamente, se aprecia cómo el MAAd es conservador para los casos de vía única. Sin embargo, de nuevo en las situaciones de vía doble la respuesta obtenida mediante el MCP $\Delta\zeta$ es inferior a la del MIC.

Por último, en la figura 4.35 se representa el registro de aceleraciones para un puente de $20m$ de luz. Para dicha luz se obtienen valores de amortiguamiento adicional inferiores, y se aprecia cómo tanto en la situación de vía única como en la de vía doble, el MAAd es conservador.





Conclusiones y desarrollos futuros

Contenido

5.1. Resumen del trabajo realizado	157
5.2. Aportaciones originales	159
5.3. Conclusiones	160
5.4. Desarrollos futuros	163

Resumen: En este último capítulo se resume el trabajo desarrollado en el marco de la Tesis del Máster y se exponen las conclusiones más relevantes derivadas de éste. Asimismo se destacan las tareas realizadas que han constituido aportaciones originales e innovadoras. Finalmente, se exponen los desarrollos futuros del trabajo de investigación que se espera den lugar a la elaboración de una Tesis Doctoral y a publicaciones en revistas de reconocido prestigio.

5.1. Resumen del trabajo realizado

De acuerdo con los objetivos planteados en el capítulo primero, las tareas desarrolladas durante la realización de la Tesis de Máster han sido las siguientes:

- Estudio del Estado del Conocimiento en el ámbito de la Dinámica de Puentes de Ferrocarril, con un énfasis particular en lo relativo a cargas verticales

sobre puentes isostáticos. El estudio realizado incluye una breve síntesis de la evolución del Cálculo de Puentes desde sus orígenes y de los avances experimentados por la disciplina en España en las últimas décadas. Se ha presentado además un resumen de los trabajos más relevantes sobre el tema llevados a cabo por la ORE y el ERRI, y también de los artículos de mayor interés publicados desde principios de los años 80.

- Presentación de las hipótesis y formulación matemática de los modelos numéricos empleados durante el desarrollo de la Tesis de Máster para el cálculo dinámico de puentes isostáticos: el Modelo de Cargas Puntuales y el Modelo de Interacción Completo.
- Presentación de la formulación adimensional de las ecuaciones correspondientes al Modelo de Cargas Puntuales y Modelo de Interacción Simplificado. Obtención de las Fórmulas de Semejanza Generalizadas en ambos casos.
- Obtención de las Fórmulas de Semejanza Generalizadas para las fuerzas de interacción del Modelo de Interacción Completo.
- Determinación de los parámetros fundamentales que determinan el valor de la reducción de la respuesta entre los Modelos de Cargas Puntuales y los Modelos de Interacción Completo. Demostración de la relación inequívoca entre el valor del amortiguamiento adicional y el de los parámetros fundamentales.
- Estudio de la reducción de la respuesta prevista por los Modelos de Interacción Completo respecto de los Modelos de Cargas Puntuales en situación de resonancia. En dicho estudio pueden distinguirse los aspectos que se enumeran a continuación:
 - Identificación de los parámetros fundamentales de los que depende la reducción de la respuesta.
 - Determinación de rangos realistas de variación para dichos parámetros.
 - Estudio de las posibles relaciones existentes entre los parámetros fundamentales.

- Análisis de la sensibilidad que la reducción de la respuesta presenta a variaciones de los precitados parámetros.
- Determinación de la metodología que es necesario aplicar en la obtención del amortiguamiento adicional para convalidar el método propuesto por el Eurocódigo 1.
- Programación de un código numérico para el cálculo dinámico de tableros mediante los Modelos de Cargas Puntuales y los Modelos de Interacción Completo. Para posibilitar el tratamiento del número de casos necesario para completar el estudio de sensibilidad, se ha realizado una programación en paralelo orientada al análisis de las velocidades de cálculo de cada modelo en servidores multiprocesador con memoria distribuida.
- Obtención del amortiguamiento adicional como síntesis del conjunto de resultados del estudio de sensibilidad. Comparación con el método propuesto por el Eurocódigo 1 e identificación de las situaciones en las que éste puede resultar poco conservador.

5.2. Aportaciones originales

De entre las investigaciones llevadas a cabo en el ámbito de la presente Tesis de Máster, cabe destacar las siguientes como aportaciones originales e innovadoras:

- La presentación de las Fórmulas de Semejanza Generalizadas para el Modelo de Interacción Completo (apartado 3.3). Dichas fórmulas constituyen el punto de partida para la realización del análisis de sensibilidad de la reducción de la respuesta entre los Modelos de Cargas Puntuales y los Modelos de Interacción Completo.
- La presentación de las Fórmulas de Semejanza Generalizadas para las fuerzas de interacción del Modelo de Interacción Completo (apartado 3.6).
- La demostración de la dependencia inequívoca entre el valor del amortiguamiento adicional y el de los parámetros fundamentales (3.5).

- El análisis de sensibilidad sobre los principales parámetros que, en las Fórmulas de Semejanza Generalizadas, aparecen como determinantes de la respuesta dinámica (apartado 4.4). En dicho análisis se examina la influencia que los precitados parámetros tienen sobre la reducción de la respuesta debida a la interacción para resonancias de primer orden.
- El análisis crítico del MAA_d y la detección de las situaciones en las que puede no resultar conservador a partir de los resultados del estudio de sensibilidad y la obtención de las combinaciones de parámetros fundamentales para las cuales se obtienen las mínimas reducciones de la respuesta (apartado 4.5).
- La propuesta de un método del amortiguamiento adicional basado en los resultados del estudio de sensibilidad y la síntesis de los incrementos de amortiguamiento estructural aplicables a cada modelo (apartado 4.5).

5.3. Conclusiones

A partir del trabajo realizado durante el desarrollo de esta Tesis de Máster, y tras el análisis de los resultados obtenidos pueden extraerse las siguientes conclusiones generales:

- Existen catorce tipos de parámetros fundamentales que determinan el comportamiento dinámico de puentes cuando éste se simula mediante el uso del Modelo de Interacción Completo. Dichos parámetros son: las tasas de amortiguamiento en el puente (ζ_i), la velocidad adimensional (α), las relaciones de distancias ($\beta_d, \beta_b, \beta_r$), las relaciones de masas (μ_c, μ_b, μ_e), las relaciones de frecuencias (η_c, η_b), las relaciones de inercias (γ_c, γ_b) y las relaciones de amortiguamientos (ζ_s, ζ_p). Dos sistemas vehículo-puente en los que los valores de los parámetros fundamentales son iguales se denominan *sistemas semejantes*.
- La reducción de la respuesta prevista por el Modelo de Interacción Completo respecto de la calculada con el Modelo de Cargas Puntuales es idéntica

en sistemas vehículo-puente semejantes. En situación de primera resonancia, la sensibilidad de la reducción de la respuesta frente a las variaciones de los parámetros es la siguiente:

- La reducción es menor cuanto más elevada es la tasa de amortiguamiento estructural (conclusión obtenida de estudios realizados por otros investigadores).
- El efecto beneficioso es creciente con la relación de frecuencias del bogie.
- En el rango de valores analizado la reducción de la respuesta provocada por la interacción vehículo-estructura se incrementa siempre al aumentar el valor de la relación de masas del bogie. Del estudio de sensibilidad se deduce que el valor de dicho parámetro es el de mayor influencia en el valor de la reducción de la respuesta.
- La reducción de la respuesta, finalmente, es poco sensible al valor de las relaciones de masas de la caja y del eje. Se observa que la reducción de la respuesta es ligeramente creciente con la relación de masas del eje, dándose la tendencia inversa para la relación de masas de la caja.
- La máxima reducción de la respuesta se obtiene para valores de la relación de frecuencias del bogie en torno a la unidad. Siendo la frecuencia propia del bogie similar a la de la estructura, se maximiza el efecto de interacción entre ésta y el sistema de suspensión primario, por lo que la reducción de la respuesta alcanza su valor máximo.
- La reducción de la respuesta es ligeramente decreciente con la relación de frecuencias del sistema de suspensión secundario del coche.
- El valor máximo de la reducción de la respuesta permanece constante frente a variaciones de la relación de inercias de la caja. El valor mínimo de la reducción presenta un ligero descenso cuando la relación de inercias de la caja alcanza su valor máximo.
- La reducción de la respuesta aumenta ligeramente con la relación de inercias del bogie.
- La menor reducción de respuesta correspondiente a la situación de mínima relación de frecuencias del bogie tiene lugar cuando los parámetros de distancias β_r y β_b adquieren su mínimo valor.

- Como conclusión del estudio de sensibilidad puede afirmarse que los efectos de interacción pueden ser significativos en puentes con frecuencias similares a las de la suspensión primaria de los vehículos, y serán mayores cuanto más reducidos sean la masa total del puente y su porcentaje de amortiguamiento. Se aprecia cómo la reducción de la respuesta es poco sensible a las variaciones de los parámetros que diferencian al Modelo de Interacción Completo del Simplificado, por lo que el uso de éstos últimos se presenta como una alternativa viable y eficiente al reducirse el coste computacional asociado.
- El estudio de sensibilidad permite detectar bajo qué circunstancias se obtienen las mínimas reducciones de la respuesta: al darse las mínimas relaciones de frecuencias del bogie simultáneamente con las mínimas relaciones de masas de éste. La repercusión del resto de parámetros es de menor en la valoración de la reducción de la respuesta.
- El MAAd puede no resultar conservador para aquellas tipologías de puente más pesados en el rango de luces cuyo amortiguamiento adicional asociado toma los máximos valores. Se han detectado situaciones reales en las que el efecto beneficioso introducido excede al obtenido mediante los Modelos de Interacción Completos. Es necesario por tanto completar el estudio de convalidación del MAAd mediante las mejoras y modificaciones que se citan en el siguiente apartado.
- La programación en paralelo de modelos dinámicos de cálculo como los desarrollados durante la Tesina del Máster es de gran utilidad al reducirse los tiempos de cálculo dada la segmentación del barrido de velocidades. De este modo es posible aumentar el número de casos de estudio para un tiempo dado con lo que se puede disminuir el paso de discretización de los parámetros, extrayendo conclusiones más fiables sobre la sensibilidad de la respuesta del sistema a cada uno de ellos.

5.4. Desarrollos futuros

Durante el desarrollo de los trabajos de investigación que constituyen esta Tesis de Máster, se han identificado una serie de líneas de estudio que se pretende desarrollar para completar el trabajo realizado y aportar así conclusiones de interés relacionadas con la investigación llevada a cabo hasta el momento. Entre dichas líneas cabe destacar las siguientes propuestas:

- Estudio de los puentes isostáticos de vía doble incluyendo los efectos de torsión, haciendo énfasis principalmente en los puentes cortos, de luz similar a la anchura del tablero, en los cuales los modelos habituales de torsión de vigas podrían producir resultados poco fiables.
- Estudio de la influencia del ángulo de esviaje sobre los modos de vibración; determinación del ángulo de esviaje a partir del cual se producen, en puentes de vía única, vibraciones torsionales comparable a las generadas por flexión (ello permitiría conocer a partir de qué valor del ángulo de esviaje es necesario emplear modelos tridimensionales).
- Estudio de la interacción vehículo-estructura teniendo en cuenta las no linealidades en el comportamiento de las suspensiones de los vehículos. Sería de gran interés comprobar si dichas no linealidades influyen de manera significativa en las respuestas previstas por los modelos de interacción, principalmente en las aceleraciones máximas del tablero en resonancia y en la tendencia al despegue de rueda.
- Realizar una modelización detallada del carril y el balasto mediante un Modelo de Interacción Vehículo-Vía-Estructura para representar el efecto del reparto de cargas originado sobre la estructura e incluir en el modelo el incremento de rigidez y amortiguamiento resultante.
- Obtener las Fórmulas de Semejanza Generalizadas del Modelo de Interacción Vehículo-Vía-Estructura y detectar el conjunto de parámetros fundamentales que determinan el comportamiento dinámico del sistema. Determinar con rigor el rango de variación de cada uno de ellos y realizar un

análisis en profundidad sobre las combinaciones realistas de los mismos. Para ello es necesario conocer las características del Modelo de Interacción Completo para un amplio rango de composiciones ferroviarias a la par que realizar un análisis exhaustivo sobre las características de las diferentes tipologías de puente.

- Incluir en el modelo el tratamiento del contacto rueda-carril de acuerdo con la teoría de Hertz. Determinar las situaciones potenciales de despegue de rueda mediante un estudio de sensibilidad de las fuerzas de interacción del sistema.
- Ampliar el estudio para las resonancias de orden superior a uno incluyendo los efectos de la variación de la tasa de amortiguamiento estructural, del sistema de suspensión primario y del sistema de suspensión secundario.
- Definición de un conjunto representativo de puentes realistas para los que el MAAAd puede estar dando resultados no conservadores y plantear el estudio de sensibilidad en aras a la convalidación del MAAAd o la propuesta de un método alternativo.

Características de las composiciones de Alta Velocidad

ICE-2 (convencional) / Modelo de Interacción Completo

m_c (kg)	33930	J_c (kg · m ²)	2115000
m_b (kg)	2373	J_b (kg · m ²)	1832
m_e (kg)	1728	k_s (N/m)	$3.0 \cdot 10^5$
c_s (N · s/m)	$6.0 \cdot 10^3$	d (m)	26.4
k_p (N/m)	$1.6 \cdot 10^6$	r (m)	19.0
c_p (N · s/m)	$2.0 \cdot 10^4$	b (m)	2.5

Virgin* (convencional) / Modelo de Interacción Completo

Los únicos parámetros para los que se dispone del valor a partir de la interpretación de los datos del Modelo de Cargas Puntuales son las distancias entre coches, entre pivotes de bogies y el empate del bogie. El resto de parámetros han sido estimados tratando de ser coherente con las características conocidas y los valores del Modelo de Interacción Completo del ICE-2.

m_c (kg)	30717	J_c (kg · m ²)	1733398
m_b (kg)	2200	J_b (kg · m ²)	1832
m_e (kg)	1728	k_s (N/m)	$3.0 \cdot 10^5$
c_s (N · s/m)	$6.0 \cdot 10^3$	d (m)	23.9
k_p (N/m)	$1.32 \cdot 10^6$	r (m)	17.0
c_p (N · s/m)	$1.2 \cdot 10^4$	b (m)	2.7

ETR-Y-500 (convencional) / Modelo de Interacción Completo

Se dispone únicamente de los datos del Modelo de Cargas Puntuales (pueden consultarse en la referencia [24]). A partir de ellos se obtienen las distancias entre coches, entre pivotes de bogies y el empuje de bogie según se muestra a continuación:

d (m)	26.1
r (m)	19.0
b (m)	3.0

Eurostar R1 (articulado) / Modelo de Interacción Completo

m_c (kg)	35860	J_c (kg · m ²)	1658000
m_b (kg)	2200	J_b (kg · m ²)	1900
m_e (kg)	1700	k_s (N/m)	$9.0 \cdot 10^4$
c_s (N · s/m)	$2.0 \cdot 10^4$	d (m)	21.85
k_p (N/m)	$2.6 \cdot 10^6$	r (m)	–
c_p (N · s/m)	$1.2 \cdot 10^4$	b (m)	3.0

Eurostar R2 a R8 (articulado) / Modelo de Interacción Completo

m_c (kg)	22520	J_c (kg · m ²)	810000
m_b (kg)	2900	J_b (kg · m ²)	2508
m_e (kg)	1900	k_s (N/m)	$5.8 \cdot 10^5$
c_s (N · s/m)	–	d (m)	18.7
k_p (N/m)	$2.0 \cdot 10^6$	r (m)	–
c_p (N · s/m)	$1.2 \cdot 10^4$	b (m)	3.0

Eurostar R9 (articulado) / Modelo de Interacción Completo

m_c (kg)	27122	J_c (kg · m ²)	1254000
m_b (kg)	2900	J_b (kg · m ²)	2508
m_e (kg)	1900	k_s (N/m)	$2.5 \cdot 10^5$
c_s (N · s/m)	$2.0 \cdot 10^4$	d (m)	21.97
k_p (N/m)	$1.32 \cdot 10^6$	r (m)	–
c_p (N · s/m)	$1.2 \cdot 10^4$	b (m)	3.0

Lista de abreviaturas y definiciones

AV: Alta Velocidad

AVE: Alta Velocidad Española

B-E: Bernoulli-Euler

EC1: Eurocódigo 1

ERRI: European Rail Research Institute

FSG: Fórmula de Semejanza Generalizada

IAPF: Instrucción de Acciones en Puentes de Ferrocarril

LAV: Línea de Alta Velocidad

MAAd: Método del Amortiguamiento Adicional

MCP: Modelo de Cargas Puntuales

MCPu: Modelo de Cargas Puntuales unitario

MIC: Modelo de Interacción Completo

MICn: Modelo de Interacción Completo normalizado

MIVVE: Modelo de Interacción Vehículo-Vía-Estructura

NAFA: Nuevo Acceso Ferroviario a Andalucía

ORE: Office de Recherches et d'Éssais

PEIT: Plan Estratégico de Infraestructuras y Transporte

RENFE: Red Nacional de Ferrocarriles Españoles

SNCF: Société Nationale des Chemins de Fer

TGV: Trains à Grande Vitesse

UIC: Union Internationale des Chemins de Fer

Bibliografía

- [1] C.A. Tan T.-C. Tsao B. Yang A.V. Pesterev, L.A. Bergman. On asymptotics of the solution of the moving oscillator problem. *Journal of Sound and Vibration*, 260:519–536, 2003. 27
- [2] L.A. Bergman A.V. Pesterev. Response of elastic continuum carrying moving linear oscillator. *ASCE, Journal of engineering mechanics*, 123:878–884, 1997. 26, 27
- [3] L.A. Bergman A.V. Pesterev. An improved series expansion of the solution to the moving oscillator problem. *Journal of vibration and acoustics*, 122:54–61, 2000. 27
- [4] J.M. Biggs. *Introduction to Structural Dynamics*. McGraw-Hill, 1964. 32
- [5] Bleich. *Theorie und Berechnung der Eisernen Brücken*. Springer, 1924. 21
- [6] Comité ERRI D214. Ponts-rails pour vitesses >200 km/h. rapport 4. interaction train-pont. Technical report, European rail research institute, 1998. 12, 25, 95
- [7] Comité ERRI D214. Ponts-rails pour vitesses >200 km/h. rapport 5. etude numérique de l'influence des irrégularités de voie dans les cas de résonance des ponts. Technical report, European rail research institute (Informe técnico), 1999. 52
- [8] Comité ERRI D214. Ponts-rails pour vitesses >200 km/h. rapport final. Technical report, European rail research institute, Rep. N°9, 2001. 5, 12, 25, 29, 31, 52, 53, 56
- [9] Ministerio de Fomento. Secretaría de Estado de Infraestructuras y del Transporte. *Instrucción de Acciones a Considerar en el Proyecto de Puentes de Ferrocarril*. 2007. 14, 25

- [10] Union Internationale des Chemins de Fer. Code uic 776-1r. charges a prendre en consideration dans le calcul des ponts-rails. Technical report, 3^a Ed., 1979. 23
- [11] J. Domínguez. *Dinámica de puentes de ferrocarril para alta velocidad: métodos de cálculo y estudio de la resonancia*. PhD thesis, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 2001. 6, 23, 24, 32
- [12] European Committee for Standardization. *Eurocode 1: Actions on structures. Part 2: Traffic loads on bridges*. Final Draft prEN 1991-2 (pre-European Standard), 2002. 25
- [13] European Committee for Standardization. *Eurocode: Basis of structural design. Annex A2: Application for bridges. Final draft EN 1991-prAnnex A2*. 2002. 12
- [14] L. Fryba. *Dynamics of solids and structures under moving loads*. 3^a edición. Thomas Telford, 1999. 32
- [15] L. Frýba. *Dynamics railway bridges*. Thomas Telford, 1996. 20
- [16] A. Hillerborg. *Dynamic influences of smoothly running loads on simply supported girders*. Institutioned for Brobyggnad, Royal Polytechnical School, Publication Nr. 4, Stockholm, 1951. 21
- [17] M. Huges. *Rail 300*. Aldaba ediciones, 1989. 2
- [18] C.E. Inglis. *A mathematical treatise on the vibrations of railway bridges*. Cambridge University Press, 1932. 21
- [19] Y.B. Yang y S.R. Kuo J.D. Yau. Impact response of high speed rail bridges and riding comfort of rail cars. *Engineering Structures*, 21:836–844, 1999. 26
- [20] J.P. Romualdi J.F. Fleming. Dynamic response of highway bridges. *ASCE, Journal of the Structural Division*, 87:31–61, 1961. 21
- [21] J.M. Louw J.M. Biggs, H.S. Suer. The vibration of simple span highway bridges. In *Proceedings of the ASCE Structural Division*, 1957. 21

- [22] C.L. Dhar K.H. Chu, V.K. Garg. Railway-bridge impact: Simplified train and bridge model. *ASCE, Journal of the Structural Division*, 105:1823 – 1844, Septiembre 1979. 26
- [23] J.Langer M. Klasztorny. Dynamic response of single-span beam bridges to a series of moving loads. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19:1107–1124, 1990. 26
- [24] P. Museros. *Interacción vehículo-estructura y efectos de resonancia en puentes isostáticos de ferrocarril para líneas de alta velocidad*. PhD thesis, E.T.S.Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid, 2002. 6, 9, 24, 58, 59, 60, 99, 106, 127, 166
- [25] P. Museros and M.D. Martínez-Rodrigo. The cancellation phenomenon on simply supported beams and plates subjected to moving loads. In *Proceedings of the Twelfth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering, Madeira (Portugal)*, 2009. 116
- [26] Chang-Koon Choi Myung-Kwan Song, Hyuk-Chun Nohb. A new three-dimensional finite element analysis model of high-speed train-bridge interactions. *Engineering Structures*, 25:1611–1626, 2003. 27
- [27] W. Guo N. Zhang, H. Xia. Vehicle-bridge interaction analysis under high-speed trains. *Journal of Sound and Vibration*, 309(3):407–425, 2008. 28
- [28] M. Olsson. On the fundamental moving load problem. *Journal of Sound and Vibration*, 145(2):299 – 307, 1991. 32
- [29] E. Alarcón P. Museros. Importancia de la interacción vehículo-estructura en el cálculo dinámico de puentes isostáticos de ferrocarril para líneas de alta velocidad. *V Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, SEMNI*, 2002. 9
- [30] E. Alarcón P. Museros. Influence of the second bending mode on the response of high-speed bridges at resonance. *Journal of structural engineering*, 131 (3):405–415, 2005. 106
- [31] A. Vrouwenvelder y J. Wardenier Q.L. Zhang. Numerical simulation of train-bridge interactive dynamics. *Computers & Structures*, 79:1059 – 1075, 2001. 27

- [32] M.D. Martínez Rodrigo. *Atenuación de vibraciones resonantes en puentes de ferrocarril de Alta Velocidad mediante amortiguadores fluido-viscosos*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Valencia, 2009. 21, 22
- [33] L.S. Jacobsen R.S. Ayre, G. Ford. Transverse vibration of a two-span beam under the action of a moving constant force. *Journal of Applied Mechanics*, 17(1):1–12, 1950. 21
- [34] J. Penzien R.W. Clough. *Dynamics of Structures*. Mac Graw-Hill, 1993. 35
- [35] G.G. Stokes. *Mathematical and physical papers Vol.2*. Cambridge, 1847. 21
- [36] S.P. Timoshenko. *Vibration of bridges*. American Society of Mechanical Engineers Transactions 53, 1928. 21
- [37] R. Willis. *Appendix to the report of the commissions appointed to inquire into the application of iron to railway structures*. H. M. Stationery Office, 1849. 21
- [38] Y.B. Yang y J.D. Yau. Vehicle-bridge interaction element for dynamic analysis. *Journal of Structural Engineering*, 123(11):1512–1518, 1997. 26
- [39] L. Vu-Quoc y M. Olsson. A computational procedure for interaction of high-speed vehicles on flexible structures without assuming known vehicle normal motion. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 76:207–244, 1989. 26
- [40] C.M. Wu Y.B. Yang. *Vehicle-bridge interaction dynamics with applications to high-speed railways*. World Scientific Publishing, 2004. 28, 116
- [41] L.C. Hsu Y.B. Yang, J.D. Yau. Vibration of simple beams due to trains moving at high speeds. *Engineering Structures*, 19(11):936–944, 1997. 49
- [42] R. Álvarez. *Interacción dinámica vehículo-vía-estructura en puentes de ferrocarril*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Madrid, 1984. 21