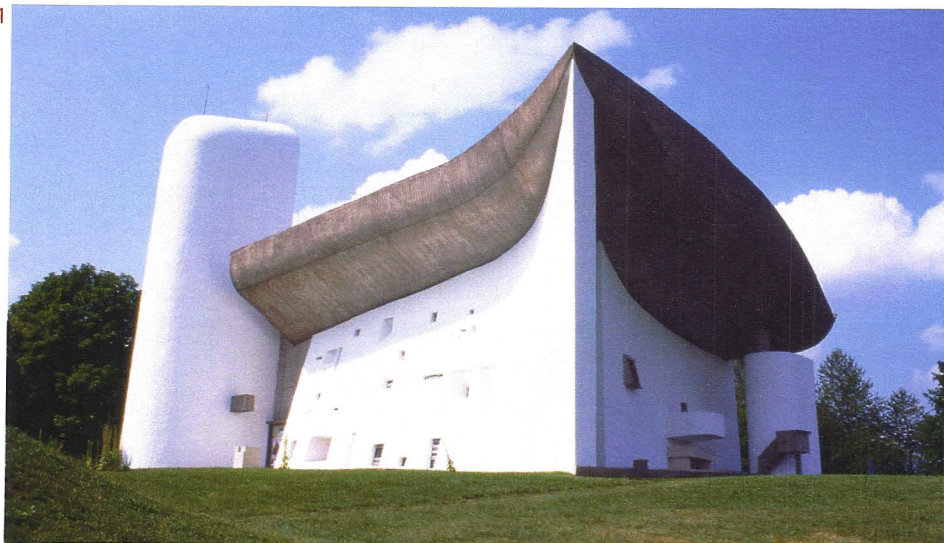


## EL ANÁLISIS DE FORMAS LIBRES EN ARQUITECTURA A PARTIR DE LA GENERACIÓN DIGITAL DE SUPERFICIES. LA CUBIERTA DE RONCHAMP

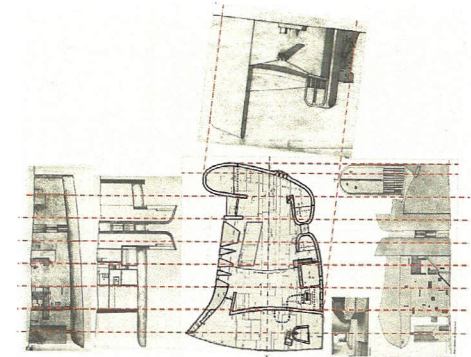
Andrés de Mesa G. y Joaquín Regot M.



1. Chapelle de Ronchamp.  
2. Plantas y alzados del modelo.

### Antecedentes y planteamiento

Para continuar con el mismo campo de investigación desarrollado en anteriores trabajos, dedicados al estudio del control formal de las superficies de geometría libre utilizadas en el ámbito de la arquitectura, nos ha parecido adecuado estudiar los diferentes problemas de método que existen a la hora de definir la estructura geométrica de formas complejas con el mayor rigor posible. El desarrollo de un proceso metodológico pretende orientar y ayudar a determinar con rigor todas aquellas



formas tridimensionales que pueda crear un diseñador para expresar aquello que realmente desea, partiendo del análisis de los elementos básicos que configuran este tipo de objetos, reduciendo su complejidad formal al mínimo posible para convertirlos en elementos totalmente accesibles.

Para desarrollar esta idea, en este trabajo se realiza el estudio y el análisis de una superficie arquitectónica con formas libres que ya está construida, la cubierta de la capilla de Ronchamp de Le Corbusier (fig. 1).

### Objetivos

No cabe duda de que la similitud entre una forma construida y su elaboración tridimensional mediante procesos gráficos informáticos, es la manera más adecuada de estudiar y definir un proceso concreto que permita establecer los parámetros que definen la estructura de generación de una forma compleja con rigor.

Sin embargo, la finalidad de este trabajo, en sí, no es obtener el modelo virtual de una superficie compleja ya construida, ni especular con los criterios utilizados por Le Corbusier para diseñar la cubierta de Ronchamp, sino demostrar de manera genérica que cualquier forma vo-



**1 / Mesh:** Son entidades gráficas utilizadas para la representación digital de objetos tridimensionales, están compuestas por nodos (vértices), aristas y caras que dispuestos ordenadamente forman una "malla". Este tipo de representación tridimensional determina la forma de la superficie a partir de un poliedro con múltiples caras, más o menos ajustada (resolución) a la forma del objeto que simula.

**2 / Las NURBS** son herramientas estándar de la industria para la representación y el diseño de formas geométricas [Introduction to NURBS David F. Rogers 2001 - Morgan Kaufmann Publishers San Francisco]. La abreviatura Non-Uniform Rational B-Spline constituye un modelo matemático para la representación de

objetos tridimensionales. Muchas aplicaciones de CAD/CAM utilizan como base de trabajo las NURBS, un modelo matemático con el que fácilmente se pueden representar mediante funciones formas geométricas simples o complejas como las cuádras, las superficies regladas alabeadas o las formas libres que han sido ampliamente utilizadas por la industria naval, aeronáutica y del automóvil.

**Non-Uniform:** hace referencia a la parametrización de la curva. Las curvas No-uniformes permiten, entre otras cosas, la presencia de multi-nodos, necesarios para la representación de curvas Bezier.

**Rational:** hace referencia a la representación matemática. Esta

propiedad permite a las NURBS representar exactamente curvas cónicas (como elipses, parábolas, hipérbolas, y circunferencias) además de las curvas de forma libre.

**B-Splines:** son curvas polinomiales, (por segmentos), que tienen una representación paramétrica.

**3 / El formato raster** permite el traslado fiel de una imagen analógica a formato digital. Este tipo de formato define la forma de las imágenes a partir de un conjunto ordenado de puntos denominados *pixels*, en el que cada uno de estos puntos representa el color de la imagen que le corresponde simplemente por su posición. A diferencia del formato *raster*, en el que no existe ningún tipo de relación entre los *pixels*, el formato

lumétrica de este tipo permite una definición muy precisa a partir de elementos muy concretos.

Como consecuencia, en este trabajo se define un proceso que es necesario para generar una superficie de forma libre a partir del análisis de los elementos que la estructuran. Para definir los elementos básicos de su forma volumétrica, se ha escogido el sistema de entidades NURBS, frente al sistema de entidades *MESH* **1**. Esta elección no sólo se debe a que las *NURBS* **2** cuentan con una estructura geométrica más versátil, sino, sobre todo, porque disponen de sistemas que permiten analizar los diferentes parámetros de las formas obtenidas en tiempo real, y como consecuencia permiten racionalizar el método de su formalización tridimensional inmediatamente [Schneider, 1996].

## Análisis y proceso de modelado

El análisis formal de la cubierta de la capilla de Ronchamp, se realizó a partir de las reproducciones de dibujos originales de lo que se considera la versión definitiva del proyecto y de las fotografías de las maquetas de trabajo desarrolladas por el taller de Le Corbusier [Petit, 1966], [Stoller, 1999]. Este fue el punto de partida para planificar un proceso de generación virtual tridimensional de este elemento arquitectónico que permitía el análisis completo de todas las superficies que la componen (figs. 2 y 3).

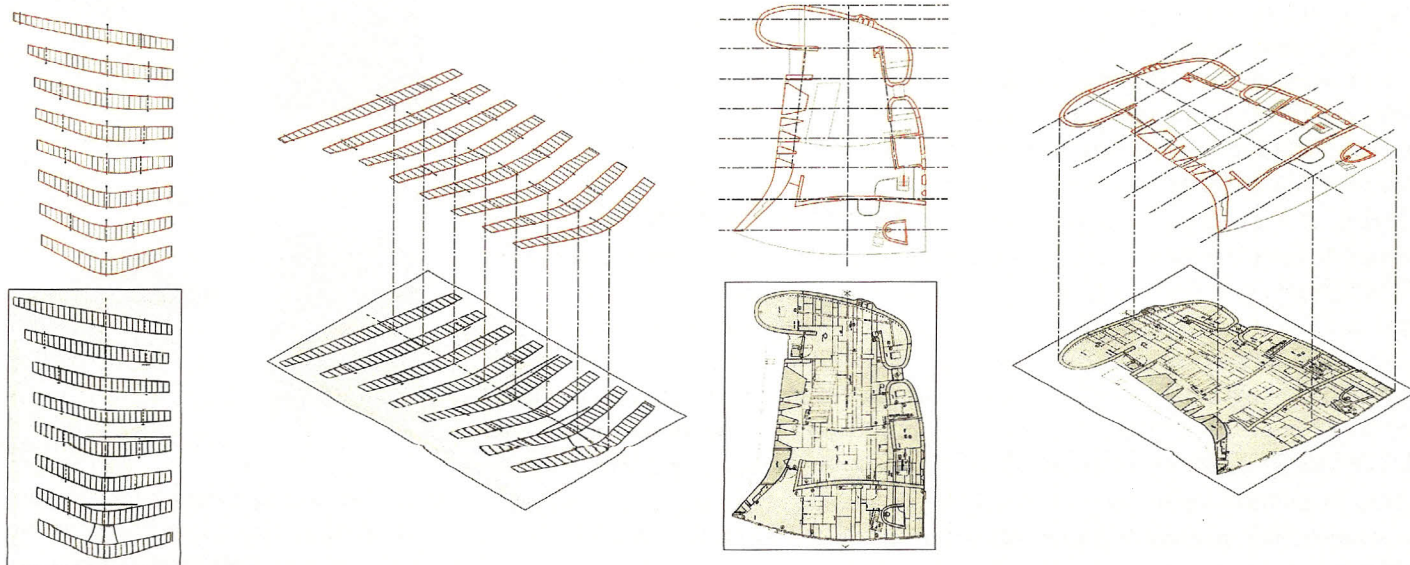
La transformación de todas las imágenes realizadas por el taller del arquitecto francés en datos digitales, se realizó mediante un escáner para obtener esta información, primero en formato *raster* **3** y luego en formato *vec-*

*torial*, para contar con una base de trabajo muy precisa que permita realizar el estudio propuesto con la mayor exactitud posible.

## Primera aproximación

La primera hipótesis que se ha formulado sobre la estructura que define la generación formal de la cubierta de Ronchamp fue la más inmediata. Es decir, suponer que las directrices **4** de su forma la constituyen las 8 "costillas" que le dan rigidez estática y se comportan como si se tratase de una tipología constructiva aeronáutica, tal como lo demuestran los propios dibujos de taller (fig. 4).

La determinación de los elementos que conforman la silueta de cada una de las "costillas" que definen la estructura de la cubierta, se ha realizado siguiendo los dibujos originales pe-

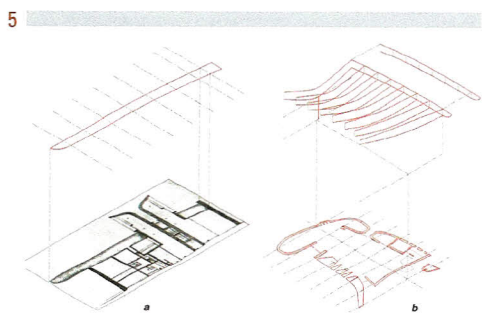
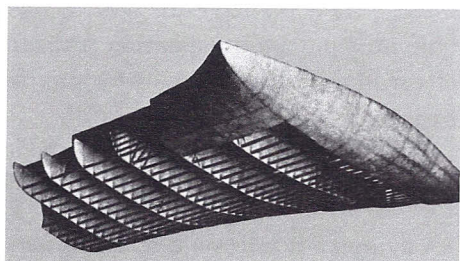


3. Vectorización de datos mediante imágenes tipo "raster".

vectorial permite definir los objetos mediante parámetros geométricos precisos, pero no puede reproducir la tonalidad y los matices de su color como lo hace el sistema *raster*.

4 / Entendemos como directrices los elementos internos de la cubierta que soportan y aguantan las superficies que conforman la misma.

5 / A pesar de que es posible hacer múltiples hipótesis sobre la forma de las líneas que constituyen las "costillas" estructurales de la cubierta, dibujadas por el taller de Le Corbusier; después de realizar diferentes pruebas y un análisis detallado hemos optado por definir su forma mediante formas geométricas lo más simples posibles que se adapten al trazado propuesto, es decir: arcos de circunferencia y líneas rectas.



4. Dibujo original de la maqueta de la cubierta.  
5. Situación tridimensional de las "costillas".

ro teniendo en cuenta las definiciones geométricas más simples posibles y que en todos los casos se pudieron resolver mediante arcos de circunferencia y líneas rectas 5.

La operación de situar tridimensionalmente cada uno de estos elementos se realizó mediante las referencias espaciales indicadas en los dibujos originales. El posicionamiento tridimensional de los elementos estructurales de la cubierta permitió realizar un primer análisis de su forma, puesto que cada "costilla", en realidad determina la sección transversal de una superficie definida por dos grupos de líneas directrices. El primero, en el que descansa la parte superior de la cubierta, es decir la parte aérea o extradós, y el segundo grupo, que es el que define el intradós o su parte inferior.

6 / Una superficie tipo "Loft surface" está creada a partir de dos o más curvas, de tal manera que la superficie se apoye consecutivamente en cada una de las curvas propuestas a lo largo de todo su recorrido. Se puede aplicar el grado de aproximación (tolerancia) con el cual la superficie se apoya sobre cada curva. Las curvas o líneas directrices de este tipo de superficies deben disponerse espacialmente en orden y según una dirección y no deben cruzarse entre sí espacialmente.

7 / La curvatura de una superficie viene determinada por los radios de curvatura de las curvas de la superficie que pasan por ese punto. Se considera la normal a una superficie en un punto a la dirección perpendicular al plano tangente a la superficie en ese punto. La orientación de normales permite observar la regularidad y

Por esta razón, el primer intento de formalización de estas dos superficies se realizó utilizando una generación por secciones denominada "Loft surface" 6. De esta manera, las superficies resultantes se apoyan sobre las líneas de cada una de las 8 costillas mientras que sus bordes laterales adquieren una forma libre (fig. 5).

Un primer análisis de este resultado formal mediante la orientación de normales (fig. 6) y los valores de curvatura (fig. 8), nos permitió observar defectos de continuidad y uniformidad 7 ciertamente importantes en ambas superficies, sobre todo en la superficie inferior o del intradós. La elaboración de un mapa de "temperatura de color" de la variación de curvaturas y la elaboración de un conjunto de curvas de nivel según la orientación horizontal (fig. 7) y otro según la orientación de la normal promedio de cada superficie, permitió detectar que la falta de continuidad se producía por la mayor o menor exactitud de adaptación del perfil generador a las curvas de paso definidas por las "costillas".

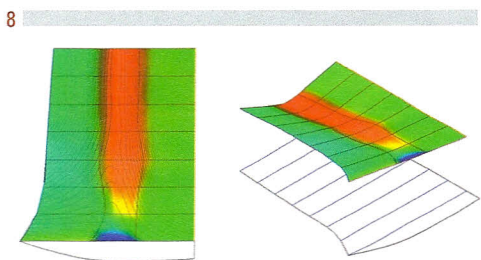
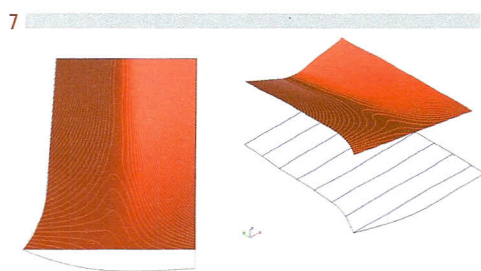
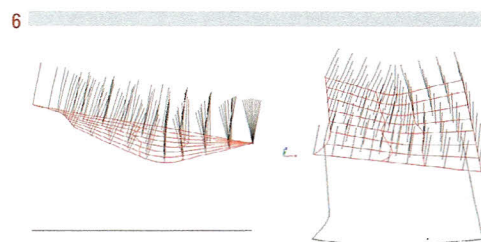
## Segunda aproximación

Gran parte de los problemas formales que se presentaron en la primera aproximación se pudieron resolver manteniendo las 8 "costillas" estructurales de la cubierta como directrices de sus superficies y corrigiendo la modalidad de su generación geométrica.

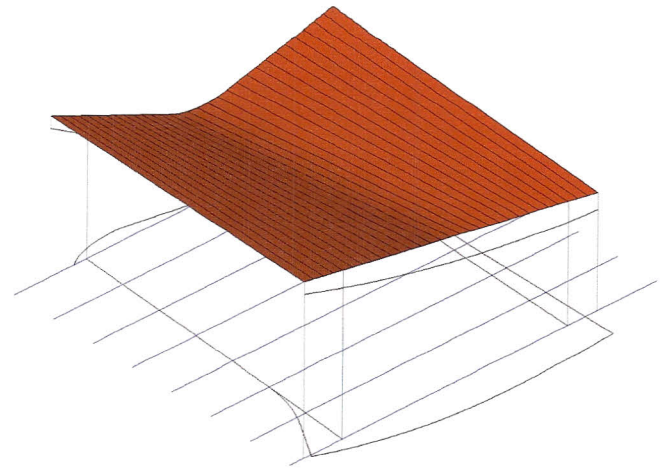
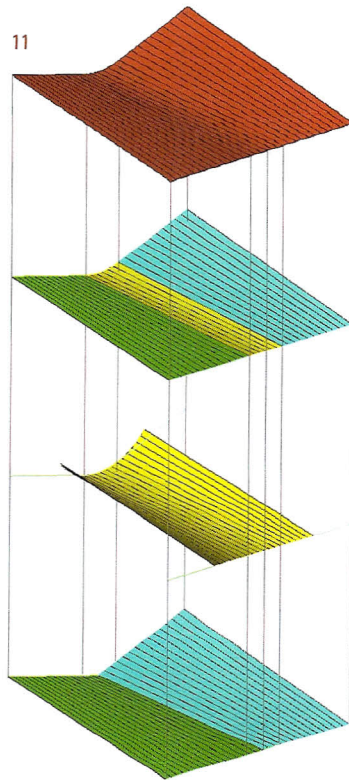
Para poder conseguir una forma lo más regular y continua posible, se generó una segunda superficie mediante su paso por secciones utilizando la

la continuidad en la curvatura de las superficies. Si sobre una línea de la superficie se construyen las normales a la misma, podemos observar su ángulo de desviación sobre la dirección vertical. A partir de la cadencia de las sucesivas normales podemos darnos cuenta de la continuidad de curvatura de la superficie. Se considera curvatura de una superficie en un punto a la longitud del radio de la esfera tangente a la superficie en ese punto.

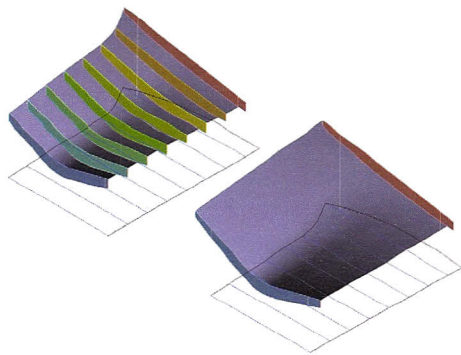
8 / La mayoría de programas de CAD que trabajan con NURBS permiten crear estas superficies por curvas de paso (Loft-surface) definiendo la tolerancia de apoyo de la superficie respecto a las curvas directrices.



6. Análisis de las normales a la superficie.  
7. Análisis de flujo mediante curvas de nivel.  
8. Análisis de desviación de curvatura mediante normales.



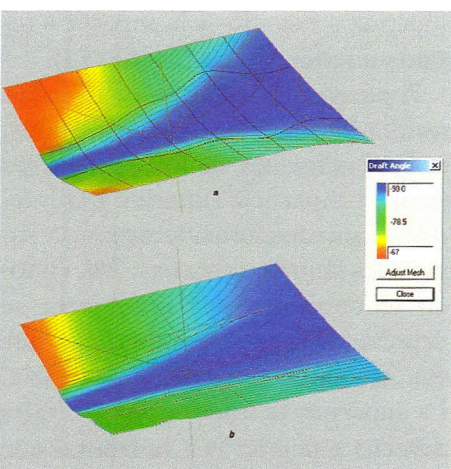
11. Superficie teórica.



misma técnica que la anterior. Es decir generándola por secciones, (“Loft surface”) 8, pero añadiendo un parámetro de aproximación o tolerancia de paso para las 6 “costillas” intermedias, de tal manera que sólo se mantuviesen como líneas de paso obligatorio aquellas definidas por la primera y la última “costilla” (fig. 9). Esta particularidad permitió generar una superficie que estrictamente no se apoyaba en todas las directrices, pero que como resultado redujo sustancialmente las discontinuidades creadas por el ensayo anterior.

El análisis de esta segunda superficie nos permitió ver que todos los pro-

blemas de discontinuidad se podían eliminar si solamente se tomaban en cuenta la primera y la última “costilla” (fig. 10). Indudablemente esta propuesta era una solución muy radical, pero permitía analizar los problemas de la geometría estructural de la superficie de la cubierta de Ronchamp a partir de una superficie “teórica”. Para conseguir esta superficie se situaron líneas rectas en el espacio de tal manera que quedasen superpuestas sobre las partes rectas de los segmentos que definen la parte superior de la primera y la última “costilla”. Mediante estas líneas como directrices se determinaron dos superficies regladas alabeadas simples que queda-



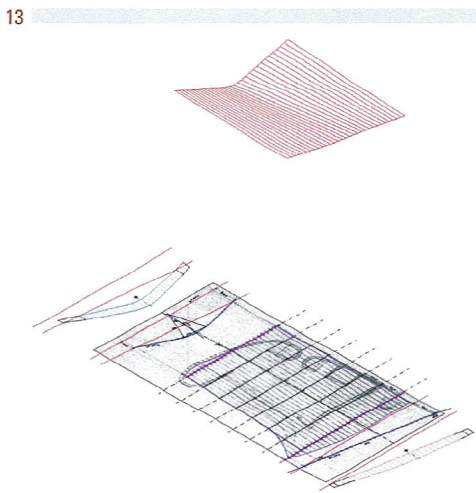
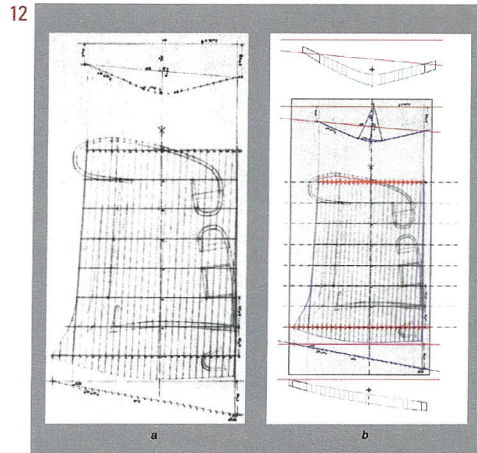
9. Generación de la superficie mediante las costillas anterior y posterior.  
10. Análisis comparativo de curvaturas y continuidad de las dos primeras aproximaciones.

ban unidas por medio de una línea recta apoyada en las directrices correspondientes a la primera y la última “costilla”.

Para completar la parte central de esta superficie “teórica” de la parte superior de la cubierta, fue necesario generar una tercera superficie de curvatura variable tangente a las dos superficies regladas anteriores. Su curvatura se definió mediante el arco de circunferencia situado en la “costilla” posterior y la recta que define la primera “costilla”. El resultado de la composición de estas tres superficies permitió generar una superficie completamente reglada y uniforme que cumplía con los datos gráficos de partida y permitía intuir el proceso de generación básico de la forma final de la superficie de la cubierta de Ronchamp (fig. 11).

### Tercera aproximación

La metodología de generación, la geometría y la forma de la superficie “teórica” obtenida, comparada con las anteriores aproximaciones, nos ayudó a entender la gran importancia que tenía la lámina de la Fondation Le Corbusier con el número 7473. En dicha lámina se puede comprobar como la generación de la superficie superior o extradós de la cubierta se establece mediante un reglado que se apoya en las dos líneas situadas en la parte superior de la primera y última “costilla”. Estas dos líneas tienen sus posiciones espaciales perfectamente determinadas, ya que en la lámina se muestra su posición en alzado y la división en segmentos iguales para definir el reglado de una superficie (fig. 12).



12. (a) Lámina 7473. (b) Determinación de directrices.  
13. Situación 3d de directrices y generación de superficie.

De esta manera, a diferencia de lo que pensamos en un principio, en esta lámina se definen claramente las costillas anterior y posterior como directrices del reglado de las viguetas de refuerzo de la superficie de la cubierta y por lo tanto de su forma. Así, una idea que en un primer momento nos pareció secundaria, ahora era fundamental. Por esta razón desechamos la idea de seguir estudiando la generación las superficies de la cubierta mediante curvas de paso y nos pusimos a estudiar los sistemas de su generación mediante superficies regladas.

La verificación definitiva se produjo después de comprobar que las secciones de la superficie reglada construida a partir de los datos de la lámina 7473 coincidían perfectamente con las líneas de la parte superior de los perfiles de las 6 «costillas» intermedias. De hecho, nos dimos cuenta de que la forma de la superficie de la cubierta de Ronchamp está estructurada por 2 superficies básicas: la superficie reglada superior o extradós y la superficie reglada inferior o intradós (fig. 13).

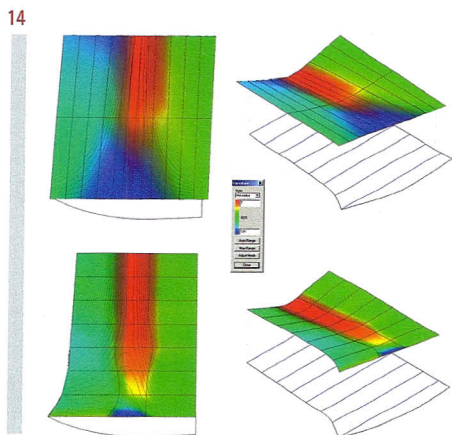
A partir de esta base y vistos los resultados anteriormente obtenidos, todas las formas de los encuentros entre la superficie superior y la inferior se pueden considerar como superficies complementarias. Así, en todo el conjunto de la cubierta se detectan 5 superficies distintas que son necesarias para poder generarla. La superior, la inferior, las laterales derecha e izquierda y la frontal que define la cornisa del voladizo sobre el altar exterior.

Para poder asegurar la continuidad geométrica G2 [Farin, 1996] de las dos

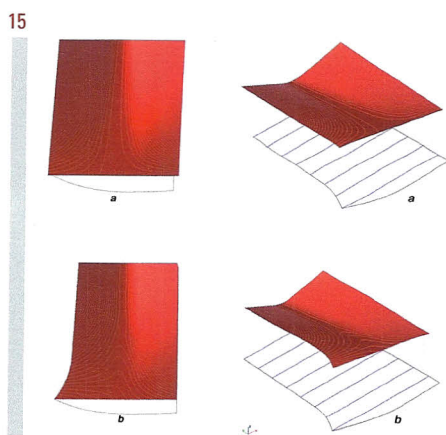


**9 / Continuidad:** La suavidad en la unión de dos curvas o superficies determina la condición de continuidad de éstas o dicho de otra manera de como dos curvas o superficies "fluyen" una en la otra. Existen los siguientes tipos de continuidad: Continuidad de posición o "G0": Los puntos finales de las curvas o los bordes de dos superficies coinciden exactamente en su posición espacial. Continuidad de tangencia o "G1": A parte de coincidir los extremos de dos curvas o los bordes de dos superficies, la continuidad tangencial asegura que la tangente en los puntos o bordes de unión tiene la misma dirección u orientación.

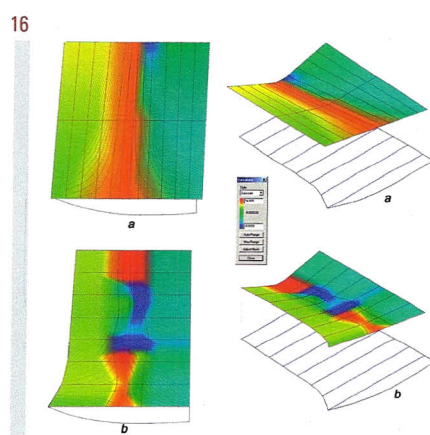
Continuidad de curvatura o "G2": Además de tener la misma tangente en los puntos de unión, la curvatura de continuidad determina que el módulo del vector tangente sea el mismo, por lo tanto el valor del radio de curvatura debe ser el mismo en los puntos coincidentes de curvas o superficies. Existen las continuidades "G3" "G4" ... "Gn". Los diferentes grados de continuidad, mas acusados cada vez, lo único que definen es el grado de coincidencia entre la dirección y el módulo de los vectores  $dn/dt$  de  $[Qn]$ . Estos niveles de continuidad aseguran transiciones entre objetos mucho más suaves y más rígidas a la vez.



14. Análisis comparativo entre la primera aproximación y la superficie final (Curvatura).



15. Análisis comparativo entre la primera aproximación y la superficie final (Desviación Gauss).



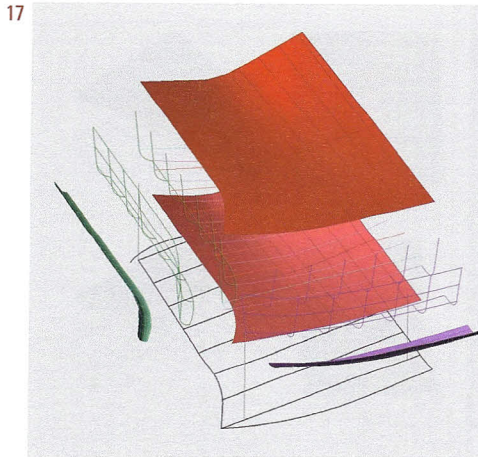
16. Análisis comparativo entre la primera aproximación y la superficie final (Curvas de Nivel).

superficies básicas que definen la cubierta, cuyas directrices están configuradas por segmentos rectos y curvos a la vez, fue necesario determinar previamente las relaciones proporcionales entre sus longitudes (fig. 12 y 13). Como consecuencia, se tuvo que relacionar las proporciones entre una línea recta (1ª directriz) y un arco de circunferencia sumado a dos rectas (2ª directriz) para la superficie superior. Y entre un arco de circunferencia (1ª directriz) y tres arcos de circunferencia continuos (2ª directriz) para la superficie inferior. De esta manera se consiguió que las tres partes que conforman tanto la superficie superior como la inferior de la cubierta tuviesen continuidad de curvatura y una uniformi-

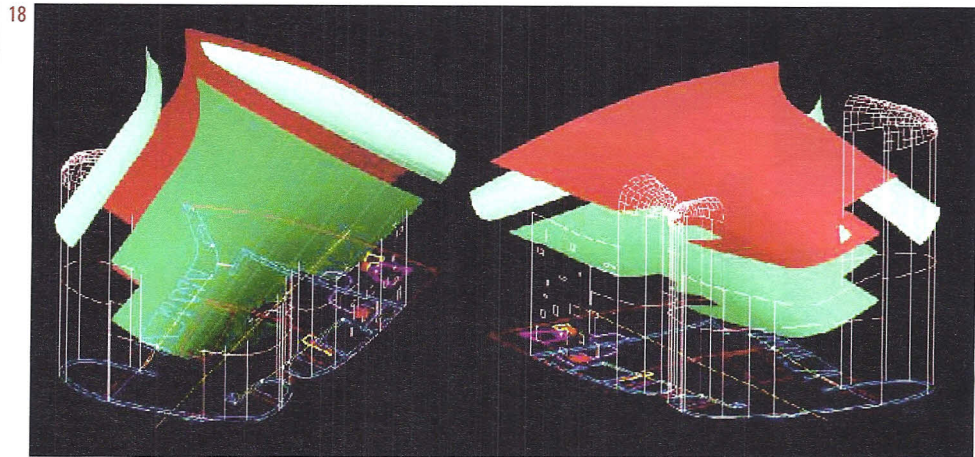
dad geométrica muy superior a las que se habían conseguido anteriormente (fig. 14, 15 y 16).

Para completar la volumetría de la forma de la cubierta de Ronchamp, se procedió a la determinación de los parámetros que definen las superficies de la parte frontal y de las dos partes laterales, y que enlazan la superficie inferior y superior de la cubierta que se han propuesto. La adaptación de continuidad geométrica con grado G1 [Farin, 1996] entre estas nuevas superficies y la superficie interior, se realizó mediante arcos de circunferencia tangentes a dicha superficie, y a una superficie vertical "imaginaria" apoyada sobre los bordes de la superficie superior (fig. 17). Para construir di-

chos arcos fue necesario obtener previamente las líneas de sección de la superficie inferior y superior utilizando una cuadrícula horizontal de referencia rectangular. Así, los arcos de circunferencia tangentes a una generatriz de la superficie inferior y a la recta vertical de referencia del borde de la superficie superior, se convirtieron en curvas de paso de las superficies de enlace frontal y lateral izquierda. La regularidad de continuidad 9 de estas nuevas superficies con todas las superficies adyacentes, nos obligo a aplicar un parámetro de tolerancia a todas las curvas de paso intermedias y a ajustar su recorrido mediante dos líneas guía laterales. La definición de la forma final se determinó mediante los recortes efec-



17. Generación de las superficies complementarias.



18. Estructura y forma de la cubierta en relación a todo el conjunto de Ronchamp.

tuados sobre las superficies para definir las volumetrías que aparecen en la zona de acceso y las tres “torres” (fig. 18).

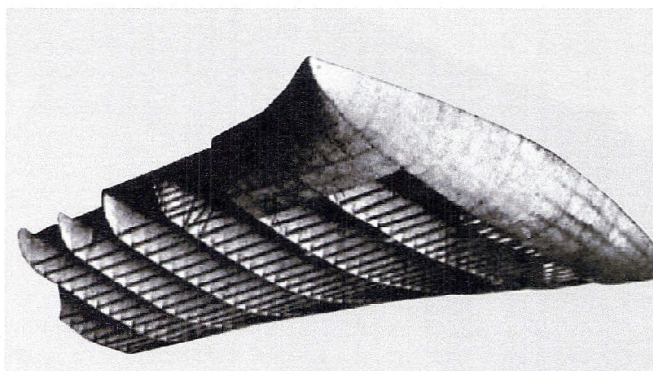
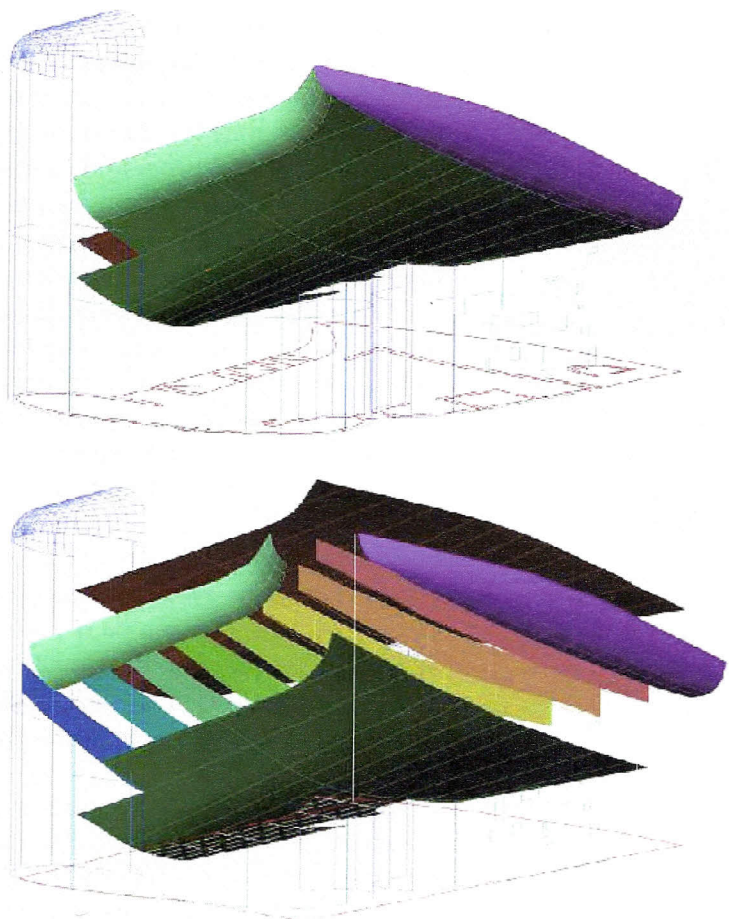
### Conclusiones

El procedimiento empleado en la resolución de la volumetría de la cubierta Ronchamp no sólo ha permitido la generación geoméricamente controlada de una superficie irregular con un alto grado de precisión, sino demostrar que la forma de una superficie, en principio irregular, puede ser reducida a la combinación estructurada de varias superficies intermedias.

Por otro lado, el estudio y la concreción tridimensional de una forma tan compleja como esta, ha puesto de manifiesto la extraordinaria versatilidad de los sistemas de NURBS frente a otros sistemas de construcción tridimensional utilizados en los sistemas de CAD a la hora de generar formas complejas. Esta característica queda perfectamente complementada por la capacidad de los sistemas de NURBS para realizar análisis de los objetos generados con esta estructura de una manera muy variada y precisa.

Por último, la experiencia realizada, demuestra que la generación de formas libres dentro del diseño arquitectónico,

(y en el de otros campos), requiere de una estructura previa que sea capaz de definir las partes fundamentales que la configuran, sobre todo si se quiere obtener un objeto geométrica y formalmente controlable, tal como lo demuestra la superficie de la cubierta de Ronchamp. Una superficie que, pese a su complejidad, se ha podido reducir a dos superficies básicas y tres complementarias para generarla, todas ellas basadas en líneas directrices compuestas por líneas rectas y arcos de circunferencia [Fig. 19]. En este sentido, el sistema metodológico empleado en la resolución volumétrica de esta cubierta es el resultado más valioso de esta experiencia.



19. Resultado final de la cubierta modelada y comparada con la maqueta original.

## Bibliografía

- STOLLER, Ezra. The Chapel at Ronchamp. Building blocks. Princeton Architectural Press. New York, 1999.
- PETIT, Jean. Le Livre de Ronchamp Le Corbusier. Les Cahiers Forces Vives. 1961.
- SCHNEIDER, Philip J. NURB Curves : A Guide Develop for the Uninitiated. The Apple Technical Journal. Issue 25, 1996.
- PIEGL, Les A. & TILLER Wayne. The Nurbs Book (Monographs in Visual Communications) Springer Verlag. Berlin, 1997.
- FARIN, Gerald E. Curves and Surfaces for Computer-aided Geometric Design. Morgan Kaufmann Publishers. San Francisco, 1996.