

Control Robusto de un Actuador Neumático Basado en la Estructura de Control con Compensación Activa de Perturbaciones para Seguimiento de Trayectorias

David I. Rosas Almeida^{a,*}, Jesús Armando Cantú Cárdenas^a, Juan de Dios Ocampo Díaz^a, Héctor Muñoz Valdez^a

^aFacultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, Blvd. Benito Juárez, sn., Mexicali, BC, México, CP 21280.

Resumen

Se propone una estrategia para resolver el problema de seguimiento de trayectorias en actuadores neumáticos inciertos y con medición parcial del vector de estado. La estrategia se basa en la estructura de control con compensación activa de perturbaciones (ADRC), que está formada por un observador de estado, un filtro pasa bajas y un controlador. En esta propuesta se utiliza un observador de estado discontinuo que estima el vector de estado completo y, utilizando el concepto del control equivalente, permite estimar los términos de perturbación presentes en la planta. El filtro pasa bajas se encarga de recuperar el control equivalente a partir de un término discontinuo del observador. Finalmente, el controlador tiene la estructura básica PD con un término adicional, que corresponde a las perturbaciones estimadas, y que tiene como fin compensar las perturbaciones reales en la planta. El rendimiento del sistema en lazo cerrado se evalúa mediante un índice de desempeño basado en la norma L_2 .

Palabras Clave:

Sistemas neumáticos, rechazo a perturbaciones, control robusto, observadores.

Tracking Robust Controller for a Pneumatic Actuator based on Active Rejection Control Structure

Abstract

We propose a strategy to solve the tracking control problem for uncertain pneumatic systems and with partial state measurement. The strategy is based on the Active Disturbance Rejection Control structure (ADRC), which includes a state observer, a low-pass filter, and a controller. In this proposal we use a discontinuous state observer to estimate the full state vector and, using the equivalent control concept, it also allows us to estimate the disturbances in the plant. The low-pass filter recovers the equivalent control from a discontinuous term of the observer. Finally, the controller has the PD structure with and an additional term which corresponds to the estimated disturbances to compensate the actual disturbances in the plant. We evaluate the performance of the closed-loop system using a performance index based on the L_2 .

Keywords:

Pneumatic systems, disturbance rejection, robust control, observers.

1. Introducción

En diversas aplicaciones en el área de robótica se requieren actuadores con alto desempeño; en particular, es deseable contar con actuadores con bajo peso y que puedan generar fuerzas o pares de grandes magnitudes, así como tener una respuesta lineal, rápida y precisa con la menor fricción posible (Richer and Hurmuzlu (2000a)), (Hildebrandt et al. (2010)), (Tuvaya-

nond and Parnichkun (2017)). Los motores eléctricos, ya sean de corriente directa o alterna, son los actuadores comunmente usados en robótica a pesar de que su peso es relativamente alto en relación al par que pueden generar y de su costo elevado cuando se necesitan características de desempeño lineales y de alta precisión.

Los cilindros neumáticos podrían ser una mejor alternativa

*Autor para correspondencia: drosas@uabc.edu.mx

To cite this article: David I. Rosas Almeida, Jesús Armando Cantú Cárdenas, Juan de Dios Ocampo Díaz, Héctor Muñoz Valdez. 2019. Tracking Robust Controller for a Pneumatic Actuator based on Active Rejection Control Structure. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 16, 138-146. <https://doi.org/10.4995/riai.2018.9073>

Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0)

ya que ofrecen una alta potencia de salida con un actuador de bajo peso; no generan calor en su operación y son adecuados para operar en ambientes limpios (Zhao et al. (2017)), (Rad and Hancu (2017)).

Los actuadores neumáticos son ampliamente usados en aplicaciones industriales de baja frecuencia, principalmente en aplicaciones de regulación, en donde controladores del tipo PID logran precisiones suficientemente altas. Sin embargo, en aplicaciones de seguimiento de trayectorias, el uso de actuadores neumáticos es una tarea complicada debido a las no linealidades en el actuador producidas por la compresibilidad del aire, así como por los retardos generados por los tubos que unen las válvulas que suministran el aire a los actuadores.

Para resolver este problema se han realizado investigaciones importantes en las últimas décadas, un resumen de estos trabajos se encuentra en (Rahmat et al. (2011)). Una línea de investigación se encarga de proponer modelos que incorporan los fenómenos no lineales y retardos en el sistema, así como proponer estrategias para estimar los parámetros involucrados en los modelos no lineales. Algunos ejemplos importantes son (Richer and Hurmuzlu (2000a)), (Blagojević and Stojiljković (2007)), (Hildebrandt et al. (2010)) y (Rad and Hancu (2017)).

Otro importante grupo de trabajos está enfocado a proponer estrategias de control, con cierto grado de robustez, que resuelven el problema de control de fuerza o de posición, algunos ejemplos son (Song and Ishida (1997)), (Richer and Hurmuzlu (2000b)), (Rubio et al. (2007)), (Mohd Fuaad et al. (2012)), (Prieto et al. (2015)), (Mazare et al. (2017)), (Tuvayanond and Parnichkun (2017)) y (Zhao et al. (2017)). También hay publicaciones que presentan estudios completamente experimentales sobre el desempeño de sistemas de posicionamiento neumático bajo diferentes acciones de control, un ejemplo destacado es (Rahman and Sepehri (2017)).

Ya que en este trabajo se aborda el problema del diseño de controladores, a continuación se presenta un análisis de los principales trabajos relacionados a este tema.

En (Song and Ishida (1997)) se presenta un controlador por modos deslizantes para resolver el problema de seguimiento de trayectorias en un sistema servoneumático. Aquí el modelo de la planta es un sistema no lineal de segundo orden con perturbaciones. El diseño del controlador depende directamente de algunos de los parámetros de la planta, por lo que se necesita conocer sus valores nominales. Con esta técnica de control se obtienen buenos resultados para seguimiento de trayectorias en simulaciones numéricas, pero en la parte experimental sólo se presentan resultados de regulación. En (Mohd Fuaad et al. (2012)) se presenta una técnica para estimar el modelo no lineal de un actuador neumático industrial y una estrategia para su control. El proceso de identificación del modelo se basa en datos experimentales en lazo abierto y en un modelo ARMAX, mientras que el controlador es una combinación de ganancias no lineales y un controlador Proporcional Integral Derivativo (PID). En este trabajo se obtienen buenos resultados experimentales para el seguimiento de trayectorias senoidales de baja frecuencia, aunque la salida del sistema vibra durante toda la trayectoria. Debido a que no se incluyen gráficas del error para el caso de seguimiento, no es posible cuantificar la calidad del desempeño del sistema en lazo cerrado. En (Richer and Hurmuzlu (2000b)), basados en el modelo publicado en (Richer and

Hurmuzlu (2000a)), se aborda el problema de control de fuerza en un actuador neumático. Se proponen dos controladores, el primero de ellos considera el modelo completo propuesto en (Richer and Hurmuzlu (2000a)), mientras que en un segundo controlador no se considera la dinámica de la válvula ni los retardos en el sistema; el primer controlador tiene mejor desempeño que el segundo. Sin embargo, como el control que se diseña es un controlador de fuerza, los errores de seguimiento no se pueden relacionar en forma directa con errores en la posición de la carga sujeta al cilindro neumático. En (Mazare et al. (2017)) se propone un controlador basado redes neuronales dinámicas y un controlador PID para el control de un actuador neumático manejado por modulación por ancho de pulso (PWM). En este trabajo se considera un modelo no lineal que incluye la dinámica del mecanismo y de las presiones en la válvula; se utiliza el algoritmo de armonía para resolver el problema de optimización. El controlador muestra buen desempeño en simulaciones, pero no se presentan experimentos. En (Tuvayanond and Parnichkun (2017)) se propone un controlador H_∞ para controlar un mecanismo de tres grados de libertad con actuadores neumáticos. Aquí se considera un modelo de quinto orden para la parte neumática de cada articulación y el modelo lagrangiano de la parte mecánica. El diseño del controlador requiere un proceso de estimación de la planta y los resultados experimentales muestran errores considerables en referencias variantes en el tiempo. Un aspecto importante es que se presenta un estudio experimental del desempeño del sistema bajo varios niveles de la presión de entrada y muestra que a menores presiones hay un error menor.

Finalmente, en (Zhao et al. (2017)) se aborda el problema de seguimiento de trayectorias para un manipulador de un grado de libertad, con movimiento rotacional, manejado por músculos artificiales neumáticos. Aquí el control se basa en la estructura de control con compensación activa de perturbaciones (ADRC), la cual consiste en un diferenciador de seguimiento no lineal (TD) para mejorar el desempeño en la etapa transitoria, un observador de estado extendido basado en el algoritmo super-twisting que tiene la finalidad de estimar las perturbaciones en la planta en tiempo finito. Finalmente se incorpora un controlador basado en modos deslizantes que garantiza la estabilidad del lazo cerrado. El controlador muestra buen desempeño para una señal de referencia senoidal. Sin embargo, el diseño del observador y del controlador dependen de la señal de referencia, ya que se presentan diferentes tablas de parámetros para una referencia constante y para una senoidal, lo que hace pensar de que se necesita ajustar los parámetros del controlador si la señal de referencia cambia.

Se puede concluir que se han obtenido buenos resultados para seguimiento de trayectorias pero con un costo computacional demasiado elevado y, en la mayoría de los casos, se necesita un proceso de identificación de parámetros lo más preciso posible. Además, se necesita la medición de la velocidad y otras variables internas de la planta. Por lo anterior se puede concluir que el desarrollo de nuevos controladores para resolver el problema de seguimiento de trayectorias en sistemas neumáticos es un tema de investigación abierto.

En este artículo se propone una solución al problema de seguimiento de trayectorias en sistemas neumáticos inciertos y con medición parcial del vector de estado, basado en la es-

estructura de control con compensación activa de perturbaciones (ADRC), considerando un modelo de la planta que no incorpora las dinámicas no lineales del actuado, los retardos, ni del valor nominal de sus parámetros. Además, se asume que sólo se tiene la medición de la posición del actuador neumático.

La estrategia se basa en la estructura de control con compensación activa de perturbaciones (ADRC), que está formada por un observador de estado, un filtro pasa bajas y un controlador. En esta propuesta se utiliza un observador de estado discontinuo que estima el vector de estado completo y , utilizando el concepto del control equivalente, permite estimar los términos de perturbación presentes en la planta. El filtro pasa bajas se encarga de recuperar el control equivalente a partir de un término discontinuo del observador. Finalmente, el controlador tiene la estructura básica PD con un término adicional, que corresponde a las perturbaciones estimadas, y que tiene como fin compensar las perturbaciones reales en la planta.

Ya que la propuesta está enfocada a resolver el problema de control desde un punto de vista práctico, el desempeño del sistema en lazo cerrado se ilustra a través de resultados experimentales, en donde se aplican diferentes señales de referencia; señales senoidales con diferentes amplitudes y frecuencias y , en base a un índice de desempeño basado en la norma L_2 , se muestra que el desempeño del sistema en lazo cerrado, basado en la estructura de control ADRC, es mejor que el desempeño del controlador PD estándar.

Haciendo un comparativo con los resultados previamente publicados se puede decir que se obtiene un desempeño similar a estos, a diferencia de que con nuestra propuesta no se necesita un proceso de modelado ni de identificación de los parámetros de la planta.

La organización del resto del documento es la siguiente. En la sección 2 se presenta la definición del problema y algunas definiciones preliminares. En la sección 3 se explica brevemente la estructura de control con compensación activa de perturbaciones que se utiliza en el trabajo. En la sección 4 encuentra el diseño del observador robusto basado en modos deslizantes de alto orden que permite la estimación de las perturbaciones y en la sección 5 el diseño del controlador y el análisis de estabilidad del sistema en lazo cerrado. En la sección 6 se presenta el desempeño del sistema en lazo cerrado a través de experimentos. Finalmente en la sección 7 se presentan las conclusiones y comentarios finales.

2. Planteamiento del problema y definiciones preliminares

Considere el sistema neumático que se muestra en la Figura 1, dicho sistema está formado por un cilindro neumático, una válvula proporcional 5/3 y un sensor de posición; la salida del sistema es la posición y de la masa sujeta al vástago del cilindro, mientras que la entrada de control es el voltaje u que se aplica a la válvula proporcional.

En la Figura 1 se muestran algunos de los principales parámetros del sistema; A_1 y A_2 son las áreas efectivas de cada lado del cilindro, p_1 y p_2 son las presiones en cada una de las cámaras, p_0 es la presión atmosférica, p_s es la presión que suministra un compresor, mientras que \dot{m}_1 y \dot{m}_2 son las razones de flujo másico de entrada y de salida del cilindro. Como se ha mencionado anteriormente, estos parámetros son difíciles de

medir y en general no están disponibles en las hojas de especificaciones de los fabricantes. Además, estos pueden variar debido al desgaste de los mecanismos y a las condiciones de operación del sistema, por lo que en la práctica, en un ambiente industrial, es difícil conocer con exactitud este conjunto de parámetros.

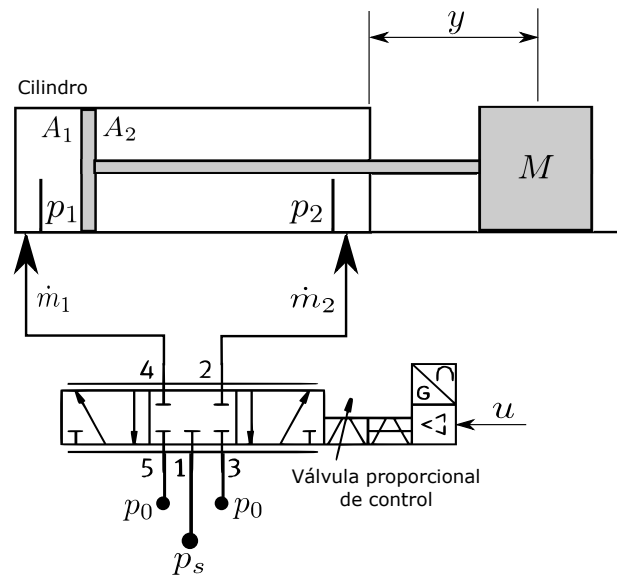


Figura 1: Sistema neumático formado por un cilindro neumático de doble acción y una válvula proporcional.

En este trabajo se asume que no se conoce ninguno de los parámetros de la planta y se busca evitar el proceso de identificación de parámetros propuestos en diferentes artículos, de esta manera el modelo que se utiliza es

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= u + \gamma(x_1, x_2, t), \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (1)$$

dicho modelo puede considerarse como una simplificación del modelo utilizado en (Song and Ishida (1997)). Como se puede observar, el modelo (1) no considera, en forma explícita, los parámetros de la planta, las no linealidades debido a las fuerzas de fricción ni otros términos que definen la dinámica de la planta, como la dinámica de las presiones, el efecto de la temperatura, ni las razones de flujo en el cilindro; el efecto de estos términos se puede representar a través de la perturbación $\gamma(\cdot)$, la cual se asume acotada debido a las limitaciones físicas del sistema, es decir

$$|\gamma(\cdot)| < \delta, \quad (2)$$

donde δ es una constante positiva conocida.

La justificación de este modelo se basa en (Lennart (1999)), quien propone que “*un sistema de la vida real es un objeto de diferente naturaleza a los modelos matemáticos. En este sentido, hay una barrera transparente entre nuestro mundo de descripciones matemáticas y el mundo real; podemos ver a través de esta barrera ciertos aspectos del sistema físico con las descripciones matemáticas, pero no podemos establecer alguna conexión exacta entre ellas... Es por esto que nuestra aceptación de modelos matemáticos debe ser guiada por su utilidad en lugar de su cercanía con la realidad...*”

En este artículo se demuestra, en forma experimental, que el modelo (1) es suficiente para el diseño de un control u , bajo la estructura de control con compensación activa de perturbaciones que se propone en (Almeida et al. (2011)), para resolver el problema de control de seguimiento de trayectorias dado por

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y - y_r(t)| = 0,$$

donde $y_r(t)$ es una señal de referencia con sus dos primeras derivadas, $\dot{y}_r(t)$ y $\ddot{y}_r(t)$, bien definidas.

Es importante mencionar que en este trabajo, a diferencia de (Almeida et al. (2011)) y de otros trabajos publicados previamente, se aplica la estructura de control ADRC a un sistema mecánico que contiene retardos. Además, no se considera ningún término no lineal ni los parámetros de la planta en el diseño de los elementos que forman la estructura de control.

3. Estructura de control con identificación activa de perturbaciones

La estructura de control con compensación activa de perturbaciones (ADRC por sus siglas en inglés) se muestra en la Figura 2. La planta es el sistema neumático de posicionamiento compuesto por el cilindro neumático, la masa M y la válvula proporcional, ver Figura 1. El observador de estado tiene la función de estimar la velocidad de la masa M y el término de perturbaciones $\gamma(\cdot)$, el observador de estado que se utiliza para este fin se basa en el observador discontinuo propuesto en (Rosas Almeida et al. (2007)). Este observador incorpora un término discontinuo que genera un modo deslizante de segundo orden, en donde el control equivalente u_{eq} es igual al término de perturbación $\gamma(\cdot)$. Para recuperar el control equivalente u_{eq} se utiliza un filtro pasa bajas (Utkin et al. (2009)).

El bloque del controlador corresponde a un controlador para seguimiento de trayectorias por retroalimentación lineal de estado, al cual se le agrega las perturbaciones estimadas por el observador de estado y el filtro para su compensación, de esta manera se obtiene un sistema de control en lazo cerrado con buenas propiedades de robustez con una señal de control suave.

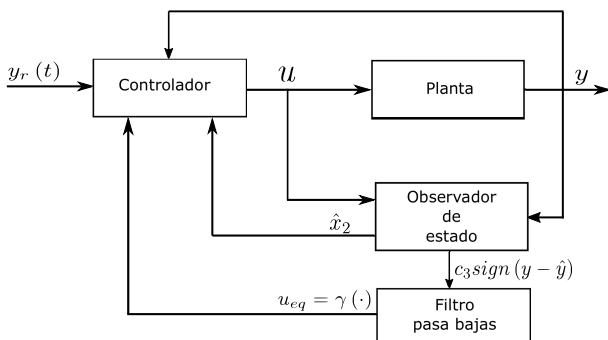


Figura 2: Diagrama a bloques de la estructura de control con compensación activa de perturbaciones.

4. Diseño de un observador de estado robusto e identificación de perturbaciones

En esta sección se propone un observador de estado robusto para el sistema (1), basado en el observador presentado en (Rosas Almeida et al. (2007)), el cual tiene como objetivo estimar la

velocidad x_2 y el término de perturbación $\gamma(\cdot)$ para su posterior compensación. Se utiliza este observador ya que, en la práctica, ha mostrado un mejor desempeño para la estimación de perturbaciones que otros observadores robustos con convergencia en tiempo finito y asintótica.

Un observador robusto para el sistema (1) está dado por

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + c_1(y - \hat{y}), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= u + c_2(y - \hat{y}) + c_3 \text{sign}(y - \hat{y}), \\ \hat{y} &= \hat{x}_1. \end{aligned} \quad (3)$$

Para demostrar el funcionamiento del observador de estado se definen las variables de error $\varepsilon_1 = x_1 - \hat{x}_1$ y $\varepsilon_2 = x_2 - \hat{x}_2$, cuya dinámica está dada por

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= \varepsilon_2 - c_1\varepsilon_1, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \gamma(\cdot) - c_2\varepsilon_1 - c_3 \text{sign}(\varepsilon_1), \end{aligned}$$

haciendo el cambio de variables $z_1 = \varepsilon_1$ y $z_2 = \varepsilon_2 - c_1\varepsilon_1$ se obtiene el sistema

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= -c_2z_1 - c_1z_2 + \gamma(\cdot) - c_3 \text{sign}(z_1). \end{aligned} \quad (4)$$

Sea la matriz A

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c_2 & -c_1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

una matriz estrictamente Hurwitz con valores propios complejos conjugados, y P una matriz simétrica definida positiva

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix},$$

que es la solución de la ecuación de Lyapunov

$$A^T P + P A = -I,$$

donde I es la matriz identidad y sean $\lambda_{\min}(P)$ y $\lambda_{\max}(P)$ los valores propios mínimos y máximos de la matriz P , entonces se tiene el siguiente resultado.

Teorema 1. Si

$$c_3 > 2\lambda_{\max}(P) \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \left(\frac{c_2\delta}{\theta} \right),$$

para alguna $0 < \theta < 1$, y δ es la cota de las perturbaciones en la planta, el origen del espacio de estado es un punto de equilibrio asintóticamente estable en forma global en el sentido de Lyapunov. Por lo tanto el sistema (3) es un observador de estado del sistema (1).

Prueba. Esta demostración se basa en (Rosas Almeida et al. (2007)). Primero considere el sistema nominal de (4), definido cuando las perturbaciones $\gamma(\cdot)$ son cero, es decir

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= -c_2z_1 - c_1z_2 - c_3 \text{sign}(z_1). \end{aligned} \quad (6)$$

El sistema (6) tiene dos estructuras: Σ_1 para $z_1 > 0$

$$\Sigma_1 : \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ -c_2z_1 - c_1z_2 - c_3 \end{bmatrix},$$

y Σ_2 para $z_1 < 0$

$$\Sigma_2 : \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ -c_2 z_1 - c_1 z_2 + c_3 \end{bmatrix}.$$

Cada estructura tiene diferentes puntos de equilibrio dados por $\bar{z}_{\Sigma_1} = (-c_3/c_2, 0)$ para la estructura Σ_1 y $\bar{z}_{\Sigma_2} = (c_3/c_2, 0)$ para la estructura Σ_2 . Es importante notar que estos puntos de equilibrio están ubicados en la región del espacio de estado en donde no está definida cada estructura. Se asume que las constantes c_1 y c_2 son positivas y que los valores propios de la matriz (5) son complejos conjugados, entonces cada punto de equilibrio es exponencialmente estable con las siguientes funciones de Lyapunov; para Σ_1

$$V_{\Sigma_1}(z) = z^T Pz + 2z^T Pw + \left(\frac{c_3}{c_2}\right)^2 p_{11},$$

con derivada

$$\dot{V}_{\Sigma_1}(z) = -z^T z - 2z^T w - \left(\frac{c_3}{c_2}\right)^2,$$

y para Σ_2

$$V_{\Sigma_2}(z) = z^T Pz - 2z^T Pw + \left(\frac{c_3}{c_2}\right)^2 p_{11},$$

con derivada

$$\dot{V}_{\Sigma_2}(z) = -z^T z + 2z^T w - \left(\frac{c_3}{c_2}\right)^2,$$

donde $w = \begin{bmatrix} c_3/c_2 & 0 \end{bmatrix}^T$.

Es importante notar que no se presenta un modo deslizante sobre la superficie de discontinuidad $z_1 = 0$ ya que

$$\lim_{z_1 \rightarrow 0^+} \dot{z}_1 = \lim_{z_1 \rightarrow 0^-} \dot{z}_1 = z_2,$$

por lo que las trayectorias cruzan la superficie de discontinuidad del cuadrante II al cuadrante I del espacio de estado y del cuadrante IV al cuadrante III, también note que las funciones de Lyapunov $V_{\Sigma_1}(z)$ y $V_{\Sigma_2}(z)$ se intersectan en el origen donde $V_{\Sigma_1}(0) = V_{\Sigma_2}(0) = (c_3/c_2)^2 p_{11}$. Ahora defina dos vecindades del origen; Ω_ε con radio $\varepsilon > 0$ y Ω_β definida de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \Omega_\beta &= \Omega_1 \cup \Omega_2, \\ \Omega_1 &= \{z \in \mathbb{R}^2 | z_1 \geq 0, V_{\Sigma_1}(z) \leq \beta\}, \\ \Omega_2 &= \{z \in \mathbb{R}^2 | z_1 < 0, V_{\Sigma_2}(z) \leq \beta\}, \end{aligned}$$

donde $\beta = (c_3/c_2)^2 p_{11}$. Finalmente defina una vecindad Ω_σ , con radio $\sigma < \varepsilon$, tal que $\Omega_\sigma \subset \Omega_\varepsilon$. Defina el conjunto de tiempos $T = \{t_1, t_2, \dots, t_i, \dots\}$ donde cada t_i es el instante de tiempo donde el sistema conmuta de estructura; se satisface que $t_1 < t_2 < \dots$.

Si $\|z(t_0)\| < \sigma$ y $z(t_0) \in \Omega_k$, para $k = 1, 2$, lo que implica que la k -ésima estructura está activa, entonces el primer cambio de estructura ocurrirá en el tiempo t_1 , y debido a que $\dot{V}_{\Sigma_k}(z) < 0$ se tiene $\|z(t_0)\| < \|z(t_1)\|$ y que $V_{\Sigma_k}(z(t_0)) > V_{\Sigma_k}(z(t_1))$.

Ahora $z(t_1)$ es la condición inicial de la siguiente estructura y por construcción $V_{\Sigma_k}(z(t_1)) < V_{\Sigma_{k+1}}(z(t_1))$ (aquí el subíndice $k + 1$ se debe de interpretar como la siguiente estructura) por un factor de $4|z_2(t_1)|p_{12}(c_3/c_2)$. La segunda conmutación aparece en t_2 , el sistema va de Ω_{k+1} a Ω_k , $\|z(t_1)\| > \|z(t_2)\|$, $V_{\Sigma_{k+1}}(z(t_1)) > V_{\Sigma_{k+1}}(z(t_2))$ y $V_{\Sigma_{k+1}}(z(t_2)) > V_{\Sigma_k}(z(t_2))$, y así sucesivamente para todo tiempo de conmutación $t_i \in T$.

Entonces las secuencias $W_1 : \{V_{\Sigma_k}(t_1), V_{\Sigma_k}(t_3), \dots\}$ y $W_2 : \{V_{\Sigma_{k+1}}(t_2), V_{\Sigma_{k+1}}(t_4), \dots\}$ son estrictamente decrecientes e inferiormente acotadas, por lo que convergen a $(c_3/c_2)^2 p_{11}$. También se satisface que $\|z(t_{i+1})\| < \|z(t_i)\| < \dots < \|z(t_0)\| < \sigma < \varepsilon \forall t > t_0, \forall i$.

Para todo $\varepsilon > 0$ y $\beta > (c_3/c_2)^2 p_{11}$ se puede encontrar un número σ tal que las trayectorias iniciando en la vecindad Ω_σ permanecerán en la región Ω_ε para todo $t \geq t_0$; por lo tanto el origen es estable en el sentido de Lyapunov. Para demostrar estabilidad asintótica es suficiente notar que

$$\lim_{i \rightarrow \infty} V_{\Sigma_k}(z(t_i)) = \lim_{i \rightarrow \infty} V_{\Sigma_{k+1}}(z(t_i)) = \left(\frac{c}{a}\right)^2 p_{11},$$

el cual es el valor que toman las funciones de Lyapunov en el origen, entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0,$$

por lo que se puede concluir que el origen del sistema (6) es exponencialmente estable.

Ahora se analiza el sistema perturbado (4). Considere la estructura Σ_1 del sistema ya que el análisis para la estructura Σ_2 es similar

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= -c_2 z_1 - c_1 z_2 + \gamma(\cdot) - c_3, \end{aligned} \tag{7}$$

y haciendo un cambio de variables para llevar el equilibrio al origen $\omega_1 = z_1 + (c_3/c_2)$ y $\omega_2 = z_2$ se tiene

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= \omega_2, \\ \dot{\omega}_2 &= -c_2 \omega_1 - c_1 \omega_2 + \gamma(\cdot), \end{aligned}$$

el cual es un sistema lineal con una perturbación no devaneciente y basados en (Khalil (1996)) se concluye que para toda $\|\omega(t_0)\| > \mu$ la solución $\omega(t)$ satisface

$$\|\omega(t)\| \leq k \exp(-\zeta(t - t_0)) \|\omega(t_0)\| \quad \forall t \leq t_0 + t_f,$$

y

$$\|\omega(t)\| \leq \mu \quad \forall t \geq t_0 + t_f,$$

donde t_f es un tiempo finito, y

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}, \\ \zeta &= \frac{1 - \theta}{2\lambda_{\max}(P)}, \\ \mu &= 2\lambda_{\max}(P) \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P) \delta}{\lambda_{\min}(P) \theta}}, \end{aligned}$$

para alguna constante θ entre cero y uno; $0 < \theta < 1$. Esto demuestra que la bola B_{Σ_1} de radio μ , centrada en $(-c_3/c_2, 0)$, es un atractor para la estructura Σ_1 . Lo mismo ocurre para la estructura Σ_2 , en donde hay una bola atractor B_{Σ_2} , de radio μ y centrada en $(c_3/c_2, 0)$. Cada estructura del sistema perturbado

tiene una bola atractora de radio μ , localizadas sobre el eje z_1 y a una distancia $d = c_3/c_2$ del origen. Si esta distancia d es mayor que el radio μ , es decir

$$d = \frac{c_3}{c_2} > \mu = 2\lambda_{\max}(P) \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P) \delta}{\lambda_{\min}(P) \theta}},$$

lo que implica que

$$c_3 > 2\lambda_{\max}(P) \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P) \delta c_2}{\lambda_{\min}(P) \theta}},$$

entonces los dos atractores B_{Σ_1} y B_{Σ_2} no se intersectan, por lo tanto el comportamiento de las soluciones del sistema perturbado (4) serán cualitativamente similares al comportamiento de las soluciones del sistema nominal (6), por lo tanto el origen del sistema perturbado (4) es asintóticamente estable en forma global. ■

El sistema (4) tiene una superficie de discontinuidad en $z_1 = 0$ y el término $c_3 \text{sign}(z_1)$ produce un modo deslizante de segundo orden, es decir, el control equivalente u_{eq} aparece hasta la segunda derivada de la función que define la superficie de discontinuidad

$$\ddot{z}_1 = -c_2 z_1 - c_1 z_2 + \gamma(\cdot) - u_{eq} = 0.$$

El control equivalente se presenta en $z_1 = z_2 = 0$, lo que implica que $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$, por lo tanto

$$u_{eq} = \gamma(\cdot).$$

El control equivalente es el promedio del término discontinuo $c_3 \text{sign}(z_1)$ cuando las trayectorias alcanzan el origen (Utkin et al. (2009)), por lo que se puede recuperar con un filtro pasa bajas. En este trabajo se utiliza el filtro con función de transferencia

$$F(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + 1,4142\omega_c s + \omega_c^2}, \quad (8)$$

donde ω_c es la frecuencia de corte del filtro y debe ser elegida adecuadamente considerando el tiempo de muestreo de la plataforma en donde se implemente el sistema de control (Sabanovic et al. (2004)).

Es importante mencionar que las constantes c_1 y c_2 deben de elegirse de tal forma que los valores propios de la matriz A sean complejos conjugados, y que su parte real esté lo más alejada posible del eje imaginario para tener una convergencia rápida, pero al mismo tiempo c_2 no puede ser tan grande ya que disminuye la robustez del observador ante las perturbaciones.

5. Diseño del controlador

El controlador se basa en un controlador por retroalimentación lineal de estados (PD), al que se agrega el término de perturbación estimada para compensar las perturbaciones reales en la planta.

Sea el sistema (1) y el objetivo de control está dado por

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y - y_r(t)| = 0,$$

donde $y_r(t)$ es una señal de referencia con derivadas $\dot{y}_r(t)$ y $\ddot{y}_r(t)$ bien definidas. Para diseñar la señal de control u se definen las variables de error $e_1 = x_1 - y_r(t)$ y $e_2 = x_2 - \dot{y}_r(t)$, cuya dinámica está dada por

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2, \\ \dot{e}_2 &= u + \gamma(\cdot) - \ddot{y}_r(t), \end{aligned}$$

de esta forma el controlador se propone como

$$u = -k_1 e_1 - k_2 e_2 - \tilde{\gamma}(\cdot) + \ddot{y}_r(t), \quad (9)$$

donde $\tilde{\gamma}(\cdot)$ es la estimación de las perturbaciones $\gamma(\cdot)$ y que corresponde a la salda del filtro $y_f(t)$. Considerando que no se cuenta con la medición de la velocidad, en la señal de control (9), se utilizará la velocidad estimada \hat{x}_2 para definir la variable de error e_2 , es decir

$$u = -k_1(x_1 - y_r(t)) - k_2(\hat{x}_2 - \dot{y}_r(t)) - \tilde{\gamma}(\cdot) + \ddot{y}_r(t), \quad (10)$$

5.1. Análisis de estabilidad

Considere los sistemas de error entre la planta y el observador, así como el error entre el estado de la planta y la señal de referencia

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= \varepsilon_2 - c_1 \varepsilon_1, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \gamma(\cdot) - c_2 \varepsilon_1 - c_3 \text{sign}(\varepsilon_1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2, \\ \dot{e}_2 &= -k_1 e_1 - k_2 e_2 + k_2 \varepsilon_2 - \tilde{\gamma}(\cdot) + \gamma(\cdot), \end{aligned}$$

ya que el observador garantiza la convergencia del vector de estado del observador al vector de estado de la planta en forma asintótica a pesar de la presencia de perturbaciones y, en el contexto ideal, $\tilde{\gamma}(\cdot)$ converge a $\gamma(\cdot)$, entonces los términos $k_2 \varepsilon_2 - \tilde{\gamma}(\cdot) + \gamma(\cdot)$ pueden considerarse como una perturbación desvaneciente con una velocidad de desvanecimiento en forma exponencial, es decir

$$|k_2 \varepsilon_2 - \tilde{\gamma}(\cdot) + \gamma(\cdot)| \leq \rho \|e\|,$$

donde ρ es una constante positiva. Sea A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix},$$

cuyos valores propios están estrictamente en el semiplano izquierdo del plano complejo, y sea la matriz P_1 la solución de la ecuación de Lyapunov

$$P_1 A + A^T P_1 = -Q,$$

donde Q es una matriz simétrica definida positiva, y se proponen las ganancias k_1 y k_2 tal que

$$\rho < \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P_1)},$$

entonces se garantiza la convergencia al origen de las variables de error e_1 y e_2 (Khalil (1996)).

En la práctica se tiene que

$$|k_2 \varepsilon_2 - \tilde{\gamma}(\cdot) + \gamma(\cdot)| < \epsilon,$$

donde ϵ es una constante pequeña, entonces se garantiza que el error e converge a una vecindad de radio μ del origen

$$\mu = \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P_1)} \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P_1)}{\lambda_{\min}(P_1)} \frac{\epsilon}{\theta}},$$

para alguna constante positiva $\theta < 1$ (Khalil (1996)).

Este caso es el que realmente se presenta en la práctica debido a la no idealidad del filtro, ya que introduce defasamientos en $\tilde{\gamma}(\cdot)$, lo cual se debe minimizar eligiendo un filtro y una frecuencia de corte adecuada.

6. Implementación de la estructura de control para seguimiento de trayectorias

En esta sección se describen los componentes que forman la planta, que se muestra en la Figura 3, así como la plataforma en donde se implementó la estructura de control ADRC y las condiciones en las que se realizaron los experimentos.

La planta está compuesta por un cilindro de doble acción modelo LA-200, una válvula proporcional 5/3 modelo MPYE-5-1/8-HF-010-B y un sensor de posición resistivo modelo MLO-POT-500-TLF, todos estos dispositivos son fabricados por la empresa Festo Pneumatic Inc.

La estructura de control se implementó en un sistema de control en tiempo real MicroLabBox DS1202 de dSPACE utilizando un tiempo de muestreo $T_s = 0,0001$ segundos y el solver Euler de paso fijo.

Debido a que no se conoce ningún parámetro de la planta, la elección de los parámetros de cada uno de los bloques que forma la estructura de control ADRC se realizó a través de un proceso de sintonización experimental. En primer lugar, se sintonizó el observador de estado en lazo abierto aplicando una entrada u senoidal. En este proceso se buscó que el error entre la salida de la planta y del observador fuera mínimo, manteniendo un valor de la constante c_3 lo más pequeño posible para disminuir el ruido en la velocidad estimada, los valores seleccionados fueron $c_1 = 10$, $c_2 = 10$ y $c_3 = 6$.

El siguiente bloque a sintonizar fue el controlador. Se implementó el sistema en lazo cerrado utilizando la velocidad estimada por el observador y se aplicó una señal de referencia $y_r(t)$ senoidal, con la mayor amplitud y frecuencia que se considera en los experimentos finales, ajustando los valores de las ganancias k_1 y k_2 que minimicen el error de seguimiento, de esta forma las ganancias seleccionadas fueron $k_1 = 100$ y $k_2 = 4$.

El último bloque a ajustar fue el filtro pasa bajas. En este caso, partiendo del ajuste previo del observador y el controlador, se incorpora la salida del filtro al controlador para compensar las perturbaciones en la planta. El ajuste de la frecuencia de corte ω_c se hace de tal forma que el error de seguimiento se disminuya lo más que sea posible, en nuestro caso $\omega_c = 9 \text{ rad/seg}$ fue la frecuencia de corte seleccionada.

6.1. Resultados experimentales

En un primer experimento se aplicó una señal de referencia senoidal $y_r(t) = 0,04 \sin(0,2\pi t)$. Para observar el efecto de la

compensación de perturbaciones en el desempeño del sistema en lazo cerrado en el intervalo de tiempo $0 \text{ seg.} \leq t \leq 18 \text{ seg.}$ se aplica el controlador sin compensar las perturbaciones estimadas, y para $t > 18 \text{ seg.}$ se hace la compensación de las perturbaciones. El desempeño del observador de estado, durante todo el experimento, se muestra en la Figura 4. Aquí se puede observar que la salida del observador converge a la salida de la planta y se logra un error que permanece dentro del rango de $1 \times 10^{-4} m$, lo cual se considera como un nivel de error aceptable. También se muestra la velocidad estimada \hat{x}_2 , la cual presenta componentes de alta frecuencia pero con una amplitud baja.

Las Figuras 5 y 6 muestran el desempeño del sistema de control. En la Figura 5 se muestra la señal de referencia $y_r(t)$, línea negra, y la posición x_1 de la planta, línea roja, antes y después de compensar las perturbaciones. Como se puede observar, el error de seguimiento $x_1 - y_r(t)$ disminuye considerablemente al compensar las perturbaciones. Finalmente, el control equivalente u_{eq} y la señal de control u se muestran en la Figura 6, aquí se puede observar que el control equivalente u_{eq} es el término predominante en la señal de control u .

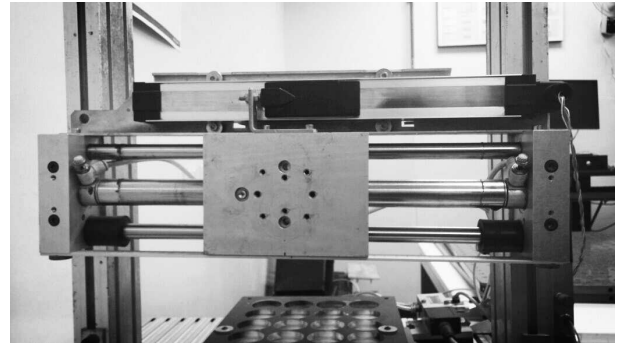


Figura 3: Sistema de neumático de posicionamiento lineal.

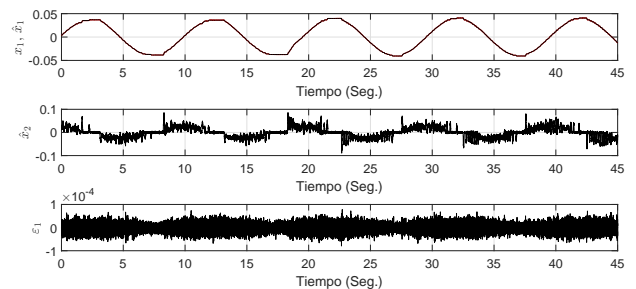


Figura 4: Desempeño del observador de estado.

Con la finalidad de evaluar el desempeño del sistema de control bajo distintas condiciones en la señal de referencia, así como el efecto de la compensación de las perturbaciones, se realizaron cuatro conjuntos de experimentos; cada uno de los conjuntos está compuesto por cuatro experimentos en donde se consideran las amplitudes de la señal de referencia que se muestra en la Tabla 1.

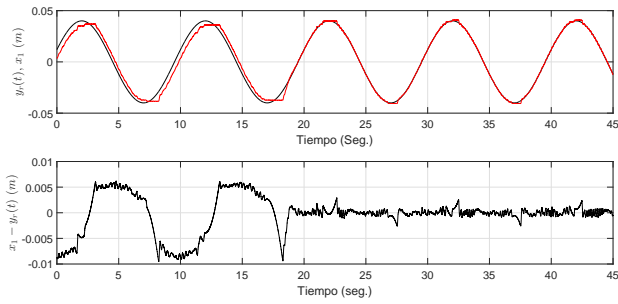


Figura 5: Desempeño del sistema de control en lazo cerrado.

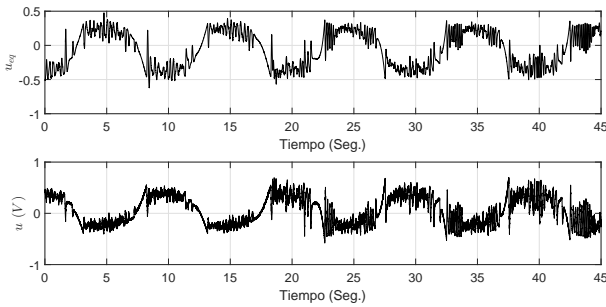


Figura 6: Control equivalente u_{eq} y señal de control u .

experimentos se muestran en la Tabla 3 y se presenta una comparación en las Figuras 7 y 8. Como se puede observar en ambas figuras, el sistema en lazo cerrado con compensación tiene mejor desempeño.

Tabla 3: Índice de desempeño $l_2(e_1)$ para cada uno de los experimentos.

No. de conjunto de experimento	No. de experimento	$l_2(e_1) (m)$
1	1	$2,5338 \times 10^{-6}$
1	2	$2,8242 \times 10^{-6}$
1	3	$3,0787 \times 10^{-6}$
1	4	$4,3307 \times 10^{-6}$
2	1	$1,8136 \times 10^{-6}$
2	2	$1,4707 \times 10^{-6}$
2	3	$1,1787 \times 10^{-6}$
2	4	$1,2008 \times 10^{-6}$
3	1	$3,5041 \times 10^{-6}$
3	2	$4,5735 \times 10^{-6}$
3	3	$5,4760 \times 10^{-6}$
3	4	$5,7518 \times 10^{-6}$
4	1	$2,2636 \times 10^{-6}$
4	2	$1,7207 \times 10^{-6}$
4	3	$1,8325 \times 10^{-6}$
4	4	$2,2398 \times 10^{-6}$

Tabla 1: Definición de amplitudes de la señal de referencia en cada experimento.

No. de experimento	Amplitud (m)
1	0.01
2	0.02
3	0.03
4	0.04

Mientras que los conjuntos de experimentos se definen por la frecuencia de la señal de referencia y si se compensan o no las perturbaciones, como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2: Definición de los conjuntos de experimentos.

No. conjunto de experimentos	Frecuencia (Hz)	Compensación de perturbaciones
1	0.1	No
2	0.1	Sí
3	0.2	No
4	0.2	Sí

Para evaluar el desempeño del sistema en lazo cerrado en cada experimento se utiliza el índice de desempeño propuesto en (Zhang et al. (2016)), (Xu and Yao (2001)) y (Wang et al. (2009))

$$l_2(e_1) = \sqrt{\frac{1}{T_f} \sum_{t_0}^{t_0+T_f} |e_1|^2},$$

el cual es un error promedio en tiempo finito en el sentido de la norma L_2 , aquí $e_1 = x_1 - y_r(t)$. Los resultados de los 16

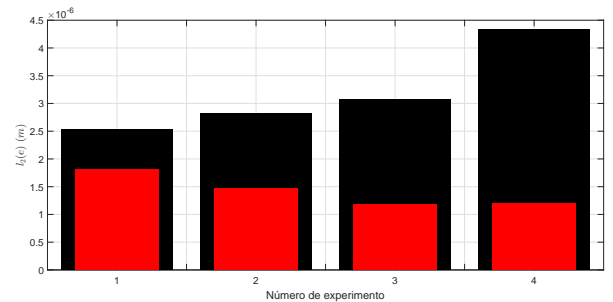


Figura 7: Índice de desempeño $l_2(e_1)$ para los conjuntos de experimentos 1 (barras negras) y 2 (barras rojas).

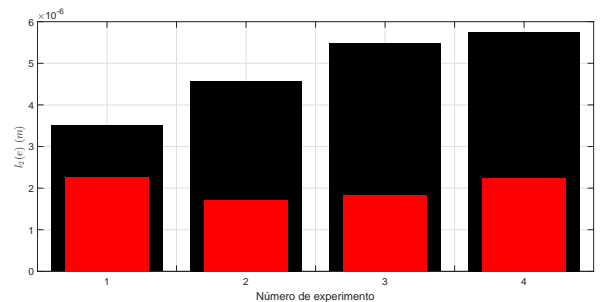


Figura 8: Índice de desempeño $l_2(e_1)$ para los conjuntos de experimentos 3 (barras negras) y 4 (barras rojas).

7. Conclusiones

Se considera que los resultados obtenidos son muy similares a los reportados en la literatura en donde se hace un proceso

de identificación de los parámetros del sistema y se considera un modelo no lineal de la planta en el diseño del controlador. La propuesta que se ha planteado es más simple de implementar y puede ser una buena opción para llevarla a aplicaciones industriales debido su robustez y simplicidad de implementación y sintonización.

Por otro lado, ya que el desempeño del sistema en lazo cerrado depende directamente de la calidad de la estimación de las perturbaciones, es posible que otros observadores robustos puedan producir mejores resultados en el controlador, por lo que este tema queda abierto para futuras investigaciones.

Agradecimientos

Este trabajo fue financiado parcialmente por el Programa de Estímulos a la Innovación 2017 del CONACyT, México, con el proyecto número 241701.

Referencias

- Almeida, D. I. R., Alvarez, J., Peña, J., 2011. Control structure with disturbance identification for lagrangian systems. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 46 (3), 486–495.
- Blagojević, V., Stojiljković, M., 2007. Mathematical and simulink model of the pneumatic system with bridging of the dual action cylinder chambers. *Facta universitatis-series: Mechanical Engineering* 5 (1), 23–31.
- Hildebrandt, A., Neumann, R., Sawodny, O., 2010. Optimal system design of siso-servopneumatic positioning drives. *IEEE transactions on control systems technology* 18 (1), 35.
- Khalil, H. K., 1996. *Nonlinear systems*. Prentice-Hall, New Jersey 2 (5), 5–1.
- Lennart, L., 1999. *System identification theory for the user*. Prentice Hal.
- Mazare, M., Taghizadeh, M., Kazemi, M. G., 2017. Optimal hybrid scheme of dynamic neural network and pid controller based on harmony search algorithm to control a pwm-driven pneumatic actuator position. *Journal of Vibration and Control*, 1077546317707102.
- Mohd Fuaad, R., Salim, S., Najib, S., Ahmad Athif, M. F., Zool Hilmi, I., 2012. Identification and non-linear control strategy for industrial pneumatic actuator. *International Journal of the Physical Sciences* 7 (17), 2565–2579.
- Prieto, P. J., Cazarez-Castro, N. R., García, D., Cardenas-Maciél, S. L., 2015. Estabilidad para un control borroso en modo deslizante aplicado a un robot paralelo neumático. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 12, 488–496.
- Rad, C.-R., Hancu, O., 2017. An improved nonlinear modelling and identification methodology of a servo-pneumatic actuating system with complex internal design for high-accuracy motion control applications. *Simulation Modelling Practice and Theory* 75, 29–47.
- Rahman, R. A., Sepehri, N., 2017. Experimental comparison between proportional and pwm-solenoid valves controlled servopneumatic positioning systems. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering* 41 (1), 65–83.
- Rahmat, M., Sunar, N., Salim, S., Najib, S., Abidin, Z., Shafinaz, M., Fauzi, A., Ismail, Z., 2011. Review on modeling and controller design in pneumatic actuator control system. *International Journal on Smart Sensing & Intelligent Systems* 4 (4).
- Richer, E., Hurmuzlu, Y., 2000a. A high performance pneumatic force actuator system: Part i-nonlinear mathematical model. *Transactions-American Society of Mechanical Engineers Journal of Dynamic Systems Measurement and Control* 122 (3), 416–425.
- Richer, E., Hurmuzlu, Y., 2000b. A high performance pneumatic force actuator system: Part ii-nonlinear controller design. *Transactions-American Society of Mechanical Engineers Journal of Dynamic Systems Measurement and Control* 122 (3), 426–434.
- Rosas Almeida, D. I., Alvarez, J., Fridman, L., 2007. Robust observation and identification of ndof lagrangian systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 17 (9), 842–861.
- Rubio, R. E., Hernández, S. L., Aracil, S. R., Saltarén, P. R., Moreno, Q. R., 2007. Modelado, identificación y control de actuadores lineales electro-neumáticos. aplicación en plataforma de dos grados de libertad. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI* 4 (4), 58–69.
- Sabanovic, A., Fridman, L. M., Spurgeon, S. K., 2004. *Variable structure systems: from principles to implementation*. Vol. 66. IET.
- Song, J., Ishida, Y., 1997. A robust sliding mode control for pneumatic servo systems. *International journal of engineering science* 35 (8), 711–723.
- Tuvayanond, W., Parnichkun, M., 2017. Position control of a pneumatic surgical robot using pso based 2-dof h_∞ loop shaping structured controller. *Mechatronics* 43, 40–55.
- Utkin, V., Guldner, J., Shi, J., 2009. *Sliding mode control in electro-mechanical systems*. Vol. 34. CRC press.
- Wang, L., Chai, T., Zhai, L., 2009. Neural-network-based terminal sliding-mode control of robotic manipulators including actuator dynamics. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 56 (9), 3296–3304.
- Xu, L., Yao, B., 2001. Adaptive robust precision motion control of linear motors with negligible electrical dynamics: theory and experiments. *IEEE/ASME transactions on mechatronics* 6 (4), 444–452.
- Zhang, Y., Yan, P., Zhang, Z., 2016. A disturbance observer-based adaptive control approach for flexure beam nano manipulators. *ISA transactions* 60, 206–217.
- Zhao, L., Li, Q., Liu, B., Cheng, H., 2017. Trajectory tracking control of a one degree of freedom manipulator based on a switched sliding mode controller with a novel extended state observer framework. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*.