

# ASOCIACIÓN DETERMINÍSTICO-ESTOCÁSTICA PARA PREDICCIÓN DE CAUDALES

Diana Irene Chavasse<sup>1</sup>, Rafael Santiago Seoane<sup>2</sup>

**RESUMEN:** En este trabajo se propone una metodología que aplica un modelo determinístico complejo, compuesto por uno de traslado y otro de humedad de suelo, y un modelo estocástico para simular los procesos de transformación precipitación-caudal y de propagación de crecidas en una cuenca de gran extensión. Por otra parte se realiza un experimento para analizar la capacidad de pronóstico del modelo determinístico complejo. En la primera parte se verifica la calibración de este modelo determinístico y se presenta un análisis hidrológico que muestra la importancia de las distintas componentes del caudal a la salida de la cuenca. En la segunda parte se analiza la serie temporal de errores, se define un modelo estocástico predictor de los mismos y se estudia el aumento en la capacidad de simulación de las representaciones determinística y estocástica asociadas. Por último se investiga la capacidad de predicción del modelo determinístico complejo con un experimento que establece el impacto que la precipitación tiene sobre los errores de pronóstico de caudales y se avanza en la utilización de un modelo estocástico predictor de estos errores.

## INTRODUCCIÓN

El objetivo principal de este trabajo es investigar las posibilidades de simulación conjunta de un modelo determinístico complejo y uno estocástico para representar los caudales en la cuenca baja del río Iguazú. Además, se realiza un experimento para analizar la capacidad de pronóstico del modelo determinístico.

El trabajo comienza con una verificación del ajuste de los modelos determinísticos que representan los procesos de traslado de crecidas y de transformación precipitación-caudal. Para esta verificación se emplea un método estadístico denominado *bootstrap* y se observa para los períodos de calibración y validación, las diferencias en los estadísticos de control seleccionados.

Se realiza un análisis hidrológico destinado a definir la importancia de los aportes de las distintas componentes del sistema sobre el caudal a la salida de la cuenca. Este análisis permite definir la necesidad de utilizar un modelo de traslado para la serie de caudales de entrada y un modelo de humedad de suelo para la serie de precipitaciones registradas en la cuenca baja.

En la segunda parte se analiza la serie temporal de errores del modelo determinístico complejo. Se define la estructura de la misma y se estiman los parámetros de un modelo estocástico predictor que permita representarla. Por último se estudia la serie de errores resultante de la aplicación conjunta del modelo determinístico y el estocástico.

Finalmente, con el objetivo de avanzar en el conocimiento de la capacidad predictiva del modelo determinístico complejo, se propone una experimentación numérica. Se analiza el impacto de la precipitación sobre los errores de pronóstico de caudales para adelantos de un día y se estudian los estadísticos de los errores en los caudales pronosticados. Se propone una representación alternativa que asocia el modelo determinístico en pronóstico con el modelo estocástico predictor de errores.

## MARCO TEÓRICO

A continuación se discuten algunos antecedentes que fundamentan las ideas de asociar modelos determinísticos y estocásticos con el propósito de mejorar la representación de los procesos y de estudiar, usando experimentación numérica, la capacidad predictiva del modelo determinístico.

A partir de la idea de que la presencia de estructura de correlación en la serie temporal de los residuos del modelo determinístico, es un indicador de posibles dificultades en la representación matemática, se propone un modelo estocástico paramétrico lineal para mejorar la simulación.

En Bates y Granger (1969) se combinan las predicciones de modelos estocásticos paramétricos lineales y de regresión, para mejorar la estimación final y en Granger y Newbold (1977) se propone un análisis de los residuos de un modelo estocástico y la posibilidad de incorporar otro modelo para mejorar la capacidad de simulación.

<sup>1</sup> Instituto Nacional de Ciencia y Técnica Hídricas. CC 23 (1802), Ezeiza ARGENTINA

<sup>2</sup> Instituto Nacional de Ciencia y Técnica Hídricas. Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas ARGENTINA e-mail: [rseoane@incvth.gov.ar](mailto:rseoane@incvth.gov.ar)

Artículo publicado en *Ingeniería del Agua*. Vol.4 Num.2 (junio 1997), páginas 55-64, aceptado para su publicación el 26 de febrero de 1997. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado.

Un avance importante, Sorooshian y Dracup (1980), resultó de estudiar la estimación de los parámetros de un modelo determinístico y su efecto en la correlación de los errores representados por un modelo Autorregresivo de primer orden AR(1).

En Chavasse y Seoane (1994) se presenta un análisis de la estructura de la serie temporal de los errores en la estimación de los caudales y se estima la función de correlación cruzada para definir la significación de la relación lineal entre las series de precipitación y caudal (preblanqueadas). Este análisis permitió definir los posibles alcances de la utilización de una función de transferencia precipitación - error y se discutió la importancia del uso de un modelo estocástico univariado.

**ASPECTOS FÍSICOS E HIDROMETEOROLÓGICOS DE LA CUENCA**

La cuenca del río Iguazú tiene un área de aproximadamente 70000 km<sup>2</sup> y está ubicada entre los 25° y 27° S y los 49° y 55° W. El cauce es de unos 1300 km en dirección Este-Oeste, desde las nacientes en la Serra do Mar a 1400 m de altitud, hasta su desembocadura en el río Paraná a 100 m.

Los ríos Negro y Chopim, principales afluentes, se encuentran sobre la margen izquierda y sus cuencas son de 10000 km<sup>2</sup> y 7600 km<sup>2</sup> respectivamente. Por la margen derecha los dos mayores afluentes son los ríos Jordão (5100 km<sup>2</sup>) y Areia (2100 km<sup>2</sup>). El río San Antonio define el límite entre la Argentina y Brasil, ver Figura 1.

La precipitación media anual es de 1800 mm, en la Serra do Mar es de 1500 mm y en las nacientes del río Chopim de 2000 mm. La media anual de las temperaturas medias diarias es de 18° C y la evaporación media anual de 900 mm.

El caudal medio de la cuenca en Salto Cataratas es de 1340 m<sup>3</sup>/s y la descarga específica media de 19 l/(s · km<sup>2</sup>). El caudal máximo observado en la estación Salto Cataratas fue de 34100 m<sup>3</sup>/s (julio 1983).

**MODELACIÓN DE LA CUENCA**

En este trabajo se ha modelado el tercio inferior de la cuenca (24000 km<sup>2</sup>), aguas abajo de los embalses para aprovechamiento hidroeléctrico. El área de aporte representada está comprendida entre las estaciones hidrométricas Salto Osorio y Salto Cataratas y la longitud del tramo de río simulado es de aproximadamente 300 km, ver Figura 1.

La representación matemática de la cuenca baja del río Iguazú implica considerar dos procesos físicos distintos, el traslado de los caudales generados en la cuenca alta, entrada al sistema hidrológico y la transformación precipitación-caudal que se produce en la baja.

El modelo de propagación de Muskingum se utiliza para trasladar hasta Salto Cataratas los caudales observados en Salto Osorio y el modelo de humedad de suelo de Sacramento define el aporte de la cuenca baja. La combinación de ambas representaciones configuran el modelo determinístico complejo.

**Principales componentes del modelo determinístico complejo**

El modelo de humedad de suelo de Sacramento es determinístico y conceptual. Simula el desplazamiento del agua a través de la estructura del suelo y distribuye la humedad en dos profundidades (zona superior e inferior) con dos niveles de energía (agua en tensión y libre). El agua en tensión se agota exclusivamente por evapotranspiración y el agua libre se desplaza en dirección vertical y horizontal.

La zona superior representa básicamente la retención por interceptación y la inferior el almacenamiento de agua en el suelo. El proceso de percolación está representado por una función exponencial que vincula las variables de estado del nivel superior (agua libre) con las del nivel inferior. En la zona inferior el agua libre está almacenada en dos embalses, uno de drenaje lento y otro de drenaje rápido.

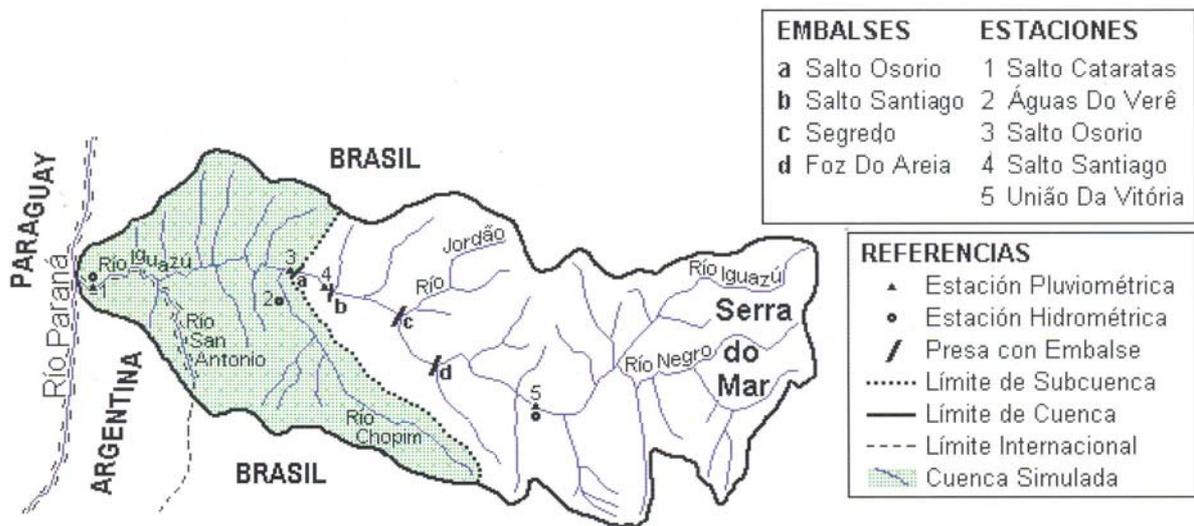


Figura 1: Cuenca del río Iguazú y área simulada

El escurrimiento total resultante está compuesto por los siguientes aportes:

- 1) *Directo*, de las precipitaciones ocurridas en áreas impermeables temporarias y permanentes;
- 2) *Superficial*, de precipitaciones que superen la capacidad de infiltración;
- 3) *Subsuperficial*, del embalse superior;
- 4) *Base Primario*, del embalse de drenaje lento;
- 5) *Base Secundario*, del embalse de drenaje rápido.

El modelo Muskingum es un método de propagación hidrológico, basado en una ecuación de continuidad y una de almacenamiento. Las hipótesis son las siguientes:

- No hay aportes ni pérdidas de agua en el tramo.
- El almacenamiento es una función unívoca del caudal de salida una vez fijado el caudal de entrada.
- Los efectos dinámicos son despreciables.

**CALIBRACIÓN Y VERIFICACIÓN DEL MODELO DETERMINÍSTICO COMPLEJO**

La estimación de los parámetros de un modelo hidrológico determinístico complejo compuesto por un modelo de balance de humedad de suelo y otro de traslado de caudales, comprende las siguientes etapas:

- La primera consiste en seleccionar los valores de los parámetros y variables de estado iniciales del modelo y realizar una serie de simulaciones para revelar la existencia de errores groseros en los datos. Esta primera etapa utiliza una calibración basada en ensayo y error y permite definir una solución inicial.
- La segunda, de optimización, permite mejorar la precisión de la solución anterior.
- La etapa final incluye una comparación entre los valores observados y simulados en el período de calibración y si se detectan errores significativos se realiza un nuevo ajuste. (Monro y Anderson, 1974).

En la *Tabla 1* se presentan los valores de parámetros significativos del modelo de humedad de suelo calibrados para la simulación de la cuenca baja del río Iguazú.

El modelo fue calibrado en un período de tres años (1987-1990, 1146 datos) y verificado en el período 1990-1993 (1100 datos). La información pluviométrica utilizada corresponde a las estaciones União da Vitória, Águas do Veré y Salto Cataratas y la distribución areal de la lluvia fue estimada aplicando el método de polígonos de Thiessen.

Se aplica el método estadístico denominado bootstrap para asociar medidas de precisión a las estimaciones de las medias de los eventos de caudales máximos observados y simulados. Así se define la importancia de la diferencia entre las medias a partir de una mejor estimación de los desvíos estándar.

En el período de calibración se seleccionaron los eventos de caudales máximos que superan los 4000 m<sup>3</sup>/s. Las medias (X) y los desvíos estándar (S) de ambas muestras (6 eventos) son:

$$\begin{aligned} \bar{X}_{obs} &= 8850m^3 / S & S_{obs} &= 1323m^3 / S \\ \bar{X}_{sim} &= 7876m^3 / S & S_{sim} &= 913^3 / S \\ \bar{X}_{obs} - \bar{X}_{sim} &= 974m^3 / S. \end{aligned}$$

La varianza de la diferencia entre dos variables independientes es la suma de sus varianzas, por lo tanto el desvío estándar de la diferencia entre las medias es 1607 m<sup>3</sup>/s. Con el método bootstrap (para 500 simulaciones) se estimaron a partir de las muestras sintéticas el desvío estándar de la diferencia entre las medias, el cual es igual a 1483 m<sup>3</sup>/s y la relación entre la diferencia observada y este desvío (0.65). Este resultado indica una diferencia poco significativa entre las medias de los caudales máximos observados y simulados y muestra un adecuado ajuste del modelo.

Parámetro	Rango	Valores Propuestos	Parámetro	Rango	Valores Propuestos
LZTWM [mm]	50 - 220	220	UZFWM [mm]	10- 85	38
UZTWM [mm]	10- 150	30	ZPERC [%]	5 -220	35
UZK [ %/día ]	0.2 - 0.4	0.01	REXP [ - ]	1.0 -3.5	2.5

*Tabla 1: Valores de algunos parámetros del modelo de humedad de suelo*

	Percentiles	P50 [m <sup>3</sup> /s]	P75 [m <sup>3</sup> /s]	P90 [m <sup>3</sup> /s]	RECM [m <sup>3</sup> /s]	ReI E [%]
Período completo	Calibración (1146 datos)	162	320	598	505	6.9
	Validación (1100 datos)	163	353	665	606	8.2
Eventos aislados	Calibración (128 datos)	492	862	1870	1147	5.8
	Validación (76 datos)	629	1449	3754	1838	7.8

*Tabla 2: Estadísticas de las series de errores*

Con el valor absoluto de los errores, del modelo determinístico complejo en Salto Cataratas, se estimaron los percentiles (50, 75 y 90), el error cuadrático medio y una expresión del error relativo propuesta por la Organización Meteorológica Mundial (OMM), ver *Tabla 2*.

Para facilitar la interpretación de estos resultados en la *Tabla 3* se muestran estadísticos de los caudales observados en Salto Cataratas. Estos estadísticos son puntos de la curva de duración.

De la observación de la *Tabla 2* puede concluirse que para la serie completa de datos los estadísticos no muestran variaciones considerables entre los períodos de calibración y validación. Un resultado semejante se observa en el análisis por eventos aunque las diferencias son mayores debido a que en validación hubo menor cantidad de crecidas superiores a los 4000 m<sup>3</sup>/s, caudal elegido como umbral, y los picos registrados presentaron un mayor desvío estándar.

Estadísticos [m <sup>3</sup> /s]	Caudales Salto Cataratas	
	Calibración	Validación
Mínimo	139	282
P25	690	809
P50	1080	1184
P75	1686	1653
Máximo	14390	27150
Media	1484	1555
Máximo histórico	34062 [m <sup>3</sup> /s]	

*Tabla 3: Estadísticos de las series*

Los resultados de los análisis anteriores (diferencia de medias y estadísticos de los errores) muestran el nivel de calibración alcanzado y la posibilidad de utilizar el modelo en el caso presentado.

	Evento	Cuenca baja					Vol obs	Vol sim
		Vol sim [Hm <sup>3</sup> ]	Ap sim %	Lluvia [mm]	Lam esc [mm]	Coef esc	Cat [Hm <sup>3</sup> ]	Cat [Hm <sup>3</sup> ]
C A L	1	955	28.34	128.6	40.04	0.31	3370	3640
	2	1310	20.86	157.00	54.92	0.35	6280	6250
	3	1330	50.00	108.6	55.76	0.51	2660	3130
	4	1590	21.63	143.00	66.66	0.47	7350	6170
	5	3510	52.31	286.9	147.15	0.51	6710	8450
	6	3480	37.83	200.70	145.89	0.73	9200	9230
V A L	1	1550	33.41	124.00	64.98	0.52	4640	5070
	2	8520	38.01	459.20	357.34	0.78	22400	27300
	3	997	28.9	80.50	41.8	0.52	3450	2870
	4	1520	36.98	132.10	63.72	0.48	4110	3670

*Tabla 4: Significación del aporte de la cuenca baja*

### ANÁLISIS HIDROLÓGICO

Una vez verificada la calibración del modelo complejo que representa matemáticamente la transformación precipitación-caudal en la cuenca baja y el traslado de los caudales de entrada en Salto Osorio, es posible inferir la contribución de los distintos aportes al caudal en Salto Cataratas.

Se realizó un análisis hidrológico para definir la importancia de estos aportes al volumen total observado en Salto Cataratas. El análisis, desarrollado con diez crecidas (1987-1993), muestra la necesidad de modelar ambos aportes para lograr una adecuada representación.

En la *Tabla 4* se presentan los valores de las crecidas en calibración y validación que muestran un rango de variación del aporte de la cuenca baja, entre veinte (20) y cincuenta y dos (52) por ciento con una mediana de treinta y cinco (35) por ciento. En la tercera columna de esta tabla se observa el volumen estimado con el modelo de humedad de suelo (Vol sim). En la cuarta (Ap sim), la relación entre el aporte de la cuenca baja y el volumen observado en Salto Cataratas (Vol obs Cat, columna 8). Además, se muestra para la cuenca baja la precipitación media areal y otros indicadores hidrológicos clásicos (lámina escurrida y coeficiente de escorrentía).

### ANÁLISIS DE LOS ERRORES

En esta parte del trabajo se presentan los resultados de la identificación de la estructura de autocorrelación de la serie de errores estimados con el modelo determinístico complejo y se analiza la posibilidad de definir un modelo estocástico para su representación.

Box y Jenkins (1970) proponen una forma muy utilizada en el análisis y representación de una serie temporal que incluye las etapas de: identificación, estimación de los parámetros y verificación del modelo.

La clase de modelos denominados Autorregresivos-Integrados-Promedio-Móvil (ARIMA) es una forma poderosa de describir series estacionarias, o que puedan convertirse en estacionarias, aplicando diferenciación. Un modelo ARIMA (p,d,q) se define de la siguiente manera:

$$w_t^{(d)} = \Phi_1 w_{t-1} + \dots + \Phi_p w_{t-p} + u_t - \Theta_1 u_{t-1} - \dots - \Theta_q u_{t-q} \quad (1)$$

siendo  $w_t^{(d)}$  la serie original diferenciada  $d$  veces,  $u_t$  variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas,  $\Phi$  los parámetros autorregresivos y  $\Theta$  los de promedio móvil.

En la determinación de los órdenes  $p$ ,  $d$ ,  $q$ , y control de calidad del ajuste de un modelo ARIMA, se utilizan las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial.

En la Figura 2, se presenta la función de autocorrelación (fac) y en la Figura 3 la función de autocorrelación parcial (facp) de la serie de errores del modelo determinístico en el período de calibración.

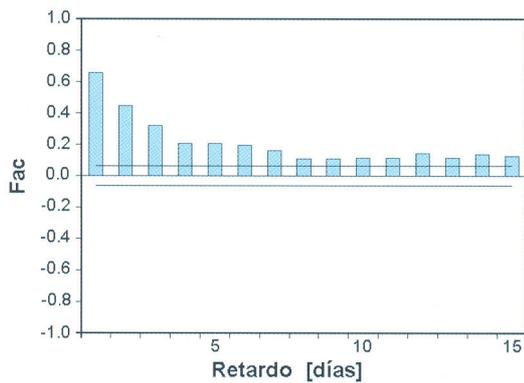


Figura 2: Función de autocorrelación de la serie de errores

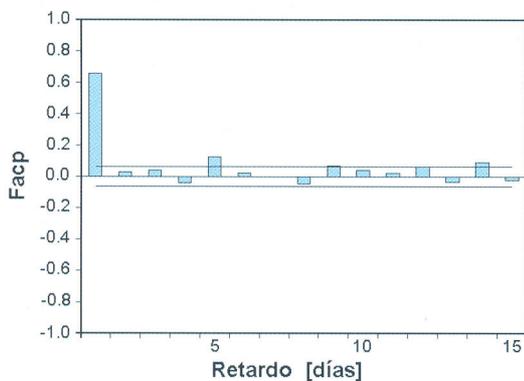


Figura 3: Función de autocorrelación parcial de la serie de errores

El análisis muestra autocorrelaciones con un decaimiento exponencial que indica que no es necesario diferenciar la serie original, ( $d=0$ ). Esta forma de decaimiento y la presencia de un único valor de la función de autocorrelación parcial significativamente distinto de cero indica un modelo autorregresivo de orden 1, AR(1).

Este modelo fue verificado con la aplicación de la técnica de sobreajuste, Granger y Newbold (1977). Mediante la utilización de modelos AR(2), ARMA(1,1) se muestra que los coeficientes incorporados no son significativamente diferentes de cero y se fundamenta el uso posterior del modelo AR(1) para la predicción estocástica de los errores (Tabla 5).

Modelo	Parámetro	Desvío estándar
AR (1)	0.6672	0.0221
AR (2)	0.6446	0.0296
	0.0338	0.0296
ARMA (1,1)	0.6994	0.0329
	0.0583	0.0473

Tabla 5: Aplicación de la técnica de sobreajuste.

**Modelo predictor de errores**

A continuación se presentan los resultados de combinar los caudales simulados con el modelo determinístico complejo con los errores estimados utilizando un modelo estocástico. Existen distintas alternativas de actualización usando un modelo predictor para representar la serie temporal de errores asociada a la operación de un modelo determinístico.

El método consiste en aplicar un modelo ARIMA a la serie de errores de la representación determinística para estimar el error en el intervalo de tiempo de análisis a partir de la estructura de la serie de errores de la simulación.

Los errores pueden ser escritos:

$$\eta_t = Q_{obs_t} - Q_{det_t} \quad (2)$$

siendo,  $Q_{obs_t}$  el caudal observado y  $Q_{det_t}$  la predicción obtenida por simulación con el modelo determinístico. Si se toma como hipótesis un modelo AR(p) para la secuencia de los errores resulta:

$$\eta_t = \Phi_1 \eta_{t-1} + \Phi_2 \eta_{t-2} + \dots + \Phi_p \eta_{t-p} + \dots + a_t \quad (3)$$

y la predicción de caudales:

$$Q_{(det+AR(p))_t} = Q_{det_t} + \eta_t \quad (4)$$

donde:

$a_t$ : proceso ruido blanco.

$Q_{(det+AR(p))_t}$ : valor final del caudal simulado con la asociación determinístico-estocástica para el instante  $t$ .

$\eta_t$ : predicción del error obtenida con el modelo estocástico paramétrico lineal (AR(p)) para el instante  $t$ .

**Aplicación de este modelo**

En este párrafo se presenta un análisis de la nueva serie temporal de los errores estimados con la asociación determinístico-estocástica y una comparación con los errores del modelo determinístico complejo. En las Figuras 4 y 5 se muestran las funciones de autocorrelación (fac) y de autocorrelación parcial (facp) de la nueva serie de errores. Se observa una disminución general de los valores de la fac y facp que indican una mejor representación matemática.

Con el objetivo de mostrar la disminución en los estadísticos de los errores estimados con esta asociación, se

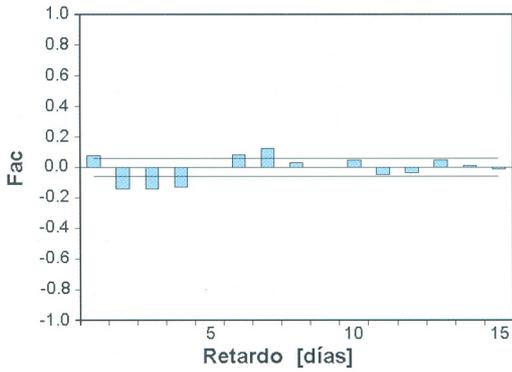


Figura 4: Función de autocorrelación de la serie de residuos del modelo compacto

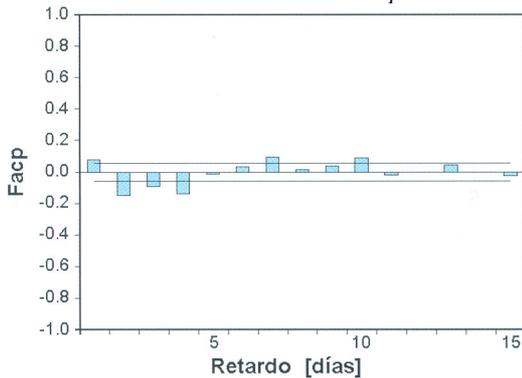


Figura 5: Función de autocorrelación parcial de la serie de residuos del modelo compacto

realizó un análisis para la serie completa en validación y otro para los eventos que superan los 4000 m<sup>3</sup>/s registrados en el mismo periodo. En esta etapa la serie es de 1100 datos y registra caudales de hasta 27000 m<sup>3</sup>/s. Los eventos tienen una duración promedio de 15 días.

Los resultados obtenidos muestran una reducción promedio del treinta (30) por ciento en los estadísticos de los errores del modelo compuesto con respecto al determinístico, ver *Tabla 6*. Esta disminución resulta superior a la magnitud de los errores que se atribuye habitualmente al proceso de medición de caudales y se observa tanto en la serie completa como en el análisis de los eventos aislados.

En las *Figuras 6 y 7* se presenta un ejemplo de los resultados obtenidos con esta asociación. Puede observarse la significación del caudal de entrada en Salto Osorio (QOso, *Figura 6*) y del aporte de la cuenca simulada, tramo Osorio-Cataratas (Qcca.baja, *Figura 7*), sobre los caudales en Salto Cataratas (Qobs, Qdet, Qdet+AR(1)). Otro resultado corresponde a una mejora en la representación de los caudales en la curva de descenso del hidrograma.

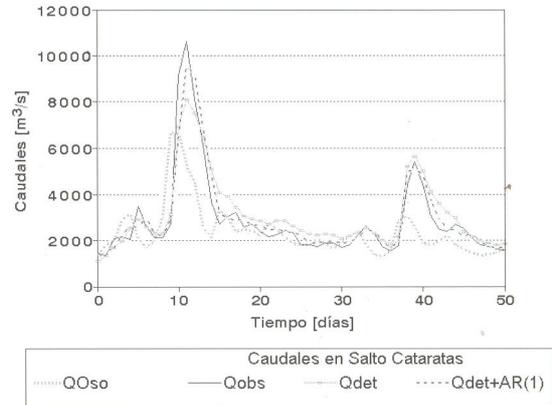


Figura 6: Hidrogramas simulados y observados (14 mayo/ de julio de 1988)

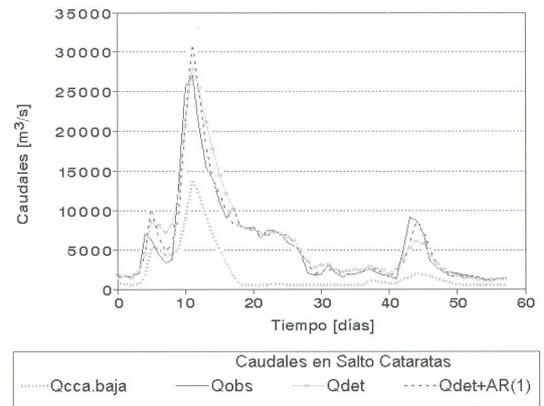


Figura 6: Hidrogramas simulados y observados (20 mayo/ 16 de julio de 1988)

	Modelo	P <sub>50</sub> [m <sup>3</sup> /s]	P <sub>75</sub> [m <sup>3</sup> /s]	P <sub>90</sub> [m <sup>3</sup> /s]	RECM [m <sup>3</sup> /s]
Período Completo (1100 datos)	det	163	353	665	606
	det + AR(1)	120	251	462	473
Eventos Aislados (76 datos)	det	629	1449	3754	1838
	det + AR(1)	441	1063	2740	1466

Tabla 6: Estadísticos de los errores en valor absoluto en validación

**ANÁLISIS DE LA CAPACIDAD PREDICTIVA DEL MODELO COMPLEJO**

En la predicción hidrológica de caudales existen dos situaciones diferentes, la primera está asociada con adelantos del pronóstico que superan el tiempo de concentración de la cuenca y la segunda con adelantos inferiores al mismo. En el primer caso es necesario realizar una predicción de la precipitación de entrada al modelo.

En el segundo caso, las precipitaciones ocurridas en adelantos de tiempo inferiores al tiempo de concentración de la cuenca, podrían tener una menor influencia en la predicción de los caudales. El tiempo de concentración es una medida del retardo que el sistema físico introduce a la serie de entrada y define un margen de tiempo dentro del cual se puede investigar el efecto de la precipitación sobre las predicciones de caudales.

Un método para estimar el retardo entre dos series de tiempo, consiste en definir los valores de la función de correlación cruzada que resulten significativamente distintos de cero. La importancia de esta técnica se debe a que el retardo entre las series de precipitaciones y caudales es una estimación del tiempo de concentración de la cuenca (Müftüoğlu, 1984) y el retardo entre las series de caudales se relaciona con el tiempo de traslado de las ondas que ingresan al sistema. Dado que estos valores contribuyen a la definición del tiempo de adelanto de las predicciones, la función de correlación cruzada es una alternativa a la aplicación de pruebas por ensayo y error.

En el caso en estudio se estimaron estas funciones, aceptando la hipótesis de que se pueden separar los procesos de traslado de caudales (Salto Osorio - Salto Cataratas) y de transformación precipitación-caudal. El retardo entre las series fue estimado para los períodos de calibración y validación. En la *Tabla 7* se resumen los coeficientes de correlación cruzada ( $r$ ) y sus correspondientes desvíos estándar (S).

Estos resultados, que muestran coeficientes significativos para uno y dos días en ambos procesos, corroboran la conclusión del análisis hidrológico (*Tabla 4*), el cual muestra la necesidad de modelar ambos aportes. Desde un punto de vista estadístico, la presencia de valores del coeficiente de correlación cruzada significativamente distintos de cero indica que la información de las dos series de entrada contribuye linealmente a la explicación del caudal en Salto Cataratas.

**Influencia de la precipitación en el pronóstico**

Los modelos hidrológicos conceptuales representan en forma determinística los fenómenos físicos que gobiernan el sistema real y permiten describir el comportamiento del mismo. Entonces, para una situación antecedente conocida, es posible simular el comportamiento del sistema a partir de distintas hipótesis para las variables de entrada.

Para el caso analizado, el tiempo de retardo entre las series de precipitación y caudal es igual o mayor a un día (*Tabla 7*), entonces la precipitación influye en el caudal de salida para un tiempo de adelanto igual o mayor a ese intervalo.

	Transformación	$r_0$ (S)	$r_1$ (S)	$r_2$ (S)	$r_3$ (S)
<b>Calibración</b> (1146 datos)	P-Q	0.0921 (0.0296)	0.3463 (0.0296)	0.2782 (0.0296)	-0.0616 (0.0296)
	Q-Q	0.0457 (0.0296)	0.5685 (0.0296)	0.3106 (0.0296)	-0.0522 (0.0296)
<b>Validación</b> (1100 datos)	P-Q	0.3123(0.0302)	0.2156 (0.0302)	0.0949 (0.0302)	-0.0383 (0.0302)
	Q-Q	0.1544(0.0302)	0.6536 (0.0302)	0.1984 (0.0302)	-0.1240 (0.0302)

*Tabla 7: Funciones de correlación cruzada*

	Percentiles de los errores	P50 [m <sup>3</sup> /s]	P75 [m <sup>3</sup> /s]	P90 [m <sup>3</sup> /s]	RECM [m <sup>3</sup> /s]
<b>Pronóstico (P=0 mm)</b> vs. <b>Simulado(P y Q registrados)</b>	<b>Calibración</b> (128 datos)	0	1	70	50.8
	<b>Validación</b> (76 datos)	0	1.3	71	99.7

*Tabla 8: Errores absolutos entre caudales pronosticados y simulados*

	Percentiles de los errores	P50	P75	P90	RECM
		[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]	[m <sup>3</sup> /s]
<b>Calibración</b> (128 datos)	Pronóstico (P=0 mm)				
	vs. Observado	492	862	1821	1140
	Simulado (P y Q registrados) vs. Observado	492	862	1870	1147
<b>Validación</b> (76 datos)	Pronóstico (P=0 mm)				
	vs. Observado	682	1428	3716	1870
	Simulado (P y Q registrados) vs. Observado	629	1449	3754	1838

Tabla 9: Errores absolutos entre caudales pronosticados y observados

A partir de este resultado y de las propiedades de los modelos conceptuales, se propone un experimento numérico para mostrar el impacto de la precipitación en el pronóstico de caudales a un día. Se estudió el efecto sobre los estadísticos de los errores de considerar como hipótesis una precipitación media nula en la cuenca baja y conocido el caudal de entrada al sistema hidrológico (Salto Osorio).

Para evaluar la disminución en la capacidad de simulación debida a la hipótesis anterior, se estimaron los estadísticos de las diferencias entre los caudales obtenidos con el modelo determinístico complejo en pronóstico a un día y los calculados en simulación conocidas las entradas al sistema, ver *Tabla 8*.

Para este análisis se consideraron los eventos observados en las series de calibración (seis) y validación (cuatro). Los resultados muestran el escaso deterioro de las simulaciones y confirman el análisis de la función de correlación cruzada.

**Análisis por eventos**

Es importante destacar que la estimación de los estadísticos de los errores para los eventos seleccionados, en lugar de considerar la serie completa, incrementa la magnitud de los errores dado que en aguas bajas es muy frecuente la hipótesis P=0 mm.

**Pronóstico de errores y predicción de caudales**

Con el propósito de analizar el comportamiento del modelo para adelantos de un día, se compara la serie de caudales pronosticados según las hipótesis anteriores con la serie observada. En la *Tabla 9* se muestran los estadísticos de los errores entre estas series para los eventos registrados en los períodos de calibración y validación.

Como referencia se incluyen los estadísticos de la serie de errores entre el caudal observado y el simulado con el modelo determinístico complejo, conocidas las variables de entrada al sistema (precipitación y caudal en Salto Osorio), *Tabla 9*.

	Percentiles de los errores	P50 [m <sup>3</sup> /s]	P75 [m <sup>3</sup> /s]	P90 [m <sup>3</sup> /s]	RECM [m <sup>3</sup> /s]
		<b>Pronóstico (P=0 mm) + AR(1)</b> vs. <b>Observado</b>	Validación (76 datos)	456	1211

Tabla 10: Errores absolutos entre caudales observados y pronosticados con predicción del error. Análisis por eventos

La variación de los estadísticos de los errores pone en evidencia la escasa influencia que la precipitación tiene para este adelanto de tiempo. Estos resultados indican que los errores debidos a la hipótesis de pronóstico (P = 0 mm) son de menor magnitud que los inherentes a la modelación.

Los avances obtenidos en la modelación deberían ser aplicados para mejorar la operación de los sistemas de pronóstico, en los cuales es necesario simular el sistema hidrológico en tiempo real.

En este sentido es interesante estudiar el comportamiento del modelo bajo las hipótesis señaladas y asociar una predicción del error con un modelo estocástico.

En consecuencia, para incrementar la capacidad predictiva del modelo completo

**Análisis por eventos**

Se propone la aplicación del modelo estocástico paramétrico lineal de la serie de errores que fue utilizado anteriormente. En la *Tabla 10* se muestran los estadísticos de los errores estimados con la asociación determinístico-estocástica para predicciones con adelantos un día.

La comparación de los resultados obtenidos en pronóstico con el modelo determinístico (*Tabla 9*) y con la asociación propuesta (*Tabla 10*) muestra una reducción del veinte (20) por ciento en la raíz del error cuadrático medio y del treinta (30) por ciento en el percentil cincuenta.

Estos resultados muestran en forma cuantitativa la importancia de introducir un modelo estocástico para mejorar las predicciones. En la *Figura 8* se muestran los hidrogramas observado, simulado y los obtenidos en pronóstico a un día con el modelo determinístico (Qpron) y con la alternativa analizada (Qpron + AR(1)).

**CONCLUSIONES**

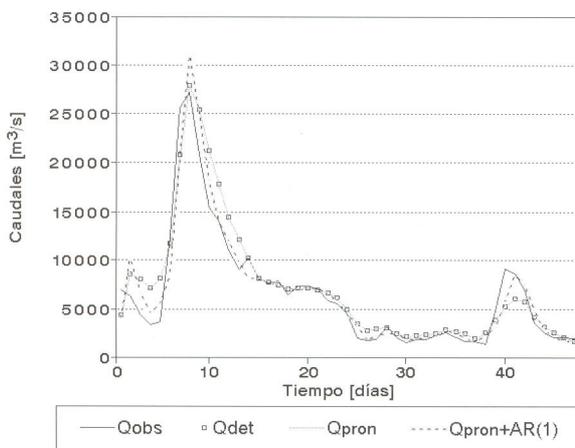
En este trabajo se ha propuesto una forma de asociar representaciones matemáticas basadas en modelos explicativos diferentes para simular el proceso de transformación precipitación-caudal en una cuenca de gran extensión. Esta característica hace necesario representar un amplio conjunto de ambientes hidrológicos con información hidrometeorológica limitada y requiere asociar modelos para incrementar la capacidad predictiva final del sistema de pronóstico.

La utilización conjunta de un enfoque determinístico y uno estocástico ha permitido asociar el objetivo clásico que orienta el desarrollo de modelos determinísticos — avance del conocimiento de los procesos físicos— con el objetivo de mejorar la toma de decisiones que se relaciona con la aplicación de modelos estocásticos.

A partir del enfoque determinístico, los resultados de la modelación han permitido avanzar en el conocimiento de la importancia relativa de las entradas al sistema representado (caudales y precipitaciones). La experimentación numérica permitió definir los niveles de errores que se alcanzan bajo la hipótesis propuesta y este resultado es muy útil para la operación del sistema de pronóstico.

El estudio hidrológico realizado con la modelación determinística permitió definir cuantitativamente el error de pronóstico bajo la hipótesis propuesta. Por otra parte el análisis de la serie de tiempo de los errores en simulación permitió definir un modelo estocástico predictor que asociado con el modelo determinístico ha demostrado incrementar la capacidad de predicción final.

Por último la utilización de modelos determinísticos y estocásticos para mejorar la representación de la transformación precipitación-caudal, permitirá avanzar en el estudio de la variación con el tiempo de los parámetros del modelo estocástico y de la aplicación de técnicas estadísticas para su modelación.



**Tabla 9:** Hidrogramas en Salto Cataratas (20 de mayo/ 16 de julio de 1992)

**LISTA DE SÍMBOLOS**

- $\Phi$ : parámetros del modelo autorregresivo.
- $\Theta$ : parámetros del modelo de promedio móvil.
- $\eta_t$ : predicción del error obtenida con el modelo estocástico paramétrico lineal para el instante t.
- $a_t$ : proceso ruido blanco. Es una secuencia de variables aleatorias independientes con media cero y varianza constante.
- Ap sim*: porcentaje del aporte de la cuenca baja al volumen en Salto Cataratas [%].
- AR(p)*: modelo autorregresivo de orden p.
- CAL*: indica la etapa de calibración.
- Coefesc*: coeficiente de escorrentía [-]. Relación entre la lámina precipitada y la escurrida.
- Det*: modelos determinísticos de humedad de suelo y traslado de caudales.
- Det+AR(1)*: asociación de los modelos determinísticos con el modelo autorregresivo de orden 1 predictor del error.
- Lam esc*: lámina escurrida [mm].
- MA(q)*: modelo promedios móviles de orden q.
- $P_n$ : percentil de una distribución de valores es un número  $X_n$  tal que un porcentaje n de los valores de la población son menores o iguales que  $X_n$ .
- P-Q*: transformación precipitación-caudal.
- Q-Q*: transformación caudal-caudal, traslado.
- Qdet<sub>t</sub>*: caudal simulado en Salto Cataratas con el modelo determinístico para el instante t [ $m^3/s$ ].
- Q(det+AR(p))<sub>t</sub>*: valor estimado final del caudal simulado con la asociación determinístico-estocástica de orden p para el instante t [ $m^3/s$ ].
- Qobs<sub>t</sub>*: caudal observado en Salto Cataratas en el instante t [ $m^3/s$ ].
- Qpron<sub>t</sub>*: caudal pronosticado en Salto Cataratas en el instante t [ $m^3/s$ ].
- $r_i$ : coeficiente de correlación cruzada.
- RECM*: raíz del error cuadrático medio [ $m^3/s$ ].
- RelE*: error relativo (OMM) [%].
- $RelE = 100 \left( \frac{\sum_{il}^n r}{il} \right) / Obs$
- $Obs = \sum_{i=1}^n z_i$        $r = \text{errores}$
- $z_i = \text{Observaciones}$
- S*: desvíos estándar muestrales.
- VAL*: indica la etapa de validación.
- Vol obs*: volumen observado [ $Hm^3$ ].
- Volsim*: volumen simulado [ $Hm^3$ ].
- X*: medias muestrales.

**Parámetros del modelo de humedad de suelo**

- LZTWM:** Capacidad del embalse inferior de agua en tensión [mm].
- REXP:** Exponente de la ecuación de percolación [-].
- UZFWM:** Capacidad del embalse superior de agua libre [mm].
- UZK:** Coeficiente de agotamiento de la zona superior de agua libre [% / día].
- UZTWM:** Capacidad del embalse superior de agua en tensión [mm].
- ZPERC:** Coeficiente de percolación máxima [-].

**AGRADECIMIENTOS**

Los autores quieren agradecer al ingeniero Alberto Calcagno su atenta lectura y discusión que resultó en un aporte significativo a este trabajo.

**REFERENCIAS**

Armstrong B.L. (1978). Derivation of initial soil moisture accounting parameters from soil properties for the National Weather Service River Forecast System. NOAA Technical Memorandum NWS HYDRO 37.

Box G.E.P. y Jenkins G.M. (1970) Time series analysis, forecasting and control. Holden-Day.

Chavasse D.I. (1991). Analyse Comparative des méthodes d'acheminement hydrologique. Comparaison avec la résolution des équations de Saint-Venant. Tesis de Maestría, IATE-EPFL. Lausana, Suiza.

Chavasse D.I. y Seoane R.S. (1993) Análisis del dominio de aplicación del método MuskingumCunge. I Simposio de Recursos Hídricos del Cono Sur. Vol 3, 59-67. Brasil.

Chavasse D.I. y Seoane R.S. (1994) Modelos estocásticos en la simulación determinística de procesos hidrológicos. XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Vol 3, 133-144. Chile.

Efron B. y Tibshirani R. (1985) The Bootstrap method for assessing statistical accuracy Behaviormetrika. 17, 1-35.

Granger C.W.J. (1969) Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. Econometrica. 37, 424-438.

Granger C.W. y Newbold P. (1977) Forecasting economic time series Academic Press.

Kitanidis P.K. y Bras R.L. (1980). Real-time forecasting with a conceptual hydrologic model. 1. Analysis of uncertainty. Water Resources Research, 16(6), 1025-1033.

Kitanidis P.K. y Bras R.L. (1980) Real-time forecasting with a conceptual hydrologic model 2. Applications and results. Water Resources Research. 16(6), 1034-1044.

Monro, J.C. y Anderson E.A.(1974) National Weather Service River Forecasting System. Journal of Hydraulic Division ASCE. 100 (HY5), 621-630.

Morel Seytoux, H.J.(1986) Deterministic modeling: General report. Multivariate analysis of hydrologic processes. Proceedings of Fourth International Hydrology Symposium. Colorado State University, 827-842.

Müftüoğlu, R.F. (1984) New Models for Non linear catchment analysis. Journal of Hydrology. 73, 335-357.

Nelson C.R.y Schwert G.W.(1982) Test for predictive relationships between time series variables: A Monte Carlo investigation. Journal of the American Statistical Association. Vol 77, N°377, 11-18.

Rafaelli, S.(1990) Updating procedure in flood forecasting model. International Institute for Hydrology and Environmental. Delft, Holanda.

Seoane R.S., Slimovich H. y Rafaelli S. (1986) Función de correlación cruzada. Estudio de un caso de aplicación y una propuesta para su cálculo. XII Congreso Latinoamericano de Hidráulica. 410-423. Brasil.

Sorooshian, S. y Dracup J.A. (1980) Stochastic parameter estimation procedures for hydrologic rainfall-runoff models: correlated and heteroscedastic error cases. Water Resources Research. 16(2), 430-442.

Sorooshian, S., Gupta V.K. y Fulton J.L. (1983) Evaluation of maximum likelihood parameter estimation techniques for conceptual rainfall-runoff models: influence of calibration data, variability and length on model credibility. Water Resources Research. 19(2), 251-259.