

# ESTUDIO COMPARATIVO DE CRITERIOS DE ROTURA DEL OLEAJE REGULAR

J.P. Sierra y A. Lo Presti

**RESUMEN:** La altura de ola en rotura ( $H_b$ ) es un parámetro fundamental para el cálculo del transporte de sedimentos y la determinación de la evolución de la línea de costa. Asimismo, en zonas de profundidad reducida esta altura de ola será el parámetro básico para el diseño de estructuras de protección de costas. Existe un gran número de criterios de rotura que permiten estimar (en el caso de oleaje regular)  $H_b$  en función de las características del oleaje y de la playa. Sin embargo, según la expresión que se adopte, los valores de  $H_b$  obtenidos presentan grandes discrepancias. En este artículo se realiza un estudio comparativo para determinar que criterios de rotura son los más adecuados. Dado que en la Naturaleza el oleaje es, en mayor o menor medida, irregular, se ha efectuado una recopilación de datos de laboratorio existentes en la bibliografía. Con ellos se ha analizado la idoneidad de los distintos criterios en relación con diversos parámetros (peralte del oleaje, pendiente de la playa, etc.) y se ha tratado de obtener nuevos criterios que se ajusten mejor a la totalidad de la base de datos.

## INTRODUCCIÓN

La rotura es un fenómeno que se caracteriza por una alta proporción de turbulencia libre y una entrada de aire asociada, produciéndose además una alta velocidad de disipación de energía. Las ondas así generadas no son oscilatorias sino que más bien son traslacionales. Existen distintas definiciones del fenómeno físico de la rotura. Según Le Méhauté (1976), la rotura ocurre cuando se presenta una de las siguientes condiciones:

1. La velocidad de las partículas de la cresta sobrepasa la celeridad de la onda.
2. La presión de la superficie libre, dada por la ecuación de Bernoulli, es incompatible con la presión atmosférica.
3. La aceleración de las partículas en la cresta tiende a separarlas de la superficie de la masa de agua.
4. La superficie libre se pone vertical.

Según Mei (1983), en una playa plana, los parámetros que gobiernan la rotura del oleaje son el peralte de la ola y la pendiente de la playa  $m$ . Para valores suficientemente grandes de  $m$  o amplitudes suficientemente bajas, una ola incidente no rompe y se refleja completamente. Cuando  $m$  y/o ( $k \cdot a$ ) decrecen (siendo  $k$  el número de onda y  $a$  la amplitud), se alcanza un umbral donde empieza la rotura. Iribarren y Nogales (1949) hallaron empíricamente que el parámetro adimensional  $Ir$  juega un papel importante en la rotura del oleaje.

$$Ir = \frac{m}{\sqrt{H/L_0}} = \frac{\sqrt{m^2 \pi}}{k_0 a} \quad (1)$$

donde  $H$  es la altura de ola y  $L_0$  es la longitud de onda en grandes profundidades. Si  $Ir < 2.3$ , las olas rompen y el coeficiente de reflexión es menor que 1. A medida que  $Ir$  decrece más allá del valor crítico, la reflexión en la playa decrece. Moraes (1970) realizó exhaustivos experimentos sobre reflexión para distintos oleajes incidentes y pendientes de la playa. A partir de estos datos, Battjes (1974) halló que el coeficiente de reflexión puede ser expresado en función de  $Ir$  únicamente. A este adimensional Battjes lo denominó parámetro de similitud de surf,  $\xi = Ir$ , demostrando que gobierna los procesos de rotura del oleaje.

## CRITERIOS DE ROTURA

Si bien cada vez más se tiene en cuenta la aleatoriedad del oleaje y en consecuencia, para estudiar la rotura se emplean expresiones desarrolladas para oleaje irregular (ver por ejemplo Battjes y Janssen, 1978), la determinación de las características en rotura para oleaje monocromático o para olas individuales, todavía tiene un gran interés. En efecto, muchas estructuras marítimas están situadas en zonas de profundidad reducida. En función de esta profundidad y utilizando alguno de dichos criterios, es posible estimar la altura de ola máxima que incidirá sobre la estructura (que será la de la mayor ola que rompa sobre la misma). Además, existen otras numero-

<sup>1</sup> Laboratori d'Enginyeria Marítima, E. T.S. Enginyers de Cumins, Canals i Ports de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya, C/Gran Capità s/n, Mòdul D1, 08034 Barcelona

Artículo publicado en *Ingeniería del Agua*. Vol.5 Num. 1 (marzo 1998), páginas 23-34, recibido el 12 de mayo de 1997 y aceptado para su publicación el 22 de diciembre de 1997. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado.

sas aplicaciones (tales como modelos de evolución de la línea de costa, modelos de propagación de oleaje) en las que es preciso utilizar un criterio de rotura para ondas monocromáticas (u ondas individuales). Por ello, en el presente artículo se ha centrado el interés en este tipo de criterios.

Con anterioridad, otros autores como De la Peña (1988, 1989a, 1989b) o Kaminski y Kraus (1993) han realizado estudios comparativos entre criterios de rotura de oleaje, aunque utilizando una metodología distinta de la aplicada en este trabajo.

Según Sánchez-Arcilla y Lemos (1990), básicamente existen dos tipos de criterios de rotura (para olas en profundidades reducidas e intermedias):

I. *Criterios que expresan las condiciones de rotura en función de parámetros locales de la ola y características batimétricas (o pendiente del fondo).*

II. *Criterios que especifican la altura de ola en rotura en función de características batimétricas (pendientes de la playa) y peralte de la onda en la zona offshore ( $H_0/L_0$ ).*

**Criterios del Tipo I**

Los criterios del *Tipo I*, que consideran los parámetros locales de la onda, se suelen expresar por medio de relaciones del tipo:

$$\frac{H_b}{h_b} = F\left(\frac{h_b}{L_b}, m\right) \tag{2}$$

o bien:

$$\frac{H_b}{L_b} = F\left(\frac{h_b}{L_b}, m\right) \tag{3}$$

donde  $H_b$ ,  $h_b$  y  $L_b$  son respectivamente la altura de ola, la profundidad y la longitud de onda en rotura y  $m$  es la pendiente del fondo. Las expresiones del tipo (2) corresponden a criterios que limitan el índice de rotura, mientras que las del tipo (3) aparecen en criterios que limitan el peralte de la ola. A continuación se relacionan algunos de los criterios empíricos más utilizados para predecir los valores en rotura.

**Criterio de McCowan (1891)**

El primer criterio de rotura fue introducido por McCowan (1891), quien estudiando las ondas solitarias determinó que el oleaje rompe cuando su altura alcanza un valor igual a una fracción de la profundidad:

$$H_b = \gamma h_b \tag{4}$$

con  $\gamma$  igual a 0.78.

Posteriormente, con la misma base teórica, otros investigadores han obtenido el valor  $\gamma = 0.83$ .

**Criterio de Miche (1944)**

El criterio de Miche (1944) establece que la ola rompe cuando su peralte es igual a 1/7, lo que viene dado por:

$$\frac{H_b}{L_b} = \frac{1}{7} \tanh\left(\frac{2\pi h_b}{L_b}\right) \tag{5}$$

Este criterio no incluye el efecto de la pendiente, por lo que sólo es válido para ondas sobre fondos horizontales.

**Criterio de Kishi y Saeki (1966)**

Kishi y Saeki (1966) realizaron estudios de laboratorio con oleaje del tipo onda solitaria para pendientes variables entre 1/10 y 1/30 con el siguiente resultado:

$$\frac{H_b}{h_b} = 5.68 m^{0.40} \tag{6}$$

**Criterio de Galvin (1969)**

Galvin (1969) propone un criterio de rotura en función de la pendiente de la playa:

$$\frac{H_b}{h_b} = \beta_b \tag{7}$$

donde:

$$\begin{aligned} \beta_b &= 1.09 && \text{para } m \geq 0.07 \\ \beta_b &= (1.40 - 6.85 m)^{-1} && \text{para } m < 0.07 \end{aligned}$$

Criterios similares establecen Collins y Weir (1969) con:

$$\begin{aligned} \beta_b &= 1.28 && \text{para } m \geq 0.1 \\ \beta_b &= 0.72 + 5.6 m && \text{para } m < 0.1 \end{aligned}$$

y Madsen (1976), con:

$$\begin{aligned} \beta_b &= 1.18 && \text{para } m \geq 0.1 \\ \beta_b &= 0.72 + 4.6 m && \text{para } m < 0.1 \end{aligned}$$

Las expresiones concuerdan en que el índice de rotura aumenta con la pendiente hasta un valor máximo de ésta alrededor de 0.1.

**Criterio de Goda (1970)**

El criterio de Goda (1970), para aguas someras establece que:

$$\frac{H_b}{h_b} = \frac{B}{1 + A \frac{h_b}{gT^2}} \tag{8}$$

siendo  $T$  el periodo de la onda,  $g$  la aceleración de la gravedad y  $A$  y  $B$  dos parámetros definidos como:

$$A = 43.75(1 - e^{-19m}) \tag{9}$$

$$B = \frac{1.56}{1 + e^{-19m}} \tag{10}$$

**Criterio de Weggel (1972)**

Weggel (1972) reinterpretando muchos estudios de laboratorio ya realizados halló que la altura de ola en rotura depende de la pendiente de la playa  $m$ . Sus resultados fueron:

$$\frac{H_b}{h_b} = B(m) - A(m) \frac{H_b}{g T^2} \quad (11)$$

donde:

$$A(m) = 43.75 (1 - e^{-19m}) \quad (12)$$

$$B(m) = 1.56 (1 + e^{-19.5m})^{-1} \quad (13)$$

Este criterio es el recomendado por el *Shore Protection Manual* del CERC. Scarsi y Stura (1980) usando datos adicionales de laboratorio, refinan la fórmula de Weggel y sugieren que la misma es de aplicación para pendientes  $m > 0.05$ , y para  $m < 0.05$  proponen:

$$\frac{H_b}{h_b} = (0.73 + (13m)^2) - (1.12 + (30m)^2) \frac{h_b}{g T^2} \quad (14)$$

#### Criterio de Battjes (1974)

Battjes (1974), en sus estudios sobre oleaje rompiendo sobre fondo plano, estableció relaciones entre el índice de rotura  $\gamma$  (definido como la relación entre la altura de ola y la profundidad en rotura) y el parámetro de similaridad de surf  $\xi$ . Los resultados experimentales, para la altura de ola máxima del oleaje sobre un fondo inclinado, obtenidos por diversos autores (Iversen, 1952; Goda, 1970 y Bowen, 1968), fueron recogidos junto a los propios por Battjes en un gráfico, a partir del cual halló que  $\gamma = H_b/h_b$ , con  $0.7 \leq \gamma \leq 1.2$ .

#### Criterio de Günbak (1977)

Günbak (1977) reanalizó los datos de laboratorio obtenidos por diversos autores y propuso tres ecuaciones para representar el criterio de rotura:

$$\begin{aligned} \gamma &= 0.8 & \text{si} & \quad \xi < 0.2 \\ \gamma &= 0.87\xi + 0.63 & \text{si} & \quad 0.2 \leq \xi \leq 0.66 \\ \gamma &= 1.2 & \text{si} & \quad 0.66 \leq \xi \leq 2.22 \end{aligned} \quad (15)$$

donde  $\xi = Ir = m/(H_b/L_0)^{0.5}$  es el parámetro de similaridad de surf o número de Iribarren y  $\gamma = H_b/h_b$  es el índice de rotura.

#### Criterio de Ostendorf y Madsen (1979)

Ostendorf y Madsen (1979), haciendo uso de la teoría cnoidal y de la de Stokes en sus respectivas zonas de aplicación, propusieron:

$$\frac{H_b}{L_b} = 0.14 \tanh \left[ (0.8 + 5m) 2\pi \frac{h_b}{L_b} \right], \quad m < 0.1 \quad (16)$$

$$\frac{H_b}{L_b} = 0.14 \tanh \left[ (1.3) 2\pi \frac{h_b}{L_b} \right], \quad m > 0.1$$

donde  $L_b$  se calcula mediante la relación de dispersión para ondas de pequeña amplitud.

#### Criterio de Yoo (1986)

Yoo (1986) reanalizó diversos datos de rotura y mediante un análisis de regresión propuso:

$$\frac{H_b}{h_b} = \frac{2\pi}{7} [0.8 + \tanh(1.06 Ir_b)] \quad (17)$$

donde  $Ir_b = m/(H_b/L_b)^{0.5}$  es el número de Iribarren en rotura.

#### Criterio de Battjes y Janssen (1978)

Este criterio viene dado por la expresión:

$$\frac{H_b}{L_b} = \frac{v_1}{2\pi} \tanh \left( \frac{v_2}{v_1} \frac{2\pi h_b}{L_b} \right) \quad (18)$$

con  $v_1 = 0.88$  y  $v_2 = 0.83$

#### Criterios del Tipo II

Son criterios que, para determinar los parámetros del oleaje en rotura, tienen en cuenta las condiciones batimétricas y las características del oleaje en aguas profundas.

En general, tienen la forma:

$$\frac{H_b}{H_0} = A m^B \left( \frac{H_0}{L_0} \right)^C \quad (19)$$

o bien:

$$\frac{H_b}{h_b} = A m^B \left( \frac{h_b}{L_0} \right)^C \quad (20)$$

donde  $H_0$  y  $L_0$  son la altura de ola y la longitud de onda en aguas profundas. A continuación se resumen algunos de los criterios más conocidos de esta clase.

#### Criterio de Le Méhauté Koh (1967)

Le Méhauté y Koh (1967), basándose en diversos datos de laboratorio, presentaron el siguiente criterio de rotura:

$$\frac{H_b}{H_0} = 0.76 m^{1/7} \left( \frac{H_0}{L_0} \right)^{-1/4} \quad (21)$$

#### Criterio de Komar y Gaughan (1972)

A partir de la teoría de las olas de pequeña amplitud, Komar y Gaughan (1972) proponen la siguiente relación:

$$H_b = K g^{1/5} (TH_0^2)^{2/5} \quad (22)$$

El valor propuesto para K, en función de tres ensayos de laboratorio y uno de campo, es 0.39. Considerando este valor y haciendo  $L_0 = gT^2/2\pi$ , la ecuación (22) puede reescribirse como:

$$\frac{H_b}{H_0} = \frac{0.56}{\left( \frac{H_0}{L_0} \right)^{1/5}} \quad (23)$$

#### Criterio de Sunamura y Horikawa (1974)

Sunamura y Horikawa (1974) proponen en función de diversos datos de laboratorio realizados con pendiente fija  $m$ , la siguiente relación:

$$\frac{H_b}{H_0} = m^{0.2} \left( \frac{H_0}{L_0} \right)^{-0.25} \quad (24)$$

**Criterio de Goda (1975)**

El criterio general de rotura de Goda (1975) viene dado por la expresión:

$$\frac{H_b}{L_0} = 0.17 (1 - e^{-1.5\pi (1+15m^4/3)h_b/L_0}) \quad (25)$$

**Criterio de Sunamura (1980)**

Sunamura (1980), utilizando la representación de Battjes (1974), correlaciona linealmente los datos y obtiene:

$$\frac{H_b}{h_b} = 1.1m^{1/6} \left( \frac{H_0}{L_0} \right)^{-1/12} \quad (26)$$

**Criterio de Moore (1982)**

Moore (1982) propone una modificación a la expresión de Weggel (1972), introduciendo el criterio de rotura de Komar y Gaughan (1972), con lo que:

$$\frac{H_b}{h_b} = B - 0.083A \left( \frac{H_0}{L_0} \right)^{0.8} \quad (27)$$

donde *A* y *B* son los definidos en las ecuaciones (12) y (13).

**DATOS DISPONIBLES**

Se ha efectuado una recopilación (Lo Presti, 1994) de datos de laboratorio existentes en la bibliografía, para analizar la idoneidad de los distintos criterios. Posteriormente, se ha tratado (mediante el análisis multivariante) de obtener criterios que se ajusten mejor a la totalidad de la base de datos.

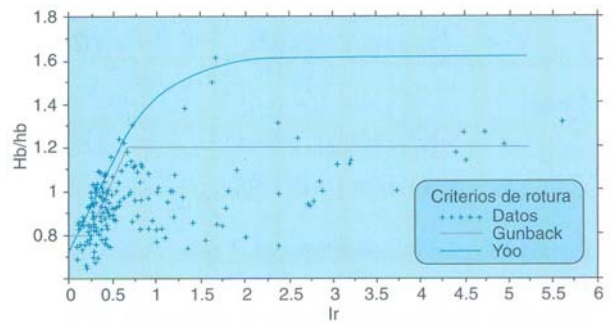
De la recopilación bibliográfica (Suquet, 1950; Iversen, 1952; Galvin, 1968; Kemp y Plinston, 1968; Weggel, 1972) se ha logrado reunir 204 datos provenientes de ensayos de laboratorio referidos a oleaje en rotura. En la *Tabla 1* se resumen los datos utilizados, indicando los valores máximos y mínimos de diversos parámetros característicos.

Autor	Nº datos	Pendiente	H/h	H/L
Suquet (1950)	52	0.065 a	0.758 a	0.0135 a
		0.175	1.094	0.0820
Iversen (1952)	68	0.020 a	0.648 a	0.0050 a
		0.100	1.242	0.0782
Calvin (1968)	46	0.050 a	0.765 a	0.0006 a
		0.200	1.613	0.0583
Kemp y Pl. (1968)	29	0.05	0.862 a	0.0136 a
			1.017	0.0505
Weggel (1972)	9	0.172a	0.737 a	0.0090 a
		0.533	1.313	0.0390

*Tabla 1. Datos utilizados en el estudio*

En los casos en que las variables disponibles lo han permitido, se han calculado las longitudes de onda en rotura  $L_b$  por medio de la expresión:

$$L_b = L_0 \tanh \left( \frac{2\pi h_b}{L_b} \right) \quad (28)$$



**Figura 1. Criterios de rotura de Günback (1977) y Yoo (1986)**

Para los criterios de *Tipo I*, las variables independientes son el índice de rotura o bien el peralte en rotura, mientras que las variables dependientes son parámetros del oleaje también en rotura. En las figuras 1 a 4 se representan las expresiones correspondientes a este tipo junto a los datos de la recopilación bibliográfica.

En la *Figura 1* se han representado los criterios de Günback (1977) y Yoo (1986) junto a los datos, figurando como variable en abcisas el número de Iribarren y en ordenadas el índice de rotura. Puede apreciarse que existe una gran dispersión de resultados (nube de puntos), especialmente para números de Iribarren pequeños y que el criterio de Günback atraviesa dicha nube aproximadamente por el centro (para valores de  $Ir < 0.6$  aproximadamente). Para valores de  $Ir > 4.0$ , el criterio de Günback también predice razonablemente bien el índice de rotura, mientras que para valores del parámetro de Iribarren tales que  $0.6 < Ir < 4.0$  el citado criterio sobrepredice claramente la magnitud del índice de rotura, ya que la inmensa mayoría de los puntos están situados por debajo de la línea que define esta expresión. En el caso del criterio de Yoo, puede observarse que la curva que lo define es aproximadamente una envolvente de los valores máximos del índice de rotura  $\gamma$ , por lo que sobre predice la magnitud de dicho índice en la mayor parte de los casos. Aunque podría argumentarse que los valores de  $\gamma$  predichos por este criterio están del lado de la seguridad, el hecho de que con el mismo se obtengan índices de rotura mayores de 1.2 para números de Iribarren mayores de 0.6, hace pensar que las magnitudes son excesivas y que, por lo tanto, su capacidad predictiva es inferior a la del mencionado criterio de Günback. En la *Figura 2* se han representado junto a los datos los criterios de Miche (1944), Battjes y Janssen (1978) y Ostendorf y Madsen (1979) (este último con tres curvas distintas obtenidas para tres valores distintos de la pendiente). Estos tres criterios tienen como variable independiente el peralte en rotura ( $H_b/L_b$ , que se representa en ordenadas) y como variable dependiente la profundidad relativa ( $h_b/L_b$ , que se representa en abcisas). Puede apreciarse la notable capacidad predictiva del criterio de Miche, especialmente si se tiene en cuenta que es un criterio de rotura deducido para fondo plano. Se aprecian algunas desviaciones para valores más elevados de la profundidad relativa, pero en la mayoría de los casos corresponden a ensayos en los que la pendiente era rela-

tivamente grande. Por el contrario, el ajuste conseguido en la mayoría de los experimentos con pendientes suaves (menores del 5%) es bueno. El criterio de Battjes y Janssen da valores del peralte en ro-

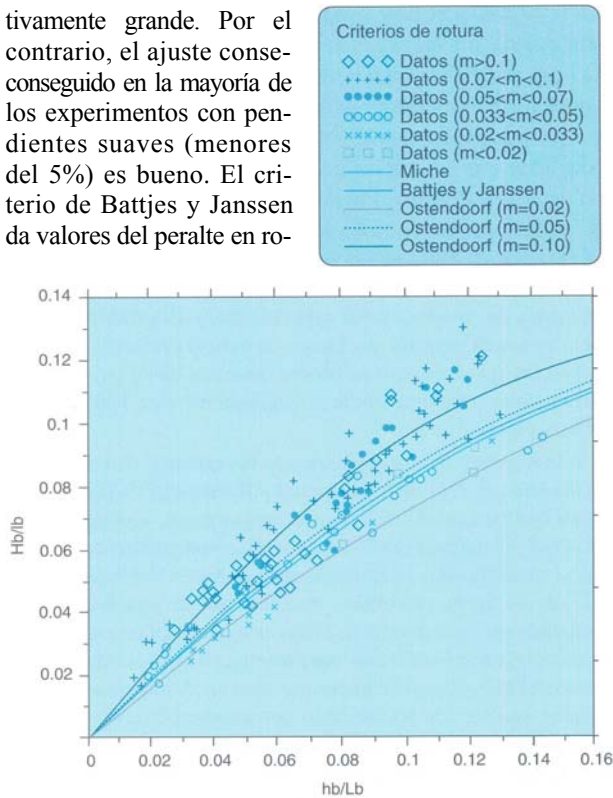


Figura 2. Criterios de rotura de Miche (1944), Battjes y Janssen (1978) y Ostendoorf y Madsen (1979)

tura ligeramente superiores a los del criterio de Miche, por lo que su capacidad predictiva es similar, especialmente para las pendientes bajas. Finalmente, el criterio de Ostendorf y Madsen muestra una notable capacidad predictiva para el caso de pendientes medias o elevadas ( $m > 0.05$ ), pero parece subpredecir bastante en los casos con pendientes suaves.

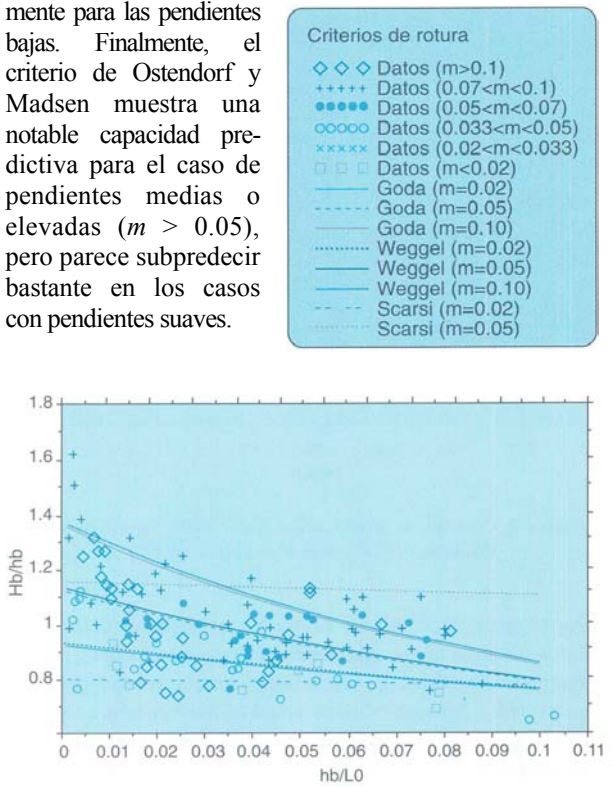


Figura 3. Criterios de rotura de Goda (1970), Weggel (1972) y Scarsi y Stura (1980)

En la **Figura 3** se han representado los criterios de Goda (1970), Weggel (1972) y Scarsi y Stura (1980), con tres curvas correspondientes a otras tantas pendientes los dos primeros y con dos curvas de dos pendientes distintas el segundo. La variable independiente (ordenadas) es el índice de rotura, mientras que como variable dependiente (abscisas) se escogió el cociente  $h_b/L_0$ . Puede apreciarse que los dos primeros criterios dan prácticamente los mismos valores (ligerísimamente más altos en el caso del criterio de Weggel, lo cual es lógico pues ambos sólo se diferencian en que uno calcula el parámetro  $b$  con una exponencial de  $19m$  (Goda) y el otro con la exponencial de  $19.5m$  (Weggel). Estos criterios tienen una capacidad de predicción aceptable, aunque hay una gran dispersión de los resultados experimentales. Por su parte, el criterio de Scarsi y Stura se ajusta también aceptablemente a los datos en el caso de pendientes muy suaves ( $m < 0.02$ ) mientras que su capacidad predictiva es muy pobre en el caso de pendientes mayores.

La **Figura 4** es la última en la que se han representado los criterios existentes del Tipo I con los datos experimentales. En dicha figura se han dibujado los criterios de Kishi y Saeki (1966), Galvin (1969), Collins y Weir (1969), Madsen (1976) y McCowan (1891), empleándose como va-

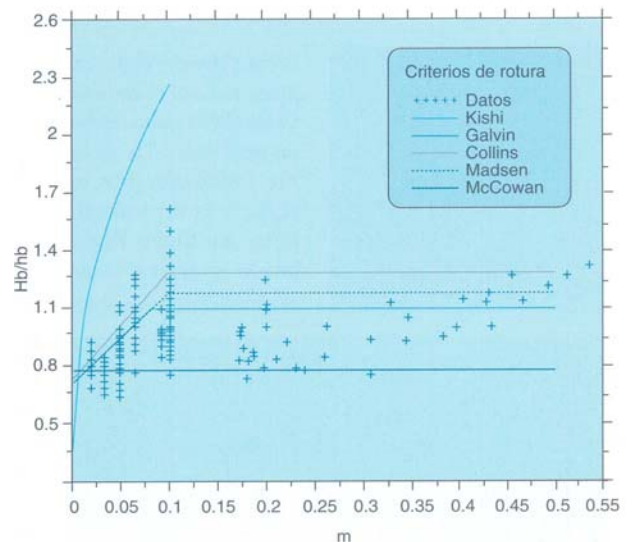


Figura 4. Criterios de de Kishi y Saeki (1966), Galvin (1969), Collins y Weir (1969), Madsen (1976) y McCowan (1981)

riable independiente el índice de rotura y como variable dependiente la pendiente del fondo. En la citada figura se aprecia la gran dispersión de los resultados experimentales y puede observarse la gran inexactitud del criterio de Kishi y Saeki, que sobrepredice notablemente las magnitudes de los índices de rotura, alcanzando cotas muy lejos de la realidad (valores de  $g$  superiores a 1.5). El criterio de McCowan muestra un carácter claramente subpredictivo en la mayoría de los casos, lo que demuestra el peligro de su utilización indiscriminada (bastante profusa debido a su simplicidad). Los otros tres criterios muestran un comportamiento sobrepredictivo, especialmente para los experimentos con pendientes fuertes (ma-

yores del 10%). Esta predicción de valores superiores a los medidos es mayor en el caso del criterio de Collins y Weir que en el de Madsen y mayor en éste que en el de Galvin.

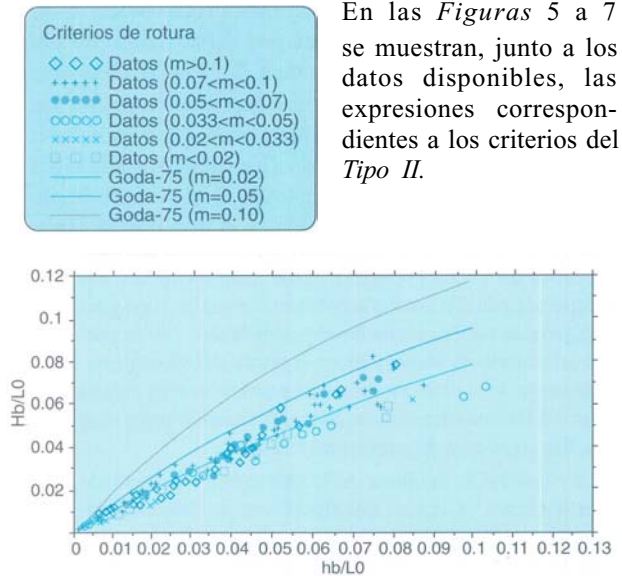


Figura 5. Criterio de rotura de Goda (1975)

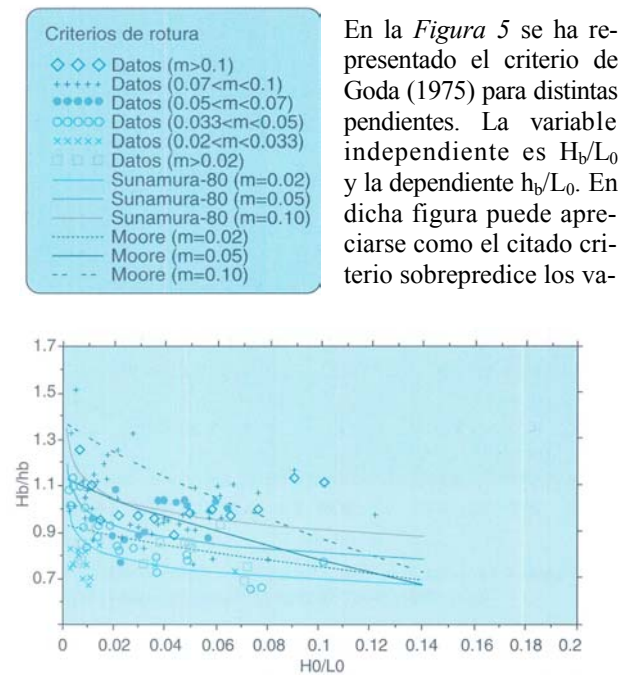


Figura 6. Criterios de rotura de Sunamura (1980) y Moore (1982)

lores de la altura de ola en rotura en todos los puntos. A medida que aumenta la pendiente, las desviaciones entre los valores estimados y los medidos en los ensayos son mayores, por lo que puede afirmarse que este criterio es poco fiable excepto para pendientes muy suaves.

En las Figuras 5 a 7 se muestran, junto a los datos disponibles, las expresiones correspondientes a los criterios del Tipo II.

En la Figura 5 se ha representado el criterio de Goda (1975) para distintas pendientes. La variable independiente es  $H_b/L_0$  y la dependiente  $h_b/L_0$ . En dicha figura puede apreciarse como el citado criterio sobrepredice los va-

En la Figura 6 se han dibujado, junto a los datos experimentales, los criterios de Sunamura (1980) y Moore (1982), para tres pendientes distintas en cada caso. La variable independiente es el índice de rotura, mientras que la variable dependiente es el peralte de la onda (cociente entre la altura de ola y la longitud de onda) en aguas profundas. Puede apreciarse que el criterio de Moore da valores mayores del índice de rotura que el criterio de Sunamura, para peraltes en aguas profundas menores de 0.09 (que son los que tienen la mayoría de las olas en los experimentos). El criterio de Sunamura muestra una buena capacidad predictiva mientras que el criterio de Moore tiene una cierta tendencia a la sobrepredicción, especialmente para pendientes altas.

En la Figura 7 se han representado los criterios de Le Méhauté y Koh (1967), Sunamura y Horikawa (1974), para tres pendientes distintas en ambos casos, y el de Komar y Gaughan (1972). La variable independiente es el cociente entre la altura de ola en rotura y la altura de ola en aguas profundas, mientras que la variable dependiente es el peralte de la ola en aguas profundas. Los dos primeros criterios muestran una capacidad de predicción baja, especialmente para las pendientes mayores, con un comportamiento que sobrepredice claramente los valores de la altura de ola en rotura registrados en los ensayos.

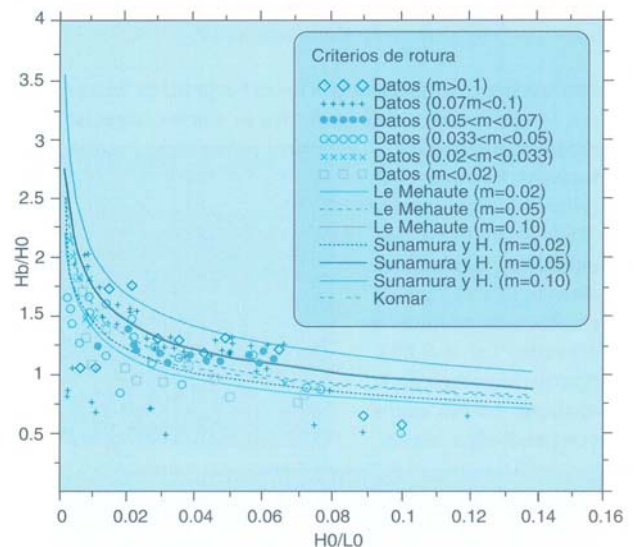


Figura 7. Criterios de le Méhauté y Koh (1967), Sunamura y Horikawa (1974) y Komar y Gaughan (1972)

Por su parte, el criterio de Komar y Gaughan ajusta los datos un poco mejor que los dos criterios anteriores y subpredice muchos de los valores, aunque las magnitudes de las subpredicciones resultan muy inferiores a las de las sobrepredicciones que son mucho menores en número).

**ANÁLISIS MULTIVARIANTE DE LOS DATOS DE ROTURA**

Además de comparar los datos disponibles con los criterios existentes, mediante el análisis multivariante se han establecido relaciones entre  $H_b$  (variable dependiente) y distintos conjuntos de variables independientes. En función de la clasificación de los criterios de rotura descritos anteriormente, se han realizado los correspondientes análisis de regresión simple y múltiple, con el fin de evaluar la importancia relativa de las distintas variables intervinientes. Las nuevas expresiones obtenidas están identificadas por medio de las letras CA (que corresponden a “criterio ajustado”) y a continuación un guión y un número de orden.

Las formulaciones del Tipo I conducen (al margen de la variable dependiente considerada) al mismo resultado final si se manipulan algebraicamente. En efecto, estableciendo un análisis de regresión múltiple entre  $H_b$  (variable dependiente, que se adimensionaliza dividiendo por  $h_b$  o  $L_b$ ) y  $h_b, m$  y  $L_b$ , se llega a dos expresiones equivalentes:

$$CA-1 \quad \frac{H_b}{h_b} = 1.005m^{0.158} \left( \frac{h_b}{L_b} \right)^{-0.131} \quad (29)$$

$$CA-2 \quad \frac{H_b}{h_b} = 1.005m^{0.158} \left( \frac{h_b}{L_b} \right)^{0.869} \quad (30)$$

De estas expresiones cabe destacar la calidad del ajuste, obteniéndose en ambas un coeficiente de correlación ajustado  $R_a^2=0.905$ . Puede observarse que ambas presentan la misma dependencia con la pendiente pues el exponente se mantiene invariable. El intervalo de confianza al 95% de CA-1 se obtiene para los siguientes rangos de valores: constante entre 0.908 y 1.112, exponente de  $m$  entre 0.125 y 0.191 y exponente de la profundidad relativa en rotura entre -0.105 y -0.157. En las Figuras 8 y 9 se muestran las expresiones CA-1 y CA-2 y los datos empleados en el ajuste.

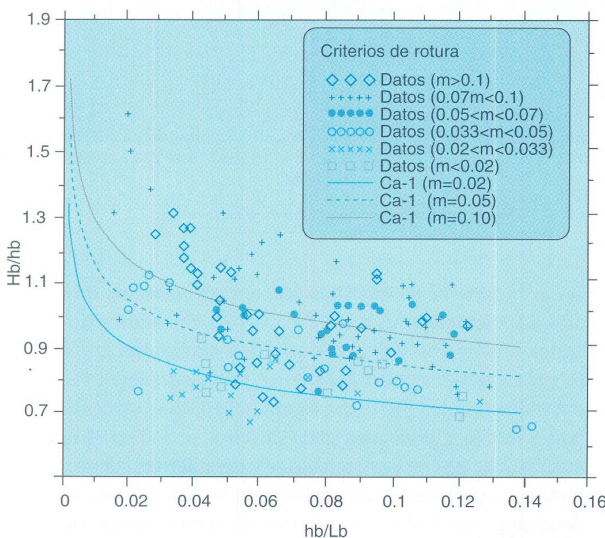


Figura 8. Criterio de rotura CA-1

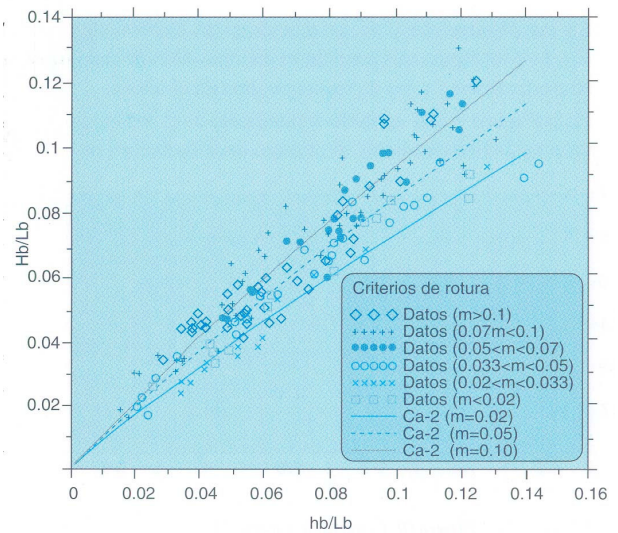


Figura 9. Criterio de rotura CA-2

En la Figura 8, el criterio CA-1 se ha dibujado para tres pendientes distintas, usando en ordenadas (variable independiente) el índice de rotura y en abscisas (variable dependiente) la profundidad relativa ( $h_b/L_b$ ). Puede apreciarse que la expresión deducida mediante el análisis multivariante muestra un comportamiento muy equilibrado, quedando un número similar de datos experimentales por arriba y por debajo de cada una de las curvas representativas de este criterio. Lo mismo puede decirse de la Figura 9, correspondiente al criterio CA-2. La única diferencia con respecto al caso anterior es que la variable independiente de referencia (en ordenadas) es el peralte en rotura.

Por otra parte, se han buscado expresiones en función del número de Iribarren en rotura  $Ir_b = m / (H_b/L_b)^{0.5}$ , tal como la de Günbak (1977). Sin embargo, con los datos disponibles, no se ha podido obtener directamente una expresión sencilla que relacione el índice de rotura y el número de Iribarren, aunque como se verá en (32), existe una relación entre ambos parámetros.

Se han buscado también expresiones del Tipo II, aunque las deducidas del análisis multivariante no presentan ajustes de calidad similar a las anteriores. Entre ellas pueden destacarse:

$$CA-3 \quad \frac{H_b}{h_b} = 1.183m^{0.163} \left( \frac{H_b}{L_0} \right)^{-0.055} \quad (31)$$

El intervalo de confianza al 95% se obtiene para exponentes de  $m$  entre 0.128 y 0.197, exponentes del cociente  $H_b/L_0$  entre -0.078 y -0.031 y constantes entre 1.055 y 1.326. Manipulando (31) matemáticamente, se puede transformar en:

$$\frac{H_b}{h_b} = 1.183m^{0.053} Ir_b^{0.110} \quad (32)$$

CA-4

$$\frac{H_b}{h_b} = 1.183m^{0.158} \left( \frac{h_b}{L_0} \right)^{-0.069} \quad (33)$$

En las Figuras 10 y 11 se muestran las expresiones CA-3 y CA-4 (para tres pendientes distintas en cada caso) respectivamente y los datos empleados en el ajuste. En la Figura 10, la variable dependiente es el índice de rotura y la independiente el número de Iribarren en ro-

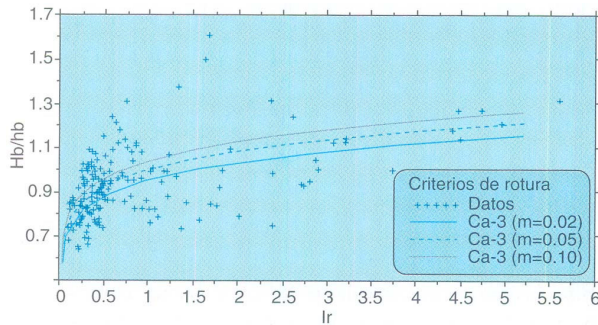
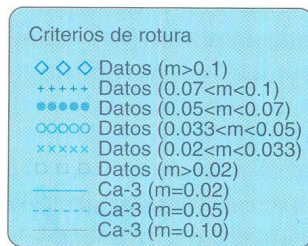


Figura 10. Criterio de rotura CA-3.

tura  $Ir_b$ . En ella puede apreciarse que los datos experimentales constituyen una auténtica nube de puntos y que la expresión CA-3 pasa aproximadamente por el centro de la nube, destacando el buen ajuste a los datos en el caso de números de Iribarren altos.



En la Figura 11 se ha empleado como variable dependiente el índice de rotura y como variable independiente el cociente entre la profundidad en rotura y la longitud de

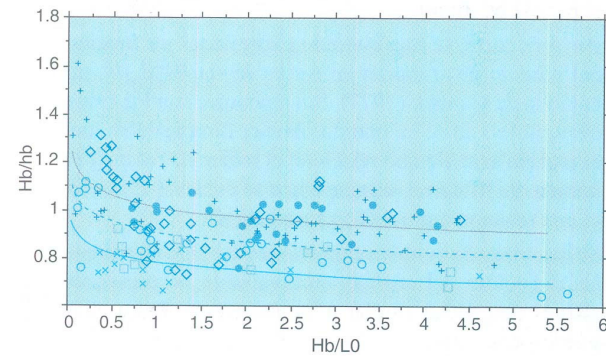


Figura 11. Criterio de rotura CA-4.

onda en aguas profundas. Si bien los datos muestran una cierta dispersión, se constata, como era de esperar, que la expresión CA-4 pasa aproximadamente por el centro de la nube de puntos correspondiente a un rango determinado de valores de la pendiente. Algunos autores formulan sus criterios de rotura en función del peralte del oleaje en aguas profundas, incluyendo o no la pendiente. Las formulaciones van desde las más simples, como las presentadas por Komar y Gaughan (1972), Sunamura y Horikawa (1974) o Sunamura (1980), a las más com-

plejas como la debida a Moore (1982). Al ensayar una formulación del tipo de la de Sunamura (1974) se ha encontrado que la variable independiente  $H_b/H_0$  no presenta una correlación aceptable con la pendiente. Además dicha relación empeora ante la presencia de la variable independiente  $H_0/L_0$ . Una expresión del tipo Sunamura (1980) incrementa la calidad del ajuste con respecto a la anterior, pero la verdadera mejora se logra incluyendo la variable  $H_0$ . En este caso, las expresiones obtenidas ya no usan variables adimensionales, por lo que las constantes deberían tener unidades, lo cual físicamente no parece muy adecuado.

COMPARACIÓN DE LOS DISTINTOS CRITERIOS DE ROTURA

Para el análisis y confrontación de las distintas formulaciones propuestas, se ha adoptado como parámetro de comparación el error relativo medio cometido al aplicar cada uno de los criterios descritos a los datos existentes. El error relativo se ha calculado como:

$$\varepsilon = \frac{|H_p - H_m|}{H_m} \tag{34}$$

donde  $H_p$  es la altura de ola en rotura estimada por el criterio y  $H_{(1)}$  es la altura de ola medida experimentalmente.

1 McCowan	2 Günback	3 Yoo
4 Miche	5 Battjes y Janssen	6 Ostendorf y Madsen
7 Goda-70	8 Weggel	9 Scarsi y Stura
10 Kishi y Saeki	11 Galvin	12 Collins y Weir
13 Madsen	14 Goda-75	15 Sunamura-80
16 Moore	17 Le Méhauté y Koh	18 Sunamura y Horikawa
19 Komar y Gaughan	20 CA-1	21 CA-2
22 CA-3	23 CA-4	

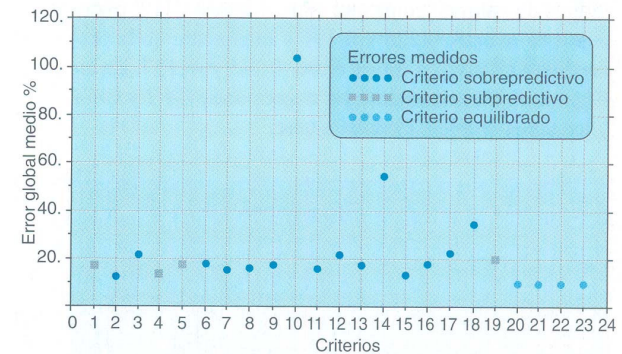


Figura 12. Errores relativos medios globales

En la Figura 12 se muestran los errores relativos medios correspondientes a los 19 criterios de rotura existentes analizados y a los 4 criterios deducidos en el presente trabajo a partir del análisis multivariante de los datos disponibles. En dicha figura, además del error relativo medio global para cada criterio, se indica si el mismo tiene un comportamiento sobrepredictivo, subpredictivo o equilibrado. Del análisis de la citada figura se desprende que todos los criterios existentes tienen un comportamiento sobrepredictivo (es decir, predicen en



Criterio	Sobrepred. (%)	Subpred. (%)
McCowan(1891)	14.6	85.4
Günback(1977)	69.3	30.7
Yoo(1986)	84.7	15.3
Miche (1944)	25.5	74.5
Battjes-Jan.(1978)	12.4	87.6
Ostendorf-Mad.(1979)	73.7	26.3
Goda (1970)	79.6	20.4
Weggel (1972)	80.3	19.7
Scarsi-Stura (1980)	78.1	21.9
Kishi-Saeki (1966)	100.0	0.0
Galvin (1969)	74.5	25.5
Collins-Weir(1969)	87.6	12.4
Madsen (1976)	78.1	21.9
Goda (1975)	100.0	0.0
Sunamura (1980)	65.0	35.0
Moore (1982)	81.8	18.2
Le Méhauté-Koh (1967)	58.4	41.6
Sunamura-Hor. (1974)	93.4	6.6
Komar-Gaughan (1972)	35.8	64.2
CA-1	55.5	44.5
CA-2	55.5	44.5
CA-3	53.3	46.7
CA-4	53.3	46.7

la mayoría de los casos valores superiores a los medidos), excepto los criterios de McCowan (1891), Miche (1944), Battjes y Janssen (1978) y Komar y Gaughan (1972). Por su parte, los cuatro criterios ajustados tienen un comportamiento equilibrado, como es de esperar al haber sido deducidos a partir de los datos empleados en el análisis. En la *Tabla 2* se indica, para cada criterio, el porcentaje de datos en los cuales se sobrepredice o se subpredice el valor de la altura de ola en rotura.

Respecto a la magnitud de los errores, en la citada *Figura 12* se aprecia que la mayoría de los criterios tienen un error relativo medio global inferior al 20%, salvo los criterios de Yoo (1986), Kishi y Saeki (1966), Collins y Weir (1969), Goda (1975), Le Méhauté y Koh (1967), Sunamura y Horikawa (1974) y Komar y Gaughan (1972). En particular, los criterios de Kishi y Saeki (1966), Goda (1975) y Sunamura y Horikawa (1974), tienen escaso valor predictivo, ya que en cada uno de ellos, el error relativo medio global es superior al 30%. De entre los restantes, destacan por su capacidad predictiva (ajuste a los datos disponibles con un error relativo medio global inferior al 15%) los criterios de Sunamura (1980), Galvin (1969), Günback (1977), Miche (1944), Goda (1970) y Weggel (1972), por este orden, además de los cuatro criterios deducidos del análisis multivariante de los datos, que por supuesto, son los que ajustan mejor la base de datos empleada (errores relativos medios globales del orden del 9%).

Tabla 2. Porcentaje de valores sobre y subestimados

Criterio	Error % m muy suave	Error % m suave	Error % m fuerte	Error % m muy fuerte	Error % m global
McCowan	7.7	11.1	20.6	22.8	16.7
Günback	7.4	12.4	13.6	19.1	13.2
Yoo	7.5	23.9	19.6	36.7	21.4
Miche	5.9	9.4	17.2	19.4	14
Battjes-Jan.	7.3	10.0	22.2	24.7	17.4
Ostendorf-Mad.	24.3	24.4	9.9	17.4	16.3
Goda	6.8	17.1	13.3	16.1	14.1
Weggel	7.0	17.8	13.7	16.4	14.5
Scarsi-Stura	7.3	26.0	13.7	16.4	17.0
Kishi-Saeki	46.1	94.5	121.9	185.2	104.9
Galvin	7.5	13.2	14.1	10.6	12.9
Collins-Weir	6.7	18.0	26.4	26.6	22.1
Madsen	7.1	14.3	18.5	17.5	16.0
Goda	15.2	41.9	55.0	109.7	52.5
Sunamura	8.3	13.8	10.9	11.3	11.6
Moore	7.1	20.0	18.2	25.2	18.4
Le Méhauté-Koh	11.1	14.5	26.0	39.8	22.5
Sunamura-Hor.	12.9	22.4	39.0	63.7	33.9
Komar-Gaughan	15.9	12.6	24.4	30.9	20.7
CA-1	7.9	9.4	9.7	7.4	9.2
CA-2	7.9	9.4	9.7	7.4	9.2
CA-3	8.0	10.3	10.2	8.3	9.8
CA-4	8.0	9.4	9.7	7.4	9.2

Tabla 3. Errores relativos (%) por tramos de pendiente y global

En la *Tabla 3* se detallan los errores relativos medios globales y por tramos de pendiente. Estos últimos se representan en la *Figura 13*, donde se han tenido en cuenta cuatro tipos de pendiente:

- Pendientes muy suaves: inferiores a 1/50
- Pendientes suaves: entre 1/50 y 1/20
- Pendientes fuertes: entre 1/20 y 1/10
- Pendientes muy fuertes: mayores de 1/10

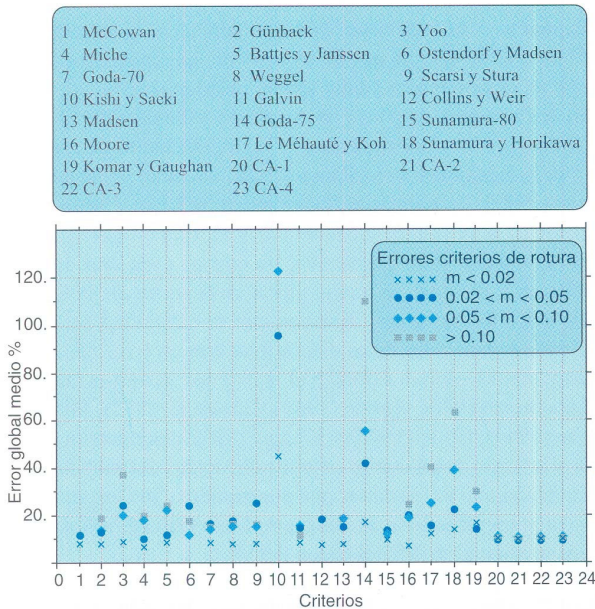


Figura 13. Errores relativos medios por tramos de pendiente

Se constata, en general, que la mayoría de criterios ajustan mejor los datos de pendientes suaves o muy suaves, mientras que los datos con pendientes muy fuertes son los peor estimados. Además de los cuatro criterios ajustados (con un comportamiento similar en todos los tramos de pendiente) destacan sobre todos los criterios de Sunamura (1980) y el de Galvin (1969), ya que en todos los tramos de pendiente, el error relativo medio es inferior al 12% y al 15% respectivamente. Les siguen los criterios de Goda (1970) y Weggel (1972) (errores máximos del 17% y 18% para pendientes suaves), el de Günback (1977), el de Miche (1944) y el de Madsen (1976) (los tres con errores medios del orden del 19% en algún tramo). En todos los restantes criterios, se produce un error relativo medio superior al 20% en por lo menos uno de los tramos de pendiente considerados.

**CONCLUSIONES**

En el presente artículo se han recopilado los criterios de rotura de oleaje monocromático más conocidos entre los existentes en la literatura. Si bien el análisis de la rotura del oleaje se efectúa en la actualidad empleando herramientas más sofisticadas, en algunos casos concretos (por ejemplo estructuras costeras situadas en aguas de profundidades reducidas) los criterios de rotura de oleaje

regular permiten estimar la altura de la ola más grande que incidirá sobre la estructura, que será la altura de ola de diseño de la misma.

Por otra parte, se han obtenido de la bibliografía existente una serie de datos de laboratorio con el fin de investigar la bondad de los criterios seleccionados. Al respecto debe decirse que la serie de datos empleada, si bien es limitada y no recoge todos los datos existentes (algunos de los datos empleados por algunos autores no han podido ser recuperados), es suficientemente extensa y variada como para poder afirmar que recoge ensayos realizados en condiciones muy distintas y, en cualquier caso, es más amplia que la utilizada por cualquier autor para deducir su criterio de rotura.

Por consiguiente, el estudio comparativo realizado en el presente artículo debe entenderse en el contexto de que las conclusiones están basadas en los datos de laboratorio utilizados y que no se han considerado algunos efectos difícilmente cuantificables como efectos de escala o que la realidad es mucho más compleja: por ejemplo los datos aquí utilizados están obtenidos con un fondo de pendiente uniforme (plano inclinado), mientras que en la Naturaleza los fondos marinos son muy irregulares y con pendientes no uniformes.

Teniendo en cuenta las limitaciones indicadas en los párrafos anteriores, del presente estudio se desprenden algunas conclusiones interesantes:

1. Los datos analizados muestran una dispersión notable; con valores similares de algunos parámetros pueden obtenerse alturas de ola de rotura distintas. Esto indica que al definir un criterio de rotura, en lugar de utilizar un único valor de  $H_b$  sería más adecuado emplear un rango de valores donde pudiese estar comprendida esta variable.
2. El valor de la altura de ola en rotura está fuertemente condicionado por la pendiente del fondo, de modo que a mayor pendiente, mayor valor de la altura de ola en rotura (aunque con un límite del índice de rotura). En este sentido, los criterios que incluyen la pendiente en su formulación (bien directamente, bien a través del número de Iribarren) son los que muestran una mejor capacidad predictiva.
3. La otra variable que tiene una gran importancia en el valor de  $H_b$  es la longitud de onda, tanto en rotura ( $L_b$ ) como en aguas profundas ( $L_0$ ), lo que parece indicar que una de las variables que más influye en el valor de  $H_b$  es el periodo, y que a mayor periodo (o lo que es lo mismo, a mayor longitud de onda) mayor altura de ola en rotura.
4. Mediante la comparación de los distintos criterios con los datos disponibles, se ha comprobado la capacidad predictiva de los mismos, buscando el error relativo medio de los valores estimados respecto a los registrados. En base a ello, puede afirmarse que los criterios que mejor se ajustan a la base de datos disponible (con errores relativos medios, indicados entre paréntesis, inferiores al 15%) son los de Sunamura-80

(11.6%), Galvin (12.9%), Günback (13.2%), Miche (14.0%), Goda-70 (14.1%) y Weggel (14.5%) Debe tenerse en cuenta que estos resultados se han obtenido considerando la totalidad de datos disponibles, que en varios casos están fuera del rango para el que fueron deducidos algunos criterios de rotura. No obstante, estos resultados son indicativos de la fiabilidad general de los criterios y de las posibilidades de extrapolar su uso, en el caso de hallarse dentro de los intervalos que abarcan los datos utilizados, que son:

- pendientes mayores del 2%
- peraltes  $H_b/L_0$  entre 0.0006 y 0.082
- índices de rotura entre 0.648 y 1.613.

5. La mayoría de los criterios analizados tienen tendencia a sobrepredecir los datos experimentales disponibles. Sólo los criterios de McCowan, Miche, Battjes y Janssen y Komar y Gaughan muestran una tendencia a la subpredicción. Por otra parte, en la mayoría de los criterios, se aprecia un ajuste mejor de los datos correspondientes a pendientes suaves y muy suaves, mientras que en las pendientes muy fuertes se observan las mayores desviaciones.
6. Con los datos disponibles y utilizando el análisis multivariante se han encontrado cuatro expresiones (en función de distintas variables independientes) que ajustan la base de datos disponible un poco mejor que los criterios existentes. Estos criterios deducidos (llamados CA-1, CA-2, CA-3 y CA-4 en el texto) dan errores medios globales del orden del 9%, mostrando un comportamiento muy equilibrado (sobrepredicen y subpredicen en un número similar de casos) y unos errores similares para cualquier rango de pendientes (errores medios entre 7 y 10% en todos los casos).

#### LISTA DE SIMBOLOS

$a$	Amplitud de onda
$g$	Aceleración de la gravedad
$h_b$	Profundidad en rotura
$H$	Altura de ola
$H_m$	Altura de ola en rotura medida
$H_p$	Altura de ola en rotura estimada
$k$	Número de onda
$L$	Longitud de onda
$m$	Pendiente de la playa
$T$	Periodo de la ola
$\beta_b$	Índice de rotura
$\varepsilon$	Error relativo
$\gamma$	Índice de rotura
$\xi$	Parámetro de similaridad de <i>surf</i>
$I_r$	Número de Iribarren
$(.)_b$	en rotura
$(.)_0$	en aguas profundas

#### REFERENCIAS

- Battjes, J.A., (1974) *Surf similarity* Proc. 14th Conf. on Coastal Eng. ASCE, pp. 466-480.
- Battjes, J.A. and J.P.F.M. Janssen (1978) *Energy loss and set-up due to breaking of random waves.* Proc. 16th Conf. on Coastal Eng., ASCE, pp. 569-587.
- Bowen, A.J. (1978) *Simple models of nearshore sedimentation; beach profiles and longshore bars.* Proc. Conf. Coastlines of Canada.
- Coastal Engineering Research Center - CERC - (1977) *Shore Protection Manual.* U.S. Army Corps of Engs., 2 vols.
- Collins, J.I. and W. Weir (1969) *Probabilities of wave characteristics in the surf zone.* Tetra. Tech. Rep. no TC-149.
- Galvin, C.J. (1968) *Breaker type classification on three laboratory beaches.* J. Geophysical Research, vol. 73.
- De la Peña, J.M. (1988) *Criterios de rotura del oleaje.* 1ª parte. Ingeniería Civil, CEDEX, no. 65, pp 82-91.
- De la Peña, J.M. (1989a) *Criterios de rotura del oleaje.* 2ª parte. Ingeniería Civil, CEDEX, no. 69, pp. 107-120.
- De la Peña, J.M. (1989b) *Criterios de rotura del oleaje.* 3ª parte. Ingeniería Civil, CEDEX, no.72.
- Galvin, C.J. (1969) *Breaker travel and choice of design wave height.* Journal of Waterways, Harbors and Coastal Eng. Div., ASCE, WW2, pp. 175-200.
- Goda, Y. (1970) *A synthesis of breaker indices.* Trans. of the Japan Society of Civil Eng., no. 180, pp. 39-49.
- Goda, Y. (1975) *Irregular wave deformation in the surf zone.* Coastal Eng. Eng., no. 180, pp. 39-49.
- Günbak. A.R. (1977) *Rubble mound breakwaters.* Div. Port and Ocean Eng. Rep. 12/77, Tech. Univ. of Norway, Trondheim.
- Iribarren, C.R. et C. Nogales (1949) *Protection des Ports II.* Comm. 4, 17th Int. Navig. Congr. Lisboa.
- Iversen, H.W. (1952) *Laboratory study of breakers.* Proc. of the NBS Semicentennial Symp. on the Gravity Waves, pp. 9-32.
- Kaminsky, G.M. and N.C. Kraus (1993) *Evaluation of depth-limited wave breaking criteria.* Proc. Ocean Waves Measurement WAVES93, ASCE, pp. 180-193.
- Kemp, P.H. and D.H. Plinston (1968) *Beaches produced by waves of low phase difference.* J. of the Hydraulic Div., vol. 94, no. HY5, pp. 1183-1195.
- Kishi, T. and H. Saeki (1966) *The shoaling breaking and runup of solitary wave on impermeable rough slopes.* Proc. 10th Conf. on Coastal Eng., ASCE, pp. 322-348.

- Komar, P.H. and M.K. Gaughan (1972) *Airy wave theory and breaker height prediction*. Proc. 13th Conf. on Coastal Eng., ASCE, pp. 405-418.
- Le Méhauté, B. (1976) An Introduction to Hydrodynamics and Water Waves. Springer-Verlag.
- Le Méhauté, B. and R.C. Koh (1967) *On the breaking waves arriving at an angle to the shore*. J. of the Hydraulic Research, vol. 5, no. 1, pp. 67-88.
- Lo Presti, A. (1994) Modelado del transporte longitudinal de sedimentos. Aplicación a la Costa catalana. Tesis Doctoral, Univ. Politécnica de Catalunya.
- Madsen, O.S. (1976) Wave climate of the continental margin: elements of its mathematical description, in Marine Sediment Transport and Environmental Management. Wiley, New York, pp. 65-87.
- McCowan, J. (1891) *On the solitary wave*. Phil. Mag., J.Sci., vol. 32, no. 5, pp. 45-48.
- Mei, C.C. (1983) The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves. John Wiley and Sons.
- Miche, R. (1944) *Mouvements ondulatoires des mers en profondeur constante on décroissant*. Annals des Points et Chaussées, pp. 25-78.131-164,270-292, 369-406.
- Moore, B.D. (1982) Beach Profile Evolution in Response to Changes in Water Level and Wave Height. Master Thesis, Dept. of Civ. Eng., Univ. of Delaware.
- Moraes, C.C. (1970) *Experiments of wave reflection on impermeable slopes*. Proc. 12th Conf. on Coastal Eng., ASCE.
- Ostendorf, D.W. and O.S. Madsen (1979) An analysis of longshore currents and associated sediment transport in the surf-zone. Ralph Paesons Laboratory, Dep. of Civil Eng., Mass. Inst. of Tech., Rep. 241.
- Sánchez-Arcilla A. and C.M. Lemos (1990). Surf-Zone Hydrodynamics. Ed. CIMNE, 310 p.
- Scarsi, G. and S. Stura (1980). Il frangimento delle onde su profondita molto basse. Istituto Lombardo, Rend Se. B, vol. 114, pp. 52-60.
- Sunamura, T. (1980) *A laboratory study of offshore transport of sediment and a model for eroding beaches*. Proc. 17 th. Conf. on Coastal Eng., ASCE, PP. 1051-1070.
- Sunamura, T. and K. Horikawa (1974) *Two-dimensional beach transformation due to waves*. Proc. 14th Conf. on Coastal Eng., ASCE, pp. 920-938.
- Suquet, F. (1950). *Experimental study on the breaking of waves*. La Houille Blanche, no. 4, pp. 343-361.
- Weggel, J.R. (1972) *Maximum Breaker Height*. J. of Waterways, Harbors and Coastal Eng. Div., ASCE, vol. 98, no. WW4.
- Yoo, D. (1986) Mathematical Modelling of Wave-current Interacted Flow in Shallow Waters. Ph. D.Thesis, Univ. of Manchester.