

ACOPLAMIENTO DE LA HIDRÁULICA DE POZOS Y LA TEORÍA DE BOMBAS PARA LA DETERMINACIÓN DE CAUDALES EN RÉGIMEN PERMANENTE

V.B. Espert Alemany, I. Baeza Arnau, G. López Patiño y F.J. Martínez Solano*

Resumen

En el presente artículo se estudia el punto de funcionamiento de un campo de pozos que extraen agua de un acuífero cautivo trabajando en régimen permanente. El método de cálculo propuesto es un acoplamiento entre las ecuaciones de la hidráulica de pozos y la teoría de bombas hidráulicas, teniendo en cuenta además las características de la instalación que alimenta cada una de las bombas. Se plantea un sistema de ecuaciones no lineal, a resolver por métodos numéricos, el cual proporciona el caudal real extraído de cada pozo. Por aplicación del método al caso hipotético de un conjunto de tres pozos con diferentes distancias relativas entre ellos se deduce el mejor comportamiento de las bombas con curva característica más vertical, en comparación con el caso de bombas con curva característica más horizontal. El mismo método, con algunas variaciones en su formulación, se puede aplicar al caso de acuíferos semiconfinados y libres, siendo útil para el diseño de campos de pozos al poder determinar con bases realistas la distancia mínima entre pozos para producir una interferencia dada o una reducción de caudales bombeados de valor aceptable.

Palabras clave: Acuífero, bomba hidráulica, canales de bombeo.

Introducción

En una instalación de bombeo simple entre dos depósitos de nivel constante, el punto de funcionamiento en régimen permanente está constituido por el caudal impulsado y la altura dada por la bomba. Este punto de funcionamiento se evalúa fácilmente a partir de la curva característica de la bomba, de la altura geométrica de la elevación y de la expresión de pérdidas en tuberías y accesorios. En un problema de diseño, este procedimiento permite elegir la bomba (y su motor de accionamiento) para que con el caudal deseado funcione en su punto de máximo rendimiento, mientras que en un problema de análisis se puede determinar de esta manera el funcionamiento de la instalación ya diseñada.

En el caso de bombeo desde pozo, el procedimiento para la determinación del punto de funcionamiento es en principio el mismo, pero hay que tener en cuenta que la altura geométrica de la elevación aumenta con el caudal bombeado. Este aumento de la altura geométrica se debe al descenso que experimenta el nivel del agua en el pozo, desde

su nivel estático a caudal extraído nulo, hasta el nivel dinámico el cual depende del caudal bombeado, del tipo y características del acuífero, y del tiempo transcurrido desde la puesta en marcha de la bomba. Por ello, el caudal impulsado por la bomba, a partir del instante de su puesta en marcha, irá disminuyendo conforme aumenta la altura geométrica a vencer, alcanzando el régimen permanente cuando, para un cierto descenso, el caudal transmitido por el acuífero y que procede de la recarga del mismo, se iguale al caudal impulsado.

Puede ocurrir también que el descenso no se estabilice, sino que vaya aumentando con el tiempo a la vez que haga disminuir el caudal bombeado, y ello se producirá cuando la recarga del acuífero sea nula o menor que el caudal extraído, dando origen al vaciado progresivo del acuífero y no pudiéndose alcanzar en este caso el régimen permanente. Por otra parte, en acuíferos de gran extensión sin suficiente recarga, el vaciado puede ser tan lento que se alcance una situación cuasi-permanente, en la cual el nivel del agua en el pozo prácticamente se estabilice.

* Grupo de Mecánica de Fluidos. Universidad Politécnica de Valencia. Camino de Vera s/n. 46071 Valencia.

Tel: 96 387 76 11 Fax: 96 387 76 19 e-mail: vespert@gmf.upv.es, glpatin@gmf.upv.es, jmsolano@gmf.upv.es

Artículo recibido el 18 de enero de 1999, recibido en forma revisada el 2 de noviembre de 1999 y aceptado para su publicación el 15 de noviembre de 1999. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo siguiendo lo indicado en las "Instrucciones para autores". En el caso de ser aceptadas, éstas serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores.

Si ahora se considera un campo de pozos, o conjunto de pozos operando sobre un mismo acuífero, el funcionamiento simultáneo se puede tratar como funcionamiento aislado de cada uno de los pozos si están suficientemente separados y no existe interferencia entre ellos. Sin embargo, cuando estas distancias de separación son relativamente cortas, el funcionamiento de uno cualquiera de los pozos viene afectado por el funcionamiento de los demás en marcha, de manera que el descenso de nivel producido en el mismo dependerá, entre otros factores, del caudal impulsado en el propio pozo y del que se impulsa en los demás. Con ello, el descenso en cualquiera de los pozos en marcha aumenta con respecto al que se produce en funcionamiento individual.

Ello da origen a que, tanto en régimen transitorio como en régimen permanente, el caudal extraído de cada uno de los pozos en funcionamiento conjunto es menor que el que se extraería en funcionamiento individual, por el aumento del descenso debido a los efectos de interferencia, estando esta disminución de caudal relacionada con la distancia entre pozos. De esta manera, el caudal bombeado por cada uno de los pozos en funcionamiento conjunto no se puede evaluar por medio de expresiones desacopladas, una para cada pozo con el caudal del mismo como única incógnita, sino que en cada una de estas expresiones aparecerá como incógnita el caudal propio y el caudal de los demás pozos en marcha, definiendo estos últimos el llamado descenso suplementario o descenso de interferencia. El sistema de ecuaciones así formado, no lineal, se deberá resolver por métodos numéricos.

Es el cálculo del punto de funcionamiento de un campo de pozos en régimen permanente sobre un acuífero cautivo, y la disminución de caudal impulsado respecto del que se obtiene en funcionamiento individual, el que nos ocupa en el presente artículo. Se trata de presentar el acoplamiento entre la teoría general de la hidráulica de pozos y la teoría de bombas hidráulicas, con objeto de obtener los caudales reales de explotación en los pozos y determinar el rendimiento energético de la instalación en cada caso para poder comparar entre sí diferentes situaciones.

El tema ha sido tratado en la bibliografía, aunque desde nuestro punto de vista no en toda su extensión. Por ejemplo, Lerner (1989) utiliza un modelo regional para estimar el nivel del agua en un conjunto de pozos de bombeo en funcionamiento simultáneo y permanente. Tiene en cuenta

las características de los pozos y sus pérdidas, los efectos de interferencia entre pozos, los contornos impermeables del acuífero y las recargas. No se mencionan las características de las bombas ni de las instalaciones.

Fitts (1994), utilizando funciones potenciales para describir el flujo de agua en un acuífero, determina el caudal que se debe extraer por medio de un bombeo con objeto de producir un descenso de altura piezométrica prefijado en un punto cerca del pozo, así como el caudal a extraer el cual origina un determinado flujo de agua en un punto cercano. El método se aplica tanto a un pozo aislado como a un campo de pozos.

Pezeshk et al. (1994) presentan el caso del funcionamiento óptimo del sistema de alimentación de una red de distribución por medio de un conjunto de pozos. Utilizando algoritmos no lineales estudian la minimización del consumo energético en los bombeos para elevar un caudal mínimo especificado, con una serie de restricciones referentes a las características de las bombas, de los pozos, del caudal a abastecer, de las ecuaciones hidráulicas de comportamiento de la red y de los depósitos a ella conectados. En la formulación de las ecuaciones a resolver, el punto de funcionamiento de las bombas se plantea a partir de las características de las mismas, del descenso en cada pozo en funcionamiento individual y de las características de la instalación. No se menciona en este caso el efecto de interferencia entre pozos, entendiéndose que la distancia entre ellos es suficientemente grande para que éstas no se produzcan.

Pesti et al. (1996) desarrollan una metodología para identificar la mejor localización de nuevos pozos considerando conjuntamente el caudal a extraer y las zonas de protección necesarias alrededor de los pozos. Esta metodología combina datos obtenidos de piezómetros, ensayos de pozos y medidas geoeléctricas, de manera que la mejor localización llega a ser un compromiso entre maximizar el caudal a extraer y minimizar la necesaria zona de protección del pozo.

Kern y Dobson (1998) presentan un método para estimar los parámetros de un acuífero anisótropo, así como los ángulos de orientación y las magnitudes de las transmisividades principales. El método se aplica a un acuífero confinado, homogéneo y anisótropo utilizando un conjunto de pozos de bombeo de manera que en cada caso uno solo de los pozos está en funcionamiento y los demás se

utilizan como piezómetros. Las mediciones se llevan a cabo en todos los pozos con funcionamiento en régimen permanente.

Bombeo en régimen permanente desde un acuífero cautivo

Como consecuencia del bombeo de agua en un pozo, la superficie que determina el nivel piezométrico del agua en el acuífero adopta la forma de un cono invertido, denominado cono de influencia o cono de descensos, en cuyo centro se sitúa el pozo. De esta manera se establece un gradiente hidráulico que pone en movimiento el agua hacia la captación, aumentando dicho gradiente conforme nos acercamos al pozo. En los instantes iniciales del bombeo, al poner en marcha la bomba, ésta empieza a extraer agua de la que hay almacenada en el pozo, creándose una diferencia de nivel piezométrico entre el agua del pozo y el agua del acuífero en los alrededores de la perforación. Ello hace que el agua del acuífero se dirija hacia el pozo en respuesta al gradiente hidráulico originado, extendiéndose el cono de influencia con el paso del tiempo de forma que el flujo de agua hacia el pozo tiende a igualar al caudal extraído a lo largo del régimen no permanente del bombeo, figura 1.

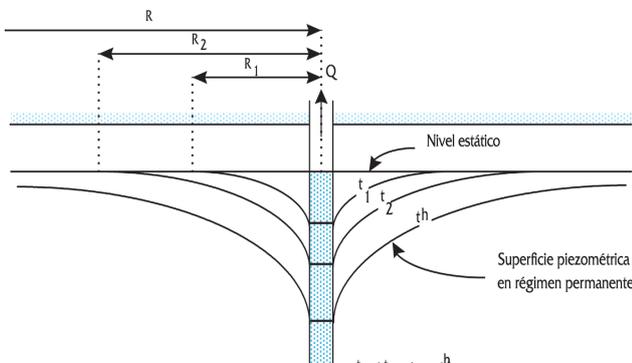


Figura 1: Formación del cono de influencia hasta alcanzar el régimen permanente.

En el momento en que el flujo de agua hacia el pozo iguala al caudal extraído se alcanza el régimen permanente de bombeo, estabilizándose el cono de influencia y no cambiando en el tiempo mientras no se produzca una modificación en las condiciones de funcionamiento del sistema formado por el acuífero, la bomba y la instalación de impulsión. Realmente este régimen permanente solamente se podrá alcanzar cuando la recarga del acuífero iguale al caudal de extracción. En caso contrario, en acuíferos de gran extensión se puede hablar de un régimen cuasi permanente cuando el cono de influencia ya no cambia apreciablemente con el tiempo.

Para un acuífero cautivo en régimen de bombeo permanente con caudal extraído Q , el descenso teórico de la superficie piezométrica en función de la distancia radial r respecto del eje del pozo se evalúa por medio de la expresión de Thiem

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r} \quad (1)$$

donde R es el radio de influencia, o distancia radial a la cual deja de apreciarse el descenso, y T es la transmisividad del acuífero. Esta expresión se aplica al caso de acuífero homogéneo e isótropo, de extensión infinita y espesor constante, flujo radial y horizontal, inexistencia de otras captaciones que interfieran con la que es objeto de estudio, y cumplimiento de las condiciones para la aplicación de la ley de Darcy.

Si se aplica la expresión anterior al radio del pozo, r_p , se obtiene el descenso teórico en el pozo, de valor:

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_p} \quad (2)$$

Custodio y Llamas (1983) indican que la expresión (2) se debe utilizar en la práctica con ciertas precauciones, ya que el radio del pozo r_p es un valor teórico no siempre bien conocido debido a la posible existencia de macizos de grava, efectos de desarrollo del pozo, obturaciones, etc. Y es que, además, el descenso real en el pozo es mayor que el valor teórico s_p , y no se puede utilizar para la determinación del radio teórico por aplicación de la expresión anterior.

Superposición de efectos e interferencia de pozos completos

En un acuífero con varias captaciones de agua, caso de campo de pozos, los conos de influencia de unos pozos pueden llegar a interferir con los de otros cuando la distancia entre ellos es menor que sus radios de influencia. De esta manera, y en funcionamiento simultáneo, el descenso en uno cualquiera de los pozos será la suma del descenso propio y el originado sobre el mismo por el funcionamiento de los otros, figura 2. Por ello, el efecto de la presencia de varios pozos funcionando simultáneamente en un acuífero se traduce en que, en cualquier pozo, para extraer un determinado caudal es preciso bombear el agua a mayor altura que si estuviese funcionando individualmente. Esto incrementa la potencia de accionamiento de las

bombas, por lo que en definitiva el establecimiento de un nuevo pozo en un campo de bombeo perjudica económicamente a los otros pozos ya existentes.

Desde otro punto de vista, si consideramos el funcionamiento simultáneo de varios pozos dentro del mismo campo, el punto de funcionamiento de cada uno de ellos corresponderá a un caudal bombeado menor y a una altura de bombeo mayor que el caso de funcionamiento individual. Esto es así porque al descenso propio habrá que añadirle el descenso inducido por la interferencia de los demás pozos en marcha, y el punto de funcionamiento de cada bomba se debe situar sobre su curva característica. En consecuencia, el caudal extraído por cada pozo en funcionamiento simultáneo será menor que el que se obtiene en funcionamiento individual, dependiendo esta disminución de la mayor o menor proximidad del pozo en cuestión respecto de los demás. Estas disminuciones en el caudal obtenido deberían ser previstas bien en la planificación de la apertura de nuevos pozos, con objeto de determinar la distancia mínima a los pozos ya existentes para evitar la interferencia o para obtener una disminución aceptable, o bien para conocer la disminución de caudal que se obtendrá en la explotación de pozos ya construidos.

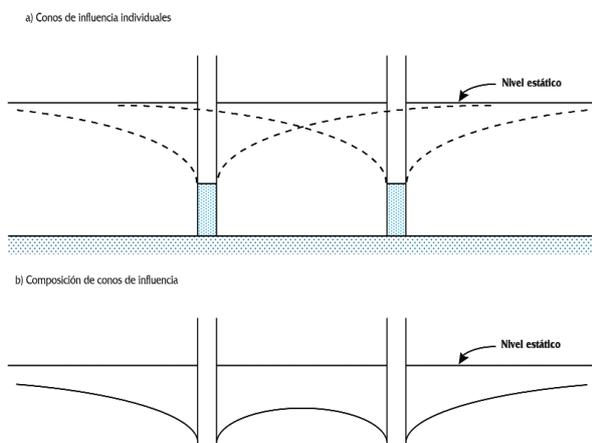


Figura 2: Efecto de interferencia de dos pozos completos bombeando desde un mismo acuífero.

Ciertamente, el radio de influencia es un factor determinante en el espaciado de pozos para evitar interferencias. Sin embargo, ello puede ser impracticable especialmente en campos de pozos sobre acuíferos cautivos, donde este radio es del orden entre 1.5 y 3 km, o mayor, y la distancia entre pozos deba ser menor (Driscoll, 1986). Es el caso, por ejemplo, de la apertura de nuevos pozos para riego dentro de una misma propiedad, en propiedades cercanas o en la alimentación de redes de distribución, con objeto de reforzar el abastecimiento dado por los pozos ya existentes.

Como las leyes del flujo subterráneo son soluciones de la ecuación de continuidad, y ésta es una ecuación diferencial lineal de segundo orden, una combinación lineal de las soluciones es también una solución. Por ello, y admitiendo las hipótesis simplificadoras que se adoptan para obtener la expresión (1) para un acuífero cautivo con bombeo en régimen permanente, el descenso de nivel teórico de la superficie piezométrica provocado en cualquier punto del acuífero por el funcionamiento de N pozos, bombeando cada uno de ellos un caudal constante Q_i , es la suma de los descensos provocados individualmente por cada uno de ellos,

$$s = \frac{1}{2\pi T} \sum_{i=1}^N Q_i \ln \frac{R_i}{r_i} \quad (3)$$

donde r_i es la distancia en horizontal entre el eje del pozo i y el punto considerado.

Así, el descenso teórico en uno de los pozos de bombeo, s_{pi} , será el que produce el propio bombeo, s_{pi} , más el producido en este mismo pozo por el conjunto de los restantes pozos en funcionamiento, Δs_i , llamado descenso suplementario o descenso de interferencia. Resulta:

$$s_i = s_{pi} + \Delta s_i = -\frac{Q_i}{2\pi T} \ln \frac{R_i}{r_{pi}} + \frac{1}{2\pi T} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N Q_j \ln \frac{R_j}{r_{ji}} \quad (4)$$

siendo r_{ji} la distancia entre el pozo j y el pozo i , con $j \neq i$.

Un problema que a veces se plantea es el cálculo de los caudales constantes bombeados por cada uno de los pozos de un campo de bombeo en funcionamiento simultáneo, cuando los descensos en cada uno de ellos están fijados. Esta fijación de descensos puede obedecer a diversas causas, tales como el explotar cada pozo con el descenso máximo admisible por la colocación de la bomba, o bien desear tener en cada pozo la misma altura de impulsión. Custodio y Llamas (1983) indican que, para el cálculo de los caudales bombeados fijando los descensos teóricos, se debe plantear un sistema de ecuaciones a partir de la expresión (4) aplicada a cada pozo, y resolverlo con los caudales como incógnitas. Los mismos autores citan las expresiones a utilizar en el cálculo del caudal a extraer, a igualdad de descensos, en grupos de pozos iguales con distribuciones geométricas regulares.

Sin embargo, no es este el caso general que nos ocupa, pues en el punto de funcionamiento de

una bomba de pozo intervienen, además de las características del acuífero, el descenso propio real (no solamente el teórico), el descenso de interferencia, la curva característica de la bomba, la altura estática de elevación y la característica resistente del conducto de impulsión. Es por ello que todos estos parámetros deberán ser considerados en las expresiones de cálculo del caudal bombeado, obteniéndose un sistema de ecuaciones a resolver en el que las incógnitas van a ser los caudales reales bombeados en el funcionamiento simultáneo de todos los pozos en marcha. Además, pocas veces la distribución geométrica de los pozos es regular.

Curva característica de un pozo

La curva característica de un pozo, o curva de descenso real del nivel de agua en el pozo respecto del caudal bombeado cuando se alcanza el régimen permanente en funcionamiento individual, tiene en general la forma siguiente:

$$\Delta z = BQ + CQ^n \quad (5)$$

la cual es debida a Rorabaugh (1953), y donde la parte lineal BQ es el descenso teórico debido al cono de influencia, expresión (2), y la parte no lineal CQ^n se debe a las pérdidas en el pozo, entre las que cabe destacar las pérdidas de penetración a través del relleno de grava y de las rejillas del entubado, la fricción del agua con las paredes del tubo y con la carcasa del motor sumergido, y las pérdidas por no validez de la ley de Darcy en las proximidades del pozo si se establece un régimen turbulento por excesiva velocidad del agua.

Para determinar los coeficientes B y C y el exponente n de la expresión (5) es necesario conocer los descensos estabilizados frente al caudal bombeado, en funcionamiento individual, para varios puntos de funcionamiento (al menos tres), y aplicar posteriormente un ajuste por mínimos cuadrados.

El exponente n puede variar con el caudal; para caudales pequeños el régimen es laminar y $n = 1$, pero para caudales mayores y en acuífero cautivo $n = 2$ o algo mayor. El coeficiente B corresponde al descenso teórico y, aparte de ser determinado por el ajuste por mínimos cuadrados, se debería de poder evaluar a través del coeficiente de Q de la expresión (2) si se conoce la transmisividad del acuífero, T, el radio de influencia del pozo R y el radio teórico del pozo r_p ; sin embargo, diferencias de penetración, presencia de heterogeneidades, presencia de barreras próximas, etc, hacen que el valor de B para dos

pozos de igual diámetro en un mismo acuífero puedan diferir, a menos que se efectúen correcciones. El valor de C, tanto en régimen laminar, de transición o turbulento, depende del tipo de zona filtrante, del porcentaje de aberturas del enrejado y su disposición, del grado de desarrollo del pozo y del movimiento del agua dentro del entubado hasta llegar a la boca de aspiración de la bomba.

Características hidráulicas de la instalación

En una instalación de bombeo en general, la parte motriz del sistema, o energía aportada, viene representada por la curva característica de la bomba. Esta curva la proporciona gráficamente el fabricante en su catálogo, y para llevar a cabo cálculos numéricos se puede ajustar a una parábola de segundo grado en la zona útil de la bomba, de la forma

$$H_b = D + EQ + FQ^2 \quad (6)$$

Por otra parte, la curva resistente de la instalación indica la forma en que se consume la energía que la bomba aporta al caudal útil impulsado, y está constituida por la altura geométrica de elevación H_g y las pérdidas en los conductos de aspiración e impulsión. Su forma analítica es:

$$H_r = H_g + \frac{8Q^2}{\pi^2 g} \sum_{k=1}^{N_c} \frac{f_k L_{tk}}{D_k^5} = H_g + KQ^2 \quad (7)$$

donde f_k es el factor de fricción, L_{tk} la longitud total como suma de la longitud de tramo recto de tubería y la longitud equivalente de pérdidas menores, y D_k el diámetro interior, todo ello correspondiente al conducto k. El sumatorio se extiende al número de conductos N_c atravesados por el caudal impulsado Q. En esta expresión, el coeficiente de Q^2 se ha sustituido por el valor K, o coeficiente de pérdidas de la instalación.

El punto de funcionamiento de la instalación, constituido por el caudal impulsado Q y la altura dada por la bomba H_b , se determina al igualar la curva motriz a la curva resistente y resolver la ecuación resultante en la incógnita Q,

$$D + EQ + FQ^2 = H_g + KQ^2 \quad (8)$$

Una vez resuelto el punto de funcionamiento, la potencia eléctrica de accionamiento del motor que arrastra la bomba se determinará por medio de la expresión:

$$P_{el} = \frac{\gamma Q H_b}{\eta_{mb}} \tag{9}$$

siendo γ el peso específico del agua, y η_{mb} el rendimiento del conjunto motor-bomba. Este rendimiento se obtendrá al multiplicar el rendimiento del motor eléctrico por el rendimiento global de la bomba, viniendo ambos dados por los correspondientes fabricantes. Para efectuar cálculos numéricos, y al igual que la curva característica de la bomba, la curva de rendimientos del conjunto motor-bomba, en función del caudal bombeado, se puede ajustar a una expresión de segundo grado del tipo:

$$\eta_{mb} = IQ + JQ^2 \tag{10}$$

El rendimiento del conjunto motor-bomba representa la fracción de la energía eléctrica consumida en el bombeo y que es comunicada al caudal de agua impulsado por la bomba. Sin embargo, éste no es el rendimiento energético de la instalación en su conjunto, pues este último deberá cuantificar las pérdidas en los conductos de aspiración e impulsión y, en el caso de pozos, la energía suplementaria que hay que consumir para vencer el incremento de altura geométrica de elevación que representa el descenso del agua en el pozo. Por ello, el rendimiento energético de la instalación, evaluado como la relación entre la energía potencial que absorbe el agua cuando aumenta su cota en el valor de la altura geométrica (estática en el caso de bombeo desde pozo, de valor H_{g0}) y la energía eléctrica consumida por el motor para conseguir esta elevación, se cuantifica por medio de la expresión:

$$\eta_{ei} = \frac{\gamma Q H_{g0}}{P_{el}} = \eta_{mb} \frac{H_{g0}}{H_b} \tag{11}$$

Es este rendimiento energético de la instalación, en lugar del rendimiento del conjunto motor-bomba, el que cuantifica el grado de aprovechamiento de la energía consumida en la instalación, y el que debería servir de base para la elección de la bomba o para la comparación entre diferentes soluciones.

Punto de funcionamiento en régimen permanente de un campo en acuífero cautivo.

En una instalación de bombeo desde pozo, con efectos de interferencia, la altura geométrica de elevación H_g es suma de la altura geométrica estática H_{g0} , como diferencia de cotas entre el nivel del agua en el depósito de impulsión y el nivel estático del agua en el pozo, del descenso del agua Δz en el

propio pozo, función del caudal bombeado en el mismo, y del descenso de interferencia Δs ocasionado por el bombeo de los otros pozos en funcionamiento sobre el mismo acuífero,

$$H_g = H_{g0} + \Delta z + \Delta s \tag{12}$$

Por ello, el caudal impulsado por el bombeo en el pozo considerado vendrá condicionado por el funcionamiento de los demás, a través del descenso de interferencia. Además, si los otros pozos están ya en funcionamiento permanente y se pone en marcha el que estamos considerando, al alcanzarse las nuevas condiciones de régimen el descenso de interferencia en los demás pozos habrá aumentado por efecto del que se acaba de incorporar, haciendo que sus caudales bombeados disminuyan. Al fin y al cabo, es un problema de afecciones mutuas entre pozos que da origen a nuevas condiciones de régimen cada vez que se pone en marcha un nuevo pozo.

Si se tiene un acuífero cautivo sobre el que actúa un campo de N pozos en marcha, y considerando las expresiones (4), (5), (8) y (12) aplicadas a cada uno de ellos, el punto de funcionamiento de este sistema en régimen permanente se evaluará al resolver el sistema de ecuaciones resultante de desarrollar respecto del subíndice i la expresión:

$$D_i + E_i Q_i + F_i Q_i^2 = H_{g0i} + B_i Q_i + C_i Q_i^{m_i} + \frac{1}{2\pi T} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N Q_j \ln \frac{R_j}{r_{ji}} + K_i Q_i^2 \tag{13}$$

donde los distintos valores de i indican cada uno de los pozos, desde $i = 1$ hasta $i = N$.

De aquí se deduce que el punto de funcionamiento en régimen permanente de un campo de pozos sobre un mismo acuífero no se puede resolver considerando los N pozos individualmente, sino que hay que aplicar la expresión (13) a cada uno de ellos, con los caudales de todos los pozos como incógnitas en cada ecuación, y resolver el sistema de N ecuaciones con N incógnitas así formado para evaluar todos los caudales de manera simultánea.

El sistema de ecuaciones formado al desarrollar la expresión (13) para los distintos valores de i es no lineal, por lo que su resolución se deberá abordar por métodos numéricos. Una de las técnicas de resolución es aplicar el método de Newton-

Raphson, iniciando las iteraciones a partir de los caudales obtenidos en funcionamiento aislado.

Sin embargo, un método más simple y que reporta mucho menor esfuerzo de programación y de cálculo es el de las sustituciones sucesivas, el cual se formula al escribir el sistema de ecuaciones en forma matricial como

$$[A(Q)][Q] = [B] \quad (14)$$

donde $[A(Q)]$ es la matriz de coeficientes, evaluada a partir de (13) con todos los términos en Q y habiendo rebajado el exponente de Q en un grado, $[Q]$ es el vector de incógnitas y $[B]$ el vector de términos independientes. Con los caudales obtenidos en funcionamiento aislado se evalúa la matriz de coeficientes y se resuelve el sistema lineal (14) en una primera iteración. A continuación se comparan los caudales calculados con los que se han utilizado para evaluar la matriz de coeficientes. Si el valor absoluto de la diferencia entre unos y otros caudales es menor que un valor suficientemente pequeño, los caudales calculados son los definitivos. En caso contrario, con los caudales calculados se evalúa de nuevo la matriz de coeficientes y se procede a una nueva iteración. En general, un número no excesivamente grande de iteraciones es suficiente para la convergencia del método.

Aplicación práctica

Con objeto de comprobar los resultados que se obtienen cuando se aplica el procedimiento de cálculo expuesto, vamos a resolver el caso hipotético de tres pozos bombeando desde un mismo acuífero confinado, cuya transmisividad es $T = 460 \text{ m}^2/\text{día}$, y dispuestos inicialmente como se indica en la figura 3. Supondremos que los tres pozos son iguales, con un radio de influencia de 1550 m , y una curva de descenso de pozo de $\Delta z = 246Q + 3850Q^2$, con el caudal en m^3/s . Para cada uno de los pozos se ha considerado el mismo tipo de bomba con diferente número de rodets, de manera que la curva característica de la bomba de un solo rodete responde a la expresión $H_b = 54 - 479Q - 695Q^2$, y siendo el rendimiento del conjunto motor-bomba $\eta_{mb} = 31Q - 354Q^2$, con el caudal en ambas expresiones en m^3/s . Para cada pozo, la curva característica de la bomba, la altura geométrica estática de la elevación y el coeficiente de pérdidas del conducto de impulsión se dan en la tabla 1. A su vez, en la figura 4 se presenta la curva característica de cada una de las bombas y la curva de rendimientos del conjunto motor-bomba.

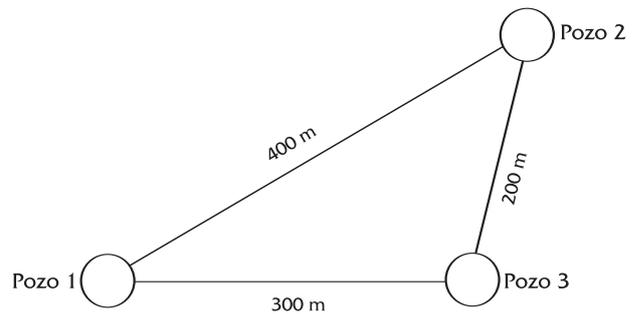


Figura 3: Posición relativa de los tres pozos considerados en la aplicación práctica.

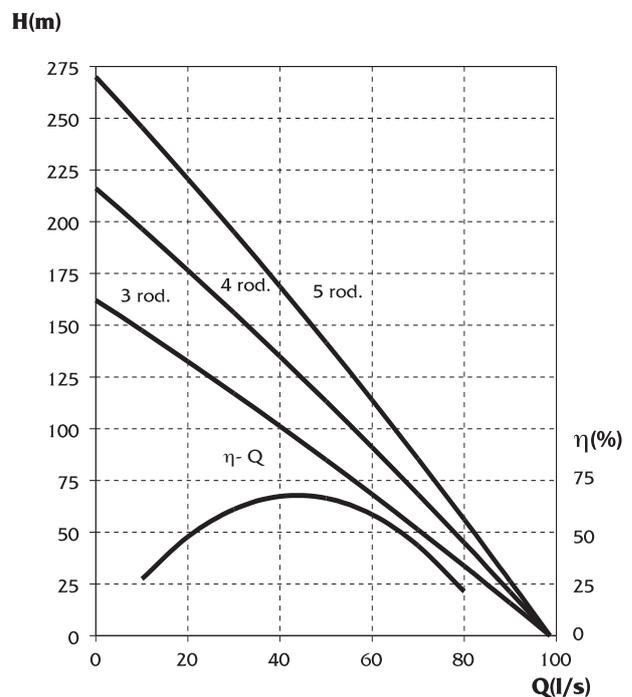


Figura 4: Curvas características de las bombas y del rendimiento motor-bomba para las bombas de la aplicación práctica.

En la tabla 2 se presentan los resultados obtenidos en cada uno de los tres pozos en funcionamiento aislado, resolviendo la expresión (8) para cada pozo con $\Delta s = 0$, y en funcionamiento conjunto por resolución del sistema formado al desarrollar la expresión (13). A título de ejemplo, y con el propósito de ilustrar la aplicación del método propuesto, para el caso de funcionamiento conjunto se han considerado los tres casos siguientes: a) con las distancias entre pozos dadas en la figura 3; b) con distancias la quinta parte de las dadas en la figura 3, y c) con distancias la décima parte de las de la figura 3. Estos resultados son el caudal bombeado, la disminución relativa de caudal, ΔQ_r , respecto del caudal en funcionamiento aislado, los descensos propio y por interferencia en

Tabla 1: Características hidráulicas de la instalación de tres pozos.

Pozo	Rodetes	H _b (Q = m ³ /s)	Hg0 (m)	K [m/(m ³ /s) ²]
1	3	H _b = 162 - 1437Q - 2085Q ²	80	1360
2	4	H _b = 216 - 1916Q - 2780Q ²	100	4570
3	5	H _b = 270 - 2395Q - 3475Q ²	120	5330

Tabla 2: Caudales, descensos y rendimientos en los tres pozos para funcionamiento aislado y para funcionamiento conjunto.

FUNCIONAMIENTO								
Pozo	Aislado		Caso a		Caso b		Caso c	
	Q(l/s)	ΔQ(%)	Q(l/s)	ΔQ(%)	Q(l/s)	ΔQ(%)	Q(l/s)	ΔQ(%)
1	41.3	0.0	39.6	-4.2	37.8	-8.5	37.1	-10.3
2	43.7	0.0	42.3	-3.2	41.1	-6.0	40.6	-7.2
3	46.5	0.0	45.3	-2.6	44.3	-4.6	43.9	-5.5
	Δz(m)	Δs(m)	Δz(m)	Δs(m)	Δz(m)	Δs(m)	Δz(m)	Δs(m)
1	16.74	0.0	15.77	3.94	14.80	7.95	14.40	9.62
2	18.13	0.0	17.32	4.37	16.62	8.19	16.33	9.76
3	19.74	0.0	19.02	4.54	18.45	8.17	18.22	9.65
	η _{mb} (%)	η _{θt} (%)						
1	67.7	54.6	67.2	52.8	66.6	50.9	66.3	50.01
2	67.9	53.5	67.8	52.2	67.6	51.0	67.5	50.5
3	67.6	53.6	67.8	52.7	67.9	51.8	67.9	51.5

cada pozo, el rendimiento motor-bomba y el rendimiento energético de la instalación.

De los resultados obtenidos en esta aplicación, y conforme va disminuyendo la distancia entre pozos, se observa lo siguiente:

- Los caudales bombeados van disminuyendo.
- Los descensos propios de cada pozo van disminuyendo por disminución del caudal bombeado.
- Los descensos de interferencia van aumentando por disminución de la distancia.
- Los aumentos del descenso de interferencia superan la disminución de descenso propio y de pérdidas en las instalaciones por disminución del caudal bombeado, de manera que la altura dada por cada bomba aumenta.
- El aumento de altura de bombeo hace disminuir el caudal bombeado, para mantener el punto de funcionamiento sobre la curva característica de la bomba.

- La disminución relativa de caudal va aumentando en valor absoluto, pudiendo alcanzar valores importantes (del orden del 10 % en uno de los casos contemplados).

- El rendimiento del conjunto motor-bomba no cambia excesivamente de unos casos a otros, al mantenernos siempre en las proximidades del punto óptimo de funcionamiento de las bombas.

- El rendimiento energético de la instalación va disminuyendo en todos los casos al ir aumentando la altura de bombeo.

Además, se observa también que los incrementos y disminuciones comentados son menores conforme aumenta el número de rodets de las bombas. Ello es lógico si consideramos que, para una misma bomba, al aumentar el número de rodets aumenta la verticalidad de su curva característica, como se deduce de la figura 4, de manera que a igualdad de aumentos de altura de bombeo corresponden menores disminucio-

nes de caudal bombeado. De esta manera, las bombas de pozo con curva característica más vertical tienen un mejor comportamiento frente al efecto de interferencias en un campo de pozos que las bombas con curva característica más horizontal.

Conclusiones

Se ha llevado a cabo el estudio del punto de funcionamiento en régimen permanente de un campo de pozos sobre un acuífero cautivo por acoplamiento de las ecuaciones de la hidráulica de pozos y la teoría de bombas hidráulicas, teniendo en cuenta además las características de la instalación que alimenta cada una de las bombas. Con ello se plantea un sistema de ecuaciones no lineal, a resolver por métodos numéricos, el cual proporciona el caudal real extraído de cada pozo en función del tipo y características del acuífero, del descenso propio y del descenso inducido por el funcionamiento de los demás pozos, de la curva característica de la bomba y de las características de la instalación.

El método planteado se aplica al caso de un conjunto de tres pozos, comparándose los resultados obtenidos en el funcionamiento individual de cada uno de ellos frente al funcionamiento conjunto a diferentes distancias relativas entre unos y otros. Se observa cómo al disminuir la distancia entre pozos los caudales extraídos van siendo menores, así como el rendimiento energético de la instalación de cada pozo, lo cual aunque era de esperar, queda plasmado numéricamente al utilizar el método propuesto.

Se observa también el mejor comportamiento en un campo de pozos de las bombas con curva característica más vertical, frente a las bombas con curva característica más horizontal, ya que los mismos incrementos de altura geométrica por efecto del aumento de la interferencia al acercar los pozos entre sí, dan origen a menores reducciones del caudal impulsado en las primeras con respecto a las segundas.

El nivel estático del agua en un acuífero no es en general un valor constante en el tiempo, sino que cambiará según las condiciones climatológicas. De una época de abundantes lluvias a una época de sequía, este nivel puede bajar, dependiendo del caso, hasta en algunas decenas de metros. Por otra parte, en el caso de un acuífero sin suficiente recarga, el vaciado del mismo podría a su vez hacer descender dicho nivel, máxime cuando existen varios pozos en bombeo simultáneo. Estos hechos se deberían tener en cuenta a la hora de aplicar el método desarrollado. En estos casos, la utilización de bombas

con curva característica más vertical tienen, en base a un razonamiento análogo al indicado en el párrafo anterior, un papel preponderante.

Consideraciones finales

El desarrollo planteado para campo de pozos bombeando en régimen permanente desde un acuífero cautivo se puede extender a acuíferos libres y semiconfinados, aplicando la teoría propia de dichos casos. En acuíferos libres en los que el descenso de la superficie de nivel piezométrico es pequeño con relación al espesor saturado, la expresión que proporciona dicho descenso es la misma que para acuíferos cautivos, por lo que el método propuesto se puede aplicar a estos casos sin ningún tipo de modificación. En acuíferos semiconfinados y libres en general, las expresiones que definen el descenso de la superficie de nivel piezométrico, y el efecto de interferencia, son diferentes al caso de acuífero confinado (fórmulas de De Glee y de Dupuit, respectivamente), lo que requiere modificar la formulación del método a partir de las expresiones de descenso de interferencia para unos y otros casos.

El mismo método se puede aplicar al caso de un campo de pozos alimentando conjunta y directamente una red de distribución en puntos de inyección diferentes. Los razonamientos expuestos se tendrán en cuenta a la hora de formular las expresiones que definen el comportamiento hidráulico de la red en cuestión, aumentando el número de sus términos pero no la complicación en su resolución.

Por último, indicar que el método es también útil como herramienta de diseño de campos de pozos, determinando la distancia mínima entre ellos para producir una interferencia dada o una reducción de caudales bombeados de valor aceptable. Y siempre trabajando con caudales de bombeo reales, al tener en cuenta en las expresiones de cálculo todos los parámetros que intervienen en el punto de funcionamiento de la instalación.

Lista de símbolos

- | | |
|------|---|
| [A] | Matriz de coeficientes de un sistema de ecuaciones |
| [B] | Vector de términos independientes de un sistema de ecuaciones |
| B, C | Coefficientes de la curva característica de un pozo |

D	Diámetro interior de una conducción	ΔQ_r	Incremento relativo de caudal
D, E, F	Coefficientes de la curva característica de una bomba	Δs	Descenso de interferencia
f	Factor de fricción	Δz	Descenso real del nivel de agua en un pozo
g	Aceleración de la gravedad	γ	Peso específico
H_b	Altura útil de una bomba	η_{ei}	Rendimiento energético de una instalación
H_g	Altura geométrica de una elevación	η_{mb}	Rendimiento conjunto motor-bomba
H_{g0}	Altura estática de una impulsión desde pozo		
H_r	Altura resistente de una instalación		
I, J	Coefficientes de la curva de rendimiento conjunto motor-bomba		
K	Coefficiente de pérdidas de una instalación		
L_t	Longitud total de una conducción		
N	Número de pozos en funcionamiento sobre un mismo acuífero		
n	Exponente no lineal de la curva característica de un pozo		
N_c	Número de conductos acoplados en serie		
P_{el}	Potencia eléctrica de accionamiento de un motor		
Q	Caudal		
[Q]	Vector de incógnitas de un sistema de ecuaciones		
R	Radio de influencia		
r	Distancia radial		
r_p	Radio del pozo		
s	Descenso teórico, función de la distancia r		
sp	Descenso teórico en el pozo		
T	Transmisividad del acuífero		

Referencias

- Custodio, E.; Llamas, M.R. (Dir.) (1983). "Hidrología subterránea. Tomo I". Ed. Omega, S.A. Barcelona.
- Driscoll, F.G. (1986). "Groundwater and wells". Ed. Johnson Division. Minnesota.
- Fitts, Ch. R. (1994). "Well discharge optimization using analytic elements". *Ground Water*, 32(4), 547-550.
- Kern, J.W.; Dobson, C.W. (1998). "Determination of variances for maximum and minimum transmissivities for anisotropic aquifers from multiple well pumping test data". *Ground Water*, 36(3), 457-464.
- Lerner, D.N. (1989). "Predicting pumping water level in single and multiple wells using regional groundwater models". *J. Hydrol.*, 105, 39-55.
- Pesti, G.; Kelly, W.E.; Bogardi, I.; Kalinski, R.J. (1996). "Combining geophysical and well data for identifying best well locations". *J. Water Resour. Plng. and Mgmt.*, 122(2), 97-104.
- Pezeshk, S.; Helweg, O.J.; Oliver, K.E. (1994). "Optimal operation of ground-water supply distribution systems". *J. Water Resour. Plng. and Mgmt.*, 120(5), 573-586.
- Rorabaugh, M.I. (1953). "Graphical and theoretical analysis of step drawdown test of artesian well". *Proc. Am. Soc. Civil Eng.*, Vol. 79.