Anisotropía en materiales. Estimación propiedades de una lámina de material compuesto en las direcciones longitudinal y transversal.

Apellido, nombre	Balart Gimeno, Rafael Antonio (rbalart@mcm.upv.es) Quiles Carrillo, Luís Jesús (luiquic1@epsa.upv.es) Néstor Montañés Muñoz (nesmonmu@upvnet.upv.es) Teodomiro Boronat Vitoria (tboronat@dimm.upv.es) Octavio Ángel Fenollar Gimeno (OCFEGI@epsa.upv.es)
Departamento	Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales (DIMM)
Centro	Escuela Politécnica Superior de Alcoy (EPSA) Universitat Politècnica de València (UPV)

1 Resumen de las ideas clave

En este artículo vamos a mostrarte la **utilidad** de la **Teoría Clásica de Laminados** para estimar las **propiedades mecánicas** de materiales **anisotrópicos**. En particular, el artículo se centra en el estudio de las propiedades mecánicas de una lámina de material compuesto consistente en una matriz de **resina** y un elemento de **refuerzo** en forma de **fibra unidireccional**. Este artículo pone de manifiesto la forma de **abordar problemas** más complejos relacionados con el empleo de **materiales anisotrópicos**.

2 Introducción

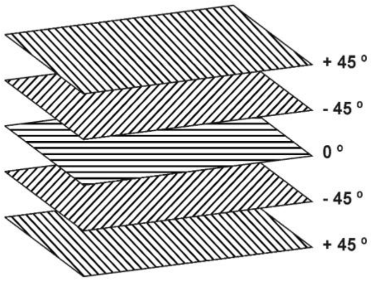
En el ámbito de la **ingeniería** son bastante frecuentes los proyectos basados en el desarrollo de **piezas**, **componentes**, **ensamblajes**, etc. Es evidente que estos componentes deben satisfacer unos **requerimientos** o especificaciones de tipo mecánico, químico, térmico, etc. El proceso de desarrollo de estos componentes, piezas o ensamblajes, engloba diferentes etapas que incluyen el pre diseño, validación inicial, ajustes de diseño y planos, dimensionamiento, selección de materiales, estudio de fabricación y estudios de costes. Todos estos aspectos son realmente importantes en el desarrollo de cualquier bien de consumo o producto industrial.

Dentro de este proceso, la **elección del material** o materiales representa un **pilar** que, combinado con diseño, fabricación y cálculo, definen las columnas sobre las que se sustenta un desarrollo en ingeniería.

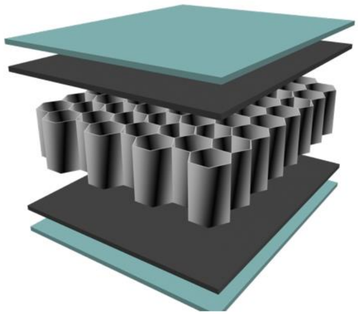
En el ámbito de los **materiales**, es necesario conocer la definición de **isotropía** frente a **anisotropía** ya que esta influye de forma decisiva en el proceso de diseño y cálculo, así como en la fabricación. A nivel macroscópico, se entiende que un material presenta un comportamiento **isotrópico** cuando sus propiedades **no son dependientes** de la **dirección** considerada. Por el contrario, un material presenta comportamiento **anisotrópico** cuando sus **propiedades** están fuertemente **ligadas a la dirección** considerada [1].

Muchos de los materiales empleados en ingeniería, tales como **metales**, materiales **cerámicos** y **plásticos**, presentan, en general, un comportamiento **isotrópico**, lo cual facilita en gran medida el proceso de diseño, cálculo y dimensionamiento. No obstante, los **materiales compuestos**, han adquirido gran relevancia en las últimas décadas ya que combinan las excelentes propiedades de rigidez y resistencia de diversas fibras (carbono, aramida, vidrio, entre otras), con la excelente procesabilidad de los polímeros o resinas termoestables [2, 3]. Es por ello que, poco a poco, van invadiendo diversos sectores industriales donde se requieren materiales de altas prestaciones: automoción, aeronáutico-aeroespacial, electrónico, construcción, etc.

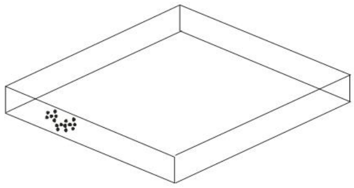
La definición de **material compuesto** es tremendamente **amplia** ya que considera un material compuesto como aquél que está constituido por dos o más componentes que permiten alcanzar un efecto **sinérgico** al combinarse. En la **Figura 1** se muestran diversos tipos de materiales compuestos: estructuras de **laminados** (a), estructuras de paneles tipo **sándwich** (b) y compuestos reforzados con **partículas** (c) [4,5].



a)



b)



c)

3 Objetivos

El objetivo de este artículo docente es que **puedas realizar** una **estimación** de las **propiedades elásticas** (en particular el módulo a tracción o de Young) de una lámina de material compuesto con fibra larga unidireccional a partir de las **propiedades elásticas de los materiales** que constituyen el compuesto (**matriz y refuerzo**) y el contenido de fibras. En el marco de este objetivo aprenderás las **bases** del **análisis** de materiales **anisotrópicos**.

4 Desarrollo

Para llevar a cabo una primera aproximación al comportamiento anisotrópico de materiales compuestos, es conveniente y altamente clarificador considerar el comportamiento de una sola **lámina** formada por una **matriz polimérica** de la cual se conocen sus propiedades elásticas (E_m = módulo elástico de la matriz) y por una **fibra de refuerzo**, de la cual, también se conocen las propiedades (E_f = módulo elástico de la fibra de refuerzo). Además, para poder realizar una estimación de las propiedades elásticas de la lámina, se requiere otro parámetro que, es el contenido en fibras en la lámina, que se puede expresar como "v_f" o fracción en volumen de fibras.

Bajo estas premisas, se aprecia claramente en la **Figura 2**, la naturaleza **anisotrópica** de esta lámina en la cual, vamos a considerar que la dirección **longitudinal (L)** o dirección de las fibras, se denomina dirección 1 y la dirección **transversal (T)** se denomina dirección 2 y es perpendicular a la dirección de las fibras.

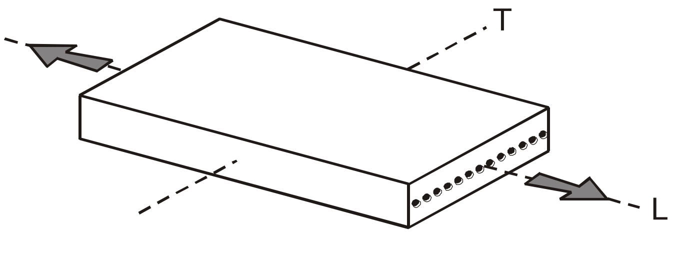


Figura 2. Representación esquemática de la estructura de una lámina de material compuesto con fibra larga unidireccional, con indicación de las direcciones principales.

Evidentemente, dada la anisotropía de esta lámina, el comportamiento del material compuesto será muy distinto en las dos direcciones consideradas, longitudinal (L) y transversal (T). Así pues, para tener una idea del comportamiento del material, se tendrá que evaluar el comportamiento de este en las dos direcciones consideradas.

4.1 Análisis del comportamiento elástico de una lámina de material compuesto en la dirección longitudinal de las fibras (dirección 1).

Tal y como se ha descrito previamente, si el módulo de elástico o de Young de la matriz polimérica y el de las fibras se designa como E_m y E_f respectivamente, el módulo de Young de la lámina de material compuesto se puede estimar de la siguiente manera:

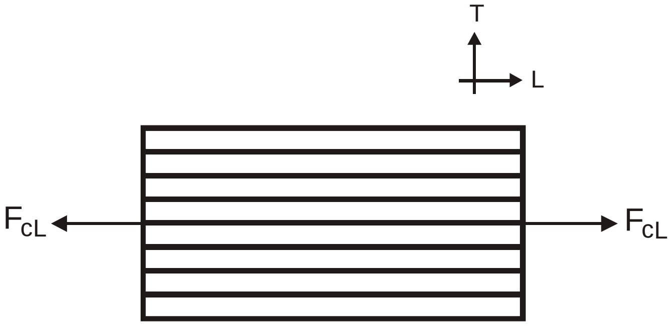


Figura 3. Representación esquemática de la lámina de material compuesto sometida a un estiramiento en la dirección longitudinal de magnitud F_{cL}.

La fuerza aplicada sobre el material compuesto será compartida por las fibras y la matriz (no por igual, ya que la rigidez de cada uno de los componentes es diferente), de tal manera que se puede establecer:

$$F_{cL} = F_f + F_m \qquad \textbf{Expresión 1}$$

Debido a la disposición de la lámina de material compuesto, la deformación de la matriz estará condicionada por la deformación de las fibras (siempre y cuando haya una alta adhesión fibra-matriz) que son mucho más rígidas que la matriz plástica, de tal manera que, en estas condiciones, se puede aplicar el principio de isodeformación que establece la igualdad que se muestra en la **Expresión 2**.

$$\varepsilon_{cL} = \varepsilon_f = \varepsilon_m \qquad \textbf{Expresión 2}$$

Teniendo en cuenta que en la zona elástica se cumple la ley de Hooke (**Expresión 3**) y que, por definición, la tensión se obtiene del cociente entre la fuerza aplicada (F) y el área transversal (A) tal y como se indica en la **Expresión 4**, es posible realizar las siguientes deducciones.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$ **Expresión 3**

$$\sigma = \frac{F}{A}$$ **Expresión 4**

Si ahora substituyes la **Expresión 3** y la **Expresión 4** en la **Expresión 1**, obtienes la siguiente expresión:

$$E_{cL} \cdot \varepsilon_{cL} \cdot A_c = E_f \cdot \varepsilon_f \cdot A_f + E_m \cdot \varepsilon_m \cdot A_m$$ **Expresión 5**

Como se ha indicado anteriormente (**Expresión 2**), las deformaciones son las mismas, de tal manera que la **Expresión 5**, queda de la siguiente manera:

$$E_{cL} = E_f \cdot \left(\frac{A_f}{A_c} \right) + E_m \cdot \left(\frac{A_m}{A_c} \right)$$ **Expresión 6**

Tal y como se ha descrito previamente, la longitud de las fibras es idéntica a la longitud de la lámina de materia compuesto. Suponiendo que la disposición de las fibras es regular y que su longitud coincide con la longitud del material compuesto, se puede establecer la relación siguiente:

$$\frac{V_f}{V_c} = \frac{A_f \cdot L}{A_c \cdot L} = \frac{A_f}{A_c} = v_f \text{ [Fracción en volumen de fibras]}$$ **Expresión 7**

$$\frac{V_m}{V_c} = \frac{A_m \cdot L}{A_c \cdot L} = \frac{A_m}{A_c} = v_m \text{ [Fracción en volumen de matriz]}$$ **Expresión 8**

Teniendo en cuenta las expresiones anteriores, ya puedes obtener la expresión general que permite calcular el Módulo de Young o elástico de la lámina de material compuesto en la dirección longitudinal (**Expresión 9**). Esta expresión también se conoce con el nombre de la "**Regla de las Mezclas**".

$$E_{cL} = E_f \cdot v_f + E_m \cdot v_m = E_f \cdot v_f + E_m \cdot (1 - v_f)$$ **Expresión 9**

Por otro lado, como es lógico, la suma de las fracciones en volumen de fibra (v_f) y la de la matriz (v_m) es la unidad (**Expresión 10**).

$$v_m + v_f = 1$$ **Expresión 10**

4.2. Análisis del comportamiento elástico de una lámina de material compuesto en la dirección transversal de las fibras (dirección 2).

El análisis en la dirección transversal se puede llevar a cabo de forma similar. La **Figura 4** muestra de forma gráfica las diferentes direcciones en una lámina de compuesto formada por fibra larga unidireccional. También se indica la dirección de la aplicación de la fuerza en la dirección transversal o normal a las fibras (dirección 2). Por otro lado, se define tanto el diámetro de las fibras (h_f) como la distancia entre ellas (h_m), suponiendo una distribución completamente regular y homogénea.

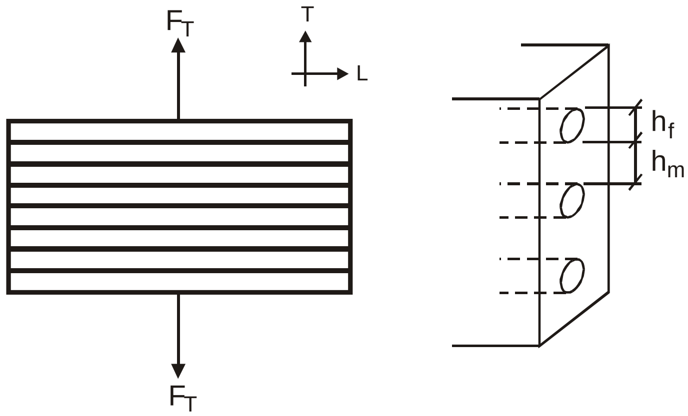


Figura 4. Representación esquemática de la lámina de material compuesto sometida a un estiramiento en la dirección transversal de magnitud F_T.

En estas condiciones, la deformación global en la lámina de material compuesto es la suma de las deformaciones en las fibras y en la matriz (**Expresión 11**). Estos incrementos en altura (dirección transversal) tanto en la matriz como en la fibra están relacionados con las elongaciones correspondientes tal y como se muestra en la **Expresión 12**.

$$\Delta h_c = \Delta h_f + \Delta h_m$$ **Expresión 11**

$$\varepsilon_{cT} \cdot h_c = \varepsilon_f \cdot \sum h_f + \varepsilon_m \cdot \sum h_m$$ **Expresión 12**

En estas condiciones de trabajo (fuerza normal o perpendicular a las fibras) puedes intuir que la fuerza soportada por la matriz será la misma que la fuerza soportada por las fibras (**criterio de isotensión**) tal y como se refleja en la **Expresión 13**.

$$F_{cT} = F_f = F_m \quad \text{luego} \quad \sigma_{cT} = \sigma_f = \sigma_m$$ **Expresión 13**

Si ahora substituyes la **Expresión 3** y la **Expresión 4** en la expresión anterior, obtienes:

$$\frac{\sigma_{cT}}{E_{cT}} \cdot h_c = \frac{\sigma_f}{E_f} \cdot \sum h_f + \frac{\sigma_m}{E_m} \cdot \sum h_m$$ **Expresión 14**

Tal y como has visto previamente, en estas condiciones de trabajo se cumplen las condiciones de **isotensión** (**Expresión 13**) de tal manera que la **Expresión 14** puede simplificarse según las consideraciones anteriores, quedando:

$$\frac{1}{E_{cT}} = \frac{1}{E_f} \cdot \left(\frac{\sum h_f}{h_c} \right) + \frac{1}{E_m} \cdot \left(\frac{\sum h_m}{h_c} \right)$$ **Expresión 15**

De manera similar a como se ha realizado anteriormente (**Expresión 7** y **Expresión 8**) se puede asumir que los cocientes o ratios entre espesores se pueden asimilar a las ratios de fracciones en volumen correspondiente tal y como se muestra en la **Expresión 16** y **Expresión 17**.

$$\left(\frac{\sum h_f}{h_c} \right) = v_f$$ **Expresión 16**

$$\left(\frac{\sum h_m}{h_c} \right) = v_m$$ **Expresión 17**

Teniendo en cuenta estas consideraciones, la **Expresión 15** queda:

$$\frac{1}{E_{cT}} = \frac{v_f}{E_f} + \frac{v_m}{E_m}$$ **Expresión 18**

Si en la **Expresión 18** despejas el módulo en la dirección transversal (E_{cT}), obtienes la expresión que permite realizar una estimación del módulo elástico de la lámina de compuesto en la dirección transversal.

$$E_{cT} = \frac{E_f \cdot E_m}{E_f \cdot v_m + E_m \cdot v_f} = \frac{E_f \cdot E_m}{E_f \cdot (1 - v_f) + E_m \cdot v_f}$$ **Expresión 19**

4.3. Ejemplo práctico.

Una vez realizada la deducción de las expresiones que rigen el comportamiento elástico de una lámina en las direcciones longitudinal y transversal, es momento de poner en práctica las expresiones. Así, por ejemplo, intenta determinar el módulo longitudinal (E_1 ó E_L) y el módulo transversal (E_2 ó E_T) de una lámina de material compuesto formada por un 70% en volumen de fibras de carbono con un módulo de 390 GPa uniformemente embebidas en una matriz de resina epoxi cuyo módulo es 8 GPa.

Para una correcta aplicación de las expresiones correspondientes, de la redacción de la cuestión se obtiene:

$\mathbf{E_f}$ = 390 GPa

$\mathbf{E_m}$ = 8 GPa

$\mathbf{v_f}$ = 0,7

Una vez obtenidos estos parámetros se puede aplicar la **Expresión 9** y la **Expresión 19** para calcular el módulo longitudinal (E_1) y el transversal (E_2) respectivamente.

$E_1 = 390 \cdot 0{,}7 + 8 \cdot (1-0{,}7) = 275{,}4$ GPa **Expresión 20**

$E_2 = (390 \cdot 8)/[390 \cdot (1-0{,}7)+8 \cdot 0{,}7] = 25{,}45$ GPa **Expresión 21**

Como podrás comprobar, las propiedades elásticas de la lámina de material compuesto dependen de unos valores constantes (módulo elástico de la matriz y de la fibra de refuerzo) y de una variable que viene definida por la fracción en volumen de fibras, v_f. ¿**Cómo crees** que afecta el **contenido de fibras** (entre 0% y 100%) en las **propiedades mecánicas elásticas** de la lámina anterior?

Con una simple **representación gráfica** tomando como constantes el módulo elástico de la fibra (390 GPa) y el módulo de la matriz (8 GPa) y como variable independiente la **fracción en volumen de fibras**, v_f (comprendida entre 0 y 1), es posible evaluar la influencia de v_f en las propiedades elásticas longitudinal (E_1) y transversal (E_2) de la lámina tal y como se muestra en la **Figura 5**.

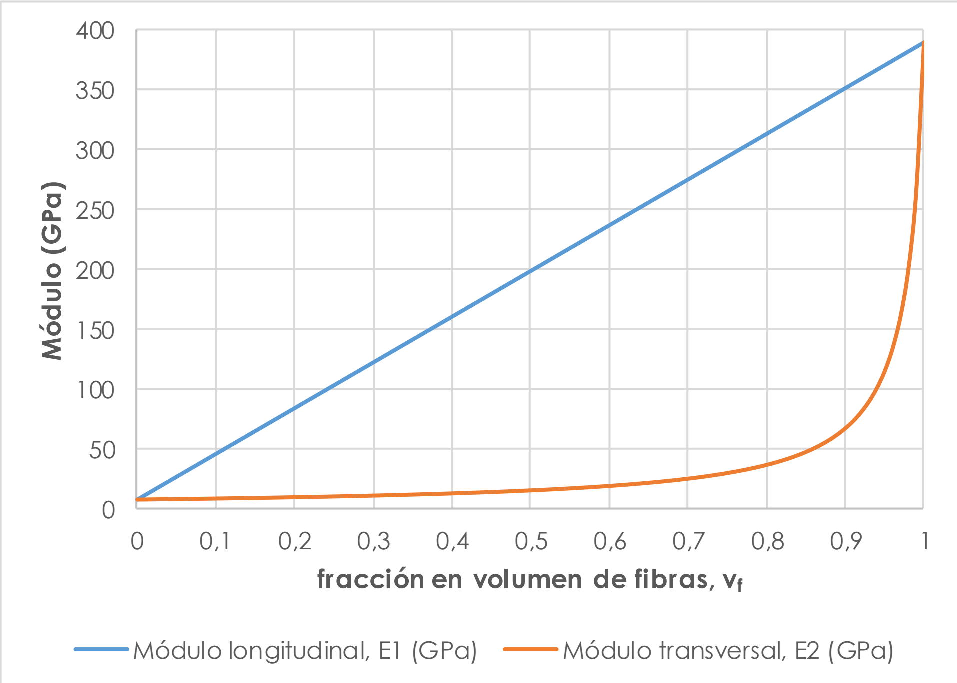


Figura 5. Variación del módulo longitudinal (E_1) y transversal (E_2) en una lámina de material compuesto formada por matriz epoxi de módulo 8 GPa y fibra de carbono con módulo de 390 GPa.

Tomando en consideración la información que se muestra en la **Figura 5**, **¿qué te sugiere** la variación de los módulos longitudinal y transversal? Piensa un rato la respuesta y lee el párrafo siguiente para validar tus ideas.

Evidentemente, como habrás podido comprobar, el comportamiento es completamente diferente para el módulo longitudinal y transversal, excepto los puntos extremos que, precisamente, se corresponden con la matriz ($v_f = 0$) o la fibra ($v_f = 1$). Con este simple gráfico, se pone en evidencia el comportamiento anisotrópico de una lámina de material compuesto. Llama la atención la linealidad con la que varía el módulo longitudinal (E_1), siguiendo la Regla de las Mezclas y destacan los valores, relativamente bajos para el módulo transversal (E_2) en un amplio rango de fracciones en volumen (entre 0 y 0,8). Este hecho indica que los materiales compuestos van a ofrecer mejores propiedades en la dirección de las fibras que en la dirección transversal, aspecto de gran relevancia para el diseño de estructuras de laminados de material compuesto.

5. Conclusión

Los **materiales compuestos** están ganando terreno en diversas aplicaciones de carácter técnico por la excelente combinación de propiedades mecánicas y ligereza. No obstante, dada la fuerte direccionalidad de las fibras de refuerzo, las láminas de materiales compuestos son altamente anisotrópicas lo cual conduce a un comportamiento diferente según la dirección considerada. En el ámbito de la ingeniería, se buscan materiales isotrópicos que ofrezcan las mismas prestaciones independientemente de la dirección considerada. Es por ello, que para suplir o minimizar estos efectos, se trabaje con laminados de material compuesto, que están formados por el apilamiento de diversas láminas o capas con las fibras orientadas en diferentes direcciones, con el fin de alcanzar un comportamiento lo más cercano a la isotropía.

En este artículo se ha llevado a cabo la deducción del módulo elástico de una lámina de material compuesto en la dirección de las fibras o longitudinal (1 ó L) y en la dirección perpendicular o normal a las fibras o transversal (2 ó T). Las expresiones sugieren comportamientos diferentes y con la representación del gráfico de variación de los módulos longitudinal y transversal (E_1 y E_2) en función de la fracción en volumen de fibras, se pone de manifiesto la anisotropía de estas láminas y cómo abordar el proceso de cálculo de las propiedades elásticas.

6. Referencias

[1] Hull, D. "Materiales Compuestos", Ed. Reverté (2003).

[2] Miravete de Marco, A, "Materiales compuestos. Tomo I". Autor-Editor (2000).

[3] Tsai, S. "Diseño y Análisis de Materiales Compuestos", Ed. Reverté (1988).

[4] Gay, D. "Composite Materials: Design and Applications", Ed. CRC Press (2015).

[5] Matthews, F.L., Rawlings, R.D. "Composite Materials, Engineering and Science", CRC Press (1999).