

## 2. ANÁLISIS Y FORMULACIÓN DE CÁLCULO DEL CORTANTE.

### 2.1. INTRODUCCIÓN.

En este capítulo, se van a estudiar las formulaciones que existen actualmente para el cálculo del cortante. No existe una formulación de cálculo específica para el HAC. En este trabajo se comprobará si es válida la formulación del cortante del hormigón tradicional (HT) para el HAC. Para ello, en primer lugar, se va a hacer un estudio de los modelos de comportamiento a cortante del HT. Posteriormente, se explicarán los criterios de cálculo del cortante según las distintas normativas (EHE, EC2, ACI y CM-90).

Se incluirá la formulación que existe actualmente para calcular elementos estructurales de HRF frente a cortante.

### 2.2. ANÁLISIS DEL CORTANTE EN HT.

El comportamiento de una pieza de hormigón armado cuando se considera la actuación del esfuerzo cortante es complejo. En los mecanismos resistentes influyen, además de la forma de la sección, su variación a lo largo de la pieza, la esbeltez de ésta, la disposición de las armaduras longitudinales y transversales, la adherencia entre el acero y el hormigón, el tipo y la situación de las cargas y de los apoyos, etc. No es sencillo incluir todas estas variables en una formulación simple y práctica. Varias teorías han sido propuestas y ninguna puede considerarse como definitiva. Por otra parte, la experimentación existente es todavía insuficiente, por no cubrir todas las combinaciones de los parámetros en juego.

El efecto de las tensiones tangenciales, creadas por el cortante, es el de inclinar las tensiones principales de tracción con respecto a la directriz de la pieza. Para cargas reducidas, estas tensiones de tracción no superan la resistencia a tracción del hormigón, y es fácil calcular el estado tensional. Cuando aumentan las cargas el hormigón se fisura y se produce un complejo reajuste de tensiones entre hormigón y armaduras, que varía conforme la fisuración aumenta hasta llegar a la rotura. Esta puede producirse de diversas formas, que se representan esquemáticamente, para el caso de una viga esbelta, en la *figura 2.1*:

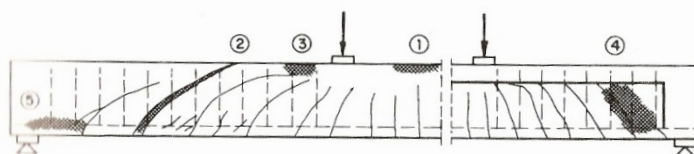


Figura 2.1. Formas de rotura de una viga esbelta. (Rüsch, 1972).

1. **Rotura por flexión pura**, que se produce, en vigas armadas con cuantías normales, al alcanzarse una deformación excesiva de la armadura de tracción,

que origina una subida de la fibra neutra hasta que el hormigón comprimido es incapaz de equilibrar las tracciones. Si la cuantía de la armadura en tracción es alta puede romperse el hormigón sin que la armadura llegue a alcanzar su límite elástico.

2. **Rotura por cortante**, producida por las fisuras inclinadas debidas a las tensiones principales de tracción. Cuando las armaduras transversales de la viga son claramente insuficientes, la zona comprimida de hormigón debe resistir una parte importante del cortante; si éste crece, la fisura progresa hasta el borde superior.
3. **Rotura por flexión y cortante**. Si las armaduras transversales de la viga son ligeramente insuficientes, las fisuras suben más en la zona sometida a flexión y cortante que en la zona en flexión pura, produciéndose una disminución de la capacidad resistente del hormigón comprimido que puede llevar a la rotura aunque el momento no sea máximo.
4. **Rotura por compresión del alma**. Puede producirse en las secciones en T o doble T de alma delgada si las tensiones principales de compresión llegan a superar la resistencia del hormigón.
5. **Rotura por deslizamiento de las armaduras**. Las tensiones de la armadura en tracción crecen del apoyo hacia el centro de la viga. Este aumento, proporcional al esfuerzo cortante, se consigue gracias a las tensiones de adherencia entre hormigón y acero. Si el cortante aumenta y las armaduras longitudinales no están suficientemente ancladas, puede producirse su deslizamiento en las proximidades del apoyo, donde el cortante es máximo.

El objeto del cálculo a cortante es el de proporcionar una seguridad razonable frente a estos distintos tipos de rotura y, al mismo tiempo, mantener la fisuración dentro de los límites admisibles.

Los procedimientos adoptados por las distintas Normas de hormigón para este cálculo admiten, en el caso típico de una viga esbelta, que la contribución de las armaduras transversales es la que resulta de la *analogía de la celosía* de Ritter-Mörsch. La mayor diferencia entre ellos es la forma de considerar la contribución del hormigón. Antiguamente (cálculo clásico en servicio) se suponía que el hormigón trabaja, antes de llegar a la fisuración, sin colaboración de las armaduras, que por su pequeña deformación no llegan a entrar en carga; y que, después de la fisuración, la colaboración del hormigón es despreciable, debiendo confiarse toda la resistencia a las armaduras transversales. Actualmente (cálculo en agotamiento) se admiten, después de la fisuración, fórmulas aditivas en las que a la capacidad resistente de la celosía se añade un término que expresa la contribución del hormigón, la cual se debe a diversos efectos (ver apartado 2.2.1.)

### 2.2.1. Comportamiento a cortante en rotura de vigas sin armaduras transversales.

En el cálculo a rotura por cortante se admite la colaboración del hormigón, resultando una fórmula aditiva que suma la contribución del mismo a la de las armaduras.

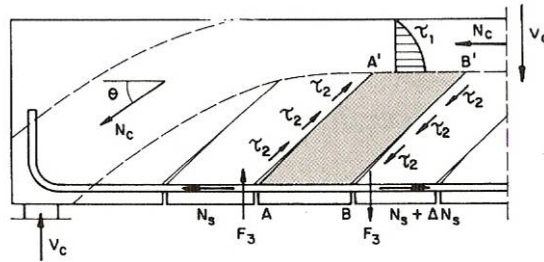


Figura 2.2. Efectos que contribuyen a la resistencia del hormigón a esfuerzo cortante en una sección fisurada (Jiménez Montoya, 2000)

La contribución del hormigón  $V_c$  se basa en varios efectos, que han sido estudiados ensayando hasta rotura vigas sin armaduras transversales, y son, por lo tanto, independientes del efecto de la celosía. Los más importantes y mejor conocidos de estos efectos son los siguientes:

### 2.2.1.1. Resistencia a cortante de la cabeza comprimida

En las piezas a flexión existe una zona superior a la que no llegan las fisuras, y en esta zona (cabeza comprimida) aparecen tensiones tangenciales  $\tau_1$  que contribuyen a resistir el cortante  $V_c$ . Esta resistencia depende de la resistencia del hormigón a tracción  $f_{ct}$  y, por consiguiente, también de la resistencia característica a compresión  $f_{ck}$ .

### 2.2.1.2. Efecto arco

La cabeza comprimida se inclina en las proximidades del apoyo (zona de máximo cortante), por lo que la compresión longitudinal en dicha cabeza,  $N_c$ , tiene una componente vertical  $N_c \cdot \text{sen}\theta$  que contribuye a resistir el cortante  $V_c$ , transmitiéndolo al apoyo. Se forma así en la viga un arco atirantado. Este efecto, por el que se resiste entre el **20%** y el **40%** de  $V_c$  (ACI-ASCE comité 426R, 1974.), dependiendo de la relación entre el canto y la luz de la viga, está fuertemente condicionado por la capacidad de la armadura longitudinal que llega al apoyo y actúa como tirante del arco.

### 2.2.1.3. Efecto de engranamiento de áridos

Las bielas, o zonas de hormigón entre dos fisuras de flexión, son capaces de resistir un cierto esfuerzo cortante. La biela AA'BB' (ver figura 2.2) puede considerarse como una ménsula empotrada en la cabeza comprimida (su sección de empotramiento es la A'B') y sometida a una fuerza  $\Delta N_s$  situada a la altura de la armadura principal. La deformación de la ménsula exige un alargamiento de la fibra A'A y un acortamiento de la B'B. Tanto al alargamiento como al acortamiento se opone el engranamiento de los áridos que cosen entre sí las dos caras de la fisura, produciendo unas tensiones  $\tau_2$ . Este efecto, que cubre del **30%** y el **50%** de  $V_c$  (ACI-ASCE comité 426R, 1974), depende de la fracción de árido grueso y del canto útil de la viga. Para una misma fracción, el efecto es mayor (en términos relativos) en vigas de pequeño canto, placas y losas ( $h=0.20m$ )

que en vigas de grandes cantos ( $h=1m$ ), lo que se tiene en cuenta en el cálculo a través del coeficiente  $\xi$  [\*].

### 2.2.1.3.1. Estudios relevantes acerca del engranamiento de áridos.

En este apartado se van a comentar brevemente dos de los ensayos más relevantes acerca del estudio del engranamiento de áridos. Estos ensayos fueron la base del trabajo realizado acerca del conocimiento del comportamiento a cortante de elementos de hormigón autocompactante, puesto que lo que era objeto de discusión era la menor contribución del engranamiento de áridos en el hormigón autocompactante. La idea de ensayar probetas en “Z” surge de estos estudios.

#### A) Análisis fundamental del engranamiento de áridos (Joost C. Walraven, 1981).

Se desarrolló un modelo matemático que describía el mecanismo de engranamiento de los áridos en las fisuras. El modelo está basado en el comportamiento a nivel de partículas, teniendo en cuenta la deformación de la matriz de cemento endurecido y las fuerzas de fricción entre las partículas de árido y la matriz durante el deslizamiento. Las relaciones entre los desplazamientos entre los lados de las fisuras y las tensiones a lo largo de la fisura están relacionadas con la estructura de las caras de la fisura. Con el modelo se analizó el papel de la distribución de áridos, el tamaño de la partícula de árido, la contribución de las fracciones de árido, y el papel de la deformación y de la fricción a nivel de las partículas.

Se llevaron a cabo ensayos en probetas prefisuradas con barras de diferentes rigideces para el armado exterior.

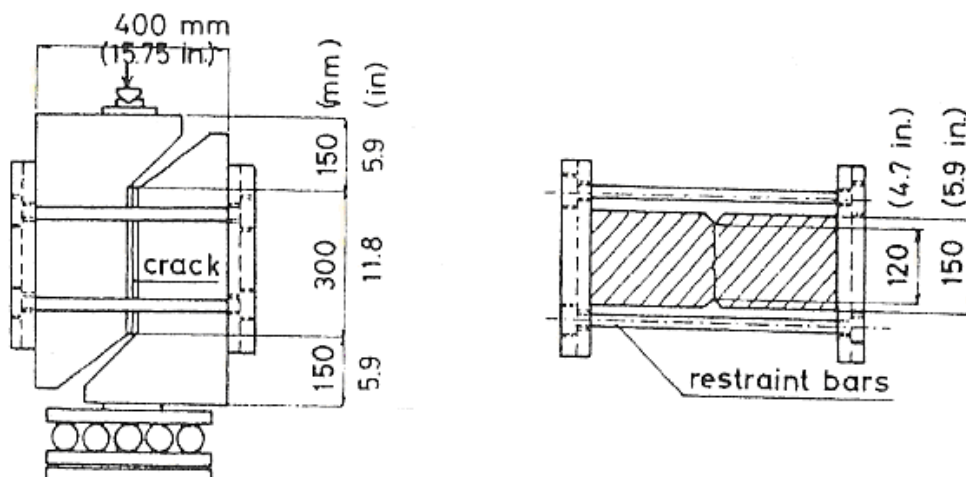


Figura 2.3. Ensayos en probetas con armado externo

Las variables fueron la resistencia del hormigón y su composición, la rigidez del armado exterior y el ancho de fisura inicial. Se ensayaron hormigones con cinco dosificaciones diferentes. Tres de ellas tuvieron el mismo tamaño máximo de árido (16 mm) pero diferente resistencia frente a rotura en probetas cúbicas (13 MPa, 37 MPa y

59 MPa), una tuvo el mayor diámetro máximo de árido (32 mm) y una resistencia de 33 MPa y otra fue de hormigón ligero.

Tras los ensayos se llegaron a las siguientes conclusiones:

a. El mecanismo de engranamiento de áridos sólo puede ser descrito adecuadamente si el esfuerzo normal, el esfuerzo cortante, el ancho de fisura, y desplazamiento de corte están todos implicados.

b. El engranamiento de áridos se caracteriza por dos modos fundamentales de comportamiento: deslizamiento en el área de contacto entre partículas y matriz en los lados opuestos de la fisura y una deformación irreversible de la matriz con un alto esfuerzo de contacto.

c. Los resultados experimentales pueden ser analizados mediante un modelo físico, simplificando las partículas de árido como esferas rígidas de diferentes tamaños, sobresaliendo de un plano de fisura liso, y adoptando una tensión-deformación rígido-plástica para la matriz entre las partículas.

d. Todas las fracciones de las partículas contribuyen cualitativamente de la misma manera en la transferencia de tensiones a través de la fisura; sólo las fracciones que contienen partículas con un diámetro menor que dos veces el ancho de la fisura podrían ser consideradas como inactivas.

e. Por la fricción entre las partículas y la matriz, un coeficiente de fricción,  $\mu=0.4$ , independiente de la calidad del hormigón y del nivel de tensiones, da los mejores resultados. El límite elástico de la matriz, el cual tiene que utilizarse para obtener los mejores resultados, es una función de la resistencia del hormigón.

f. La resistencia de las caras de fisura en contra del desplazamiento por cortante está gobernado en gran medida por la resistencia del hormigón. El tamaño de las partículas de árido juegan un papel secundario.

g. Si la fricción entre las caras de la fisura se redujera, por ejemplo, con aceite, esto resultaría una importante reducción de la resistencia en contra del esfuerzo cortante y un incremento de deformación en el modo de comportamiento.

h. El comportamiento de las fisuras, sujeto a cargas cíclicas, puede venir bien explicado y descrito por un modelo teórico, al menos de una forma cualitativa.

## **B) Fisuras en hormigón sometidas a cortante (Hans W. Reinhardt y Joost C. Walraven, 1982).**

Los ensayos de cortante en probetas fueron llevados a cabo para estudiar la resistencia y las deformaciones de hormigón normal y ligero. Se utilizaron dos tipos de probetas, una con barras de armado embebidas en el hormigón y otra con barras de refuerzo exteriores. En ambas series los resultados experimentales mostraron la dilatación del hormigón fisurado bajo una carga de cortante. Las variables estudiadas fueron: la calidad del hormigón, composición del hormigón, cuantía de armado, diámetro de las barras, ancho de la fisura inicial y la influencia de las cargas repetidas. La calidad del hormigón y la cuantía de armado es lo que más influyó en el comportamiento. Para el caso de las probetas con armado exterior, se establecieron diagramas para mostrar la relación entre esfuerzo cortante, esfuerzo normal, anchura de fisura y desplazamiento por cortante.

Tras los ensayos se llegaron a las siguientes conclusiones:

- a. El engranamiento de áridos en fisuras no es simplemente una relación entre esfuerzo cortante y desplazamiento por cortante, sino que es una interacción entre los desplazamientos normales y de cortante por una parte, además de una relación entre los esfuerzos normales y de cortante.
- b. Los desplazamientos en dirección normal y de corte en fisuras en hormigón armado, sometidas a una fuerza de cortante exterior disminuyen cuando aumenta la cuantía de armado y la resistencia del hormigón. La resistencia última aumenta con altas cuantías de armado y con altas resistencias de hormigón.
- c. Variando la composición del árido, aumentando el tamaño de árido (máximo tamaño de árido 32 mm en lugar de 16 mm o cambiando todas las partículas de árido entre 0.25 y 1 mm) no aparece una influencia significativa en el comportamiento.
- d. Variación de los diámetros de las barras. Si la cuantía de armadura permanece constante no se aprecia una influencia significativa en el comportamiento.
- e. El camino de abertura de fisura (la relación entre el ancho de fisura y el desplazamiento por cortante) para fisuras en hormigón armado sometidas a cargas de cortante no se ve influenciado por la variación de la cuantía de armado entre 0.6-3.4% para la misma calidad del hormigón. Las diferencias entre los caminos de abertura de fisuras para varios hormigones con resistencias medias (20-38 MPa) son insignificantes. Caminos de fisura inclinados fueron observados en hormigones donde la fisura intersectaba a partículas de árido.
- f. Hay una diferencia fundamental entre el comportamiento de las fisuras en hormigón armado y las fisuras que aparecen en el hormigón en masa, las cuales están restringidas por barras de armado exterior. Mientras que el camino de abertura de fisuras para fisuras en hormigón armado es aproximadamente constante, independiente de la cuantía de armado, depende claramente de la rigidez de la restricción externa para fisuras en hormigón simple. Probablemente, esta diferencia de comportamiento es causada por una alteración local de la estructura de la fisura alrededor de las barras de armado embebidas en el hormigón.
- g. Los esfuerzos normal y de cortante en fisuras en hormigón no armado en todos los hormigones puede describirse adecuadamente como una función matemática del ancho de fisura, desplazamiento de corte, y resistencia del hormigón.
- h. Descargando y volviendo a cargar aparece una considerable cantidad de histéresis en las relaciones de esfuerzo cortante o de desplazamiento de corte, indicando una acción debida a la fricción.
- i. Los resultados experimentales pueden ser explicados considerando el comportamiento a nivel de las partículas.

#### 2.2.1.4. Efecto pasador

La biela AA'BB' está también rigidizada por la propia armadura longitudinal, que la atraviesa como el pasador de un cerrojo y la cose, oponiéndose a su deformación mediante unas fuerzas rasantes  $F_3$  análogas a las tensiones  $\tau_2$ . Este efecto cubre del **15%** y el **25%** de  $V_c$  (ACI-ASCE comité 426R, 1974).

En virtud de estos efectos resulta que el hormigón puede resistir, en la situación de rotura, un esfuerzo cortante  $V_{cu}$ , por lo que la resistencia última a cortante  $V_u$  de una pieza con armaduras transversales tendrá dos términos:

$$V_u = V_{cu} + V_{su}$$

de los cuales el primero,  $V_{cu}$ , expresa la capacidad a cortante del hormigón y el segundo,  $V_{su}$ , la de las armaduras transversales. El trabajo en celosía del conjunto hormigón-armaduras transversales no aumenta las tensiones tangenciales en el hormigón, puesto que sólo crea en el mismo compresiones inclinadas según las bielas, mientras las armaduras transversales recogen las tracciones. Únicamente será necesario comprobar que las citadas expresiones no llegan a agotar al hormigón por aplastamiento.

## 2.2.2. Comportamiento a cortante en rotura de vigas con armaduras transversales.

### 2.2.2.1. Generalidades. Analogía de la celosía.

Se va a exponer el mecanismo resistente básico mediante el cual el hormigón y las armaduras soportan conjuntamente el esfuerzo cortante en el caso de más sencillo, una viga de sección constante.

La forma en que la pieza resiste al esfuerzo cortante está condicionada por la disposición que se adopte para las armaduras transversales. Podría parecer que la disposición idónea es la de armaduras que siguen las trayectorias de las tensiones principales o isostáticas de tracción. Esto no es así, en primer lugar, por la complicación que conllevaría; y, además, porque de esa manera se garantizaría el equilibrio (y sólo para una posición de las cargas), pero no la compatibilidad de las deformaciones, ya que las armaduras, para absorber las tensiones que les corresponden, habrían de deformarse considerablemente más que el hormigón, lo cual ocasionaría al fisuración de éste y las consiguientes redistribuciones de tensiones.

La disposición que se adopta generalmente es la de armaduras transversales constituidas por estribos, a los que a veces se añaden barras levantadas. Los estribos son verticales (perpendiculares a la directriz de la viga) o, excepcionalmente, inclinados; y son independientes de las armaduras longitudinales de tracción y compresión, a las que rodean, teniendo un diámetro inferior a las mismas. Las barras levantadas son barras de la armadura en tracción que, allí donde dejan de ser necesarias para resistir el momento flector, se doblan a 45° y se suben hasta la cabeza comprimida para anclarlas o prolongarlas formando parte de la armadura longitudinal de dicha cabeza.

Tanto los estribos como las barras levantadas tienen el mismo cometido: servir de montantes o de diagonales traccionados de una celosía (ver *figura 2.4*), cuyo cordón superior está constituido por la cabeza comprimida del hormigón, el cordón inferior por la armadura en tracción, y las diagonales comprimidas por bielas inclinadas

de hormigón. Estas bielas pueden suponerse rectas, ya que las fisuras lo son aproximadamente, por seguir las isostáticas.

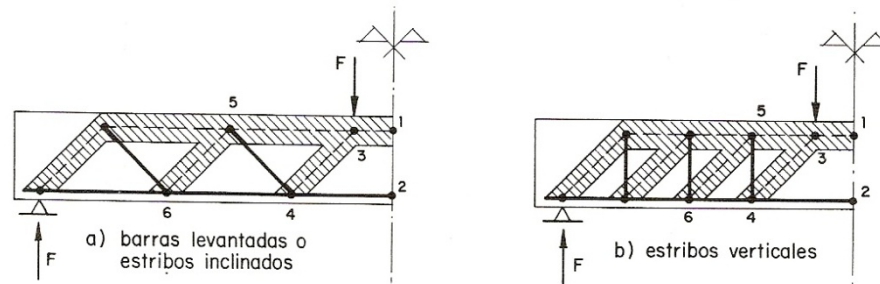


Figura 2.4. Analogía de la celosía de Ritter-Mörsch. (Jiménez Montoya, 2000).

El funcionamiento de este mecanismo de celosía, ideado por Mörsch, es fácil de visualizar. La carga  $F$  se descompone en compresiones en la cabeza 3-1 y en la biela 3-4. La parte transmitida por la biela (cuya componente vertical es igual a  $F$ ), origina a su vez tracciones en la armadura inferior 4-2 y en el montante o diagonal 4-5. Este último recoge, la componente vertical íntegra de la biela (que sigue siendo igual a  $F$ ), y la transmite de nuevo a la cabeza superior, colgándola del nudo 5. En este nudo se produce una descomposición análoga a la explicada, de la que resultan nuevas compresiones sobre la cabeza 5-1 y sobre la biela 5-6. La componente vertical (que resulta ser el esfuerzo cortante) se transmite, desde la carga hasta el apoyo subiendo y bajando de una a otra de las cabezas.

En una viga normal suelen disponerse estribos separados a distancias menores de un canto útil. El mecanismo real, bajo carga repartida, puede considerarse como una superposición de varias celosías de los tipos mencionados.

Para las bielas de hormigón se suponía tradicionalmente una inclinación  $\beta$  de  $45^\circ$  con respecto a la directriz de la viga, pero ensayos de Leonhardt han demostrado que este ángulo puede bajar hasta los  $30^\circ$ , lo que mejora la eficacia a cortante de la armadura transversal. (Jiménez Montoya, 2000).

### 2.2.2.2. Cortante resistido por las armaduras transversales.

Sea un trozo de viga solicitado por un esfuerzo cortante  $V_s$  (figura 2.5) que, en principio, se supone que es resistido exclusivamente por la acción de la celosía. Se supone que las armaduras transversales forman un ángulo  $\alpha$  con la directriz de la viga y que el hormigón está fisurado formando bielas inclinadas un ángulo  $\beta$  con respecto a dicha directriz.



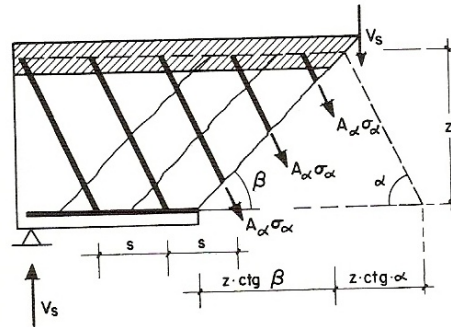


Figura 2.5. Las armaduras transversales deben equilibrar el esfuerzo cortante. (Jiménez Montoya, 2000).

El número de armaduras transversales que cosen cada fisura es:

$$n = \frac{z}{s} \cdot (\cotg\beta + \cotg\alpha) \quad [*],$$

[\*] → Véase Capítulo 7. Anejo de nomenclatura.

El cortante resistido se obtiene proyectando verticalmente el esfuerzo total de las armaduras:

$$V_s = n \cdot A_{\alpha} \cdot \sigma_{\alpha} \cdot s \cdot \text{sen}\alpha \quad [*],$$

Substituyendo se obtiene:

$$V_s = \frac{z}{s} \cdot (\cotg\beta \cdot \text{sen}\alpha + \text{cos}\alpha) \cdot A_{\alpha} \cdot \sigma_{\alpha} \quad [*]$$

Las barras levantadas absorben más cortante que los estribos verticales a iguales áreas y separaciones; a cambio, la longitud de las barras levantadas, en el plano de la viga, es mayor que la de los estribos, y precisamente en la misma proporción ( $\sqrt{2}$ ).

También se observa que se el ángulo  $\beta$  formado por las bielas disminuye, aumenta considerablemente el esfuerzo cortante resistido por los estribos y las barras levantadas, especialmente en el caso de los estribos. (Jiménez Montoya, 2000).

### 2.2.2.3. Compresiones en el hormigón del alma.

Al mismo tiempo que se originan tracciones en las diagonales y montantes, el mecanismo de la celosía da lugar a tensiones de compresión en las bielas de hormigón, siendo necesario comprobar que las mismas no son excesivamente elevadas, lo que originaría su rotura por aplastamiento.

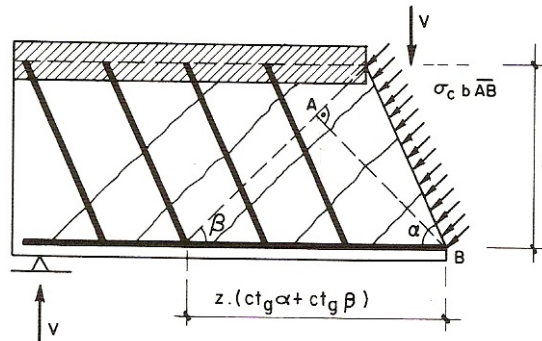


Figura 2.6. Las bielas de hormigón comprimido deben equilibrar al esfuerzo cortante. (Jiménez Montoya, 2000).

Si se considera una sección virtual en el plano de una armadura transversal (Figura 2.6), sobre el hormigón actuará la compresión oblicua  $\sigma_c$ . La proyección sobre la vertical de la resultante de estas compresiones debe equilibrar al cortante  $V$ ; es decir:

$$V = \sigma_c \cdot b \cdot AB \cdot \text{sen} \beta = \sigma_c \cdot b \cdot z \cdot \text{sen}^2 \beta \cdot (\text{cotg} \alpha + \text{cotg} \beta)$$

Despejando  $\sigma_c$  se obtiene:

$$\sigma_c = \tau \cdot \frac{1 + \text{cotg}^2 \beta}{\text{cotg} \alpha + \text{cotg} \beta} \quad [^*],$$

El valor  $\sigma_c$  debe conservarse inferior al máximo admisible; en caso contrario será necesario aumentar las dimensiones de la sección.

Con estribos verticales se obtienen mayores tensiones de compresión en el hormigón que con barras levantadas o que con estribos inclinados. En el caso de vigas de alma esbelta (T o doble T) fuertemente solicitadas a cortante, puede ser conveniente disponer como armadura transversal estribos inclinados. Además, si el ángulo  $\beta$  formado por las bielas disminuye, aumenta la compresión oblicua sobre el hormigón  $\sigma_c$ . (Jiménez Montoya, 2000).

#### 2.2.2.4. Decalaje de la ley de esfuerzos.

Por el trabajo en celosía se modifican los esfuerzos axiales en las cabezas de la viga con respecto a los que se producirían en el trabajo a flexión de la misma, aumentándose los esfuerzos en la armadura de tracción y reduciéndose los existentes en la zona comprimida de hormigón.

En la Figura 2.7, se considera un trozo de viga fisurada, sometido al cortante  $V_s$ . En la sección AA de la misma actúan las fuerzas que aparecen en la figura 2.7. Las armaduras transversales se suponen continuamente distribuidas entre los puntos 1 y 2, por lo cual puede suponerse que la resultante de las fuerzas en las mismas actúa en el punto medio M, a mitad de la altura  $z$ . Esa resultante es una fuerza inclinada en la dirección de las armaduras, de valor  $V_s / \text{sen} \alpha$  y componentes  $V_s$  (vertical) y  $V_s \cdot \text{cotg} \alpha$

(horizontal). Planteando el equilibrio, se obtiene el esfuerzo en la armadura traccionada, a la distancia "a" del apoyo:

$$N_s = \frac{V_s}{z} \cdot \left[ a + \frac{z}{2} \cdot (\cot\beta - \cot\alpha) \right].$$

Al comparar esta expresión con la que se obtendría considerando un trozo de viga sin fisurar:

$$N_s = \frac{V_s}{z} \cdot a ,$$

Resulta que se ha producido un *decalaje de la ley de esfuerzos de la armadura traccionada*, de valor:

$$v = \frac{z}{2} \cdot (\cot\beta - \cot\alpha) .$$

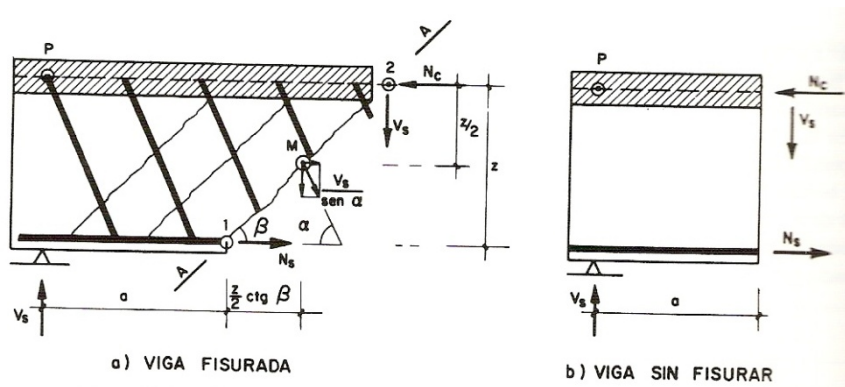


Figura 2.7. Efecto del esfuerzo cortante sobre la armadura longitudinal (efecto decalaje). (Jiménez Montoya, 2000).

En la deducción anterior se ha supuesto que todo el cortante actuante era resistido por la celosía, es decir, que  $V_d=V_s$ . La Instrucción española da, para el decalaje, el valor:

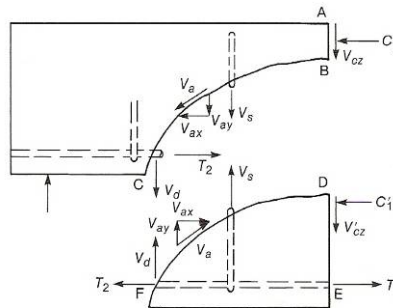
$$v = z \cdot \left[ \cot\beta - \frac{V_s}{2 \cdot V_d} \cdot (\cot\beta + \cot\alpha) \right]$$

obtenido teniendo en cuenta que parte del cortante actuante se resiste por la contribución del hormigón, y por tanto  $V_s < V_d$ . La expresión de la Instrucción española coincide con la obtenida si en ella se pone  $V_s=V_d$ .

En la práctica es frecuente adoptar el decalaje  $v = d \approx 1.15 \cdot z$ . Dicho valor es bastante seguro incluso para valores bajos de  $\beta$  y se justifica teniendo en cuenta que el efecto de la separación  $s$  entre barras transversales (la cual ha sido supuesta igual a cero en la deducción teórica anterior) puede aumentar el decalaje en  $s/2$ .

**2.2.2.5. Influencia de los parámetros a lo largo de la historia de cargas de una viga.**

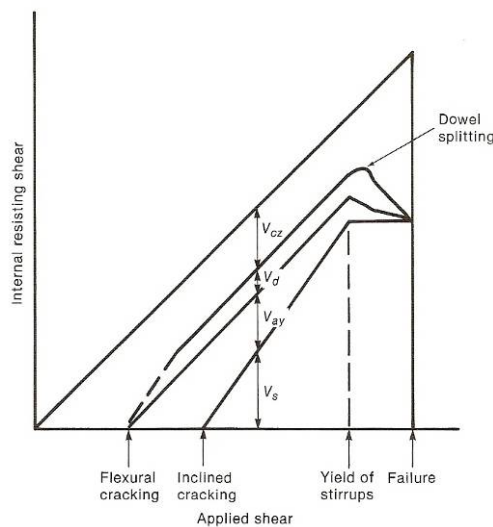
El esquema de las fuerzas en una viga con estribos y con fisura inclinada se muestra en la *figura 2.8*:



*Figura 2.8. Fuerzas internas en una viga fisurada con estribos (McGregor, 2005)*

El cortante transferido por tracción en los estribos,  $V_s$ , no desaparece cuando la fisura se abre, así que siempre actuarán una fuerza de compresión  $C_1'$  y una fuerza de cortante  $V_{cz}'$  actuando en la zona de la viga por debajo de la fisura. Como resultado,  $T_2$  será menor que  $T_1$ , la diferencia depende de la cantidad de armado en el alma de la viga. La fuerza  $T_2$  será, sin embargo, mayor que la tensión debida a la flexión  $T=M/jd$  basado en el momento en C.

La historia de cargas de una viga se muestra cualitativamente en la *figura 2.9* :



*Figura 2.9. Distribución de los cortantes internos en una viga con armado en el alma (ACI-ASCE comité 426R, 1974)*

Las componentes de la resistencia interna del cortante deberán igualar al cortante aplicado, indicado con la línea que está a 45°. Antes de la fisuración por flexión, todo el cortante se lo lleva el hormigón no fisurado. Entre la fisuración por flexión y la fisuración inclinada, el cortante exterior es resistido por  $V_{cz}$ ,  $V_{ay}$ , y  $V_d$ . A

veces, los estribos cruzan la fisura, y  $V_s$  permanece constante para altos valores del cortante aplicado. Después de la plastificación de los estribos, la fisura inclinada se abre más rápidamente. Mientras la fisura se ensancha,  $V_{ay}$  disminuye más, forzando a  $V_d$  y  $V_{cz}$  a incrementarse de un modo acelerado, hasta que tiene lugar la rotura por splitting, la zona comprimida se rompe debido a la combinación de cortante más compresión, o se rompe el alma.

Cada uno de los componentes de este proceso excepto  $V_s$  tiene una respuesta frágil carga-flecha. Como resultado, es difícil de cuantificar las contribuciones de  $V_{cz}$ ,  $V_d$ , y  $V_{ay}$ . En diseño, se agrupan todos juntos en  $V_c$ , referido a algo incorrecto como “*parte del cortante que se lleva el hormigón*”. De este modo, el cortante nominal es asumido como:

$$V_n = V_c + V_s$$

### 2.3. CRITERIOS DE CÁLCULO A CORTANTE DE VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO.

Se van a presentar las distintas formulaciones que existen actualmente para calcular a cortante tanto elementos estructurales de hormigón tradicional como de hormigón reforzado con fibras.

#### 2.3.1. Cálculo a cortante del hormigón tradicional (HT).

A continuación, se van a analizar las formulaciones para el cálculo del esfuerzo cortante en vigas de hormigón armado según los distintos códigos actuales. Los códigos que se van a analizar son: la Instrucción española EHE (la EHE-98, vigente actualmente y la nueva EHE-08 vigente a partir de Diciembre de 2008), el Eurocódigo 2, el código ACI-05 y el código modelo CM-90. El análisis se estructurará de la siguiente manera, en primer lugar se compararán el Eurocódigo y la EHE (98 y 08) por tener formulaciones de cálculo muy similares, teniendo en cuenta que, además la EHE-08 supone un acercamiento al Eurocódigo. Separadamente se analizará el código ACI-05 difiere más de los anteriores, además una diferencia básica entre el ACI y la EHE es que el ACI utiliza un coeficiente de seguridad global que añade al final de los cálculos, mientras que EHE y EC-2 establecen coeficientes de seguridad para las acciones y para los materiales. En último lugar se analizarán las formulaciones del código modelo por tener un planteamiento distinto al resto de códigos.

##### 2.3.1.1. Comparación entre el Eurocódigo (EC-2) y la EHE.

Aunque la presentación y la notación utilizadas son diferentes, las reglas y fórmulas del EC-2 de hormigón para el cálculo a cortante son parecidas a las de la Instrucción Española (EHE). A continuación se exponen de forma resumida, las formulaciones de la EHE y el EC-2 adoptando, para este último, una presentación y notación similares a las de la EHE para facilitar la comparación.

### 2.3.1.1.1. Agotamiento por compresión oblicua del alma

#### A) EHE:

Según la EHE (1998):

$$V_{u1} = K \cdot 0.6 \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot d \cdot \frac{\cot g\theta + \cot g\alpha}{1 + \cot g^2\theta} \quad [*]$$

La EHE-08 introduce algunas modificaciones, resultando lo siguiente:

$$V_{u1} = K \cdot f_{1cd} \cdot b_o \cdot d \cdot \frac{\cot g\theta + \cot g\alpha}{1 + \cot g^2\theta}$$

Donde se dan los siguientes cambios respecto de la EHE anterior:

$f_{1cd}$  = Resistencia a compresión del hormigón.

$$f_{1cd} = 0.60 \cdot f_{cd} \quad \text{para } f_{ck} \leq 60 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{1cd} = (0.90 - f_{ck}/200) \cdot f_{cd} \geq 0.50 \cdot f_{cd} \quad \text{para } f_{ck} > 60 \text{ N/mm}^2$$

K = Coeficiente que depende del esfuerzo axil.

**K = 1.00** para estructuras sin pretensado o sin esfuerzo axil de compresión

$$K = 1 + \frac{\sigma'_{ca}}{f_{ca}} \quad \text{para } 0 < \sigma'_{ca} \leq 0.25 \cdot f_{ca}$$

$$K = 1.25 \quad \text{para } 0.25 \cdot f_{ca} < \sigma'_{ca} \leq 0.50 \cdot f_{ca}$$

$$K = 2.5 \cdot \left(1 - \frac{\sigma'_{ca}}{f_{ca}}\right) \quad \text{para } 0.50 \cdot f_{ca} < \sigma'_{ca} \leq 1.00 \cdot f_{ca}$$

#### B) Eurocódigo:

$$V_{u1} = \eta \cdot f_{cd} \cdot b_o \cdot z \cdot k \cdot \frac{\cot g\theta + \cot g\alpha}{1 + \cot g^2\theta} \quad [*]$$

### 2.3.1.1.2. Agotamiento de piezas sin armadura de cortante.

#### A) EHE:

$$V_{u2} = V_{cu} = [0.12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} - 0.15 \cdot \sigma'_{cd}] \cdot b_o \cdot d \quad [*]$$

**B) Eurocódigo:**

$$V_{u2} = V_{cu} = [\xi \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_l) \cdot \tau_{rd} + 0,15 \cdot \sigma'_{cd}] \cdot b_o \cdot d \quad [*]$$

Los valores de  $\tau_{rd}$  pueden tomarse de la *Tabla 2.1*:

$f_{ck}$	20	25	30	35	40	45	50
$\tau_{rd}$	0,26	0,3	0,34	0,37	0,41	0,44	0,48

*Tabla 2.1. Resistencia característica frente tensión tangencial*

El coeficiente  $\xi$  se tomará igual a la unidad en piezas en las que no llegue hasta los apoyos al menos la mitad de la armadura de tracción máxima; en piezas en las que más de la mitad de la armadura llegue al apoyo puede tomarse:

$$\xi = 1,6 - d \geq 1 \quad (d \text{ en metros})$$

En resumen, las expresiones usadas por el Eurocódigo son distintas de las de la Instrucción española. El coeficiente  $\xi$  depende en ambas del canto  $d$ , pero con fórmulas diferentes; el Eurocódigo exige que al menos la mitad de la armadura de tracción llegue al apoyo y da menores resistencias para cantos bajos. Respecto al efecto de la cuantía  $\rho_l$ , el Eurocódigo da resistencias mayores que la Instrucción española para cuantías bajas y resistencias menores para cuantías medias y altas. Y al aumentar la resistencia del hormigón  $f_{ck}$  crece el término:  $\xi \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_l) \cdot \tau_{rd}$ , en proporción ligeramente superior según el Eurocódigo que según la Instrucción española.

Por otra parte, el Eurocódigo permite aumentar el término:  $\xi \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_l) \cdot \tau_{rd}$ , para cargas concentradas cercanas a los apoyos, multiplicándolo por el factor:

$$\beta = 2,5 \frac{d}{x} \leq 5$$

siendo  $x \leq 2,5d$  la distancia de la carga al paramento del apoyo y  $d$  el canto útil del elemento.

**2.3.1.1.3. Agotamiento de piezas con armaduras de cortante.****A) EHE:****a. Contribución de las armaduras transversales**

$$V_{su} = z \cdot \text{sen} \alpha \cdot (\cot g \alpha + \cot g \theta) \cdot \sum A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d} \quad [*]$$

Y, para el caso habitual de piezas de estructuras de edificación armadas con cercos o estribos normales a la directriz ( $\alpha=90^\circ$ ), situados en planos en los que el área total de estribos es  $A_t$  separados entre sí una distancia  $s_t$ , suponiendo un ángulo de bielas  $\theta=45^\circ$ :

$$V_{su} = \frac{0,9d}{s_t} \cdot A_t \cdot f_{yd} \quad [*]$$

EHE	
EHE 98	EHE 2008
$V_{su} = z \cdot \text{sen } \alpha \cdot (\text{cotg } \alpha + \text{cotg } \theta) \cdot \Sigma A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d}$	

Tabla 2.2.  $V_{su}$ . EHE. (E. Cuenca, 2008)

**b. Contribución del hormigón**

$$V_{cu} = \beta \cdot V_{ad} = [0,10 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} - 0,15 \cdot \sigma'_{cd}] \cdot b_o \cdot d \cdot \beta$$

EHE	
EHE 98	EHE 2008
$V_{rd} = V_d + V_{pd} + V_{cd}$	$V_{rd} \leq V_{u1}$
	$V_{rd} \leq V_{u2}$
$V_{u1} = K \cdot f_{ld} \cdot b_o \cdot d \cdot \frac{\text{cotg } \theta + \text{cotg } \alpha}{1 + \text{cotg}^2 \theta}$	$V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$
$V_{cu} = [0,10 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} - 0,15 \cdot \sigma'_{cd}] \cdot b_o \cdot d$	$V_{cu} = \left[ \frac{0,15}{\gamma_c} \xi (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,15 \sigma'_{cd} \right] b_o d$

Tabla 2.3.  $V_{u1}$  y  $V_{cu}$ . EHE. (E. Cuenca, 2008)

**B) Eurocódigo:**

**a. Contribución de las armaduras transversales**

$$V_{su} = z \cdot \text{sen } \alpha \cdot (\text{cot } \alpha + \text{cot } \theta) \cdot \Sigma A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d}$$

Esta expresión del Eurocódigo coincide con la de la Instrucción española, por lo que también es la misma fórmula correspondiente al caso habitual de piezas de estructuras de edificación armadas con cercos o estribos normales a la directriz ( $\alpha=90^\circ$ ), situados en planos en los que el área total de estribos es  $A_t$  separados entre sí una distancia  $s_t$ , suponiendo un ángulo de bielas  $\theta=45^\circ$ :

$$V_{su} = \frac{0,9d}{s_t} \cdot A_t \cdot f_{yd}$$



EC-2	
EC-2 (2003)	EC-2 (2004)
$V_{Rd} = \min (V_{Rd,s}, V_{Rd,max})$	
$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta)$	
$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot g \theta$ <p style="text-align: right;">Armadura de cortante (vertical)</p>	
$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot g \theta + \cot g \alpha) \cdot \sin \alpha$ <p style="text-align: right;">Armadura de cortante (inclinada)</p>	

Tabla 2.4.  $V_{rd,s}$ . EC2. EHE. (E. Cuenca, 2008)**b. Contribución del hormigón**

$$V_{cu} = [0.17 \cdot \xi \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_l) \cdot f_{ctk0,05} + 0.15 \cdot \sigma'_{cd}] \cdot b_o \cdot d$$

EC-2	
EC-2 (2003)	EC-2 (2004)
$V_{Rd} = V_{Rd,s} + V_{Rd,c}$	
$V_{Rd,c} = \left[ C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d$ <p style="text-align: right;">Contribución del hormigón (elementos sin armadura transversal)</p>	

Tabla 2.5.  $V_{rd,c}$ . EHE. (E. Cuenca, 2008)**2.3.1.1.4. Disposiciones, cuantías y separaciones de estribos.****A) EHE:**

La Instrucción española actual especifica que al menos un tercio de la armadura transversal se disponga en forma de estribos normales a la directriz de la pieza. Su colocación se prolongará en una longitud igual a medio canto más allá de donde dejen de ser teóricamente necesarios. En el caso de los apoyos, se dispondrán hasta el borde de los mismos.

La cuantía mínima de armaduras transversales, en las piezas que las lleven, debe cumplir la condición:

$$\sum \frac{A_{\alpha} f_{y\alpha,d}}{\sin \alpha} \geq 0,02 \cdot f_{cd} \cdot b_o$$

y disponerse en forma de estribos normales a la directriz de la pieza.

La separación  $s_t$  entre planos de cercos o estribos debe cumplir la condición:

$$\begin{array}{ll} s_t \leq 0,8 d \leq 300 \text{ mm} & \text{si } V_{rd} \leq 0,20 V_{ul} \\ s_t \leq 0,6 d \leq 300 \text{ mm} & \text{si } 0,20 V_{ul} < V_{rd} \leq 0,67 V_{ul} \\ s_t \leq 0,3 d \leq 200 \text{ mm} & \text{si } V_{rd} > 0,67 V_{ul} \end{array}$$

### B) Eurocódigo:

El Eurocódigo especifica que al menos la mitad de la armadura transversal se disponga en forma de estribos normales a la directriz de la pieza.

La cuantía mínima de armaduras transversales, en las piezas que las lleven, viene dada por la expresión:

$$\rho_t = \sum \frac{A_\alpha}{b_0 \cdot s_t \cdot \text{sen } \alpha}$$

Se deben cumplir las limitaciones dadas por la *Tabla 2.6.*, en función del tipo de hormigón y acero usados:

Hormigón	Acero B 400S	Acero B 500S
HA-25 y HA-35	0,0013	0,0011
HA-40, HA-45 y HA-50	0,0016	0,0013

*Tabla 2.6. Limitación de cuantías mínimas*

La separación longitudinal  $s_t$  entre planos de cercos o estribos debe cumplir las mismas condiciones exigidas por la Instrucción española:

$$\begin{array}{ll} s_t \leq 0,8 d \leq 300 \text{ mm} & \text{si } V_{rd} \leq 0,20 V_{ul} \\ s_t \leq 0,6 d \leq 300 \text{ mm} & \text{si } 0,20 V_{ul} < V_{rd} \leq 0,67 V_{ul} \\ s_t \leq 0,3 d \leq 200 \text{ mm} & \text{si } V_{rd} > 0,67 V_{ul} \end{array}$$

pero además, el Eurocódigo exige que la separación transversal entre ramas de estribos,  $s_{tr}$ , cumpla las condiciones:

$$\begin{array}{ll} s_{tr} \leq d \leq 800 \text{ mm} & \text{si } V_{rd} \leq 0,20 V_{ul} \\ s_{tr} \leq 0,6 d \leq 300 \text{ mm} & \text{si } 0,20 V_{ul} < V_{rd} \leq 0,67 V_{ul} \\ s_{tr} \leq 0,3 d \leq 200 \text{ mm} & \text{si } V_{rd} > 0,67 V_{ul} \end{array}$$

Esta condición, que no tiene paralela en la Instrucción española, afecta especialmente a las vigas planas- aquellas cuyo ancho es mayor que el canto- y se considera demasiado exigente.

Por otra parte, para limitar la fisuración el Eurocódigo exige respetar las separaciones entre estribos dadas por la *Tabla 2.7*:

$[(V_{rd} - 3V_{cu}) / A_s d] \text{sen } \alpha [N / \text{mm}^2]$	Separación entre estribos (mm)
<50	300
75	200
100	150
150	100
200	50

Tabla 2.7. Separación entre estribos de vigas para el control de la fisuración

La *Tabla 2.7* es la misma que adopta la Instrucción española (Tabla 49.3 EHE).

En cuanto a la separación longitudinal entre planos de barras levantadas, el Eurocódigo exige que no supere el valor:

$$s_{\max} = 0,6d(1 + \cot g \alpha)$$

### 2.3.1.2. DIMENSIONAMIENTO SEGÚN EL CÓDIGO ACI 318-05

Se va a explicar el modo de cálculo a cortante según el código ACI-05, para una mejor comprensión y comparación se han adaptado las formulaciones al sistema internacional de unidades (S.I.), así todos los códigos a comparar están en el mismo sistema de unidades.

En el código ACI, la ecuación básica de diseño para la capacidad de cortante para vigas con vanos de cortante contenidos en regiones B es:

$$\phi \cdot V_n \geq V_u \quad \begin{matrix} [*][1] \\ \text{ACI Ec. 11-1} \end{matrix}$$

La resistencia nominal de cortante es:

$$V_n = V_c + V_s \quad \begin{matrix} [*][2] \\ \text{ACI Ec. 11-2} \end{matrix}$$

Se dice que tiene lugar un fallo por cortante cuando una se alcanza una de las situaciones límite por cortante. En los párrafos siguientes se enumeran los principales estados límite y se describe cómo el código ACI los tiene en cuenta.

#### 2.3.1.2.1. Estados límite de fallo por cortante: Vigas sin armado transversal

Las vigas esbeltas sin armado transversal fallarán cuando aparece la fisuración inclinada o poco después. Por esta razón la resistencia a cortante de estos miembros se toma igual al cortante que provoca dicha fisuración inclinada.

**A) Ecuaciones de diseño para la resistencia a cortante de elementos sin armado transversal.**

En 1962, el ACI-ASCE comité de cortante y tracción diagonal presentaron una ecuación para el cálculo de cortante en vigas con fisuración diagonal sin armadura transversal. Esta ecuación para el rango habitual de variables queda de la siguiente manera:

$$V_c = \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d}{6} = \frac{\sqrt{f'_c} (\text{MPa}) \cdot b_w (\text{mm}) \cdot d (\text{mm})}{6 \cdot 1000} \quad (\text{KN})$$

**2.3.1.2.2. Estados límite de fallo por cortante: Vigas con armado transversal****A) Agotamiento de cortante debido a plastificación de los estribos**

El cortante es transferido a través de la superficie de fisuración por el cortante en la zona de compresión, por la componente vertical del engranamiento de áridos, por el efecto arco y por los estribos. En el código ACI, estas tres componentes forman el  $V_c$  al que llamamos cortante resistido por el hormigón. Por lo tanto la resistencia nominal del hormigón es

$$V_n = V_c + V_s \quad [7]$$

ACI Ec. 11-2

$$[V_s (\text{KN}) \cdot 1000] (\text{N}) = \frac{A_v (\text{mm}^2) \cdot f_y (\text{MPa}) \cdot d (\text{mm})}{s (\text{mm})}$$

Si  $V_u$  supera  $\phi \cdot V_c$  los estribos se diseñarán para cumplir:

$$V_u \leq \phi \cdot V_n \quad [11]$$

ACI Ec. 11-1

Por tanto:

$$s (\text{mm}) = \frac{A_v (\text{mm}^2) \cdot f_y (\text{MPa}) \cdot d (\text{mm})}{[(V_u (\text{KN}) / \phi - V_c (\text{KN})) \cdot 1000] (\text{N})}$$

Esta ecuación sólo es válida para estribos verticales.

Los estribos deben de ser capaces de resistir a cortante. Por esta razón, la ACI da un espaciamiento máximo entre estribos verticales  $s \leq d/2$  o  $s \leq 609.6mm$  Así que cada fisura a 45° será interceptada por al menos 1 estribo.

En la *tabla 2.8* aparece el valor de  $V_s$  para el caso de armadura transversal vertical e inclinada:

ACI 318	
ACI 318-05	ACI 318-08
Armadura de cortante	
$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s}$ (armadura vertical)	
$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot d}{s}$ (armadura inclinada)	

Tabla 2.8.  $V_s$  ACI. (E. Cuenca, 2008)

### B) Agotamiento de cortante debido a fallo del anclaje de estribos

En el caso anterior se asumía que el agotamiento se daba por la plastificación de los estribos, esto es cierto sólo si los estribos están bien anclados. Generalmente el extremo superior de la fisura inclinada se acerca mucho al bloque de compresión de la sección. Al final la tensión en los estribos es muy próxima a  $f_y$  en todos los puntos donde la fisura inclinada intercepta al estribo. La ACI especifica ciertos tipos de ganchos para anclar los estribos.

### C) Fallo debido a ancho excesivo de fisuras (cargas de servicio)

La ACI controla una anchura excesiva de fisura. Para ello limita el cortante máximo que puede transmitirse a los estribos:

$$V_{s,\max} = \frac{2}{3} \cdot \left( \sqrt{f_c'} \cdot b_w \cdot d \right) \quad [\text{KN}]$$

### D) Agotamiento de cortante debido al aplastamiento del alma

Según la analogía de la celosía, existen esfuerzos de compresión en las bielas diagonales del alma de la viga. En vigas de alma estrecha esto podría provocar el aplastamiento del alma. El código ACI limita  $V_s$  ;

$$V_{s,\max} = \frac{2}{3} \cdot \left( \sqrt{f_c'} \cdot b_w \cdot d \right) \quad [\text{KN}]$$

que da seguridad en contra del aplastamiento del alma en vigas de hormigón armado.

### E) Agotamiento de cortante iniciado por fallo en tracción.

La analogía de la celosía muestra que la fuerza de la armadura longitudinal de tracción en el vano de cortante es función del momento flector en la sección localizada a un canto útil ( $d$ ) de la sección de máximo momento. En parte por esta razón, la ACI indica que el armado de flexión se extienda una longitud igual a  $d$  pasado el punto donde deja de ser necesaria (excepto en los apoyos de vanos simples o en los extremos de voladizos).

La excepción de los apoyos en vanos simples y en los extremos libres de los voladizos muestra que es difícil extender las barras en estas posiciones.

$$T_n = \frac{V_u}{\phi} - 0.5 \cdot V_s \quad [13]$$

Donde  $V_s$  es el cortante resistido por los estribos en la cara del apoyo y  $T_n$  es la fuerza de tracción de la barra longitudinal para ser anclada. Frecuentemente hay se colocan más estribos de los estrictamente necesarios por limitación del espaciamiento máximo entre estribos;  $V_s$  podría tener un valor menor que el dado por la ecuación [13] porque la tensión en los estribos podría ser menor que el límite elástico.

Sustituyendo la ecuación [7] en [13]:

$$T_n = 0.5 \cdot \left( \frac{V_u}{\phi} + V_c \right) \quad [14]$$

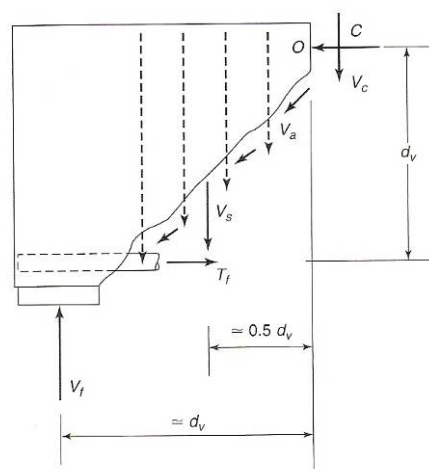


Figura 2.10. Reacciones representadas en una porción de viga

Este requisito se cumple extendiendo la armadura necesaria por flexión una distancia  $d$  más allá de dónde se hace necesaria.

### 2.3.1.2.3. Armadura mínima transversal.

Como el fallo por cortante en una viga sin armado transversal es repentino y frágil, y dado que las cargas de fallo por cortante varían mucho respecto de los valores que nos dan las ecuaciones de diseño, la ACI da una cantidad mínima de armado transversal para ser dispuesta si el cortante  $V_u$  supera la mitad del cortante ponderado de fisuración inclinada,  $\phi \cdot (0.5 \cdot V_c)$ :

$$A_{v,\min} = \frac{0.35 \cdot b_w \cdot s}{f_y} \quad [15]$$

Y una separación máxima de estribos de:

$$s = \frac{A_v \cdot f_y}{0.35 \cdot b_w} \quad [16]$$

### 2.3.1.2.4. Método de diseño interacción fricción-cortante.

Cuando el armado por cortante-fricción es perpendicular al plano del cortante,  $V_n$  vendrá dado por:

$$V_n = A_{vf} \cdot f_y \cdot \mu$$

donde  $\mu$  es el coeficiente de fricción de acuerdo con:

Hormigón colocado monolíticamente	$1,4 \cdot \lambda$
Hormigón colocado sobre hormigón endurecido con superficie rugosa intencionada	$1,0 \cdot \lambda$
Hormigón colocado sobre hormigón endurecido con superficie rugosa no intencionada	$0,6 \cdot \lambda$
Hormigón anclado mediante barras de armado	$0,7 \cdot \lambda$

	$\lambda$
Hormigón normal	1,0
Hormigón de áridos ligeros	0,85
Hormigón ligero	0,75

Tabla 2.9. Valores del coeficiente de fricción  $\mu$

Cuando el armado por cortante-fricción está inclinado respecto del plano del cortante,  $V_n$  vendrá dado por:

$$V_n = A_{vf} \cdot f_y \cdot (\mu \cdot \sin \alpha + \cos \alpha)$$

donde  $\alpha$  es el ángulo entre el armado por fricción-cortante y el plano de cortante.

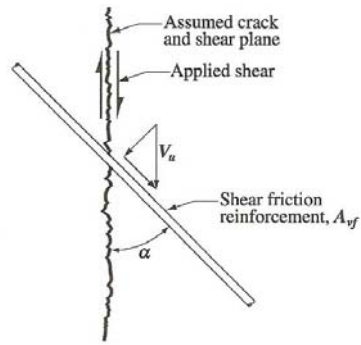


Figura 2.3. Armado Fricción-cortante formando un ángulo  $\alpha$  con la fisura.ACI.

El área de armadura requerida por fricción-cortante es:

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi \cdot f_y \cdot \mu}$$

### 2.3.1.3. DIMENSIONAMIENTO SEGÚN EL CÓDIGO MODELO CEB-FIP 1990 PARA HORMIGÓN ESTRUCTURAL.

#### 2.3.1.3.1. Introducción.

A continuación se expondrá el dimensionamiento a cortante de vigas de hormigón armado, que es el caso que nos ocupa.

#### 2.3.1.3.2. Condiciones para la aplicación de los modelos.

La aplicación de los modelos que se dan a continuación está sujeta a las condiciones siguientes:

- La armadura de tracción debe limitarse (evitando secciones sobreamadas) de modo que:

$$0.0035 \cdot \frac{d-x}{d} > f_{yd} / E_s \quad [1]$$

$$0.0035 \cdot \frac{d-x}{d} > f_{yk} / E_s \lambda_s \quad [2]$$

Los que proporciona un valor  $x/d$  aproximadamente igual a 0.6.

- La cuantía mecánica de la armadura de los estribos no debe ser menor de 0.2, es decir:

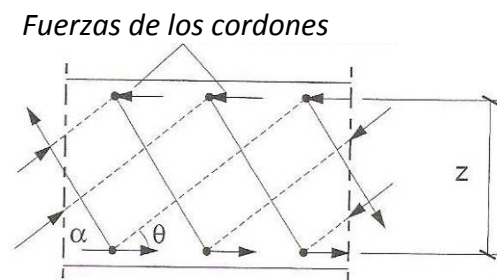
$$\omega_{sw} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yk}}{b_w \cdot s \cdot f_{ctm} \cdot \sen \alpha} \geq 0.2 \quad [3]$$

Donde  $s$  es la separación entre estribos ( $A_{sw}$ ) medida a lo largo del eje de la pieza. Y  $f_{ctm}$  es la resistencia media a tracción.



- El ángulo de inclinación de los estribos respecto al eje de la pieza debe ser por lo menos 45° y la de las barras levantadas por lo menos 30°.
- El espaciamiento de las ramas de los estribos (tanto en dirección longitudinal como transversal) no deberá normalmente superar el menor de los valores  $0.75 \cdot d$  y 800 mm.
- La armadura de cortante debe anclarse adecuadamente a los cordones.

El modelo fundamental de una parte típica del alma de una viga, que resiste solicitaciones de cortante y axiales, se muestra en la *Figura 2.12*. El ángulo  $\theta$  entre la compresión del alma y los cordones se puede elegir libremente dentro de un rango que va desde 45° ( $\text{arccot}1$ ) hasta 18.4° ( $\text{arccot}3$ ).



*Figura 2.12. Modelo del alma*

El empleo de un valor elevado de  $\cot g\theta$  incrementa la tensión en la armadura de cortante en los estados comprendidos entre la fisuración por cortante y el estado límite último, y también eleva la exigencia en la longitud de anclaje de la armadura principal. Las necesidades de control de fisuración pueden por lo tanto, determinar el cálculo de la armadura de cortante, especialmente en piezas de gran longitud, y pueden no permitir valores de  $\cot g\theta$  tan altos como 3. No es aconsejable el empleo de valores altos para  $\cot g\theta$  en piezas sujetas a tracción axial.

La armadura longitudinal de tracción debe, normalmente, estar contenida dentro de la jaula constituida por la ferralla de los estribos.

La resistencia máxima absoluta a cortante, para una sección y una resistencia del hormigón dadas, se obtiene para  $\theta=45^\circ$ .

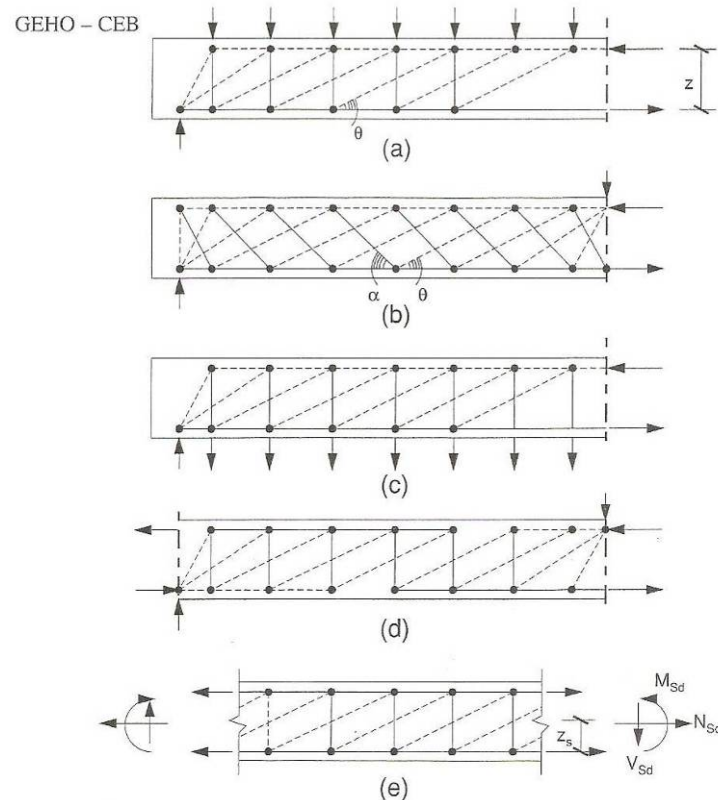
$$V_{Rd,max} = \frac{f_{cd2}}{2} \cdot b_w \cdot z \cdot (1 + \cot g\alpha) \quad [4]$$

Se debe tener en cuenta que si se utiliza armadura de cortante inclinada, pueden aparecer teóricamente valores mayores de  $V_{Rd,max}$  cuando se adopta  $\theta > 45^\circ$ . Sin embargo, la aparición de resistencias mayores no ha sido comprobada experimentalmente todavía.

## 2.3.1.3.3. Dimensionamiento

## A) Cordones paralelos

Los modelos para acciones internas en vigas con cordones paralelos se muestran en la *Figura 2.13*. Los valores del brazo de palanca  $z$  y de la profundidad  $x$  de la zona de compresión, en toda la región en que los momentos de flexión conservan el mismo signo, pueden tomarse igual a los valores de la sección de  $M_{sd}$  máximo.



*Figura 2.13. Modelos para vigas de hormigón armado con cordones paralelos: (a) carga continua superior; (b) carga concentrada; (c) carga continua colgada; (d) viga continua con carga concentrada; (e) zona sometida a momento, cortante y axial.*

Las fuerzas derivadas de los modelos y las comprobaciones exigidas son las siguientes:

## A.1) Cordón de tracción

Fuerza actuante

$$F_{St} = \frac{|M_{sd}|}{z} + N_{sd} \cdot \frac{z - z_s}{z} + \frac{V_{sd}}{2} \cdot (\cot g \theta - \cot g \alpha) \quad [*][5]$$

**A.2.) Cordón de compresión**

$$F_{Sc} = \frac{|M_{Sd}|}{z} - N_{Sd} \cdot \frac{z_s}{z} - \frac{V_{Sd}}{2} \cdot (\cot g \theta - \cot g \alpha) \quad [8]$$

**A.3.) Compresión del hormigón del alma.**

$$F_{Scw} = \frac{V_{Sd}}{\text{sen } \theta} \cdot \left( \frac{\cot g \theta}{\cot g \theta + \cot g \alpha} \right) \quad [11]$$

$$F_{Rcw} = f_{cd2} \cdot b_w \cdot z \cdot \cos \theta \quad [12]$$

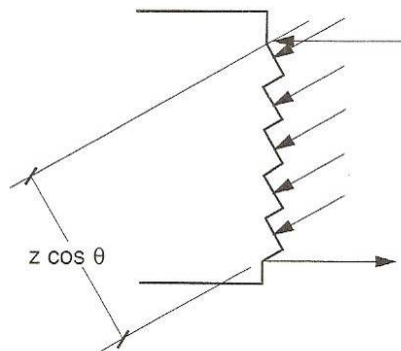


Figura 2.14. Compresión del hormigón del alma

**A.4.) Tracción del acero del alma.**

$$F_{Stw} = \frac{V_{Sd}}{\text{sen } \alpha} \quad [13]$$

$$F_{Rtw} = \frac{A_{Sw} \cdot f_{yd}}{s} \cdot z \cdot (\cot g \theta + \cot g \alpha) \quad [14]$$

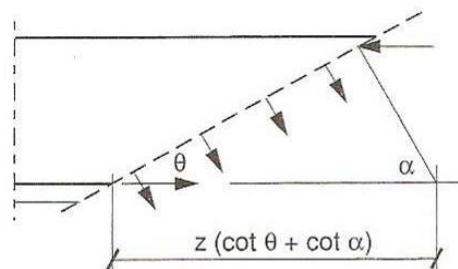


Figura 2.15. Tracción del acero del alma

#### 2.3.1.3.4. Rozamiento hormigón-hormigón.

##### A) Tensiones tangenciales de cálculo

Aunque la resistencia a cortante de las interfaces se debe a tensiones que actúan en las regiones de contacto entre las dos caras, las tensiones tangenciales de cálculo dadas en este apartado deben ser consideradas como una resistencia a cortante media del área total de la interfaz.

##### A.1.) Interfaces lisas

La resistencia a cortante de una interfaz debida al rozamiento hormigón-hormigón puede ser evaluada por medio de la siguiente expresión.

$$\tau_{fu,d} = 0.4 \cdot \sigma_{cd} \quad [18]$$

Donde  $\sigma_{cd}$  es la tensión normal media de compresión en la interfaz debida a las acciones externas y/o al pretensado y calculada teniendo en cuenta los coeficientes  $\gamma_F$  adecuados, correspondientes a los efectos favorables de las acciones permanentes y variables.

##### A.2.) Interfaces rugosas

La resistencia a cortante de una interfaz debida al rozamiento hormigón-hormigón puede calcularse mediante la ecuación.

$$\tau_{fu,d} = 0.40 \cdot f_{cd}^{2/3} \cdot (\sigma_{cd} + \rho \cdot f_{yd})^{1/3} \quad [*][20]$$

#### 2.3.1.3.5. Efecto pasador

Para empezar, decir que este apartado solo es aplicable a pasadores que se colocan antes de hormigonar.

El valor de cálculo de la fuerza máxima que puede transmitirse por una barra de armadura que cruza una interfaz de hormigón (efecto pasador) puede calcularse mediante la ecuación [1], siempre que se cumplan las condiciones geométricas indicadas en la *Figura 2.16*.

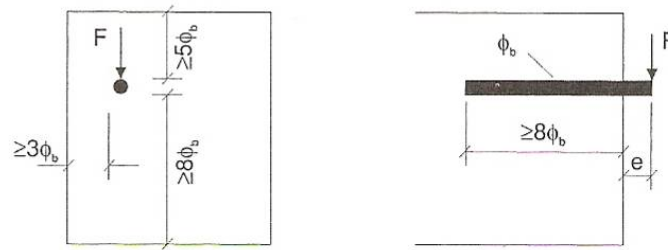


Figura 2.16. Condiciones geométricas

$$F_{ud} = \frac{1.30}{\gamma_{Rd}} \cdot \phi_b^2 \cdot (\sqrt{1 + (1.3 \cdot \varepsilon)^2} - 1.3 \cdot \varepsilon) \cdot \sqrt{f_{cd} \cdot f_{yd} \cdot (1 - \zeta^2)} < A_s \cdot f_{yd} / \sqrt{3} \quad [24]$$

Con

$$\varepsilon = 3 \cdot \frac{e}{\phi_b} \cdot \sqrt{\frac{f_{cd}}{f_{yd}}} \quad [*]$$

### 2.3.2. Cálculo a cortante del hormigón reforzado con fibras de acero (HRF).

En este apartado se comparará la formulación del Anejo de Fibras de la EHE (2008) y la normativa italiana CNR-DT.

#### 2.3.2.1. Comparativa de las formulaciones del Anejo de Fibras de la EHE y la CNR-DT.

Tanto la formulación del Anejo de fibras como la formulación de la CNR-DT tienen su origen en la formulación del código EC-2 para elementos sin armado transversal:

##### A) EC-2:

$$V_{Rd,F} = \left[ \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad [*]$$

##### B) ANEJO FIBRAS (EHE 2008): (Anejo 14. EHE-08)

Dentro del Anejo 14 de la EHE-08, el Artículo 44º, trata el Estado Límite de Agotamiento frente a Cortante, y dice lo siguiente:

Como consideración general se tendrá en cuenta que la contribución de las fibras se deberá tener en cuenta en la capacidad resistente de los tirantes.

Cuando existan barras longitudinales dobladas que sean tenidas en cuenta en el cálculo como armadura de cortante, al menos un tercio de la resistencia a cortante deberá ser provista por la contribución de las fibras de acero y estribos verticales. En

todo caso, la cuantía mínima de la armadura a cortante está establecida y se dispondrá tal como lo marca el punto 44.2.3.4.1. de la presente Instrucción EHE-08.

El esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma vale:

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su} + V_{fu}$$

Donde:

$$V_{cu} = (0.1 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} - 0.15 \cdot \sigma_{cd}) \cdot b_o \cdot d \cdot \beta \quad [*]$$

$$V_{fu} = 0.7 \cdot \xi \cdot \tau_{fd} \cdot b_o \cdot d \quad [*]$$

$$\tau_{fd} = 0.5 \cdot f_{ctR,d} \quad (\text{N/mm}^2) \quad [*]$$

En el caso de secciones en T, se podría tener en cuenta la contribución de las alas a través de un coeficiente  $k_f$  multiplicador en la expresión de  $V_{fu}$ . Este coeficiente puede obtenerse mediante la siguiente expresión:

$$k_f = 1 + n \cdot \left(\frac{b_f}{b_c}\right) \cdot \left(\frac{h_f}{d}\right) \quad \text{con} \quad k_f < 1.5 \quad [*]$$

$$n = \frac{b_f - b_w}{h_f} < 3 \quad \text{y} \quad n < \frac{b_w - b_{w1}}{h_f}$$

En cuanto a las armaduras transversales, la cuantía mínima de refuerzo a cortante, ya sea de Hormigón Reforzado por Fibras de acero y/o estribos verticales se verifica siempre que se cumpla la relación:

$$V_{su} + V_{fu} > \frac{f_{ctm}}{7.5} \cdot b_o \cdot d$$

Y, en cuanto a las armaduras longitudinales, en el caso de estructuras de hormigón reforzado con fibras con función estructural, en lugar de  $V_{su}$  deberá considerarse  $(V_{su} + V_{fu})$  en las expresiones del articulado de la EHE-08.

**C) Normativa Italiana CNR-DT:**

[\*]

$$V_{Rd,F} = \left\{ \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left[ 100 \cdot \rho_1 \cdot \left( 1 + 7.5 \cdot \frac{f_{Ftuk}}{f_{ctk}} \right) \cdot f_{ck} \right]^{\frac{1}{3}} + 0.15 \cdot \sigma_{cp} \right\} \cdot b_w \cdot d$$

La formulación planteada por el Anejo de fibras está basada en la formulación de la normativa Americana Rilem-TC. Dicho Anejo considera que la contribución de las fibras debe tratarse como una contribución más, es decir, deberá sumarse a la contribución del hormigón o del armado transversal en el caso de que este exista. Por otro lado, está la formulación de la CNR-DT que está basada en la tesis de Minelli. La normativa italiana considera la contribución de las fibras dentro de la contribución del hormigón porque consideran que las fibras están repartidas a lo largo de todo el canto de la viga, como si se tratara de barras longitudinales espaciadas tal y como consideraba Imam et al.

Si se analiza la formulación se aprecia que la contribución de las fibras según el Anejo de fibras al esfuerzo cortante no depende de la calidad del hormigón, sino que de la dosificación que se emplee y de la geometría que tenga la viga.

Según la formulación de la CNR-DT la contribución de las fibras dependerá de la cantidad de armado longitudinal, de la resistencia a compresión del hormigón y de la dosificación de las fibras. En la siguiente *tabla 2.10* se recogen, a modo de resumen, las diferencias más significativas entre ambas formulaciones:

	<b>Anejo de fibras EHE-08</b>	<b>CNR-DT</b>
<b>Origen</b>	Adaptación de formulación diseño EC2.	Adaptación de formulación diseño EC2.
<b>Base</b>	Basado en la formulación del Rilem.	Basado en la formulación de Minelli.
<b>Contribución de las fibras</b>	Propone la contribución de las fibras como una contribución más.	Incluye la contribución de las fibras dentro de la contribución del hormigón.
<b>Formulación de la contribución fibras</b>	Contribución depende de la dosificación y de la geometría de la viga.	Contribución depende armado longitudinal, dosificación y $f_{ck}$ .
<b>Resistencia flexotracción</b>	Valor de carga correspondiente con una deformación de 2,5mm.	Valor de carga correspondiente con una deformación de 1,5mm.
<b>Limitación</b>	Valores menos exactos con vigas de gran canto.	Valores menos exactos cuando se trata de HARRF y HPRF.

*Tabla 2.10. Comparativo entre Anejo de fibras y CNR-DT. (A. Beltrán, 2008)*

**2.3.2.2. Minelli y Plizzari. Teorías recientes.**

El Modelo de Minelli de 2005 está basado en una adaptación de la formulación recogida en el Eurocódigo 2 para elementos sometidos a cortante sin armado transversal. En dicho estudio se recogía como la adición de pequeñas dosificaciones de fibras mejoraba notablemente el comportamiento de aquellos elementos de hormigón sin armado transversal.

Estudios más recientes han demostrado que las vigas con un pequeño contenido de fibras ( $30\text{kg/m}^3$ ) permitieron al elemento resistir casi el doble de la carga teniendo un comportamiento dúctil en el estado de fisuración.

Las teorías recientes de Minelli y Plizzari introducen un nuevo parámetro en la formulación de Minelli para considerar la habilidad de las fibras a la hora de controlar la fisuración, manteniendo las fisuras estables.

Los autores plantean la idea, al igual que en su día propuso Imam et al., de que la presencia de las fibras a lo largo de todo el canto de la viga es relevante a la hora de establecer su comportamiento a cortante. Así, se establece un coeficiente que modela la contribución de las fibras como un modificador de la cuantía de armado longitudinal incluyendo en dicho factor las propiedades de las fibras.

Destaca la comparación que dichos autores realizan con el Rilem ya que ambas formulaciones son muy satisfactorias para la mayoría de casos aunque difieren notablemente en los casos extremos, como por ejemplo cuando se emplean hormigones de alta resistencia o vigas pretensadas. En el estudio realizado por los autores se establecen los resultados para 60 ensayos; en el siguiente capítulo se realizará un estudio analítico para saber en que casuísticas difieren ambas normativas.

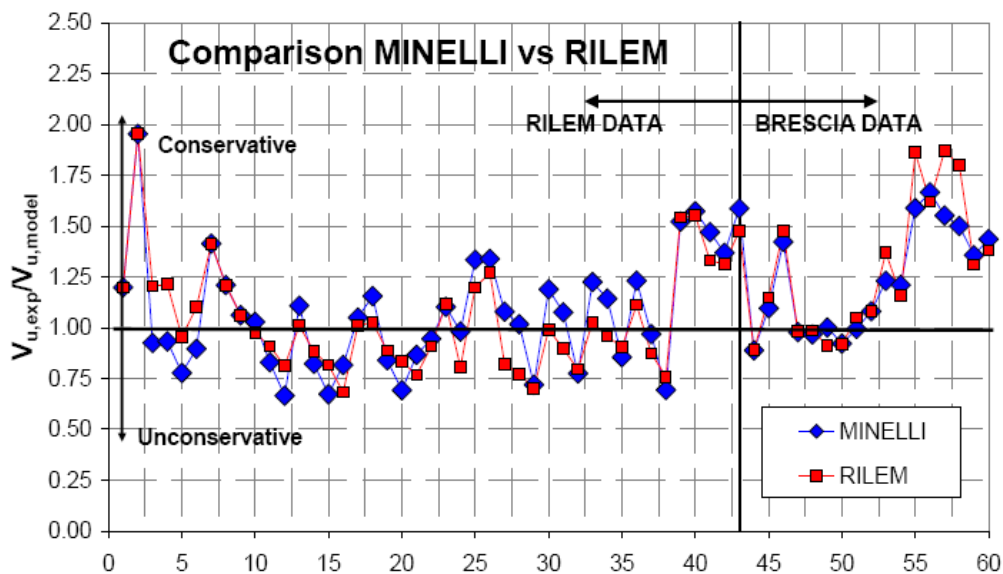


Figura 2.17. Comparación entre el Rilem y Minelli.

### 2.3.2.3. Comparación Anejo de fibras (EHE-08) y CNR-DT.

Se pretende apreciar y cuantificar las diferencias existentes entre las Instrucciones: EHE 1998, que no contempla la inclusión de fibras de acero y EHE 2008 (Anejo de Fibras) y la CNR-DT italiana, que sí que recogen el refuerzo del hormigón con fibras, a la hora del cálculo a cortante. Para ello, A. Beltrán (Beltrán, 2008) realizó un estudio paramétrico que consistía en el cálculo a cortante de una viga de sección en T, y para ese cálculo analizó la influencia de distintas variables: altura y ancho de alma, altura y ancho del ala, ángulo de inclinación de la armadura transversal, cantidad de



armadura de tracción necesaria por cálculo, resistencia característica del hormigón y esfuerzo cortante de cálculo. Se establecieron 3 calidades distintas de fibras para analizar su influencia en los resultados:

- Fibras de Calidad A: Fibras con resistencia residual elevada.
- Fibras de Calidad B: Fibras con resistencia residual media.
- Fibras de Calidad C: Fibras con resistencia residual moderada (baja).

Las conclusiones de este estudio fueron las siguientes:

Desde el punto de vista del armado transversal necesario puede concluirse que dependiendo de la calidad de las fibras, es decir, del contenido de las mismas en el hormigón, una normativa u otra puede ser más o menos conservadora.

Para fibras de calidad tipo A el Anejo: Hormigones con fibras resulta menos conservador que la normativa Italiana para todos los parámetros escogidos en este estudio. Esto quiere decir, que para hormigones con elevado contenido de fibras el armado transversal necesario será menor con la Normativa Española que con la Italiana.

Para fibras de calidad tipo B, es decir, hormigones con contenidos medios de fibras, las normativas serán más o menos conservadoras en función del parámetro que se esté analizando aunque cabe resaltar que las diferencias son mínimas entre ambas normativas. En el caso de estudiar la altura del ala, y el ancho del alma si este es elevado la normativa española será menos conservadora, si en cambio se estudia la altura del alma los resultados con muy parecidos y no habrían diferencias entre ambas normativas, en el resto de casos la normativa española resulta ser más conservadora.

En el caso de las fibras de calidad tipo C, es decir, los hormigones con menor cantidad de fibras, el Anejo: hormigones con fibras será más conservador que la normativa Italiana para todos los parámetros estudiados.

Así, para hormigones con contenido en fibras medios (fibras de calidad tipo B) ambas normativas coincidirán arrojando valores muy parecidos entre sí, las mayores diferencias entre las mismas aparecerán en los casos de aumentar o disminuir notablemente el volumen de fibras del hormigón (fibras de calidad tipo A y C). Esto queda corroborado por el último estudio de Minelli y Plizzari.

## 2.4. CONCLUSIONES

Como hemos podido ver, tanto la EHE, como el EC2 y el CM-90, utilizan coeficientes de seguridad parciales, mientras que, el código ACI hace los cálculos en valores característicos y, al final, los pondera con un coeficiente de seguridad  $\phi$ .

Por otra parte, observad que las únicas normativas que hacen mención directa al efecto pasador y al engranamiento de áridos son el CM-90 y la ACI. Estas normativas

dan fórmulas para cuantificar el engranamiento, pero no intervienen en la formulación de diseño del cortante.

En lo que a formulación de cálculo del HRF se refiere, muchas han sido las campañas experimentales y formulaciones analíticas planteadas a lo largo de los años por los diferentes investigadores para poder predecir la resistencia a cortante de las vigas de HRFA. Algunos de ellos han planteado sus propias ecuaciones a partir de sus experimentos dando lugar a formulaciones empíricas que en la mayoría de casos debido a la corta campaña experimental no son aplicables a otros casos. Otros han modificado las formulaciones de resistencia a cortante en vigas convencionales para incorporar la contribución de las fibras. Pero todos coinciden en que los parámetros que intervienen en el comportamiento a cortante son el volumen, esbeltez y forma de las fibras así como la resistencia a compresión del hormigón, la cuantía de armadura longitudinal y la relación entre la luz de cortante y la profundidad de la fibra neutra.

El uso de hormigones reforzados con fibras de acero está ganando adeptos día a día. Mediante su empleo se puede sustituir total o parcialmente la armadura transversal pudiéndose prefabricar el hormigón sin tener que colocar estribos y reduciendo los costes de ejecución de las obras.

En la mayoría de Códigos de hormigón estructural no existe un Anejo ó Normativa específica que recoja la contribución de las fibras para el diseño de secciones de HRFA por lo que los ingenieros no son capaces de incluir las fibras en sus cálculos y por lo tanto en sus estructuras. Poco a poco se están implantando nuevas normativas como el Rilem TC, la CNR-DT Italiana, ó la nueva EHE con su Anejo: Hormigones con fibras que permitirán incluir las fibras en las estructuras como un elemento de refuerzo más permitiendo expandir así su empleo.

Las diferentes normativas discrepan en su formulación a la hora de definir la contribución de las fibras a la resistencia a esfuerzo cortante. Las normativas Rilem TC y EHE: Anejo de Hormigones con fibras separan la contribución de las fibras como si se tratase de una contribución más. Por otro lado, en oposición a este planteamiento está la Normativa Italiana CNR-DT basada en la tesis de Minelli y su campaña experimental. En dicha normativa se considera que la contribución de las fibras debe estar incluida dentro de la contribución del hormigón a la resistencia a esfuerzo cortante.

Por otro lado, se está empezando a utilizar los hormigones de alta resistencia reforzados con fibras (HARRF). Dichos hormigones se utilizaran principalmente en el control de la propagación de fisuras en vigas donde el la armadura transversal sea sustituida total o parcialmente por las fibras. Estos hormigones también se usaran para la reparación de estructuras. En India se están empezando a implantar sustituyendo las fibras por los estribos, que muchas veces presentan problemas de corrosión por no dejar el recubrimiento mínimo adecuado. Sin embargo cabe destacar que aún no existen formulaciones exactas para predecir la resistencia a cortante de las vigas de HARRF pero se está avanzando mucho en este campo en la actualidad.