

CANCELACIÓN DEL ICI MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS CINCO PESOS

Autor: Oscar Real Mañó

Director: Vicenç Almena Terré

Resumen

Actualmente se está incrementando el uso de las comunicaciones inalámbricas no sólo para ofrecer servicio de voz sino también para la transmisión de paquetes: sistema UMTS, HSDPA, HSUPA, IEEE 802.11, etc.... Cada vez, se intenta proporcionar más capacidad de transmisión a los usuarios con los mismos recursos, por parte de los operadores, e introducir nuevas técnicas para un mejor aprovechamiento del ancho de banda en los equipos, por parte de los suministradores.

Consecuentemente se está intentando incrementar la tasa de bits en una comunicación digital vía radio, donde o el transmisor o el receptor pueden estar en movimiento, o incluso ambos. La técnica que actualmente se utiliza para este tipo de canales es el OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), el cual, es efectiva en entornos radio-móvil.

Un inconveniente de dicho sistema OFDM es que es imposible reducir el ICI sin decrementar el parámetro ϵ_i (frecuencia Doppler normalizada), por consiguiente, una forma de reducir el efecto ICI es aumentar la separación en frecuencia de las subportadoras (o reducir el número de subportadoras en el mismo ancho de banda) con lo que las diferentes subportadoras están más equiespaciadas y por tanto el efecto Doppler es menos acusado. Es decir, si se duplica la separación entre dos subportadoras adyacentes, el parámetro ϵ_i se reduce a la mitad, con lo que el efecto de interferencia entre subportadoras es menor.

En el año 2001, Zhao-Haggman [1], descubrió un sistema que utilizando la mitad de las subportadoras para transmitir información y la otra mitad para adecuar de alguna forma la información que lleva las otras subportadoras se puede reducir aún más la BER para una misma E_b/N_0 y con la misma frecuencia Doppler. En enero de 2005 [2], partiendo del método de Zhao-Haggman, propone un nuevo método genérico para eliminar el ICI pero sin utilizar valores concretos.

En esta tesina se va a exponer otra sistema de cancelar la interferencia entre subportadoras pero parte de la diferencia de que este método con respecto a los anteriores [1] y [2], es que mientras en los ya expuestos

Autor: Oscar Real Mañó, email: osreamaa@doctor.upv.es

Director : Vicenç Almenar, email: valmenar@ocom.upv.es

Fecha de entrega: 01-09-2008

utilizan tres pesos para adecuar los símbolos para reducir el ICI, aquí se expondrá cinco pesos, denominado como el método de los cinco pesos; que posteriormente dicho método se observará que es una generalización del método de Seyedi-Saulnier y de Zhao-Haggman; además, se empleará solo en la parte de transmisión (y no en la parte de transmisión y recepción como utilizan los métodos anteriormente citados) obteniéndose una mayor reducción en la complejidad a la hora de implementar nuestro sistema de cancelación del ICI, ya que el receptor no necesita conocer el algoritmo usado en la parte del transmisor.

Se evaluará la probabilidad de error de símbolo para un sistema OFDM con modulación tanto QPSK como 16QAM y se comparará el método de los cinco pesos con los otros métodos (Seyedi-Saulnier, Zhao-Haggman y el convencional) , donde se concluirá como el sistema propuesto para una modulación tanto QPSK como 16QAM se obtiene una mejor BER que el resto de sistemas.

Otro resultado destacable es que el método de los cinco pesos obtendrá una mejor BER para una modulación 16QAM que la BER obtenida para el método convencional QPSK en un sistema OFDM. El método optimizado utiliza solo la mitad de las portadoras para transmitir la información, y por tanto, sólo utiliza la mitad del ancho de banda, pero al tener mejores prestaciones que un sistema estándar QPSK para una misma frecuencia Doppler, implica que en la realidad los dos sistemas utilizan el mismo ancho de banda efectivo; con lo que el método optimizado para $N/2$ portadoras con modulación 16QAM se consigue una mejor tasa de bits que un sistema QPSK estándar con N portadoras.

Este resultado es bastante relevante ya que implica que con el método optimizado se consigue para un mismo ancho de banda efectivo mejores prestaciones que el método estándar OFDM con modulación QPSK, con lo desaparece el principal inconveniente del método novedoso aquí expuesto, ya que se basada en utilizar sólo las subportadoras pares (dejando a las impares para adecuar la información que se transmitía en las subportadoras pares), pero al utilizar una modulación mayor, en este caso, 16QAM se consigue mejores prestaciones que el método convencional para una modulación más baja de transmisión como es la QPSK.

Abstract

Currently some studies have been proposed seeking a better mitigation behalf on ICI-sel-cancellation for mobile communications using QPSK modulation in an OFDM system. In this paper, a new algorithm based on five weights method will be shown employing both QPSK mapping and 16QAM mapping, and besides, implemented exclusively on the transmissor side reducing its complexity to develop it.

ÍNDICE

I. Introducción	4
II. Respuesta en frecuencia de canal radio-móvil	5
III. Eliminar ICI en OFDM para canal radio-móvil	8
III.1. Método de Zhao-Haggman para la cancelación del ICI.....	8
III.2. Método de Seyedi-Saulnier para la cancelación del ICI.....	10
III.3. Método de cinco pesos para la cancelación del ICI.....	11
III.3.1. Descripción del sistema.....	13
IV. Evaluación de la probabilidad de Error para ICI con modulación QPSK	13
V. Evaluación de la probabilidad de Error para ICI con modulación 16QAM	21
VI. Evaluación de la BER en un sistema OFDM con desvanecimiento Rayleigh	32
VII. Conclusión	37
Referencias	38
Anexos (se debe incluir las publicaciones que el autor tenga relacionada con la tesina y los justificantes de aceptación en el caso que no hayan sido publicadas todavía los artículos/congresos)	39

I. INTRODUCCIÓN AL OFDM.

Recientemente se está intentando incrementar la tasa de bits en una comunicación digital vía radio, donde o el transmisor o el receptor pueden estar en movimiento, o incluso ambos. La técnica que actualmente se utiliza para este tipo de canales es el OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), el cual, es efectiva en entornos radio-móvil.

En una comunicación con terminales móviles es común que se produzca el fenómeno conocido como "fast fading", debido a que el entorno donde se encuentra los terminales son cambiantes tanto en tiempo como en frecuencia dando lugar al efecto multipath, es decir, haciendo que la señal transmitida sufra desvanecimientos rápidos y profundos en el tiempo. Para combatir dicho efecto se emplea la técnica OFDM ya que es muy robusta frente a estas caídas momentáneas de la señal puesto que la información se transmite en el dominio de la frecuencia y no en el tiempo donde dicho fenómeno no es tan acusado. Además se añade un preámbulo para combatir los diferentes retardo que sufre la señal hasta llegar a su destino.

En un sistema OFDM, el ancho de banda disponible es dividido en N partes, o subportadoras, donde contiene la información de la señal que se desea transmitir; después con la IFFT se transforma al dominio del tiempo para ser enviada. A medida que se intenta aumentar la capacidad de transmisión se produce, que manteniendo el mismo ancho de banda, se tenga que utilizar más subportadoras, para así, en un mismo símbolo OFDM se transmita más información en el mismo intervalo de tiempo. El utilizar dicha técnica en entornos donde el transmisor o el receptor están en movimiento se produce un efecto llamado efecto Doppler, produciendo una interferencia entre subportadoras (ICI) ya que existe una desviación de la frecuencia entre el transmisor y el receptor con lo que consecuentemente las subportadoras sufren una pérdida de la ortogonalidad haciendo que la tasa de error por bit se incremente considerablemente y proporcionalmente, mayor cuanto mayor sea dicho efecto Doppler.

Dicho efecto depende de la velocidad del móvil que tiene en el momento que tiene lugar la comunicación como en la cantidad de subportadoras utilizadas a la hora de transmitir la señal. Es decir, cuanto mayor sea la velocidad del móvil y mayor sea el número de subportadoras utilizadas más acusado será el efecto Doppler y por consiguiente mayor será el número de bits erróneos que habrá en un mismo intervalo de tiempo.

El propósito de este proyecto es utilizar técnicas para paliar estos efectos, efecto Doppler y efecto multipath, con el fin de conseguir la mayor capacidad de transmisión para un mismo ancho de banda. Con el fin de llegar a este objetivo primero se presentará unas técnicas que disminuir el efecto ICI producida por el fenómeno.

II. RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL CANAL RADIO-MÓVIL.

En un entorno móvil, la respuesta al impulso debido al efecto multipath y al efecto Doppler es :

$$h(t) = \sum_{i=0}^{M-1} h_i e^{j2\pi f_{d_i}(t-t_i)+\theta_i} \quad (1)$$

donde

M = el número total de contribuciones que llegan al receptor.

f_{d_i} = frecuencia Doppler para la contribución i

θ_i = el desfase que sufre la señal para el camino i .

t_i = el retardo que sufre la señal para el camino i

h_i = la atenuación que sufre la señal para el camino i .

Normalizando la frecuencia Doppler, ϵ_i , como :

$$\epsilon_i = f_{d_i} / \Delta f = f_{d_i} \cdot T \quad (2)$$

entonces se tiene que la frecuencia Doppler normalizada se define como la frecuencia Doppler por la separación de las subportadoras adyacentes.

Utilizando el tiempo en el dominio discreto, se sustituye t por n quedando la respuesta al impulso para un canal radio-móvil como :

$$h[n] = \sum_{i=0}^{M-1} h_i e^{j\frac{2\pi}{N}\epsilon_i(n-n_i)+\theta_i} \quad (3)$$

donde N es el número de subportadoras.

Por consiguiente, la respuesta en frecuencia de dicha respuesta al impulso se obtiene simplemente realizando la transformada rápida de Fourier, quedando :

$$\begin{aligned}
H[k] &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} h_i e^{j\theta_i} e^{j\frac{2\pi}{N}\epsilon_i (n-n_i)} e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \\
H[k] &= \sum_{i=0}^{M-1} h_i e^{j\theta_i} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}n_i \epsilon_i} e^{j\frac{2\pi}{N}(k-\epsilon_i)n} \\
H[k] &= \sum_{i=0}^{M-1} h_i e^{j\theta_i} e^{-j\frac{2\pi}{N}n_i \epsilon_i} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}(k-\epsilon_i)n}
\end{aligned} \tag{4}$$

donde finalmente la respuesta en frecuencia es igual :

$$H[k] = \sum_{i=0}^{M-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}n_i \epsilon_i} h_i e^{j\theta_i} \frac{\sin(\pi(k - \epsilon_i))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(k - \epsilon_i)\right)} e^{-j\frac{\pi}{N}(k-\epsilon_i)(N-1)} \tag{5}$$

Multipath + ICI	Efecto Multipath	Interferencia entre subportadoras (ICI)

A partir de la ecuación (5) se observa que para una frecuencia Doppler igual a cero, es decir, tanto transmisor como el receptor están estáticos, la interferencia entre subportadoras sería nulo, con lo que sólo estaría afectado la señal transmitida por el efecto multipath o fading debido a que al destinatario llegan múltiples contribuciones con distinta fase y distinta amplitud en diferentes instantes de tiempo.

Este efecto, el multitrayecto, se ha modelado estadísticamente, donde en función del entorno donde se lleva la comunicación se ha concluido que sigue una distribución Nakagami (aunque en algunas ocasiones se puede modelar como una distribución Rayleigh o Rice en función de las características del entorno).

Si de la ecuación (5), solo se tiene en cuenta el efecto Doppler, $\epsilon_i \neq 0$, y se considera un desvanecimiento con distribución Rice en el canal móvil con el parámetro K elevado [3], entonces, existe una contribución más dominante que las restantes, por consiguiente, la respuesta en frecuencia del canal puede ser escrito como :

$$H[k] \approx \frac{\sin(\pi(k - \epsilon))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(k - \epsilon)\right)} e^{-j\frac{\pi}{N}(k-\epsilon)(N-1)} = G_k \tag{6}$$

La ecuación (6) corresponde cuando sólo se utilizará una subportadora; si se transmite una serie de símbolos en diferentes subportadoras la señal que se emitiría sería :

$$X_m = \sum_{m=0}^{N-1} S_m \otimes \delta(n - m) \quad (7)$$

donde X_m es la señal transmitida y S_m es el símbolo transmitido en la subportadora m .

Por consiguiente conocido G_k , la señal recibida en recepción en el dominio de la frecuencia sería:

$$Y_m = S_m G_m + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} S_k \otimes G_{m-k} \quad (8)$$

$$G_{m-k} = \frac{\sin(\pi(m-k-\epsilon))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(m-k-\epsilon)\right)} e^{-j\frac{\pi}{N}(m-k-\epsilon)(N-1)}$$

En detección, cuanto se obtiene el símbolo utilizado en la subportadora m , además de dicho valor (señal deseada) también se contamina por la información que contiene las otras subportadoras en ese momento, con lo que la señal recibida en la subportadora m es :

$$Y[m] = S_m \frac{\sin(\pi \epsilon)}{\sin\left(\frac{\pi}{N} \epsilon\right)} e^{j\frac{\pi}{N} \epsilon (N-1)} + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} S_k \frac{\sin(\pi(m-k-\epsilon))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(m-k-\epsilon)\right)} e^{-j\frac{\pi}{N}(m-k-\epsilon)(N-1)} \quad (9)$$

Señal deseada (1)

Interferencia entre subportadoras (ICI) (2)

Si la frecuencia Doppler fuera 0, $\epsilon_i = 0$, entonces la señal deseada (término 1), sería igual al símbolo S_m (transmitido en la subportadora m) y la Interferencia entre subportadoras (término 2) sería 0.

III. ELIMINAR ICI EN OFDM EN UN CANAL RADIO-MÓVIL.

III.1. Método Zhao-Haggman para la cancelación del ICI.

Como se ha visto en el punto anterior (en concreto la ecuación (9)), es imposible reducir el ICI sin decrementar el parámetro ϵ_i (frecuencia Doppler normalizada).

Una forma de reducir el efecto ICI es aumentar la separación en frecuencia de las subportadoras (o reducir el número de subportadoras en el mismo ancho de banda) con lo que las diferentes subportadoras están más equiespaciadas y por tanto el efecto Doppler es menos acusado (2). Es decir, si se duplica la separación entre dos subportadoras adyacentes, el parámetro ϵ_i se reduce a la mitad, con lo que el efecto de interferencia entre subportadoras es menor.

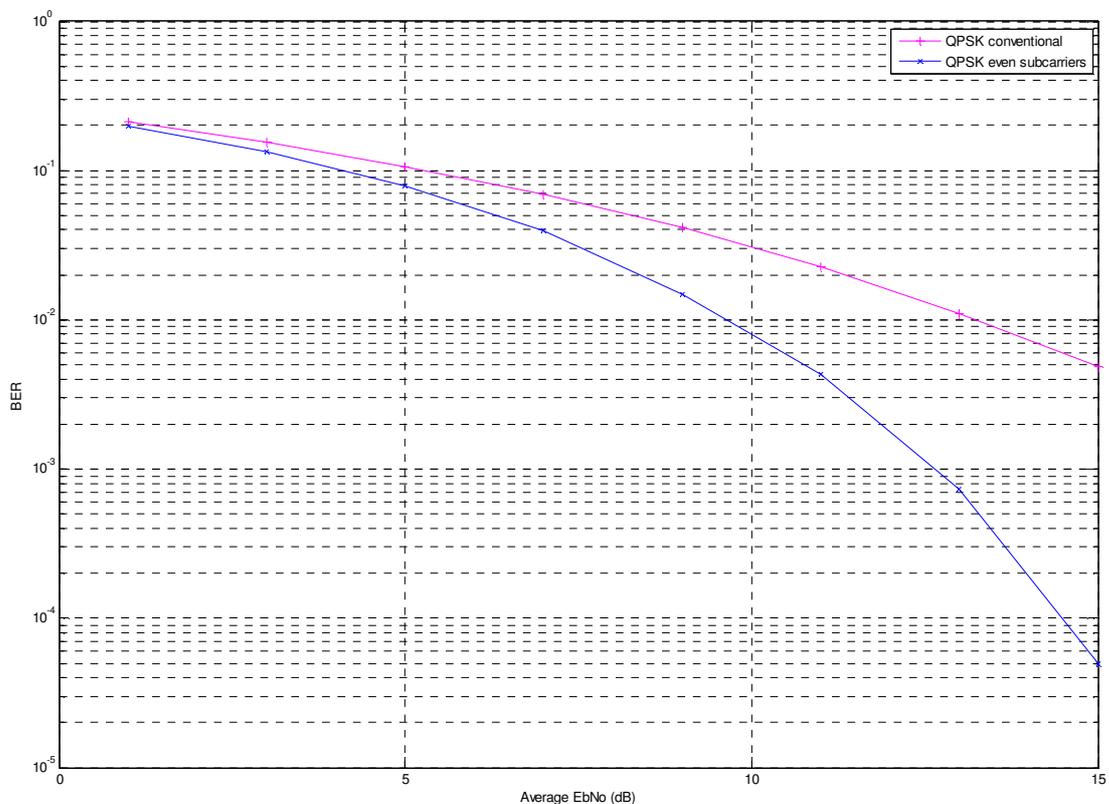


Fig 1. Comparación de sistema de 64 subportadoras (color rosa) y otro sistema de 32 subportadoras (color azul) para un $\epsilon_i = 0.1$ y modulación QPSK con mismo ancho de banda con canal AWGN y ecualización perfecta.

En la figura 1 se observa como para un mismo ancho de banda, si se transmite 64 subportadoras para una misma frecuencia Doppler tiene una BER peor que para otro sistema que utiliza 32 subportadoras para enviar información a través de un sistema OFDM, debido al efecto ICI.

En el año 2001, Zhao-Haggman [1], descubrió un sistema que utilizando la mitad de las subportadoras para transmitir información y la otra mitad de las subportadoras para adecuar de

alguna forma la información que lleva las otras subportadoras se puede reducir aún más la BER para una misma E_bN_0 y con la misma frecuencia Doppler.

El método se basa en utilizar sólo las subportadoras pares para transmitir la información, con lo que realmente sólo se utiliza la mitad del ancho de banda total, y obtener para las subportadoras impares la misma información que lleva las subportadoras pares pero multiplicado por un coeficiente, de tal forma, al final el ICI se reducirá aún más que si no se transmitiera nada en dichas subportadoras. Vease ecuación (10).

$$Y[K] = \begin{cases} X[K] & K \text{ par} \\ -0.5 \cdot X[K-1] - 0.5 \cdot X[K+1] & K \text{ impar} \end{cases} \quad (10)$$

donde $Y[K]$ es la que se hará la IFFT para se transmitida, $y[n]$, donde en recepción se recibida la señal y se hará su FFT y solamente se cogerá las subportadoras pares que es donde se encuentra realmente la información.

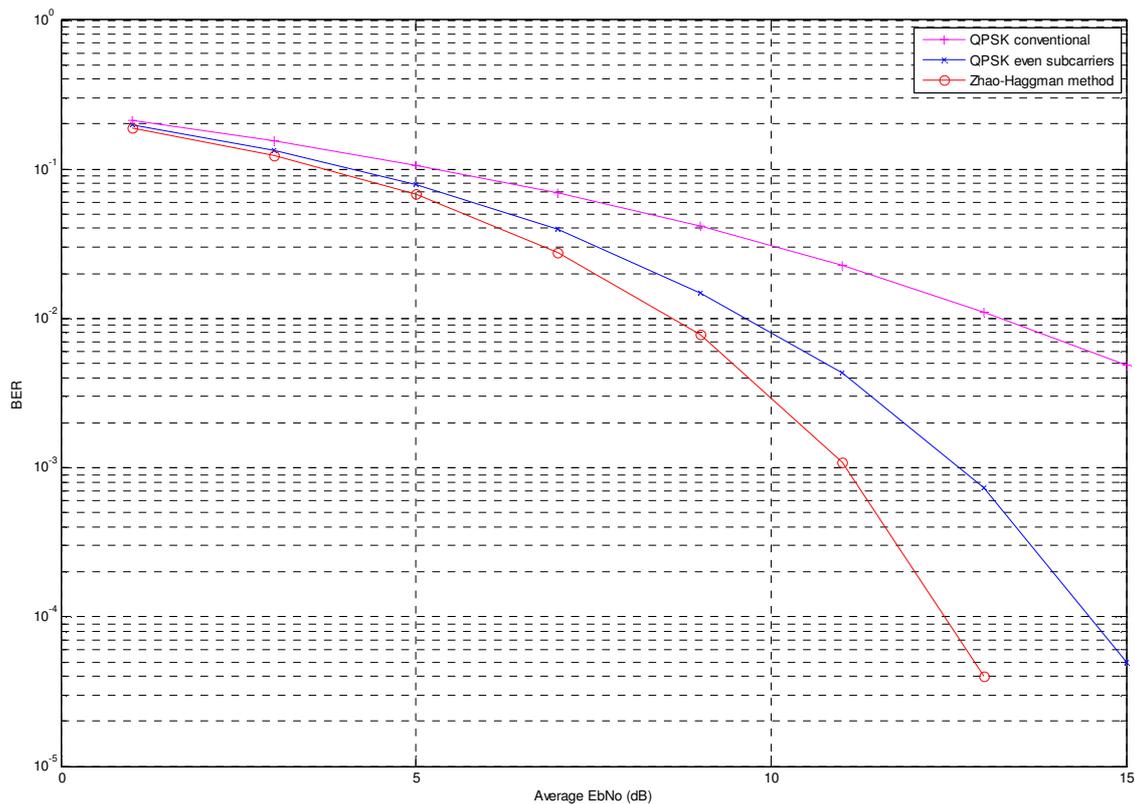


Fig. 2. Comparación de sistema de 64 subportadoras (color rosa) y otro sistema de 32 subportadoras (color azul) y otro de 32 subportadoras utilizando el método Zhao-Haggman (en rojo) para un $\epsilon_i=0.1$ y modulación QPSK con mismo ancho de banda y ecualización perfecta.

En la figura 2, donde se ha añadido el método Zhao-Haggman con 32 subportadoras, se concluye que se obtiene una mejora considerable con respecto al sistema “tradicional de 32 subportadoras”. Cabe recordar que en los 3 sistemas de la gráfica se utiliza el mismo ancho de

banda, con lo que quiere decir, que en el método de 32 subportadoras, solo se utiliza las subportadoras pares dejando las subportadoras impares a cero, mientras que en el método de Zhao-Haggman se utiliza las subportadoras impares para adecuar la información que se transmite en las subportadoras pares con el fin de minimizar la interferencia entre subportadoras.

III.2. Método Seyedi-Saulnier para la cancelación del ICI.

En enero de 2005 [2], partiendo del método de Zhao-Haggman, propone un nuevo método genérico para eliminar el ICI pero sin utilizar valores concretos. Partiendo que $X[k]$ es la señal a transmitir donde solo se inserta los símbolos a transmitir en las subportadoras pares.

$$X_k = \sum_{m=0}^{N-1} s_m \delta(k - 2m) \quad (11)$$

donde s_m es el símbolo a transmitir.

Posteriormente, la señal X_k es filtrado en el dominio del tiempo por una ventana $w[n]$ o convolucionado en el dominio de la frecuencia por W_k , con la siguiente expresión :

$$\begin{aligned} Y_k &= X_k \otimes W_k \\ W_k &= c_1 \cdot \delta(k - \delta_m) + c_0 \cdot \delta(k) + c_1^* \cdot \delta(k + \delta_m) \\ Y_k &= c_1 \cdot X(k - \alpha_m) + c_0 \cdot X(k) + c_1^* \cdot X(k + \alpha_m) \end{aligned} \quad (12)$$

donde

Y_k es la señal a transmitir en el dominio de la frecuencia

c_1, c_0, δ_m son los coeficientes para adaptar la información y reducir el ICI.

c_1^* es el conjugado de c_1 .

En el dominio del tiempo sería :

$$\begin{aligned} y[n] &= x[n] \cdot w[n] \\ w[n] &= c_1 \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}\delta_m n} + c_0 + c_1^* \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}\delta_m n} \\ y[n] &= c_0 x[n] + x[n] \cdot c_1 \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}\delta_m n} + x[n] \cdot c_1^* \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}\delta_m n} \end{aligned} \quad (13)$$

donde $y[n]$ y $x[n]$ son las transformadas inversa de Fourier de Y_k y X_k . Para el caso concreto que :

$$\begin{aligned}c_1 &= -0.5 = c_1^* \\c_0 &= 1 \\ \delta_m &= 1\end{aligned}$$

se tiene que la señal transmitida es :

$$\begin{aligned}y[n] &= x[n] - 0.5 \cdot x[n] \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}n} + 0.5 \cdot x[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}n} \\ Y_K &= -0.5 \cdot X(k-1) + X(k) + 0.5 \cdot X(k+1)\end{aligned}\quad (14)$$

que corresponde con el método Zhao-Haggman, es decir, la ecuación (14) es igual a la ecuación (11), por consiguiente el método de Zhao-Haggman es un caso particular del método de Seyedi-Saulnier.

Para evitar confusión, se desea matizar que ambos métodos expuestos (tanto de Zhao-haggman como de Seyedi-Saulnier), el filtro utilizado es el resultado del filtro utilizado en transmisión y en recepción :

$$W_k = W_{tx}[K] \cdot W_{rx}[K] \quad (15)$$

$$w[n] = w_{tx}[n] \cdot w_{rx}[n]$$

En nuestro caso, dicho filtro, W_k ó $w[n]$, se empleará sólo en la parte del transmisor ya que como se mencionó en el punto 2, se obtiene unos resultados análogos que empleándolo tanto en transmisión como en recepción, con la finalidad de reducir la complejidad de implementación del algoritmo, evitando que el receptor deba conocer el filtro usado en transmisión.

III.3. Método de los cinco pesos para la cancelación del ICI.

En este punto se va a exponer otra sistema de cancelar la interferencia entre subportadoras pero parte de la diferencia de que este método con respecto a los anteriores [1] y [2], es que mientras en los ya expuestos utilizan tres pesos para adecuar los símbolos para reducir el ICI, aquí se expondrá cinco pesos.

En dicho método, tres pesos tendrán la función de aumentar la señal recibida del símbolo transmitido en una subportadora y los otros dos tendrán la función de reducir el ICI que produce dicho símbolo a los otros símbolos transmitidos en otras subportadoras; manteniéndose siempre el mismo ancho de banda.

Para utilizar este método se parte de la base que solo se transmite los símbolos que las subportadoras pares (al igual que el método de Seyedi-Saulnier) :

$$X_k = \sum_{m=0}^{N-1} s_m \delta(k-2m) \quad (16)$$

donde s_m es el símbolo a transmitir.

Posteriormente, la señal X_k es enventanado en el dominio del tiempo por una ventana $w[n]$ o convolucionado en el dominio de la frecuencia por W_k , con la siguiente expresión :

$$Y_k = X_k \otimes W_k$$

$$W_k = c_2 \cdot \delta(k - \delta_{2m}) + c_1 \cdot \delta(k - \delta_m) + c_0 \cdot \delta(k) + c_1^* \cdot \delta(k + \delta_m) + c_2^* \cdot \delta(k + \delta_{2m}) \quad (17)$$

$$Y_k = c_2 \cdot X(k - \delta_{2m}) + c_1 \cdot X(k - \delta_m) + c_0 \cdot X(k) + c_1^* \cdot X(k + \delta_m) + c_2^* \cdot X(k + \delta_{2m})$$

donde

Y_k es la señal a transmitir en el dominio de la frecuencia

$c_2, c_1, c_0, \delta_m, \delta_{2m}$ son los coeficientes para adaptar la información y reducir el ICI.

c^* es el conjugado de c .

En el dominio del tiempo sería :

$$y[n] = x[n] \cdot w[n]$$

$$w[n] = c_2 \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}\delta_{2m}n} + c_1 \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}\delta_m n} + c_0 + c_1^* \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}\delta_m n} + c_2^* \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}\delta_{2m}n} \quad (18)$$

$$y[n] = c_0 x[n] + x[n] \cdot c_1 \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}\delta_m n} + x[n] \cdot c_1^* \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}\delta_m n} + x[n] \cdot c_2 \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}\delta_{2m}n} + x[n] \cdot c_2^* \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}\delta_{2m}n}$$

Si $c_2=0$, entonces el método de los cinco pesos es igual al método de Seyedi-Saulnier, y si además, $c_1=-0.5$ y $\delta_m=1$ entonces dicho método será igual al método de Zhao-Haggman, con lo que dicho método es una generalización de los métodos expuestos.

III.3.1. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA.

En el sistema propuesto, mostrado en la figura 3, en la parte del transmisor se realizará una interpolación por 2 entre cada par de símbolos a transmitir, el cual estará implementado en el bloque “sample-up by 2”. Por lo tanto cada símbolo será insertado en cada subportadora par, mientras que la subportadoras restantes (las impares) estarán puestas a cero. Posteriormente de realizar la transformada inversa de Fourier, bloque IFFT, la señal será prefiltrada a través de un filtro FIR, $w[n]$, cuyo valores vienen determinado por la ecuación (18).

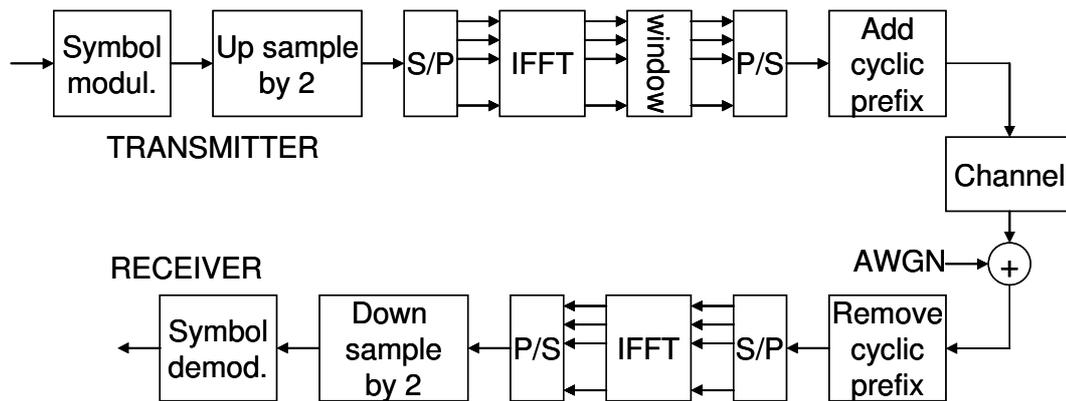


Fig. 3. Diagrama de bloque del sistema del algoritmo propuesto.

En el lado del receptor, una vez el símbolo OFDM ha sido ecualizado en el dominio de la frecuencia, se tomarán los valores de los símbolos los cuales están ubicados en las subportadoras pares, que es donde contiene la información del símbolo transmitido.

IV. EVALUACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE ERROR PARA ICI CON MODULACIÓN QPSK

El objetivo de este punto es obtener una expresión matemática para calcular la interferencia entre subportadoras a partir de una frecuencia Doppler y conociendo el número de subportadoras que se utiliza para un símbolo OFDM con modulación QPSK utilizando cinco pesos.

Para ello se parte del artículo publicado por Beaulieu [4], donde calcula la probabilidad de error producido por interferencias entre símbolos en el dominio del tiempo; lo que se va a hacer es adaptarlo al dominio de la frecuencia para un sistema OFDM, donde la interferencia entre símbolos será interferencia entre subportadoras.

Partiendo que la señal que llega al receptor tiene la forma :

$$Y_m = S_m G_m + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} S_k G_{m-k} + N_m \quad (19)$$

donde S_m es la señal y N_m es la transformada de Fourier de ruido blanco ($n[n]$), el cual, se asume tiene una varianza de $\sigma^2=1$.

La señal se puede expresar como :

$$S_m = (a_m + jb_m)$$

$$G_m = \frac{\sin(\pi(m-\epsilon))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(m-\epsilon)\right)} e^{-j\frac{\pi}{N}(m-\epsilon)(N-1)} \quad (20)$$

$$S_m G_m = (a_m + jb_m) \frac{\sin(\pi(m-\epsilon))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(m-\epsilon)\right)} e^{-j\frac{\pi}{N}(m-\epsilon)(N-1)}$$

En un instante dado, cuando el receptor recibe un símbolo OFDM, debe decidir para una determinada subportadora (ejemplo m) cual es el símbolo que se transmitió. Si solo se tiene en cuenta la parte real de los símbolos transmitidos, la probabilidad media de error será :

$$P_e = \Pr(\text{Re}(Y_m) > 0 | a_m = -1) \quad (21)$$

donde

$$a_m = \text{real}(S_m)_{k=m}$$

entonces se tiene que para $a_m=-1$,

$$\text{Re}(Y_m) = -\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) \quad (22)$$

donde

$$z_m = \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} S_k G_{m-k}$$

haciendo que la pdf de n se escriba como $f()$ y la cdf de n se nombre como $G()$, entonces la probabilidad de error condicionado sobre z (z :es el ICI que provoca el resto de los símbolos) es :

$$P_{e_z} = \Pr(-\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) > 0) \quad (23)$$

$$P_{e_z} = \Pr(\text{Re}(N_m) > \text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m)) = G(\text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m))$$

Si la función de densidad de probabilidad de z se escribe como $f_z(z)$, entonces la ecuación (23) será igual a :

$$P_e = \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(\text{Re}(z_m)) \cdot G(\text{real}(G_m) - \text{Re}(z_m)) dz \quad (24)$$

Asumiendo que $G(x)$ puede ser expresado como una serie de Fourier :

$$G(x) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c_l e^{jlw_o x} + e(x) \quad (25)$$

donde $e(x)$ es un término de error y w_o es la frecuencia angular; partiendo de la ecuación (25) se puede deducir que la cdf del ruido se puede expresar aproximadamente como una serie de Fourier.

Combinando las ecuaciones (24) y (25) :

$$P_e = \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(\text{Re}(z_m)) \left\{ \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c_l \cdot e^{jlw_o(\text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m))} + e(\text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m)) \right\} dz \quad (26)$$

$$P_e = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c_l \cdot e^{jlw_o \text{Re}(G_m)} \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(\text{Re}(z_m)) e^{-jlw_o \text{Re}(z_m)} dz + \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(\text{Re}(z_m)) \cdot e(\text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m)) dz$$

$$\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(\text{Re}(z_m)) \cdot e(\text{real}(G_m) - \text{Re}(z_m)) dz$$

si suponemos que el error cometido, $e(x)$, al pasar el cdf del ruido a una serie de Fourier es prácticamente nulo, entonces $\alpha=0$ y partiendo que :

$$\Phi_z(w_o) = E \left[e^{jw_o \text{Re}(z_m)} \right] \quad (27)$$

$$P_e = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c_l \cdot e^{jlw_o \text{Re}(G_m)} \Phi_z(-lw_o)$$

donde $E[\]$ simboliza la esperanza y $\phi_z(w)$ es la función característica de la variable aleatoria $\text{Re}(z_m)$.

$$z_m = \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} z_k \quad (28)$$

en el cual, z_k toma valores reales de $-G_{m-k}$ o $+G_{m-k}$ con igual probabilidad como valores imaginarios $-jG_{m-k}$ ó $+jG_{m-k}$:

$$G_{m-k} = G(m-k) = \frac{\sin(\pi(m-k-\epsilon))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(m-k-\epsilon)\right)} e^{-j\frac{\pi}{N}(m-k-\epsilon)(N-1)} \quad (29)$$

$$\Phi_Z(w_o) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} \Phi_{z_k}(w_o)$$

con lo que la ecuación (29) queda:

$$\Phi_{z_k}(w_o) = e^{jw_o \operatorname{Re}(G_{m-k} \cdot S_k)} = e^{jw_o (\operatorname{Re}(G_{m-k})\operatorname{Re}(S_k) - \operatorname{Im}(G_{m-k})\operatorname{Im}(S_k))}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{z_k}(w_o) &= \frac{1}{4} e^{jw_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) - \operatorname{Im}(G_{m-k}))} \Big|_{\substack{\operatorname{Im}(S_k)=1 \\ \operatorname{Re}(S_k)=1}} + \frac{1}{4} e^{jw_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) + \operatorname{Im}(G_{m-k}))} \Big|_{\substack{\operatorname{Im}(S_k)=-1 \\ \operatorname{Re}(S_k)=1}} + \\ &+ \frac{1}{4} e^{jw_o (-\operatorname{Re}(G_{m-k}) - \operatorname{Im}(G_{m-k}))} \Big|_{\substack{\operatorname{Im}(S_k)=1 \\ \operatorname{Re}(S_k)=-1}} + \frac{1}{4} e^{jw_o (-\operatorname{Re}(G_{m-k}) + \operatorname{Im}(G_{m-k}))} \Big|_{\substack{\operatorname{Im}(S_k)=-1 \\ \operatorname{Re}(S_k)=-1}} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\Phi_{z_k}(w_o) = \frac{1}{2} [\cos(w_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) - \operatorname{Im}(G_{m-k}))) + \cos(w_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) + \operatorname{Im}(G_{m-k})))]$$

$$\Phi_{z_k}(w_o) = \cos(w_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}))) \cdot \cos(w_o (\operatorname{Im}(G_{m-k})))$$

Donde finalmente la Probabilidad de Error será :

$$P_e = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c_l e^{jlw_o \operatorname{Re}(G_m)} \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} \cos(lw_o \operatorname{Re}(G_{m-k})) \cdot \cos(lw_o \operatorname{Im}(G_{m-k})) \quad (31)$$

A partir de la referencia [4] se concluye que si el ruido tiene distribución gaussiana, entonces la ecuación (31) se puede escribir como :

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{\substack{l=1 \\ l \text{ impar}}}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{l w_o \operatorname{Re}(G_m)}{\sigma_n}\right)}{l} e^{-\frac{l^2 w_o^2}{2\sigma_n^2}} \Phi\left(\frac{-l w_o}{\sigma_n}\right) \quad (32)$$

Utilizando el método de los cinco pesos visto en el punto 3.3, los valores G_{m-k} se pueden escribir como :

$$\begin{aligned}
 G'_{m-k} &= c_0 \cdot G_{m-k} + c_1 \cdot G_{m-k-\delta_1} + c_1^* \cdot G_{m-k+\delta_1} + c_2 \cdot G_{m-k-\delta_2} + c_2^* \cdot G_{m-k-\delta_2} \\
 G_{m-k-\delta} &= \frac{\sin(\pi(m-k-\delta-\epsilon))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(m-k-\delta-\epsilon)\right)} e^{-j\frac{\pi}{N}(m-k-\delta-\epsilon)(N-1)} \\
 G'_m &= c_0 \cdot G_m + c_1 \cdot G_{m-\delta_1} + c_1^* \cdot G_{m+\delta_1} + c_2 \cdot G_{m-\delta_2} + c_2^* \cdot G_{m-\delta_2} \\
 G_{m-\delta} &= \frac{\sin(\pi(m-\delta-\epsilon))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(m-\delta-\epsilon)\right)} e^{-j\frac{\pi}{N}(m-\delta-\epsilon)(N-1)}
 \end{aligned} \tag{33}$$

Con lo que la ecuación de probabilidad de error para un sistema OFDM y modulación QPSK, utilizando solo las subportadoras pares para transmitir la información y el método de los cinco pesos los cuales dichos pesos tomarán valores para disminuir el ICI en las portadoras donde están contenidas los símbolos; se obtiene a partir de la ecuación (32) y (33) como :

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{\substack{l=1 \\ l \text{ impar}}}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{l w_o}{\sigma_n} \text{Re}(G'_m)\right)}{1} e^{-\frac{l^2 w_o^2}{2\sigma_n^2}} \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq m \\ k=\text{par}}}^{N-1} \cos\left(\frac{l \cdot w_o}{\sigma_n} \text{Re}(G'_{m-k})\right) \cdot \cos\left(\frac{l \cdot w_o}{\sigma_n} \text{Im}(G'_{m-k})\right) \tag{34}$$

La probabilidad de error hallada en la ecuación (34), son para valores reales pero dicha fórmula también es válida para los valores imaginarios en un sistema QPSK, por consiguiente, la ecuación calculada se puede generalizar como la probabilidad de error total para un sistema OFDM con modulación QPSK.

En las fórmulas anteriores se ha supuesto una potencia de ruido $\sigma^2=1$, si se desea sacar una relación de P_e con $E_b N_0$, se parte que :

$$E_b N_0 = \left. \frac{E_b}{\sigma_t^2} \right|_{\text{QPSK}} = \frac{2 \cdot N \cdot E_b}{\sigma^2} \tag{35}$$

donde

$$\begin{aligned}
 E_b &= |G'_m|^2 = \text{Re}(G'_m)^2 + \text{Im}(G'_m)^2 \\
 N_m &= N[m] = \text{FFT}_N(\text{Rnn}) = \frac{\sigma_n^2}{N} \\
 \text{Re}(N_m) &= \frac{\sigma_n^2}{2N}
 \end{aligned} \tag{36}$$

con lo que a partir de la ecuación (35) se tiene que la EbNo es :

$$EbNo = \frac{2 \cdot N \cdot \left(\operatorname{Re}(G'_m)^2 + \operatorname{Im}(G'_m)^2 \right)}{\sigma_n^2} \quad (37)$$

A partir de las ecuaciones (33), (34) y (37) se puede poner la probabilidad de error en función la relación de EbNo haciendo $\sigma_n^2=1$, con lo que la ecuación quedaría como :

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{\substack{l=1 \\ l \text{ impar}}}^{\infty} \frac{\sin \left(\frac{1 \cdot w_o}{\sigma_n} \left(\frac{EbNo - \operatorname{Im}(G'_m)^2}{2N} \right)^{1/2} \right)}{1} e^{-\frac{l^2 w_o^2}{2\sigma_n^2}} \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq m \\ k=\text{par}}}^{N-1} \cos \left(\frac{1 \cdot w_o}{\sigma_n} \operatorname{Re}(G'_{m-k}) \right) \cdot \cos \left(\frac{1 \cdot w_o}{\sigma_n} \operatorname{Im}(G'_{m-k}) \right) \quad (38)$$

La probabilidad hallada en la ecuación anterior es la probabilidad de error de la parte real para un sistema QPSK; si se parte de la idea que la transmisión de símbolos son equiprobables se deduce, que la probabilidad de error de la parte imaginaria será igual a la parte real y consecuentemente la probabilidad de error hallada es la probabilidad de error de bit o también conocida como la BER. Por tanto la BER para un sistema OFDM con modulación QPSK es :

$$BER = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{\substack{l=1 \\ l \text{ impar}}}^{\infty} \frac{\sin \left(\frac{1 \cdot w_o}{\sigma_n} \operatorname{Re}(G'_m) \right)}{1} e^{-\frac{l^2 w_o^2}{2\sigma_n^2}} \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq m \\ k=\text{par}}}^{N-1} \cos \left(\frac{1 \cdot w_o}{\sigma_n} \operatorname{Re}(G'_{m-k}) \right) \cdot \cos \left(\frac{1 \cdot w_o}{\sigma_n} \operatorname{Im}(G'_{m-k}) \right) \quad (39)$$

A continuación se ha calculado a partir de la ecuación (39) y (33) los coeficientes c_1, c_2, δ_{m1} y δ_{m2} (tomando siempre para $c_0=1$) para una EbNo=20 dB y una frecuencia Doppler normalizada $\epsilon_i=0.3$; en el cual se ha calculado que la BER mínima para dichas condiciones se obtiene para $c_2=-0.35-0.40j$, $\delta_{m2}=0.83$ y $c_1=-0.25-0.25j$, $\delta_{m1}=0.50$.

En las siguientes figuras, se representa la BER en función de la EbNo cuando existe una frecuencia offset entre el transmisor y el receptor; el oscilador local del receptor es diferente del transmisor con una diferencia igual a $\epsilon_i=(f_{tx}-f_{rx})T$.

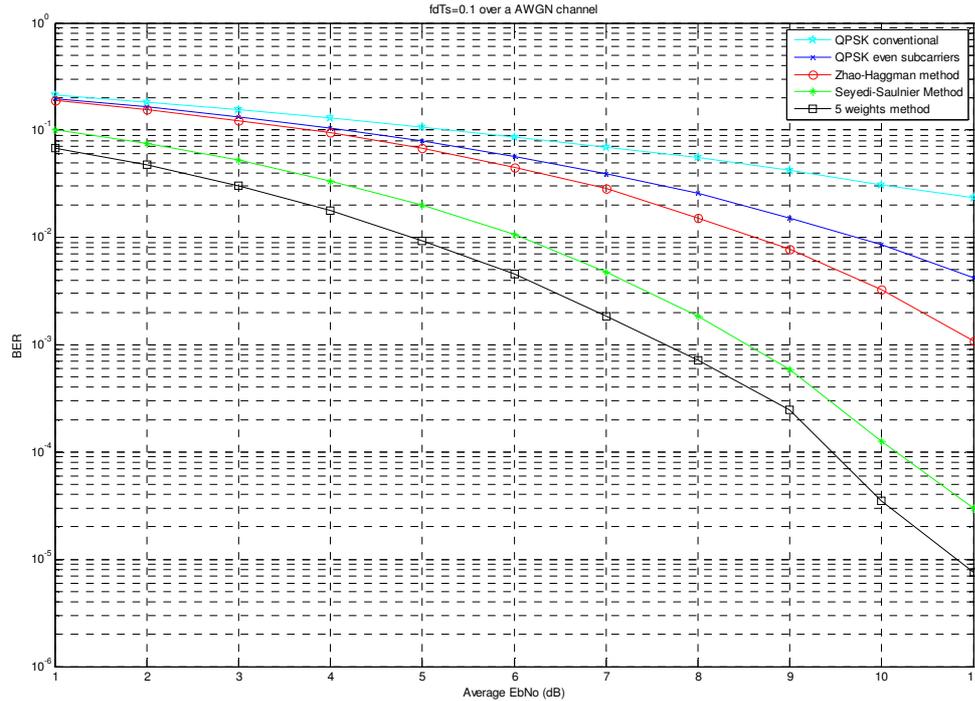


Fig 4. Comparación de sistema de 64 portadores, donde un sistema utiliza solo 32 subportadoras (color azul), otro el método de Zhao-Haggman con 32 subportadoras (en rojo), método Seyedi-Saulnier diseño C [2] (en verde) y el método de 5 pesos con 32 subportadoras para un $\epsilon_i = 0.1$ y modulación QPSK con mismo ancho de banda con detección coherente y con una ecualización perfecta (en negro).

De ahora en adelante se nombrará método optimizado, al que utilizando las ecuaciones (39) y (33) se calcule los valores c_1, c_2, δ_m y δ_{m2} para que dadas unas condiciones de EbNo y frecuencia Doppler se obtenga la menor tasa de bit posible.

A continuación se muestra la figura 5, donde se compara todos los métodos vistos hasta ahora; remalcar que en el método Seyedi-Saulnier [2] para el diseño C, con SIR de 10 dB y $\epsilon_i = 0.45$ donde obtuvo $c_1 = -0.50 - 0.63j$ y $\delta_1 = 0.72$ (el cual también aparece en la figura 4); en el método de 5 pesos que se ha utilizado a través de las fórmulas (39) y (33) se ha partido con EbNo=20 dB, $\epsilon_i = 0.3$, donde se ha obtenido $c_1 = 0.25 - 0.25j$, $\delta_1 = 0.50$ y $c_2 = -0.35 - 0.40j$, $\delta_2 = 0.83$. En la figura siguiente se representa para una $\epsilon_i = 0.3$.

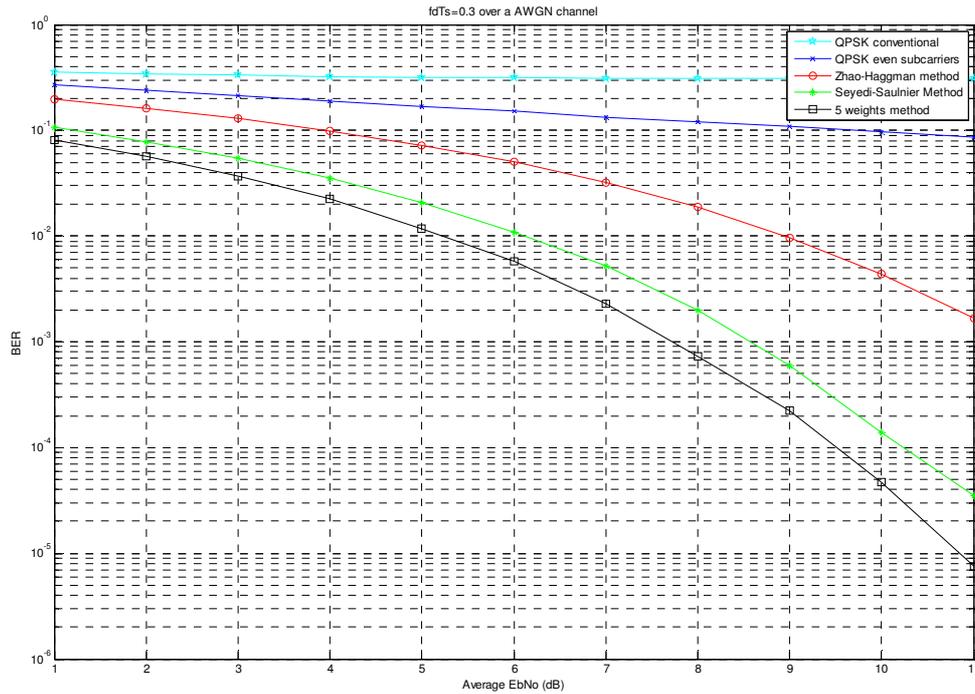


Fig 5. Comparación de sistema de 64 portadores, donde un sistema utiliza solo 32 subportadoras (color azul), otro el método de Zhao-Haggman con 32 subportadoras (en rojo), método Seyedi-Saulnier diseño C (en verde) y el método de 5 pesos con 32 subportadoras (en negro) para un $\epsilon_i = 0.3$ y modulación QPSK con mismo ancho de banda con detección coherente y con una ecualización perfecta.

Se contempla como con nuestro método (5 pesos) se consigue una mejor BER para una misma EbNo que para el resto de métodos representados. Comparando los resultados obtenidos en las figuras 4 y 5, se puede concluir que :

1. Utilizando las subportadoras pares para enviar los símbolos y las impares asignándoles valores en función de las componentes pares se pueden conseguir una BER mayor, que si se deja las subportadoras impares nulas.
2. Para el método de cinco pesos se consigue una BER mejor para un mismo EbNo que con el método de Seyedi-Saulnier y de Zhao-Haggman, donde se parte que las subportadoras de parámetros c_1 y δ_1 consigue una mejor señal de símbolo en recepción, donde, las subportadoras de parámetros c_2 y δ_2 consigue disminuir el ICI de su "subportadora par" a los otros símbolos transmitido en el mismo símbolo OFDM.

V. EVALUACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE ERROR PARA ICI CON MODULACIÓN QAM.

En este punto se va evaluar la probabilidad de error de símbolo para un sistema OFDM con modulación 16-QAM donde finalmente se obtendrá la tasa de error de bit. Para ello se parte que cada símbolo estará compuesto por 4 bits donde 2 bits se transmitirá en fase y los otros dos bits en cuadratura, es decir, el valor de los símbolos serán tanto en la parte real como en la imaginaria de +/- 1 y +/-3. En la figura 6 se muestra la constelación de la modulación 16QAM.

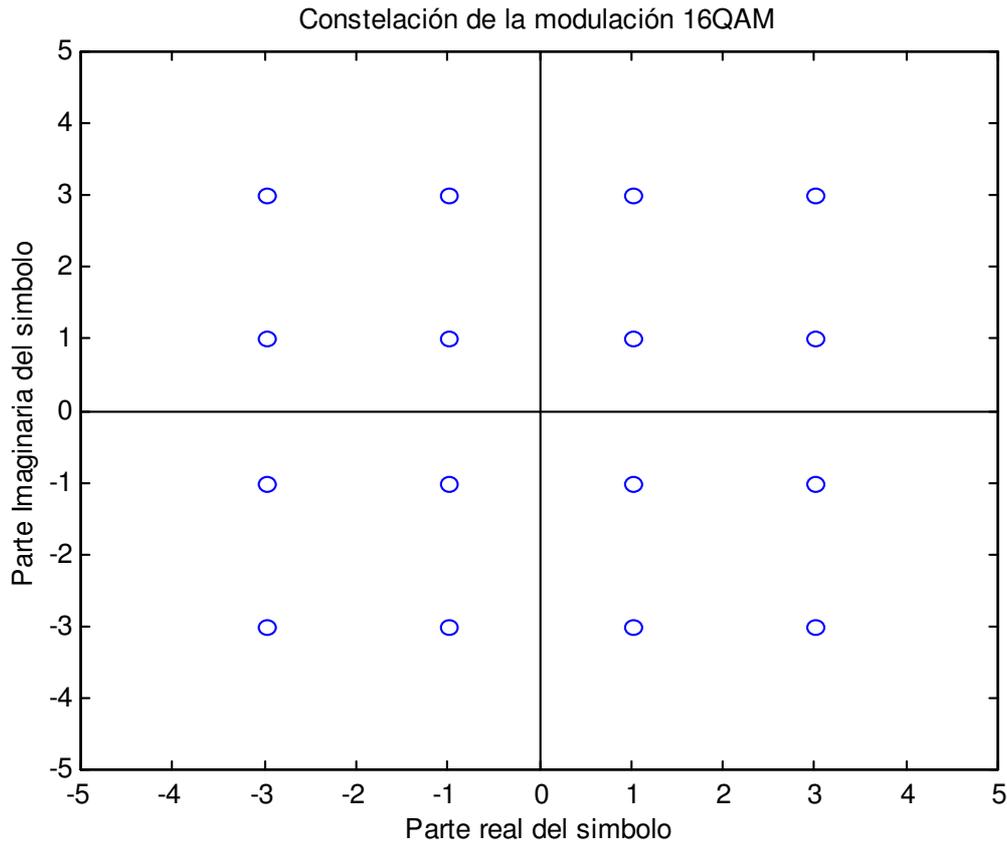


Figura 6. Constelación de una modulación de 16QAM

Para simplificar el problema se partirá del principio que la probabilidad de error de la parte real del símbolo es igual a la parte imaginaria del símbolo y que a su vez, la probabilidad de error de símbolo será igual a la probabilidad de error de la parte real del símbolo para un sistema donde los valores de los símbolos son equiprobables.

$$P_{e_{\text{símbolo}}} = P_{\text{error}_{\text{partereal símbolo}}} = P_{\text{error}_{\text{parteimaginaria símbolo}}} \quad (40)$$

Una vez en este punto, también se tomará como regla de decisión, a la hora de valorar cual fue el símbolo transmitido, la señal recibida en cada subportadora, donde para la subportadora m será:

$$S[m]_{rx} = S_m \cdot G_m$$

$$G_m = \frac{\sin(\pi \epsilon)}{\sin\left(\frac{\pi}{N} \epsilon\right)} e^{j \frac{\pi}{N} \epsilon (N-1)} \quad S_m = (a_m + j b_m) \quad (41)$$

donde S_m es el símbolo transmitido en la subportadora m y G_m es la respuesta del canal, teniendo en cuenta sólo el efecto Doppler (aquí no se tendrá en cuenta el efecto multipath). Por consiguiente, si se desea obtener el valor de la parte real del símbolo transmitido se debe decidir a partir de la fórmula (42) :

$$S_{rx_real} = \text{Re}(S_m \cdot G_m) \quad (42)$$

desarrollando dicho término se obtiene :

$$S_{rx_real} = \text{Re}(S_m \cdot G_m) = \text{Re}(S_m) \cdot \text{Re}(G_m) - \text{Im}(S_m) \cdot \text{Im}(G_m) \quad (43)$$

Si se parte que se desea hallar la probabilidad de error de la parte real del símbolo cuando la parte real del símbolo transmitido sea -1 , cuando el receptor recibe un símbolo OFDM, debe decidir para una determinada subportadora (ejemplo m) cual es el símbolo que se transmitió. Si solo se tiene en cuenta la parte real de los símbolos transmitidos, la probabilidad media de error será (ecuación (44)) :

$$P_e = \Pr\left(\text{Re}(S_m \cdot G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) \geq 0 \mid \text{Re}(S_m) = -1\right) +$$

$$+ \Pr\left(\text{Re}(S_m \cdot G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) < -2 \cdot \text{Re}(G_m) \mid \text{Re}(S_m) = -1\right) \quad (44)$$

$$z_m = \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} S_k \frac{\sin(\pi(m-k-\epsilon))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(m-k-\epsilon)\right)} e^{-j \frac{\pi}{N}(m-k-\epsilon)(N-1)}$$

donde z_m es la interferencia de la subportadora m procedente de las otras subportadoras y N_m es el ruido; desarrollando la fórmula (43) se obtiene

$$S_{rx_real} = \text{Re}(S_m \cdot G_m) = -\text{Re}(G_m) + \text{Im}(S_m) \cdot \text{Im}(G_m) \quad (45)$$

partiendo que los valores de los símbolos son equiprobables, también en la parte imaginaria, entonces la ecuación (43) quedará :

$$\text{Im}(S_m) \cdot \text{Im}(G_m) = \text{Im}(G_m) \cdot \left(\frac{-1-3+3+1}{4}\right) = 0 \quad (46)$$

$$S_{rx_real} = \text{Re}(S_m \cdot G_m) = -\text{Re}(G_m)$$

con lo que partiendo de la ecuación (44) :

$$P_{e\text{Re}(S_m)=-1} = \Pr(-\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) \geq 0) + \Pr(-\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) < -2 \cdot \text{Re}(G_m)) \quad (47)$$

Sabiendo que para dicho sistema la probabilidad de error de la parte real del símbolo para cuando vale -1 de un valor menor a $-2\text{Re}(G_m)$ es igual que la probabilidad de error de la parte real del símbolo para cuando para $+1$ y da un valor superior a $2\text{Re}(G_m)$, es decir :

$$\Pr(-\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) < -2 \cdot \text{Re}(G_m) \mid \text{Re}(S_m)=-1) = (1) \quad (48)$$

$$\Pr(\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) > 2 \cdot \text{Re}(G_m) \mid \text{Re}(S_m)=+1) = (2)$$

$$(1) = (2)$$

Con lo que finalmente la probabilidad de error de la parte real del símbolo transmitido en un sistema OFDM con modulación 16QAM cuando la parte real que se emitió fue -1 será :

$$P_{e\text{Re}(S_m)=-1} = 2 \Pr(-\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) \geq 0) \quad (49)$$

Para el caso que la parte real fuera -3 entonces la probabilidad de error sería :

$$\begin{aligned} P_{e\text{Re}(S_m)=-3} &= \Pr(-3\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) \geq -2\text{Re}(G_m)) = \\ &= \Pr(-\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) \geq 0) \end{aligned} \quad (50)$$

Por consiguiente, sabiendo que la probabilidad que la parte real del símbolo transmitido sea -1 es igual de que sea $+1$ como que sea -3 o bien $+3$, se tiene que la probabilidad media de error para la parte real será (ecuación 51):

$$\begin{aligned} P_{e\text{Re}(S_m)} &= \frac{P_{e\text{Re}(S_m)=-1} + P_{e\text{Re}(S_m)=+1} + P_{e\text{Re}(S_m)=-3} + P_{e\text{Re}(S_m)=+3}}{4} = \frac{P_{e\text{Re}(S_m)=-1} + P_{e\text{Re}(S_m)=-3}}{2} \\ P_{e\text{Re}(S_m)} &= \frac{2 \cdot \Pr(-\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) \geq 0) + \Pr(-\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) \geq 0)}{2} \\ P_{e\text{Re}(S_m)} &= \frac{3}{2} \Pr(-\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) \geq 0) = \frac{3}{2} P_e \end{aligned}$$

Haciendo que la pdf de n se escriba como $f()$ y la cdf de n se nombre como $G()$, entonces la probabilidad de error condicionado sobre z (z es el ICI que provoca el resto de los símbolos) es :

$$\begin{aligned} P_e &= \Pr(-\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) > 0) \\ P_e &= \Pr(\text{Re}(N_m) > \text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m)) = G(\text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m)) \end{aligned} \quad (52)$$

Si la función de densidad de probabilidad de z se escribe como $f_z(z)$, entonces la ecuación (52) será igual a :

$$P_e = \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(\text{Re}(z_m)) \cdot G(\text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m)) dz \quad (53)$$

Asumiendo que $G(x)$ puede ser expresado como una serie de Fourier :

$$G(x) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c_l e^{jlw_0 x} + e(x) \quad (54)$$

donde $e(x)$ es un término de error y w_0 es la frecuencia angular; partiendo de la ecuación (54) se puede deducir que la cdf del ruido se puede expresar aproximadamente como una serie de Fourier.

Combinando las ecuaciones (53) y (54) :

$$P_e = \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(\text{Re}(z_m)) \left\{ \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c_l \cdot e^{jlw_0 (\text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m))} + e(\text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m)) \right\} dz \quad (55)$$

$$P_e = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c_l \cdot e^{jlw_0 \text{Re}(G_m)} \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(\text{Re}(z_m)) e^{-jlw_0 \text{Re}(z_m)} dz + \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(\text{Re}(z_m)) \cdot e(\text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m)) dz$$

$$\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(\text{Re}(z_m)) \cdot e(\text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m)) dz$$

si suponemos que el error cometido, $e(x)$, al pasar el cdf del ruido a una serie de Fourier es prácticamente nulo, entonces $\alpha=0$ y partiendo que :

$$\Phi_z(w_0) = E[e^{jw_0 \text{Re}(z_m)}] \quad (56)$$

$$P_e = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c_l \cdot e^{jlw_0 \text{Re}(G_m)} \Phi_z(-lw_0)$$

donde $E[]$ simboliza la esperanza y $\phi_z(w_0)$ es la función característica de la variable aleatoria $\text{real}(z)$.

$$z_m = \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} z_k \quad (57)$$

en el cual, z_k toma valores reales de $\pm G_{m-k}$ o $\pm 3G_{m-k}$ con igual probabilidad como valores imaginarios $\pm j G_{m-k}$ ó $\pm 3j G_{m-k}$:

$$G_{m-k} = G(m-k) = \frac{\sin(\pi(m-k-\epsilon))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(m-k-\epsilon)\right)} e^{-j\frac{\pi}{N}(m-k-\epsilon)(N-1)} \quad (58)$$

$$\Phi_z(w_0) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} \Phi_{z_k}(w_0)$$

con lo que la ecuación (58) queda:

$$\begin{aligned}
\Phi_{z_k}(w_o) &= e^{jw_o \operatorname{Re}(S_k \cdot G_{m-k})} = e^{jw_o (\operatorname{Re}(S_k)\operatorname{Re}(G_{m-k}) - \operatorname{Im}(S_k)\operatorname{Im}(G_{m-k}))} = [16\text{QAM}] = \\
&= \frac{1}{16} e^{jw_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) - \operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=1+j} + \frac{1}{16} e^{-jw_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) - \operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=-1-j} + \\
&+ \frac{1}{16} e^{jw_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) + \operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=1-j} + \frac{1}{16} e^{-jw_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) + \operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=-1+j} + \\
&+ \frac{1}{16} e^{jw_o 3(\operatorname{Re}(G_{m-k}) - \operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=3+3j} + \frac{1}{16} e^{-jw_o 3(\operatorname{Re}(G_{m-k}) - \operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=-3-3j} \\
&\frac{1}{16} e^{jw_o 3(\operatorname{Re}(G_{m-k}) + \operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=3-3j} + \frac{1}{16} e^{-jw_o 3(\operatorname{Re}(G_{m-k}) + \operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=-3+3j} + \quad (59) \\
&+ \frac{1}{16} e^{jw_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) - 3\operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=1+3j} + \frac{1}{16} e^{jw_o (3\operatorname{Re}(G_{m-k}) - \operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=3+j} + \\
&+ \frac{1}{16} e^{jw_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) + 3\operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=1-3j} + \frac{1}{16} e^{-jw_o (3\operatorname{Re}(G_{m-k}) + \operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=-3+j} + \\
&+ \frac{1}{16} e^{-jw_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) - 3\operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=-1-3j} + \frac{1}{16} e^{-jw_o (3\operatorname{Re}(G_{m-k}) - \operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=-3-j} \\
&+ \frac{1}{16} e^{-jw_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) + 3\operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=-1+3j} + \frac{1}{16} e^{jw_o (3\operatorname{Re}(G_{m-k}) + \operatorname{Im}(G_{m-k}))} |_{S_k=3-j}
\end{aligned}$$

desarrollando la ecuación (59) :

$$\begin{aligned}
\Phi_{z_k}(w_o) &= \frac{4}{16} \cos(w_o \operatorname{Re}(G_{m-k})) \cdot \cos(w_o \operatorname{Im}(G_{m-k})) + \frac{4}{16} \cos(w_o 3\operatorname{Re}(G_{m-k})) \cdot \cos(w_o 3\operatorname{Im}(G_{m-k})) + \\
&+ \frac{2}{16} \cos(w_o (3\operatorname{Re}(G_{m-k}) - \operatorname{Im}(G_{m-k}))) + \frac{2}{16} \cos(w_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) - 3\operatorname{Im}(G_{m-k}))) + \\
&+ \frac{2}{16} \cos(w_o (\operatorname{Re}(G_{m-k}) + 3\operatorname{Im}(G_{m-k}))) + \frac{2}{16} \cos(w_o (3\operatorname{Re}(G_{m-k}) + \operatorname{Im}(G_{m-k})))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_z(w_o) &= \frac{1}{4}(\cos(w_o \operatorname{Re}(G_{m-k})) \cdot \cos(w_o \operatorname{Im}(G_{m-k}))) + \frac{1}{4}(\cos(w_o 3 \operatorname{Re}(G_{m-k})) \cdot \cos(w_o 3 \operatorname{Im}(G_{m-k}))) + \\ &+ \frac{1}{4}(\cos(w_o 3 \operatorname{Re}(G_{m-k})) \cdot \cos(w_o \operatorname{Im}(G_{m-k}))) + \frac{1}{4}(\cos(w_o \operatorname{Re}(G_{m-k})) \cdot \cos(w_o 3 \operatorname{Im}(G_{m-k}))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_z(w_o) &= \frac{1}{4} \cos(w_o \operatorname{Re}(G_{m-k})) (\cos(w_o \operatorname{Im}(G_{m-k})) + \cos(w_o 3 \operatorname{Im}(G_{m-k}))) + \\ &+ \frac{1}{4} \cos(w_o 3 \operatorname{Re}(G_{m-k})) (\cos(w_o \operatorname{Im}(G_{m-k})) + \cos(w_o 3 \operatorname{Im}(G_{m-k}))) \end{aligned}$$

$$\Phi_{z_k}(w_o) = \frac{1}{2} \cos(w_o \operatorname{Im}(G_{m-k})) \cdot \cos(w_o 2 \operatorname{Im}(G_{m-k})) (\cos(w_o \operatorname{Re}(G_{m-k})) + \cos(w_o 3 \operatorname{Re}(G_{m-k})))$$

$$\Phi_{z_k}(w_o) = (\cos(w_o \operatorname{Im}(G_{m-k})) \cdot \cos(w_o 2 \operatorname{Im}(G_{m-k}))) \bullet (\cos(w_o \operatorname{Re}(G_{m-k})) \cdot \cos(w_o 2 \operatorname{Re}(G_{m-k})))$$

donde a partir de la ecuación (56) y (59) se obtiene :

$$\Phi_z(w_o) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} (\cos(w_o \operatorname{Im}(G_{m-k})) \cdot \cos(w_o 2 \operatorname{Im}(G_{m-k}))) \bullet (\cos(w_o \operatorname{Re}(G_{m-k})) \cdot \cos(w_o 2 \operatorname{Re}(G_{m-k}))) \quad (60)$$

donde finalmente la Probabilidad de Error será :

$$\begin{aligned} P_e &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} c_l e^{j l w_o \operatorname{Re}(G_m)} \cdot \Phi_z(-l w_o) \\ \Phi_z(-l w_o) &= \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} (\cos(l w_o \operatorname{Im}(G_{m-k})) \cdot \cos(l w_o 2 \operatorname{Im}(G_{m-k}))) \bullet (\cos(l w_o \operatorname{Re}(G_{m-k})) \cdot \cos(l w_o 2 \operatorname{Re}(G_{m-k}))) \end{aligned} \quad (61)$$

A partir de la referencia [4] se concluye que si el ruido tiene distribución gaussiana, entonces la ecuación (61) se puede escribir como :

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{\substack{l=1 \\ l \text{ impar}}}^{\infty} \frac{\sin(l w_o \operatorname{Re}(G_m))}{l} e^{-\frac{l^2 w_o^2}{2}} \Phi_z(-l w_o) \quad (62)$$

Utilizando el método de los cinco pesos visto en el punto 3.3, los valores G_{m-k} se pueden escribir como :

$$\begin{aligned}
 G'_{m-k} &= c_0 \cdot G_{m-k} + c_1 \cdot G_{m-k-\delta_1} + c_1^* \cdot G_{m-k+\delta_1} + c_2 \cdot G_{m-k-\delta_2} + c_2^* \cdot G_{m-k+\delta_2} \\
 G_{m-k-\delta} &= G(m-k-\delta) = \frac{\sin(\pi(m-k-\delta-\varepsilon))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(m-k-\delta-\varepsilon)\right)} e^{-j\frac{\pi}{N}(m-k-\delta-\varepsilon)(N-1)} \\
 G'_m &= c_0 \cdot G_m + c_1 \cdot G_{m-\delta_1} + c_1^* \cdot G_{m+\delta_1} + c_2 \cdot G_{m-\delta_2} + c_2^* \cdot G_{m+\delta_2} \\
 G_{m-\delta} &= G(m-m-\delta) = \frac{\sin(\pi(\delta+\varepsilon))}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(\delta+\varepsilon)\right)} e^{j\frac{\pi}{N}(\delta+\varepsilon)(N-1)}
 \end{aligned} \tag{63}$$

Con lo que la ecuación de probabilidad de error para un sistema OFDM y modulación 16QAM, utilizando solo las subportadoras pares para transmitir la información y el método de cinco pesos para disminuir el ICI en las portadoras donde están contenidas los símbolos; se obtiene a partir de la ecuación (62) y (63) como :

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{\substack{l=1 \\ l \text{ impar}}}^{\infty} \frac{\sin(lw_o 3 \operatorname{Re}(G'_m))}{l} e^{-\frac{l^2 w_o^2}{2}} \Phi_z(-lw_o) \tag{64}$$

$$\Phi_z(-lw_o) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} \left(\cos(lw_o \operatorname{Im}(G'_{m-k})) \cdot \cos(lw_o 2 \operatorname{Im}(G'_{m-k})) \right) \bullet \left(\cos(lw_o \operatorname{Re}(G'_{m-k})) \cdot \cos(lw_o 2 \operatorname{Re}(G'_{m-k})) \right)$$

Con lo que la probabilidad de error media para la parte real del símbolo para una modulación 16QAM en un sistema OFDM se obtiene a partir de las ecuaciones (64) y (51) :

$$P_{e\operatorname{Re}(S_m)} = \frac{3}{2} P_e \tag{65}$$

Como se ha comentado al principio del apartado, la probabilidad de error de la parte real del símbolo es igual a la parte imaginaria del símbolo y que a su vez, la probabilidad de error de símbolo será igual a la probabilidad de error de la parte real del símbolo para un sistema donde los valores de los símbolos son equiprobables; por consiguiente, la probabilidad de error media del símbolo para una sistema 16QAM es :

$$\begin{aligned}
 P_{e\text{simbolo}} &= P_{e\operatorname{Re}(S_m)} = P_{e\operatorname{Im}(S_m)} \\
 P_{e\text{simbolo}} &= \frac{3}{2} P_e
 \end{aligned} \tag{66}$$

Para la obtención de la tasa de bits en dicho sistema, primero se partirá que la modulación de los bits a transmitir en símbolos con codificación Gray, corresponde a la siguiente relación :

Bits	Parte Real del simbolo	Parte Imaginaria del simbolo
0000	-3	-3
0001	-3	-1
0011	-3	1
0010	-3	3
0100	-1	-3
0101	-1	-1
0111	-1	1
0110	-1	3
1100	1	-3
1101	1	-1
1111	1	1
1110	1	3
1000	3	-3
1001	3	-1
1011	3	1
1010	3	3

Tabla 1. Correspondencia de bits a símbolo para modulación 16QAM.

Observando en la tabla 1, se puede concluir que la diferencia de bits entre un nivel y el siguiente es de un bit, manteniéndose el otro bit invariante, tanto para la parte real como para la parte imaginaria, este hecho es muy importante para hallar la BER del sistema.

Si se centra sólo en la parte real del símbolo, se deduce que la probabilidad de que en un símbolo recibido, el error sea de los dos bits de la parte real es, para el caso del símbolo transmitido sea -1 es :

$$P_{e_{\text{Real}(S_m)=-1}} = \Pr\left(-\text{Re}(G_m) + \text{Re}(z_m) + \text{Re}(N_m) > 2\text{Re}(G_m)\right) \quad (67)$$

donde la probabilidad que se obtiene en la ecuación (67) sería igual para cualquier otro símbolo :

$$P_{e_{2\text{bits}}} = P_{e_{\text{Re}(S_m)=-1}} = P_{e_{\text{Re}(S_m)=+1}} = P_{e_{\text{Re}(S_m)=-3}} = P_{e_{\text{Re}(S_m)=+3}} \quad (68)$$

con lo que la probabilidad de error de dos bits en la parte real de un símbolo con constelación 16QAM es:

$$P_{e_{2\text{bits}}} = P_{e_{\text{Real}(S_m)=-1}} = \Pr(\text{Re}(N_m) > 3\text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m)) = G(3\text{Re}(G_m) - \text{Re}(z_m))$$

Tomando como referencia [4] y a partir de las ecuaciones (62), (63) y (64) :

$$P_{e_{2\text{bits}}} = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\sin(lw_o 3\text{Re}(G'_m))}{l} e^{-\frac{l^2 w_o^2}{2}} \Phi_z(-lw_o) \quad (69)$$

$$\Phi_z(-1w_o) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} \left(\cos(1w_o \operatorname{Im}(G'_{m-k})) \cdot \cos(1w_o 2 \operatorname{Im}(G'_{m-k})) \right) \cdot \left(\cos(1w_o \operatorname{Re}(G'_{m-k})) \cdot \cos(1w_o 2 \operatorname{Re}(G'_{m-k})) \right)$$

y sabiendo que la probabilidad de error de un bit de la parte real de un símbolo :

$$P_{e_{1\text{bit}}} = P_{e_{\operatorname{Re}(S_m)}} - P_{e_{2\text{bit}}} \quad (70)$$

con lo que la BER de la parte real de los símbolos será :

$$\operatorname{BER}_{\text{real_simbolo}} = \frac{P_{e_{1\text{bit}}}}{2} + P_{e_{2\text{bit}}} = \frac{P_{e_{\operatorname{Re}(S_m)}} - P_{e_{2\text{bit}}}}{2} + P_{e_{2\text{bit}}} \quad (71)$$

Atendiendo que la probabilidad que se produzca dos errores en la parte real de un mismo símbolo es igual que en la parte imaginaria, se tiene que la BER total es:

$$\operatorname{BER} = \operatorname{BER}_{\text{real_simbolo}} = \frac{P_{e_{\text{simbolo}}} - P_{e_{2\text{bit}}}}{2} + P_{e_{2\text{bit}}} \quad (72)$$

En las fórmulas anteriores se ha supuesto una potencia de ruido $\sigma^2=1$, si se desea sacar una relación de BER con EbNo, se parte que :

$$\operatorname{EbNo} = \frac{\operatorname{Eb}}{\sigma_i^2} \Big|_{16\text{QAM}} = \frac{2 \cdot N \cdot \operatorname{Eb}}{\sigma^2} \quad (73)$$

donde

$$\begin{aligned} \operatorname{Eb} &= |G'_m|^2 = \operatorname{Re}(G'_m)^2 + \operatorname{Im}(G'_m)^2 \\ N_m &= N[m] = \operatorname{FFT}_N(\operatorname{Rmn}) = \frac{\sigma_n^2}{N} \\ \operatorname{Re}(N_m) &= \frac{\sigma_n^2}{2N} \end{aligned} \quad (74)$$

La ecuación (74) es debido a que los símbolos se transmite en parte real y parte imaginaria con lo que la potencia de ruido está contenida en la misma proporción en la parte real y en la parte imaginaria. con lo que a partir de la ecuación (73) y (74) se tiene que la EbNo es :

$$\operatorname{EbNo} = \frac{2 \cdot N \cdot \left(\operatorname{Re}(G'_m)^2 + \operatorname{Im}(G'_m)^2 \right)}{\sigma_n^2} \quad (75)$$

A partir de las ecuaciones (64), (69) y (75) se puede poner la probabilidad de error en función de la relación de EbNo, haciendo que $\sigma_n^2=1$; Por tanto la BER para un sistema OFDM con

modulación 16QAM es:

$$\text{BER} = \frac{P_{e_{\text{simbolo}}} - P_{e_{2\text{bit}}} + P_{e_{2\text{bit}}}}{2} \quad (76)$$

$$P_{e_{\text{simbolo}}} = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{l \text{ impar}}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{l w_o}{\sigma_n} \left(\frac{\text{EbNo} - \text{Im}(G'_m)^2}{2N}\right)^{1/2}\right)}{1} e^{-\frac{l^2 w_o^2}{2\sigma_n^2}} \Phi_z(-l w_o) \quad (77)$$

$$P_{e_{2\text{bits}}} = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{l \text{ impar}}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{3l w_o}{\sigma_n} \left(\frac{\text{EbNo} - \text{Im}(G'_m)^2}{2N}\right)^{1/2}\right)}{1} e^{-\frac{l^2 w_o^2}{2\sigma_n^2}} \Phi_z(-l w_o) \quad (78)$$

donde

$$\Phi_z(-l w_o) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq m}}^{N-1} \left(\cos(l w_o \text{Im}(G'_{m-k})) \cdot \cos(l w_o 2 \text{Im}(G'_{m-k})) \right) \bullet \left(\cos(l w_o \text{Re}(G'_{m-k})) \cdot \cos(l w_o 2 \text{Re}(G'_{m-k})) \right) \quad (79)$$

De ahora en adelante se nombrará método de los cinco pesos, al que utilizando las ecuaciones (76) y (63) se hallen los valores c_1 c_2 y δ_1 δ_2 para que dadas unas condiciones de EbNo y frecuencia Doppler se obtenga la menor tasa de bit posible.

A continuación se ha calculado a partir de la ecuación (76-79) y (63) el coeficiente c_1 , c_2 , δ_1 y δ_2 (tomando siempre para $c_o=1$) para una EbNo=20 dB y una frecuencia Doppler normalizada $\epsilon_f=0.3$; en el cual se ha calculado que la BER mínima para dichas condiciones tiene lugar para $c_1=0.0-0.2j$, $\delta_1=0.5$ y $c_2=-0.4-0.1j$ con $\delta_2=1$.

En las siguientes figuras, se representa la BER en función de la EbNo cuando existe una frecuencia offset entre el transmisor y el receptor; el oscilador local del receptor es diferente del transmisor con una diferencia igual a $\epsilon_i=(f_{tx}-f_{rx})T$.

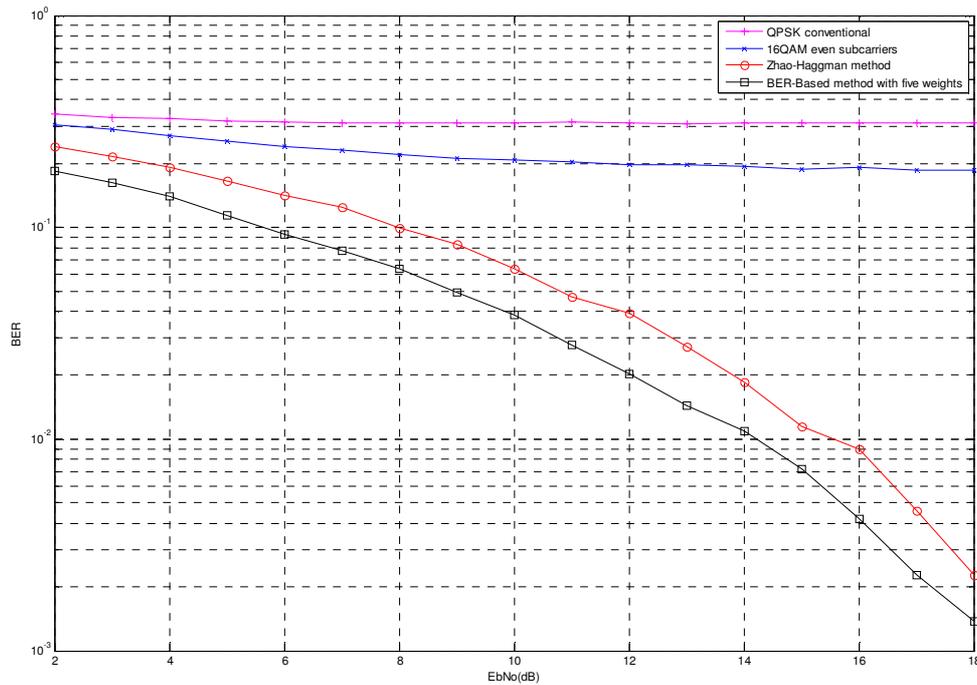


Fig 7. Comparación de sistema de 64 portadores con modulación 16QAM, donde aparece sistema 16QAM sólo con portadoras pares (color azul), sistema Zhao-Haggman (en rojo), el método de 5 pesos (en negro) para un $\epsilon_i = 0.3$ en un canal AWGN con mismo ancho de banda, detección coherente y con una ecualización perfecta.

Se puede observar, a partir de la figura 7, como el sistema optimizado con una modulación 16QAM se obtiene una mejor BER que para un sistema estándar con modulación QPSK. Al utilizar el método optimizado solo la mitad de las portadoras para transmitir la información, solo utiliza la mitad del ancho de banda, pero al tener mejores prestaciones que un sistema estándar QPSK para una misma frecuencia Doppler, implica que en realidad en los dos sistemas utilizan el mismo ancho de banda efectivo; con lo que el método optimizado para 32 portadoras con modulación 16QAM se consigue una mejor tasa de bits que un sistema QPSK estándar con 64 portadoras.

Este resultado es bastante relevante ya que implica que con el método optimizado se consigue para un mismo ancho de banda efectivo mejores prestaciones que el método estándar OFDM con modulación QPSK, con lo que desaparece el principal inconveniente del método novedoso aquí expuesto, ya que se basa en utilizar sólo las subportadoras pares (dejando a las impares para adecuar la información que se transmitía en las subportadoras pares), pero al utilizar una modulación mayor, en este caso, 16QAM se consigue mejores prestaciones que el método convencional para una modulación más baja de transmisión como es la QPSK.

VI. EVALUACIÓN DE LA BER EN UN SISTEMA OFDM CON DESVANECIMIENTO RAYLEIGH.

A continuación se va mostrar resultados para un sistema OFDM tanto para modulación QPSK como para modulación 16QAM donde se presentará para un canal con desvanecimiento Rayleigh y ruido gaussiano AWGN.

Para el canal con fading se obtendrá a partir de 4 taps con el siguiente perfil :

Tap	Excess Delay	Relative Average Power
1	0	0 dB
2	T/64	-6 dB
3	T/32	-12 dB
4	3T/64	-18 dB

Tabla 2. Perfil de retardo de un canal selectivo en frecuencia con fading tipo Rayleigh.

El coeficiente de cada contribución se considera una variable aleatoria con distribución tipo Rayleigh y una densidad espectral de potencia obtenido a través del modelo de Jakes [5] :

$$S(f) = \begin{cases} \frac{k}{\left[1 - \left(\frac{f}{f_d}\right)^2\right]^{1/2}}, & |f| < f_d \\ 0, & |f| \geq f_d \end{cases} \quad (80)$$

$$r(t) = J_0(2\pi f_d t)$$

donde k es una constante y f_d es la frecuencia doppler máxima. Para este caso se supone que el preámbulo es lo suficientemente grande como evitar el ISI (como mínimo en esta caso debe ser de $T/16$, donde T es la duración del símbolo OFDM).

En un principio se va a considerar un sistema con detección coherente y una perfecta ecualización, es decir, la respuesta del canal es conocido. A continuación se representa las figuras 8 y 9 para un sistema OFDM con una modulación QPSK para diferentes frecuencias Doppler máximas normalizadas, ϵ_{\max} .

TABLE 3
DESIGN PARAMETERS FOR $N = 64$ AND QPSK MODULATION

	c_1	δ_1	c_2	δ_2
QPSK even subcarriers	0	1	-	-
Zhao-Hagmann algorithm [1]	-0.5	1	0	0
Seyedi-Saulnier Algorithm[2]	-0.50-0.63j	0.72	0	0
Proposed Algorithm	0.25-0.25j	0.5	-0.35-0.4j	0.83

Tabla 3. Parámetros usados para los diferentes métodos para modulación QPSK.

En la figura 8, donde se compara todos los métodos vistos hasta ahora; remarcar que en el método Seyedi [2] se ha utilizado el diseño C, con SIR de 10 dB y $\epsilon_i=0.45$ donde obtuvo $c_1=-0.50-$

$0.63j$ y $\delta_m=0.72$; en el método de cinco pesos se ha utilizado el método que se obtuvo a través de las fórmulas (39) y (33) se ha partido con $E_bN_0=20$ dB, $\epsilon_i=0.3$, donde se ha obtenido $c_1=0.25-0.25j$, $\delta_1=0.50$ y $c_2=-0.35-0.40j$, $\delta_2=0.83$.

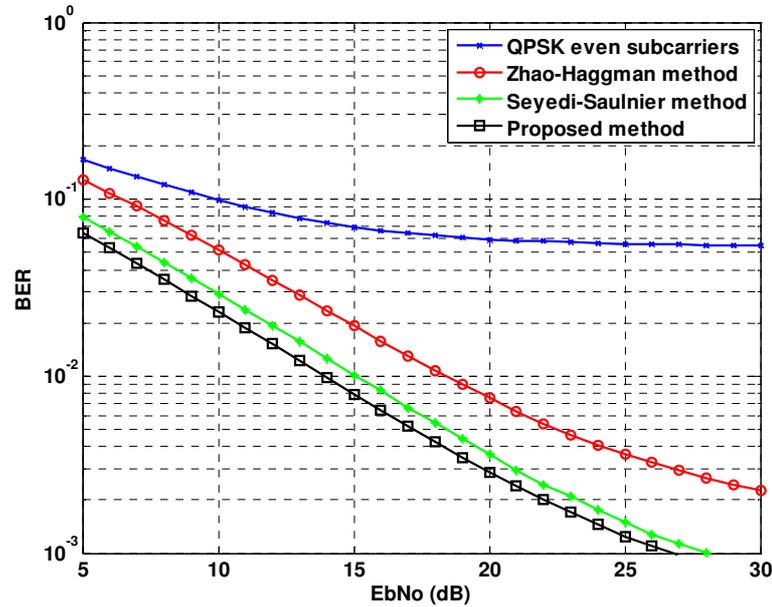


Fig 8. Comparación de sistema de 64 portadores con modulación QPSK, donde un sistema utiliza las subportadoras pares (color azul), sistema Zhao-Haggman (color rojo), método Seyedi-Saulnier, diseño C, (color verde) y método 5 pesos (color negro); para $\epsilon_{i_{max}}=0.3$ en canal AWGN con fading tipo Rayleigh y detección coherente con una ecualización perfecta.

A continuación se muestra la Figura 9, para el caso de tener una $E_bN_0=20$ dB, se representa la BER en función de la frecuencia Doppler normalizada. A partir de la Figura 9, se observa que para el método optimizado de cinco pesos en un sistema de 64 portadoras con modulación QPSK (solo se utilizan las subportadoras pares para transmitir la información) se consigue una mejor tasa de bits que para el resto de sistemas con 64 portadoras.

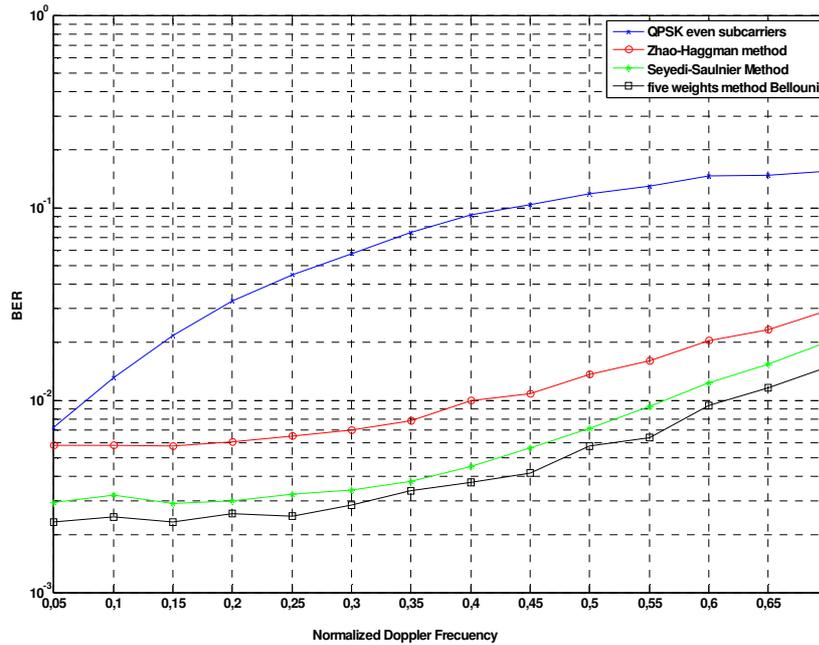


Fig 9. Comparación de sistema de 64 portadores con modulación QPSK, donde un sistema utiliza las subportadoras pares (color azul), sistema Zhao-Haggman (color rojo), método Seyedi-Saulnier (color verde) y método cinco pesos (color negro); para un $E_b/N_0=20$ dB en un canal Rayleigh con ruido AWGN y detección coherente con una ecualización perfecta.

En las siguientes figuras se representará el resultado del BER obtenido en un sistema OFDM con desvanecimiento tipo Rayleigh utilizando modulación 16QAM. Donde se comparada el método de modulación QPSK estándar para 64 subportadoras con el método de Zhao-Haggman y el método de cinco pesos para una modulación ambas de 16QAM. En el cual, se ha supuesto que la respuesta del canal es conocido y detección coherente.

Para el método optimizado, método de cinco pesos, se ha calculado a partir de las ecuaciones (76-79) y (63) los coeficientes c_1 , c_2 , δ_1 y δ_2 (tomando siempre para $c_0=1$) para una $E_b/N_0=20$ dB y una frecuencia Doppler normalizada $\epsilon_f=0.3$; en el cual los valores obtenidos han sido: $c_1=0.0-0.2j$, $\delta_1=0.5$ y $c_2=-0.4-0.1j$, $\delta_2=1$. Con respecto al método Zhao-Haggman, los parámetros utilizados han sido $c_1=0$, $\delta_1=0.5$ y $c_2=-0.5$ y $\delta_2=1$.

TABLE IV
DESIGN PARAMETERS FOR N = 64 AND 16QAM MODULATION

	c_1	δ_1	C_2	δ_2
Standard Algorithm (QPSK)	-	-	-	-
16QAM even subcarriers	0	1	-	-
Zhao-Hagmman algorithm [1]	-0.5	1	-	-
Proposed Algorithm with BER Design	$0.0-0.20j$	0.5	$-0.4-0.1j$	1

Tabla 4. Parámetros usados para los diferentes métodos para modulación 16QAM.

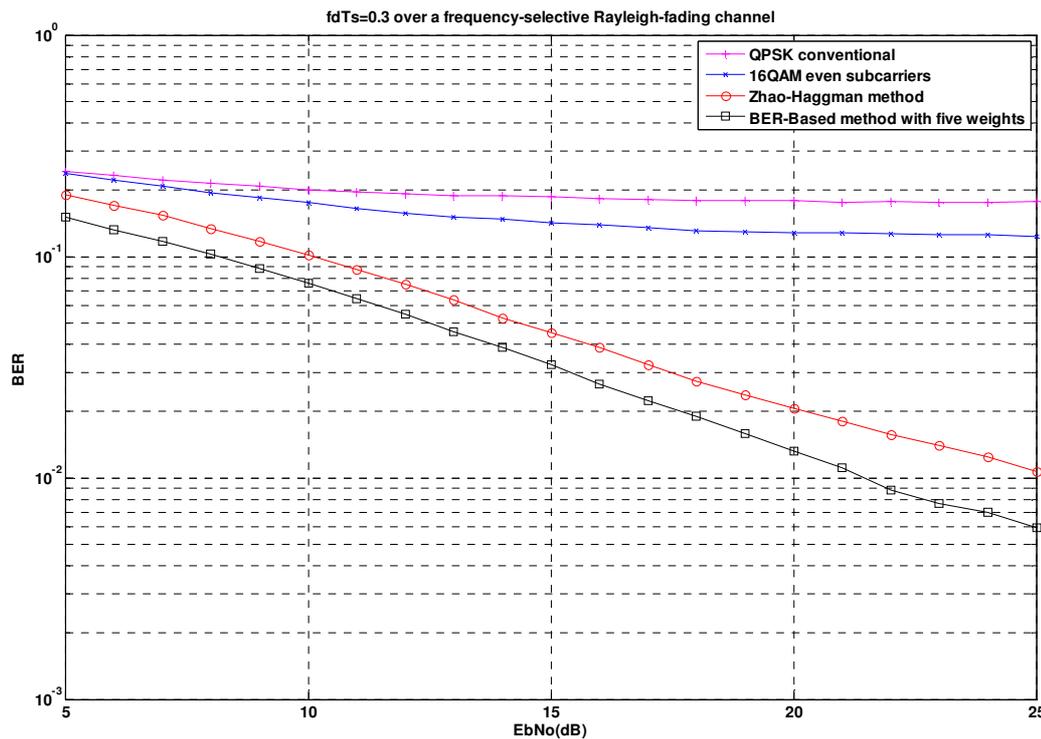


Fig 10. Comparación de sistema de 64 portadores con modulación 16QAM, donde aparece sistema 16QAM solo con portadoras pares (azul), sistema de Zhao-Haggman (en rojo), sistema optimizado (en negro); y por último se representa un sistema de N=64 QPSK estándar (color rosa) para un $\epsilon_{\max} = 0.3$ en un canal Rayleigh con ruido AWGN y detección coherente con ecualización perfecta.

Se puede observar, a partir de la figura 10, como para una frecuencia Doppler normalizada de 0,3 el método propuesto de cinco pesos en un sistema OFDM con modulación 16QAM y 64 subportadoras se consigue una mejor tasa de bits erróneos que para el resto de sistemas.

A continuación se muestra la figura 11, para el caso de tener una $E_b/N_0 = 20$ dB, se representa la BER en función de la frecuencia Doppler normalizada. A partir de la Figura 11, se obtiene que para el método optimizado de cinco pesos para un sistema de 64 portadoras con modulación 16QAM (solo se utilizan las subportadoras pares para transmitir la información) se consigue una mejor tasa de bits que un sistema QPSK estándar con 64 portadoras cuando la frecuencia Doppler es mayor o igual a 0.05.

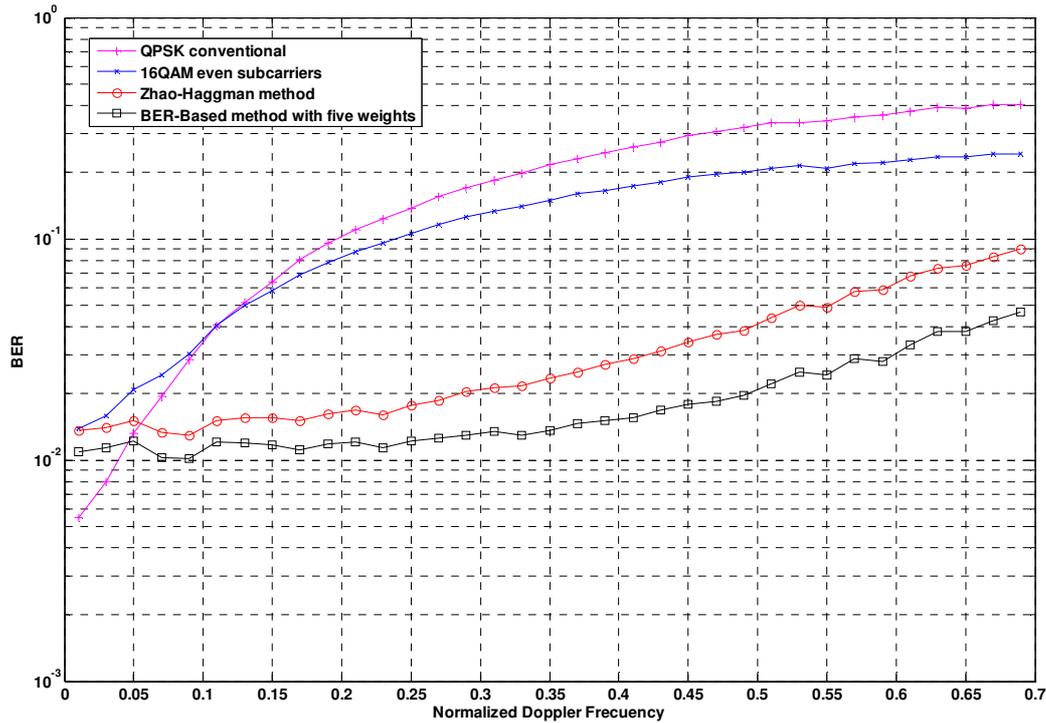


Fig 11. Comparación de sistema de 64 portadores con modulación 16QAM, donde aparece sistema 16QAM solo con portadoras pares (azul), sistema de Zhao-Haggman (en rojo), sistema optimizado (en negro); y por último se representa un sistema de $N=64$ QPSK estándar (color rosa) para un $E_b/N_0=20$ dB en un canal Rayleigh con ruido AWGN y detección coherente con ecualización perfecta.

Se puede observar, a partir de la figuras 10 y 11, como el sistema optimizado con una modulación 16QAM se obtiene una BER mejor que el resto de sistemas utilizados, incluso para un sistema estándar con modulación QPSK cuando la frecuencia Doppler máxima es igual o mayor a $\epsilon_f=0.05$. Al utilizar el método optimizado solo la mitad de las portadoras es usada para transmitir la información, consecuentemente utiliza la mitad del ancho de banda, pero al tener mejores prestaciones que un sistema estándar QPSK en la transmisión, implica que en realidad en los dos sistemas utilizan el mismo ancho de banda efectivo.

Finalmente, se mostrará la figura 12, donde se hace una comparación visual entre el método Zhao-Haggman con dos configuraciones : empleando solo una ventana en transmisión como ha sido propuesto en esta tesina y dividiendo el algoritmo en dos ventanas, uno usada en la parte del transmisor y la otra en la parte del receptor como ha sido empleado en [1]. Como se observa a partir de la figura 12, ambas configuraciones son equivalentes, este resultado es interesante ya que permite al receptor ignorar el método de cancelación del ICI empleado en el transmisor y también porque simplifica el diseño en el receptor.

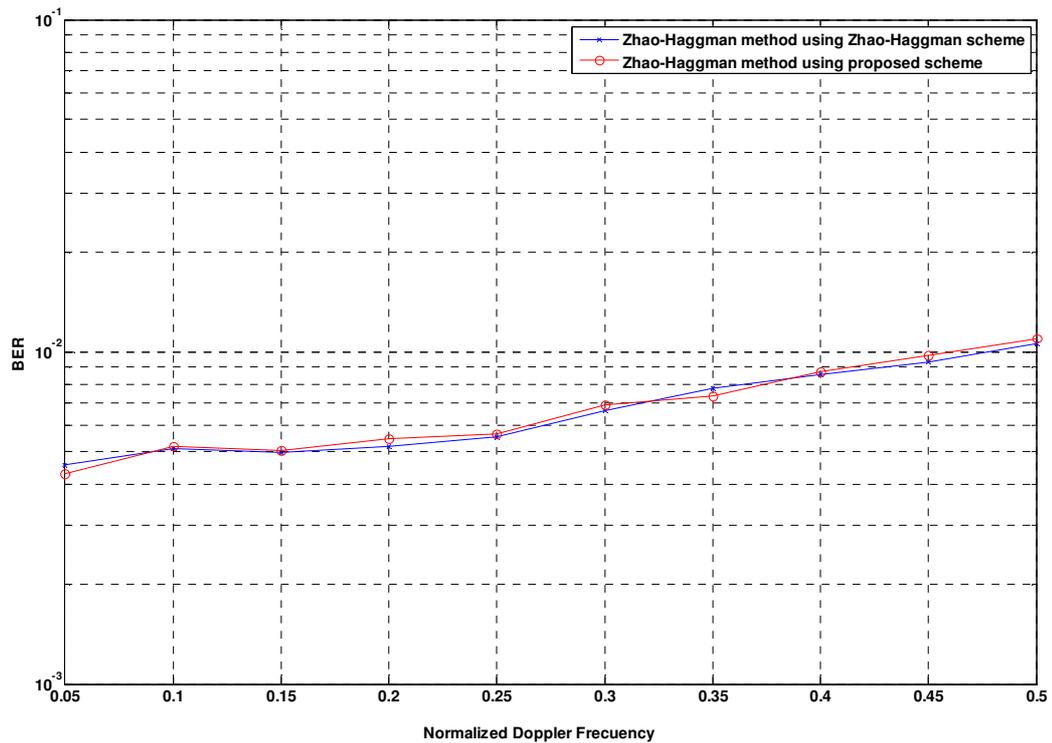


Fig 12. Comparación de sistema de 64 portadores con modulación QPSK, donde se compara sistema de Zhao-Haggman empleando el algoritmo solo en transmisión (en rojo) y empleado la ventana tanto en transmisión como en recepción (en azul); para un $E_b/N_0=20$ dB en un canal Rayleigh con ruido AWGN y detección coherente con ecualización perfecta.

Observando las figuras 8-11, se concluye que el sistema propuesto empleando cinco coeficientes en lugar de tres coeficientes empleado por los métodos expuestos en [1] y [2] se consigue mejores resultados para una E_b/N_0 dada; también se ha demostrado que tanto el método de Zhao-Haggman y de Seyed-Saulnier son un caso particular del método propuesto. Finalmente también destacar que se ha mostrado como los métodos utilizados pueden ser sólo empleado en el lado del transmisor obteniendo el mismo resultado consiguiendo reducir la complejidad del sistema en el lado del receptor.

VII. CONCLUSIÓN

En esta tesina se ha mostrado un esquema de cancelación del ICI basado en el diseño de una ventana en el dominio de la frecuencia donde esta formada por cinco pesos, en lugar de emplear tres pesos, utilizados tanto en el método de Zhao-Haggmann como en el método de Seyed-

Saulnier. Además, se ha demostrado que ambos métodos se pueden contemplar como un caso particular del método propuesto.

Posteriormente se ha llegado a una expresión, tomando como referencia la BER óptima, para la obtención de los pesos empleando modulación QPSK, y también cuando se utiliza modulación 16QAM; con la finalidad de ser comparada con los otros métodos ya existentes.

En ambos tipos de modulaciones (QPSK y 16QAM), tanto en canales de ruido gaussiano (ruido AWGN) como en canales con desvanecimientos tipo Rayleigh, el método aquí expuesto consigue mejores prestaciones, mejor tasa de bits para una E_b/N_0 dada, respecto a los otros métodos independientemente de la frecuencia Doppler utilizada.

Otra conclusión importante que se ha obtenido es que para una frecuencia Doppler normalizada superior o igual a 0.05, el sistema de cinco pesos en una modulación 16QAM consigue una mejor BER que el sistema OFDM estándar con modulación QPSK; eliminando el principal inconveniente del esquema expuesto, ya que el ancho de banda efectivo utilizado en ambos sistemas es el mismo.

Por último, cabe destacar, que con el fin de reducir la complejidad en el receptor, se ha propuesto el uso del enventando únicamente en el lado del transmisor en lugar de ser empleado en ambos lados, en el transmisor y en el receptor; donde se ha observado que los resultados que se consiguen son prácticamente iguales.

REFERENCIAS

- [1] Y. Zhao and S. Häggman, “*Inter-carrier Interference Self-Cancellation Scheme for OFDM Mobile Communication Systems*”, IEEE Trans. Commun., Vol. COM-49, pp.1185-1190, July 2001.
- [2] A. Seyedi and G. Saulnier, “*General ICI Self-Cancellation Scheme for OFDM Systems*”, IEEE Trans. Commun., Vol.COM-54, pp.198-210, January 2005.
- [3] R. Steele and L.Hanzo, “*Mobile Radio Communications*”, Ed. John Wiley & Sons, LTD. Second Edition. 1999.
- [4] N. Beaulieu, “*The Evaluation of Error Probabilities for Intersymbol and Cochanel Interference*”, IEEE Trans. Commun., Vol.39, No.12, pp.1740-1749, December 1991.
- [5] W.C. Jakes Jr., “*Microwave Mobile Communications*”, New York, Wiley. 1974.

ANEXO

----- Mensaje reenviado de wimob2008@yahoo.fr -----

Fecha: Mon, 28 Jul 2008 14:31:18 -0400

De: wimob2008@yahoo.fr

Responder-A: wimob2008@yahoo.fr

Asunto: [WiMob'2008] Your paper #1569132720 has been accepted

Para: Oscar Real <osreama@doctor.upv.es>

Dear Mr. Oscar Real:

Congratulations - your paper #1569132720 ('OFDM ICI Self-Cancellation Scheme Based on Five Weights') for WiMob'2008 has been accepted and will be presented at the WiMob 2008 main conference in Avignon/france 12-14 October.

This year we have received a record of 300 submissions, and we have accepted only 76 as regular and 9 as short papers.

The final manuscript is due by Friday, 15 August 2008, and you must be registered for IEEE WiMob 2008 to upload your paper. Because of the production process deadline of the proceedings, there will be no deadline extension. Each paper must be registered, if registration is not received by this deadline, the paper will not be considered in the proceedings. Reminder: at least one full registration must be attached to each accepted paper.

Please go to

<http://lia.univ-avignon.fr/index.php?id=722>

for registration and payment WITH Credit Card Bank ONLY.

And for more information on registrations, please visit:

<http://lia.univ-avignon.fr/index.php?id=453>

Final manuscripts are uploaded through IEEE Conference Publishing Service (CPS), not EDAS!

Go to

http://www.ieeeconfpublishing.org/cpir/AuthorKit.asp?Community=CPS&Facility=CPS_Oct&ERoom=WiMob+2008

to upload your manuscript after you register for the conference and receive the required registration code. Each regular paper is allowed a maximum of 6 pages AND extra pages must be paid.

The reviews are displayed below and can be found at

<http://edas.info/showPaper.php?m=1569132720>, using your EDAS user name osreama@doctor.upv.es.

----- Mensaje reenviado de Conference Publishing Services

<WiMob2008@ieeeconfpublishing.org> -----

Fecha: Fri, 8 Aug 2008 12:27:14 GMT

De: Conference Publishing Services <WiMob2008@ieeeconfpublishing.org>

Responder-A: Conference Publishing Services <WiMob2008@ieeeconfpublishing.org>

Asunto: WiMob 2008 Confirmation of Successful Final Paper Submission

Para: valmenar@dcom.upv.es

Dear VicenÀ§ Almenar,

Your paper, entitled OFDM ICI Self-Cancellation Scheme Based on Five Weights, has been successfully submitted to the CPS Online system for WiMob 2008. Thank you!

I will contact you if there are any problems.

Best regards,
Silvia Ceballos
CPS Editor, Conference Publishing Services (CPS)
IEEE Computer Society <http://www.computer.org/cps> E-Mail:
WiMob2008@ieeecomputing.org

----- Mensaje reenviado de EDAS <help@edas-help.com> -----
Fecha: Thu, 28 Aug 2008 09:37:53 -0400
De: EDAS <help@edas-help.com>
Responder-A: wimob2008@yahoo.fr
Asunto: [WiMob'2008] Paper presenter for paper #1569132720 has been changed
Para: Oscar Real <osreama@doctor.upv.es>

Dear Dr. Vicenc Almenar:

Information about your paper #1569132720 ('OFDM ICI Self-Cancellation Scheme Based on Five Weights') for WiMob'2008 was changed by Vicenc Almenar:

Presenter changed to Oscar Real.

No further action is required from you.

You have already submitted your manuscript, but you can change it at any time before the deadline, by following the instructions below:

- Via web form upload: <http://edas.info/uploadPaper.php?m=1569132720>
- Via ftp: You can upload the paper to <ftp://ftp.edas.info>, using the file name 1569132720.

You can see all your submissions and their status at

<http://edas.info>

using the EDAS user name valmenar@dcom.upv.es

From there, you can see the current status of the paper, whether a manuscript has been submitted and can edit the paper information.

You can directly view information about your paper at <http://edas.info/showPaper.php?m=1569132720>

Once you update your manuscript, you will receive another email confirmation. Confirmations for ftp submissions may take up to one hour since the ftp directory is swept only periodically.

Regards,
Chadi Assi and Hsiao-Hwa Chen, TPC Co-Chairs;
Abderrahim Benslimane, General Chair