

DIMENSIONAMIENTO DE BAJANTES POR
GRAVEDAD MEDIANTE SIMULACIÓN POR
ELEMENTOS FINITOS

5

DIMENSIONAMIENTO DE BAJANTES POR GRAVEDAD MEDIANTE SIMULACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS

5.1. -DIMENSIONAMIENTO DE BAJANTES.CALCULO ANALITICO.

5.1.1-INTRODUCCIÓN.

El agua cuando desciende a través de los conductos verticales (bajantes) se ve sometida a la aceleración de la gravedad pero cabe destacar que al ir adherida a la pared interior del conducto formando una corona, en su trayectoria vertical se ve retardada por la rugosidad del conducto, la viscosidad del agua y el rozamiento con la columna de aire en el interior del conducto, hasta alcanzar una velocidad uniforme denominada terminal.

Para el dimensionamiento de las bajantes partiremos de la segunda ley de Newton que es una de las leyes básicas de la mecánica de fluidos (Rama de la física que estudia los fenómenos relacionados con el movimiento de los cuerpos).

$$F = m \cdot g = m \cdot a$$

Siendo:

F : Fuerza.
m : Masa.
g : Gravedad.
a : Aceleración.

Partiendo de las siguientes igualdades:

$$F = v \cdot \rho \cdot \frac{c}{t} = Q \cdot \rho \cdot ct$$

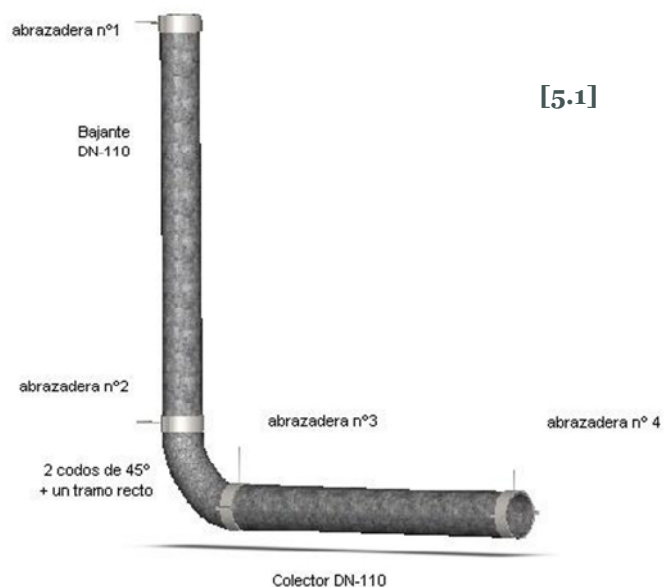


Figura 5.2- Instalación de agua de acero galvanizado

[5.1.1]

Siendo:

- Q :** Caudal máximo que puede soportar D.
p : Densidad del agua.
ct: Velocidad terminal

5.1.2.- DIMETRO DE BAJANTES MEDIANTE LA ECUACIÓN EMPÍRICA DE UNTER, BABBITT Y DAWSON-KALINSKE.

Los autores Hunter (1924), Babbitt (1935) y Dawson-kalinske (1937) proponen la siguiente ecuación empírica para determinar el comportamiento del agua en el interior de una bajante, figura 2:

$$Q_{(i-j)} = 31.5 \cdot r^{5/3} \cdot D_{(i-j)}^{8/3} \quad [5.2]$$

Q_(i-j): Caudal de cálculo en el tramo i-j ($m^3 \cdot s^{-1}$)

D_(i-j): Diámetro mínimo interior de cálculo de la bajante en el tramo i-j (m)

d_(i-j): Diámetro interior de la corona de agua en la bajante en el tramo i-j (m)

r: Cociente entre la sección de la corona de agua y la sección total de la bajante.

$$r = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \quad [5.3]$$

Ω₁: Superficie total de la bajante (superficie del aire más la corona de agua)

$$\Omega_1 = \frac{(\pi \cdot D^2)}{4} \quad [5.3.1]$$

Ω₂: Superficie de la corona de agua.

$$\Omega_2 = \frac{(\pi \times (D^2 - d^2))}{4} \quad [5.3.2]$$

Su valor está limitado para valores comprendidos entre: $0.25 \geq r \leq 0.33$

En la práctica es habitual utilizar valores de cálculo de $r = 0.29$

Observaciones

Sobre la ecuación de Hunter, Babbitt y Dawson cabe destacar las siguientes observaciones:

- La ecuación de Hunter, Babbitt y Dawson no considera el tipo de material y en consecuencia la rugosidad interna de la tubería.
- No tiene en cuenta las características físicas del agua y del aire (seco ó húmedo) tales como la densidad y la viscosidad cinemática.
- El valor de r propuesto por los autores tiene un valor mínimo de 0,25 y un máximo de 0,33 para el dimensionamiento de las bajantes.
- Es aplicable tanto a bajantes para aguas residuales domésticas como para aguas pluviales.

5.1.3.-DIAMETRO DE BAJANTE POR J.A. SWAFFIELD Y L.S. GALLOWIN.

El agua cuando desciende a través de los conductos verticales (bajantes) se ve sometida a la aceleración de la gravedad pero cabe destacar que al ir adherida a la pared interior del conducto formando una corona, en su trayectoria vertical se ve retardada por la rugosidad del conducto, la viscosidad del agua y el rozamiento con la columna de aire en el interior del conducto, hasta alcanzar una velocidad uniforme denominada terminal, figura 5.2.

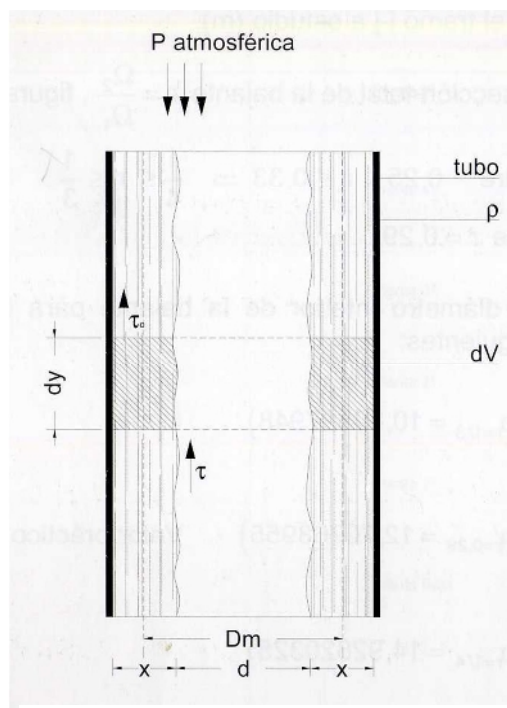


Figura 5.2- vertido de una bajante (sección longitudinal)

$$\frac{Q}{\pi \cdot x(i-j) \cdot (D(i-j) - x(i-j)) \cdot \sqrt{2} \cdot g \cdot x(i-j)}} = -4 \cdot \log_{10} \left[\frac{D(i-j)}{4 \cdot x(i-j) \cdot (D(i-j) - x(i-j))} \cdot \left(\frac{\varepsilon(i-j)}{3.71} + \frac{1.26 \cdot v}{\sqrt{2} \cdot g \cdot x(i-j)} \right) \right] \quad (1) \quad [5.4]$$

(1) Ref.: 789-2009, Antonio Manuel Romero Sedó y Paloma Arrué Burillo, Cálculo de instalaciones hidrosanitarias con software para calculadora gráfica Hp y Excel

$Q_{(i-j)}$: Caudal de cálculo en el tramo i-j ($m^3 \cdot s^{-1}$)

$X_{(i-j)}$: Espesor de la corona de agua en la bajante en el tramo i-j (m)

$D_{(i-j)}$: Diámetro mínimo interior de cálculo de la bajante en el tramo i-j (m)

$\epsilon_{(i-j)}$: Rugosidad absoluta del material de la bajante en el tramo i-j (m)

ν : Viscosidad cinemática del agua a la temperatura del cálculo ($m^2 \cdot s^{-1}$)

g : Aceleración de la gravedad ($g = 9.81 m \cdot s^{-2}$)

Estudios analíticos y experimentales desarrollados por J.A. Swaffield y L.S. Gallowin limitan el valor máximo de la lamina de agua a $x \leq D_{(i-j)} / 16$, cuya correlación con el valor de Hunter, Babbitt y Dawson-Kalinske equivale a :

J.A.Swaffield $x = \frac{P_{(i-j)}}{16 \cdot D_{(i-j)}}$ Dawson-Kalinske $R = \frac{15}{64} = 0.234375$

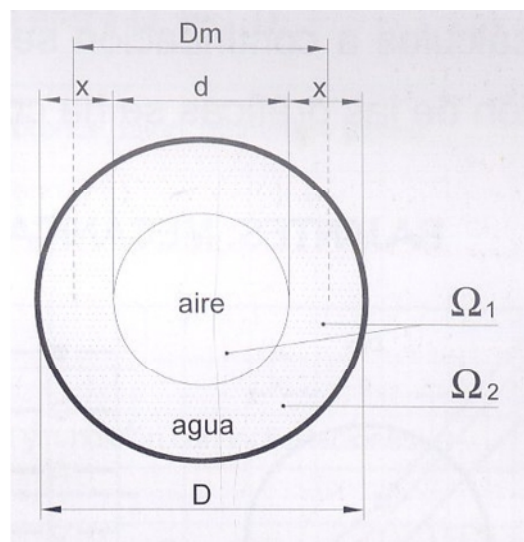


Figura 5.3- vertido de una bajante
(sección transversal)

Puede observarse que el espesor mínimo propuesto J.A. Swaffield y L.S. Gallowin es mas conservador que el propuesto por Hunter – Dawson, ello repercute en un diámetro interior de cálculo mayor.

CONCLUSIONES :

- Para el desarrollo de este proyecto se ha utilizado el método de **J.A. SWAFFIELD Y L.S. GALLOWIN** para el cálculo del caudal de la bajantes, basado en la mecánica de fluido, y se ha descartado el uso de la ecuación de Hunter, Babbitt y Dawson-Kalinske por ser **totalmente**

empírica y no poseer la rigurosidad de la mecánica de fluidos. No obstante sea una ecuación muy fácil de utilizar, se aproxima a la realidad pero no siempre en todos los casos posibles que se pueden plantear en la práctica.

- La ecuación de cálculo del diámetro de la bajante por **mecánica de fluidos**(**A. SWAFFIELD Y L.S. GALLOWIN**) tiene en cuenta para el cálculo las siguientes variaciones:
 - Las variables geométricas de la tubería: diámetro y rugosidad absoluta
 - Las características del fluido, en este caso para el agua la viscosidad cinemática.
 - El grado de llenado de la tubería cuya variable viene condicionada por $\omega = \omega_{\geq 15/64} \geq 16$.
- La resolución de esta ecuación no es inmediata, requiere la utilización de un paquete matemático para resolverla de forma rápida..
- Para la resolución de la ecuación hay que entrar con los datos del caudal (valor obtenido en función del diseño de la instalación) viscosidad cinemática del agua (a temperatura de trabajo) y el tipo de material del conducto (valor de la rugosidad absoluta) y despejar el diámetro de la ecuación (diámetro mínimo teórico). Una vez obtenido el diámetro mínimo hay que elegir sobre catálogo el diámetro inmediatamente igual o superior al obtenido.
- Teniendo en cuenta que nosotros utilizamos los diámetros que nos marca la exigencia HS-5 del CTE, la ecuación nos marcara el caudal máximo de llenado de las distintas bajantes a estudiar con relación al diámetro y el material.
- Los resultados que se obtienen al aplicar la ecuación superior comparados con la ecuación de Hunter, Babbitt y Dawson, suelen ser en general más conservadoras (mayores diámetros) dado que el espesor de la lamina de agua es más pequeña.
- La limitación de la corona de agua por J.A. Swaffield y L.S. Gallowin para $x \leq D_{(i-j)} / 16$ comporta a su favor una disminución del empuje del agua en las instalaciones disminuyendo la fatiga en los materiales, así como una minoración del ruido generado por las turbulencias del agua y aire y además garantiza el caudal de aire en el interior de las tuberías.

5.1.4- ALTURA TERMINAL POR J.A.SWAFFIELD Y L.S.GALLOWIN (MECÁNICA DE FLUIDOS).

La altura terminal es aquella altura en que la velocidad pasa de un movimiento uniformemente retardado a uniforme en la bajante.

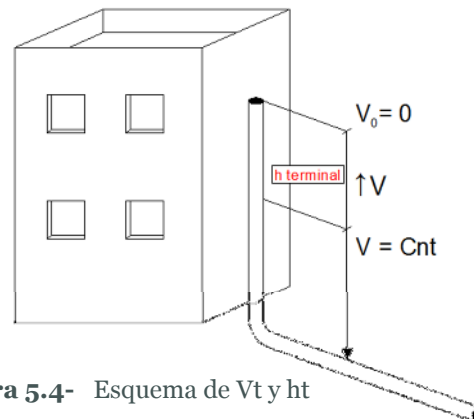


Figura 5.4- Esquema de V_t y h_t

$$Y_{t(i-j)} = \frac{1}{g} C_{t(i-j)}^2 \cdot \left[\frac{\pi}{6\sqrt{3}} - \frac{\arctg\left(\frac{1+2\cdot a}{\sqrt{3}}\right)}{\sqrt{3}} - \frac{\ln(1-a)}{3} + \frac{\ln(1+a+a^2)}{6} \right] \quad (2) \quad [5.5]$$

$Y_{t(i-j)}$: Altura terminal (m)

$C_{t(i-j)}$: Velocidad terminal ($m \cdot s^{-1}$)

g : aceleración de la gravedad ($g=9.81 m \cdot s^{-2}$)

a : grado de fiabilidad de la altura terminal

Observaciones:

- La ecuación de cálculo de la altura terminal por mecánica de fluidos tiene en cuenta para el cálculo las siguientes variables:
 - Las variables geométricas de la tubería: diámetro y rugosidad absoluta.
 - Las características del fluido, en este caso para el agua la viscosidad cinemática.
 - El grado de llenado de la tubería cuya variable viene condicionada por $\omega = \omega_{r \geq 15/64} \geq 16$.
- La resolución de esta ecuación es inmediata si se conoce el coeficiente de fricción (ecuaciones de J.A. Swaffield y L.S. Gallowin).

(2) Ref.: 789-2009, Antonio Manuel Romero Sedó y Paloma Arrué Burillo, Cálculo de instalaciones hidrosanitarias con software para calculadora gráfica Hp y Excel.

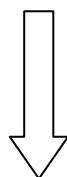
Estas tablas nos permiten conocer en función del diámetro y del material la Altura terminal.

Obtenido el dato de las gráficas, resolveremos la ecuación inicial para determinar la velocidad terminal.

$$Y_{t(i-j)} = \frac{1}{g} c_{t(i-j)}^2 \cdot \left[\frac{\pi}{6\sqrt{3}} - \frac{\arctg\left(\frac{1+2\cdot a}{\sqrt{3}}\right)}{\sqrt{3}} - \frac{\ln(1-a)}{3} + \frac{\ln(1+a+a^2)}{6} \right] \quad (3) \quad [5.5]$$

Sustituimos $Y_{t(i-j)}$ y despejamos $c_{t(i-j)}$

Así nos queda que:



$$c_{t(i-j)} = \sqrt{g Y_{t(i-j)} \cdot \left[\frac{6\sqrt{3}}{\pi} - \frac{\sqrt{3}}{\arctg\left(\frac{1+2\cdot a}{\sqrt{3}}\right)} - \frac{3}{\ln(1-a)} + \frac{6}{\ln(1+a+a^2)} \right]} \quad (4) \quad [5.6]$$

La velocidad terminal corresponde a la velocidad uniforme que alcanza el fluido una vez sobrepasada la altura terminal. La ecuación analítica de cálculo viene dada por J.A. Swaffield y L.S. Gallowin (1992).

Habiendo solucionado todas las incógnitas ($Q \cdot p \cdot ct$) de la ley de Newton ya podemos conocer el empuje del agua a la que están sometidas las bajantes.

Se repiten los cálculos para los diámetros que hemos considerado en nuestro estudio que son los siguientes:

DN -50, DN 75, DN-90, DN 110, DN-125, DN-160, DN-200, DN-250

Y tendremos en cuenta además que el estudio se realiza para los distintos tipos de materiales:

- Materiales lisos: Cobre, bronce, latón, aluminio, plomo, policloruro de vinilo (PVC) y polietileno (PE).
- Materiales rugosos: Acero galvanizado

(3), (4) Ref.: 789-2009, Antonio Manuel Romero Sedó y Paloma Arrué Burillo, Cálculo de instalaciones hidrosanitarias con software para calculadora gráfica Hp y Excel.

5.2.- CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES, PROPIEDADES DEL AGUA Y CONDICIONES DE DISEÑO.

5.2.1.- MATERIALES RUGOSOS.

5.2.1.1.- ACERO GALVANIZADO.

MATERIAL	DIAMETRO <i>mm</i>	CAUDAL <i>l/s</i>	h TERMINAL <i>m/s</i>	v TERMINAL <i>m/s</i>	FUERZA <i>N</i>
ACERO GALVANIZADO	50	0,6	0,4	1,3	0,78
	75	2	0,8	1,8	3,6
	90	3,1	1	2,1	6,51
	110	5,8	1,4	2,3	13,34
	125	7,8	1,6	2,7	21,06
	160	15,3	2,4	3,3	50,49
	200	28	3,2	3,7	103,6

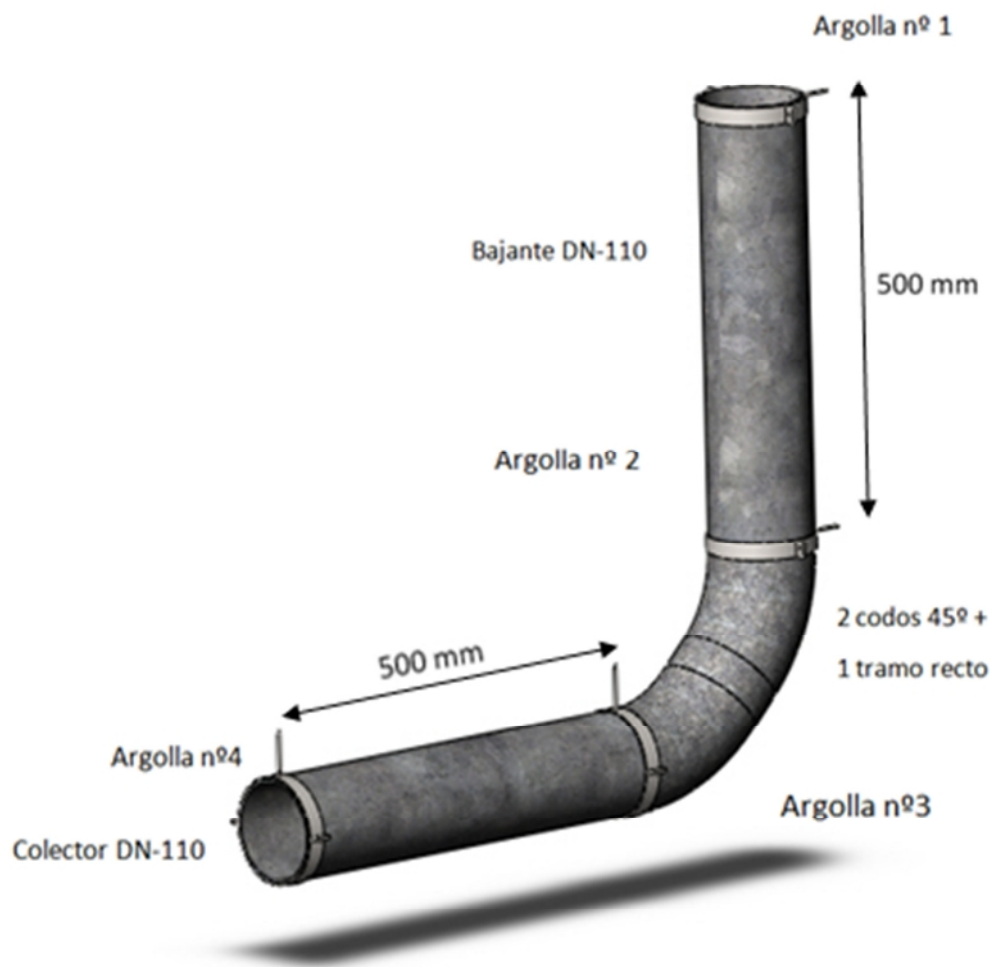


Figura 5.2.1- Esquema de la instalación de acero galvanizado

Figura 5.2.1. BAJANTE DN-110

- Tubería de acero galvanizado
- DN: 110
- Rugosidad absoluta del material: 2 mm

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo elástico	2e+011	N/m ²
Coeficiente de Poisson	0.29	N/D
Módulo cortante en XY		N/m ²
Densidad	7870	kg/m ³
Límite de tracción	356900674.5	N/m ²
Límite de compresión en X		N/m ²
Límite elástico	203943242.6	N/m ²
Coeficiente de expansión térmica en X		/K
Conductividad térmica en X		W/(m·K)
Calor específico		J/(kg·K)
Cociente de amortiguamiento del material		N/D

Figura 5.2.2- Características mecánicas del acero galvanizado

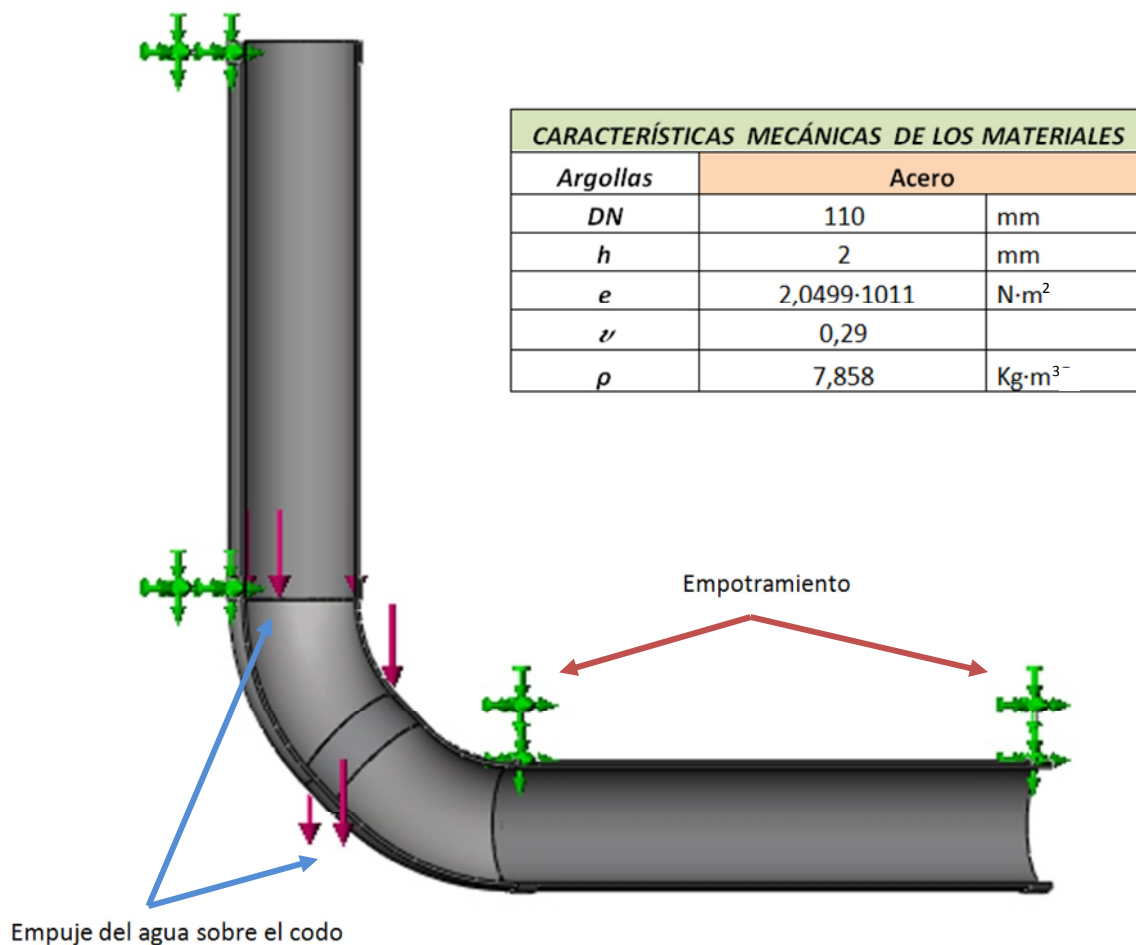


Figura 5.2.3- Condiciones de contorno de la bajante

Tramo superior de las argollas, es decir, la cara que está anclada a la pared, no permite el movimiento (geometría fija), considerándose un empotramiento. No se permite momento flector en esta parte de la pieza.

- Desplazamiento eje x : $X = 0$
- Desplazamiento eje y : $Y = 0$
- Desplazamiento eje z : $Z = 0$

5.2.1.2.- CONDICIONES DINÁMICAS Y CARACTERÍSTICAS DEL AGUA.

Figura 5.2.4. BAJANTE DN-110

CONDICIONES DINÁMICAS		
Caudal	5,8	$l \cdot s^{-1}$
Espesor Lámina	6,875	$(x \leq D/16)$
Velocidad Terminal	2,3	$m \cdot s^{-1}$
Empuje	13,34	N
Dist. entre argollas	500	mm

CARACTERÍSTICAS DEL AGUA		
Temperatura	5	$^{\circ}C$
Viscosidad Cinem.	$1,52 \cdot 10^{-6}$	$M^2 \cdot s^{-1}$

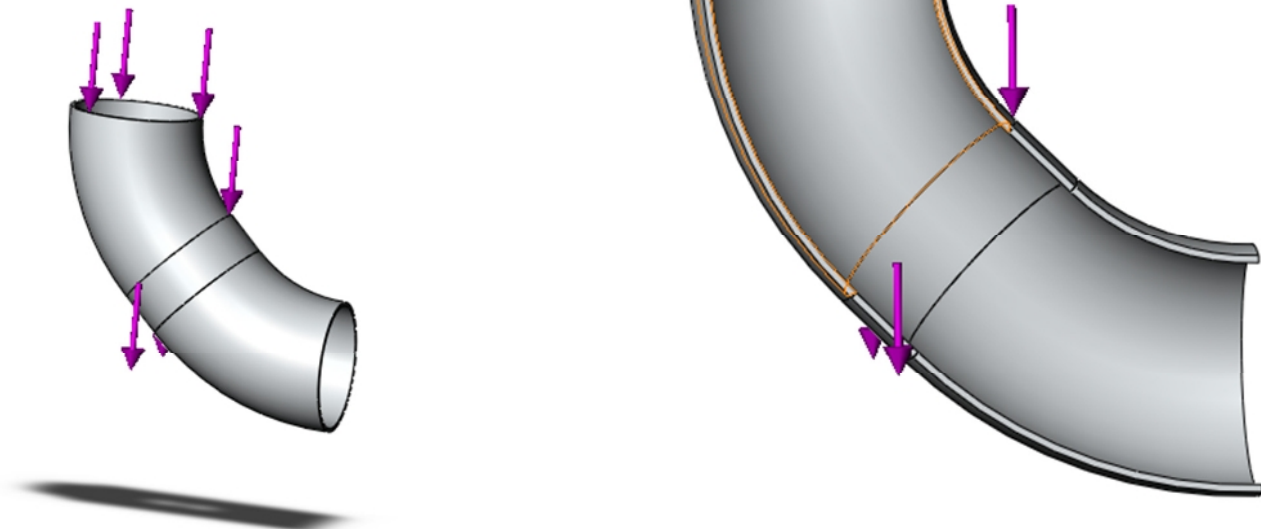


Figura 5.2.4- Detalle y sección del codo de la instalación

5.2.2.- MATERIALES LISOS

5.2.2.1.- COBRE, LATÓN, BRONCE Y ALUMINIO.

MATERIAL	DIAMETRO mm	CAUDAL l/s	h TERMINAL m/s	V TERMINAL m/s	FUERZA N
LATÓN COBRE BRONCE ALUMINIO	50	1,8	2,2	3,1	5,58
	75	4,4	3,8	4,1	18,04
	90	7,6	4,9	4,7	35,72
	110	12	6,4	5,4	64,8
	125	17	7,7	5,9	100,3
	160	33	10,6	6,9	227,7
	200	60	14,4	8	480

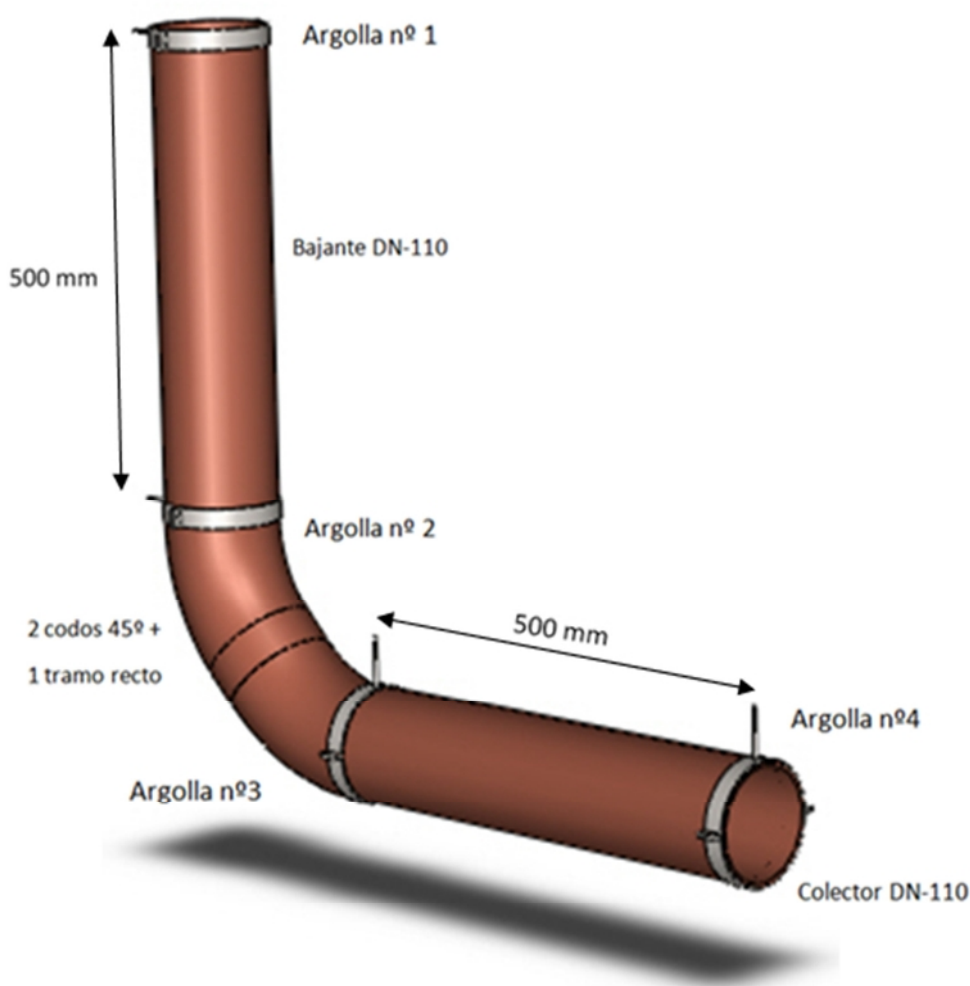


Figura 5.2.5- Esquema de la instalación de cobre

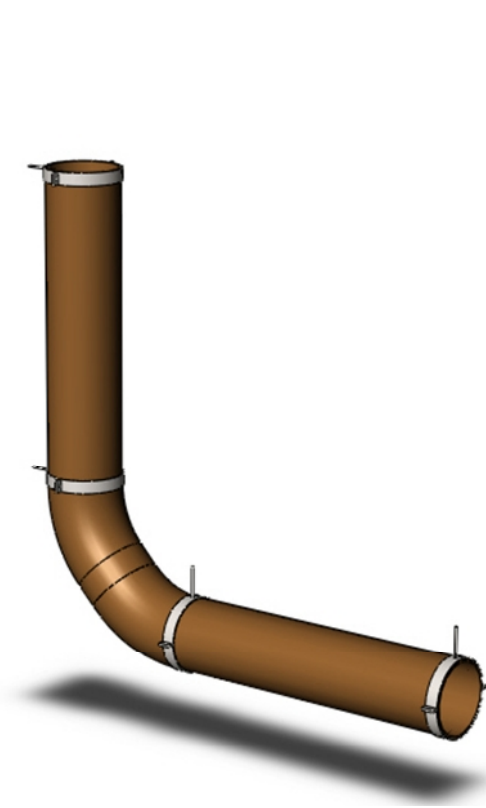


Figura 5.2.7- Esquema de la instalación de bronce

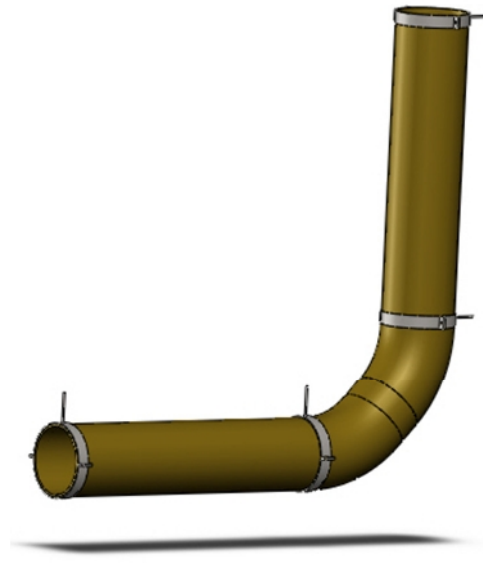


Figura 5.2.6- Esquema de la instalación de latón

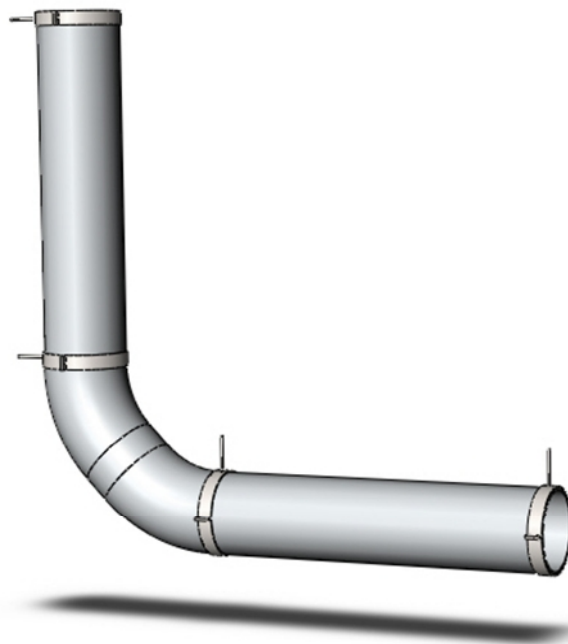


Figura 5.2.8- Esquema de la instalación de aluminio

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo elástico	1.1e+011	N/m ²
Coefficiente de Poisson	0.37	N/D
Módulo cortante	4e+010	N/m ²
Densidad	8900	kg/m ³
Límite de tracción	394380000	N/m ²
Límite de compresión en X		N/m ²
Límite elástico	258646000	N/m ²
Coefficiente de expansión térmica	2.4e-005	/K
Conductividad térmica	390	W/(m·K)
Calor específico	390	J/(kg·K)
Cociente de amortiguamiento del material		N/D

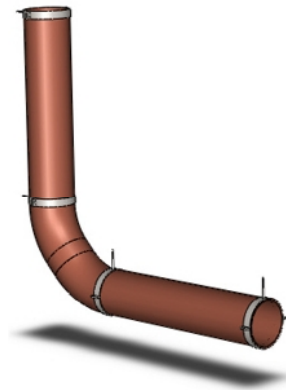
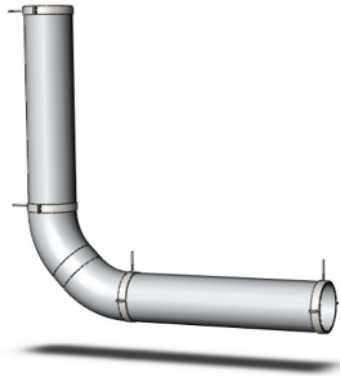


Figura 5.2.9- Características mecánicas del cobre



Propiedad	Valor	Unidades
Módulo elástico	7.3e+010	N/m ²
Coefficiente de Poisson	0.33	N/D
Módulo cortante	2.8e+010	N/m ²
Densidad	2800	kg/m ³
Límite de tracción	186126000	N/m ²
Límite de compresión en X		N/m ²
Límite elástico	75829100	N/m ²
Coefficiente de expansión térmica	2.3e-005	/K
Conductividad térmica	140	W/(m·K)
Calor específico	800	J/(kg·K)
Cociente de amortiguamiento del material		N/D

Figura 5.2.10- Características mecánicas del aluminio

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo elástico	1e+011	N/m ²
Coefficiente de Poisson	0.33	N/D
Módulo cortante	3.7e+010	N/m ²
Densidad	8500	kg/m ³
Límite de tracción	478413000	N/m ²
Límite de compresión en X		N/m ²
Límite elástico	239689000	N/m ²
Coefficiente de expansión térmica	1.8e-005	/K
Conductividad térmica	110	W/(m·K)
Calor específico	390	J/(kg·K)
Cociente de amortiguamiento del material		N/D

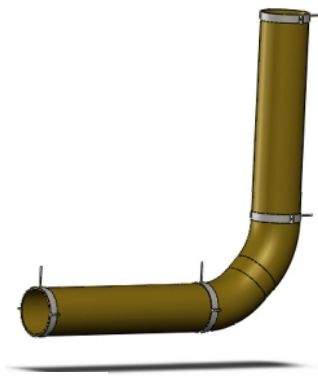


Figura 5.2.11- Características mecánicas del latón

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo elástico	1.1e+011	N/m ²
Coeficiente de Poisson	0.37	N/D
Módulo cortante	4.1e+010	N/m ²
Densidad	8700	kg/m ³
Límite de tracción	255062000	N/m ²
Límite de compresión en X		N/m ²
Límite elástico	82722700	N/m ²
Coeficiente de expansión térmica	3.2e-005	/K
Conductividad térmica	26	W/(m·K)
Calor específico	340	J/(kg·K)
Cociente de amortiguamiento del material		N/D

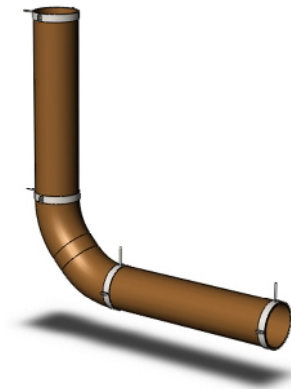
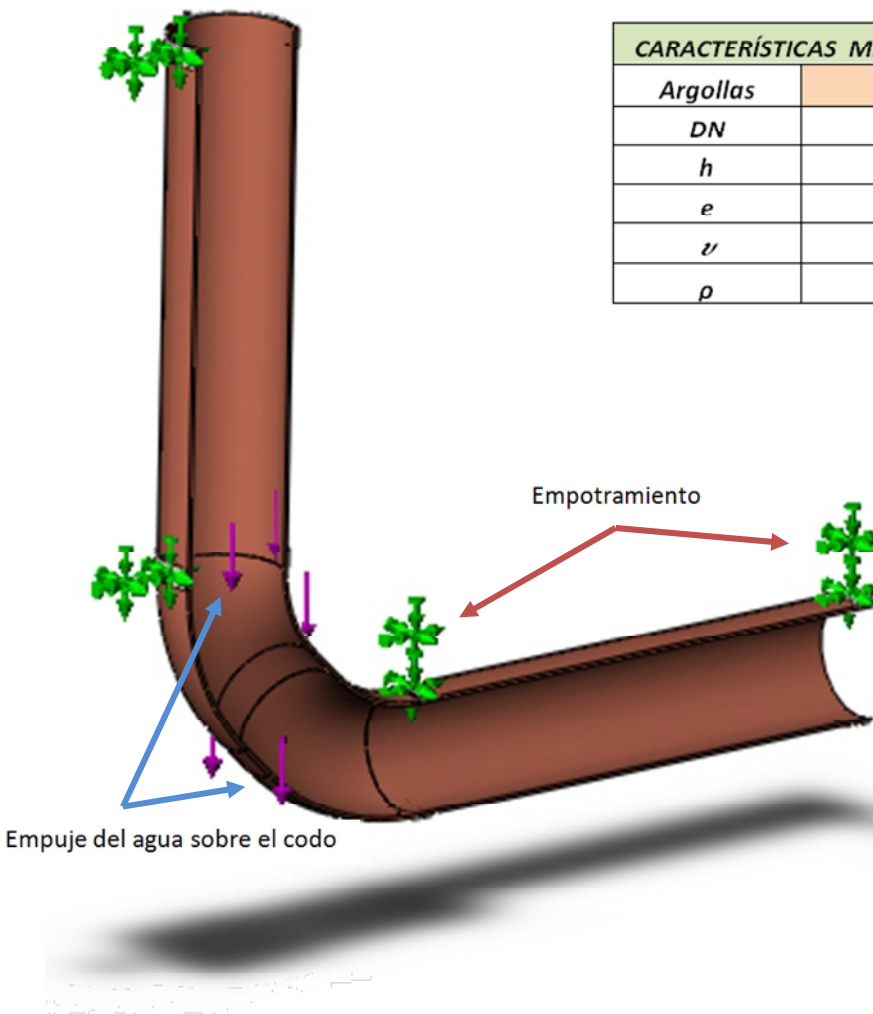


Figura 5.2.12- Características mecánicas del bronce



CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DE LOS MATERIALES		
Argollas	Acero	
DN	110	mm
h	2	mm
e	2,0499·10 ¹¹	N·m ⁻²
ν	0,29	
ρ	7,858	Kg·m ⁻³

Figura 5.2.13- Condiciones de contorno de la bajante

El tramo superior de las argollas, es decir, la cara que está anclada a la pared, no permite el movimiento (geometría fija), considerándose un empotramiento. No se permite momento flector en esta parte de la pieza.

- Desplazamiento eje x : $X = 0$
- Desplazamiento eje y : $Y = 0$
- Desplazamiento eje z : $Z = 0$

5.2.2.2.- CONDICIONES DINÁMICAS Y CARACTERÍSTICAS DEL AGUA

Figura 5.2.14. BAJANTE DN-110

CONDICIONES DINÁMICAS		
Caudal	12	$l \cdot s^{-1}$
Espesor Lámina	6,875	$(x \leq D/16)$
Velocidad Terminal	5,4	$m \cdot s^{-1}$
Empuje	64,8	N
Dist. entre argollas	500	mm

CARACTERÍSTICAS DEL AGUA		
Temperatura	5	$^{\circ}C$
Viscosidad Cinem.	$1,52 \cdot 10^{-6}$	$m^2 \cdot s^{-1}$

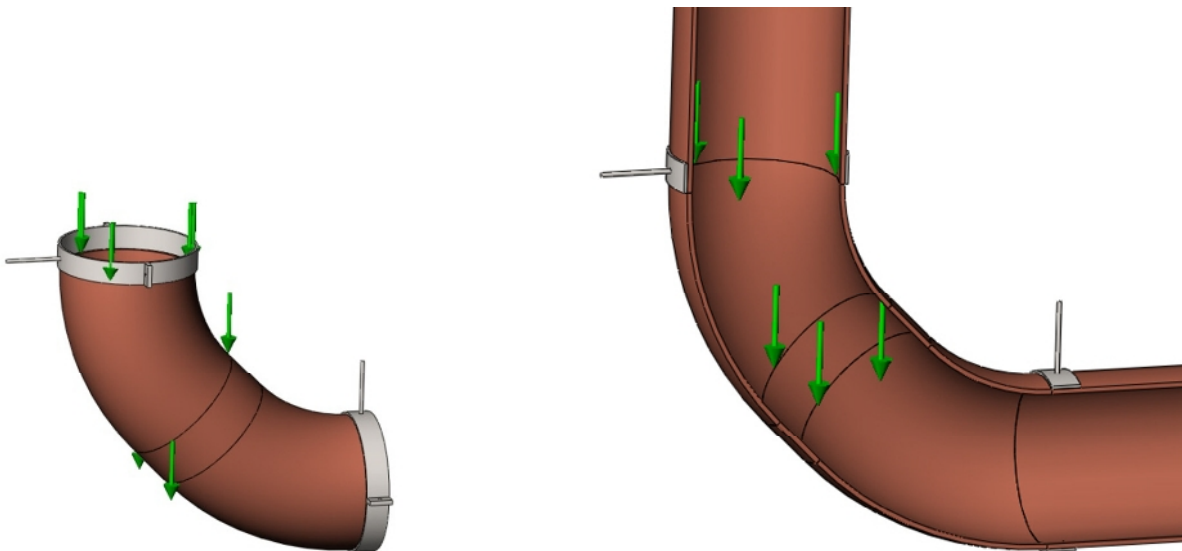


Figura 5.2.14- Detalle y sección del codo de la instalación

5.2.2.3.- POLIETILENO Y POLIVINILO DE CLORURO.

MATERIAL	DIAMETRO mm	CAUDAL l/s	h TERMINAL m/s	v TERMINAL m/s	FUERZA N
P.E. P.V.C.	50	1,5	2,1	3	4,5
	75	4	3,6	4	16
	90	7	4,6	4,5	31,5
	110	11,8	6,1	5,2	61,36
	125	16,5	7,2	5,7	94,05
	160	31,5	10	6,7	211,05
	200	57	13,4	7,8	444,6

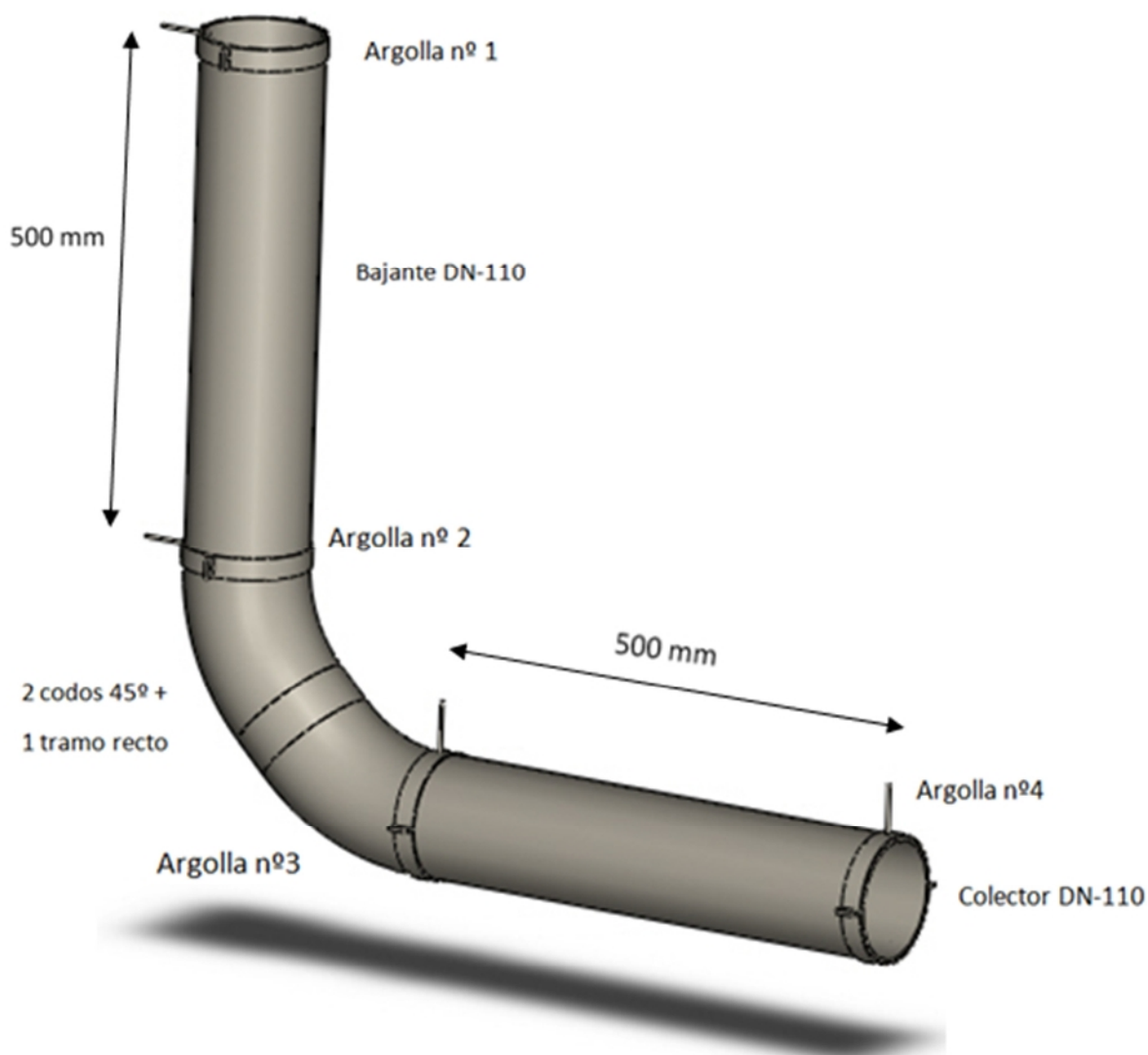


Figura 5.2.15- Esquema de la instalación de acero policloruro de vinilo

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo de elasticidad en X	2410000000	N/m ²
Coefficiente de Poisson en XY	0.3825	N/D
Módulo cortante en XY	866700000	N/m ²
Densidad de masa	1300	kg/m ³
Límite de tracción en X	40700000	N/m ²
Límite de compresión en X		N/m ²
Límite elástico	41400000	N/m ²
Coefficiente de expansión térmica en X		/K
Conductividad térmica en X	0.147	W/(m·K)
Calor específico	1355	J/(kg·K)
Cociente de amortiguamiento del material		N/D

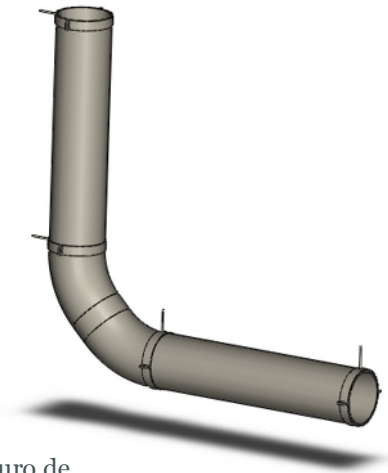
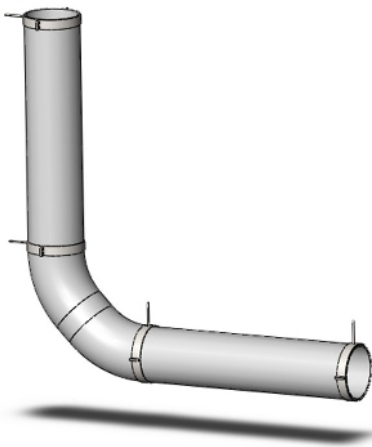


Figura 5.2.16- Características mecánicas del policloruro de



Propiedad	Valor	Unidades
Módulo de elasticidad en X	1070000000	N/m ²
Coefficiente de Poisson en XY	0.4101	N/D
Módulo cortante en XY	377200000	N/m ²
Densidad de masa	952	kg/m ³
Límite de tracción en X	22100000	N/m ²
Límite de compresión en X		N/m ²
Límite elástico	17900000	N/m ²
Coefficiente de expansión térmica en X		/K
Conductividad térmica en X	0.461	W/(m·K)
Calor específico	1796	J/(kg·K)
Cociente de amortiguamiento del material		N/D

Figura 5.2.17- Características mecánicas del polietileno

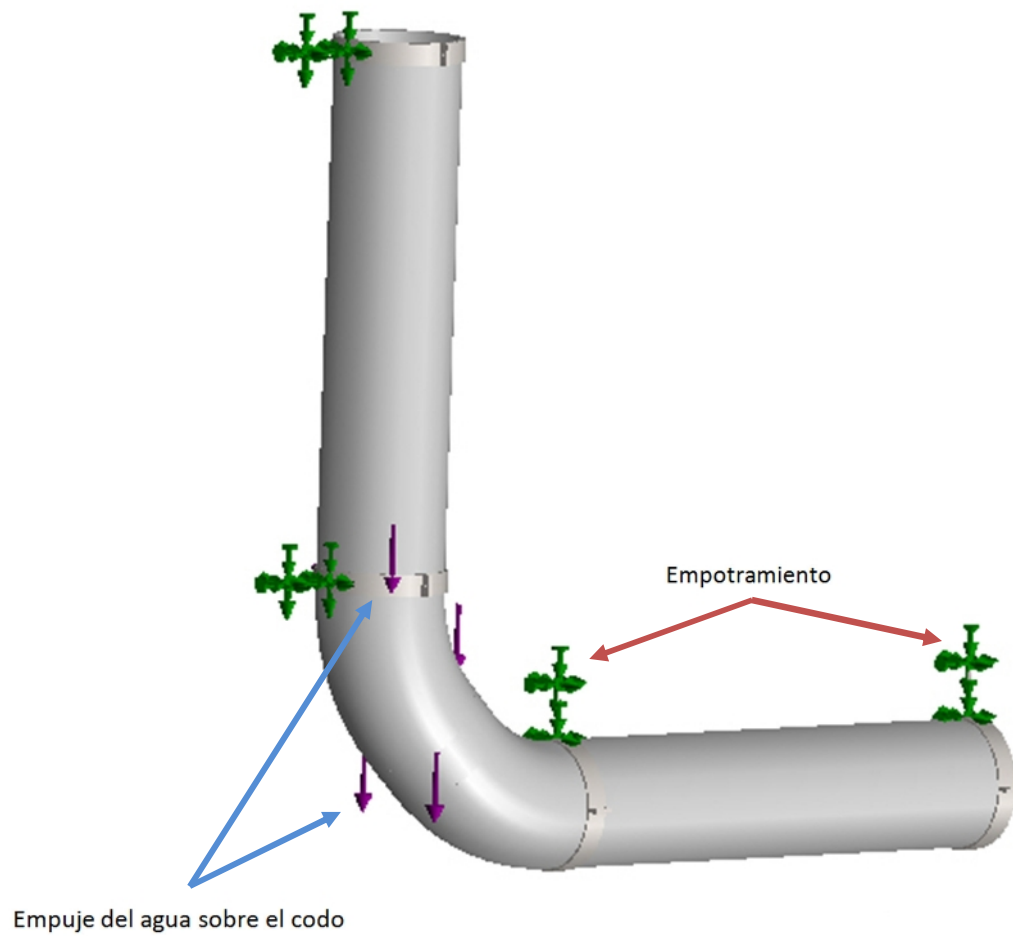


Figura 5.2.18- Condiciones de contorno de la bajante



CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DE LOS MATERIALES		
Argollas	Acero	
<i>DN</i>	110	mm
<i>h</i>	2	mm
<i>e</i>	2,0499·10 ¹¹	N·m ⁻²
<i>ν</i>	0,29	
<i>ρ</i>	7,858	Kg·m ⁻³

Figura 5.2.19- Características mecánicas de la argolla de acero

Tramo superior de las argollas, es decir, la cara que está anclada a la pared, no permite el movimiento (geometría fija), considerándose un empotramiento. No se permite momento flector en esta parte de la pieza.

- Desplazamiento eje x : $X = 0$
- Desplazamiento eje y : $Y = 0$
- Desplazamiento eje z : $Z = 0$

5.2.2.4.- CONDICIONES DINÁMICAS Y CARACTERÍSTICAS DEL AGUA

Figura 5.2.20. BAJANTE DN-110

CONDICIONES DINÁMICAS		
Caudal	11,8	$l \cdot s^{-1}$
Espesor Lámina	6,875	$(x \leq D/16)$
Velocidad Terminal	5,2	$m \cdot s^{-1}$
Empuje	61,36	N
Dist. entre argollas	500	mm

CARACTERÍSTICAS DEL AGUA		
Temperatura	5	$^{\circ}C$
Viscosidad Cinem.	$1,52 \cdot 10^{-6}$	$m^2 \cdot s^{-1}$

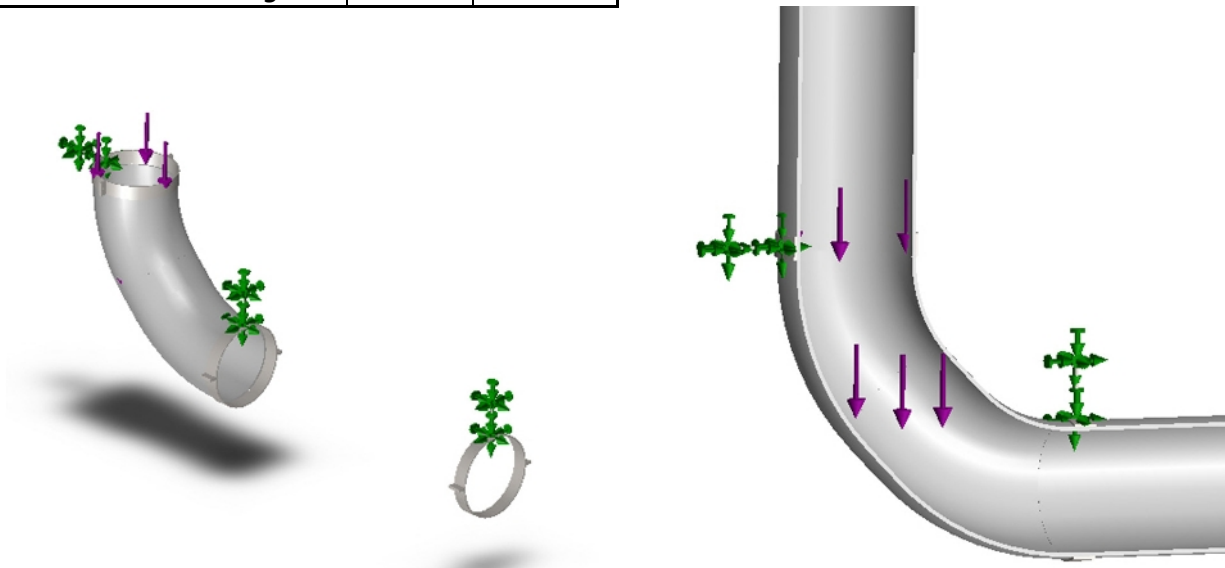


Figura 5.2.20- Detalle y sección del codo de la instalación

5.3.- MALLADO.

5.3.1.- INTRODUCCIÓN.

El método de los elementos finitos es un método numérico utilizado en ingeniería y en física para la resolución de ecuaciones. Este utiliza un sistema de trabajo basados en puntos, este es muy complejo y se da a conocer de igual forma como nodos que a su vez fabrican una red conocida como malla. Dicha malla tiene la función de contener el material y las propiedades estructurales, esto es lo que proporciona que las mallas puedan dar una definición de las reacciones que se presentan antes ciertas cargas. Dependiendo del nivel de estrés se le asigna a los nodos una densidad por material, es decir si el estrés es grande tendrá mayor densidad los nodos.

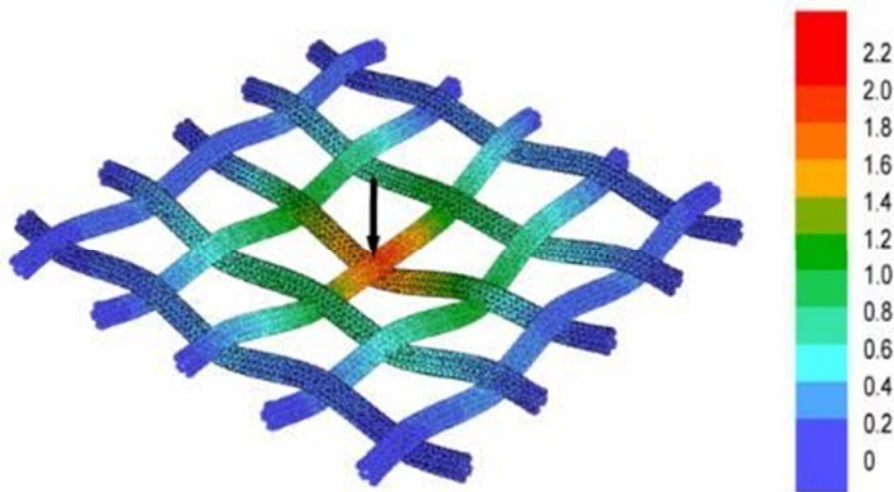


Figura 5.3.1- Reacción de la malla bajo carga

Los puntos de interés, se encuentran testeados con anticipación, son de factura, y se colocan o se encuentran en áreas de elevado estrés. En este caso la maya se encuentra actuando como una tela de araña en la que cada nodo se extiende de manera adyacente. Esto es lo que permite que los tipo de red de las propiedades del material proporcionen elementos.

La elección de la malla depende principalmente de la geometría del modelo a analizar y de la precisión que se desea alcanzar en los resultados.

La malla es más densa alrededor de nuestro objetivo, aquellas zonas de mayor interés, o de mayor complejidad en el cálculo.



Figura 5.3.2- Vista ampliada de una zona del mallado

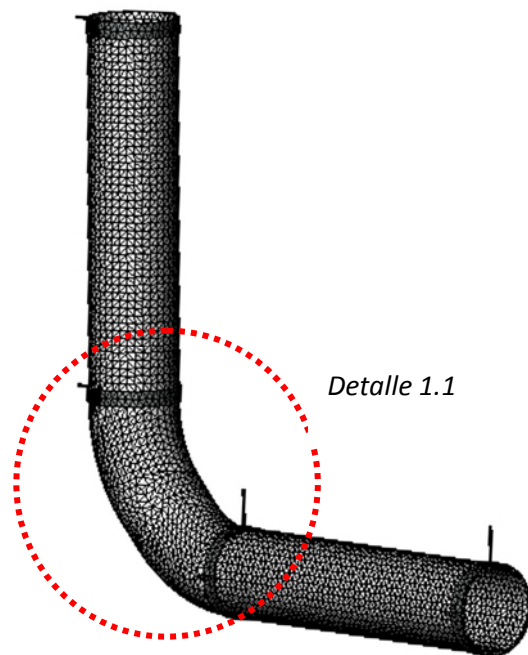


Figura 5.3.3- Vista en perspectiva del mallado de una bajante

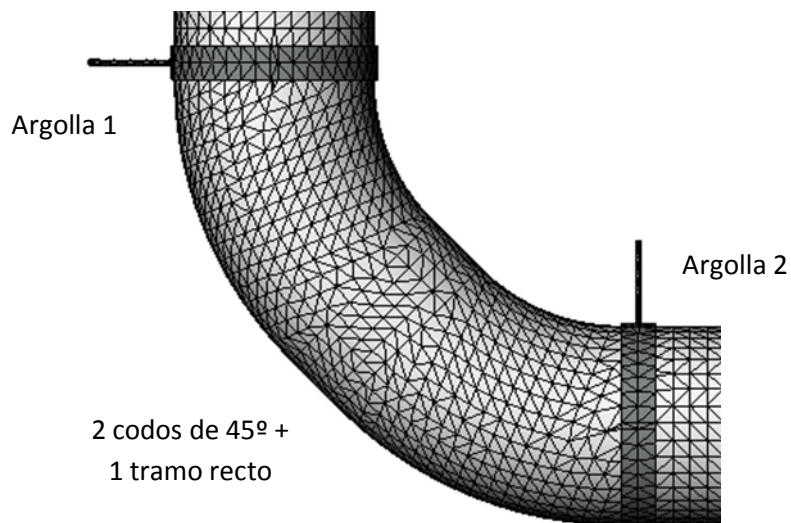


Figura 5.3.4- Detalle 1.1

Para el análisis estructural hemos considerado la misma retícula para todas las bajantes con el mismo diámetro, ya que aunque cambia el material, las dimensiones del cuerpo son las mismas este consiste en un mallado tetraédrico de segundo orden, cambiando únicamente según sus dimensiones ciertas características.

5.3.2.- CARACTERÍSTICAS DE MALLADO

Para el análisis estructural hemos considerado la misma retícula para todas las bajantes con el mismo diámetro, ya que aunque cambia el material, las dimensiones del cuerpo son las mismas. Este consiste en un mallado tetraédrico de segundo orden, cambiando únicamente según sus dimensiones ciertas características:

CARACTERÍSTICAS DEL MALLADO							
	50	75	90	110	125	160	200
Puntos jacobianos	4 puntos	4 puntos	4 puntos	4 puntos	4 puntos	4 puntos	4 puntos
Tamaño de elementos	7.21569 mm	8.0623 mm	8.94321 mm	10.0861 mm	9.79603 mm	12.521 mm	14.4746 mm
Tolerancia	0.360785 mm	0.403115 mm	0.44716 mm	0.504303 mm	0.489801 mm	0.62605 mm	0.72373 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden						
Número total de nodos	53324	65799	66797	66017	65107	66159	66172
Número total de elementos	27330	33729	34223	33833	33283	33870	33792
Máxima relación de aspecto	98.794	199.2	172.95	299.05	399.26	49108	142.47

Figura 5.3.5- Tabla: Características del mallado

5.4.- PROCEDIMIENTO Y TEORÍA DE VON MISES.

5.4.1.- PROCEDIMIENTO.

Los pasos a seguir para tener un análisis de la estructura por el método de elementos finitos son:

- 1) El continuo se divide con líneas imaginarias en elementos finitos. Su desarrollo se da por medio de algoritmos incorporados a programas informáticos.
- 2) Los elementos se encuentran conectados entre sí por un número discreto de puntos o nodos. Las incógnitas en este caso serán los desplazamientos.
- 3) Las funciones a utilizar tiene que definir el campo de desplazamientos en el interior de cada elemento finito.
- 4) Estas funciones precisarán la etapa de deformación del elemento durante su desplazamiento. Esto a su vez define el estado de tensiones en todo el elemento y sus alrededores.
- 5) Se establece un sistema de fuerzas condensadas en los nodos, que nivele las tensiones en el medio y las cargas repartidas, dando como resultado una relación entre fuerzas y desplazamientos de la forma $F = k \cdot u$.
- 6) Los desplazamientos se obtiene en los nodos y con ellos el campo de desplazamientos.
- 7) Se presentan los resultados, de forma gráfica para su análisis

5.4.2.- TEORIA DE LA ENERGIA DE DISTORSIÓN DE VON MISES.

Propuesta por R. Von Mises al observar que los materiales bajo esfuerzos hidrostáticos soportan esfuerzos mucho mayores que sus esfuerzos de fluencia bajo otros estados de carga. La teoría establece:

“La falla se producirá cuando la energía de distorsión por unidad de volumen debida a los esfuerzos máximos absolutos en el punto crítico sea igual o mayor a la energía de distorsión por unidad de volumen de una probeta en el ensayo de tensión en el momento de producirse la fluencia”

La teoría de Von Mises dice que la distorsión del elemento es debida a los esfuerzos principales restándole los esfuerzos hidrostáticos:

$$(\sigma_h = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}). \quad [5.4.1]$$

La energía de distorsión es la diferencia entre la energía total de deformación por unidad de volumen y la energía de deformación por unidad de volumen debida a los esfuerzos hidrostáticos.

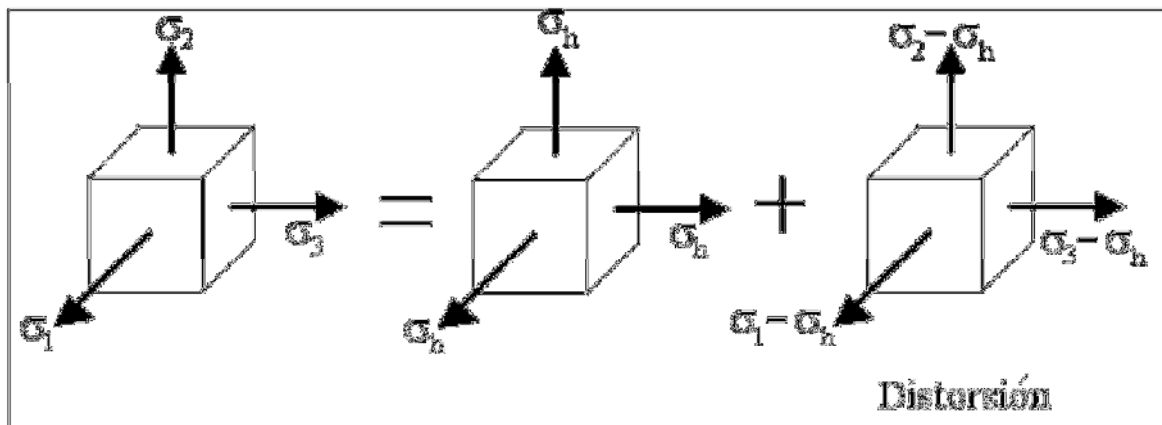


Figura 5.4.1- Energía de distorsión

Como el material se encuentra en rango elástico (ya que la falla se produce al llegar a la zona plástica), la energía total de deformación por unidad de volumen para el elemento es:

$$U = \frac{1}{2} \sigma_1 \varepsilon_1 + \frac{1}{2} \sigma_2 \varepsilon_2 + \frac{1}{2} \sigma_3 \varepsilon_3 \quad [5.4.2]$$

Las deformaciones son:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} \quad [5.4.2.1]$$

Reemplazando las deformaciones de la ecuación superior en la ecuación de la página anterior resulta la energía total de deformación:

$$U = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] \quad [5.4.2.2]$$

La energía de deformaciones debida a los esfuerzos hidrostáticos es:

$$U_h = \frac{3(1-2\nu)}{2E} \sigma_h^2 = \frac{3(1-2\nu)}{2E} \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right)^2 \quad [5.4.2.3]$$

La energía de distorsión es entonces:

$$U_d = U - U_h \quad [5.4.2.4]$$

$$U_d = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] - \frac{3(1-2\nu)}{2E} \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right)^2$$

$$U_d = \frac{1+\nu}{3E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3)$$

En el ensayo de tensión al producirse la fluencia $\sigma_2 = \sigma_3 = 0, \sigma_1 = S_y$ y entonces la energía de distorsión en la probeta es:

$$U_d = \frac{1+\nu}{3E} S_y^2 \quad [5.4.2.5]$$

Iguando las dos ecuaciones superiores como lo dice el enunciado de la teoría, tenemos:

$$\frac{1+\nu}{3E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3) = \frac{1+\nu}{3E}S_y^2 \quad [5.4.2.6]$$

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3} = S_y$$

$$\sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}} = S_y \quad [5.4.2.7]$$

Se define el esfuerzo de Von Misses como:

[5.4.2.8]

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}}$$

Entonces la falla se da cuando:

$$\sigma' = S_y$$

[5.4.2.9]

En el caso bidimensional $\sigma_2 = 0$ y el esfuerzo de Von Misses es :

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3} \quad [5.4.2.10]$$

Para el caso bidimensional, en el plano $\sigma_1 - \sigma_3$, la teoría de Von Mises se representa gráficamente como:

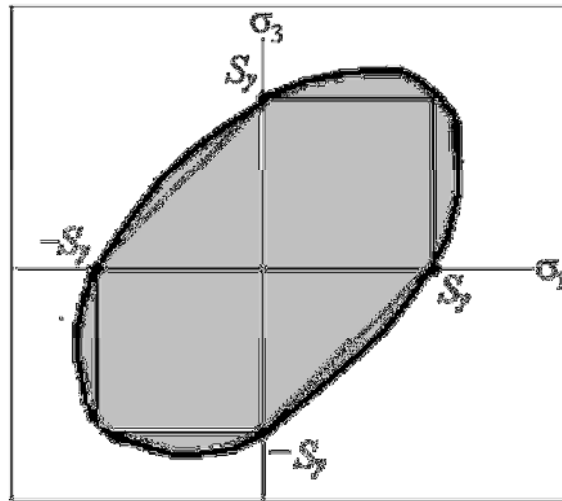


Figura 5.4.2.- Teoría de Von Mises en el plano $\sigma_1 - \sigma_3$

La falla se presentará cuando el punto determinado por los esfuerzos encuentra fuera del área sombreada en la figura 2.5. La línea más gruesa representa las locaciones donde se presentará la falla de acuerdo con Von Mises, las líneas interiores más delgadas representan las locaciones de falla de acuerdo con Tresca.

De la figura 2.5 puede observarse que la teoría de Von Mises tiene un mayor área en la cual no se presentará falla que la teoría de Tresca, por eso la teoría del esfuerzo cortante máximo es la teoría escogida para hacer cálculos conservadores de falla de un material y tener mayor certeza de que no se producirá falla.

Si se considera un elemento que se encuentre bajo cortante puro en el momento de la falla, donde el esfuerzo cortante a la fluencia es S_{sy} el esfuerzo de Von Mises resulta ser de la ecuación 5.4.3:

$$\sigma' = \sqrt{3}S_{sy} \quad [5.4.3]$$

Y la falla se da cuando:

$$\sqrt{3}S_{sy} = S_y \quad [5.4.3.1]$$

Donde S_y es el esfuerzo de fluencia a la tensión, entonces resulta la importante relación:

$$S_{sy} = 0.577S_y \quad [5.4.3.2]$$