

Resumen

El Comercio electrónico se ha convertido en uno de los sistemas de compra más aceptados por los consumidores debido a la facilidad que tienen los consumidores para acceder mediante Internet a una gran variedad de artículos. Una de las principales ventajas de este sistema de compra es que ofrece la posibilidad de comparar diferentes artículos en términos de costes, características y ofertas sin necesidad de tener que acudir a las tiendas donde se venden, lo que además supone un importante ahorro en tiempo y en dinero. Por otra parte, las formas de pago a través de la red de redes son cada vez más seguras, lo que está facilitando la implantación del comercio electrónico, cuyo uso está creciendo a un ritmo destacable frente a los modos de compra tradicionales que, poco a poco, van perdiendo terreno. Por tanto, conocer la dinámica de este crecimiento, a partir de los principales factores que la determinan, es un problema de gran relevancia para los agentes involucrados en el sector del comercio electrónico. Los modelos matemáticos son una potente herramienta que nos puede ayudar a abordar, de forma rigurosa, este difícil problema de interés económico, permitiendo a partir de ellos realizar predicciones fiables acerca de cómo será la tendencia del uso del comercio electrónico en los próximos años.

El objetivo de esta tesis es proporcionar modelos dinámicos con incertidumbre a partir de técnicas de epidemiología matemática que den respuesta a este importante problema. El modelo compartimental epidemiológico Susceptible-Infectado (SI) fue implementado en el estudio. En este, se asu-

me que en una población con n individuos en estado Susceptible $S(t)$ a usar el comercio electrónico entra en contacto directo con el número de individuos en estado infectado $I(t)$ (han usado el comercio electrónico) quienes pueden cambiar de estado a los individuos en estado susceptible. Cabe señalar que existen muy pocas publicaciones que hayan abordado la modelización dinámica del comercio electrónico. Esta tesis describe los principales avances que he realizado, en el seno del grupo de investigación donde ha sido realizada, en relación a este complejo problema. El contenido de los capítulos de esta tesis, como se detalla a continuación, aborde los diferentes modelos matemáticos para modelar la evolución dinámica del comercio electrónico. En este sentido debo señalar que la tesis es, en buena medida, un reflejo de nuestra propia evolución en el aprendizaje de técnicas de modelización matemática donde, como no puede ser de otra manera, el principal hilo conductor ha sido la búsqueda de modelos y métodos de diferente naturaleza matemática (deterministas vs estocásticos; discretos vs continuos; etc.) que permitieran avanzar en la modelización matemática de la dinámica del comercio electrónico. Como el principal objetivo de la tesis ha sido aplicar los modelos propuestos a datos reales, la formulación de los diferentes modelos ha estado condicionada, por una parte, por la disponibilidad de dichos datos, y por otra, por las limitaciones computacionales a la hora de tratar la complejidad de los modelos propuestos. Como se detalla a continuación, los dos primeros modelos, presentados en los Capítulos 1 y 2, respectivamente, son de naturaleza determinista, mientras que el modelo propuesto en el Capítulo 3, tiene una formulación más sencilla ya que tiene naturaleza estocástica y su tratamiento computacional es mucho más complejo. Como conclusión personal, si bien he tenido que buscar un equilibrio entre la complejidad en la formulación matemática (número de subpoblaciones a considerar en el modelo, consideración de la aleatoriedad en el planteamiento del modelo, número de parámetros en el modelo, etc.) y el posterior tratamiento computacional del modelo, esta tesis me ha servido para aumentar mi formación investigadora en Modelización Matemática a través de un problema complejo de gran interés actual para la sociedad

sobre el cual, en este momentos, se han realizado todavía pocos avances.

En el Capítulo 1, se construye un modelo determinístico continuo, basado en un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales, de tipo difusión y estructurado en seis grupos de edades comprendidas entre 15 y 74 años. Cada uno de estos grupos se divide, a su vez, en dos subpoblaciones (imitadores e innovadores), dependiendo de su comportamiento como consumidores. El resultado es un modelo determinista con 31 parámetros, 13 de los cuales proceden de un modelo demográfico con población constante, y el resto de parámetros aparecen en el propio modelo difusión propuesto para describir la dinámica de la tecnología del comercio electrónico en España. A pesar de la complejidad del modelo determinista, y de los pocos datos disponibles en el Instituto Nacional de Estadística (INE) en el momento de realizar el estudio, gracias a las técnicas computacionales aplicadas, se ha podido realizar un ajuste del modelo que explican de forma muy aceptable la tendencia de los datos sobre la dinámica del comercio electrónico, lo que ha permitido construir predicciones para los próximos años. El estudio se ha completado con un análisis de la sensibilidad de los parámetros con el objeto de conocer cuáles son los coeficientes de difusión (vía la innovación y la imitación) que tienen una mayor influencia en los resultados de la respuesta del modelo. Esta información puede ser relevante para quienes se dedican a realizar campañas de marketing, ya que, según el modelo propuesto, ello permite determinar las subpoblaciones a las que se deberían dirigir las campañas de marketing.

Posteriormente al trabajo realizado en el Capítulo 1, nos planteamos desarrollar un modelo sin la restricción de que el modelo demográfico subyacente tuviera población constante. El resultado fue el modelo que se presenta en el Capítulo 2 donde se propone un modelo discreto determinista que, debido a la complejidad de la técnica de escalado que debe realizarse para tratar el escenario con población variable, se consideraron únicamente dos subpoblaciones entre 15 y 74 años. En este caso el modelo demográfico depende

de 3 parámetros, mientras que el modelo de difusión del comercio electrónico depende de 9 parámetros adicionales. A partir de los datos disponibles en el INE, durante el período 2007 – 2015, se ha realizado un ajuste del modelo que permite explicar de forma adecuada la dinámica del comercio electrónico en España y realizar predicciones fiables de la tendencia de esta tecnología en los próximos años.

Aunque las técnicas de ajuste de los modelos presentados en los Capítulos 1 y 2 a los datos disponibles en el INE están basadas en métodos probabilísticos (en el Capítulo 1, se aplica un tipo de muestreo, denominado Hipercubo Latino y, en el Capítulo 2, el denominado Ajuste Probabilístico), la naturaleza de los dos modelos es puramente determinística, ya que los parámetros en ambos casos son constantes. Como parte de la evolución en Modelización Matemática del grupo de investigación donde he desarrollado esta tesis, en los últimos años el interés se ha centrado en el desarrollo de modelos estocásticos, es por ello, que en el Capítulo 3 se propone un modelo compartimental que divide a la población española en dos subpoblaciones, dependiendo de si usan o no el comercio electrónico, se trata por tanto de un modelo cuya formulación es mucho más sencilla que la presentada en los capítulos anteriores, pero cuyos parámetros son variables aleatorias. En este caso, el objetivo ha sido diseñar técnicas computacionales de optimización inversa para el modelo estocástico donde el ajuste no consiste en buscar las constantes que mejor ajustan el modelo a los datos disponibles del INE (para el período 2011 – 2016), sino en determinar las distribuciones estadísticas de los parámetros del modelo que mejor explican la evolución estocástica de los datos disponibles. Posteriormente, una vez realizada la validación del modelo se realizan predicciones estocásticas de la evolución del uso de la tecnología del comercio electrónico en España para los próximos años. Cabe señalar que aunque la formulación de este modelo es mucha más sencilla que la de los modelos de los Capítulos 1 y 2, su tratamiento computacional es muchos más complejo, y que existen muy pocas aportaciones en esta línea de investigación, siendo una de las primeras aportaciones en el seno

del grupo de investigación donde he realizado esta tesis, donde se utilizan técnicas estocásticas de estimación inversa de distribuciones en el contexto de modelos dinámicos discretos con aplicación a datos reales.