



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



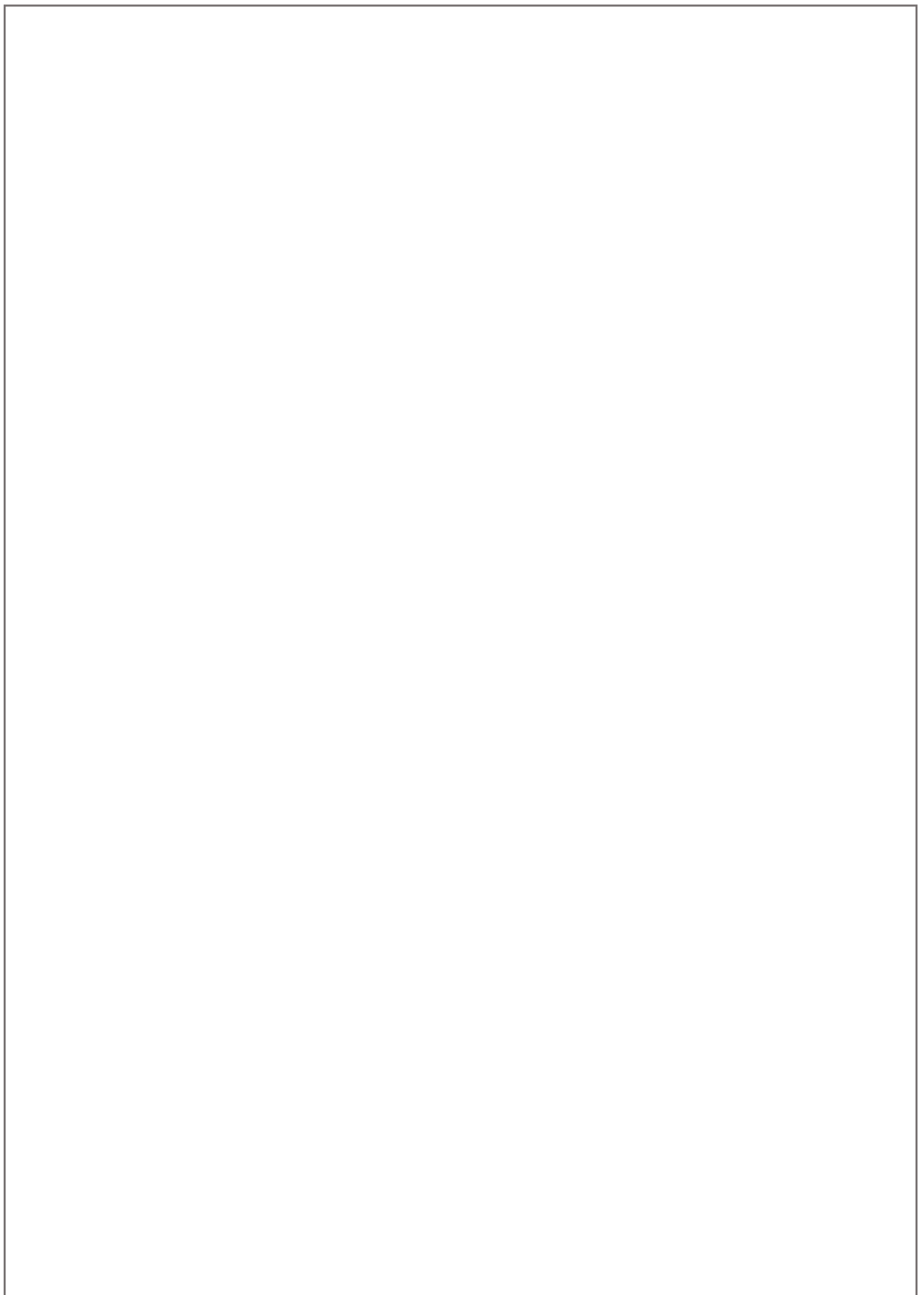
ESCUELA TÉCNICA
SUPERIOR INGENIEROS
INDUSTRIALES VALENCIA

TRABAJO FIN DE MASTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

**MODELIZACIÓN ESTOCÁSTICA PARA
SUBYACENTES COTIZADOS Y DERIVADOS
SINTÉTICOS DEL SECTOR ELÉCTRICO
INDUSTRIAL Y DEL MIBGAS.
IMPLEMENTACIÓN WEB EN TIEMPO REAL
USANDO GOOGLE SPREADSHEETS Y
WORDPRESS.**

AUTOR: Mario González Nicio
TUTOR: Manuel Pineda Sánchez
Selección: Juan Carlos Cortés López

Curso Académico: 2018-19



Índice

Agradecimientos.....	4
Índice de Figuras.....	5
Índice de Gráficos.....	6
Índice de Tablas.....	7
Motivación del trabajo.....	8
Resumen.....	9
Objetivos del trabajo.....	10
Introducción.....	12
El Sistema Financiero.....	12
El Mercado Financiero.....	13
El IBEX-35.....	14
El Mercado Ibérico del Gas o MIBGAS.....	14
Bloque I: Modelización estocástica de subyacentes cotizados.....	15
1.1. Introducción.....	15
1.1.1. El Movimiento Browniano.....	15
1.1.2. Proceso de Markov.....	17
1.1.3. El Cálculo de $It\hat{o}$	18
1.1.4. El Método de Máxima verosimilitud.....	19
1.1.5. Medidas de Contraste de Hipótesis.....	20
1.1.6. El modelo Log-Normal.....	21
1.1.7. Lema de $It\hat{o}$, aplicación del cálculo de la solución del modelo Log-normal, de su media y de su varianza.....	23
1.2. El Modelo Diario.....	27
1.2.1. Modelo Diario: estimación puntual de sus parámetros.....	28
1.2.2. Predicción puntual a corto plazo.....	30
1.2.3. Construcción de los intervalos de confianza en el modelo a corto plazo.....	31
1.2.4. Método paso a paso: predicción puntual.....	32
1.2.5. Construcción de los intervalos de confianza en el modelo paso a paso.....	33
1.3. Presentación de los resultados.....	34
<i>Endesa</i>	34
<i>Iberdrola</i>	37
<i>Naturgy</i>	39

<i>Acciona</i>	42
<i>ACS</i>	44
<i>MIBGAS – Intradía (Whitin Day)</i>	47
<i>MIBGAS – D+1</i>	49
Bloque II: Modelización de derivados sintéticos tipo Bull/Bear Spread.	52
2.1. Introducción.	52
2.1.1. Mecanismos básicos de posición en la bolsa.	52
2.1.2. La fórmula de Black-Scholes.....	56
2.1.3. Estrategias de inversión combinadas: Operaciones <i>Spread</i>	58
2.2. Determinación de la probabilidad de beneficio.....	65
2.2.1. Probabilidad de beneficio en una operación del tipo Call Bull Spread.	66
2.2.2. Probabilidad de beneficio en una operación del tipo <i>Put Bull Spread</i>	70
2.2.3. Probabilidad de beneficio en una operación del tipo Call Bear Spread.....	73
2.2.4. Probabilidad de beneficio en una operación del tipo Put Bear Spread.	77
2.3. Presentación de escenarios.....	81
Escenario 1: Promedio de los valores observados.	81
Escenario 2: Optimista.	82
Escenario 3: Pesimista.....	82
2.4. Presentación de los resultados.	83
<i>Valoración – Endesa</i>	86
<i>Valoración – MIBGAS WD (Within Day)</i>	90
Bloque III: Implementación Web.	94
3.1. Esquema utilizado en la implementación.	94
3.2. ASIC – UPV, Servicio de Webs Avanzadas.	96
3.3. Google SpreadSheets.	96
3.4. Servicio CMS – Wordpress.	100
<i>OceanWP</i>	101
<i>Elementor</i>	102
<i>Inline Google Spreadsheets Viewer</i>	102
Conclusiones finales.....	104
Bibliografía.	106
Presupuesto.	107

Modelización estocástica para subyacentes cotizados y derivados sintéticos del sector eléctrico/industrial y del MIBGAS. Implementación web en tiempo real usando Google Spreadsheets y Wordpress.

Agradecimientos.

“Gracias a mi familia y amigos, porque es lo más importante y muchas veces lo que menos se valora.

Gracias a mis tutores, a los profesores del máster, a la escuela, y a la universidad.

Gracias a todos los que creyeron en mí, y sobre todo a los que no creyeron”

Índice de Figuras.

Figura 1. El Sistema Financiero.....	12
Figura 2. Evolución del IBEX-35 en los últimos 5 años.	16
Figura 3. Cadenas de Markov.....	17
Figura 4. Mecanismos de posición en bolsa. Ejemplo para tantear una opción Call.....	52
Figura 5. Mecanismos de posición en bolsa. Ejemplo para tantear una opción Put.	54
Figura 6. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica - Call Bull Spread.....	67
Figura 7. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 50% - Call Bull Spread.....	68
Figura 8. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 60% - Call Bull Spread.....	68
Figura 9. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica - Put Bull Spread.....	71
Figura 10. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 50%- Put Bull Spread.....	71
Figura 11. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 60%- Put Bull Spread.....	72
Figura 12. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica - Call Bear Spread.....	74
Figura 13. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 50% - Call Bear Spread.....	75
Figura 14. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 60% - Call Bear Spread.....	75
Figura 15. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica - Put Bear Spread.....	78
Figura 16. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 50% - Put Bear Spread.....	78
Figura 17. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 60% - Put Bear Spread.....	79
Figura 18. Esquema de implementación para la visualización de los resultados a tiempo real. Programas asociados.....	94
Figura 19. Aspecto visual de la página principal de la Web - http://magonni.upv.edu.es/	95
Figura 20. Aspecto visual del entorno de trabajo de una hoja de cálculo de Google.....	97
Figura 21. Aspecto visual del entorno de trabajo de una hoja de cálculo de Google – Programación de Scripts.....	98
Figura 22. Aspecto visual del entorno de trabajo de una hoja de cálculo de Google – Programación de “triggers”.....	99
Figura 23. Aspecto visual del entorno de trabajo de Wordpress para la edición de una página Web.	100
Figura 24. Aspecto visual del entorno de trabajo de OceanWP para la edición de una página Web.	101
Figura 25. Aspecto visual del entorno de trabajo de OceanWP para la edición de una página Web.	102

Índice de Gráficos.

Gráfico 1. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – Endesa.....	34
Gráfico 2. Validación del método a corto plazo, RMSE a 30 días – Endesa	35
Gráfico 3. Validación del método paso a paso, MAPE a 30 días – Endesa.....	35
Gráfico 4. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – Endesa	36
Gráfico 5. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – Iberdrola	37
Gráfico 6. Validación del método a corto plazo, RMSE a 30 días – Iberdrola.....	37
Gráfico 7. Validación del método paso a paso, MAPE a 30 días – Iberdrola	38
Gráfico 8. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – Iberdrola.....	38
Gráfico 9. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – Naturgy	39
Gráfico 10. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – Naturgy.....	40
Gráfico 11. Validación del método paso a paso, MAPE a 30 días – Naturgy	40
Gráfico 12. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – Naturgy.....	41
Gráfico 13. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – Acciona.....	42
Gráfico 14. Validación del método a corto plazo, RMSE a 30 días – Acciona	42
Gráfico 15. Validación del método paso a paso, MAPE a 30 días – Acciona.....	43
Gráfico 16. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – Acciona.....	43
Gráfico 17. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – ACS	44
Gráfico 18. Validación del método a corto plazo, RMSE a 30 días – ACS	45
Gráfico 19. Validación del método paso a paso, MAPE a 30 días – ACS.....	45
Gráfico 20. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – ACS	46
Gráfico 21. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – WD	47
Gráfico 22. Validación del método a corto plazo, RMSE a 30 días – WD.....	47
Gráfico 23. Validación del método paso a paso, MAPE a 30 días – WD	48
Gráfico 24. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – WD.....	48
Gráfico 25. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – D+1	49
Gráfico 26. Validación del método a corto plazo, RMSE a 30 días – D+1	50
Gráfico 27. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – D+1	50
Gráfico 28. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – D+1	51
Gráfico 36. Evolución de un subyacente bajo una operación Call Bull Spread.....	58
Gráfico 37. Evolución de un subyacente bajo una operación Put Bull Spread.	60
Gráfico 38. Evolución de un subyacente bajo una operación Call Bear Spread.	61
Gráfico 39. Evolución de un subyacente bajo una operación Put Bear Spread.....	63

Índice de Tablas.

Tabla 1. Valores de predicción vs cotizaciones reales – Endesa	36
Tabla 2. Valores de predicción vs cotizaciones reales – Iberdrola	39
Tabla 3. Valores de predicción vs cotizaciones reales – Naturgy	41
Tabla 4. Valores de predicción vs cotizaciones reales – Acciona	44
Tabla 5. Valores de predicción vs cotizaciones reales – ACS	46
Tabla 6. Valores de predicción vs cotizaciones reales – WD	49
Tabla 7. Valores de predicción vs cotizaciones reales – D+1	51
Tabla 8. Valoración de un subyacente de Endesa mediante un Call Bull Spread. Más del 50% de probabilidad de beneficio.	86
Tabla 9. Valoración de un subyacente de Endesa mediante un Call Bear Spread. Más del 50% de probabilidad de beneficio.	87
Tabla 10. Valoración de un subyacente de Endesa mediante un Call Bull Spread. Más del 60% de probabilidad de beneficio.	88
Tabla 11. Valoración de un subyacente de Endesa mediante un Call Bear Spread. Más del 60% de probabilidad de beneficio.	89
Tabla 12. Valoración del producto WD del MIBGAS mediante un Call Bull Spread. Más del 50% de probabilidad de beneficio.	90
Tabla 13. Valoración del producto WD del MIBGAS mediante un Call Bear Spread. Más del 50% de probabilidad de beneficio.	91
Tabla 14. Valoración del producto WD del MIBGAS mediante un Call Bull Spread. Más del 60% de probabilidad de beneficio.	92
Tabla 15. Valoración del producto WD del MIBGAS mediante un Call Bear Spread. Más del 60% de probabilidad de beneficio.	93
Tabla 16. Cálculo estimado de los costes en personal o recursos humanos.	107

Motivación del trabajo.

La gestión de riesgos y estrategias de inversión son ámbitos que se manejan en muchas empresas de distinto origen de negocio, desde compañías energéticas hasta empresas con actividad puramente financiera. Detrás de todas estas acciones, que llevan a una empresa a establecer los pasos para realizar las inversiones que más beneficio repercutan o menos pérdidas generen, se encuentran una serie de disciplinas como las matemáticas, el álgebra o la estadística, y a partir de ellas se puede conseguir establecer beneficios directos a la sociedad desde el conocimiento más puro.

Las personas formadas en ingeniería, tienen un peso importante en el desarrollo de las mismas dentro de las empresas y repercutir en un beneficio directo en estas, al tener una formación bastante desarrollada en estas materias, no es raro ver que en gran parte de los puestos relacionados con estrategias de inversión y gestión de riesgos, posiciones de trading, etc... se encuentran ocupados por ingenieros. Por lo tanto, la motivación del autor para realizar este trabajo no solo viene por su curiosidad por adentrarse en este tipo de temas, sino también para reflejar que, tal y como pasa en el mundo laboral, un ingeniero y, en este caso, un Ingeniero Industrial, es tan versátil que puede ser útil e imprescindible en muchos ámbitos laborales, siempre a raíz de los conocimientos adquiridos en su etapa universitaria, y es por tanto esa versatilidad la que los hace tan útiles para la sociedad.

Resumen.

En el presente trabajo se estudian dos modelos estocásticos para construir predicciones estocásticas de subyacentes cotizados. Sobre la base de estos modelos se estudia su aplicación a la construcción de derivados sintéticos con opciones de compra y venta tipo bull y bear spread. Los modelos se han implementado en una página web a tiempo real. Los productos o subyacentes cotizados que se usarán para el desarrollo del trabajo serán los de las tres principales empresas del sector eléctrico de este país, dos empresas del sector industrial y dos productos que se cotizan en el Mercado Ibérico del Gas o MIBGAS.

Objetivos del trabajo.

La meta que se pretende conseguir con este proyecto se puede dividir en dos bloques diferenciados, pero con un nexo de unión entre ellos, que es el de la modelización estocástica de subyacentes cotizados. Además, hay un tercer bloque complementario a los dos anteriores.

En el primer bloque el objetivo se centra en trabajar con modelización estocástica, tratando de reflejar que para la predicción de procesos aleatorios el tratamiento matemático clásico no es viable y es necesario ir más allá. Se conseguirá mediante:

- Introducción del Cálculo de Itô, resolución del Modelo Log-Normal, de su estimación puntual y probabilística.
- Estimación puntual de los parámetros del método a corto plazo.
- Construcción de los intervalos de confianza del método a corto plazo.
- Estimación puntual de los parámetros del método paso a paso.
- Construcción de los intervalos de confianza del método paso a paso.
- Presentación de los resultados contrastando la viabilidad del Modelo Diario contra dos medidas de bondad de ajuste, el MAPE y el RMSE.
- Predicción de las cinco próximas cotizaciones.

Para el segundo bloque, se toma de base lo aplicado anteriormente y el objetivo se centra en construir derivados sintéticos para tantear su comportamiento a futuro, mediante:

- Utilización de la fórmula de Black-Scholes para evaluar las comisiones de una operación ante una inversión a futuro.
- Estudiar operaciones del tipo Call/Put Bull/Bear Spread para conseguir más de un 50% y más de un 60% de beneficio.
- Desarrollar tres escenarios de inversión, de valor medio, optimista y pesimista.
- Evaluar la robustez de la cotización de un subyacente mediante operaciones Call Bull Spread y Call Bear Spread de una empresa que forma parte del IBEX-35, para más del 50% y del 60% de probabilidad de obtener beneficios.
- Evaluar la robustez de la cotización de un subyacente mediante operaciones Call Bull Spread y Call Bear Spread de un producto que forma parte del MIBGAS, para más del 50% y del 60% de probabilidad de obtener beneficios.

Hay un tercer bloque que se aparta de la modelización matemática y en el que el objetivo es implementar en una página web, de manera sencilla, los resultados expuestos en los dos bloques anteriores, mediante:

- Desarrollar los cálculos matemáticos en Google Spreadsheets.
- Desarrollar la programación de scripts y “triggers” en Google Spreadsheets para la implementación y ejecución en tiempo real y automática de dichos cálculos.

- Hacerse valer del servicio gratuito que ofrece el ASIC-UPV para conseguir una dirección web y un servicio de alojamiento de la misma página web.
- Utilizar dicha dirección y alojamiento para desarrollar una página web mediante Wordpress.
- Utilizar programas de edición de páginas web como OceanWP o Elementor para establecer una página web sencilla donde colgar los resultados a tiempo real.
- Utilizar Inline Google Spreadsheets Viewer para hacer de nexos entre las hojas de cálculo de google con la página web en el entorno de Wordpress.

Introducción.

Para presentar el objeto de este trabajo es preciso introducir ciertos conceptos que son necesarios y sirven de contexto para todo lo que viene a continuación, de manera sencilla y sin querer detenerse en detalles innecesarios, de mayor a menor generalidad se presenta lo que es un sistema financiero, pasando por la bolsa de valores y acabando por el mercado ibérico del gas o MIBGAS.

El Sistema Financiero.

Para poder presentar un concepto que es tan mencionado en la sociedad y que a su vez puede llegar a ser complejo de comprender, se puede empezar por definir dos familias o grupos, la primera estaría formada por aquellas unidades económicas que acumulan un superávit de recursos económicos y que a través de prestar dicho superávit buscan un retorno en forma de beneficios o intereses, y la segunda familia estaría formada por aquellas unidades económicas que buscan financiación o recursos económicos para poder acometer proyectos de distinta índole. En definitiva se podría decir que una familia necesita recursos (inversores) y otra los puede ofrecer a cambio de un beneficio a futuro (los ahorradores o prestamistas), y el mecanismo por el cual se pueden conectar ambas sería un sistema financiero, es decir, un sistema de financiación que permita a las unidades económicas deficitarias poder recibir inversión de los ahorradores para acometer proyectos creando una rentabilidad positiva y repercutiendo parte de esta de vuelta a los ahorradores. En la Figura 1 se muestra un esquema del funcionamiento del Sistema Financiero.

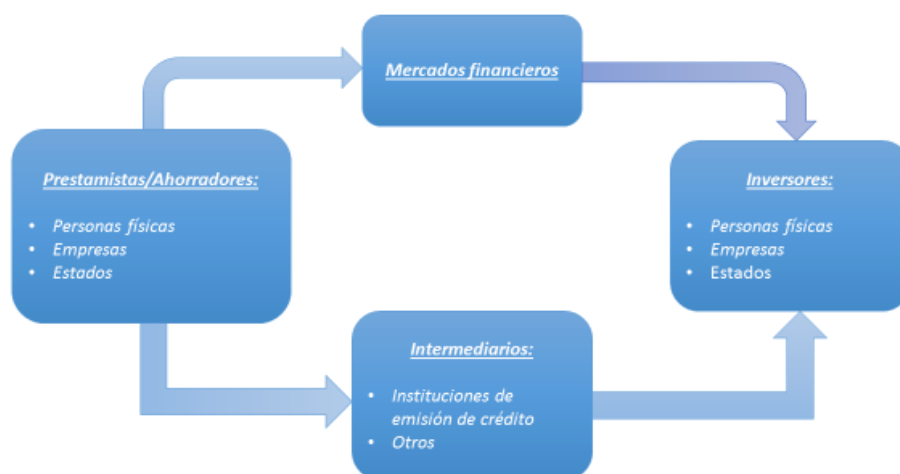


Figura 1. El Sistema Financiero.

Fuente: Elaboración propia.

Esto, la forma de comunicarse entre los ahorradores y los inversores es por tanto el sistema financiero, pero este sistema está formado fundamentalmente por dos patas:

- Lo que se podría calificar como intermediarios, que se constituyen como entidades emisoras de crédito o bancos u otro tipo de entidades que se sirvan del dinero de los ahorradores para hacerlo llegar de manera directa a los inversores.
- Los Mercados Financieros, que se constituyen como plataformas de intercambio de bienes/flujo monetario y que permiten poner en contacto directo y sin intermediarios a prestamistas e inversores. Con el paso de los años estas plataformas se han ido trasladando desde los espacios físicos como edificios de la bolsa a sistemas informáticos de intercambio a tiempo real, aumentando a su vez el dinamismo, liquidez y rapidez de las operaciones realizadas en estos mercados.

El Mercado Financiero.

Como se ha visto antes, este tipo de emplazamientos, que no tienen por qué ser físicos, juntan de manera directa a prestamistas con inversores a través de la oferta y la demanda, en esta caso la oferta y demanda de capital o dinero. A partir de este concepto se han ido desarrollando mercados más específicos donde se ofertan productos de distintas índole de naturaleza financiera, lo que daría lugar a distintos tipos de mercados:

- Mercado de renta variable: donde principalmente se engloban los mercados bursátiles de acciones, bajo los cuales el activo que se negocia o que se emite son acciones a una cotización variable en el tiempo.
- Mercado de renta fija: en estos mercados se emite una renta fija en modo de porcentaje a las personas o entidades que adquieren ese valor emitido, en este caso bonos u obligaciones. Los emisores de estos activos pueden ser empresas, por ejemplo cuando quieren conseguir financiación a corto plazo para la ejecución de un determinado proyecto o pueden ser los mismos Estados los emisores de estos bonos u obligaciones.
- Mercado de derivados: la naturaleza de estos mercados es la de proteger a las personas u entidades que compran acciones o bonos contra variaciones anómalas en la cotización de los activos, siempre y cuando se hagan operaciones de cobertura o *hedge funds*, si se sale de este ámbito, se puede entrar en el terreno de la especulación. Este mercado es un mercado de apoyo a los de renta fija y variable.
- Mercado de seguros: también utilizados como instrumentos de cobertura para asegurar fondos ante cambios repentinos en el precio del activo.
- Mercado interbancario: en estos escenarios los bancos actúan intercambiando dinero entre sí, normalmente para poder mantener ciertas obligaciones de liquidez o reservas que estas entidades tienen.
- Mercado de divisas: permite intercambiar modos de pagos entre los valores de las distintas monedas, tiene su propio mercado de derivados.

El IBEX-35.

En este índice se resumen las empresas más importantes de España. Para saber el estado de las cotizaciones de todas las empresas españolas, se observa este índice el cual engloba las 35 empresas con más valor de mercado y que vienen de distintos sectores de explotación. El valor principal que se puede extraer de este es el de actuar como muestra o estado representativo de lo bien o mal que están las empresas que operan en los mercados de renta variables españoles.

En este trabajo se analizarán distintos valores de empresas que operan en España y se consideran representativas dentro de este índice formado por 35 empresas, el interés se centra en parte en los distintos sectores que engloba este índice y en contraponer la gran liquidez con la que gozan los activos financieros de estas empresas con la de los productos que cotizan en el Mercado Ibérico del Gas o MIBGAS.

El Mercado Ibérico del Gas o MIBGAS.

En diciembre de 2015, los operadores del mercado del gas en España y Portugal empiezan conjuntamente a emitir productos de negociación relacionados con el gas natural. Aunque la naturaleza de este mercado no sea puramente financiera, ya que relaciona en última instancia productos de carácter físico como el gas, los mecanismos de operación y balance son parejos. Para el alcance de este trabajo, se considera interesante estudiar cómo evolucionan los productos que se cotizan en este mercado, en parte por su naturaleza no-financiera y en concreto por haber empezado a operar hace pocos años, el número de operaciones y liquidez es de mucha menor magnitud que la de otros mercados.

Bloque I: Modelización estocástica de subyacentes cotizados.

1.1. Introducción.

1.1.1. El Movimiento Browniano.

Fue en 1827 cuando Robert Brown observó que el movimiento de una partícula coloidal (en este caso de polen) sumergida en el agua correspondía al de un zig-zag aleatorio y este se debía a la interacción de dichas partículas de polen con las moléculas de agua. En matemáticas y estadística se aplica el término aleatorio a un fenómeno en el cual evoluciona dentro de una variable (continua o discreta), que suele ser el tiempo t , cuyos estados siguientes no dependen de los estados anteriores (es un fenómeno no determinista), y los estados siguientes solo pueden ser predichos en términos de probabilidad.

Esta observación fue rescatada por Albert Einstein para apoyar su teoría de la existencia de átomos y moléculas. Pero fue también a principios del siglo XIX cuando Louis Bachelier utilizó la modelización matemática de este fenómeno en su tesis doctoral “La Teoría de la Especulación” para modelizar activos financieros, años más tarde el matemático estadounidense Norbert Wiener conseguiría formalizar el concepto y dotarlo de sentido, por lo que este proceso es conocido como *Movimiento Browniano o proceso de Wiener*.

Así pues, un proceso estocástico de tipo Wiener o Movimiento Browniano, caracterizado a partir de ahora por $\{W(t): t > 0\}$ se caracteriza por:

1. $W(t)$ es continuo en todo t , en toda la variable tiempo.
2. El proceso empieza en el origen con probabilidad 1:

$$W(0) = 0$$

3. W tiene incrementos independientes para $t > 0$, estos futuros incrementos $W_{t+u} - W_t$ para $u \geq 0$ son independientes de los valores anteriores W_s para $s < t$.
4. Los incrementos en el *proceso de Wiener* son incrementos de tipo gaussiano de media 0 y varianza $t - s$.

$$W(t) - W(s) \sim N(0; t - s), \quad \forall s, t: 0 \leq s \leq t \leq +\infty$$

Desde la caracterización de un *proceso de Wiener*, se citan sus principales propiedades estadísticas:

P.1. Los incrementos de $W(t)$ son continuos, pero no son derivables en ningún punto. Este hecho se puede observar muy intuitivamente como la forma de una onda continua formada por picos abruptos consecutivos. En la Figura 2 se muestra la evolución del IBEX-35 en los últimos 5 años.



Figura 2. Evolución del IBEX-35 en los últimos 5 años.

Fuente: Bolsa de Madrid

P.2. La Función Media del *proceso de Wiener* o Movimiento Browniano es nula, esto se deduce a partir de la tercera condición.

$$\mu_{W(t)} = 0, \quad \forall t \geq 0$$

P.3. Función Varianza o Covarianza. Para estudiar el grado de independencia lineal estadística entre dos incrementos consecutivos en un *proceso de Wiener*, teniendo en cuenta que dichos incrementos son independientes entre sí, $W(s)$ y $W(t)$ tomando $0 \leq s \leq t \leq +\infty$ se puede demostrar que la varianza del Movimiento Browniano es t .

$$W(t) - W(s) \sim N[0; t - s], \quad \forall s, t: 0 \leq s \leq t \leq +\infty$$

P.4. $W(t)$ es $\frac{1}{2}$ -*autosemejante*: Esta es, únicamente, una propiedad geométrica que formalmente se denota de la siguiente manera.

$$W(T \cdot t) \stackrel{d}{=} \sqrt{T} \cdot W(t), \quad \forall t \geq 0, \quad \forall T \geq 0$$

1.1.2. Proceso de Markov.

Para el estudio de ciertos procesos estocásticos, es de especial utilidad desarrollar el concepto de cadena o proceso de Markov. Desarrollada por el matemático ruso Andrei Markov, establece que en procesos estocásticos en los que conocemos su estado presente y conocemos además un desarrollo histórico de sus estados pasados, es posible establecer una probabilidad de que sucedan los estados futuros del proceso estocástico. Así se puede resumir esta sencilla idea, la probabilidad de que un proceso esté en un estado $t + 1$ solamente depende de lo acontecido en el momento anterior t (registro histórico), esto posibilita el que se pueda establecer la probabilidad de sucesos futuros durante la evolución de un proceso estocástico. Es importante señalar que se establece la probabilidad pero no se puede determinar con exactitud dicha evolución, ya que contradeciría de facto la propia definición de proceso estocástico o aleatorio. En la Figura 3 se muestra un ejemplo de Cadenas de Markov.

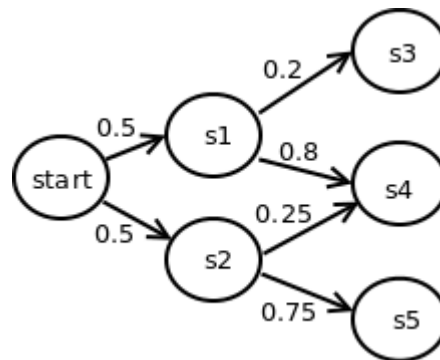


Figura 3. Cadenas de Markov

Fuente: Blog de Hernán Moraldo

Así es que a partir de lo anterior, es de intuir la utilidad que esto tiene en el mundo de las finanzas, usándolo en productos cotizados que evolucionan en el tiempo y cuyas futuras cotizaciones no es posible conocerlas de manera exacta pero si acercarse a su valor de manera probabilística.

1.1.3. El Cálculo de Itô.

Al intentar tratar con funciones aleatorias que cumplen con los preceptos de un *Movimiento Browniano* o *Proceso de Wiener*, estas siguen a lo largo de su proceso y en cada instante cambios tan rápidos e irregulares, que hace imposible su tratamiento mediante los métodos clásicos de diferenciación e integración. Fue el matemático japonés Kiyoshi Itô el que introdujo con su Cálculo de Itô y más tarde lo que se estandarizaría en el Lema de Itô, una manera de tratar matemáticamente con procesos estocásticos.

Uno de los teoremas fundamentales en diferenciación de funciones es la regla de la cadena, este teorema se lleva bien con el cálculo de Newton-Leibniz y con la definición de integral de Riemman-Stieltjes, pero todo englobado en el estudio de funciones determinísticas. Al tratar con funciones aleatorias, es donde el Cálculo de Itô da una contraparte a la regla de la cadena y permite de esta manera dar un inicio al tratamiento de este tipo de funciones.

Para el uso del Cálculo de Itô, las funciones aleatorias que siguen un *Movimiento Browniano* no pueden ser tratadas desde el punto de vista diferencial, ya que por definición estas no son derivables, sino que solo pueden ser tratadas desde el punto de vista integral. El interés de este trabajo se centra en la aplicación de esta técnica en el mundo de las finanzas, donde es ampliamente utilizada, y en resolver fenómenos modelados mediante la siguiente ecuación diferencial, introduciendo así el Lema de Itô:

Hipótesis: sea $x(t)$ un proceso estocástico que satisface la siguiente ecuación diferencial tipo Itô:

$$\begin{aligned} dx(t) &= f(t, x(t))dt + g(t, x(t))dW(t), \quad t \geq 0, \\ x(0) &= x_0, \end{aligned} \tag{1}$$

y sea $F(t, x)$ una función $f: [0, T] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que las siguientes derivadas parciales existen y son continuas.

$$\frac{\partial F(t, x)}{\partial t} = F_1(t, x), \quad \frac{\partial F(t, x)}{\partial x} = F_2(t, x), \quad \frac{\partial^2 F(t, x)}{\partial x^2} = F_{22}(t, x). \tag{2}$$

Tesis: Entonces se cumple, para $t > 0$:

$$\begin{aligned}
 F(t, x(t)) - F(s, x_0) &= \int_0^t \{F_1(r, x(r)) + f(r, x(r))F_2(r, x(r))\}dr & (3) \\
 &+ \int_0^t \frac{1}{2}(g(r, x(r)))^2 F_{22}(r, x(r))dr \\
 &+ \int_0^t g(r, x(r))F_2(r, x(r))dW(r).
 \end{aligned}$$

Estas expresiones serán de utilidad en el cálculo de la solución del modelo Log-normal, además de su media y de su varianza.

1.1.4. El Método de Máxima verosimilitud.

Es necesario, para fijar ideas, introducir esta herramienta matemática basada en el concepto de función de verosimilitud de R.A. Fisher, ya que será un elemento que se rescatará más adelante. Este método se utiliza para construir estimadores de parámetros desconocidos en una determinada función de masa o densidad.

Partiendo de una determinada variable x con una función de densidad o masa $f(x|\theta)$ con un parámetro θ desconocido, el objetivo será encontrar el mejor estimador $\hat{\theta}$ para el parámetro desconocido θ .

Sea por tanto una muestra, representada por un vector $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ con una densidad de probabilidad:

$$f(\vec{x}; \theta) = \prod f(x_i; \theta). \quad (4)$$

Se puede poner comúnmente de la forma:

$$L(\vec{x}; \theta) = \prod f(x_i; \theta). \quad (5)$$

La idea de este método por tanto es escoger el valor de *theta* más verosímil de acuerdo con las medidas observadas, es decir, será escoger como estimación de θ el valor que haga máxima la función de verosimilitud:

$$L(\hat{\theta}; \vec{x}) = \max[L(\vec{x}; \theta)]. \quad (6)$$

Por comodidad se utiliza el $\ln L$ en lugar de L , ya que la derivación de una suma es más sencilla que la de un producto.

En consecuencia, al final se demuestra que el cálculo de $\hat{\theta}$ se reduce a resolver la ecuación:

$$\frac{d\ln L}{d\theta} = 0. \quad (7)$$

De esta forma al resolver esta ecuación, $\hat{\theta}$ será solución de la ecuación y máximo si la segunda derivada es negativa.

Si se tiene más de un parámetro θ desconocido, será necesario resolver el sistema:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)}{\partial \theta_1} &= 0, \\ &\vdots \\ \frac{\partial \ln L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)}{\partial \theta_n} &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

para posteriormente comprobar que $\hat{\theta}$ verifica dicho sistema y hace el *hessiano* correspondiente negativo.

Es necesario apuntar que los valores x_i son valores fijos o conocidos para este proceso, y que si se cambian estos valores x_i , habrá un valor diferente para la estimación del parámetro desconocido θ , es decir, para cada rango de muestras habrá un estimador $\hat{\theta}$ distinto.

1.1.5. Medidas de Contraste de Hipótesis.

Para observar las discrepancias entre los valores esperados y los resultados obtenidos y por tanto validar la adecuación del modelo aplicado a la predicción de la evolución de los subyacentes cotizados, se tendrán en cuenta dos medidas de bondad de ajuste:

- Error Porcentual Absoluto Medio (MAPE)

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|Y_i - \hat{Y}_i|}{Y_i}, \quad (9)$$

donde:

Y_i es el valor observado o real.

\hat{Y}_i es el valor esperable o pronosticado.

n es el número de observaciones realizadas.

Es decir, si para validar el modelo se escoge un muestreo de treinta observaciones durante los treinta días de cotizaciones de un subyacente, n obtendrá valores desde el uno hasta el treinta. **Para que el modelo tenga validez, se considerará que el MAPE debería estar en valores por debajo del 5%.**

- Error Cuadrático Medio (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}}, \quad (10)$$

donde:

Y_i es el valor observado o real.

\hat{Y}_i es el valor esperable o pronosticado.

n es el número de observaciones realizadas.

Es decir, si para validar el modelo se escoge un muestreo de 30 observaciones durante los 30 días de cotizaciones de un subyacente, n obtendrá valores desde el 1 hasta el 30. **Para que el modelo tenga validez, se considerará que el RMSE debería estar en valores próximos a cero, siendo mejor cuanto más se acerque a este valor.**

1.1.6. El modelo Log-Normal.

En el interés de este trabajo, se pretende modelizar el comportamiento de un subyacente cotizado considerando que este se comporta bajo los preceptos de un Movimiento Browniano o *proceso de Wiener*, matemáticamente este comportamiento se describe a través de la siguiente ecuación diferencial estocástica, y que es una interpretación de la ecuación (1):

$$\begin{cases} S(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t), & t > 0 \\ S(0) = S_0, \end{cases} \quad (11)$$

donde,

- $S(t)$ es el valor del subyacente en $t > 0$, se asume que cumple con los preceptos de un Proceso de Wiener y sigue una evolución en la derivable tiempo como tal.
- $S(0)$ es el valor del subyacente en $t = 0$.
- $W(t)$ es el Proceso de Wiener o Movimiento Browniano.
- μ es la *tendencia* del subyacente. Este valor es determinista y por tanto se aleja del estudio de procesos estocásticos, la calibración de este parámetro por tanto se hará bajo el método clásico a partir de datos reales de cotización del subyacente. Para $\mu \in \mathbb{R}$, si $\mu > 0$ (< 0) la acción se ha revalorizado (devaluado) en “media”.
- σ es la *volatilidad* del subyacente, $\sigma > 0$. Este valor es determinista y por tanto se aleja del estudio de procesos estocásticos, la calibración de este parámetro por tanto se hará bajo el método tradicional a partir de datos reales de cotización del subyacente.

Considerando el tiempo (t) como variable de evolución del subyacente, esta ecuación general se utiliza para intentar describir el comportamiento matemático de muchas utilidades dentro del mundo de las finanzas. A partir del Cálculo de Itô para la resolución de este tipo de problemas, se puede demostrar (en el apartado 1.3 se demuestra que como llegar a esta expresión) que la solución de $S(t)$ es:

$$S(t) = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t} e^{\sigma W(t)}. \quad (12)$$

Para establecer mayor comodidad a la hora de operar con esta ecuación, se trabaja con la forma log-normal del modelo, es decir, tomando logaritmos neperianos en la ecuación anterior queda:

$$\ln(S(t)) = \ln(S_0) + Rt + \sigma W(t), \quad (13)$$

con

$$R = \mu - \frac{\sigma^2}{2}. \quad (14)$$

1.1.7. Lema de Itô, aplicación del cálculo de la solución del modelo Log-normal, de su media y de su varianza.

Reescribiendo la ecuación (11), se vuelve a presentar la ecuación en la que se basa el Modelo Log-normal:

$$\begin{cases} S(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t), & t > 0 \\ S(0) = S_0, \end{cases}$$

Aplicando las expresiones vistas en el apartado 1.1.3 para el Lema de Itô (Hipótesis), se sigue el siguiente proceso para calcular la solución de la ecuación anterior.

Escribiendo (11) de forma integral,

$$S(t) - S(0) = \int_0^t \mu S(r)dr + \int_0^t \sigma S(r)dW(r). \quad (15)$$

Identificando y escogiendo:

$$\begin{aligned} X(t) &= S(t); \quad f(t, x(t)) = f(t, S(t)) = \mu S(t); \quad g(t, x(t)) = g(t, S(t)) = \sigma S(t); \\ F(t, x) &= \ln(x). \end{aligned} \quad (16)$$

Como marca el Lema de Itô en (2), se calculan las derivadas parciales

$$F_1(t, x) = \frac{\partial F(t, x)}{\partial t} = 0, \quad F_2(t, x) = \frac{\partial F(t, x)}{\partial x} = \frac{1}{x}, \quad F_{22}(t, x) = \frac{\partial^2 F(t, x)}{\partial x^2} = -\frac{1}{x^2}, \quad (17)$$

aplicando además (3), se tiene

$$\begin{aligned} \ln(S(t)) - \ln(S_0) &= \int_0^t \left(\mu S(r) \frac{1}{S(r)} + \frac{1}{2} (\sigma S(r))^2 \left(\frac{-1}{(S(r))^2} \right) \right) dr \\ &+ \int_0^t \sigma S(r) \frac{1}{S(r)} dW(r), \end{aligned}$$

simplificando la expresión anterior:

$$\ln\left(\frac{S(t)}{S_0}\right) = \int_0^t \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right) dr + \int_0^t \sigma dW(r),$$

$$\ln\left(\frac{S(t)}{S_0}\right) = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma(W(t) - W(0)). \quad (18)$$

A través de la segunda de las definiciones del Movimiento Browniano, $W(0) = 0$ con probabilidad 1, aplicando esto en la ecuación (18) y operando, se obtiene:

$$\frac{S(t)}{S_0} = e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W(t)},$$

$$S(t) = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W(t)}. \quad (19)$$

Siendo la ecuación (19) la solución del proceso estocástico que representa el Modelo Log-Normal a través de la ecuación diferencial (11). Esta solución se sirve en firme para poder realizar cálculos probabilísticos de tipo puntual y dicho cálculo para hacer más completa la solución del modelo se le añaden intervalos de confianza. La estimación puntual se consigue a partir de la función media y los intervalos de confianza a partir de la función varianza, a continuación se expone el cálculo de estas dos funciones.

Función media:

Aplicando la esperanza en (19):

$$E[S(T)] = S_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T} E[e^{\sigma B(T)}]. \quad (20)$$

Para avanzar en el cálculo, se necesita de la aplicación de la propiedad de Movimiento Browniano,

P.4:

$$W(T \cdot t) \stackrel{d}{=} \sqrt{T} \cdot W(t), \quad t \geq 0, \quad T \geq 0$$

para $t = 1$,

$$W(T) \stackrel{d}{=} \sqrt{T} \cdot W(1).$$

Además por definición del Movimiento Browniano $W(1) \sim N[0; 1]$.

Haciendo uso de esta propiedad, se avanza en el cálculo de (20):

$$E[S(T)] = S_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T} E[e^{\sigma \sqrt{T} W(1)}]. \quad (21)$$

Para seguir avanzando en la resolución, se debe aplicar la propiedad:

$$E[e^{\lambda Z}] = e^{\frac{\lambda^2}{2}}, \quad Z \sim N[0; 1], \quad (22)$$

resultado que se saca de la siguiente integral

$$E[e^{\lambda Z}] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\lambda z} e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (23)$$

Con esto se puede avanzar en (20), resultando:

$$E[S(T)] = S_0 e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})T} e^{\frac{(\sigma\sqrt{T})^2}{2}},$$

y simplificando se obtiene

$$E[S(T)] = S_0 e^{\mu T}. \quad (24)$$

Función varianza:

Los intervalos de confianza del precio puntual de la acción estarían relacionados con su volatilidad, de esta forma, y partiendo del cálculo de la esperanza:

$$\begin{aligned} Var [S(T)] &= E \left[(S(T))^2 \right] - (E[S(T)])^2 \\ &= E \left[(S_0)^2 e^{2\sigma B(T) + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})2T} \right] - (S_0)^2 e^{\mu 2T} \\ &= (S_0)^2 e^{\mu 2T} (E[e^{2\sigma B(T)}] e^{-\sigma^2 T}) - 1, \end{aligned}$$

Desarrollando,

$$\begin{aligned} Var [S(T)] &= (S_0)^2 e^{\mu 2T} \left(E \left[e^{2\sigma\sqrt{T}B(1)} \right] e^{-\sigma^2 T} \right) - 1 \quad (25) \\ &= (S_0)^2 e^{\mu 2T} \left(e^{\frac{4\sigma^2 T}{2}} e^{-\sigma^2 T} \right) - 1 \\ &= (S_0)^2 e^{\mu 2T} (e^{\sigma^2 T} - 1), \end{aligned}$$

Como cabe esperar, a medida que aumenta el periodo T la predicción se hace menos acotada y por tanto aumenta la varianza y por ello los intervalos de confianza son también menos acotados.

1.2. El Modelo Diario.

La aplicación de este modelo se hará con cinco subyacentes de empresas que cotizan en la bolsa española y forman parte del *IBEX-35*, estos son:

- Endesa: empresa del sector eléctrico
- Iberdrola: empresa del sector eléctrico
- Naturgy: empresa del sector eléctrico
- Acciona: empresa del sector industrial
- ACS: empresa del sector de la construcción

Además, se propone estudiar la evolución de dos productos de otro mercado distinto, este es el *Mercado Ibérico del Gas o MIBGAS*, con características distintas, aunque como diferencias más notables con el mercado de valores español son la liquidez y el número de operaciones que se llevan a cabo, siendo mayor evidentemente en el mercado de valores español para ambos casos. Estos dos productos dentro del *MIBGAS* son:

- *WD (Within Day)* o Producto Intradía, cotización del precio del gas en el mismo día de operación.
- *D+1 (Day+1)*, cotización del precio del gas a un día vista.

Se escogen estos dos productos por ser los de mayor liquidez y los más importantes en cuanto a operación dentro de este mercado.

El objetivo de este capítulo no es solo validar la aplicación de este modelo a los distintos productos cotizados, sino la comparación del comportamiento de los dos métodos que derivan de este, estos dos métodos forman el conjunto del Modelo Diario y se diferencian entre sí en cómo, a partir de la misma raíz de cálculo, se producen las predicciones.

- *Modelo a Corto Plazo*: consiste en observar y validar la evolución de las log-cotizaciones Y_t hasta el instante n , y realizar las predicciones para $t > n$ a partir de esta última log-cotización Y_n .
- *Modelo Paso a Paso*: consiste en observar y validar la evolución de las log-cotizaciones Y_t para predecir Y_{n+1} , y a partir de Y_{n+1} , actualizar los estimadores y hacer la predicción para Y_{n+2} , predecir Y_{n+3} a partir de Y_{n+2} y así sucesivamente...

La idea de estos dos métodos es similar, la única diferencia es que para el Modelo a Corto Plazo la predicción de las cotizaciones Y_{n+1} , Y_{n+2} , Y_{n+3} , etc... se hacen a partir de Y_t para $t = n$, y en el Modelo Paso a Paso Y_{n+1} se predice a partir de Y_t para $t = n$, pero Y_{n+2} a partir de Y_{n+1} , Y_{n+3} a partir de Y_{n+2} ,... es decir, la manera de realizar las sucesivas predicciones. Se verán diferencias en los resultados de la aplicación de estos dos métodos y se recogerán en las conclusiones finales.

1.2.1. Modelo Diario: estimación puntual de sus parámetros.

Retomando del modelo Log-normal (13) y (14):

$$\ln(S(t)) = \ln(S_0) + Rt + \sigma W(t)$$

con

$$R = \mu - \frac{\sigma^2}{2}$$

Se asumirán valores de $k = 0, 1, 2, \dots, n$ como los días consecutivos de cotización, donde $k = 0$ corresponde al día 25 de marzo de 2019 y $k = n$ corresponde al día 10 de mayo de 2019, en total 30 valores.

Por comodidad además se denotará, de aquí en adelante:

$$V = \sigma^2 \tag{26}$$

$$Y_k = \ln(S(k)), \quad k = 0, 1, \dots, n. \tag{27}$$

Así, quedaría:

$$Y_k = Y_0 + \sum_{i=1}^k R + \sqrt{V}W(k). \tag{28}$$

La idea es la siguiente, retomando el Método de Máxima Verosimilitud visto en apartados anteriores, el objetivo es estimar los parámetros del modelo μ y σ , que al estar contenidos en los parámetros R y V respectivamente, recordando:

$$R = \mu - \frac{\sigma^2}{2}, \quad V = \sigma^2,$$

tendrá como resultado la obtención de las estimaciones \hat{R} y \hat{V} .

Formando la función de verosimilitud,

$$l(R, V; Y_0, Y_1, \dots, Y_n) = f(R, V; Y_1)f(R, V; Y_2|Y_1) \dots f(R, V; Y_n|Y_{n-1}) \quad (29)$$

$$= \prod_{k=1}^n f(R, V; Y_k|Y_{k-1}),$$

siendo,

$$f(R, V; Y_1|Y_0) = f(R, V; Y_1). \quad (30)$$

Tomando logaritmos neperianos por comodidad a la hora de operar, queda

$$L(R, V; Y_0, Y_1, \dots, Y_n) = \ln(l(R, V; Y_0, Y_1, \dots, Y_n)) = \sum_{k=1}^n \ln(f(R, V; Y_k|Y_{k-1})). \quad (31)$$

El siguiente paso es calcular los puntos donde se hace máximo R y V en el siguiente sistema de ecuaciones,

$$\frac{\partial L}{\partial R} = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^n (Y_k - Y_{k-1} - R) = 0, \quad (32)$$

$$\frac{\partial L}{\partial V} = -\frac{n}{2V} + \frac{1}{2V^2} \sum_{k=1}^n (Y_k - Y_{k-1} - R)^2 = 0. \quad (33)$$

Deduciendo \hat{R} en (32) y sustituyendo $R = \hat{R}$ en (33), se obtienen los estimadores:

$$\hat{R} = \frac{Y_n - Y_0}{n}, \quad (34)$$

$$\hat{V} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (Y_k - Y_{k-1} - \hat{R})^2. \quad (35)$$

El siguiente paso es comprobar que el punto formado por (\hat{R}, \hat{V}) es un máximo y por tanto se pueden dar por válidos los estimadores. Para ello se construye la matriz *hessiana*, con los siguientes componentes,

$$\frac{\partial^2 L}{\partial R^2}; \frac{\partial^2 L}{\partial V^2}; \frac{\partial^2 L}{\partial R \partial V} \quad (36)$$

Obteniendo las expresiones que derivan de (36), evaluándolas en el punto (\hat{R}, \hat{V}) y sabiendo que la matriz *hessiana* es una matriz diagonal y que por tanto sus valores propios son los elementos de la propia diagonal,

$$\left\{ -\frac{n}{\hat{V}}, -\frac{n}{2\hat{V}^2} \right\} \quad (37)$$

da como resultado ambos valores negativos, lo cual demuestra que el punto encontrado es un máximo local de la función de log-verosimilitud, y da validez al modelo para poder utilizar (\hat{R}, \hat{V}) como estimadores.

1.2.2. Predicción puntual a corto plazo.

Para desarrollar el método a corto plazo se debe calcular la estimación del valor del subyacente \hat{Y}_t para $t > n$.

Partiendo de la expresión (28) utilizada para construir los estimadores de R y V ,

$$Y_k = Y_0 + \sum_{i=1}^k R + \sqrt{V}W(k).$$

Desarrollando la expresión para $t > n$,

$$Y_t = Y_n + (t - n)R + \sqrt{V}(W(t) - W(n)). \quad (38)$$

Para simplificar la expresión se calcula su esperanza, recurriendo a una de las propiedades del Movimiento Browniano la cual enuncia que $E[W(t)] = 0$, y sustituyendo el estimador \hat{R} por R al no conocer el valor exacto de este último, se obtiene

$$\hat{Y}_t = Y_n + (t - n)\hat{R}, \quad t > n, \quad (39)$$

la estimación puntual del valor del subyacente para el método a corto plazo.

1.2.3. Construcción de los intervalos de confianza en el modelo a corto plazo.

A partir de las expresiones (38) y (39),

$$Y_t = Y_n + (t - n)R + \sqrt{V}(W(t) - W(n)), \quad t > n,$$
$$\hat{Y}_t = Y_n + (t - n)R, \quad t > n,$$

calculando la expresión que da lugar al error de predicción $\hat{Y}_t - Y_t$ y su varianza,

$$Var[\hat{Y}_t - Y_t] = \frac{V(t - n)t}{n}, \quad (40)$$

sustituyendo V por su estimador \hat{V} (35) al desconocer este primero, se obtiene

$$\hat{Y}_t \pm z_q \sqrt{(t - n)t \frac{\hat{V}}{n}}, \quad (41)$$

siendo z_q el cuartil de la distribución normal estándar, con

$$q = 1 - \alpha = 1,96.$$

1.2.4. Método paso a paso: predicción puntual.

La idea consiste en observar y validar la evolución de las log-cotizaciones Y_t . A partir de Y_t (para $t = n$) predecir Y_{n+1} , y a partir de Y_{n+1} , actualizar los estimadores y hacer la predicción para Y_{n+2} , predecir Y_{n+3} a partir de Y_{n+2} y así sucesivamente. El proceso se construye siguiendo la siguiente recurrencia:

$$\hat{Y}_{n+1} = Y_n + \hat{R}_n, \quad (42)$$

donde Y_n es igual a Y_t para $t = n$, es decir, es la última log-cotización real.

$$\hat{Y}_{n+2} = \hat{Y}_{n+1} + \hat{R}_{n+1}, \quad (43)$$

$$\hat{R}_{n+1} = \frac{Y_{n+1} - Y_0}{n + 1}, \quad (44)$$

$$\hat{Y}_{n+3} = Y_{n+2} + \hat{R}_{n+2}, \quad (45)$$

$$\hat{R}_{n+2} = \frac{Y_{n+2} - Y_0}{n + 2}, \quad (46)$$

y esta recurrencia podría seguirse para continuar con predicciones futuras.

1.2.5. Construcción de los intervalos de confianza en el modelo paso a paso.

Los intervalos de confianza en este método se constituyen a partir de dos ecuaciones, (35) y (41),

$$\hat{Y}_{n+1} \pm z_q \sqrt{\hat{V}_n \left(1 + \frac{1}{n}\right)},$$

$$\hat{V}_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n+1} (Y_k - Y_{k-1} - \hat{R}_n)^2.$$

Siguiendo el mismo modelo recurrente que se ha seguido en el apartado anterior:

$$\hat{Y}_{n+2} \pm z_q \sqrt{\hat{V}_{n+1} \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)}, \quad (47)$$

$$\hat{V}_{n+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{k=1}^{n+1} (Y_k - Y_{k-1} - \hat{R}_{n+1})^2, \quad (48)$$

$$\hat{Y}_{n+3} \pm z_q \sqrt{\hat{V}_{n+2} \left(1 + \frac{1}{n+2}\right)}, \quad (49)$$

$$\hat{V}_{n+2} = \frac{1}{n+2} \sum_{k=1}^{n+2} (Y_k - Y_{k-1} - \hat{R}_{n+2})^2, \quad (50)$$

y esta recurrencia podría seguirse para continuar con predicciones futuras.

1.3. Presentación de los resultados.

A continuación se presentan los resultados para cada uno de los productos cotizados que son objeto de estudio, la finalidad es dar por válido el modelo para cada uno de estos productos, tanto para el método a corto plazo como para el método paso a paso, observando para ello las gráficas del *MAPE* y del *RMSE*, una vez validado, se darán las predicciones de los cinco días siguientes al último de validación del modelo comparándolo con los valores reales de cotización.

Endesa

En el Gráfico 1 y en el Gráfico 2, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente, para el método a corto plazo, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

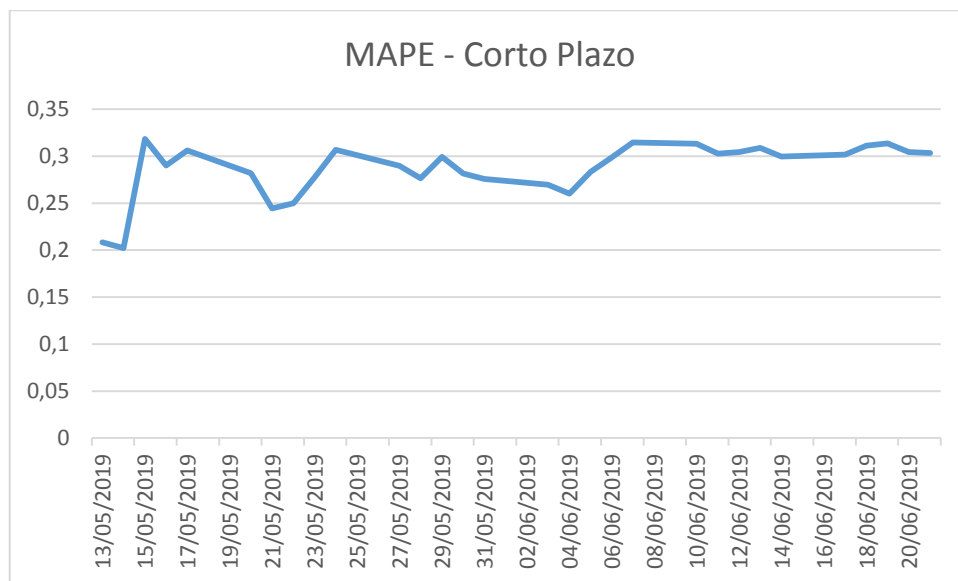


Gráfico 1. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – Endesa

Fuente: Elaboración propia.

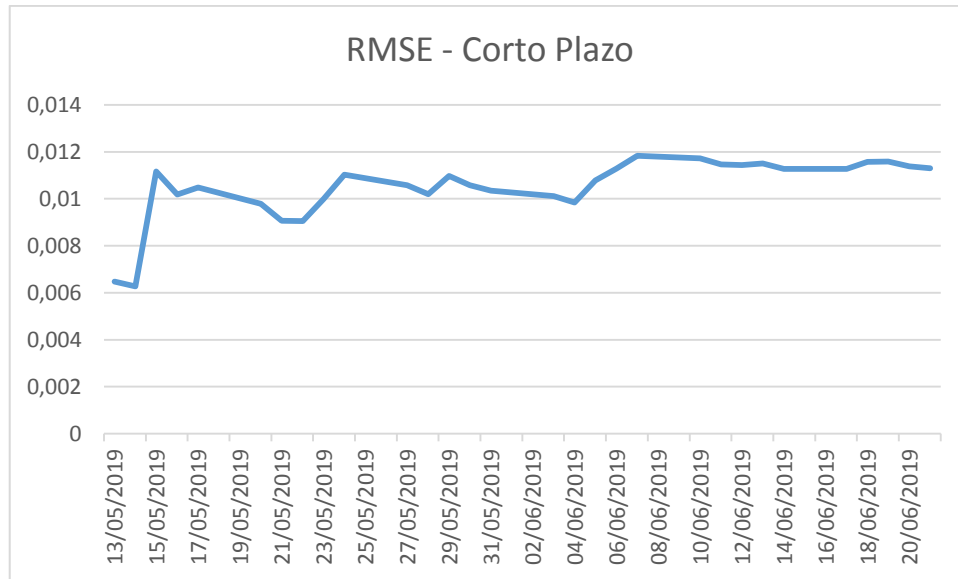


Gráfico 2. Validación del método a corto plazo, RMSE a 30 días – Endesa

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, los valores que alcanza el *MAPE* están muy por debajo del nivel límite que se da por aceptable para validar el modelo, un 5%. Igualmente, los valores que alcanza el *RMSE* son bajos y próximos a cero, suficiente para dar por válido el modelo. Por tanto, en vista de estas dos gráficas, se da por validado el modelo a corto plazo para la predicción de la cotización de este producto.

En el Gráfico 3 y en el Gráfico 4, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente para el método a paso a paso, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

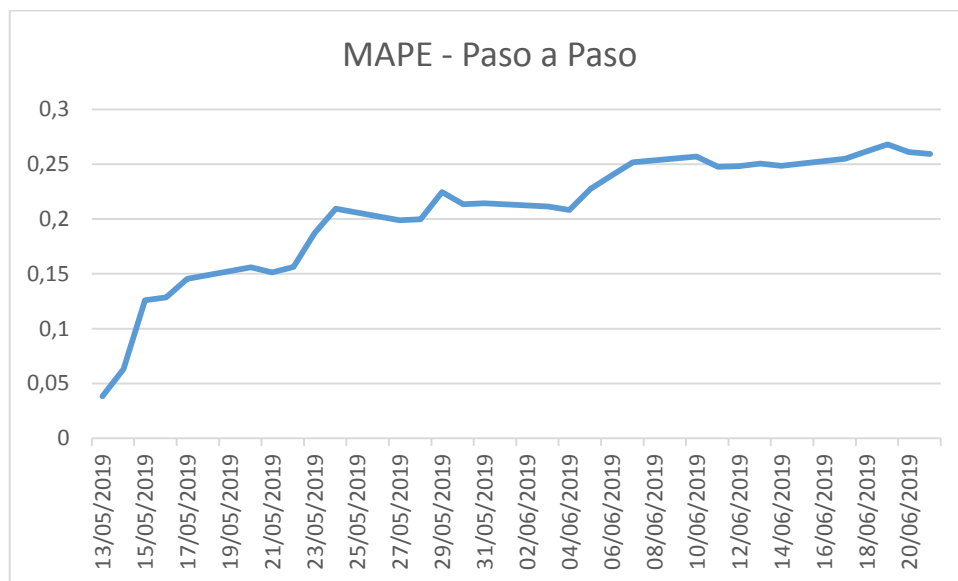


Gráfico 3. Validación del método paso a paso, MAPE a 30 días – Endesa

Fuente: Elaboración propia.

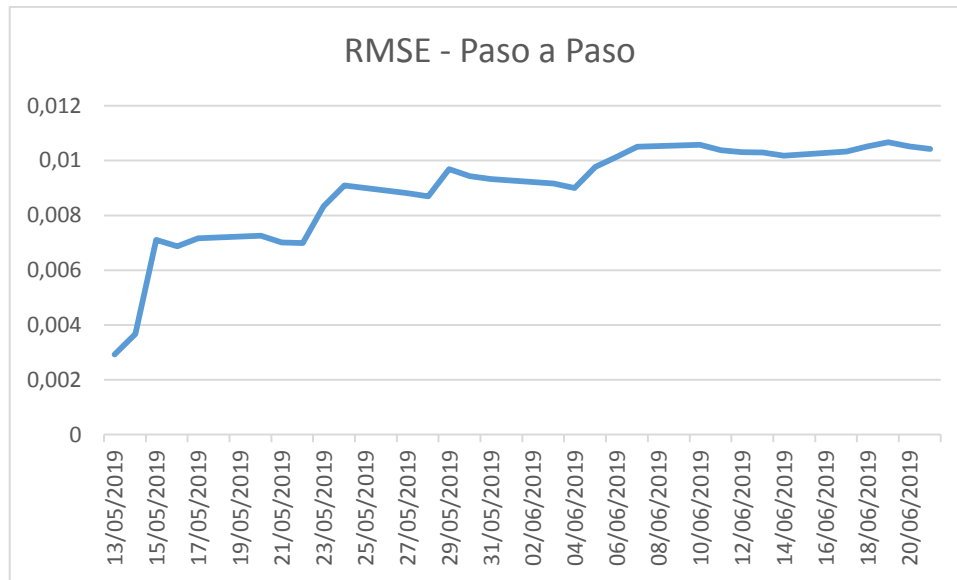


Gráfico 4. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – Endesa

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, los valores que alcanza el *MAPE* están muy por debajo del nivel límite que se da por aceptable para validar el modelo, un 5%. Igualmente, los valores que alcanza el *RMSE* son bajos y próximos a cero, suficiente para dar por válido el modelo. Por tanto, en vista de estas dos gráficas, se da por validado el modelo a paso a paso para la predicción de la cotización de este producto.

A continuación, y confirmando la robustez del modelo, en la Tabla 1 se muestran las predicciones de los cinco días siguientes, valores puntuales y posibles rangos de variación para los dos métodos, en contraste con los cinco valores reales.

Fecha	Valor Real	Predicción_CP	Valor_Sup_CP	Valor_Inf_CP	Predicción_PP	Valor_Sup_PP	Valor_Inf_PP
24/06/2019	23,71	23,74377009	27,41576162	20,56359498	23,80822787	24,35771999	23,27113189
25/06/2019	23,62	23,71756912	27,38550865	20,5409033	23,84651722	24,39689305	23,30855746
26/06/2019	23,5	23,69139706	27,35528907	20,51823666	23,88486815	24,43612912	23,34604322
27/06/2019	23,43	23,66525389	27,32510283	20,49559503	23,92328076	24,47542828	23,38358927
28/06/2019	22,61	23,63913956	27,78692107	20,11050155	23,96175514	24,51489853	23,42109264

Tabla 1. Valores de predicción vs cotizaciones reales – Endesa

Fuente: Elaboración propia.

Iberdrola

En el Gráfico 5 y en el Gráfico 6, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente, para el método a corto plazo, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

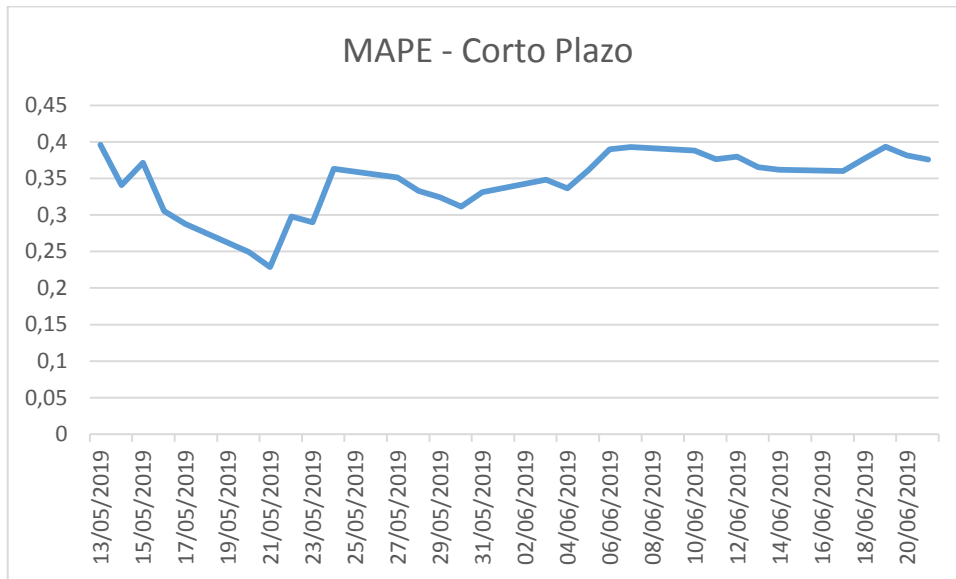


Gráfico 5. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días - Iberdrola

Fuente: Elaboración propia.

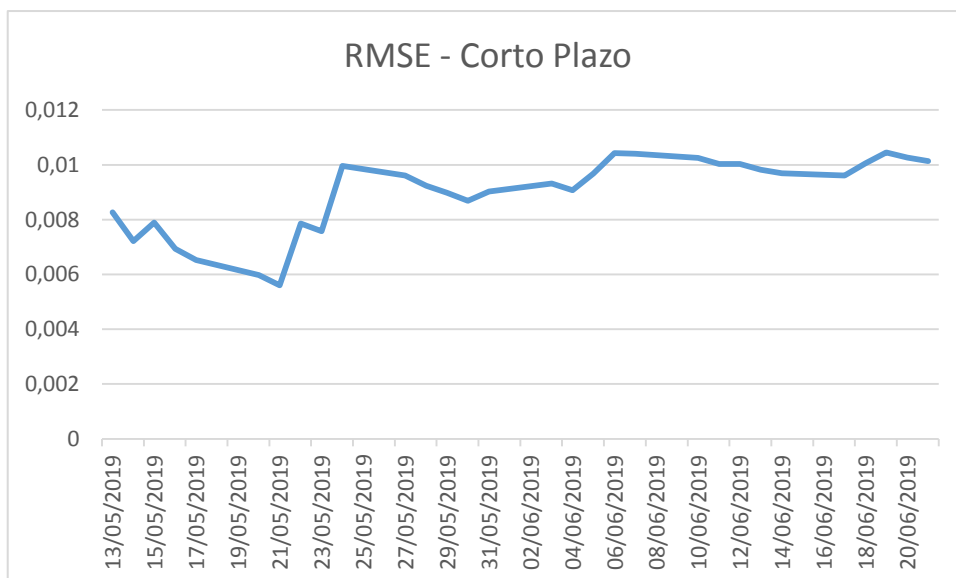


Gráfico 6. Validación del método a corto plazo, RMSE a 30 días - Iberdrola

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, los valores que alcanza el *MAPE* están muy por debajo del nivel límite que se da por aceptable para validar el modelo, un 5%. Igualmente, los valores que alcanza el *RMSE* son bajos y próximos a cero, suficiente para dar por válido el modelo. Por tanto, en vista de estas dos gráficas, se da por validado el modelo a corto plazo para la predicción de la cotización de este producto.

En el Gráfico 7 y en el Gráfico 8, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente para el método a paso a paso, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

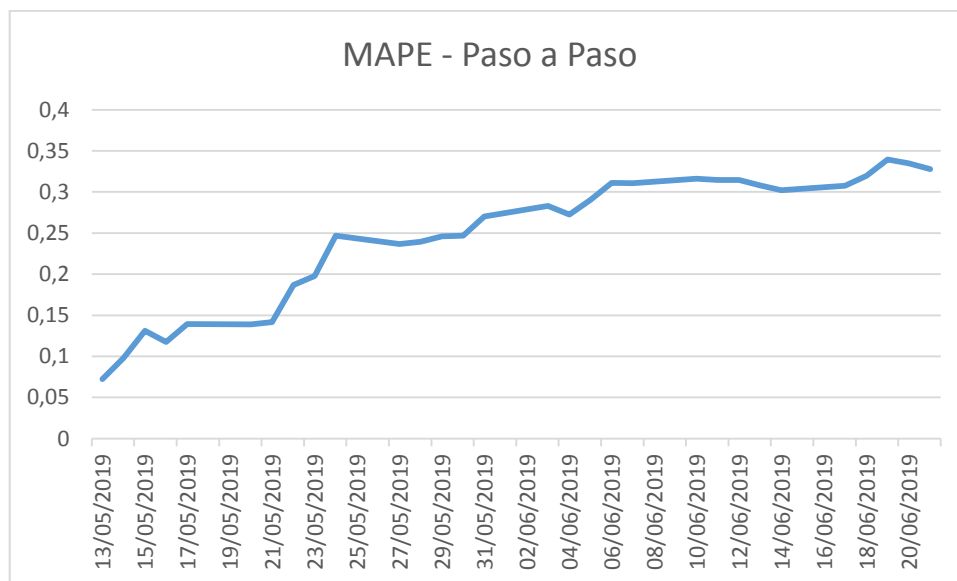


Gráfico 7. Validación del método paso a paso, MAPE a 30 días - Iberdrola

Fuente: Elaboración propia.

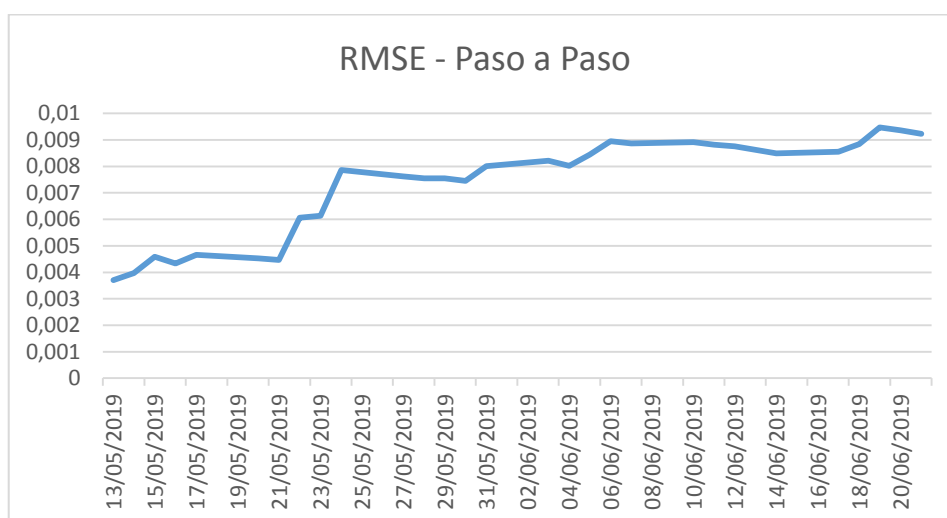


Gráfico 8. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días - Iberdrola

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, los valores que alcanza el *MAPE* están muy por debajo del nivel límite que se da por aceptable para validar el modelo, un 5%. Igualmente, los valores que alcanza el *RMSE* son bajos y próximos a cero, suficiente para dar por válido el modelo. Por tanto, en vista de estas dos gráficas, se da por validado el modelo a paso a paso para la predicción de la cotización de este producto.

A continuación, y confirmando la robustez del modelo, en la Tabla 2 se muestran las predicciones de los cinco días siguientes, valores puntuales y posibles rangos de variación para los dos métodos, en contraste con los cinco valores reales.

Fecha	Valor_Real	Predicción_CP	Valor_Sup_CP	Valor_Inf_CP	Predicción_PP	Valor_Sup_PP	Valor_Inf_PP
24/06/2019	8,944	8,95405994	10,3550039	7,092038013	8,978547928	9,151293616	8,809063099
25/06/2019	8,886	8,958121722	10,37874431	7,108297582	9,007186917	9,180483614	8,837161479
26/06/2019	8,82	8,962185346	10,40253915	7,124594427	9,035917255	9,209766719	8,865349485
27/06/2019	8,776	8,966250814	10,42638854	7,140928636	9,064739235	9,239143228	8,893627403
28/06/2019	8,766	8,970318126	10,69888975	6,990994781	9,093653148	9,268627151	8,921982321

Tabla 2. Valores de predicción vs cotizaciones reales – Iberdrola
Fuente: Elaboración propia.

Naturgy

En el Gráfico 9 y en el Gráfico 10, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente, para el método a corto plazo, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

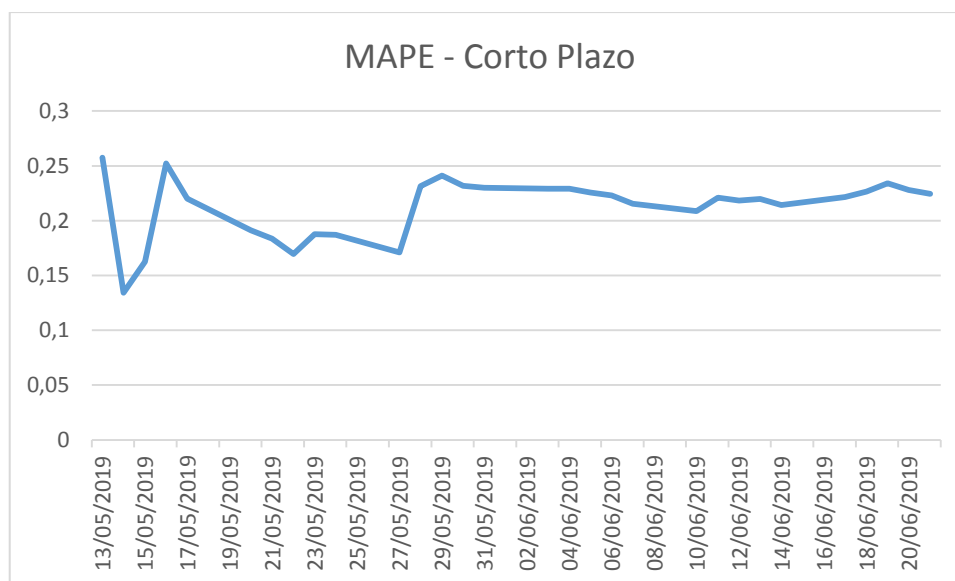


Gráfico 9. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – Naturgy

Fuente: Elaboración propia.

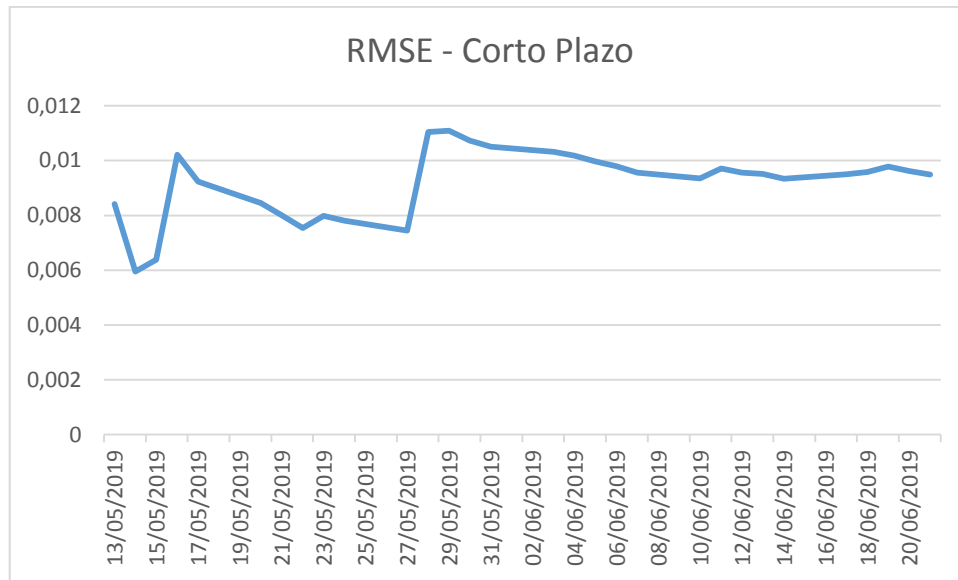


Gráfico 10. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – Naturgy

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, los valores que alcanza el *MAPE* están muy por debajo del nivel límite que se da por aceptable para validar el modelo, un 5%. Igualmente, los valores que alcanza el *RMSE* son bajos y próximos a cero, suficiente para dar por válido el modelo. Por tanto, en vista de estas dos gráficas, se da por validado el modelo a corto plazo para la predicción de la cotización de este producto.

En el Gráfico 11 y en el Gráfico 12, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente para el método a paso a paso, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

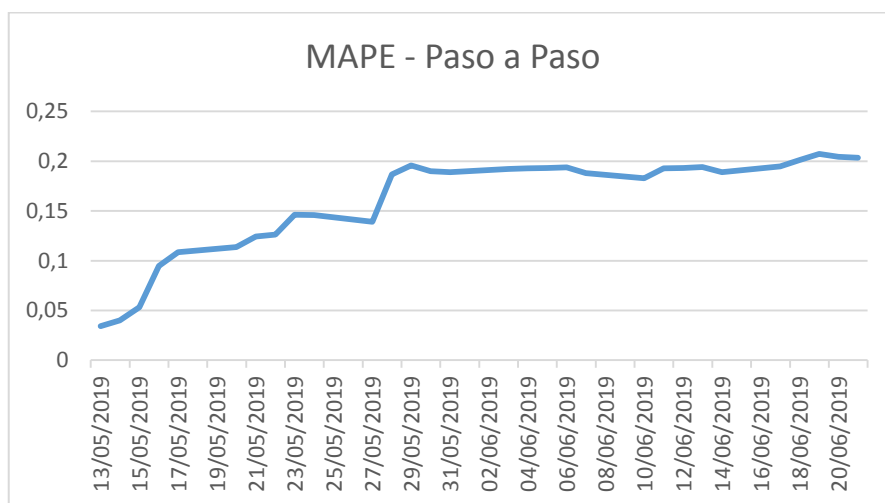


Gráfico 11. Validación del método paso a paso, MAPE a 30 días – Naturgy

Fuente: Elaboración propia.

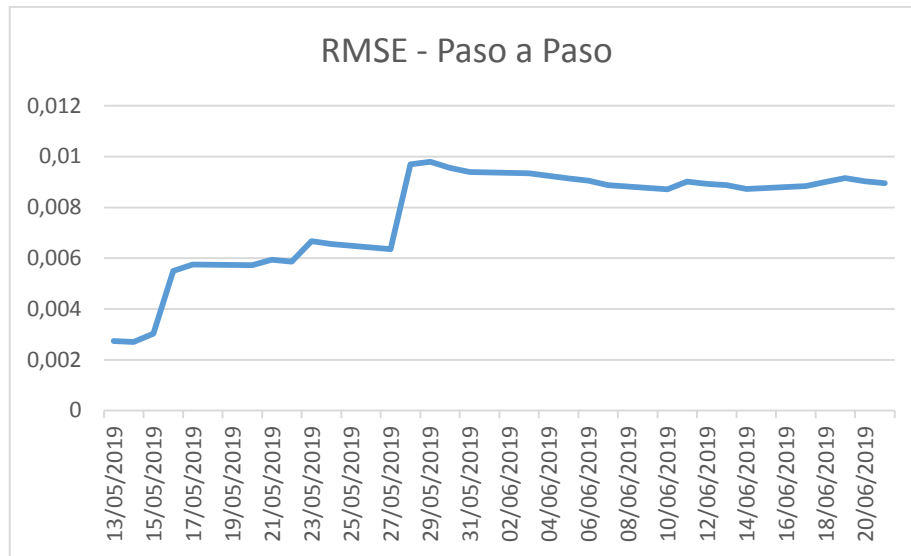


Gráfico 12. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – Naturgy

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, los valores que alcanza el *MAPE* están muy por debajo del nivel límite que se da por aceptable para validar el modelo, un 5%. Igualmente, los valores que alcanza el *RMSE* son bajos y próximos a cero, suficiente para dar por válido el modelo. Por tanto, en vista de estas dos gráficas, se da por validado el modelo a paso a paso para la predicción de la cotización de este producto.

A continuación, y confirmando la robustez del modelo, en la Tabla 3 se muestran las predicciones de los cinco días siguientes, valores puntuales y posibles rangos de variación para los dos métodos, en contraste con los cinco valores reales.

Fecha	Valor_Real	Predicción_CP	Valor_Sup_CP	Valor_Inf_CP	Predicción_PP	Valor_Sup_PP	Valor_Inf_PP
24/06/2019	12,35	25,35982063	28,69967687	22,40863218	25,32289316	25,82040249	24,83496987
25/06/2019	12,29	25,38967638	28,73346458	22,43501353	25,31578831	25,81315806	24,82800192
26/06/2019	12,07	25,41956727	28,76729206	22,46142594	25,30868546	25,80591566	24,82103593
27/06/2019	11,91	25,44949335	28,80115937	22,48786944	25,3015846	25,79867529	24,81407189
28/06/2019	12,2	25,47945466	29,28166977	22,17095592	25,29448573	25,79150457	24,80704476

Tabla 3. Valores de predicción vs cotizaciones reales – Naturgy

Fuente: Elaboración propia.

Acciona

En el Gráfico 13 y en el Gráfico 14, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente, para el método a corto plazo, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

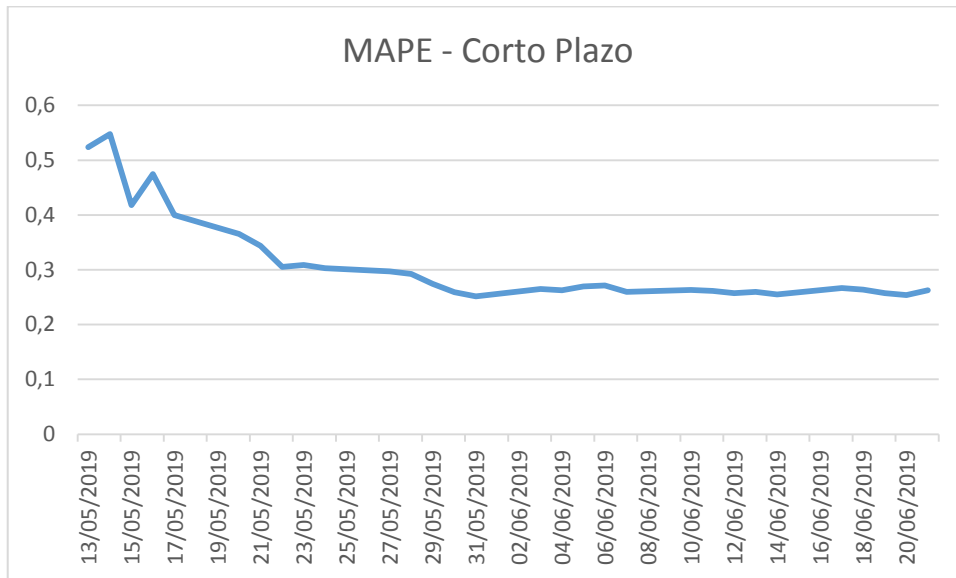


Gráfico 13. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – Acciona

Fuente: Elaboración propia.

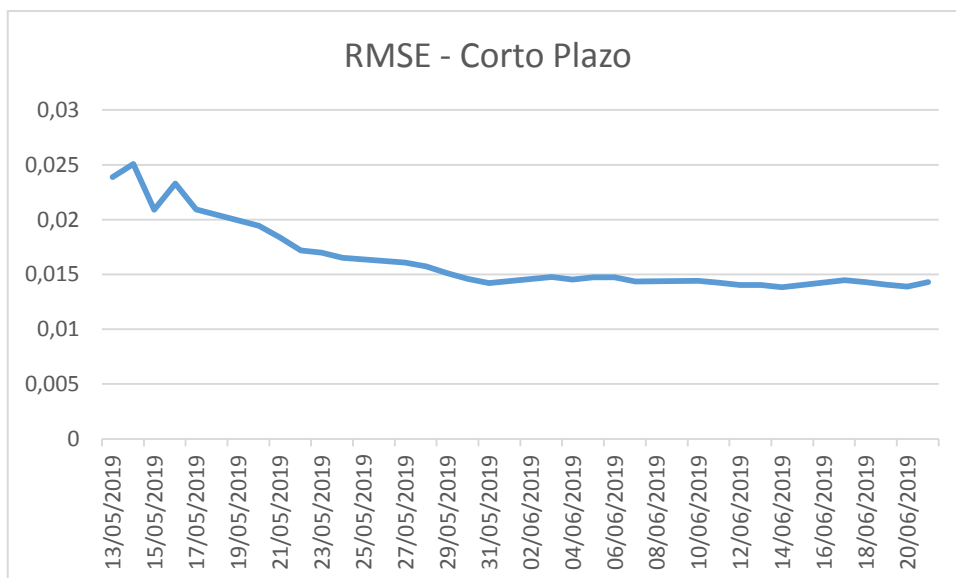


Gráfico 14. Validación del método a corto plazo, RMSE a 30 días – Acciona

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, los valores que alcanza el *MAPE* están muy por debajo del nivel límite que se da por aceptable para validar el modelo, un 5%. Igualmente, los valores que alcanza el *RMSE* son bajos y próximos a cero, suficiente para dar por válido el modelo. Por tanto, en vista de estas dos gráficas, se da por validado el modelo a corto plazo para la predicción de la cotización de este producto.

En el Gráfico 15 y en el Gráfico 16, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente para el método a paso a paso, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

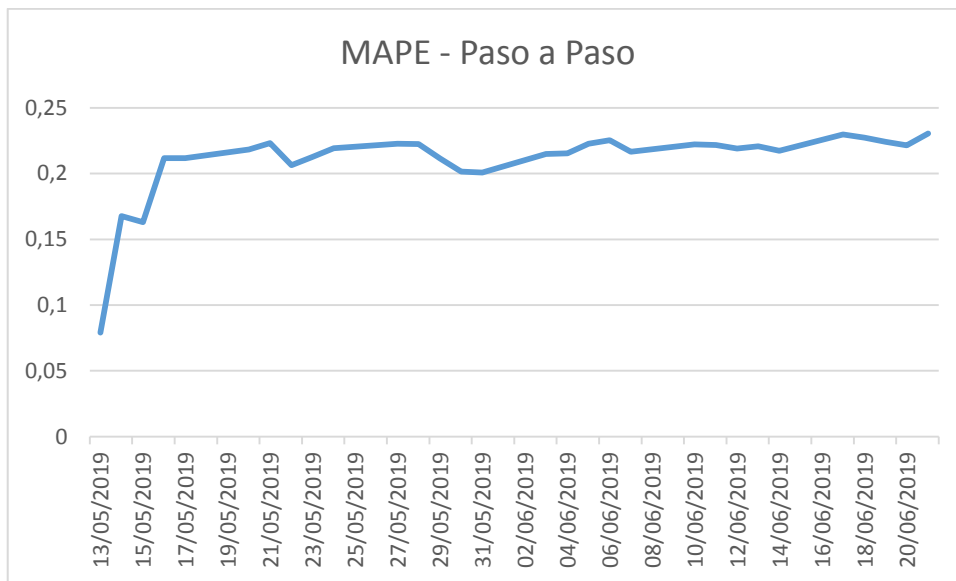


Gráfico 15. Validación del método paso a paso, MAPE a 30 días – Acciona

Fuente: Elaboración propia.

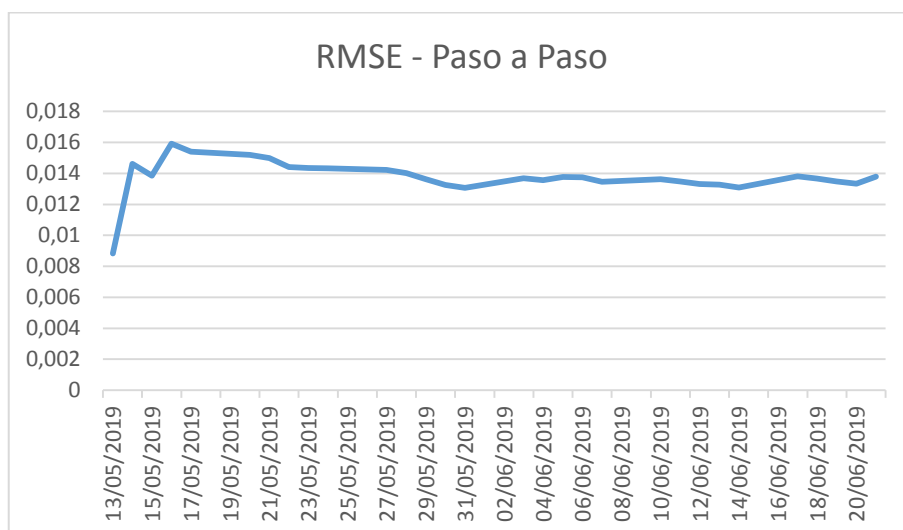


Gráfico 16. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – Acciona

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, los valores que alcanza el *MAPE* están muy por debajo del nivel límite que se da por aceptable para validar el modelo, un 5%. Igualmente, los valores que alcanza el *RMSE* son bajos y próximos a cero, suficiente para dar por válido el modelo. Por tanto, en vista de estas dos gráficas, se da por validado el modelo a paso a paso para la predicción de la cotización de este producto.

A continuación, y confirmando la robustez del modelo, en la Tabla 4 se muestran las predicciones de los cinco días siguientes, valores puntuales y posibles rangos de variación para los dos métodos, en contraste con los cinco valores reales.

Fecha	Valor_Real	Predicción_CP	Valor_Sup_CP	Valor_Inf_CP	Predicción_PP	Valor_Sup_PP	Valor_Inf_PP
24/06/2019	99,25	100,2596345	123,9499884	81,09717839	100,3301627	103,2351427	97,50692719
25/06/2019	100,2	100,2192853	123,900105	81,06454105	100,3603344	103,266188	97,53624991
26/06/2019	99,9	100,1789523	123,8502418	81,03191685	100,3905152	103,2972427	97,56558145
27/06/2019	95	100,1386356	123,8003986	80,99930578	100,4207051	103,3283067	97,59492181
28/06/2019	94,4	100,0983351	127,0548269	78,86104708	100,4509041	103,3632457	97,62061997

Tabla 4. Valores de predicción vs cotizaciones reales – Acciona
Fuente: Elaboración propia.

ACS

En el Gráfico 17 y en el Gráfico 18, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente, para el método a corto plazo, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

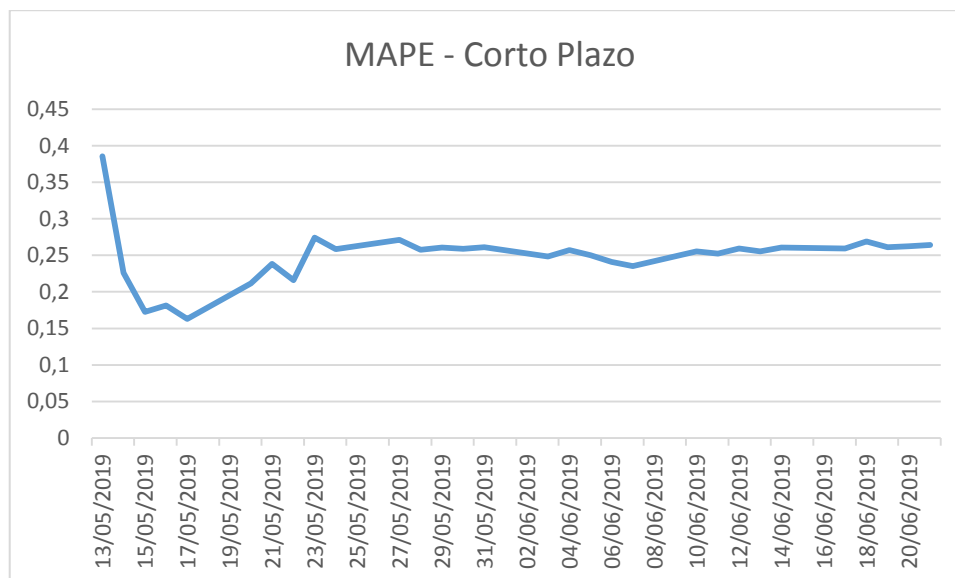


Gráfico 17. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – ACS

Fuente: Elaboración propia.

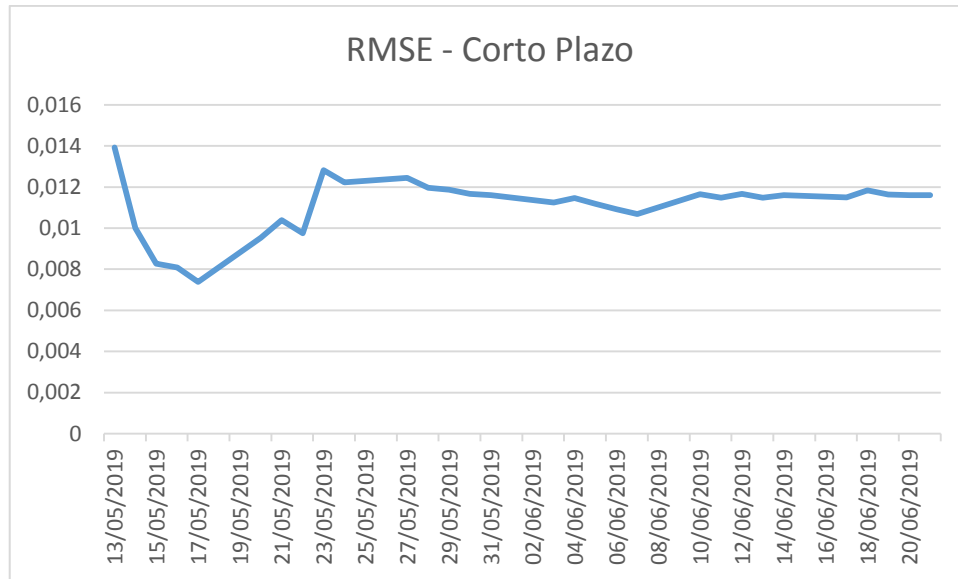


Gráfico 18. Validación del método a corto plazo, RMSE a 30 días – ACS

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, los valores que alcanza el *MAPE* están muy por debajo del nivel límite que se da por aceptable para validar el modelo, un 5%. Igualmente, los valores que alcanza el *RMSE* son bajos y próximos a cero, suficiente para dar por válido el modelo. Por tanto, en vista de estas dos gráficas, se da por validado el modelo a corto plazo para la predicción de la cotización de este producto.

En el Gráfico 19 y en el Gráfico 20, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente para el método a paso a paso, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

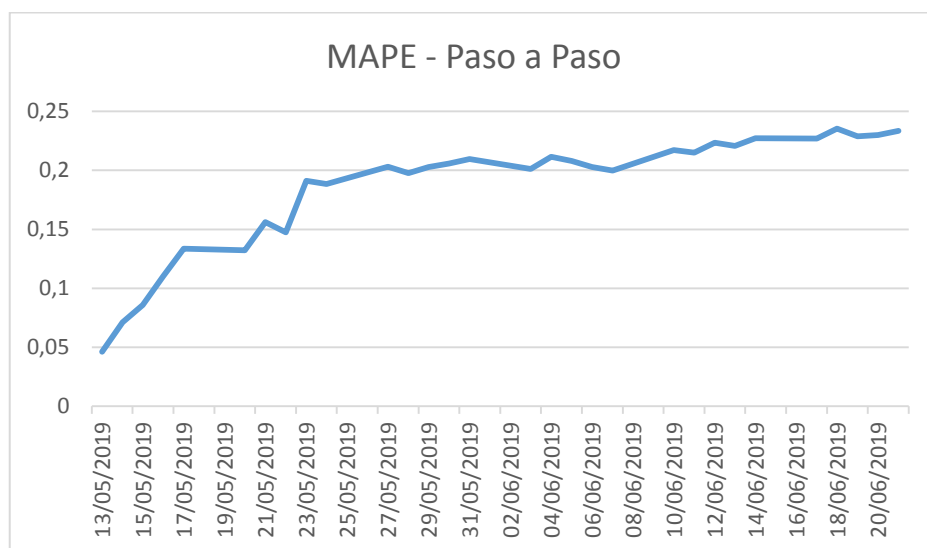


Gráfico 19. Validación del método paso a paso, MAPE a 30 días – ACS

Fuente: Elaboración propia.

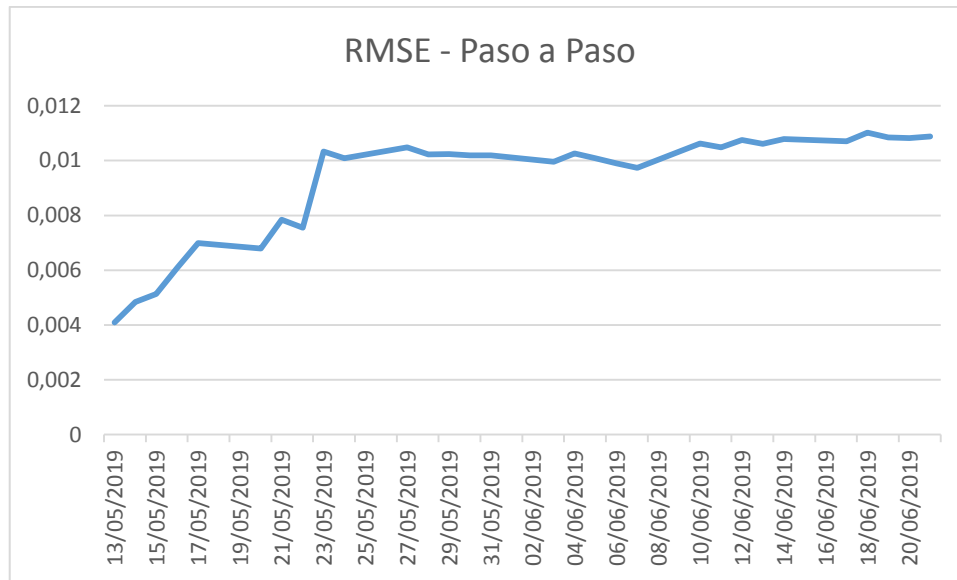


Gráfico 20. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – ACS

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, los valores que alcanza el *MAPE* están muy por debajo del nivel límite que se da por aceptable para validar el modelo, un 5%. Igualmente, los valores que alcanza el *RMSE* son bajos y próximos a cero, suficiente para dar por válido el modelo. Por tanto, en vista de estas dos gráficas, se da por validado el modelo a paso a paso para la predicción de la cotización de este producto.

A continuación, y confirmando la robustez del modelo, en la Tabla 5 se muestran las predicciones de los cinco días siguientes, valores puntuales y posibles rangos de variación para los dos métodos, en contraste con los cinco valores reales.

Fecha	Valor_Real	Predicción_CP	Valor_Sup_CP	Valor_Inf_CP	Predicción_PP	Valor_Sup_PP	Valor_Inf_PP
24/06/2019	36,32	37,97956174	45,95938749	31,3852553	38,0210285	38,92372198	37,13926971
25/06/2019	36,11	37,9192195	45,88636684	31,33539015	38,00206647	38,90430974	37,12074743
26/06/2019	34,74	37,85897314	45,81346221	31,28560423	37,98311389	38,8849072	37,10223438
27/06/2019	34,74	37,79882249	45,74067341	31,23589741	37,96417076	38,86551432	37,08373058
28/06/2019	35,11	37,73876742	46,76286388	30,4561023	37,94523709	38,84666274	37,06472876

Tabla 5. Valores de predicción vs cotizaciones reales – ACS

Fuente: Elaboración propia.

MIBGAS – Intradía (Whitin Day)

En el Gráfico 21 y en el Gráfico 22, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente, para el método a corto plazo, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

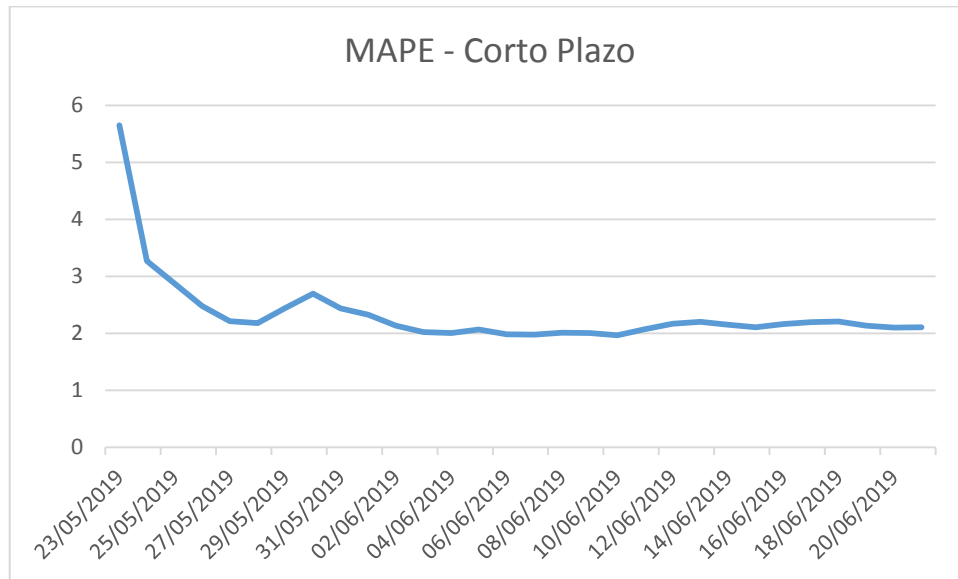


Gráfico 21. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – WD

Fuente: Elaboración propia.

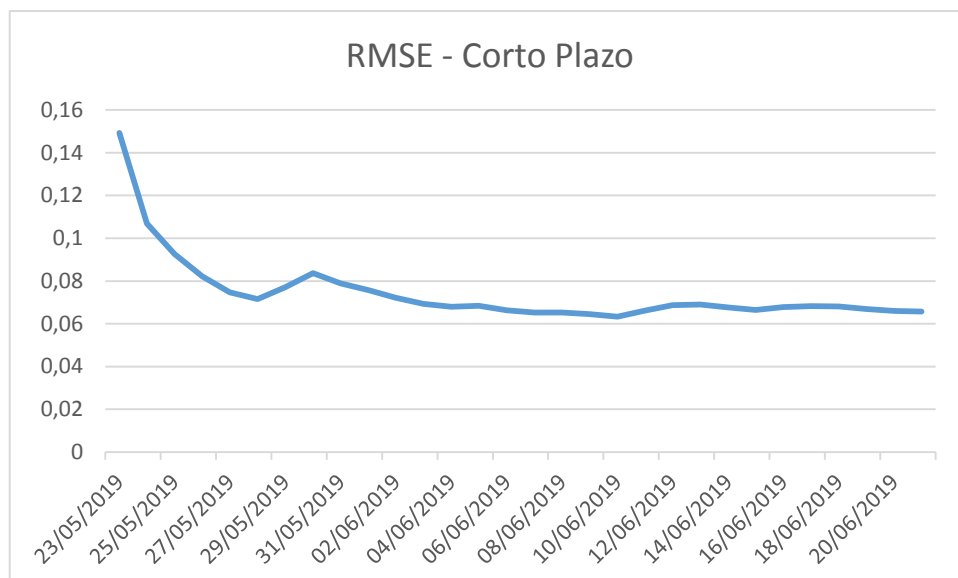


Gráfico 22. Validación del método a corto plazo, RMSE a 30 días – WD

Fuente: Elaboración propia.

En el caso del *MAPE*, en las fechas iniciales el rango se acerca peligrosamente e incluso supera el 5% impuesto como límite máximo para que el modelo sea dado como válido a la hora de realizar predicciones. Al caer este valor y estabilizarse alrededor del 2%, pero sin olvidar los altos porcentajes iniciales, se duda de la validez del modelo a corto plazo. Este peor comportamiento con respecto a los productos cotizados en el *IBEX-35* (incluyendo la comparación del *RMSE*) podría deberse a la menor cantidad de operaciones y menor liquidez que tiene el *MIBGAS* con respecto a la bolsa de valores.

En el Gráfico 23 y en el Gráfico 24, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente para el método a paso a paso, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

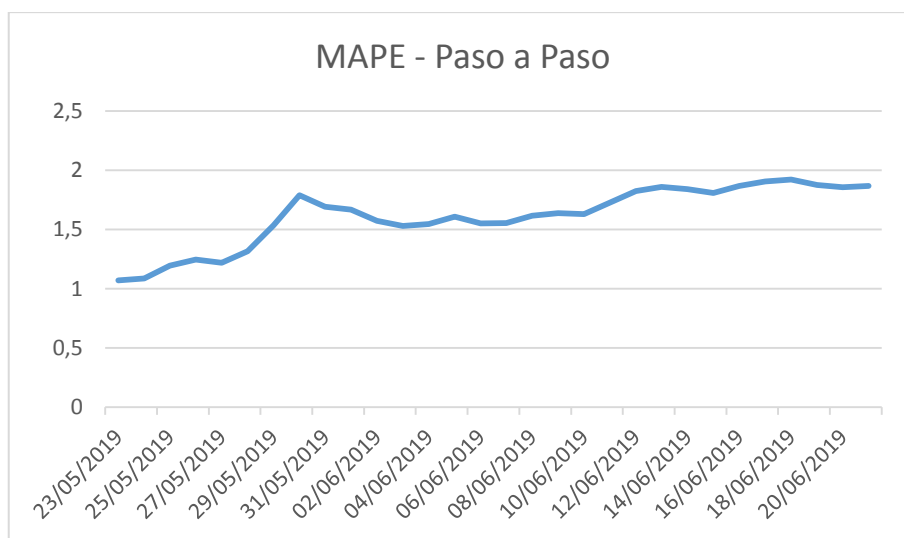


Gráfico 23. Validación del método paso a paso, MAPE a 30 días – WD

Fuente: Elaboración propia.

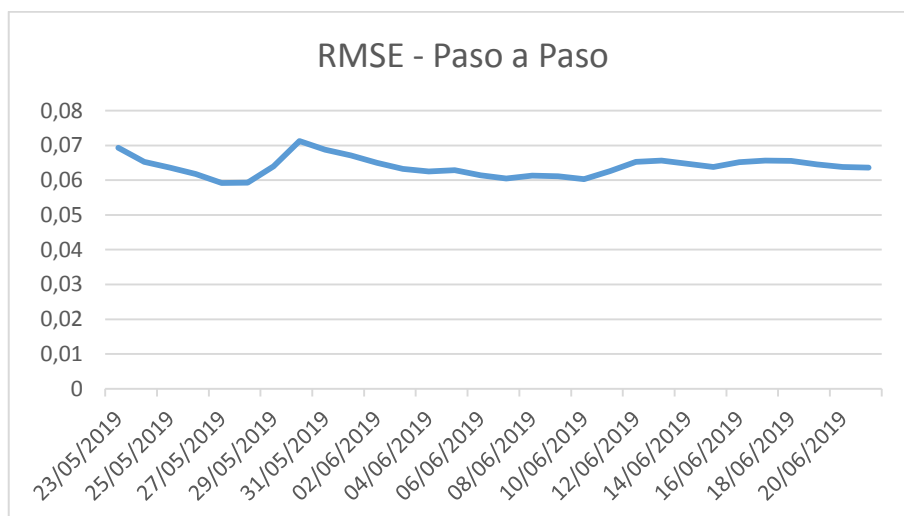


Gráfico 24. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – WD

Fuente: Elaboración propia.

En el caso de las curvas de error para el modelo paso a paso, estas se comportan mejor que las del modelo a corto plazo pero igualmente los resultados que arroja son peores que los de los productos que cotizan en la bolsa de valores. Igualmente, tanto las curvas del *MAPE* y del *RMSE* cumplen con las especificaciones dadas, por ello, se da por válido el uso del modelo paso a paso para realizar predicciones sobre el producto intradiario del *MIBGAS*.

A continuación, y confirmando la robustez del modelo, en la Tabla 6 se muestran las predicciones de los cinco días siguientes, valores puntuales y posibles rangos de variación para los dos métodos, en contraste con los cinco valores reales.

Fecha	Valor_Real	Predicción_CP	Valor_Sup_CP	Valor_Inf_CP	Predicción_PP	Valor_Sup_PP	Valor_Inf_PP
23/06/2019	12,12	12,57139467	50,74801029	3,114210057	12,49708977	14,11775473	11,06247104
24/06/2019	11,77	12,59282582	50,83452321	3,119519021	12,44440261	14,05823492	11,01583216
25/06/2019	12,8	12,6142935	50,9211836	3,124837036	12,39193758	13,99896605	10,96938992
26/06/2019	13,23	12,63579778	51,00799174	3,130164117	12,33969374	13,93994704	10,92314347
27/06/2019	12,69	12,65733871	60,76655622	2,636453886	12,28767015	13,88190946	10,87651798

Tabla 6. Valores de predicción vs cotizaciones reales – WD
Fuente: Elaboración propia.

Efectivamente, los rangos de variación de proporciona el método a corto plazo son demasiado grandes como para dar la suficiente confianza de predicción, por ello es escoge como predicciones válidas las que proporciona el método paso a paso.

MIBGAS – D+1

En el Gráfico 25 y en el Gráfico 26, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente, para el método a corto plazo, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

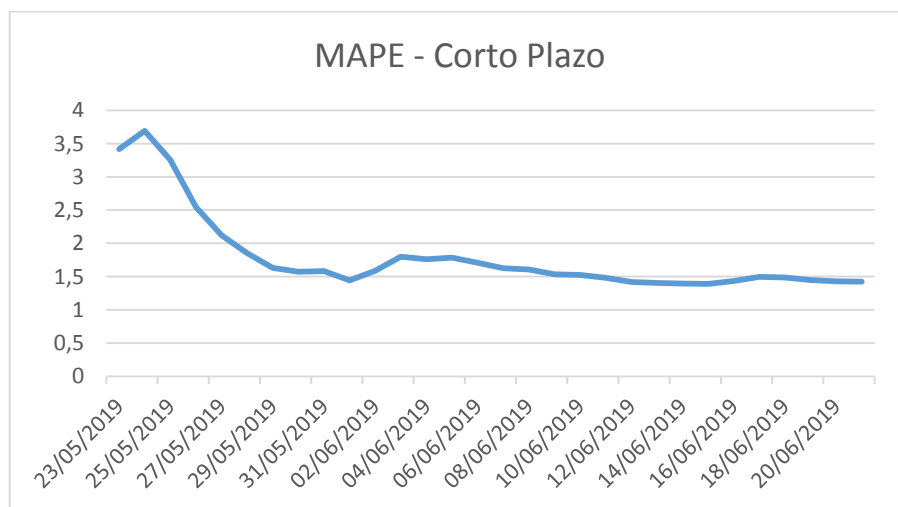


Gráfico 25. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – D+1

Fuente: Elaboración propia.

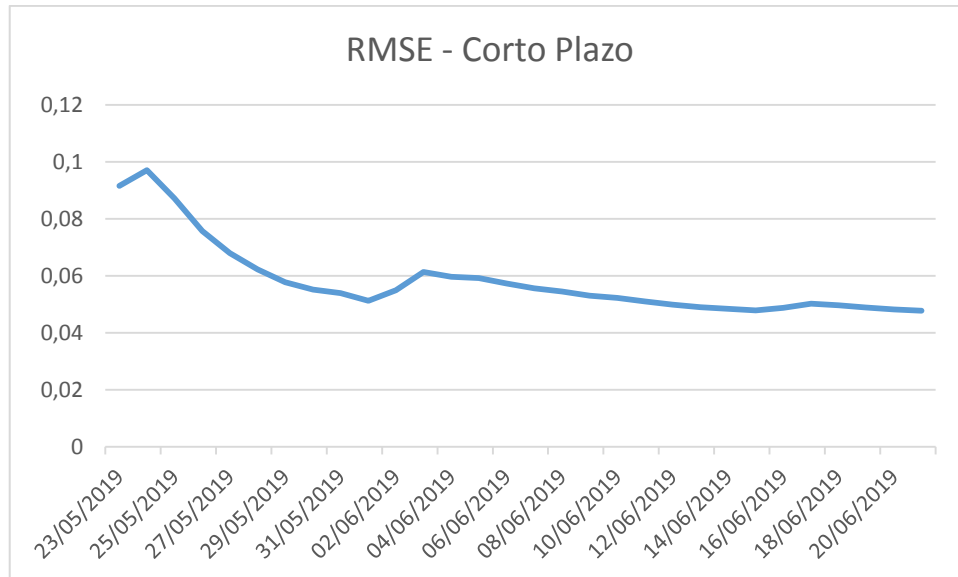


Gráfico 26. Validación del método a corto plazo, RMSE a 30 días – D+1

Fuente: Elaboración propia.

En el caso de las curvas de error para el método a corto plazo, los resultados que arroja son peores que los de los productos que cotizan en la bolsa de valores. De todos modos, tanto las curvas del *MAPE* y del *RMSE* cumplen con las especificaciones dadas, por ello, se da por válido el uso del método a corto plazo para realizar predicciones sobre el *producto D+1* del *MIBGAS*.

En el Gráfico 27 y en el Gráfico 28, se presentan las curvas del *MAPE* y del *RMSE*, respectivamente para el método a paso a paso, para ello se ha utilizado un histórico de treinta valores y se ha validado el modelo para los treinta valores siguientes:

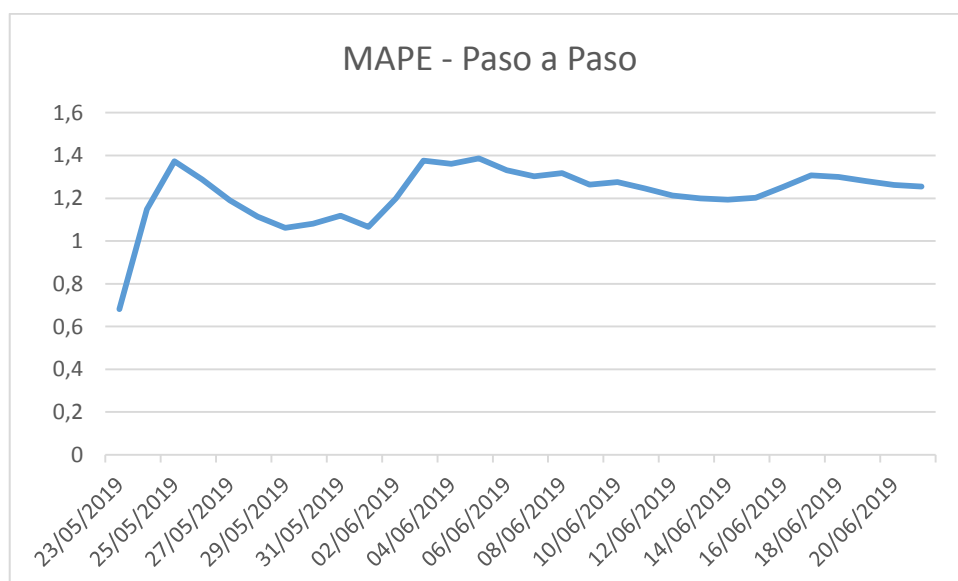


Gráfico 27. Validación del método a corto plazo, MAPE a 30 días – D+1

Fuente: Elaboración propia.

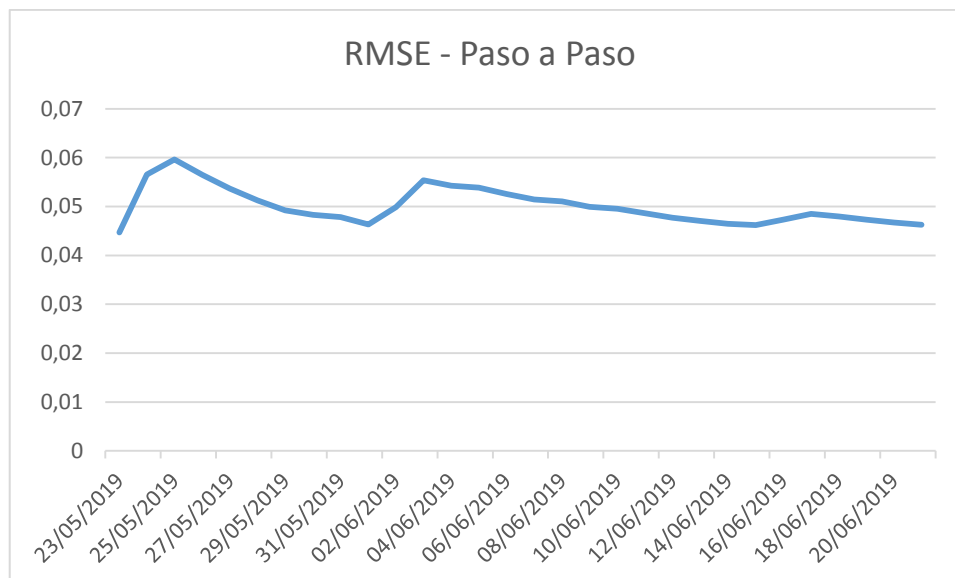


Gráfico 28. Validación del método paso a paso, RMSE a 30 días – D+1

Fuente: Elaboración propia.

En el caso de las curvas de error para el método paso a paso, estas se comportan mejor que las del método a corto plazo pero igualmente los resultados que arroja son peores que los de los productos que cotizan en la bolsa de valores. De todos modos, tanto las curvas del *MAPE* y del *RMSE* cumplen con las especificaciones dadas, por ello, se da por válido el uso del método paso a paso para realizar predicciones sobre el *producto D+1* del MIBGAS.

A continuación, y confirmando la robustez del modelo, en la Tabla 7 se muestran las predicciones de los cinco días siguientes, valores puntuales y posibles rangos de variación para los dos métodos, en contraste con los cinco valores reales.

Fecha	Valor_Real	Predicción_CP	Valor_Sup_CP	Valor_Inf_CP	Predicción_PP	Valor_Sup_PP	Valor_Inf_PP
23/06/2019	12,48	12,55729807	30,9865633	5,088842322	12,47129468	13,66337179	11,38322175
24/06/2019	13,28	12,59470725	31,07887471	5,104002384	12,42277883	13,61021852	11,33893873
25/06/2019	13,41	12,63222787	31,17146113	5,119207609	12,37445172	13,55727203	11,29482797
26/06/2019	13,18	12,66986027	31,26432337	5,134458132	12,32631261	13,50453151	11,25088882
27/06/2019	12,6	12,70760479	35,08106524	4,603144696	12,27836077	13,45221054	11,206942

Tabla 7. Valores de predicción vs cotizaciones reales – D+1

Fuente: Elaboración propia.

Efectivamente, los rangos de variación de proporciona el método a corto plazo son demasiado grandes como para dar la suficiente confianza de predicción, por ello es escoge como predicciones válidas las que proporciona el método paso a paso.

Bloque II: Modelización de derivados sintéticos tipo Bull/Bear Spread.

2.1. Introducción.

2.1.1. Mecanismos básicos de posición en la bolsa.

Para introducir los conceptos que van a ser base para el resto del desarrollo de este trabajo, puede que lo mejor sea por empezar con dos ejemplos sencillos, que describen dos operaciones básicas que se pueden dar en el mercado financiero, el primer ejemplo corresponde en mantener una posición de compra *Call* y el segundo ejemplo con mantener una posición de venta *Put*. A lo largo de la descripción de cada ejemplo y después de su explicación se irán introduciendo los conceptos necesarios para su comprensión.

1- Opción de compra Call

Se tiene la intención de comprar acciones de una empresa X en el mercado de valores, se tiene además la esperanza de que el valor de dichas acciones se incremente en el tiempo.

El valor, precio de mercado, o *precio spot* de la acción a día de hoy (instante t_0) es de 50 euros y se tiene la intención de comprar 500 acciones en el instante $t + 1$. Para la compra de estas acciones, se pacta un precio de mercado o *precio strike* por cada acción en $t + 1$ de 53 euros, es decir, si a *vencimiento de contrato* decidimos *ejecutar la opción Call*, pagaremos cada acción a 53 euros, ya que ese es el *precio de ejercicio* o *precio strike* que se ha pactado previamente al *establecer el contrato* (en el instante t_0). La comisión por comprar cada acción en el instante $t + 1$ será de 1 euro por acción. En la Figura 4 se muestra un esquema del ejemplo.

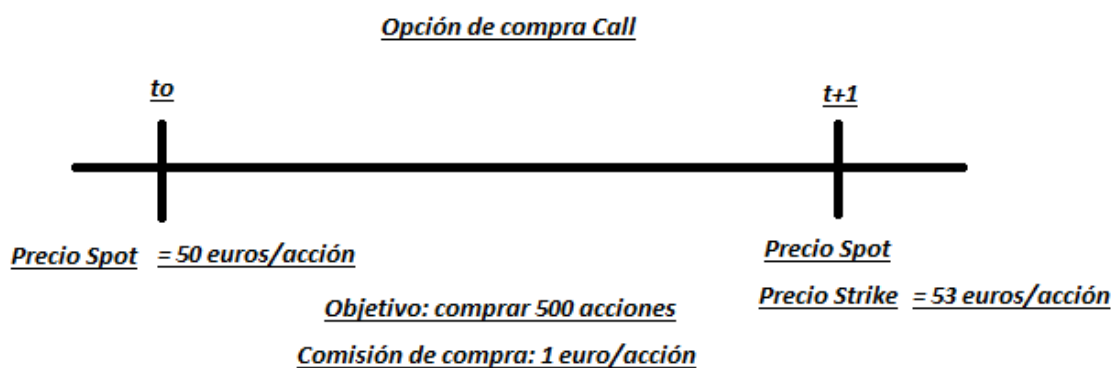


Figura 4. Mecanismos de posición en bolsa. Ejemplo para tantear una opción Call.
Fuente: Elaboración propia.

Para completar con la Figura:

- Cuando se ejecuta una operación sobre una acción o subyacente que cotiza en un determinado mercado de valores, se establece un contrato entre el propietario del contrato (*holder* o *buyer*) y la contraparte (*writer* o *seller*).
- El *precio spot* es aquel valor de la acción que toma en cualquier tiempo t .
- El *precio strike* de una acción es aquel valor de la misma que se ha pactado entre el propietario del contrato y la contraparte en un tiempo determinado a futuro ($t + 1$).
- Al ejecutar el contrato en el tiempo fijado a futuro o a vencimiento de contrato (*maturity*), se debe pagar una comisión (*prime*) por cada acción.
- Cuando se establece una opción *Call* o *Put* (como se verá en el ejemplo siguiente) sobre una acción, esta se puede ejecutar o no al vencimiento del contrato, es decir, no es obligatorio ejecutar dicha opción sobre la acción.
- Al hablar de opciones sobre acciones, es necesario indicar que existen diferencias con respecto a cuándo se puede hacer efectivo el contrato sobre un paquete de acciones:
 - En una *American Call/Put*, se puede ejecutar el contrato en cualquier momento entre t_0 y $t + 1$, incluido a fecha de vencimiento del contrato, es decir, para $t_0 \leq t \leq t + 1$.
 - En una *European Call/Put*, se puede ejecutar el contrato solamente a fecha de vencimiento del mismo, en $t + 1$.
- En este trabajo solamente se tratará con derivados que envuelvan operaciones del tipo *European Call/Put*.

Siguiendo con el ejemplo, se plantean una serie de situaciones para comprender mejor la posible casuística y opciones de beneficio/pérdidas que se pueden dar:

- Si a precio de vencimiento del contrato ($t + 1$), el *precio spot* sobre cada acción es de 55 euros. Hay dos opciones, ejecutar la opción *Call*, que en este caso sería comprar cada acción a 53 euros/acción con una comisión de 1 euro/acción, o no ejecutar la opción *Call* y solamente quedaría liquidar la comisión. Si se ejecuta la opción *Call*, se tendría un beneficio de $55 - 53 - 1 = 1$ euro/acción, o 500 euros de beneficio. Si no se ejecutara la opción las pérdidas serían de 500 euros al pagar igualmente la comisión por cada una de las 500 opciones, evidentemente en este caso interesa ejecutar la opción ya que incurre en beneficios.
- Si a precio de vencimiento del contrato ($t + 1$), el *precio spot* sobre cada acción es de 51 euros. Hay dos opciones, ejecutar la opción *Call*, que en este caso sería comprar cada acción a 51 euros/acción con una comisión de 1 euro/acción, o no ejecutar la opción *Call* y solamente quedaría liquidar la comisión. Si se ejecuta la opción *Call*, se tendrían pérdidas de $51 - 53 - 1 = -3$ euros/acción, o - 1500 euros de pérdidas. Si no se ejecutara la opción las pérdidas serían de 500 euros al pagar igualmente la comisión por cada una de las 500 opciones, en este caso interesa no ejecutar la opción *Call* sobre el paquete de acciones ya que aunque se tendrían pérdidas en ambos casos, se pierde menos dinero solo pagando la comisión.
- Si a precio de vencimiento del contrato ($t + 1$), el *precio spot* sobre cada acción es de 53 euros. Hay dos opciones, ejecutar la opción *Call*, que en este caso sería comprar cada acción a 53 euros/acción con una comisión de 1 euro/acción, o no ejecutar la opción *Call* y

solamente quedaría liquidar la comisión. Si se ejecuta la opción *Call*, se tendrían pérdidas de $53-53-1 = -1$ euro/acción, o - 500 euros de pérdidas. Si no se ejecutara la opción las pérdidas serían de 500 euros al pagar igualmente la comisión por cada una de las 500 opciones, en este caso da igual que camino se escoja, las pérdidas serían las mismas se ejecute o no la opción *Call* sobre el paquete de acciones.

Es necesario señalar que esta opción solo interesa ejecutarla cuando se espera que el precio de la acción vaya a subir en un futuro, y además interesará ejecutarla cuando a fecha de vencimiento:

$$\text{Beneficios} = \text{Precio spot} - \text{Precio strike} - \text{Comisión} > 0. \quad (51)$$

2- Opción de venta Put

Se tiene la intención de vender 500 acciones de una empresa X, se tiene además la esperanza de que el valor de dichas acciones baje de valor en el tiempo.

El valor, precio de mercado o *precio spot* de la acción a día de hoy (instante t_0) es de 600 euros y se tiene la intención de vender 500 acciones en el instante $t + 1$. Para la venta de estas acciones, se pacta un precio de mercado o *precio strike* por cada acción en $t + 1$ de 550 euros, es decir, si a *vencimiento de contrato* se decide *ejecutar la opción Put*, se recibe por cada acción a 550 euros, ya que ese es el precio o *precio strike* que se ha pactado previamente al *establecer el contrato* (en el instante t_0). La comisión por comprar cada acción en el instante $t + 1$ será de 5 euros por acción. En la Figura 5 se muestra un esquema del ejemplo.

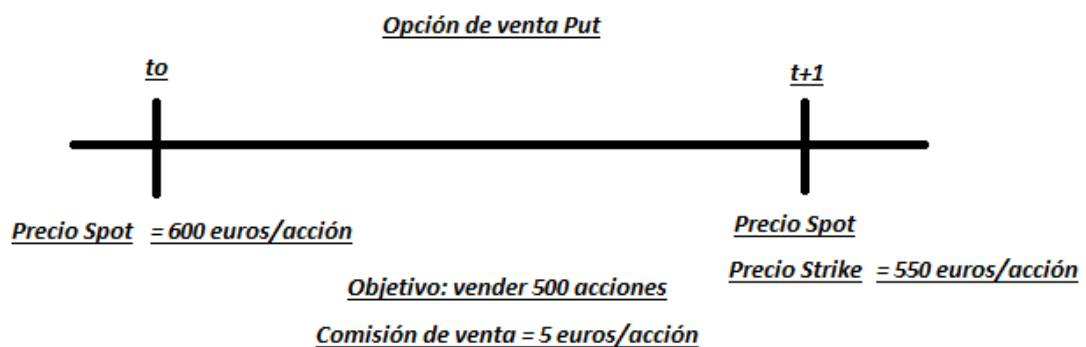


Figura 5. Mecanismos de posición en bolsa. Ejemplo para tantear una opción Put.
Fuente: Elaboración propia.

Para completar con la Figura:

- Cuando se ejecuta una operación sobre una acción o subyacente que cotiza en un determinado mercado de valores, se establece un contrato entre el propietario del contrato (*holder* o *buyer*) y la contraparte (*writer* o *seller*).

- El *precio spot* es aquel valor de la acción que toma en cualquier tiempo t .
- El *precio strike* de una acción es aquel valor de la misma que se ha pactado entre el propietario del contrato y la contraparte en un tiempo determinado a futuro ($t + 1$).
- Al ejecutar el contrato en el tiempo fijado a futuro o a vencimiento de contrato (*maturity*), se debe pagar una comisión (*prime*) por cada acción.
- Cuando se establece una opción *Call* o *Put* (como se verá en el ejemplo siguiente) sobre una acción, esta se puede ejecutar o no al vencimiento del contrato, es decir, no es obligatorio ejecutar dicha opción sobre la acción.
- Al hablar de opciones sobre acciones, es necesario indicar que existen diferencias con respecto a cuándo se puede hacer efectivo el contrato sobre un paquete de acciones:
 - En una *American Call/Put*, se puede ejecutar el contrato en cualquier momento entre t_0 y $t + 1$, incluido a fecha de vencimiento del contrato, es decir, para $t_0 \leq t \leq t + 1$.
 - En una *European Call/Put*, se puede ejecutar el contrato solamente a fecha de vencimiento del mismo, en $t + 1$.
- En este trabajo solamente se tratará con derivados que envuelvan operaciones del tipo *European Call/Put*.

Siguiendo con el ejemplo, se plantean una serie de situaciones para comprender mejor la posible casuística y opciones de beneficio/pérdidas que se pueden dar:

- Si a precio de vencimiento del contrato ($t + 1$), el *precio spot* sobre cada acción es de 500 euros. Hay dos opciones, ejecutar la opción *Put*, que en este caso sería vender cada acción a 550 euros/acción con una comisión de 5 euros/acción, o no ejecutar la opción *Put* y solamente quedaría liquidar la comisión. Si se ejecuta la opción *Put*, se tendría un beneficio sobre la caída del valor de las acciones de $550 - 500 - 5 = 45$ euros/acción, o 22500 euros de beneficio. Si no se ejecutara la opción las pérdidas serían de 2500 euros al pagar igualmente la comisión por cada una de las 500 opciones, evidentemente en este caso interesa ejecutar la opción ya que incurre en beneficios.
- Si a precio de vencimiento del contrato ($t + 1$), el *precio spot* sobre cada acción es de 570 euros. Hay dos opciones, ejecutar la opción *Put*, que en este caso sería vender cada acción a 570 euros/acción con una comisión de 5 euros/acción, o no ejecutar la opción *Put* y solamente quedaría liquidar la comisión. Si se ejecuta la opción *Put*, se incurren en pérdidas sobre la caída del valor de las acciones de $550 - 570 - 5 = -25$ euros/acción, o -12500 euros de pérdidas. Si no se ejecutara la opción las pérdidas serían de -2500 euros al pagar igualmente la comisión por cada una de las 500 opciones, en este caso interesa no ejecutar la opción *Put* sobre el paquete de acciones ya que aunque se tendrían pérdidas en ambos casos, se pierde menos dinero solo pagando la comisión.
- Si a precio de vencimiento del contrato ($t+1$), el *precio spot* sobre cada acción es de 550 euros. Hay dos opciones, ejecutar la opción *Put*, que en este caso sería vender cada acción a 550 euros/acción con una comisión de 5 euros/acción, o no ejecutar la opción *Put* y solamente quedaría liquidar la comisión. Si se ejecuta la opción *Put*, se incurren en pérdidas sobre la caída del valor de las acciones de $550 - 550 - 5 = -5$ euros/acción, o -2500 euros de pérdidas. Si no se ejecutara la opción las pérdidas serían de -2500 euros al pagar igualmente la comisión por cada una de las 500 opciones, en este caso da igual que camino

se escoja, las pérdidas serían las mismas se ejecute o no la opción *Put* sobre el paquete de acciones.

Es necesario señalar que esta opción solo interesa ejecutarla cuando se espera que el precio de la acción vaya bajar en un futuro, es decir, se acepta que el valor de las acciones va a bajar e incurrir en pérdidas sobre su valor actual, y con esta operación se intenta minimizar el valor de esas pérdidas. De este modo, interesará que se ejecute cuando a fecha de vencimiento:

$$\text{Beneficios} = \text{Precio Strike} - \text{Precio Spot} - \text{Comisión} > 0. \quad (52)$$

2.1.2. La fórmula de Black-Scholes.

La *fórmula de Black-Scholes* es una de las herramientas más utilizadas en las matemáticas aplicadas al mundo financiero. De época reciente, consiguiendo en 1997 el premio Nobel, dio un salto interpretativo a la valoración de opciones a futuro y por su versatilidad es ampliamente utilizada en el estudio del proceso estocástico de la evolución temporal de un producto cotizado, tomando además como base que este proceso evoluciona bajo las normas de un *proceso de Wiener* o *Movimiento Browniano*.

La fórmula en principio se utilizaba para predecir la evolución de opciones que no repartían dividendos, aunque después se extendió a todo tipo de productos. Antes de entrar a valorar la fórmula, esta se engloba bajo un modelo que idealmente sigue los siguientes supuestos o hipótesis iniciales:

- La tasa o tipo de interés se considera constante a lo largo del tiempo.
- No hay costes derivados de las transacciones o comisiones.
- La volatilidad de precios se mantiene constante a lo largo del tiempo.
- No se reparten dividendos.
- No se permite el arbitraje financiero, este supuesto es importante para calcular la relación entre las primas de una opción *Call* y una *Put*.
- El rendimiento diario de la acción seguirá una distribución normal.

Uno de los puntos fuertes de este modelo está en que permite evaluar las comisiones ante una posible estrategia de inversión que pretenda llevarse a cabo, antes de realizarla, esto permite cubrirse ante el riesgo en la evolución del valor del subyacente si se fija el valor de la comisión de la operación. Así es, que a continuación se expone la fórmula para calcular la *comisión C* de una opción de compra tipo *Call*:

$$C = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2), \quad (53)$$

donde,

- S_0 es el valor de del producto cotizado en $t = 0$.
- N es el valor de la función de probabilidad acumulada de una distribución normal estándar.
- K es el precio que se marca a término del ejercicio o *precio strike*.
- r es la tasa de retorno o tipo de interés aplicado a lo largo de la operación.

con,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad (54)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}, \quad (55)$$

y, a partir de la fórmula de paridad Put/Call [Documentos en línea [1]], conociendo el valor de una comisión del tipo *Call* o viceversa, se puede conocer la comisión de la otra si estas operaciones terminan en el mismo periodo $t + 1$ y tienen el mismo valor de vencimiento:

$$P = C - S_0 + Ke^{-rT}. \quad (56)$$

2.1.3. Estrategias de inversión combinadas: Operaciones *Spread*.

A continuación se resumirán estrategias de inversión un poco más complejas que utilizan como base la utilización de opciones *Call/Put* combinando la compra/venta de las mismas en una misma estrategia. Este tipo de operaciones combinadas tienen como objetivo limitar las pérdidas o *cubrirse* ante una posible mala gestión del riesgo a cambio de limitar las ganancias a un cierto rango en esa misma estrategia.

Call Bull Spread

Esta estrategia combina una compra/venta de dos opciones *Call*, de la forma:

- Compra de una opción *Call* marcando un *precio strike* K_1 .
- Venta de una opción *Call* marcando un *precio strike* K_2 .
- $K_2 > K_1$.

Como curiosidad, en el manejo de una opción *Call* el valor de la comisión o prime que se paga será menor cuanto mayor sea el precio de ejercicio o *precio strike*, esto da a entender que cuanto más riesgo se le achaque a una opción *Call* menos comisión se pagará por esta, de aquí se deduce que

$$C_1 > C_2. \quad (57)$$

En el Gráfico 36 se muestra el comportamiento de esta operación.

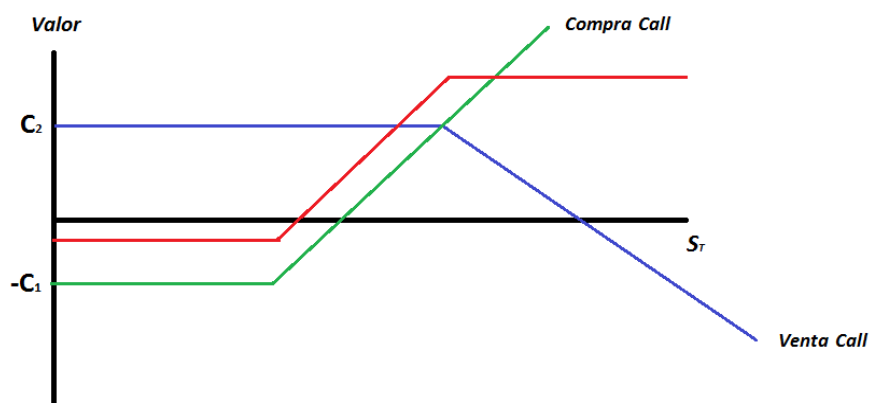


Gráfico 36. Evolución de un subyacente bajo una operación Call Bull Spread.

Fuente: Elaboración propia.

La evolución del comportamiento del valor del subyacente según los valores de los *precios strike* fijados para la compra y la venta de las opciones *Call*, se pueden describir a partir de una función definida a trozos:

$$B/P(S_T) = \begin{cases} -C_1 + C_2; & \text{si } 0 \leq S_T \leq K_1, \\ S_T - (C_1 + K_1) + C_2; & \text{si } K_1 \leq S_T \leq K_2, \\ (C_2 - C_1) + (K_2 - K_1); & \text{si } S_T \geq K_2, \end{cases} \quad (58)$$

Con respecto a lo que se puede deducir de este tipo de operación:

- Cuando se realiza se espera que el valor del subyacente crezca lo suficiente como para superar el *precio strike* más alto (el que se marca con la venta del *Call*), por ello, se considera una operación del tipo alcista.
- Los beneficios quedan limitados a:

$$(C_2 - C_1) + (K_2 - K_1) > 0. \quad (59)$$

- Las pérdidas están limitadas a:

$$C_2 - C_1 < 0. \quad (60)$$

Put Bull Spread

Esta estrategia combina una compra/venta de dos opciones *Put*, de la forma:

- Compra de una opción *Put* marcando un *precio strike* K_1 .
- Venta de una opción *Put* marcando un *precio strike* K_2 .
- $K_2 > K_1$

Como curiosidad, en el manejo de una opción *Put* el valor de la comisión o prime que se paga será menor cuanto menor sea el precio de ejercicio o *precio strike*, esto da a entender que cuanto más dinero se pague por vender la opción *Put* a fecha de vencimiento mayor será el precio del ejercicio o *precio strike*. De aquí se deduce que:

$$P_2 > P_1. \quad (61)$$

En el Gráfico 37 se muestra el comportamiento de esta operación.

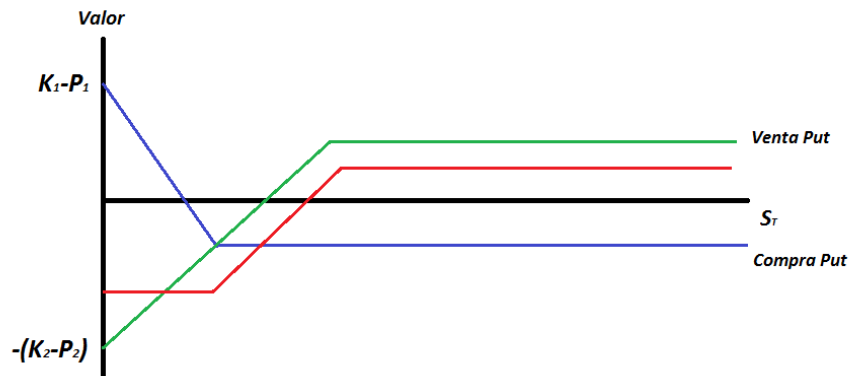


Gráfico 37. Evolución de un subyacente bajo una operación Put Bull Spread.

Fuente: Elaboración propia.

La evolución del comportamiento del valor del subyacente según los valores de los *precios strike* fijados para la compra y la venta de las opciones *Put*, se pueden describir a partir de una función definida a trozos:

$$B/P(S_T) = \begin{cases} (K_1 - K_2) + (P_1 - P_2) & \text{si } 0 \leq S_T \leq K_1, \\ S_T - (K_2 + P_1 - P_2); & \text{si } K_1 \leq S_T \leq K_2, \\ P_2 - P_1; & \text{si } S_T \geq K_2, \end{cases} \quad (62)$$

Con respecto a lo que se puede deducir de este tipo de operación:

- Cuando se realiza se espera que el valor del subyacente crezca lo suficiente como para superar el *precio strike* más alto (el que se marca con la venta del Put), por ello, se considera una operación del tipo alcista.
- Los beneficios quedan limitados a:

$$P_2 - P_1 > 0. \quad (63)$$

- Las pérdidas están limitadas a:

$$(K_1 - K_2) + (P_1 - P_2) < 0. \quad (64)$$

Call Bear Spread

Esta estrategia combina una compra/venta de dos opciones *Call*, de la forma:

- Compra de una opción *Call* marcando un precio strike K_1 .
- Venta de una opción *Call* marcando un precio strike K_2 .
- $K_2 < K_1$.

Siguiendo el razonamiento expuesto en la operación Call Bull Spread, si $K_2 > K_1$, entonces

$$C_2 > C_1. \quad (65)$$

En el Gráfico 38 se muestra el comportamiento de esta operación.

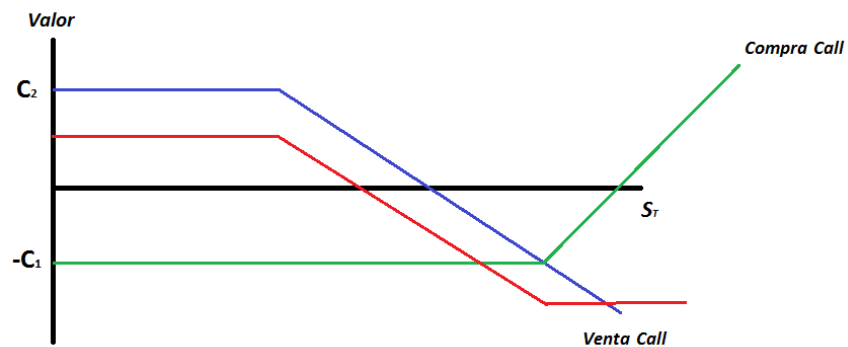


Gráfico 38. Evolución de un subyacente bajo una operación Call Bear Spread.

Fuente: Elaboración propia.

La evolución del comportamiento del valor del subyacente según los valores de los *precios strike* fijados para la compra y la venta de las opciones Call, se pueden describir a partir de una función definida a trozos:

$$B/P(S_T) = \begin{cases} C_2 - C_1; & \text{si } 0 \leq S_T \leq K_2, \\ -S_T + C_2 + K_2 - C_1; & \text{si } K_2 \leq S_T \leq K_1, \\ (C_2 - C_1) + (K_2 - K_1); & \text{si } S_T \geq K_1, \end{cases} \quad (66)$$

Con respecto a lo que se puede deducir de este tipo de operación:

- Es útil cuando se considere que el valor del subyacente va a operar en rangos de precios con tendencia a la baja. Por ello, es una operación de tipo bajista.
- Los beneficios quedan limitados a:

$$C_2 - C_1 > 0. \quad (67)$$

- Las pérdidas están limitadas a:

$$(C_2 - C_1) + (K_2 - K_1) < 0. \quad (68)$$

Put Bear Spread

Esta estrategia combina una compra/venta de dos opciones *Put*, de la forma:

- Compra de una opción *Put* marcando un *precio strike* K_1 .
- Venta de una opción *Put* marcando un *precio strike* K_2 .
- $K_2 < K_1$.

Como curiosidad, en el manejo de una opción *Put* el valor de la comisión o prime que se paga será menor cuanto menor sea el precio de ejercicio o *precio strike*, esto da a entender que cuanto más dinero se pague por vender la opción *Put* a fecha de vencimiento mayor será el precio del ejercicio o *precio strike*. De aquí se deduce que:

$$P_2 < P_1. \quad (69)$$

En el Gráfico 39 se muestra el comportamiento de esta operación.

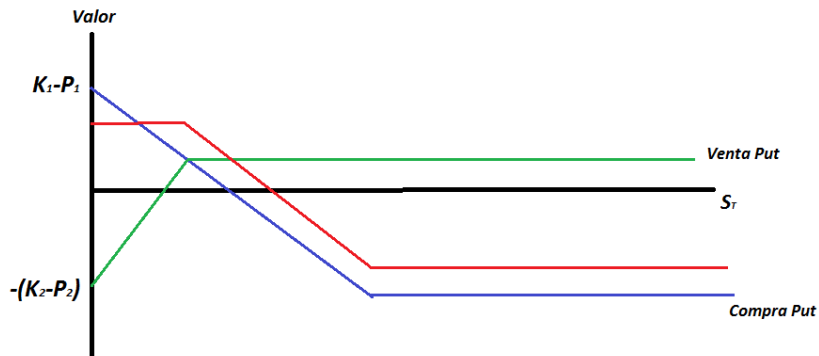


Gráfico 39. Evolución de un subyacente bajo una operación Put Bear Spread.

Fuente: Elaboración propia.

La evolución del comportamiento del valor del subyacente según los valores de los *precios strike* fijados para la compra y la venta de las opciones *Put*, se pueden describir a partir de una función definida a trozos:

$$B/P(S_T) = \begin{cases} (K_1 - K_2) + (P_2 - P_1) & \text{si } 0 \leq S_T \leq K_2, \\ -S_T + K_1 + P_2 - P_1; & \text{si } K_2 \leq S_T \leq K_1, \\ P_2 - P_1; & \text{si } S_T \geq K_1, \end{cases} \quad (70)$$

Con respecto a lo que se puede deducir de este tipo de operación:

- Es útil cuando se considere que el valor del subyacente va a operar en rangos de precios con tendencia a la baja. Por ello, es una operación de tipo bajista.
- Los beneficios quedan limitados a:

$$(K_1 - K_2) + (P_1 - P_2) > 0. \quad (71)$$

- Las pérdidas están limitadas a:

$$P_2 - P_1 < 0. \quad (72)$$

2.2. Determinación de la probabilidad de beneficio.

En el presente capítulo, una vez presentados los fundamentos teóricos para continuar, se dará luz a la verdadera utilidad de una valoración tipo Spread, y es la de determinar la probabilidad de beneficio de un subyacente cotizado a futuro y con dos escenarios diferenciados en cuanto a la probabilidad de beneficio:

- Probabilidad de beneficio mayor del 50%.
- Probabilidad de beneficio mayor del 60%.

Se rescatarán conceptos y expresiones dadas en el Bloque I incorporando los elementos plasmados en este Bloque II, dando forma a una herramienta de valoración de opciones a futuros muy potente.

Para que sirva de base en los próximos cálculos, se aplica una expresión dada en el Bloque I (12 o 19):

$$S(t) = S_0 e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t} e^{\sigma W(t)}.$$

donde,

- $S(t)$ es el valor del subyacente en $t > 0$, se asume que cumple con los preceptos de un Proceso de Wiener y sigue una evolución en la derivable tiempo como tal.
- $S(0)$ es el valor del subyacente en $t = 0$.
- $W(t)$ es el Proceso de Wiener o Movimiento Browniano.
- μ es la *tendencia* del subyacente. Este valor es determinista y por tanto se aleja del estudio de procesos estocásticos, la calibración de este parámetro por tanto se hará bajo el método clásico a partir de datos reales de cotización del subyacente. Para $\mu \in \mathbb{R}$, si $\mu > 0$ (< 0) la acción se ha revalorizado (devaluado) en “media”.
- σ es la *volatilidad* del subyacente, $\sigma > 0$. Este valor es determinista y por tanto se aleja del estudio de procesos estocásticos, la calibración de este parámetro por tanto se hará bajo el método tradicional a partir de datos reales de cotización del subyacente.

Tomando la propiedad 4 del Movimiento Browniano:

$$W(t) - W(s) \sim N(0; t - s), \quad \forall s, t: 0 \leq s \leq t \leq +\infty.$$

si se tiene en cuenta además la propiedad 2 del Movimiento Browniano:

$$W(0) = 0,$$

se deduce,

$$W(t) \sim N[0; t],$$

y se puede reescribir la ecuación (12) como sigue:

$$S(t) = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma\sqrt{t}Z}, \quad (73)$$

con $Z \propto N[0; 1]$ y fijando la variable t a un tiempo determinado $t = T$.

2.2.1. Probabilidad de beneficio en una operación del tipo Call Bull Spread.

Estudiando la gráfica (36) y la definición matemática (58) dada para S_t , se obliga al subyacente a llegar en posiciones de beneficios si se encuentra en:

$$S_t > K_1 + C_1 - C_2, \quad (74)$$

sustituyendo (73) en (74):

$$Prob_{beneficio} = Prob\left(S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma\sqrt{t}Z} > K_1 + C_1 - C_2\right), \quad (75)$$

pasando todo al otro lado, dejando como único término la distribución normal estándar Z , quedaría

$$Prob_{beneficio} = Prob\left(Z > \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln\left(\frac{K_1 + C_1 - C_2}{S_0}\right) - \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right]\right). \quad (76)$$

Llegado a este punto, se quiere estudiar cómo conseguir con una operación del tipo *Call/Put Bull/Bear Spread*:

- Tener más de un 50% de probabilidades de obtener beneficios al evaluar el subyacente, o situación de *flip coin*.
- Forzar aún más el modelo para que se consiga más de un 60% de posibilidades de obtener beneficios al evaluar el subyacente.

Para conseguir esto, se debe llegar más allá con el término $Z \propto N[0; 1]$, se sabe que la distribución normal estándar es un caso especial de la distribución normal gaussiana desarrollada por Gauss en la cual tiene como media 0 y desviación típica 1, representado matemáticamente como:

$$f(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad (77)$$

siendo además

$$Prob_{beneficio} = 1 - f\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln\left(\frac{K_1 + C_1 - C_2}{S_0}\right) - \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right]\right). \quad (78)$$

A continuación se muestra la representación gráfica de la distribución de Gauss (77):

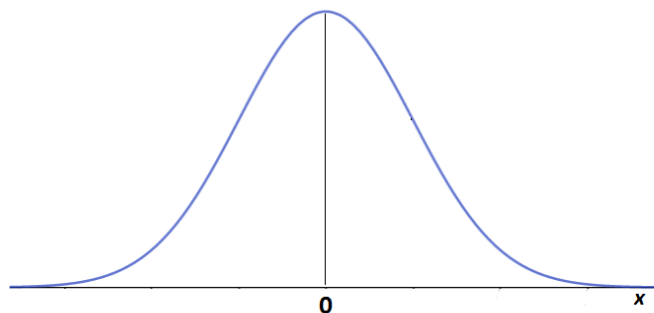


Figura 6. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica - Call Bull Spread
Fuente: Elaboración propia.

Esta curva se convierte en una herramienta muy útil, ya que a partir de ella es posible calcular áreas y a partir de esas áreas calcular porcentajes de probabilidad.

Si se quiere conseguir una probabilidad del 50%, es casi inmediato deducir que al integrar la ecuación (77) el área que queda por debajo de la curva es justo la mitad, como se muestra en la Figura 7:

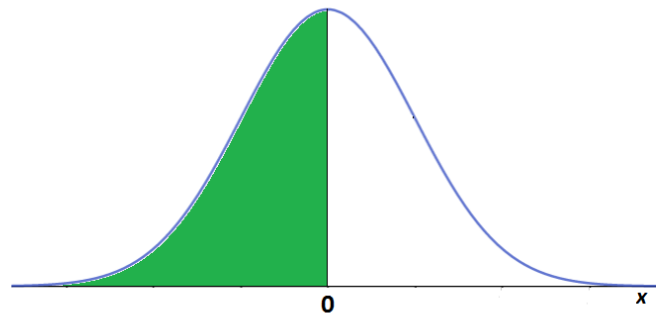


Figura 7. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 50% - Call Bull Spread
Fuente: Elaboración propia.

El objetivo a conseguir es por tanto, tener una probabilidad de estar en la zona no sombreada, es decir, de estar en $1 - f(x)$.

$$1 - f(x) > 0,5$$

Si igualmente se quiere forzar para que la probabilidad de tener beneficios esté por encima del 60%, como se muestra en la Figura 8.

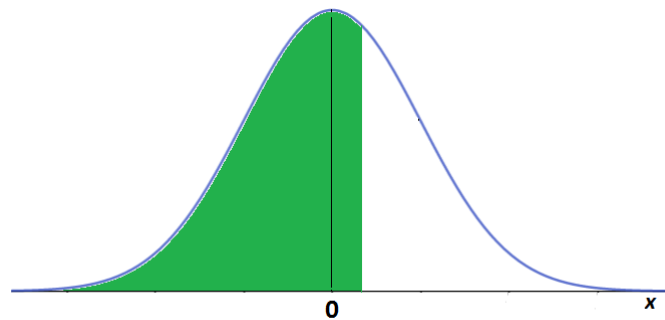


Figura 8. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 60% - Call Bull Spread
Fuente: Elaboración propia.

es decir, tener una probabilidad de estar en la zona no sombreada.

$$1 - f(x) > 0,6.$$

Utilizando la expresión (78) y evaluando la probabilidad de beneficio deseado en una tabla de distribución normal estándar:

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln \left(\frac{K_1 + C_1 - C_2}{S_0} \right) - \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T \right] < X_\alpha, \quad (79)$$

siendo X_α el factor resultado de la evaluación en una tabla de distribución normal estándar para los porcentajes deseados, en el caso del presente trabajo para un 50% y para un 60%.

Despejando la expresión (79),

$$K_1 + C_1 - C_2 < S_0 e^{\left[\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + X_\alpha \sqrt{T} \sigma \right]}, \quad (80)$$

muestra la desigualdad que debe cumplirse para que se verifiquen los preceptos para conseguir una probabilidad de beneficio en una operación del tipo *Call Bull Spread*.

Evaluando los términos de la desigualdad, se comprueba que con lo presentado hasta ahora se puede evaluar la viabilidad del spread, siendo

- K_1 el *precio strike* de la compra de una opción de tipo *Call*.
- C_1 el valor de la comisión de la compra de una opción de tipo *Call*.
- C_2 el valor de la comisión de la venta de una opción de tipo *Call*.
- S_0 el valor inicial del subyacente en $t = 0$ que sigue una evolución de acuerdo a un *proceso de Wiener*.
- T es la fecha de vencimiento o *maturity* a la cual se quiere evaluar la viabilidad de la operación.
- μ es la *tendencia* del subyacente. La calibración de este parámetro ya se hizo en el Bloque I a partir de datos históricos del subyacente, deshaciendo el cambio de variable en

$$R = \mu - \frac{\sigma^2}{2},$$

factor utilizado para el desarrollo del Modelo Diario.

- σ es la *volatilidad* del subyacente, $\sigma > 0$. La calibración de este parámetro ya se hizo en el Bloque I a partir de datos históricos del subyacente, deshaciendo el cambio de variable en

$$V = \sigma^2,$$

factor utilizado para el desarrollo del *Modelo Diario*.

2.2.2. Probabilidad de beneficio en una operación del tipo *Put Bull Spread*.

Estudiando la gráfica (37) y la definición matemática (62) dada para S_t , se obliga al subyacente a llegar en posiciones de beneficios si se encuentra en:

$$S_t > K_2 + P_1 - P_2, \quad (81)$$

sustituyendo (73) en (81):

$$Prob_{beneficio} = Prob\left(S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma\sqrt{t}Z} > K_2 + P_1 - P_2\right), \quad (82)$$

pasando todo al otro lado, dejando como único término la distribución normal estándar Z , quedaría

$$Prob_{beneficio} = \left(Z > \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln\left(\frac{K_2 + P_1 - P_2}{S_0}\right) - \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right]\right). \quad (83)$$

Llegado a este punto, se quiere estudiar cómo conseguir con una operación del tipo *Call/Put Bull/Bear Spread*:

- Tener más de un 50% de probabilidades de obtener beneficios al evaluar el subyacente, o situación de *flip coin*.
- Forzar aún más el modelo para que se consiga más de un 60% de posibilidades de obtener beneficios al evaluar el subyacente.

Para conseguir esto, se debe llegar más allá con el término $Z \propto N[0;1]$, se sabe que la distribución normal estándar es un caso especial de la distribución normal gaussiana desarrollada por Gauss en la cual tiene como media 0 y desviación típica 1, representado matemáticamente en (77), recordando:

$$f(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

siendo además,

$$Prob_{beneficio} = 1 - f\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}\left[\ln\left(\frac{K_2 + P_1 - P_2}{S_0}\right) - \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T\right]\right). \quad (84)$$

A continuación se muestra la representación gráfica de la distribución de Gauss (77):

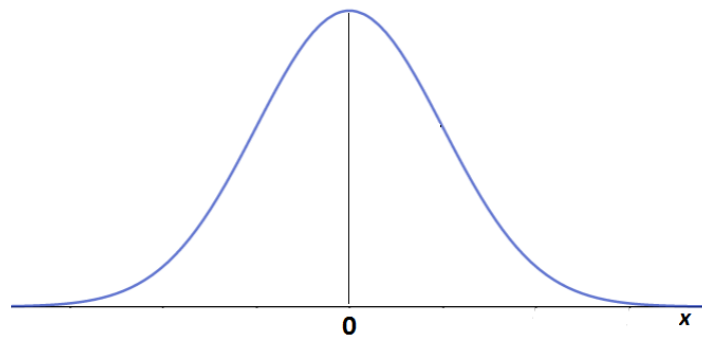


Figura 9. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica - Put Bull Spread
Fuente: Elaboración propia.

Esta curva se convierte en una herramienta muy útil, ya que a partir de ella es posible calcular áreas y a partir de esas áreas calcular porcentajes de probabilidad.

Si se quiere conseguir una probabilidad del 50%, es casi inmediato deducir que al integrar la ecuación (77) el área que queda por debajo de la curva es justo la mitad, como se muestra en la Figura 10:

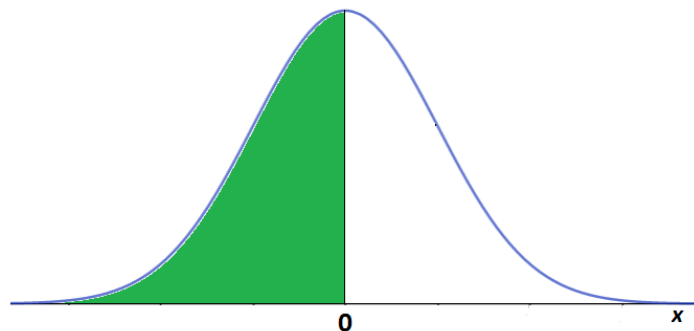


Figura 10. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 50%- Put Bull Spread
Fuente: Elaboración propia.

El objetivo a conseguir es por tanto, tener una probabilidad de estar en la zona no sombreada, es decir, de estar en $1 - f(x)$.

$$1 - f(x) > 0,5.$$

Si igualmente se quiere forzar para que la probabilidad de tener beneficios esté por encima del 60%, como se muestra en la Figura 11.

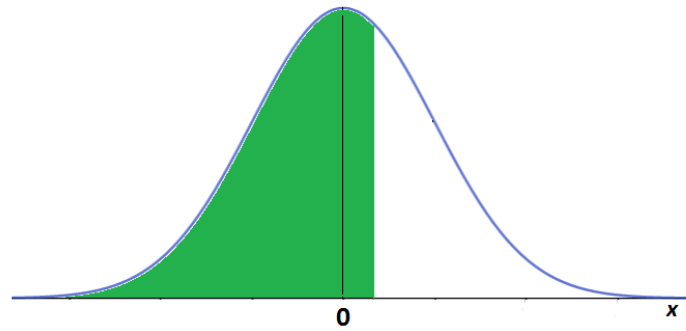


Figura 11. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 60%- Put Bull Spread
Fuente: Elaboración propia.

Es decir, tener una probabilidad de estar en la zona no sombreada.

$$1 - f(x) > 0,6.$$

Utilizando la expresión (84) y evaluando la probabilidad de beneficio deseado en una tabla de distribución normal estándar:

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln \left(\frac{K_2 + P_1 - P_2}{S_0} \right) - \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T \right] < X_\alpha, \quad (85)$$

siendo X_α el factor resultado de la evaluación en una tabla de distribución normal estándar para los porcentajes deseados, en el caso del presente trabajo para un 50% y para un 60%.

Despejando la expresión (85),

$$K_2 + P_1 - P_2 < S_0 e^{\left[\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + X_\alpha \sqrt{T} \sigma \right]}, \quad (86)$$

muestra la desigualdad que debe cumplirse para que se verifiquen los preceptos para conseguir una probabilidad de beneficio en una operación del tipo *Put Bull Spread*.

- K_2 el *precio strike* de la venta de una opción de tipo *Put*.
- P_1 el valor de la comisión de la compra de una opción de tipo *Put*.
- P_2 el valor de la comisión de la venta de una opción de tipo *Put*.
- S_0 el valor inicial del subyacente en $t = 0$ que sigue una evolución de acuerdo a un *proceso de Wiener*.
- T es la fecha de vencimiento o *maturity* a la cual se quiere evaluar la viabilidad de la operación.
- μ es la *tendencia* del subyacente. La calibración de este parámetro ya se hizo en el Bloque I a partir de datos históricos del subyacente, deshaciendo el cambio de variable en

$$R = \mu - \frac{\sigma^2}{2}$$

Factor utilizado para el desarrollo del *Modelo Diario*.

- σ es la *volatilidad* del subyacente, $\sigma > 0$. La calibración de este parámetro ya se hizo en el Bloque I a partir de datos históricos del subyacente, deshaciendo el cambio de variable en

$$V = \sigma^2$$

Factor utilizado para el desarrollo del *Modelo Diario*.

2.2.3. Probabilidad de beneficio en una operación del tipo Call Bear Spread.

Estudiando la gráfica (38) y la definición matemática (66) dada para S_t , se obliga al subyacente a llegar en posiciones de beneficios si se encuentra en:

$$S_t > K_2 + C_2 - C_1 \quad (87)$$

Sustituyendo (73) en (87):

$$Prob_{beneficio} = Prob\left(S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma\sqrt{t}Z} > K_2 + C_2 - C_1\right), \quad (88)$$

pasando todo al otro lado, dejando como único término la distribución normal estándar Z , quedaría

$$Prob_{beneficio} = Prob\left(Z > \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln\left(\frac{K_2 + C_2 - C_1}{S_0}\right) - \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right]\right). \quad (89)$$

Llegado a este punto, se quiere estudiar cómo conseguir con una operación del tipo *Call/Put Bull/Bear Spread*:

- Tener más de un 50% de probabilidades de obtener beneficios al evaluar el subyacente, o situación de *flip coin*.
- Forzar aún más el modelo para que se consiga más de un 60% de posibilidades de obtener beneficios al evaluar el subyacente.

Para conseguir esto, se debe llegar más allá con el término $Z \propto N[0; 1]$, se sabe que la distribución normal estándar es un caso especial de la distribución normal gaussiana desarrollada por Gauss en la cual tiene como media 0 y desviación típica 1, representado matemáticamente en (77), recordando:

$$f(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx,$$

siendo además

$$Prob_{beneficio} = 1 - f\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln\left(\frac{K_2 + C_2 - C_1}{S_0}\right) - \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right]\right). \quad (90)$$

A continuación se muestra la representación gráfica de la distribución de Gauss (77):

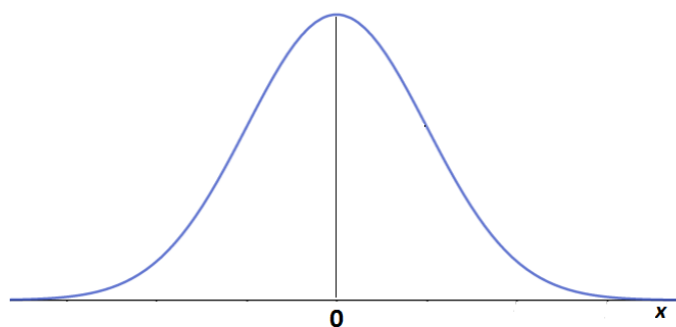


Figura 12. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica - Call Bear Spread
Fuente: Elaboración propia.

Esta curva se convierte en una herramienta muy útil, ya que a partir de ella es posible calcular áreas y a partir de esas áreas calcular porcentajes de probabilidad.

Si se quiere conseguir una probabilidad del 50%, es casi inmediato deducir que al integrar la ecuación (77) el área que queda por debajo de la curva es justo la mitad, como se muestra en la Figura 13:

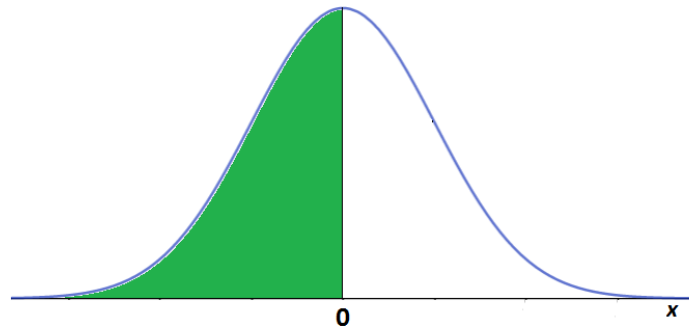


Figura 13. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 50% - Call Bear Spread
Fuente: Elaboración propia.

El objetivo a conseguir es por tanto, tener una probabilidad de estar en la zona no sombreada, es decir, de estar en $1 - f(x)$.

$$1 - f(x) > 0,5.$$

Si igualmente se quiere forzar para que la probabilidad de tener beneficios esté por encima del 60%, como se muestra en la Figura 14.

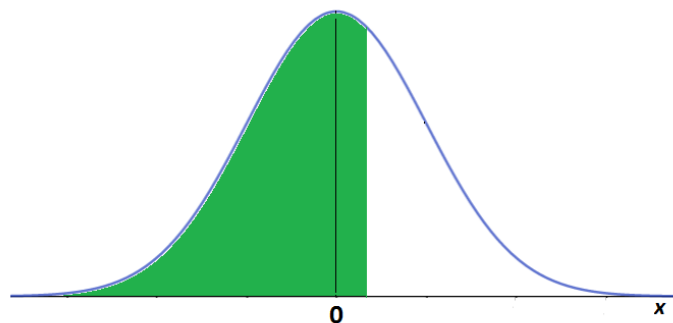


Figura 14. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 60% - Call Bear Spread
Fuente: Elaboración propia.

Es decir, tener una probabilidad de estar en la zona no sombreada.

$$1 - f(x) > 0,6.$$

Utilizando la expresión (90) y evaluando la probabilidad de beneficio deseado en una tabla de distribución normal estándar:

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln \left(\frac{K_2 + C_2 - C_1}{S_0} \right) - \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T \right] < X_\alpha, \quad (91)$$

siendo X_α el factor resultado de la evaluación en una tabla de distribución normal estándar para los porcentajes deseados, en el caso del presente trabajo para un 50% y para un 60%.

Despejando la expresión (91),

$$K_2 + C_2 - C_1 < S_0 e^{\left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T + X_\alpha \sqrt{T} \sigma \right]}. \quad (92)$$

Esta expresión muestra la desigualdad que debe cumplirse para que se verifiquen los preceptos para conseguir una probabilidad de beneficio en una operación del tipo *Call Bear Spread*, donde:

- K_2 es el *precio strike* de la venta de una opción de tipo *Call*.
- C_1 es el valor de la comisión de la compra de una opción de tipo *Call*.
- C_2 es el valor de la comisión de la venta de una opción de tipo *Call*.
- S_0 el valor inicial del subyacente en $t = 0$ que sigue una evolución de acuerdo a un *proceso de Wiener*.
- T es la fecha de vencimiento o *maturity* a la cual se quiere evaluar la viabilidad de la operación.
- μ es la *tendencia* del subyacente. La calibración de este parámetro ya se hizo en el Bloque I a partir de datos históricos del subyacente, deshaciendo el cambio de variable en

$$R = \mu - \frac{\sigma^2}{2}.$$

Factor utilizado para el desarrollo del *Modelo Diario*.

- σ es la *volatilidad* del subyacente, $\sigma > 0$. La calibración de este parámetro ya se hizo en el Bloque I a partir de datos históricos del subyacente, deshaciendo el cambio de variable en

$$V = \sigma^2$$

Factor utilizado para el desarrollo del *Modelo Diario*.

2.2.4. Probabilidad de beneficio en una operación del tipo Put Bear Spread.

Estudiando la gráfica (39) y la definición matemática (70) dada para S_t , se obliga al subyacente a llegar en posiciones de beneficios si se encuentra en:

$$S_t > K_1 + P_2 - P_1. \quad (93)$$

Sustituyendo (73) en (93):

$$Prob_{beneficio} = Prob\left(S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma\sqrt{t}Z} > K_1 + P_2 - P_1\right), \quad (94)$$

pasando todo al otro lado, dejando como único término la distribución normal estándar Z , quedaría

$$Prob_{beneficio} = Prob\left(Z > \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln\left(\frac{K_1 + P_2 - P_1}{S_0}\right) - \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right]\right). \quad (95)$$

Llegado a este punto, se quiere estudiar cómo conseguir con una operación del tipo *Call/Put Bull/Bear Spread*:

- Tener más de un 50% de probabilidades de obtener beneficios al evaluar el subyacente, o situación de *flip coin*.
- Forzar aún más el modelo para que se consiga más de un 60% de posibilidades de obtener beneficios al evaluar el subyacente.

Para conseguir esto, se debe llegar más allá con el término $Z \propto N[0; 1]$, se sabe que la distribución normal estándar es un caso especial de la distribución normal gaussiana desarrollada por Gauss en la cual tiene como media 0 y desviación típica 1, representado matemáticamente en (77), recordando:

$$f(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx,$$

siendo además

$$P_{beneficio} = 1 - f\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln\left(\frac{K_1 + P_2 - P_1}{S_0}\right) - \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T \right]\right). \quad (96)$$

A continuación se muestra la representación gráfica de la distribución de Gauss (77):

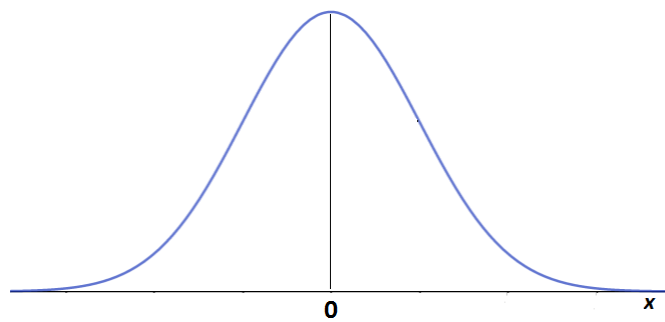


Figura 15. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica - Put Bear Spread
Fuente: Elaboración propia.

Esta curva se convierte en una herramienta muy útil, ya que a partir de ella es posible calcular áreas y a partir de esas áreas calcular porcentajes de probabilidad.

Si se quiere conseguir una probabilidad del 50%, es casi inmediato deducir que al integrar la ecuación (77) el área que queda por debajo de la curva es justo la mitad, como se muestra en la Figura 16:

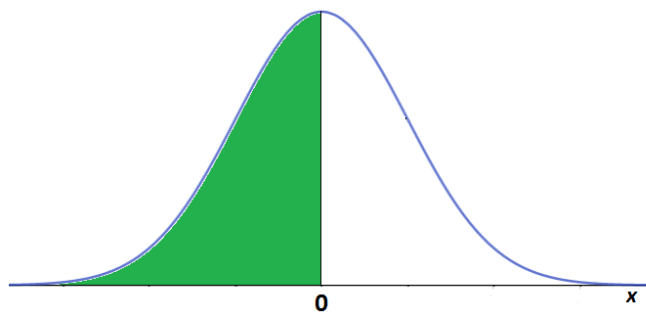


Figura 16. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 50% - Put Bear Spread
Fuente: Elaboración propia.

El objetivo a conseguir es por tanto, tener una probabilidad de estar en la zona no sombreada, es decir, de estar en $1 - f(x)$.

$$1 - f(x) > 0,5.$$

Si igualmente se quiere forzar para que la probabilidad de tener beneficios esté por encima del 60%, como se muestra en la Figura 17.

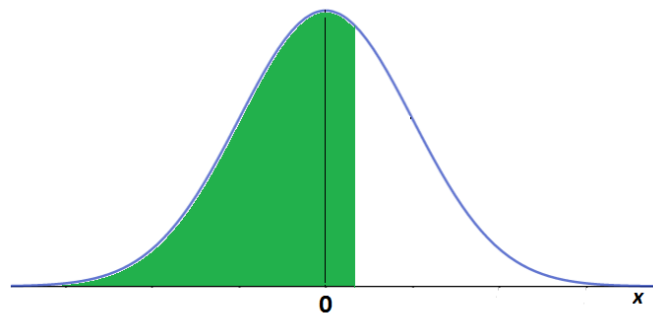


Figura 17. Probabilidad de beneficio mediante una distribución de Gauss. Representación gráfica 60% - Put Bear Spread
Fuente: Elaboración propia.

Es decir, tener una probabilidad de estar en la zona no sombreada.

$$1 - f(x) > 0,6.$$

Utilizando la expresión (96) y evaluando la probabilidad de beneficio deseado en una tabla de distribución normal estándar:

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left[\ln \left(\frac{K_1 + P_2 - P_1}{S_0} \right) - \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T \right] < X_\alpha, \quad (97)$$

siendo X_α el factor resultado de la evaluación en una tabla de distribución normal estándar para los porcentajes deseados, en el caso del presente trabajo para un 50% y para un 60%.

Despejando la expresión (97),

$$K_1 + P_2 - P_1 < S_0 e^{\left[\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + X_\alpha \sqrt{T} \sigma \right]}. \quad (98)$$

Esta expresión muestra la desigualdad que debe cumplirse para que se verifiquen los preceptos para conseguir una probabilidad de beneficio en una operación del tipo *Put Bull Spread*.

- K_1 es el *precio strike* de la compra de una opción de tipo *Put*.
- P_1 es el valor de la comisión de la compra de una opción de tipo *Put*.
- P_2 es el valor de la comisión de la venta de una opción de tipo *Put*.
- S_0 el valor inicial del subyacente en $t = 0$ que sigue una evolución de acuerdo a un *proceso de Wiener*.
- T es la *fecha de vencimiento o maturity* a la cual se quiere evaluar la viabilidad de la operación.
- μ es la *tendencia* del subyacente. La calibración de este parámetro ya se hizo en el Bloque I a partir de datos históricos del subyacente, deshaciendo el cambio de variable en

$$R = \mu - \frac{\sigma^2}{2}.$$

Factor utilizado para el desarrollo del Modelo Diario.

- σ es la *volatilidad* del subyacente, $\sigma > 0$. La calibración de este parámetro ya se hizo en el Bloque I a partir de datos históricos del subyacente, deshaciendo el cambio de variable en

$$V = \sigma^2.$$

Factor utilizado para el desarrollo del *Modelo Diario*.

2.3. Presentación de escenarios.

Al evaluar cómo se comporta un subyacente en una operación financiera de tipo spread, es muy común presentar ese subyacente ante distintos escenarios de inversión, unos más favorables y otros menos, para representar si la probabilidad de beneficio del subyacente a un periodo de vencimiento T se viene abajo o por el contrario se ve reforzada en cada uno de esos escenarios.

Escenario 1: Promedio de los valores observados.

A partir del histórico de valores cotizados del subyacente a estudiar, en el caso del presente trabajo son 60 valores de cotización, se construye un escenario de inversión promedio o intermedio entre uno alcista y uno pesimista, para cuando se tiene la certeza o se sospecha de que el valor del subyacente en el mercado se mantendrá en valores similares en las próximas fechas. Para ello, se calcula el *valor promedio* del histórico de 60 valores cotizados.

Para una opción tipo *Call/Put Bull Spread*, que son aquellas en las que se da la condición que $K_2 > K_1$, es decir, el *precio strike* fijado para la venta de la opción *Call/Put* debe estar por encima del *precio strike* fijado para la compra de la opción *Call/Put*, se fijará el valor de K_2 y a partir de este el de K_1 . Por ello, y como se explicará en la presentación de los resultados, se calcula K_2 de la forma:

$$K_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i. \quad (99)$$

Para una opción tipo *Call/Put Bear Spread*, que son aquellas en las que se da la condición que $K_1 > K_2$, es decir, el *precio strike* fijado para la venta de la opción *Call/Put* debe estar por debajo del *precio strike* fijado para la compra de la opción *Call/Put*, se fijará el valor de K_1 y a partir de este el de K_2 . Por ello, y como se explicará en la presentación de los resultados, se calcula K_2 de la forma:

$$K_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i. \quad (100)$$

Escenario 2: Optimista.

A partir del histórico de valores cotizados del subyacente a estudiar, en el caso del presente trabajo son 60 valores de cotización, se construye un escenario de inversión optimista, para cuando se tiene la certeza o se sospecha de que el valor del subyacente en el mercado incurrirá en un crecimiento en las próximas fechas. Para ello, se calcula el *valor máximo* del histórico de 60 valores cotizados.

Para una opción tipo *Call/Put Bull Spread*, que son aquellas en las que se da la condición que $K_2 > K_1$, es decir, el *precio strike* fijado para la venta de la opción *Call/Put* debe estar por encima del *precio strike* fijado para la compra de la opción *Call/Put*, se fijará el valor de K_2 y a partir de este el de K_1 . Por ello, y como se explicará en la presentación de los resultados, se calcula K_2 de la forma:

$$K_2 = \text{MAX}(S_1, S_2, \dots, S_n). \quad (101)$$

Para una opción tipo *Call/Put Bear Spread*, que son aquellas en las que se da la condición que $K_1 > K_2$, es decir, el *precio strike* fijado para la venta de la opción *Call/Put* debe estar por debajo del *precio strike* fijado para la compra de la opción *Call/Put*, se fijará el valor de K_1 y a partir de este el de K_2 . Por ello, y como se explicará en la presentación de los resultados, se calcula K_2 de la forma:

$$K_1 = \text{MAX}(S_1, S_2, \dots, S_n). \quad (102)$$

Escenario 3: Pesimista.

A partir del histórico de valores cotizados del subyacente a estudiar, en el caso del presente trabajo son 60 valores de cotización, se construye un escenario de inversión pesimista, para cuando se tiene la certeza o se sospecha de que el valor del subyacente en el mercado incurrirá en un decrecimiento en las próximas fechas. Para ello, se calcula el *valor mínimo* del histórico de 60 valores cotizados.

Para una opción tipo *Call/Put Bull Spread*, que son aquellas en las que se da la condición que $K_2 > K_1$, es decir, el *precio strike* fijado para la venta de la opción *Call/Put* debe estar por encima del *precio strike* fijado para la compra de la opción *Call/Put*, se fijará el valor de K_2 y a partir de este el de K_1 . Por ello, y como se explicará en la presentación de los resultados, se calcula K_2 de la forma:

$$K_2 = \text{MIN}(S_1, S_2, \dots, S_n). \quad (103)$$

Para una opción tipo *Call/Put Bear Spread*, que son aquellas en las que se da la condición que $K_1 > K_2$, es decir, el *precio strike* fijado para la venta de la opción *Call/Put* debe estar por debajo del *precio strike* fijado para la compra de la opción *Call/Put*, se fijará el valor de K_1 y a partir de este el de K_2 . Por ello, se calcula K_2 de la forma:

$$K_1 = \text{MIN}(S_1, S_2, \dots, S_n). \quad (104)$$

2.4. Presentación de los resultados.

Una vez presentados todos los antecedentes, se dispone a poner en práctica todos estos y plasmar los resultados en el presente trabajo. A modo de introducción, se recuerda la formulación necesaria para poder evaluar la viabilidad de obtención de beneficios sobre un subyacente cotizado a un tiempo determinado T .

Inicialmente, se presenta la ecuación necesaria de desigualdad:

Para una *Call Bull Spread*, ecuación (80):

$$K_1 + C_1 - C_2 < S_0 e^{\left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + X_\alpha \sqrt{T}\sigma\right]}.$$

Para una *Put Bull Spread*, ecuación (86):

$$K_2 + P_1 - P_2 < S_0 e^{\left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + X_\alpha \sqrt{T}\sigma\right]}.$$

Para una *Call Bear Spread*, ecuación (92):

$$K_2 + C_2 - C_1 < S_0 e^{\left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + X_\alpha \sqrt{T}\sigma\right]}.$$

Para una *Put Bear Spread*, ecuación (98):

$$K_1 + P_2 - P_1 < S_0 e^{\left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + X_\alpha \sqrt{T}\sigma\right]}.$$

donde,

- S_0 es el valor inicial del subyacente en $t = 0$ que sigue una evolución de acuerdo a un *proceso de Wiener*.
- T es la fecha de vencimiento o *maturity* a la cual se quiere evaluar la viabilidad de la operación.
- X_α es el factor resultado de la evaluación en una tabla de distribución normal estándar para los porcentajes deseados, en el caso del presente trabajo para un 50% y para un 60%.
- μ es la *tendencia* del subyacente. La calibración de este parámetro ya

se hizo en el Bloque I a partir de datos históricos del subyacente, deshaciendo el cambio de variable en

$$R = \mu - \frac{\sigma^2}{2}.$$

Factor utilizado para el desarrollo del *Modelo Diario*.

- σ es la *volatilidad* del subyacente, $\sigma > 0$. La calibración de este parámetro ya se hizo en el Bloque I a partir de datos históricos del subyacente, deshaciendo el cambio de variable en

$$V = \sigma^2.$$

Factor utilizado para el desarrollo del *Modelo Diario*.

Para el cálculo de los términos K_1 , K_2 , C_1/P_1 y C_2/P_2 , se hará uso de las fórmulas mencionadas en los apartados 2.1.2 y 2.3.

Ecuación (53),

$$C = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2),$$

donde,

- S_0 es el valor de del producto cotizado en $t = 0$.
- N es el valor de la función de probabilidad acumulada de una distribución normal estándar.
- K es el precio que se marca a término del ejercicio o *precio strike*.
- r es la *tasa de retorno* o tipo de interés aplicado a lo largo de la operación.

con

ecuación (54),

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}.$$

Ecuación (55),

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

y por último (56),

$$P = C - S_0 + Ke^{-rT}.$$

Para fijar los precios de ejercicio o *strike* K_1 , K_2 de ambas opciones *Call/Put* en cada una de las operaciones *Bull/Bear Spread*, se fijará una de ellas y a la segunda se le dará valores con respecto a la segunda para que cumpla la desigualdad, recordando:

Para operaciones del tipo *Call/Put Bull Spread*, la condición necesaria que se debe cumplir en cuanto a los *precios strike* es

$$K_2 > K_1,$$

por ello se opta por fijar el *precio strike* de la venta de la opción *Call/Put* K_2 , y se le dará a K_1 tres valores que hagan cumplir la desigualdad, de forma que

Caso 1:

$$K_1 = K_2 - 0,5.$$

Caso 2:

$$K_1 = K_2 - 0,75.$$

Caso 3:

$$K_1 = K_2 - 1.$$

Con esto lo que se quiere conseguir es ver cómo se comporta el subyacente si se varía uno de los *precios de ejercicio* con respecto al otro, estudiando su grado de restricción o flexibilidad en su comportamiento a la hora de obtener beneficios. Además se estudiará el caso límite o aquel valor para el cual se obtienen beneficios.

Igualmente, para operaciones del tipo *Call/Put Bear Spread*, la condición necesaria que se debe cumplir en cuanto a los *precios strike* es:

$$K_1 > K_2,$$

por ello se opta por fijar el *precio strike* de la venta de la opción *Call/Put* K_2 , y se le dará a K_1 tres valores que hagan cumplir la desigualdad, de forma que

Caso 1:

$$K_2 = K_1 - 0,5.$$

Caso 2:

$$K_2 = K_1 - 0,75.$$

Caso 3:

$$K_2 = K_1 - 1.$$

Para ambos subyacentes el estudio engloba estudiarlos mediante una estrategia de tipo alcista (*Call Bull Spread*) y una estrategia de tipo bajista (*Call Bear Spread*), cada uno de ellos diferenciando resultados por probabilidad de obtener beneficios para un 50% y para un 60%, y además distinguiendo entre tres escenarios distintos (valor promedio, optimista y pesimista) y tres casos distintos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3).

Valoración – Endesa

A continuación, en la Tabla 8, se muestran los resultados de operar mediante un *Call Bull Spread* un subyacente cotizado de Endesa, con una probabilidad de obtener beneficios de más de un 50%.

CALL BULL	K1	K2	C1	C2	$K_1 + C_1 - C_2$	$S_0 * e^{((\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T + X\sigma\sqrt{T})}$	Beneficios	Pto. crítico
Escenario PROMEDIO								
Caso 1	22,277	22,777	4,313	4,102	22,488	22,831	SI	
Caso 2	22,027	22,777	4,423	4,102	22,348	22,831	SI	
Caso 3	21,777	22,777	4,534	4,102	22,209	22,831	SI	
Caso 4	22,767	22,777	4,106	4,102	22,771	22,831	SI	Cumple Siempre
Escenario OPTIMISTA								
Caso 1	23,390	23,890	3,856	3,666	23,581	22,831	NO	
Caso 2	23,140	23,890	3,955	3,666	23,429	22,831	NO	
Caso 3	22,890	23,890	4,056	3,666	23,280	22,831	NO	
Caso 4	22,090	23,890	4,395	3,666	22,819	22,831	SI	1,800
Escenario PESIMISTA								
Caso 1	21,290	21,790	4,759	4,529	21,521	22,831	SI	
Caso 2	21,040	21,790	4,879	4,529	21,390	22,831	SI	
Caso 3	20,790	21,790	5,000	4,529	21,262	22,831	SI	
Caso 4	21,785	21,790	4,531	4,529	21,785	22,831	SI	Cumple Siempre

Tabla 8. Valoración de un subyacente de Endesa mediante un *Call Bull Spread*. Más del 50% de probabilidad de beneficio.
Fuente: Elaboración propia.

A la vista de los resultados de la tabla, se puede decir:

- Para un escenario de tipo Promedio, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, por mucho que se modifique el valor del *precio strike* K_1 con respecto al K_2 , en este caso ambos precios se acercan hasta una diferencia de 0,01, se observa que se obtienen beneficios, por ello, se puede decir que siempre se obtendrían beneficios.

- Para un escenario de tipo Optimista, no se obtendrían beneficios para los tres primeros escenarios, por ello, se busca en el Caso 4 o caso límite aquel valor para el cual la diferencia entre los precios de ejercicio o *strike* K_1 y K_2 hace que se obtengan beneficios. En este caso el valor mínimo buscado sería el de 1,8, es decir con diferencias menores a este valor se dejarían de obtener beneficios en la operación, y se obtendrían con una diferencia mayor a este.
- Para un escenario de tipo Pesimista, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, por mucho que se modifique el valor del *precio strike* K_1 con respecto al K_2 , en este caso ambos precios se acercan hasta una diferencia de 0,01, se observa que se obtienen beneficios, por ello, se puede decir que siempre se obtendrían beneficios.

A continuación, en la Tabla 9, se muestran los resultados para una operación del tipo *Call Bear Spread*, con una probabilidad de obtener beneficios de más del 50%:

CALL BEAR	K_1	K_2	C_1	C_2	$K_2 + C_2 - C_1$	$S_0 * e^{((\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T + X\sigma\sqrt{T})}$	Beneficios	Pto. crítico
Escenario PROMEDIO								
Caso 1	22,777	22,277	4,102	4,313	22,988	22,831	SI	
Caso 2	22,777	22,027	4,102	4,423	23,098	22,831	SI	
Caso 3	22,777	21,777	4,102	4,534	23,209	22,831	SI	
Caso 4	22,777	22,627	4,102	4,165	22,840	22,831	SI	0,150
Escenario OPTIMISTA								
Caso 1	23,890	23,390	3,666	3,856	24,081	22,831	SI	
Caso 2	23,890	23,140	3,666	3,955	24,179	22,831	SI	
Caso 3	23,890	22,890	3,666	4,056	24,280	22,831	SI	
Caso 4	23,890	23,880	3,666	3,670	23,894	22,831	SI	Cumple Siempre
Escenario PESIMISTA								
Caso 1	21,790	21,290	4,529	4,759	22,021	22,831	NO	
Caso 2	21,790	21,040	4,529	4,879	22,140	22,831	NO	
Caso 3	21,790	20,790	4,529	5,000	22,262	22,831	NO	
Caso 4	21,790	19,290	4,529	5,788	23,050	22,831	SI	2,500

Tabla 9. Valoración de un subyacente de Endesa mediante un *Call Bear Spread*. Más del 50% de probabilidad de beneficio.
Fuente: Elaboración propia.

A la vista de los resultados de la tabla, se puede decir:

- Para un escenario de tipo Promedio, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, se puede observar que el punto crítico se da para cuando la diferencia entre los dos precios está alrededor de 0,15.
- Para un escenario de tipo Optimista, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, por mucho que se modifique el valor del *precio strike* K_1 con respecto al K_2 , en este caso ambos precios se acercan hasta una diferencia de 0,01, se observa que se obtienen beneficios, por ello, se puede decir que siempre se obtendrían beneficios.
- Para un escenario de tipo Pesimista, no se obtendrían beneficios para los tres primeros escenarios, por ello, se busca en el Caso 4 o caso límite aquel valor mínimo para el cual la diferencia entre los precios de ejercicio o *strike* K_1 y K_2 hace que se obtengan beneficios.

En este caso el valor buscado sería el de 2,5, es decir con diferencias menores a este valor se dejarían de obtener beneficios en la operación, y se obtendrían con una diferencia mayor a este.

Vistos los resultados para obtener una probabilidad de beneficio de más de un 50%, se decide forzar más el modelo y por ello en la Tabla 10 se presentan los resultados para obtener beneficios más allá del 60%. Para una operación del tipo *Call Bull Spread*:

CALL BULL	K1	K2	C1	C2	$K_1 + C_1 - C_2$	$S_0 * e^{[(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T + \sigma \alpha \sqrt{T}\sigma]}$	Beneficios	Pto. crítico
Escenario PROMEDIO								
Caso 1	22,277	22,777	4,313	4,102	22,488	16,253	NO	
Caso 2	22,027	22,777	4,423	4,102	22,348	16,253	NO	
Caso 3	21,777	22,777	4,534	4,102	22,209	16,253	NO	
Caso 4	2,777	22,777	20,053	4,102	18,728	16,253	NO	Nunca cumple
Escenario OPTIMISTA								
Caso 1	23,390	23,890	3,856	3,666	23,581	16,253	NO	
Caso 2	23,140	23,890	3,955	3,666	23,429	16,253	NO	
Caso 3	22,890	23,890	4,056	3,666	23,280	16,253	NO	
Caso 4	3,890	23,890	18,941	3,666	19,165	16,253	NO	Nunca cumple
Escenario PESIMISTA								
Caso 1	21,290	21,790	4,759	4,529	21,521	16,253	NO	
Caso 2	21,040	21,790	4,879	4,529	21,390	16,253	NO	
Caso 3	20,790	21,790	5,000	4,529	21,262	16,253	NO	
Caso 4	1,790	21,790	21,040	4,529	18,302	16,253	NO	Nunca cumple

Tabla 10. Valoración de un subyacente de Endesa mediante un *Call Bull Spread*. Más del 60% de probabilidad de beneficio.
Fuente: Elaboración propia.

A la vista de los resultados de la tabla, se puede decir:

- Para un escenario de tipo Promedio, no se obtendrían beneficios para los tres primeros escenarios, por ello, se busca en el Caso 4 o caso límite aquel valor mínimo para el cual la diferencia entre los *precios de ejercicio o strike* K_1 y K_2 hace que se obtengan beneficios. En este caso, se fuerza a que la diferencia entre *precios strike* sea de hasta 20 puntos, y ni siquiera en este caso se pueden obtener beneficios, por lo tanto, se asume que en ningún caso se pueden obtener beneficios para este escenario con una operación de este tipo.
- Para un escenario de tipo Optimista, no se obtendrían beneficios para los tres primeros escenarios, por ello, se busca en el Caso 4 o caso límite aquel valor mínimo para el cual la diferencia entre los *precios de ejercicio o strike* K_1 y K_2 hace que se obtengan beneficios. En este caso, se fuerza a que la diferencia entre *precios strike* sea de hasta 20 puntos, y ni siquiera en este caso se pueden obtener beneficios, por lo tanto, se asume que en ningún caso se pueden obtener beneficios para este escenario con una operación de este tipo.
- Para un escenario de tipo Pesimista, no se obtendrían beneficios para los tres primeros escenarios, por ello, se busca en el Caso 4 o caso límite aquel valor mínimo para el cual la diferencia entre los *precios de ejercicio o strike* K_1 y K_2 hace que se obtengan beneficios. En este caso, se fuerza a que la diferencia entre *precios strike* sea de hasta 20 puntos, y ni siquiera en este caso se pueden obtener beneficios, por lo tanto, se asume que en ningún caso se pueden obtener beneficios para este escenario con una operación de este tipo.

Igualmente, se muestra la Tabla 11 para la valoración de una *Call Bear Spread* y más de un 60% de beneficio:

CALL BEAR	K_1	K_2	C_1	C_2	$K_2 + C_2 - C_1$	$S_0 * e^{((\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T + X\sigma\sqrt{T})}$	Beneficios	Pto. crítico
Escenario PROMEDIO								
Caso 1	22,777	22,277	4,102	4,313	22,988	16,253	SI	
Caso 2	22,777	22,027	4,102	4,423	23,098	16,253	SI	
Caso 3	22,777	21,777	4,102	4,534	23,209	16,253	SI	
Caso 4	22,777	22,767	4,102	4,106	22,781	16,253	SI	Cumple Siempre
Escenario OPTIMISTA								
Caso 1	23,890	23,390	3,666	3,856	24,081	16,253	SI	
Caso 2	23,890	23,140	3,666	3,955	24,179	16,253	SI	
Caso 3	23,890	22,890	3,666	4,056	24,280	16,253	SI	
Caso 4	23,890	23,880	3,666	3,670	23,894	16,253	SI	Cumple Siempre
Escenario PESIMISTA								
Caso 1	21,790	21,290	4,529	4,759	22,021	16,253	SI	
Caso 2	21,790	21,040	4,529	4,879	22,140	16,253	SI	
Caso 3	21,790	20,790	4,529	5,000	22,262	16,253	SI	
Caso 4	21,790	21,780	4,529	4,533	21,795	16,253	SI	Cumple siempre

Tabla 11. Valoración de un subyacente de Endesa mediante un *Call Bear Spread*. Más del 60% de probabilidad de beneficio.
Fuente: Elaboración propia.

A la vista de los resultados de la tabla, se puede decir:

- Para un escenario de tipo Promedio, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, por mucho que se modifique el valor del *precio strike* K_2 con respecto al K_1 , en este caso ambos precios se acercan hasta una diferencia de 0,01, se observa que se obtienen beneficios, por ello, se puede decir que siempre se obtendrían beneficios.
- Para un escenario de tipo Optimista, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, por mucho que se modifique el valor del *precio strike* K_2 con respecto al K_1 , en este caso ambos precios se acercan hasta una diferencia de 0,01, se observa que se obtienen beneficios, por ello, se puede decir que siempre se obtendrían beneficios.
- Para un escenario de tipo Pesimista, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, por mucho que se modifique el valor del *precio strike* K_2 con respecto al K_1 , en este caso ambos precios se acercan hasta una diferencia de 0,01, se observa que se obtienen beneficios, por ello, se puede decir que siempre se obtendrían beneficios.

Valoración – MIGBAS WD (Within Day)

A continuación, en la Tabla 12, se muestran los resultados de operar mediante un *Call Bull Spread* con un producto del MIBGAS, en concreto el *producto intradiario o within day*, con una probabilidad de obtener beneficios de más de un 50%:

CALL BULL	K1	K2	C1	C2	$K_1 + C_1 - C_2$	$S_0 * e^{[(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T + \alpha\sqrt{T}\sigma]}$	Beneficios	Pto. crítico
Escenario PROMEDIO								
Caso 1	13,547	14,047	13,763	13,731	13,580	15,494	SI	
Caso 2	13,297	14,047	13,779	13,731	13,346	15,494	SI	
Caso 3	13,047	14,047	13,796	13,731	13,113	15,494	SI	
Caso 4	14,037	14,047	13,731	13,731	14,038	15,494	SI	Cumple Siempre
Escenario OPTIMISTA								
Caso 1	16,180	16,680	13,600	13,572	16,209	15,494	NO	
Caso 2	15,930	16,680	13,615	13,572	15,974	15,494	NO	
Caso 3	15,680	16,680	13,630	13,572	15,738	15,494	NO	
Caso 4	15,180	16,680	13,660	13,572	15,268	15,494	SI	1,500
Escenario PESIMISTA								
Caso 1	11,270	11,770	13,920	13,884	11,306	15,494	SI	
Caso 2	11,020	11,770	13,939	13,884	11,075	15,494	SI	
Caso 3	10,770	11,770	13,957	13,884	10,843	15,494	SI	
Caso 4	11,760	11,770	13,885	13,884	11,761	15,494	SI	Cumple Siempre

Tabla 12. Valoración del producto WD del MIBGAS mediante un *Call Bull Spread*. Más del 50% de probabilidad de beneficio.
Fuente: Elaboración propia.

A la vista de los resultados de la tabla, se puede decir:

- Para un escenario de tipo Promedio, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, por mucho que se modifique el valor del *precio strike* K_1 con respecto al K_2 , en este caso ambos precios se acercan hasta una diferencia de 0,01, se observa que se obtienen beneficios, por ello, se puede decir que siempre se obtendrían beneficios.
- Para un escenario de tipo Optimista, no se obtendrían beneficios para los tres primeros escenarios, por ello, se busca en el Caso 4 o caso límite aquel valor para el cual la diferencia entre los precios de ejercicio o *strike* K_1 y K_2 hace que se obtengan beneficios. En este caso el valor mínimo buscado sería el de 1,5, es decir con diferencias menores a este valor se dejarían de obtener beneficios en la operación, y se obtendrían con una diferencia mayor a este.
- Para un escenario de tipo Pesimista, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, por mucho que se modifique el valor del *precio strike* K_1 con respecto al K_2 , en este caso ambos precios se acercan hasta una diferencia de 0,01, se observa que se obtienen beneficios, por ello, se puede decir que siempre se obtendrían beneficios.

A continuación, en la Tabla 13, se muestran los resultados para una operación del tipo *Call Bear Spread*, con una probabilidad de obtener beneficios de más del 50%:

CALL BEAR	K_1	K_2	C_1	C_2	$K_2 + C_2 - C_1$	$S_0 * e^{((\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T + \kappa\sigma\sqrt{T})}$	Beneficios	Pto. crítico
Escenario PROMEDIO								
Caso 1	14,047	13,547	13,731	13,763	14,080	15,494	NO	
Caso 2	14,047	13,297	13,731	13,779	14,096	15,494	NO	
Caso 3	14,047	13,047	13,731	13,796	14,113	15,494	NO	
Caso 4	14,047	0,047	13,731	15,466	15,783	15,494	SI	14,000
Escenario OPTIMISTA								
Caso 1	16,680	16,180	13,572	13,600	16,709	15,494	SI	
Caso 2	16,680	15,930	13,572	13,615	16,724	15,494	SI	
Caso 3	16,680	15,680	13,572	13,630	16,738	15,494	SI	
Caso 4	16,680	16,670	13,572	13,572	16,681	15,494	SI	Cumple Siempre
Escenario PESIMISTA								
Caso 1	11,770	11,270	13,884	13,920	11,806	15,494	NO	
Caso 2	11,770	11,020	13,884	13,939	11,825	15,494	NO	
Caso 3	11,770	10,770	13,884	13,957	11,843	15,494	NO	
Caso 4	11,770	0,770	13,884	15,195	13,081	15,494	NO	Nunca Cumple

Tabla 13. Valoración del producto WD del MIBGAS mediante un *Call Bear Spread*. Más del 50% de probabilidad de beneficio.
Fuente: Elaboración propia.

A la vista de los resultados de la tabla, se puede decir:

- Para un escenario de tipo Promedio, no se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, se puede observar que el punto crítico se da para cuando la diferencia entre los dos precios está alrededor de 14.
- Para un escenario de tipo Optimista, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, por mucho que se modifique el valor del *precio strike* K_2 con respecto al K_1 , en este caso ambos precios se acercan hasta una diferencia de 0,01, se observa que se obtienen beneficios, por ello, se puede decir que siempre se obtendrían beneficios.
- Para un escenario de tipo Pesimista, no se obtendrían beneficios para los tres primeros escenarios, por ello, se busca en el Caso 4 o caso límite aquel valor mínimo para el cual la diferencia entre los *precios de ejercicio o strike* K_1 y K_2 hace que se obtengan beneficios. En este caso el por mucho que se estire los valores entre los *precios strike* de la operación (en este caso se ha forzado hasta una diferencia de 11), se puede observar que nunca se obtendrían beneficios.

Vistos los resultados para obtener una probabilidad de beneficio de más de un 50%, se decide forzar más el modelo y por ello en la Tabla 14 se presentan los resultados para obtener beneficios más allá del 60%. Para una operación del tipo *Call Bull Spread*:

CALL BEAR	K_1	K_2	C_1	C_2	$K_2 + C_2 - C_1$	$S_0 * e^{((\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + x\sigma\sqrt{t})}$	Beneficios	Pto. crítico
Escenario PROMEDIO								
Caso 1	13,547	14,047	13,763	13,731	13,580	1,493	NO	
Caso 2	13,297	14,047	13,779	13,731	13,346	1,493	NO	
Caso 3	13,047	14,047	13,796	13,731	13,113	1,493	NO	
Caso 4	0,047	14,047	15,466	13,731	1,783	1,493	NO	Nunca cumple
Escenario OPTIMISTA								
Caso 1	16,180	16,680	13,600	13,572	16,209	1,493	NO	
Caso 2	15,930	16,680	13,615	13,572	15,974	1,493	NO	
Caso 3	15,680	16,680	13,630	13,572	15,738	1,493	NO	
Caso 4	0,680	16,680	15,221	13,572	2,329	1,493	NO	Nunca cumple
Escenario PESIMISTA								
Caso 1	11,270	11,770	13,920	13,884	11,306	1,493	NO	
Caso 2	11,020	11,770	13,939	13,884	11,075	1,493	NO	
Caso 3	10,770	11,770	13,957	13,884	10,843	1,493	NO	
Caso 4	0,770	11,770	15,195	13,884	2,081	1,493	NO	Nunca cumple

Tabla 14. Valoración del producto WD del MIBGAS mediante un Call Bull Spread. Más del 60% de probabilidad de beneficio.
Fuente: Elaboración propia.

A la vista de los resultados de la tabla, se puede decir:

- Para un escenario de tipo Promedio, no se obtendrían beneficios para los tres primeros escenarios, por ello, se busca en el Caso 4 o caso límite aquel valor mínimo para el cual la diferencia entre los *precios de ejercicio o strike* K_1 y K_2 hace que se obtengan beneficios. En este caso, se fuerza a que la diferencia entre *precios strike* sea de hasta 14 puntos, y ni siquiera en este caso se pueden obtener beneficios, por lo tanto, se asume que en ningún caso se pueden obtener beneficios para este escenario con una operación de este tipo.
- Para un escenario de tipo Optimista, no se obtendrían beneficios para los tres primeros escenarios, por ello, se busca en el Caso 4 o caso límite aquel valor mínimo para el cual la diferencia entre los *precios de ejercicio o strike* K_1 y K_2 hace que se obtengan beneficios. En este caso, se fuerza a que la diferencia entre *precios strike* sea de hasta 16 puntos, y ni siquiera en este caso se pueden obtener beneficios, por lo tanto, se asume que en ningún caso se pueden obtener beneficios para este escenario con una operación de este tipo.
- Para un escenario de tipo Pesimista, no se obtendrían beneficios para los tres primeros escenarios, por ello, se busca en el Caso 4 o caso límite aquel valor mínimo para el cual la diferencia entre los *precios de ejercicio o strike* K_1 y K_2 hace que se obtengan beneficios. En este caso, se fuerza a que la diferencia entre *precios strike* sea de hasta 11 puntos, y ni siquiera en este caso se pueden obtener beneficios, por lo tanto, se asume que en ningún caso se pueden obtener beneficios para este escenario con una operación de este tipo.

Igualmente, en la Tabla 15 se presentan los resultados para la valoración de una *Call Bear Spread*:

CALL BEAR	K1	K2	C1	C2	$K_2 + C_2 - C_1$	$S_0 * e^{((\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T + X\sigma\sqrt{T}\sigma)}$	Beneficios	Pto. crítico
Escenario PROMEDIO								
Caso 1	14,047	13,547	13,731	13,763	14,080	1,493	SI	
Caso 2	14,047	13,297	13,731	13,779	14,096	1,493	SI	
Caso 3	14,047	13,047	13,731	13,796	14,113	1,493	SI	
Caso 4	14,047	14,037	13,731	13,731	14,048	1,493	SI	Cumple Siempre
Escenario OPTIMISTA								
Caso 1	16,680	16,180	13,572	13,600	16,709	1,493	SI	
Caso 2	16,680	15,930	13,572	13,615	16,724	1,493	SI	
Caso 3	16,680	15,680	13,572	13,630	16,738	1,493	SI	
Caso 4	16,680	16,670	13,572	13,572	16,681	1,493	SI	Cumple Siempre
Escenario PESIMISTA								
Caso 1	11,770	11,270	13,884	13,920	11,806	1,493	SI	
Caso 2	11,770	11,020	13,884	13,939	11,825	1,493	SI	
Caso 3	11,770	10,770	13,884	13,957	11,843	1,493	SI	
Caso 4	11,770	11,760	13,884	13,885	11,771	1,493	SI	Cumple siempre

Tabla 15. Valoración del producto WD del MIBGAS mediante un *Call Bear Spread*. Más del 60% de probabilidad de beneficio.
Fuente: Elaboración propia.

A la vista de los resultados de la tabla, se puede decir:

- Para un escenario de tipo Promedio, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, por mucho que se modifique el valor del *precio strike* K_2 con respecto al K_1 , en este caso ambos precios se acercan hasta una diferencia de 0,01, se observa que se obtienen beneficios, por ello, se puede decir que siempre se obtendrían beneficios.
- Para un escenario de tipo Optimista, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, por mucho que se modifique el valor del *precio strike* K_2 con respecto al K_1 , en este caso ambos precios se acercan hasta una diferencia de 0,01, se observa que se obtienen beneficios, por ello, se puede decir que siempre se obtendrían beneficios.
- Para un escenario de tipo Pesimista, se obtendrían beneficios para los tres primeros casos (Caso 1, Caso 2 y Caso 3). Para el Caso 4 o caso límite, por mucho que se modifique el valor del *precio strike* K_2 con respecto al K_1 , en este caso ambos precios se acercan hasta una diferencia de 0,01, se observa que se obtienen beneficios, por ello, se puede decir que siempre se obtendrían beneficios.

Bloque III: Implementación Web.

En muchos ámbitos académicos y profesionales la utilización de herramientas web proyecta una visión clara y de acceso directo a usuarios de todos los rincones del planeta. En el mundo financiero, la publicación de resultados y tendencias a tiempo real es fundamental para conectar a inversores y ahorradores y que se puedan tomar las mejores decisiones para el beneficio de ambos, es por ello que se incluye dentro del alcance de este trabajo la implementación mediante herramientas web de los resultados mencionados en los dos bloques anteriores.

Es necesario indicar que las fotos que puedan mostrar parte de la implementación mencionada puede verse afectada a cambios, la implementación de un sistema web, aunque se lleve por una vía muy sencilla, está sujeta a cambios continuos y dinámicos debido a factores como las actualizaciones o parches de los programas que intervienen.

3.1. Esquema utilizado en la implementación.

Como primer paso, en la Figura 18 se presenta el esquema de herramientas utilizado y como estas se entrelazan entre sí para generar un medio de visualización de los resultados a tiempo real.



Figura 18. Esquema de implementación para la visualización de los resultados a tiempo real. Programas asociados.
Fuente: Elaboración propia.

En el primer nivel se encontraría el servicio de hojas de cálculo alojadas en la nube que Google ofrece a todos los usuarios de manera gratuita, llamado *Google Spreadsheets*, es aquí donde se alojan todos los cálculos necesarios para realizar los modelos presentados en los bloques anteriores. En el mismo nivel, además, se sitúa en el *Área de Sistemas de Información y las Comunicaciones de la Universitat Politècnica de Valencia*, en la que, a través de su Servicio de Webs Avanzadas, permite a los docentes disponer de un servicio de host y dirección web totalmente gratuitos.

En un segundo nivel se situaría un sistema de creación y edición de páginas y contenidos web, el popularmente conocido *Wordpress*, donde alrededor suyo orbitarían las herramientas que hacen posibles la correcta edición de los contenidos y la maquetación para dar a la web una correcta presentación, plug-ins como *Elementor* o *Inline GoogleSpreadSheets Viewer* o temas completos de edición como *OceanWP* son los que lo hacen posible y los utilizados para este fin.

El resultado de bajar los dos escalones anteriormente mencionados es la propia página web, a continuación, en la Figura 19, se muestra una imagen del aspecto de la página principal.



Figura 19. Aspecto visual de la página principal de la Web - <http://magonni.upv.edu.es/>
Fuente: Elaboración propia.

Es necesario suscribir que las razones por la cuales se han elegido estas herramientas para la elaboración de la página web y no otras, como servidores de alojamiento de datos o servicios hosting de pago es fundamentalmente porque todos los niveles se sirven de herramientas totalmente gratuitas y reproducibles por cualquier otro usuario o docente y además, por tener este trabajo un origen docente, es de gran importancia para el autor servirse de las herramientas que la universidad pueda proporcionar y exponerlas en este documento. Además, los servicios utilizados son de sobra válidos para cumplir con el alcance que se pretende englobar en este trabajo.

3.2. ASIC – UPV, Servicio de Webs Avanzadas.

Para la creación de una página web, esta debe asentarse sobre tres patas fundamentales:

- Un dominio.
- Un servicio de hosting o alojamiento.
- Una base de datos.

Para los tres objetos necesarios se puede tirar del *Servicio de Webs Avanzadas* que ofrece por el *Área de Sistemas de la Información y las Comunicaciones* de la *Universitat Politècnica de Valencia*, aunque en este apartado se comentarán los dos primeros y el tercero al hablar del servicio *Wordpress*, ya que es el enlace entre uno y otro.

Para conseguir el dominio, simplemente hay que rellenar un formulario en la intranet, donde habrá que indicar que tipo de web es la que se requiere, es este caso es la de un alumno de la propia universidad. A los pocos minutos de enviar el formulario, se recibe un correo de confirmación de alta con la dirección web abierta correspondiente, que será del tipo:

<http://usuario.upv.edu.es>

o en este caso en concreto,

<http://magonni.upv.edu.es/>

Como resultado, se obtiene un servicio de hosting gratuito con un dominio asociado y mantenimiento incluido, este alojamiento proporciona unos mínimos parámetros de estabilidad, tráfico permitido y rapidez de respuesta del servidor como para mantener en él una página web donde los requerimientos no sean muy elevados. Al ser un servicio gratuito, es de suponer las anteriores premisas, si se tuviese en mente realizar una web con requisitos de tráfico más elevado, sería necesario acudir a opciones de pago, en cualquier caso, el servicio ofrecido por la ASIC cumple de sobra con las expectativas y requerimientos que se le va a pedir a la web.

3.3. Google SpreadSheets.

La naturaleza de este trabajo requiere de una herramienta donde se pueda manipular ecuaciones matemáticas de manera sencilla y dinámica para la creación de referencias entre objetos y presentarlos sin requerir una programación compleja. El producto que mejor se adapta a estas necesidades es una simple hoja de cálculo, sin embargo, el alcance que engloba este proyecto no puede conseguirse con la manipulación de una hoja de cálculo tipo Excel por ejemplo, ya que se

requieren vías para llamar a datos en tiempo real y actualizarlos aunque el equipo esté apagado. A partir de aquí se abren distintas vías que se utilizan en el mundo docente/profesional para actualizar datos a tiempo real y presentarlos de la manera adecuada o deseada, productos como *Tableau* o *PowerBI* son herramientas muy poderosas que permiten hacer llamadas a bases de datos y presentarlos a voluntad y en tiempo real mediante “triggers” o disparadores programados cada cierto tiempo para actualizar los datos. Python, lenguaje de programación ideal para el tratamiento de datos, se puede combinar con otras funcionalidades para representar datos en una web a tiempo real, sin embargo, para este proyecto se escoge una funcionalidad que, siendo más modesta que las anteriores, es más sencilla de interpretar y manipular desde cero, englobando el alcance al que se pretende llegar.

Google permite a cada usuario abriendo una cuenta en el servicio de alojamiento *Google Drive* disponer de hojas de cálculo alojadas en la nube con todo lo que esto conlleva, una funcionalidad tan sencilla que permite trabajar desde cualquier equipo en remoto accediendo en tiempo real a estas hojas de cálculo. En la Figura 20 se muestra el entorno de trabajo de una hoja de cálculo de *Google*.

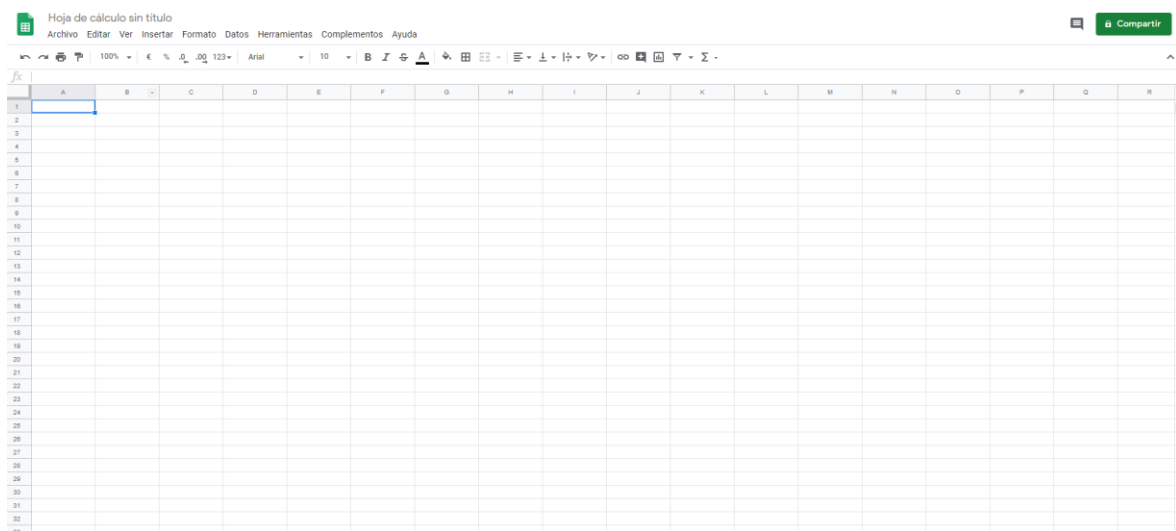
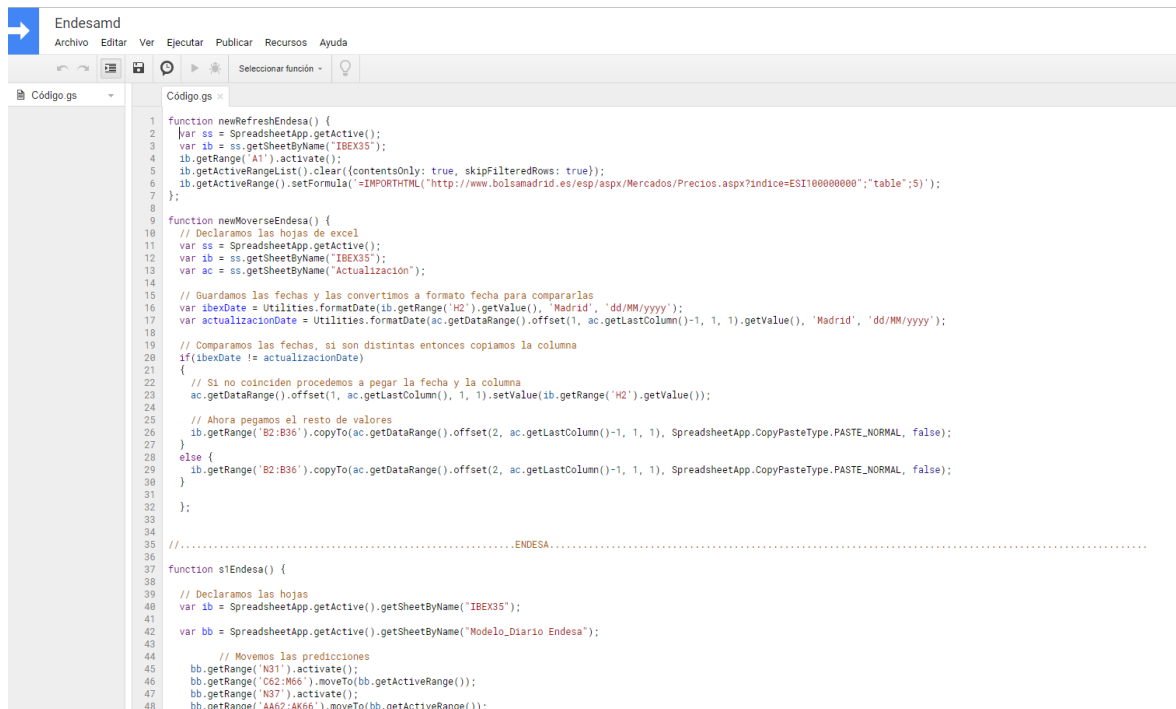


Figura 20. Aspecto visual del entorno de trabajo de una hoja de cálculo de *Google*
Fuente: *Google Drive – Hojas de cálculo*

Las analogías con otro tipo de hoja de cálculo, el producto *Microsoft Excel*, son inevitables, y es que las hojas de cálculo de *Google* disponen de entorno de programación para elaborar y ejecutar scripts, al igual que lo tiene *Excel* a través de la programación en *Vba*. En la Figura 21 se muestra el entorno de programación de scripts de las hojas de cálculo de *Google*.



```
1 function newRefreshEndesa() {
2   var ss = SpreadsheetApp.getActive();
3   var ib = ss.getSheetByName("IBEX35");
4   ib.getRange("A1").activate();
5   ib.getActiveRangeList().clear({contentsOnly: true, skipFilteredRows: true});
6   ib.getActiveRange().setFormula(=IMPORTHTML("http://www.bolsamadrid.es/esp/aspx/Mercados/Precios.aspx?indice=ESI100000000";"table";5));
7 };
8
9 function newMoveEndesa() {
10  // Declaramos las hojas de excel
11  var ss = SpreadsheetApp.getActive();
12  var ib = ss.getSheetByName("IBEX35");
13  var ac = ss.getSheetByName("Actualizacion");
14
15  // Guardamos las fechas y las convertimos a formato fecha para compararlas
16  var ibexDate = Utilities.formatDate(ib.getRange("H2").getValue(), "Madrid", "dd/MM/yyyy");
17  var actualizacionDate = Utilities.formatDate(ac.getDataRange().offset(1, ac.getLastColumn()-1, 1, 1).getValue(), "Madrid", "dd/MM/yyyy");
18
19  // Comparamos las fechas, si son distintas entonces copiamos la columna
20  if(ibexDate != actualizacionDate)
21  {
22    // Si no coinciden procedemos a pegar la fecha y la columna
23    ac.getDataRange().offset(1, ac.getLastColumn(), 1, 1).setValue(ib.getRange("H2").getValue());
24
25    // Ahora pegamos el resto de valores
26    ib.getRange("B2:B36").copyTo(ac.getDataRange().offset(2, ac.getLastColumn()-1, 1, 1), SpreadsheetApp.CopyPasteType.PASTE_NORMAL, false);
27  }
28  else {
29    ib.getRange("B2:B36").copyTo(ac.getDataRange().offset(2, ac.getLastColumn()-1, 1, 1), SpreadsheetApp.CopyPasteType.PASTE_NORMAL, false);
30  }
31 };
32
33
34
35 .....ENDESA.....
36
37 function sEndesa() {
38
39  // Declaramos las hojas
40  var ib = SpreadsheetApp.getActive().getSheetByName("IBEX35");
41
42  var bb = SpreadsheetApp.getActive().getSheetByName("Modelo_Diario_Endesa");
43
44  // Movemos las predicciones
45  bb.getRange("N31").activate();
46  bb.getRange("C62:M66").moveTo(bb.getActiveRange());
47  bb.getRange("N37").activate();
48  bb.getRange("AA62:AK66").moveTo(bb.getActiveRange());
49 }
```

Figura 21. Aspecto visual del entorno de trabajo de una hoja de cálculo de Google – Programación de Scripts
Fuente: Google Drive – Hojas de cálculo

El lenguaje de programación utilizado para montar scripts está basado en *JavaScript*, se podría decir que es JavaScript con la única diferencia de que en vez de lanzarse en local se lanza en los servidores de *Google*, además, no está pensado para interactuar con el usuario sino que está enfocado a procesar información.

Para la aplicación de lo visto en los dos bloques anteriores, se necesita traer información en tiempo real (es decir, que se actualice cada cierto tiempo) y procesar esos inputs de la manera más conveniente para dar los resultados buscados. Para dar más certidumbre a lo realizado mediante esta herramienta, se describen a continuación los pasos realizados para tratar los valores cotizados de dos mercados distintos, el *IBEX-35* y el *MIBGAS*, y ejecutar un “trigger” o disparador de manera sencilla de modo que esta información se actualice cada cierto tiempo.

- 1- El primer paso será ejecutar una sencilla ecuación propia de la hoja de cálculo,

```
=IMPORTHTML ("http://www.bolsamadrid.es/esp/aspx/Mercados/Precios.aspx ?indice=ESI100000000";"table";5)
```

Esta fórmula importa un objeto tipo tabla (en este caso la número 5) de la página web indicada en el enlace, el cual pertenece a la Bolsa de Madrid, y da los resultados de los subyacentes cotizados de las empresas que pertenecen al *IBEX-35*. Igualmente, si se quisiera importar los datos de la cotización del *MIBGAS*, la fórmula sería muy parecida:

```
=IMPORTHTML ("http://www.mibgas.es/apps/reports/index.php?lang=es", "table", 1)
```

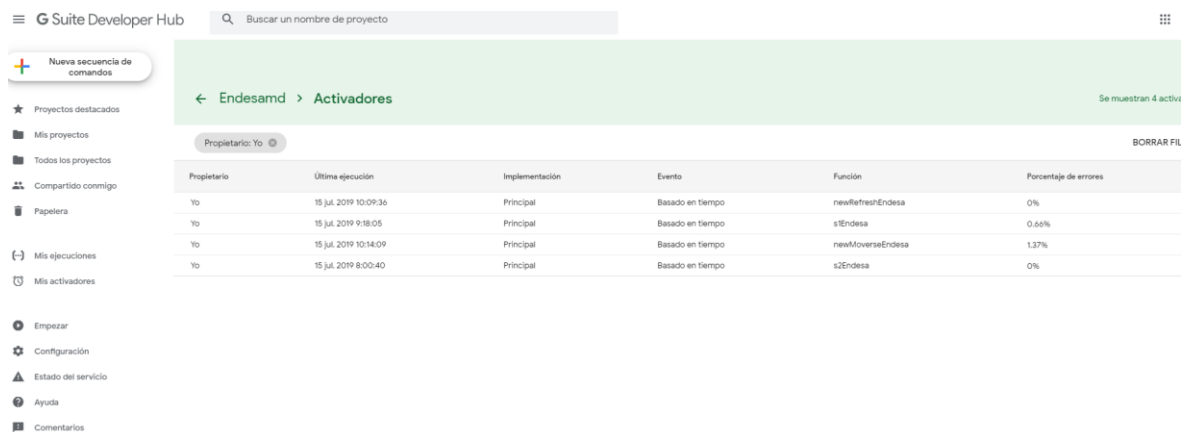
Esta fórmula importa el objeto tipo tabla (tabla número 1) del enlace seleccionado.

- 2- El segundo paso es el de programar un script para que al ejecutarse automáticamente se dé la importación de los datos desde la página web hasta la hoja de cálculo.

```
function newRefreshEndesa () {  
    var ss = SpreadsheetApp.getActive();  
    var ib = ss.getSheetByName("IBEX35");  
    ib.getRange('A1').activate();  
    ib.getActiveRangeList().clear({contentsOnly: true, skipFilteredRows:  
true});  
  
    ib.getActiveRange().setFormula('=IMPORTHTML("http://www.bolsamadrid.es/  
esp/asp/Mercados/Precios.aspx?indice=ESI100000000";"table";5)');  
};
```

Para el caso de la importación desde la página web del MIBGAS la manera de proceder es análoga.

- 3- Por último, para que la información se actualice cada cierto tiempo, se hará uso de una de las funcionalidades más potentes que pueden ofrecer estas hojas, y es el de ejecutar un “trigger” de manera automática sin necesidad de programar, para ello en el entorno de programación de script, hay que seleccionar la opción “Activadores del proyecto activo” y se abre otro entorno donde se puede programar el periodo de ejecución de un script determinado. En la Figura 22 se muestra el entorno de activación temporal de scripts.



Propietario	Última ejecución	Implementación	Evento	Función	Porcentaje de errores
Yo	15 Jul. 2019 10:09:36	Principal	Basado en tiempo	newRefreshEndesa	0%
Yo	15 Jul. 2019 9:18:05	Principal	Basado en tiempo	s1Endesa	0.66%
Yo	15 Jul. 2019 10:14:09	Principal	Basado en tiempo	newMoveEndesa	1.37%
Yo	15 Jul. 2019 8:00:40	Principal	Basado en tiempo	s2Endesa	0%

Figura 22. Aspecto visual del entorno de trabajo de una hoja de cálculo de Google – Programación de “triggers”
Fuente: Google Drive – Hojas de cálculo

Para el caso de la importación desde la página web del MIBGAS la manera de proceder es análoga.

El resto de scripts programados se centran en manipular y procesar la información que viene de estas tablas de la mejor manera para poder aplicar las herramientas matemáticas vistas en los bloques anteriores.

Modelización estocástica para subyacentes cotizados y derivados sintéticos del sector eléctrico/industrial y del MIBGAS. Implementación web en tiempo real usando Google Spreadsheets y Wordpress.

Este proceso muestra la gran potencialidad que tiene *Google SpreadSheets* como hojas de cálculo sencillas alojadas en la nube, dinámicas y con funcionalidades tan potentes para el procesamiento de información dentro de los entornos de Google.

3.4. Servicio CMS – Wordpress.

Para poner en marcha el servicio de publicación web, se puede optar por varias vías, en concreto de tres maneras:

- Usar *Presence Builder*: a través del servicio *Plesk* que sugiere el *ASIC*, con un presence builder se puede crear contenido web a partir de una interfaz y de plantillas proporcionadas.
- Usar un *Sistema de Gestión de Contenido o CMS*: un *Content Management System* es una aplicación gestionada por terceros que permite alojar un sitio web y mantenerlo. Tiene una gran capacidad de personalización ya que disponen de distintos complementos como plugins o plantillas personalizadas que amplían el abanico de posibilidades hasta grandes extremos.
- Contratar a un diseñador web profesional: esta opción, aunque es la más cara, es la más precisa en cuanto al resultado que se quiere obtener si el feedback mantenido con el diseñador es el correcto.

Para el alojamiento del dominio web, se escoge la segunda opción, la de utilizar un servicio CMS, y de entre todos los que hay disponibles en la red, se escoge *Wordpress* por ser uno de los más conocidos y versátiles y ofrecer un servicio de creación y personalización muy intuitivo y totalmente gratuito. En la Figura 23 se muestra el aspecto visual que tiene el entorno de edición de Wordpress.

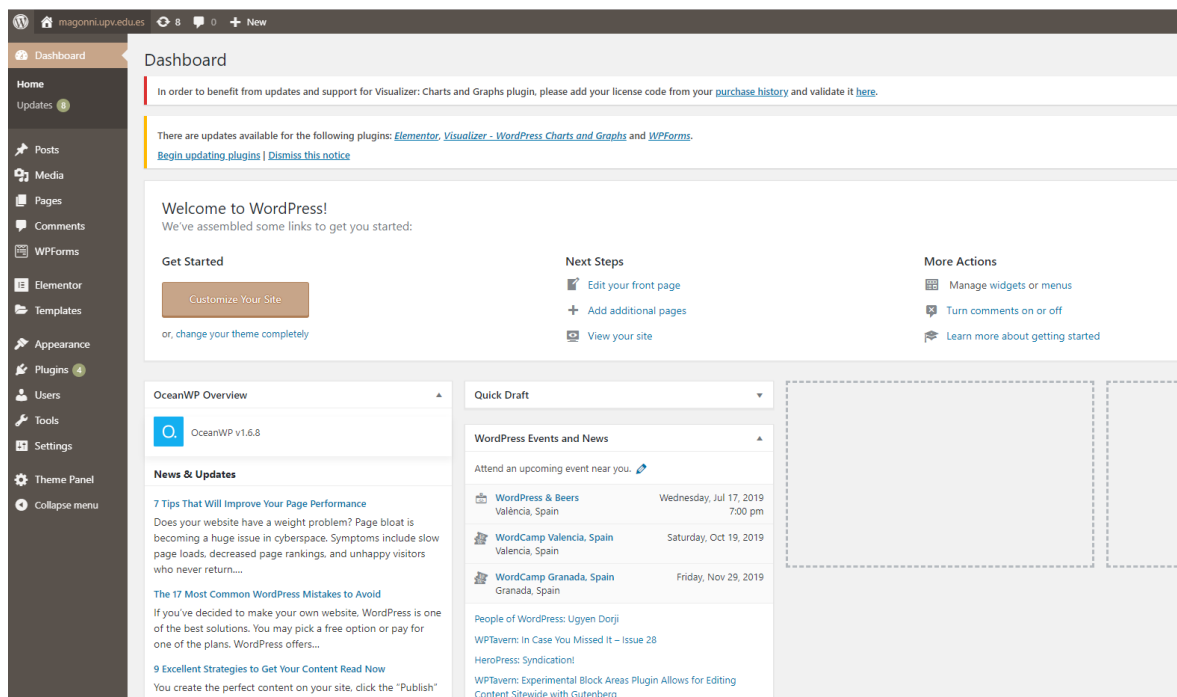


Figura 23. Aspecto visual del entorno de trabajo de Wordpress para la edición de una página Web.
Fuente: Wordpress

La descripción de la instalación del paquete *Wordpress* sale fuera del alcance de este trabajo, sin embargo, sí que es interesante mencionar las funcionalidades que se han utilizado para personalizar y modificar el contenido a voluntad, es necesario decir que todas estas funcionalidades o complementos están desarrolladas por usuarios de esta plataforma, los cuales aportan a partir de su trabajo que *Wordpress* mejore día a día y sus posibilidades aumenten continuamente.

OceanWP

Lo más cómodo para empezar a editar contenido en la página web es escoger un tema o plantilla personalizada. *OceanWP* es una de las plantillas más famosas y más valoradas en el entorno de *Wordpress*, ya que ofrece en su versión gratuita un buen espectro de opciones a considerar para la personalización de la página web. Es importante remarcar que también permite adaptar el contenido web que se esté modificando para su visualización tanto en pc, como en Tablet y también para dispositivos móviles.

Para acceder a la personalización a través de la plantilla de *OceanWP* es a través de la interfaz principal de *Wordpress*, *Appearance* → *Customize*:

En la Figura 24 se muestra el aspecto visual del entorno de edición y trabajo de la plantilla *OceanWP*.



Figura 24. Aspecto visual del entorno de trabajo de *OceanWP* para la edición de una página Web.
Fuente: Wordpress – Plugins- *OceanWP*

Elementor

De entre todos los plugin que se ofrecen para la edición web, *Elementor* es uno de esos que ofrece una amplia gama de herramientas que permite a partir de trabajar en un entorno de edición sencillo e intuitivo poder añadir, cambiar o quitar widgets o elementos que hacen más interactivo la interacción con el entorno web. Estos widgets son complementos con una gran funcionalidad y que todas las web desde las más complejas hasta las más sencillas ofrecen, introducir un icono de acceso directo a redes sociales, una imagen o un contador de tiempo son ejemplos de widgets que puede ofrecer *Elementor* u otros plugins de funcionalidad parecida. Se puede decir que el uso de *Elementor* se escoge como un elemento que amplía las posibilidades de edición que ofrece *OceanWP* en su versión gratuita.

Para hacer uso del plugin, una vez instalado, dentro de la interfaz principal de edición de Wordpress, *Pages* → *All Pages* → Seleccionar página que se quiere modificar → Pulsar *Edit with Elementor*.

En la Figura 25 se muestra el aspecto visual del entorno de trabajo y edición del plugin Elementor.



Figura 25. Aspecto visual del entorno de trabajo de OceanWP para la edición de una página Web.
Fuente: Wordpress – Plugins- OceanWP

Inline Google Spreadsheets Viewer

Este plugin es fundamental para el objetivo que se pretende, que es el de la publicación de resultados a través de las hojas de cálculo de Google. Esta herramienta ha sido desarrollada por un usuario independiente llamado *Meitar Moscovitz* (o al menos ese es su nickname) y las actualizaciones de esta se ven condicionadas por las aportaciones desinteresadas de los usuarios de la plataforma *Wordpress*.

Este plugin proporciona una manera muy sencilla de publicar gráficos y tablas interactivas procedentes de datos almacenados en hojas de cálculo de *Google*, *archivos CSV* o bases de datos en *MySQL*. Da un acceso directo a ciertas funcionalidades sin necesidad usar programación web en *html* pegando ciertas plantillas o palabras clave preconcebidas y la url de la hoja de cálculo con los datos que se desean publicar.

Conclusiones finales.

Para la exposición de las conclusiones que se han podido recoger en la realización de este proyecto, se dividirá por comodidad, como en otros apartados de esta memoria, en tres bloques. Para el primer bloque, con la implementación del Modelo Diario, se puede resaltar:

- Tanto para el método a corto plazo como para el método paso a paso, los subyacentes que cotizan en el mercado de valores español y pertenecen al grupo del *IBEX-35* se comportan bastante bien cuando se les implementa el Modelo Diario, consiguiendo en todos ellos valores del MAPE muy por debajo del 5% marcado como límite y valores próximos a cero deseables en el RMSE.
- El buen comportamiento de estos subyacentes, sin embargo, no resalta diferencias entre subyacentes de distintos sectores, en este proyecto los tratados son del sector eléctrico/enérgico y del sector industrial.
- Si se analiza como encajan los productos WD y D+1 del MIBGAS ante los dos métodos del Modelo Diario, se puede ver que el producto WD roza e incluso supera inicialmente el límite exigible en cuanto a valor porcentual del MAPE en el método a corto plazo, haciendo dudosa la viabilidad de predicciones mediante dicho método. En el resto de la evaluación, los dos productos cumplen con los límites marcados.
- En general, los productos del MIBGAS otorgan peores resultados que los subyacentes del mercado de valores español cuando se evalúa la robustez de los dos métodos que engloba el Modelo Diario. Esto puede ser debido a la menor liquidez y número de operaciones que ofrece el MIBGAS como mercado de operaciones, en contraposición con la bolsa de valores. Por ello se puede concluir que las predicciones serán más exactas para los subyacentes que pertenecen al grupo del *IBEX-35* que para los productos del MIBGAS.
- En general, y para todos los casos y productos cotizados, los resultados que ofrece el método paso a paso son mejores que los del método a corto plazo. Eso es debido a que para el método a corto plazo los parámetros R y V no se actualizan para cada una de las predicciones, cosa que no pasa con el método paso a paso, en el cual estos parámetros se actualizan en cada predicción dada.

Para el segundo bloque, con la evaluación de derivados sintéticos:

- Al evaluar el comportamiento de un derivado sintético a partir de un subyacente cotizado de Endesa, se comprueba que para tener más de un 60% de beneficios, se ve claramente por los resultados que beneficia elegir estrategias bajistas (*Call Bear Spread*). En el caso de colocarse con más de un 50% de beneficios, igualmente es mejor colocarse en estrategias bajistas, salvo si al elegir estrategias alcistas (*Call Bull Spread*) se opta además por un escenario pesimista.

- Al evaluar la robustez de un derivado sintético a partir del producto WD del *MIBGAS*, se comprueba que para tener más de un 60% de beneficios, es mejor optar por estrategias bajistas (*Call Bear Spread*). En el caso de bajar las exigencias y optar por tener más de un 50% de beneficios, los resultados son más dispares, apuntando a un escenario pesimista en estrategias alcistas (*Call Bull Spread*) y a escenarios optimistas o neutrales con estrategias bajistas.

Para el tercer bloque, con la implementación web:

- Google Spreadsheets es una herramienta muy potente que permite mantener en la nube cálculos de forma sencilla. Tiene funcionalidades muy potentes como la ejecución de “triggers” sin necesidad de programarlos o la fácil ordenación de proyectos de programación de scripts.
- Igualmente, como contraparte, la programación de scripts en Google Spreadsheets se lleva a cabo a través de un lenguaje muy parecido a JavaScript. Este lenguaje no es el más cómodo a la hora de programar, los scripts necesitan estar bien depurados para funcionar correctamente e incluso así a veces fallan en su ejecución sin razón aparente, esto puede ser debido no al hecho de una mala conexión entre las hojas de proyectos de scripts y el entorno de la hoja de cálculo, sino como una mala conexión entre las ejecuciones automáticas de “triggers” y la ejecución de los scripts en el entorno de las hojas de cálculo.
- Hay poca casuística de programación de scripts en Google Spreadsheets, esto es debido a la reciente aparición de estas hojas de cálculo, lo cual compete de manera muy pobre con otras más conocidas como Excel.
- Wordpress, como herramienta de desarrollo de páginas web, funciona bien cuando las especificaciones que se requieren a la misma web son sencillas y no requieren de funcionalidades complejas. Si esto no fuese así, las posibilidades que ofrece la plataforma son muy limitadas por no decir inexistentes si se quiere hacer de manera gratuita, es decir, si se requiere de una página web con más complejidad se requieren de conocimientos de programación web medio/avanzados o se tiene que optar por pagar programas asociados a la plataforma que ofrezcan un mayor rango de servicios.

Bibliografía.

Libros

- [1] ALLEN, E. (2007). *Modelling with Ito Stochastic Differential Equations*. Springer.
- [2] BACHELIER, L. (1900). *Théorie de la spéculation*. *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, pp 21-86.
- [3] ØKSENDAHL, B. (1998) *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*. Springer.
- [4] BLACK, F.SCHOLES, M. (1973). *The pricing of options and corporate liabilities*. *Journal of Political Economy* 81.
- [5] J.C. HULL. (2003). *Options, Futures and Other Derivatives*. Prentice Hall.
- [6] HERNÁNDEZ, VICENTE (2015). *Todo lo que siempre quiso saber sobre la bolsa y nadie le supo explicar*.

Documentos en Línea

- [1] CALATAYUD J., CORTÉS J.C. y JORNET M. *Fórmula de Paridad para Opciones Financieras Europeas*. Instituto Universitario de Matemática Multidisciplinar - Universitat Politècnica de València.
<https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/107087/Cort%C3%A9s%3BJornet%20-%20F%C3%B3rmula%20de%20Paridad%20para%20Opciones%20Financieras%20Europeas.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- [2] ASIC – UPV. *Normativa de Publicación de Contenidos Web*.
http://www.upv.es/entidades/ASIC/menu_urlc.html?entidades/ASIC/normativa/normativa_web.pdf

Páginas Webs y Blogs:

- [1] *Bolsa de Madrid*. <http://www.bolsamadrid.es>
- [2] *Mercado Ibérico del Gas (MIBGAS)*. <http://www.mibgas.es>
- [3] *Servicio de Webs Avanzadas del Área de Sistemas de la Información y las Comunicaciones de la Universitat Politècnica de València*.
<https://wiki.upv.es/confluence/display/MANUALES/Servicio+de+webs+avanzadas>
- [4] *Blog de Hernán Moraldo*. <https://hморaldo.wordpress.com>

Presupuesto.

En esta parte del documento, como anexo a la memoria del proyecto, se presenta el cálculo del presupuesto indexado a los costes que haya podido acarrear el desarrollo de este Trabajo Fin de Máster.

Para un proyecto de estas características, se tendrán en cuenta los siguientes costes asociados:

- Costes asociados a personal o recursos humanos.
- Costes asociados a recursos materiales.
- Otros costes.

Costes asociados a personal o recursos humanos

En este apartado se repercutirán los costes asociados a la dedicación de las personas que han participado en el desarrollo, tanto directamente como indirectamente.

- En el desarrollo directo del proyecto ha participado *el alumno*, para calcular el coste asociado a su trabajo habrá que estimar un coste aproximado por hora. Se estima por tanto una retribución por hora al que aproximadamente tendría un Ingeniero Junior con menos de 2 años de experiencia, esto es, unos 11,25 €/hora.
- En el desarrollo indirecto del proyecto se encuentra *el tutor*, en su labor de asesoramiento hacia el alumno, se le considerará una retribución similar al de un Responsable/Experto, esto es, unos 20,85 €/hora.

Concepto	Horas dedicadas	€/hora	Coste sin IVA	Coste con IVA
Alumno	320	11,25	3.600,00 €	4.356,00 €
Tutor	35	20,85	729,75 €	883,00 €
Total			4.329,75 €	5.239,00 €

Tabla 16. Presupuesto. Cálculo estimado de los costes en personal o recursos humanos.
Fuente: Elaboración propia.

Costes asociados a recursos materiales:

En este apartado se introducen conceptos relacionados con los instrumentos necesarios para llevar a cabo el proyecto y su coste estimado en el caso de que este no se pudiese saber de manera exacta.

- Ordenador portátil, con un coste estimado de unos 750 €/unidad.
- Calculadora, con un coste estimado de unos 32 €/unidad.
- Licencia Microsoft 365 para 1 año de uso, con un coste de $69 \frac{\text{€}}{\text{año}}$.

- Licencia del Sistema Operativo Windows, con un coste de $45 \frac{\text{€}}{\text{año}}$.

Concepto	Valor €/unidad	Vida útil estimada (h)	Uso (h)	Coste con IVA
Ordenador portátil	750	14560	320	16,48 €
Licencia Windows	32	2080	320	4,92 €
Calculadora	69	20800	160	0,53 €
Licencia Microsoft 365	45	2080	320	6,92 €
Total				28,86 €

Tabla 17. Presupuesto. Costes asociados a recursos materiales
Fuente: Elaboración propia.

Otros costes:

- Costes desplazamiento, aquí se incluye el coste de desplazamiento entre Madrid (lugar de residencia actual del alumno) y Valencia. Este coste se estima en $25 \frac{\text{€}}{\text{viaje}}$. Si hay dos desplazamientos (ida y vuelta), el coste total es de 50 €.
- Costes asociados a gastos en luz, calefacción, etc. Estos costes son difíciles de estimar, pero se incluye un precio de $3 \frac{\text{€}}{\text{hora}}$, englobando todo este tipo de costes. Si el uso de estos conceptos es el del total de horas de trabajo dedicadas por el alumno, el coste es de 960 €.

Resumen:

- Los costes asociados a personal son de 5.239 €.
- Los costes asociados a recursos materiales son de 28,86 €.
- Otros costes asociados ascienden a 1.010 €.

$$\text{Costes}_{\text{totales}} = \text{RRHH} + \text{Materiales} + \text{Otros} = 5239 + 28,86 + 1010 = 6277,86 \text{ €}$$