

# Algoritmos de reconstrucción de corrientes de alta resolución

*Autor:* Sánchez Escuderos, Daniel

*Director:* Baquero Escudero, Mariano

## *Resumen*

La utilización de la técnica holográfica de microondas para la reconstrucción de las corrientes equivalentes a partir de medidas de campo lejano implica una limitación en la resolución de las corrientes obtenidas. La causa de este límite se encuentra en la posibilidad de disponer únicamente de la zona visible del espectro de ondas plano, lo que provoca que la transformada de Fourier del espectro, es decir la corriente deseada, tenga una baja resolución.

En este trabajo se propone mejorar la resolución de las corrientes obtenidas. En primer lugar se propone usar el algoritmo de extrapolación de Papoulis-Gerchberg que, a partir de las dimensiones máximas de la antena, obtiene los valores del espectro próximos a la zona visible y, en segundo lugar, se plantea hacer uso de la periodicidad del espectro de las antenas tipo array, para obtener zonas más alejadas.

El algoritmo final presentado se aplica a las medidas de una antena en banda X para demostrar la validez del método planteado.

## *Abstract*

The use of the microwave holographic technique for the equivalent current reconstruction from far field measurements implies a limitation in resolution. The cause of this limit is the availability of only the visible zone of the plane wave spectrum, what causes low resolution in the Fourier transform of this spectrum, i.e. the desired current.

The improvement of the obtained currents resolution is proposed in this work. Firstly, the use of the Papoulis-Gerchberg extrapolation algorithm, which, using the dimensions of the antenna, obtains the spectrum values next to the visible zone, is proposed and, secondly, the use of the spectrum periodicity of array antennas is suggested in order to obtain the further zones.

Finally, the algorithm is applied to measurements of an X band antenna to prove the validity of the proposed method.

Autor: Sánchez Escuderos, Daniel, email: [dasanes1@iteam.upv.es](mailto:dasanes1@iteam.upv.es)

Director: Baquero Escudero, Mariano, email: [mbaquero@dcom.upv.es](mailto:mbaquero@dcom.upv.es)

Fecha de entrega: 6 de septiembre de 2007

**ÍNDICE**

<b>I. INTRODUCCIÓN</b> .....	3
<b>II. OBTENCIÓN DE LAS CORRIENTES EQUIVALENTES CON MHT</b> .....	5
<i>II.1. HOLOGRAFÍA DE MICROONDAS</i> .....	5
<i>II.2. OBTENCIÓN DE LAS CORRIENTES EQUIVALENTES</i> .....	6
<i>II.3. PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA</i> .....	8
<i>II.3. RESULTADOS</i> .....	9
<b>III. RESOLUCIÓN DE MHT</b> .....	11
<b>IV. ALGORITMO DE EXTRAPOLACIÓN DE PAPOULIS GERCHBERG</b> .....	14
<i>IV.1. ALGORITMOS DE EXTRAPOLACIÓN</i> .....	14
<i>IV.2. ALGORITMO DE EXTRAPOLACIÓN DE PAPOULIS-GERCHBERG1D</i> .....	16
<i>IV.3. RESULTADOS PARA EL CASO 1D</i> .....	18
<i>IV.4. ALGORITMO DE EXTRAPOLACIÓN DE PAPOULIS-GERCHBERG 2D</i> .....	21
<i>IV.5. RESULTADOS PARA EL CASO 2D</i> .....	24
<b>V. PERIODICIDAD ESPECTRAL</b> .....	28
<b>VI. ALGORITMOS FINALES Y RESULTADOS</b> .....	30
<b>VII. RESULTADOS PARA UN ARRAY EN BANDA X</b> .....	34
<b>VIII. CONCLUSIONES</b> .....	36
<b>AGRADECIMIENTOS</b> .....	38
<b>REFERENCIAS</b> .....	38
<b>PUBLICACIONES</b> .....	40

## I. INTRODUCCIÓN

Las corrientes equivalentes de una antena pueden ofrecer información muy importante durante el proceso de estudio de la misma o en el momento de certificación de su correcto funcionamiento, después de la fabricación. Este último caso es especialmente significativo ya que los procesos de fabricación nunca son tan ideales como sería deseable, lo que provoca desviaciones de la antena fabricada con respecto al modelo diseñado que pueden producir diferencias del campo radiado con respecto al resultado teórico. Estas desviaciones son, en muchos casos, imposibles de encontrar con la simple observación de la medida del campo radiado o del parámetro  $S_{11}$ , por lo que necesitamos obtener un dato más significativo, como, por ejemplo, las corrientes equivalentes.

El problema al que nos enfrentamos cuando deseamos obtener las corrientes equivalentes es que son muy difíciles de medir directamente sobre la antena [1]. Esta medida Requiere de sondas de medida muy precisas, con configuraciones especiales y dependientes de la frecuencia, lo que no siempre está disponible en los laboratorios. Por este motivo necesitamos de algoritmos adicionales [2]-[4] para obtener las corrientes equivalentes a partir de otras medidas (campo eléctrico o magnético en la región de campo próximo o lejano) que sí se puedan hacer y con las que se puedan hallar las corrientes deseadas.

En concreto, en esta tesina se van a utilizar medidas de campo eléctrico en la zona de campo próximo realizadas en una geometría esférica que envuelva por completo a la antena. De este modo no se perderá ninguna información y las medidas se realizarán de forma más sencilla ya que, si utilizásemos otros sistemas de coordenadas, como el cilíndrico o el cartesiano, la sonda requeriría de traslaciones, movimientos con un grado de complejidad mayor que las rotaciones necesarias en el caso esférico.

Una vez establecido el dato de partida, y teniendo en cuenta que el objetivo es la obtención de las corrientes equivalentes en una superficie plana próxima a la antena bajo estudio, debemos decidir cuál es el algoritmo más conveniente para llevar este objetivo. Básicamente existen dos formas para obtener las corrientes que buscamos: la primera consiste en obtener directamente, a partir de las medidas, las corrientes [5]-[6], y la segunda, llamada técnica holográfica de microondas (MHT, *microwave holographic technique*) [7]-[8] realiza el cálculo intermedio del campo lejano para, a continuación, obtener, mediante el espectro de ondas planas, las corrientes en el plano de interés.

En un principio la primera de las técnicas parece más conveniente que la segunda ya que, el paso por el campo lejano implica una pérdida de información si las medidas han sido realizadas en la zona de campo próximo. Sin embargo, la obtención de las corrientes equivalentes directamente a partir del campo eléctrico implica la utilización de un método numérico como, por ejemplo, el método de los momentos [5]-[6]. Este método requiere la inversión de una

matriz de gran tamaño, dado el problema que nos ocupa, y además, se trata de una matriz llena, es decir, no se pueden despreciar las interacciones entre distintos elementos como ocurre en otras aplicaciones de este método, lo que conduce a sistemas mal condicionados. Esto último provoca que las soluciones obtenidas para la reconstrucción planteada en este trabajo no sean lo suficientemente exactas, por lo que se ha decidido descartar este camino, quedándonos con el segundo.

El segundo camino, la técnica de holografía de microondas, no precisa de la inversión de ninguna matriz. La forma de proceder de esta técnica consiste en obtener, a partir del campo lejano, el espectro de ondas planas y, con éste último, por medio de la transformada de Fourier, obtener las corrientes en la superficie de interés. Esto último implica que se conoce el campo lejano, pero, sin embargo, las medidas con las que partimos como dato son medidas en campo próximo. Por este motivo, para poder utilizar esta técnica holográfica, es preciso, en primer lugar, realizar una transformación de campo próximo a campo lejano.

La transformación anterior puede llevarse a cabo con múltiples técnicas [5],[9]-[11], sin embargo una de las más utilizadas es la que utiliza una expansión modal del campo para hallar el campo lejano a partir del próximo. Esta expansión se puede realizar en varios sistemas de coordenadas [12], aunque en este trabajo se va a utilizar la expansión en funciones esféricas [13], por estar las medidas tomadas en puntos distribuidos en la superficie de una esfera. Un extenso estudio de esta expansión fue realizada por Hansen [14], y su implementación fue realizada en un proyecto final de carrera [15] por lo que en este trabajo asumiremos que, independientemente de la zona en la que hayan sido realizadas las medidas, disponemos del campo lejano radiado por la antena en cualquier punto.

En este punto del proceso podemos concluir que ya hemos recorrido todo el camino, ya que las corrientes han sido obtenidas. Existe, no obstante, un problema en la aplicación de la técnica espectral en relación con la resolución de las corrientes equivalentes obtenidas. Ésta está limitada, en términos eléctricos, a  $1 \lambda$ . Este límite viene impuesto por el hecho de que el campo lejano solo nos permite hallar el espectro de ondas planas contenido dentro de la circunferencia de radio  $k$  (espectro *visible*). La adición de ceros en el espectro produce una mejora de la precisión a la hora de realizar la transformada de Fourier para obtener las corrientes, pero no provoca la mejora de la resolución.

El objetivo de esta tesina es mejorar la resolución obtenida con holografía de microondas por medio de la obtención del espectro situado en el exterior de la circunferencia de radio  $k$ , (espectro *no visible*). Para ello se utilizará, en primer un lugar, un método iterativo de extrapolación para hallar los valores cercanos en el espectro a la zona *visible*, y a continuación, se particularizará el algoritmo a un tipo especial de antenas para mejorar más la resolución conseguida.

La estructura que se va a seguir en este trabajo para explicar cómo mejorar la resolución va a ser la siguiente: en primer lugar se explicará la técnica holográfica adaptada al caso particular estudiado en este trabajo y se mostrará un ejemplo de reconstrucción a partir de medidas reales. A continuación se pasará a explicar el problema de la resolución y los motivos que la causan, y se propondrán la técnica de extrapolación y la particularización a un tipo especial de antenas para superar el problema de resolución citado. Con estas dos técnicas explicadas se pasará a exponer el algoritmo final adoptado y sus diferentes opciones, y se mostrará un ejemplo con medidas reales. Por último se realizarán unas conclusiones generales de todo el trabajo.

## **II. OBTENCIÓN DE LAS CORRIENTES EQUIVALENTES CON MHT**

En esta sección vamos a mostrar cómo se obtienen las corrientes equivalentes de una antena utilizando la técnica de holografía de microondas (MHT, *microwave holographic technique*). Para ello veremos en primer lugar en qué consiste esta técnica y cuáles son sus principales aplicaciones para, a continuación, explicar la particularización de la técnica a nuestro objetivo. Finalmente se mostrarán los resultados obtenidos al aplicar el método en la reconstrucción de las corrientes equivalentes de dos bocinas a partir de medidas reales tomadas en la cámara anecoica.

### *II.1. HOLOGRAFÍA DE MICROONDAS*

La holografía de microondas es una técnica capaz de relacionar la distribución de corrientes en la superficie de una antena con el campo lejano radiado por la misma por medio de la transformada de Fourier [16]. Esta fácil relación unida a su rápida ejecución por medio del uso de la transformada rápida de Fourier (FFT), ha extendido el uso de la técnica por lo que, hoy en día, es posible encontrar múltiples aplicaciones de esta técnica en reconstrucción de corrientes de antenas. La más habitual de estas aplicaciones es la detección de perturbaciones en las superficies de reflectores parabólicos [17]-[19], aunque también ha sido aplicado a otros casos como la obtención de las corrientes en una guía de ondas con ranuras [20] o la detección de elementos defectuosos en arrays [21].

Los dos principales aspectos de esta técnica son, por un lado, la necesidad de disponer del campo radiado por la antena en la región de campo lejano y, por otro, el hecho de que, si deseamos tener toda la información de las corrientes (módulo y fase), necesitamos conocer también el módulo y la fase del campo medido.

La primera de las características citadas de la técnica holográfica supone, en un principio, un problema si deseamos aplicarla a nuestro caso ya que, el objetivo planteado en la introducción, suponía que las medidas podían ser tomadas en la región de campo próximo, por lo que no se puede aplicar MHT directamente. No obstante, ya se explicó también en la introducción que se

va a suponer que, si las medidas han sido tomadas en la región de campo próximo, existe la posibilidad de obtener el campo lejano [12]-[15]. Esto significa que, de ahora en adelante, supondremos que disponemos del campo lejano, ya sea porque las condiciones de la medida (tamaño de la antena, frecuencia de trabajo y dimensiones de la cámara anecoica) nos permiten hacer estas medidas o porque se ha realizado una transformación de campo próximo a campo lejano.

En cuanto a la segunda de las características de la técnica, en esta tesina vamos a suponer que disponemos de medidas en módulo y fase del campo radiado por lo que no tendremos problemas para aplicar el tipo más simple de holografía que existe, la conocida *como holografía coherente de microondas* (PCH, *phase coherent holography*) [21]. Esto ha sido posible gracias al hecho de que, en la cámara anecoica disponible en el instituto telecomunicaciones y aplicaciones multimedia para la realización de esta tesina, es posible realizar estas medidas. Si solo se hubieran podido realizar medidas de amplitud, se debería haber utilizado la conocida *como holografía de reconstrucción de fase* (PRH, *phase retrieval holography*) [19], que permite obtener la fase de la distribución de corrientes a partir de varias medidas de amplitud del campo. Este caso, no obstante, no va ser tenido en cuenta y solo se va a considerar el primero.

## II.2. OBTENCIÓN DE LAS CORRIENTES EQUIVALENTES

Una vez vista la definición general de la holografía de microondas, vamos a pasar a aplicarla al caso que estamos estudiando en este trabajo que consiste en, a partir del campo lejano en puntos distribuidos esféricamente alrededor de la antena bajo estudio, encontrar las corrientes equivalentes de ésta en el plano XY, o en uno paralelo a éste. La **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** muestra un esquema de la situación de partida y del objetivo buscado.

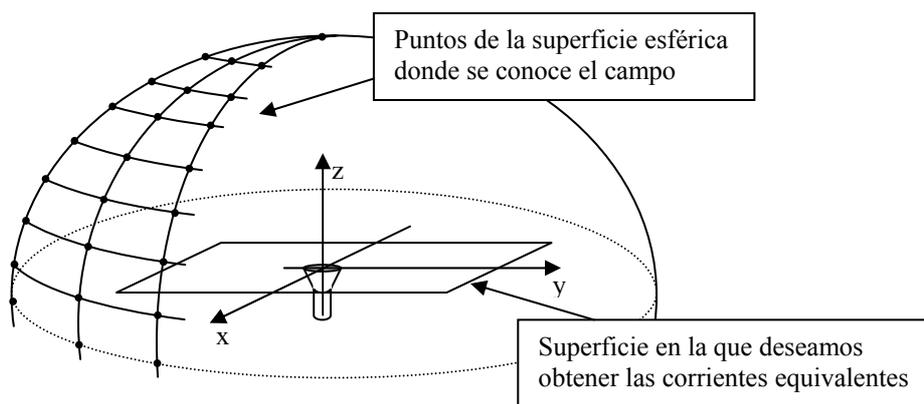


Fig. 1. Esquema de la situación

En la literatura existe una forma directa de expresar las corrientes deseadas a partir del campo lejano [17],[21]. En esta tesina, sin embargo, no vamos a utilizar esta nomenclatura sino que vamos a hacer uso del concepto *espectro de ondas* como paso intermedio para hallar las

corrientes. El resultado es exactamente el mismo que de la forma directa, pero este paso intermedio nos servirá más adelante para comprender mejor algunos aspectos de la técnica.

El espectro de ondas está relacionado con la expansión modal del campo. Esta expansión permite expresar un campo electromagnético arbitrario como una combinación lineal de un conjunto de funciones base ortogonales, donde, el espectro de ondas, sería el conjunto de coeficientes de la combinación lineal. Esta expansión puede realizarse en múltiples sistemas de coordenadas [12] aunque la que nos va a interesar en este apartado va a ser la expansión en coordenadas cartesianas.

En coordenadas cartesianas, el espectro recibe el nombre específico de *espectro de ondas planas* y las funciones base son ondas planas, por lo que podemos expresar el campo eléctrico y magnético en la región  $z \geq 0$  de la Fig. 1 de la siguiente forma [22]:

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{A}_E(k_x, k_y) e^{jk_x x} e^{jk_y y} e^{jk_z z} dk_x dk_y \quad (1)$$

$$\vec{H}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{A}_H(k_x, k_y) e^{jk_x x} e^{jk_y y} e^{jk_z z} dk_x dk_y \quad (2)$$

donde  $\vec{E}(x, y, z)$  y  $\vec{H}(x, y, z)$  son el campo eléctrico y magnético en coordenadas cartesianas,  $\vec{A}_E(k_x, k_y)$  es el espectro de ondas planas par el campo eléctrico (espectro de ondas planas eléctrico),  $\vec{A}_H(k_x, k_y)$  es el espectro de ondas planas par el campo magnético (espectro de ondas planas magnético) y,  $k_x$  y  $k_y$  son los puntos donde necesitamos el espectro.

Observando las expresiones (1) y (2) podemos comprobar que, si deseamos obtener el campo en una determinada superficie con  $z$  constante, solo necesitamos obtener el espectro de ondas planas que nos interese, según si deseamos el campo eléctrico o magnético, y realizar su transformada de Fourier bidimensional. Para obtener este espectro podemos aplicar el método *steepest descent* [23] a las expresiones (1) y (2) y utilizar el hecho de que las ondas esféricas son localmente planas en la región de campo lejano con lo que se llega a la siguiente relación entre el campo lejano en coordenadas esféricas y el espectro de ondas planas:

$$\vec{E}(r, \theta, \varphi) = \frac{jk \cos \theta e^{-jkr}}{r} \vec{A}_E(k_x, k_y) \quad (3)$$

$$\vec{H}(r, \theta, \varphi) = \frac{jk \cos \theta e^{-jkr}}{r} \vec{A}_H(k_x, k_y) \quad (4)$$

Donde  $k$  es el número de onda ( $k=2\pi/\lambda$ ), y  $(k_x, k_y)$  son las coordenadas del espectro que necesitamos para obtener el campo en el plano deseado relacionadas con las coordenadas esféricas  $(r, \theta, \varphi)$  de la siguiente forma:

$$k_x = k \sin \theta \cos \varphi \quad (5)$$

$$k_y = k \sin \theta \sin \varphi \quad (6)$$

La relación que establecen las expresiones (3) y (4) permite, por tanto, obtener el espectro de ondas planas a partir del campo lejano conocido. Una vez hallado este espectro, utilizando (1) y (2), podremos obtener el campo en la superficie deseada. .

Existe, no obstante, un factor importante a tener en cuenta en las relaciones anteriores. Si nos fijamos en (5) y (6), un barrido en las coordenadas  $\theta$  y  $\varphi$  con paso angular constante, lo más habitual a la hora de hacer medidas en la cámara anecoica, provoca un mallado en las coordenadas espectrales  $(k_x, k_y)$  no uniforme. Sin embargo, para poder aplicar (1) y (2) utilizando el algoritmo fft incluido en MATLAB, el espectro debe estar calculado en puntos equiespaciados. Para resolver este problema existen dos posibilidades (tomar las medidas en las posiciones angulares obtenidas con (5) y (6) partiendo de un mallado espectral uniforme queda descartado por ser de difícil realización):

1. Obtener el valor del espectro en los puntos espectrales distribuidos uniformemente mediante interpolación.
2. Utilizar la expansión modal utilizada para hallar el campo lejano a partir del campo próximo [13]-[15], tanto si las medidas son en campo próximo como si son en campo lejano, teniendo en cuenta que las posiciones angulares donde deseamos obtener el campo lejano no tienen paso angular constante sino que son aquellas obtenidas con (5) y (6) a partir de un mallado espectral uniforme.

En este trabajo hemos optado por la segunda opción ya que, como se comentó en la introducción, se ha partido del hecho de que las medidas pueden haberse tomado en la región de campo próximo, por lo que la expansión modal en coordenadas esféricas ya ha sido realizado con anterioridad y la aplicación de esta opción no supone un mayor problema.

Una vez visto como obtener el campo en el plano de interés a partir del campo lejano de partida, debemos ver cómo transformar ese campo en las corrientes equivalentes deseadas.

### *II.3. PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA*

El principio de equivalencia permite obtener las corrientes equivalentes sobre una superficie que encierra unas fuentes cuyo campo radiado en el exterior de esta superficie sea el mismo que el radiado por las fuentes originales. Este es, por tanto, el último paso en holografía de microondas para poder obtener las corrientes deseadas. El principio, ampliamente explicado por muchos autores, como por ejemplo Collin [24] o Harrington [25], tiene la siguiente forma reducida para el caso de superficies planas y corrientes equivalentes eléctricas.

En la Fig. 2 se muestra un esquema del principio de equivalencia para el caso de superficies planas infinitas. Este no es, evidentemente, nuestro caso pero, no obstante, si la superficie en la que queremos calcular las corrientes equivalentes es lo suficientemente grande en términos eléctricos, el efecto de considerar un plano infinito será prácticamente despreciable, por lo que, para obtener las corrientes utilizaremos este esquema, o su equivalente magnético.

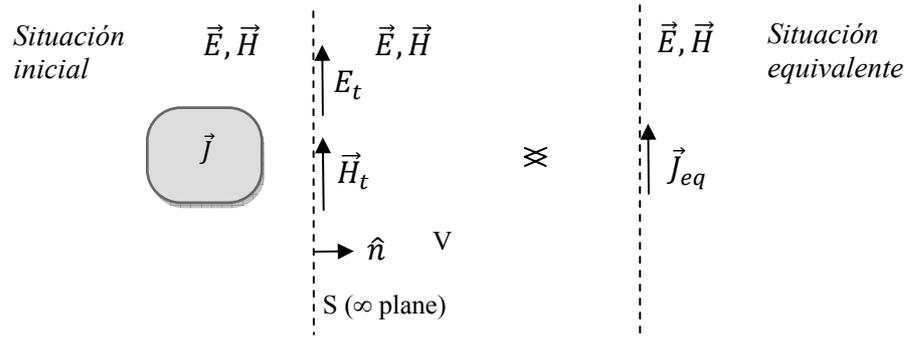


Fig. 2. Principio de equivalencia para corrientes equivalentes eléctricas

De esta forma, teniendo en cuenta que las corrientes indicadas en la situación inicial de la Fig. 2 serían la antena que estamos estudiando, podemos hallar las corrientes equivalentes eléctricas a partir del campo magnético paralelo a la superficie de interés calculado como se ha indicado anteriormente, de la siguiente forma:

$$\vec{J}_{eq} = 2(\hat{n} \times \vec{H}_t) \quad (7)$$

Si estuviésemos interesados en las corrientes equivalentes magnéticas, el principio de equivalencia sería análogo al mostrado en la Fig. 2, y las corrientes equivalentes magnéticas se hallarían a partir del campo eléctrico tangencial a la superficie de la siguiente forma:

$$\vec{M}_{eq} = 2(\vec{E}_t \times \hat{n}) \quad (8)$$

### II.3. RESULTADOS

En este apartado se van a mostrar las corrientes equivalentes eléctricas obtenidas tras aplicar la teoría vista en los apartados anteriores a la medida en cámara anecoica del campo radiado por dos bocinas en banda X separadas 12 cm.

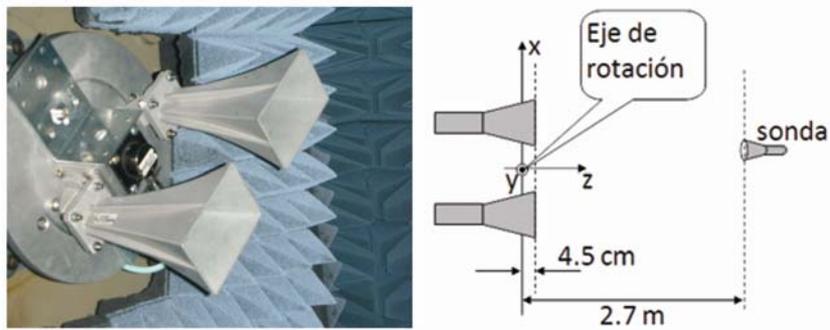


Fig. 3. Imagen de las bocinas en banda X en la cámara anecoica y esquema de la medida

El proceso seguido ha sido el siguiente: En primer lugar se han realizado las medidas de campo eléctrico en puntos distribuidos esféricamente alrededor de la antena a una distancia de 2.7 m. Esta distancia, teniendo en cuenta que la dimensión máxima de la antena es de 20 cm y que la frecuencia de trabajo es 10 GHz, se encuentra dentro de la región de campo lejano. Este campo, por tanto, sería el necesario para poder aplicar la holografía de microondas. No obstante, como se comentó en un apartado anterior, se necesita el espectro en puntos  $(k_x, k_y)$  distribuidos uniformemente. Por este motivo, se han calculado con (5) y (6) los puntos  $(\theta, \varphi)$  necesarios para que el espectro tenga la uniformidad requerida y, utilizando la expansión modal del campo [12]-[15], se ha calculado el campo lejano en los puntos deseados. Además, esta expansión nos ha servido para obtener el campo magnético, en lugar del campo eléctrico medido, y, de este modo, poder calcular las corrientes equivalentes eléctricas.

Una vez obtenido el campo magnético lejano en los puntos deseados, se ha calculado el espectro de ondas planas magnético con (4). A continuación, antes de calcular el campo en el plano de interés, se ha multiplicado el espectro por  $e^{j0.045k_z}$  ya que, como se puede observar en la Fig. 3, el plano en el que se encuentran las aperturas de las bocinas no está en  $z=0$  cm, sino en  $z=4.5$  cm, por lo que es necesario realizar esta corrección de fase, tal y como indica (2). Después de este paso, se ha aplicado la transformada de Fourier al resultado del producto para, de este modo, hallar el campo magnético tangencial a la superficie de interés. Finalmente, se han calculado las corrientes equivalentes eléctricas aplicando la expresión (7) del principio de equivalencia.

La Fig. 4 muestra una representación 2D de las corrientes equivalentes obtenidas en el plano deseado ( $z=4.5$  cm). Como se puede observar, el método ha ubicado espacialmente las corrientes correctamente, tanto en  $x$  como en  $y$ , y ha encontrado corrientes solo en las zonas donde se encuentran las aperturas de las bocinas.

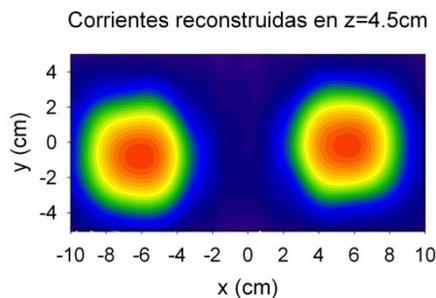


Fig. 4. Corrientes reconstruidas en  $z=4.5$ cm

La Fig. 5 muestra una comparación de la sección en  $y=0$  del módulo y la fase del resultado obtenido con la holografía de microondas y del resultado ideal obtenido utilizando las expresiones de Cardama [26]. Como se puede observar en la Fig. 5 a) los máximos han sido encontrados correctamente en el eje  $y$ , y en la zona intermedia, donde idealmente no deben

existir corrientes, se ha obtenido un nivel por debajo de los 15 dB, por lo que podemos considerar que en este aspecto las corrientes también han sido obtenidas correctamente.

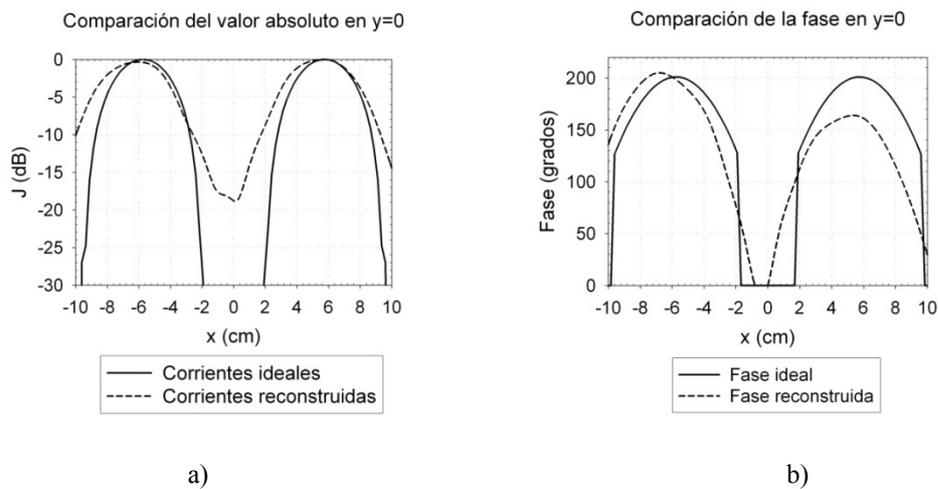


Fig. 5. Comparación de las corrientes reconstruidas y las ideales en a) valor absoluto y b) fase

Por último, si observamos la comparación de fases de la gráfica Fig. 5 b), podemos ver que éstas también han sido obtenidas correctamente ya que ambas bocinas tienen una misma forma coseno parecida a la de la gráfica ideal. Además, observando esta gráfica podemos observar un pequeño desfase entre ambas bocinas lo que, debido a que el resto de parámetros (posición, amplitud, forma, etc.) de las corrientes obtenidas eran correctos, nos hizo pensar que se debía a un error del montaje. Por este motivo se comprobó la red de alimentación y se vio que, efectivamente, los dos caminos eléctricos que alimentaban las dos bocinas tenían longitudes distintas lo que había provocado el desfase entre ambas. De esta forma se obtuvo la primera utilidad de las corrientes reconstruidas ya que nos permitió hallar un error que difícilmente habríamos podido descubrir sin las corrientes equivalentes.

### III. RESOLUCIÓN DE MHT

Hasta el momento hemos visto que la reconstrucción de las corrientes equivalentes de una antena a partir de medidas de su campo lejano es posible tanto en módulo como en fase. Existe, no obstante, un aspecto de la reconstrucción del que no hemos hablado: la resolución de las corrientes obtenidas. En esta sección vamos a ver cuál es esta resolución, su límite y el por qué de ese límite.

La obtención de las corrientes se realiza a partir de la transformada de Fourier del espectro por lo que nuestra definición de resolución va a ser la misma que la empleada en análisis espectral, es decir, la resolución será la mínima separación que pueden tener máximos de corriente (o dos elementos, si estamos hablando de un array) para que sean distinguibles. Esto significa que, para determinar cuál es la resolución máxima alcanzable, debemos estudiar el espectro de ondas planas disponible.

Si observamos las expresiones (5) y (6) podemos ver que, aunque consideremos todos los puntos  $(\theta, \varphi)$  de la esfera en la que se han tomado las medidas, sólo se pueden obtener los puntos  $(k_x, k_y)$  del plano espectral contenidos dentro de un círculo de radio  $k$ . Esto significa que no importa el número de puntos que queramos obtener del espectro a partir del campo con las expresiones (3) y (4) ya que solo los puntos espectrales incluidos dentro del citado radio  $k$  se corresponderán con posiciones angulares reales y, por tanto, podrán ser obtenidos. La Fig. 6 muestra el aspecto de esta zona circular. Como se puede observar también en esta figura, la zona interior recibe el nombre de *espectro visible*, mientras que la zona exterior es el *espectro no visible*.

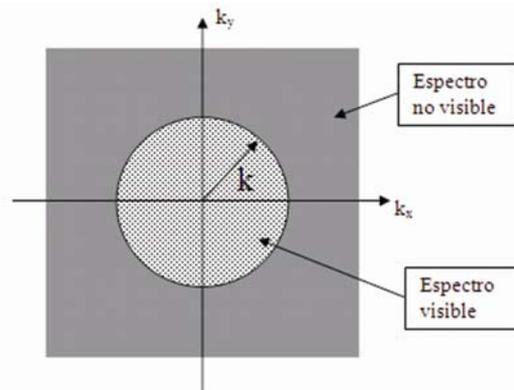


Fig. 6. Espectro visible y espectro no visible

Este concepto también se puede observar desde el punto de vista del caso directo, es decir, cuando tenemos todo el espectro y queremos obtener el campo lejano con las expresiones (1) y (2). En este caso, como el espectro no visible está ponderando ondas planas con números de onda muy altos, la constante  $k_z$  calculada con la expresión (9) adquiere valor complejo, por lo que la exponencial  $e^{jk_z z}$  de las expresiones (1) y (2) se convierte en una exponencial negativa en esa región por lo que el campo a una distancia considerable se obtiene solo a partir del espectro visible.

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (9)$$

La limitación de poder obtener sólo la zona visible del espectro de ondas planas implica que su transformada de Fourier, es decir, las corrientes equivalentes, tengan una resolución también limitada. En concreto, si solo utilizamos esta zona visible del espectro, la distancia entre puntos consecutivos de las corrientes obtenidas es la indicada en la expresión (10), donde  $\lambda$  es la longitud de onda de trabajo.

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta y = \frac{\lambda}{2} \quad (10)$$

Esto es debido a que la zona conocida del espectro y la precisión tienen una relación directa, cuanto mayor es la zona conocida mayor es la precisión. Por este motivo, la primera acción que se realiza es añadir ceros a ambos lados del espectro, en la zona *no visible*, para, de este modo,

ampliar el valor máximo de la zona conocida del espectro (*zero padding*). Esta técnica, no obstante, mejora la precisión, pero no la resolución, por lo que obtenemos respuestas más suavizadas pero en las que se siguen sin distinguir los elementos que no se distinguían en un principio. De esta forma podemos concluir que la resolución máxima alcanzable con MHT es de  $1 \lambda$ , puesto que, si entre dos máximos consecutivos hay un valor nulo, éste no se distinguiría y, aunque utilizásemos *zero padding*, este nulo seguiría sin aparecer y los dos elementos no se distinguirían.

Para ilustrar los comentarios realizados sobre la resolución vamos a mostrar un ejemplo. Se trata de una antena formada por dos elementos puntuales separados  $0.8 \lambda$  simulada con el software comercial FEKO. Éste nos ha permitido simular el campo radiado en la región de campo lejano con el que hemos podido seguir el mismo proceso descrito para los resultados de la sección anterior. La Fig. 7 a) muestra el espectro visible obtenido a partir de este campo utilizando (4). La transformada de Fourier de este campo nos daría un muestreo espacial de  $\lambda/2$  por lo que los dos elementos de la antena no se distinguirían. Por este motivo se han añadido ceros utilizando la técnica de *zero padding* hasta completar unas posiciones máximas en  $(k_x, k_y)$  que nos den una precisión en las corrientes de  $0.1 \lambda$ . Este espectro extendido se puede observar en la Fig. 7 b).

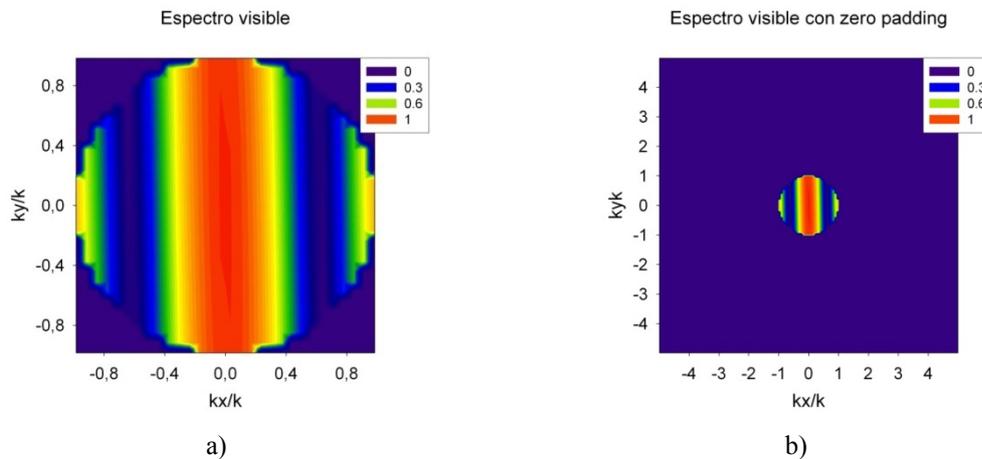


Fig. 7. Espectro de dos elementos separados  $0.8 \lambda$  a) visible y b) expandido con *zero padding* hasta conseguir la precisión de  $0.1 \lambda$

La Fig. 8 muestra las corrientes obtenidas realizando la transformada de Fourier del espectro de la Fig. 7 b). La Fig. 8 a) muestra una representación 2D en línea para comprobar que el método ha ubicado correctamente los elementos en la zona en la que estaban situados originalmente. Sin embargo, en esta gráfica también podemos comprobar que los dos elementos no se distinguen. Al estar los elementos distanciados  $0.8\lambda$ , la resolución del método ( $1\lambda$ ) no ha permitido distinguirlos aunque se hayan añadido ceros. Esto se puede ver mejor en la sección de las corrientes mostradas en la Fig. 8 b), donde la representación en dB no nos permite distinguir los dos elementos situados en  $x=-0.4\lambda$  y  $x=0.4\lambda$ .

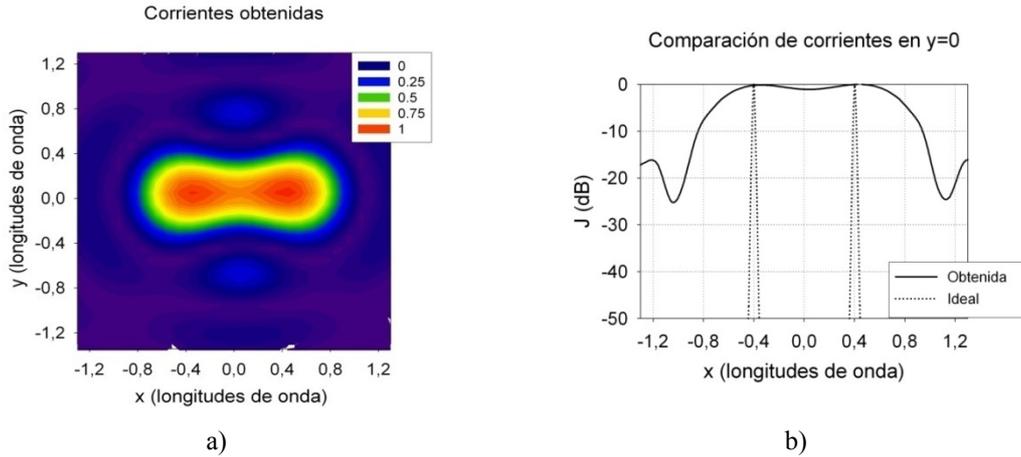


Fig. 8. Corrientes obtenidas en el plano en que están ubicadas los elementos: a) representación 2D y b) sección en dB en  $y=0$

El problema que se nos plantea en este punto de la tesina es cómo mejorar esta resolución. Como hemos visto, la simple extensión de la señal con ceros no funciona, por lo que la única opción que nos queda es obtener los valores reales de las posiciones espectrales incluidas en el espectro *no visible*. Los siguientes apartados tratarán de hallar este espectro de diversas formas. En todas ellas habrá que aportar nuevos datos a la reconstrucción para poder mejorar la resolución. En concreto, en primer lugar supondremos que conocemos el tamaño máximo de la antena, por lo que podremos aplicar un método de extrapolación de señales. A continuación aplicaremos el método a antenas tipo array, cuyos espectros tienen una particularidad especial que nos permitirá ampliar la zona conocida del espectro.

#### IV. ALGORITMO DE EXTRAPOLACIÓN DE PAPOULIS GERCHBERG

El objetivo de esta sección es presentar un algoritmo que, a partir de la aportación de una determinada información de la antena bajo estudio, sea capaz de aumentar la resolución obtenida. Este algoritmo se englobará dentro de los denominados *algoritmos de extrapolación* por lo que, en primer lugar, veremos qué son este tipo de algoritmos. A continuación explicaremos el algoritmo utilizado para el caso 1D y 2D, que será el que utilizaremos para nuestro objetivo. Finalmente mostraremos los resultados obtenidos tras la aplicación de esta técnica a diversos tipos de antenas.

##### IV.1. ALGORITMOS DE EXTRAPOLACIÓN

El objetivo general de un algoritmo de extrapolación es estimar una señal  $f(t)$  a partir de un segmento de ésta  $g(t)$  definido de la siguiente manera:

$$g(t) = f(t)p_T(t), \quad p_T(t) = \begin{cases} 1, & |t| < T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (11)$$

La Fig. 9 muestra gráficamente cuál es el propósito de este tipo de algoritmos.

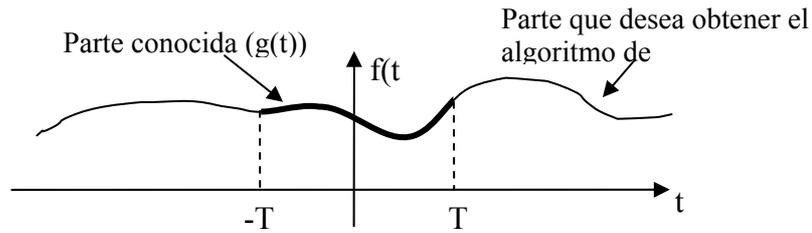


Fig. 9. Esquema de los algoritmos de extrapolación

Para poder recuperar la parte de la señal  $f(t)$  no disponible el algoritmo de extrapolación necesita la incorporación de nueva información acerca de la señal. Existen muchos tipos de informaciones que se pueden aportar para la recuperación de la parte no conocida de la señal aunque, habitualmente, se suele utilizar el ancho de banda ya que suele ser un parámetro conocido. De este modo, la transformada de Fourier  $F(\omega)$  de la señal que queremos encontrar  $f(t)$  estará limitada en banda y tendrá, por tanto, el siguiente aspecto:

$$F(\omega) = 0, \quad \text{para } |\omega| > B \quad (12)$$

donde  $B$  es el ancho de banda de la señal.

Una vez establecido el objetivo del algoritmo y la restricción que debe cumplir el resultado, el algoritmo de extrapolación debe establecer un criterio para alcanzar la mejor estima posible de  $f(t)$ . Uno de los criterios más utilizados tiene como objetivo minimizar la energía del error existente entre la estima obtenida y la señal ideal expresada mediante la siguiente integral [27]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t) - \hat{f}(t)|^2 dt \quad (13)$$

Este criterio fue en 1973 por Papoulis [28] e, independientemente, en 1974, por Gerchberg [29] para desarrollar un método para la extrapolación de señales limitadas en banda. Este método (conocido como *Algoritmo de Papoulis-Gerchberg*) es un método iterativo que aplica sucesivas transformadas directas e inversas a la sección conocida de la señal ( $g(t)$ ) e incluye en cada plano temporal o espectral, la información conocida de la señal, esto es, sustituye la parte conocida en el plano temporal y filtra la señal a partir del ancho de banda de la señal en el plano espectral. Por ser un método iterativo, se debía demostrar que convergía. Esta demostración fue realizada un año más tarde por Papoulis [30] quien, además, utilizando el teorema de Parseval [31] demostró que en cada iteración el error se reducía a la mitad. La extensión al caso bidimensional fue realizada en 1981 por Marks II [32], quien también demostró la convergencia del método para este caso.

Desde que se publicó el algoritmo de Papoulis-Gerchberg, múltiples han sido las mejoras que se han introducido. En 1984, Chamzas y Xu [33] publicaron una versión acelerada del algoritmo. Esta aceleración se conseguía mediante la multiplicación del resultado de cada iteración por una constante obtenida con el objetivo de reducir en cada iteración el error producido entre la señal

ideal y la hallada. Antes, en 1978, Sabri y Steenaart [34] habían presentado una versión no iterativa del método para señales 1D. Este método tenía el gran inconveniente de tener que invertir una matriz mal condicionada, motivo por el cual, Cadzow publicó en 1979 [35] un nuevo método cuyo criterio es también la reducción de la energía del error. En este artículo Cadzow presentó tanto la versión iterativa como la versión directa y constató que la matriz a invertir en esta versión directa era más pequeña que la presentada por Sabri y Steenaart, por lo que su inversión era más sencilla. No obstante, este método no ha sido tan utilizado como los métodos anteriores debido a que la adición de ruido en el exterior de la banda espectral de uso y la cuantificación de la señal hacen que la señal extrapolada no se parezca a la señal ideal [36].

Existen otros criterios para obtener la mejor extrapolación, aunque todos tienen en común la necesidad de aportar más datos acerca de la señal a extrapolar. Por ejemplo, en 1983 Kolba y Parks [37] utilizaron el criterio de ancho de banda temporal, en lugar de la mínima energía del error, para mejorar la señal obtenida dentro de la sección efectiva de la señal, lo que implicaba conocer la máxima extensión de la señal en el dominio temporal; y en 1989 Potter y Arun [38] utilizaron el criterio de concentración de la energía para mejorar la reconstrucción tanto dentro como fuera de la región conocida, lo que implicaba la necesidad de conocer, a priori, la forma de la señal tanto en el dominio temporal como en el dominio espectral.

En este trabajo, no obstante, nos vamos a centrar en el primero de los criterios, que busca la solución que tenga un error con menor energía. En concreto, estudiaremos el algoritmo de Papoulis-Gerchberg en su versión iterativa, por ser el que menos conocimiento a priori de la señal necesita (el ancho de banda de la señal) y por ser el que menor carga computacional necesita.

#### *IV.2. ALGORITMO DE EXTRAPOLACIÓN DE PAPOULIS-GERCHBERG 1D*

La versión unidimensional del algoritmo de Papoulis-Gerchberg [28]-[30] consiste, como se ha comentado anteriormente, en sucesivas transformadas de Fourier directas e inversas de la señal inicial (11) y en filtrados espectrales (12). La Fig. 10 muestra el esquema del método. Como se puede observar en esta figura, el proceso comienza con una transformada directa de la señal inicial y un filtrado paso bajo de la señal espectral resultante a partir del dato del ancho de banda de la señal (12). A continuación se aplica la transformada inversa a esta señal filtrada, por lo que obtenemos de nuevo una señal temporal. Esta señal no es, evidentemente, la misma que la inicial, ya que la señal ha sido filtrada, sin embargo sabemos que la parte comprendida entre  $-T$  y  $T$  debe ser exactamente igual que la de la señal inicial. Por este motivo el algoritmo sustituye los valores de la función obtenida en este segmento por los de la función inicial (11), y deja inalterados los valores de la función en los puntos no incluidos en este segmento. En este punto, tenemos una nueva señal, formada entre  $-T$  y  $T$  con los valores iniciales y en el resto de puntos con los valores obtenidos con las acciones anteriores. Esta señal es utilizada para comenzar de

nuevo con el proceso (transformada directa, filtrado,...) que se repite iterativamente, obteniendo en cada iteración valores más próximos a los ideales en el segmento de puntos no incluido en  $[-T T]$  y conservando los mismos valores que la señal inicial en este segmento.

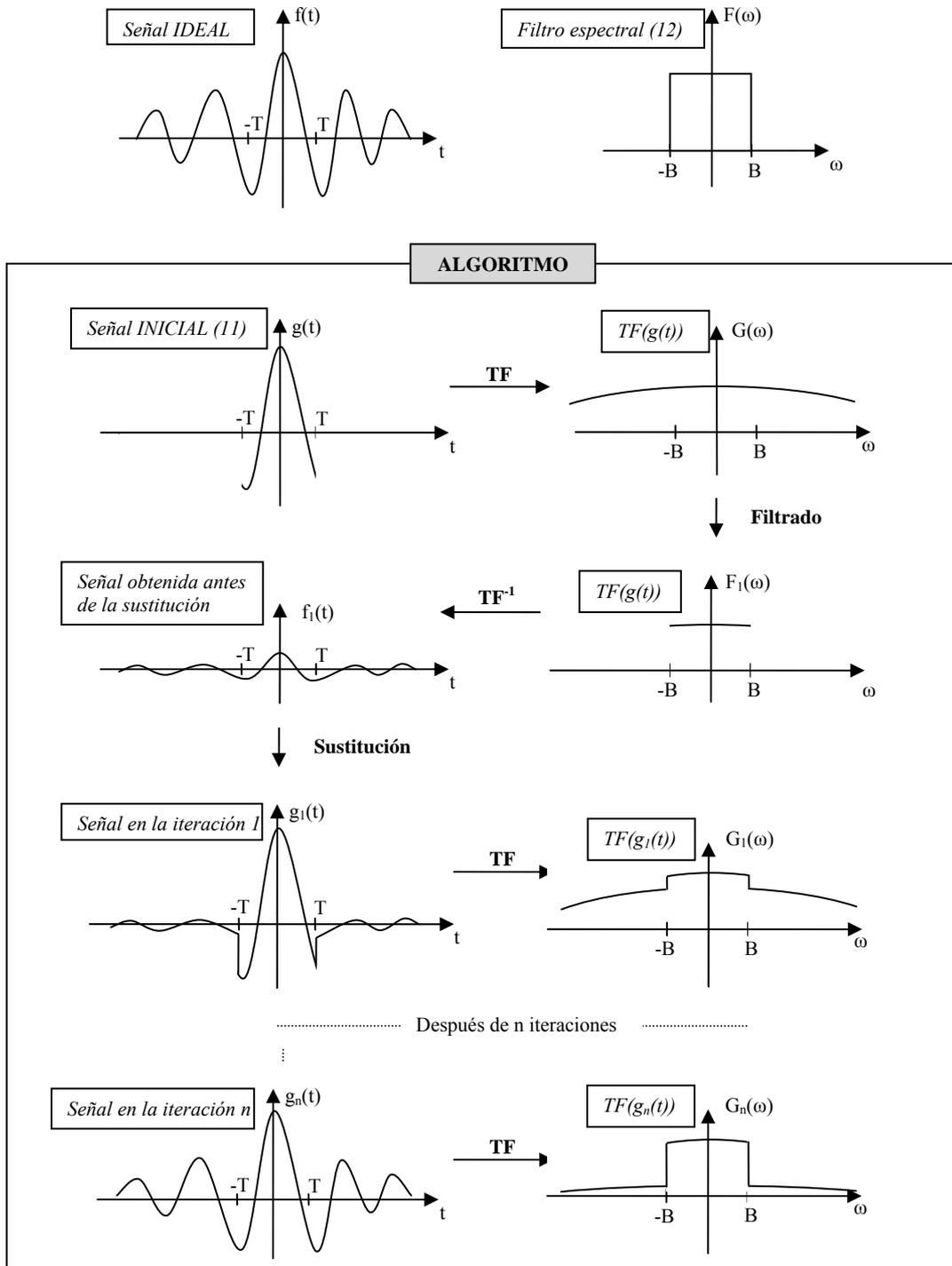


Fig. 10. Algoritmo de Papoulis-Gerchberg 1D

Matemáticamente, el algoritmo iterativo se puede expresar fácilmente de la siguiente forma [33]:

$$g_n(t) = w_{n-1}(t) * \frac{\sin Bt}{\pi t} \quad (14)$$

donde  $g_n(t)$  es la estima de la señal en la iteración  $n$ , el asterisco (\*) indica convolución y  $w_{n-1}(t)$  es una función con el siguiente aspecto:

$$w_{n-1}(t) = \begin{cases} g(t) & \text{para } |t| \leq T \\ g_{n-1}(t) & \text{para } |t| > T \end{cases} \quad (15)$$

siendo  $g_0(t)=0$ .

La elección del número de iteraciones ( $n$ ), o el establecimiento de un criterio de terminación del proceso, es, como en todo algoritmo iterativo, un tema de especial importancia. En [39] Walsh y Nielsen-Delaney comentan, a partir de los resultados de Jones [40], que, en ausencia de ruido, serían necesarias infinitas iteraciones para conseguir la señal correcta y que un número finito de iteraciones produce una señal con un determinado error. Esto último, sin embargo, en presencia de ruido es necesario [30] ya que un número muy elevado de iteraciones provoca la propagación y la amplificación del ruido original, empeorando la señal obtenida. No existe, no obstante, en la literatura ningún criterio ni número de iteraciones recomendable para determinar cuándo terminar el proceso iterativo, ni para el caso sin ruido (no podemos llegar a infinitas iteraciones, por lo que será necesario para en algún punto) ni para el caso con ruido.

En este trabajo terminaremos el proceso iterativo cuando veamos que la mejora en la señal obtenida entre iteraciones consecutivas sea mínima. Como veremos, a partir de este punto se necesitarán muchas más iteraciones para conseguir una mejora significativa, lo que implicará un mayor tiempo ejecución. Esto hará que, compensando la ganancia a conseguir en el resultado con el precio a pagar en tiempo de ejecución, decidamos parar el algoritmo iterativo. En los siguientes ejemplos mostraremos los resultados para varios números de iteraciones de tal forma que podamos comprobar que, llegado un punto, la mejora en cada iteración es mínima, por lo que podamos parar el algoritmo iterativo.

### IV.3. RESULTADOS PARA EL CASO 1D

La Fig. 11 a) muestra el aspecto del valor absoluto<sup>1</sup> de una señal tipo coseno con frecuencia 0.4 Hz, y la Fig. 11 b) la transformada de Fourier de esta señal que, como cabía esperar, son dos deltas en  $f=0.4$  Hz y  $f=-0.4$  Hz. En este caso, al utilizar toda la señal, la resolución obtenida es suficiente como para poder distinguir las dos deltas, como se puede observar en Fig. 11 b). Sin embargo, si utilizamos únicamente la parte de la señal que aparece en Fig. 12 a) y añadimos ceros hasta completar el número de elementos necesarios para tener la misma precisión que en el caso de la Fig. 11, la señal obtenida (Fig. 12 b)) no tiene la resolución suficiente y no se distinguen los dos elementos.

<sup>1</sup> Se ha optado por mostrar el valor absoluto para poder comparar mejor esta señal ideal con el resultado complejo del algoritmo de extrapolación que obtendremos posteriormente.

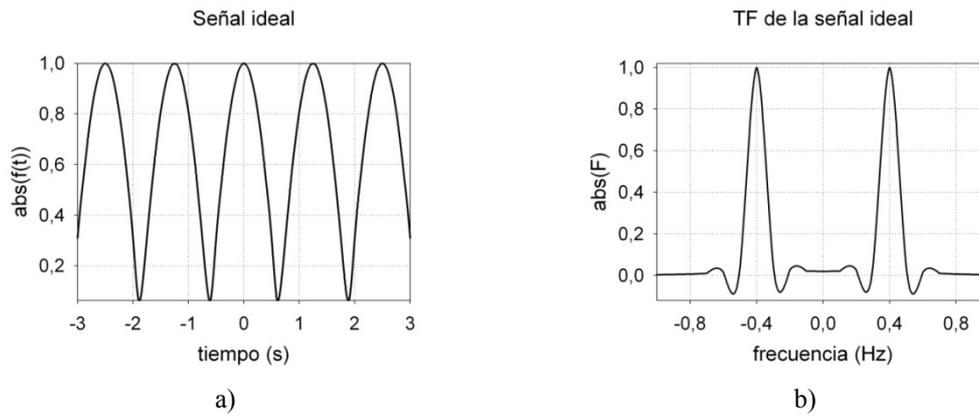


Fig. 11. Señal ideal tipo coseno con frecuencia 0.4 a) en el tiempo y, b) en frecuencia

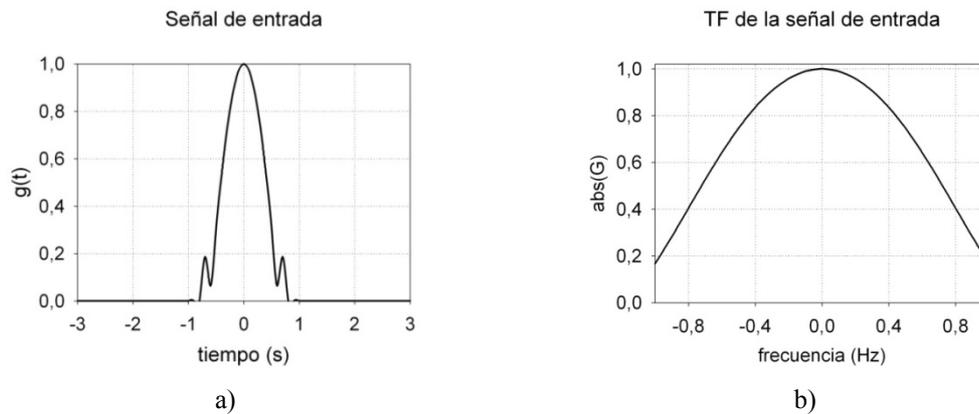


Fig. 12. Señal truncada tipo coseno con frecuencia 0.4 a) en el tiempo y, b) en frecuencia

Si aplicamos el algoritmo iterativo de Papoulis-Gerchberg utilizando un filtro paso bajo de frecuencia de corte  $B=0.6$  Hz, y como señal de entrada la mostrada en la Fig. 12 a), obtendremos, dependiendo del número de iteraciones elegido, el resultado mostrado en la Fig. 13 a). En esta gráfica se puede comprobar que, conforme aumenta el número de iteraciones, la señal obtenida se parece más a la ideal, por lo que podemos concluir que estamos extrapolando correctamente la señal a partir de una pequeña sección de la señal conocida y de su ancho de banda. La consecuencia más directa de esta extrapolación se puede observar en el dominio espectral, Fig. 13 b).

En la Fig. 13 b) se observa la transformada de Fourier de las señales mostradas en la Fig. 13 a). Como se puede comprobar, a medida que el número de iteraciones crece, y con ellos la zona extrapolada en la señal temporal, las dos deltas se van distinguiendo más. Además, otro efecto que se puede observar es la mejor ubicación de las dos deltas conforme va aumentando el número de iteraciones. Para 5 iteraciones, la señal obtenida coloca las dos deltas entorno a 0.5 Hz, mientras que para 5000 iteraciones las dos deltas están correctamente ubicadas en 0.4 Hz. Por este motivo podemos concluir, en este caso, con 5000 iteraciones tenemos suficiente para conseguir la resolución necesaria.

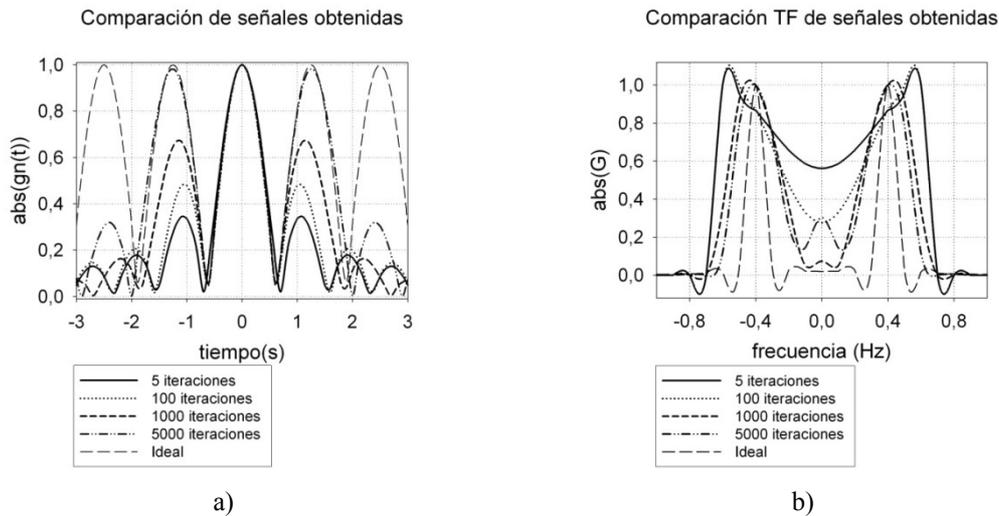


Fig. 13. Comparación de señales obtenidas después de diversos números de iteraciones a) en el tiempo (señal extrapolada) y b) en frecuencia

Una vez vistas las señales obtenidas en el dominio temporal y espectral, es oportuno preguntarse qué número de iteraciones debemos utilizar para que la señal se parezca a la deseada pero sin aumentar en exceso el tiempo de ejecución. La Fig. 14 muestra una comparación, para distintos números de iteraciones, de la energía del error cometido en la señal temporal obtenida (utilizando la expresión (13)) y del tiempo de ejecución necesario. Como se puede observar, para el caso estudiado, el tiempo de ejecución aumenta exponencialmente con el número de iteraciones, pero el error cometido tiene una fuerte caída al principio y, a partir de unas 5000 iteraciones, comienza a tener un descenso mucho menos pronunciado. Esto significa que, a partir de este número de iteraciones, si queremos conseguir un gran avance en la señal obtenida deberemos utilizar una cantidad de iteraciones mucho mayor, lo que supone también un tiempo de ejecución mucho mayor. Por este motivo, en este caso no solo no es necesario aumentar más el número de iteraciones porque, como hemos visto anteriormente, la señal obtenida con 5000 iteraciones ya es bastante buena, sino también porque para conseguir una mejora significativa necesitaríamos un tiempo de ejecución demasiado grande.

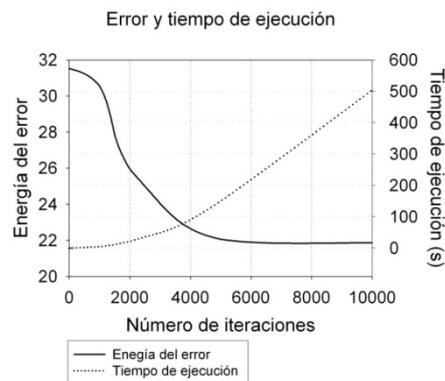


Fig. 14. Evolución con el número de iteraciones de la energía del error de la señal obtenida con (13) y del tiempo de ejecución

Por último cabe comentar que, lo dicho en el párrafo anterior, después de tratar con varios tipos de señales, es extrapolable a todo tipo de señales. Es posible que cambie el número de iteraciones máximo recomendable, pero en general, siempre aparece un punto en el que es necesario un aumento considerable de este número de iteraciones para mejorar sustancialmente los resultados lo que siempre conlleva un aumento del tiempo de ejecución. Esto se debe a uno de los problemas que tiene este método, su lenta velocidad de convergencia. Algunos autores han tratado este tema y han tratado de mejorarlo ya sea con constante de aceleración [33] o tratando de hacer el método directo [34]. En este trabajo, no obstante, no vamos a entrar en estos temas, y utilizaremos una solución de compromiso entre la bonanza de la solución y el tiempo de ejecución.

#### *IV.4. ALGORITMO DE EXTRAPOLACIÓN DE PAPOULIS-GERCHBERG 2D*

En este apartado vamos a tratar la extrapolación de señales 2D [32], que son las que nos interesan en esta tesina. No obstante vamos a hacer un cambio con respecto al caso visto para señales unidimensionales. Si bien anteriormente la señal a extrapolar estaba en el dominio temporal y la señal de la que deseábamos una mejor resolución se encontraba en el dominio espectral, el caso 2D que vamos a tratar en este apartado es el inverso, es decir, la señal conocida va a estar en el dominio espectral y la señal de la que deseamos una mejor resolución estará en el dominio transformado espacial. Esto se ha hecho así para poder aplicar directamente el algoritmo que se va a describir a continuación, al caso que nos interesa este trabajo, en el que la señal disponible es espectral (el espectro visible), y sabemos que la señal está acotada en el dominio espacial (dominio de las corrientes equivalentes, de las que deseamos una mejor resolución).

El método inverso resultante tiene la misma validez que el directo, al tratarse simplemente de un cambio en el orden las transformadas, y ya ha sido utilizado en diversos artículos 40[41]-[42] para, también, la reconstrucción de las corrientes equivalentes aunque con unos objetivos distintos a los nuestros de mejora de la resolución.

Independientemente de si es el método inverso o el directo, el caso bidimensional tiene un par de aspectos que cabe comentar. En primer lugar, como cabe esperar, las transformadas de Fourier serán bidimensionales, lo que se puede conseguir, bien haciendo en primer lugar la transformada por filas y después por columnas, o bien utilizando la función para este tipo de transformadas 2D que incluye MATLAB (*fft2.m* e *ifft2.m*).

Por otro lado, al involucrar el algoritmo señales 2D, la zona conocida de la señal y el filtro aplicado en el dominio transformado podrán tener aspectos diversos como por ejemplo rectángulos, círculos, rombos, trapecios, etc. En cuanto a la primera, si bien en general esto es cierto, en nuestro caso la señal conocida es el espectro visible, que tiene una forma circular, por lo que nos vamos a centrar en este tipo de formas, y dejaremos de lado las otras posibles. El

filtro, sin embargo, sí va a poder tener cualquier forma ya que será un filtro en el dominio espacial (el de las corrientes) por lo que podremos indicar el filtro que mejor se adapte a la forma de la antena que estemos estudiando. Por lo tanto, de ahora en adelante, aunque por ser adecuados a los casos que vamos a estudiar se hable siempre se filtros rectangulares, habrá que tener en cuenta que la forma de éstos puede cambiar y adaptarse al caso bajo estudio.

Una vez vistas las particularidades del algoritmo 2D, podemos pasar a ver el algoritmo en sí. La Fig. 15 muestra un esquema del algoritmo inverso adaptado al caso 2D. De forma similar al caso 1D, el algoritmo comienza con la transformada 2D inversa de la señal de entrada (extendida al número de puntos necesarios para obtener la precisión deseada) y el filtrado espacial de la señal obtenida. A continuación se realiza la transformada 2D directa de esta señal filtrada para obtener de nuevo la señal espectral y se sustituyen los valores de la función en los puntos en los que conocemos el valor correcto (a partir de la señal de entrada), por este valor. Una vez realizado esto comenzamos de nuevo el proceso iterativo con la transformada inversa de la señal compuesta obtenida.

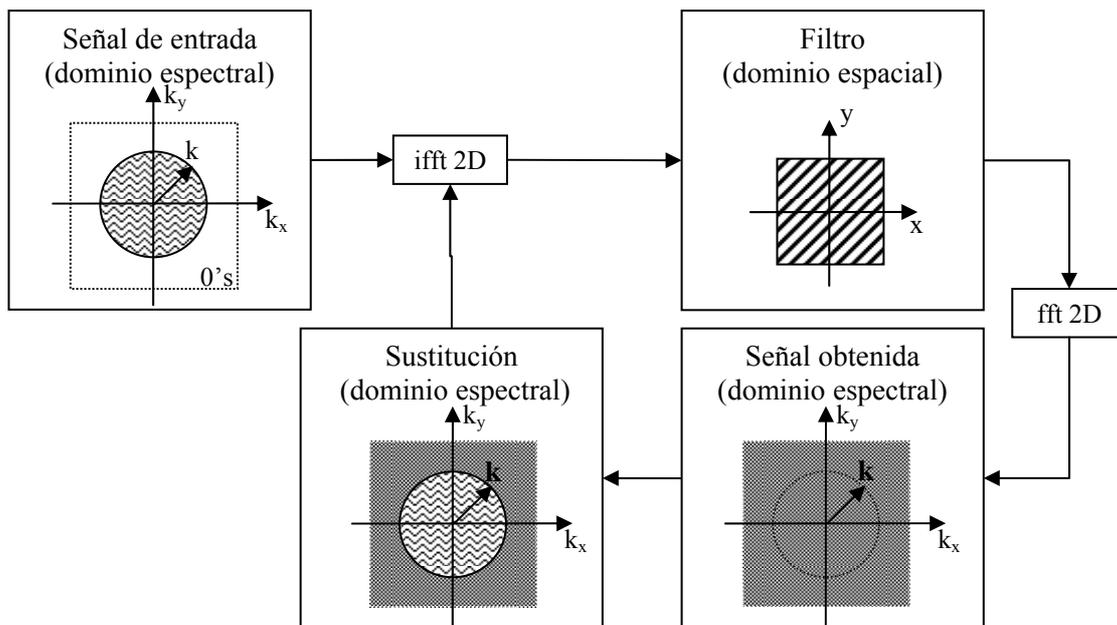


Fig. 15. Algoritmo de Papoulis-Gerchberg 2D

La salida del algoritmo puede estar donde a nosotros más nos interese. Si deseamos obtener el espectro debemos coger la señal a la entrada inferior del bloque que realiza la ifft 2D, pero si estamos interesados en las corrientes, la señal que debemos extraer es la de la salida del bloque que realiza el filtro en el dominio espacial. En un principio nos interesará esta última señal, pero más adelante veremos que la primera también nos puede ser de ayuda.

La expresión matemática del algoritmo de la Fig. 15 se puede realizar de forma similar al caso unidimensional de la siguiente manera:

$$G_n(k_x, k_y) = W_{n-1}(k_x, k_y) * TF_{2D}(f(x, y)) \quad (16)$$

Donde el asterisco (\*) indica convolución 2D,  $G_n(k_x, k_y)$  es el espectro en la iteración  $n$  obtenido a la entrada del bloque que realiza la ifft 2D en la Fig. 15,  $TF_{2D}(f(x, y))$  es la transformada de Fourier 2D a la salida del filtro espacial empleado (en este caso no es una función del tipo  $\sin(t)/t$  simplemente como en el caso 1D porque el filtro puede no ser rectangular) y  $W_{n-1}(k_x, k_y)$  se obtiene de la siguiente forma:

$$W_{n-1}(k_x, k_y) = \begin{cases} G(k_x, k_y) & \text{para } \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \leq k \\ G_{n-1}(k_x, k_y) & \text{para } \sqrt{k_x^2 + k_y^2} > k \end{cases} \quad (17)$$

Donde se ha particularizado a una señal conocida en una región circular como en nuestro caso para que la primera iteración se pueda obtener a partir de la señal de entrada y  $G_0(k_x, k_y) = 0$ .

La elección del número de iteraciones no sigue, como en el caso 1D, ningún criterio establecido y dependerá de lo fiel que sea el resultado a la señal que esperamos obtener. No obstante, como veremos en los resultados, habrá un punto en el que, para mejorar considerablemente la señal obtenida, deberemos utilizar un número muy grande de iteraciones, lo que implica un tiempo de ejecución tan grande que no compensará.

#### IV.5. RESULTADOS PARA EL CASO 2D

En este apartado vamos a mostrar el resultado obtenido tras la aplicación del algoritmo 2D a dos antenas. En primer lugar retomaremos la antena vista en un apartado anterior y a continuación veremos el resultado obtenido para otra antena más compleja con la que poder comenzar a observar las limitaciones del método.

En la sección III señalamos el problema de la resolución en la técnica holográfica de microondas y mostramos como ejemplo las corrientes obtenidas a partir del espectro visible de 2 elementos separados  $0.8 \lambda$  (Fig. 7 y Fig. 8). En estas gráficas se podía observar que los dos elementos no se distinguían, motivo por el cual era preciso mejorar la resolución.

Si aplicamos el Papoulis-Gerchberg visto en esta sección a la señal mostrada en la Fig. 7 b), y aplicamos un filtro espacial cuadrado de  $0.6 \lambda$  de lado, obtenemos, después de 5000 iteraciones, el espectro de ondas planas de la Fig. 16 a) y las corrientes equivalentes mostradas en la Fig. 16 b). Como se puede comprobar, la zona del espectro que hemos obtenido tras 5000 iteraciones es mayor que el espectro visible de la señal Fig. 7 b) lo que, aunque no llega a completar toda la zona necesaria para obtener una resolución de  $0.1 \lambda$ , nos permite diferenciar los dos elementos de la antena en las corrientes de la Fig. 16 b).

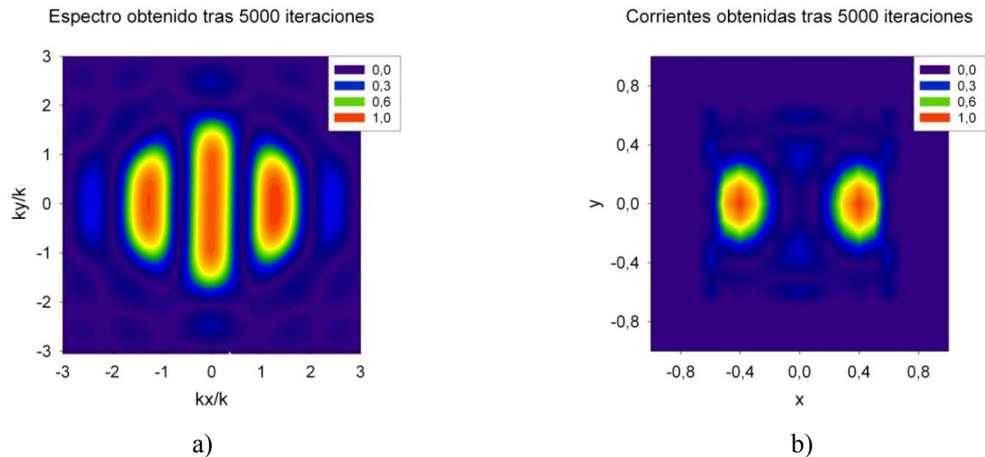


Fig. 16. Representación 2D de la señal obtenida tras 5000 iteraciones a partir del espectro visible a) en el dominio espectral (señal extrapolada) y, b) en el dominio espacial (corrientes)

La evolución del espectro obtenido en  $k_y=0$  y de las corrientes equivalentes en dB en  $y=0$  para distinto número de iteraciones aparece en la Fig. 17 a) y Fig. 17 b) respectivamente. Como se puede comprobar, a medida que va aumentando el número de iteraciones, la señal obtenida se va pareciendo más a la ideal. La elección del número de iteraciones más conveniente se debe realizar, como en el caso 1D, a partir de la similitud de las señales obtenidas con la ideal.

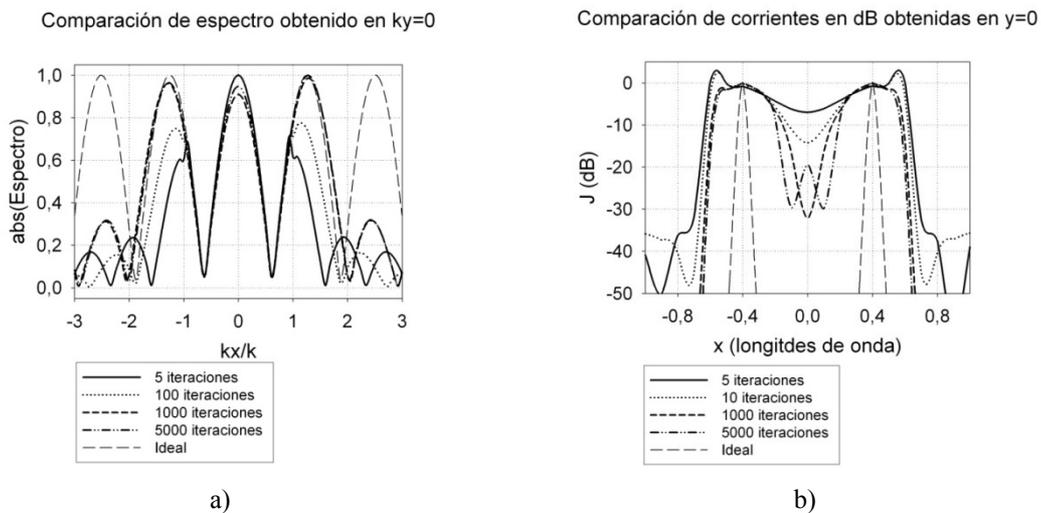


Fig. 17. Cortes en  $y=0$  de las señales obtenidas tras diversos número de iteraciones a partir del espectro visible a) en el dominio espectral (señal extrapolada) y, b) en el dominio espacial en dB (corrientes)

No obstante, en este caso conocemos cual es la señal ideal, por lo que podemos comparar las señales obtenidas con esta señal para ver la tendencia del error cometido y estimar a partir de qué número de iteraciones la ganancia obtenida de una iteración a otra se estanca. La Fig. 18 muestra la evolución con el número de iteraciones del error obtenido con la expresión (18) y del tiempo de ejecución. Como se puede comprobar, a partir de unas 5000 iteraciones la evolución de la energía del error se hace cada vez más lenta, por lo que para mejorar considerablemente el resultado debemos aumentar en gran cantidad el número de iteraciones. Sin embargo, este aumento de las iteraciones conlleva un aumento mucho más pronunciado del

tiempo de ejecución, lo que hace desaconsejable aumentar en gran cantidad el número de iteraciones si la señal obtenida tiene la resolución deseada. Este ha sido el motivo por el cual hemos mostrado el resultado para unas 5000 iteraciones en la Fig. 16, ya que un número de iteraciones algo mayor no hubiera mejorado los resultados pero si habría aumentado el tiempo de ejecución.

$$Error = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |g(x, y) - \hat{g}(x, y)|^2 dx dy \quad (18)$$

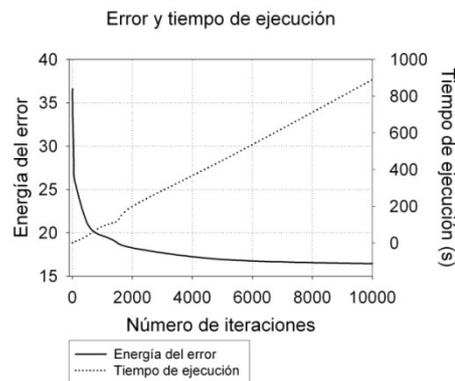


Fig. 18. Evolución con el número de iteraciones de la energía del error de la señal obtenida con (18)(13) y del tiempo de ejecución para el caso bidimensional

Los resultados vistos hasta ahora han sido todos positivos para el algoritmo de extrapolación de Papoulis-Gerchberg, salvo el problema de la lenta velocidad de convergencia. Esto, que para el caso de dos elementos no era importante, para otro tipo de antenas sí puede serlo ya que, si para un número no muy alto de iteraciones, con un tiempo de ejecución permisible, la señal obtenida no es lo suficientemente buena y la velocidad de descenso del error disminuye en ese número de iteraciones, puede que la señal que podamos obtener no cumpla los requisitos mínimo que necesitamos. Esto último es lo que va a pasar con el siguiente ejemplo.

A continuación vamos a ver el resultado de aplicar el algoritmo iterativo al espectro visible de la antena mostrada en la Fig. 19 compuesta por 25 elementos de los que uno se encuentra mal alimentado.

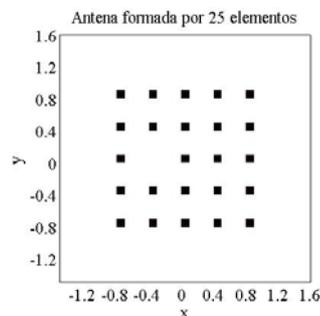


Fig. 19. Forma y disposición de los elementos de la antena de 25 elementos

La Fig. 20 a) muestra el espectro de ondas plano de la antena Fig. 19 extendido hasta conseguir una precisión de  $0.1 \lambda$  en el dominio transformado. Este dominio, el de las corrientes,

aparece en la Fig. 20 b) donde, como cabía esperar, la única información del espectro visible no nos permite diferenciar los elementos de los que está compuesta la antena.

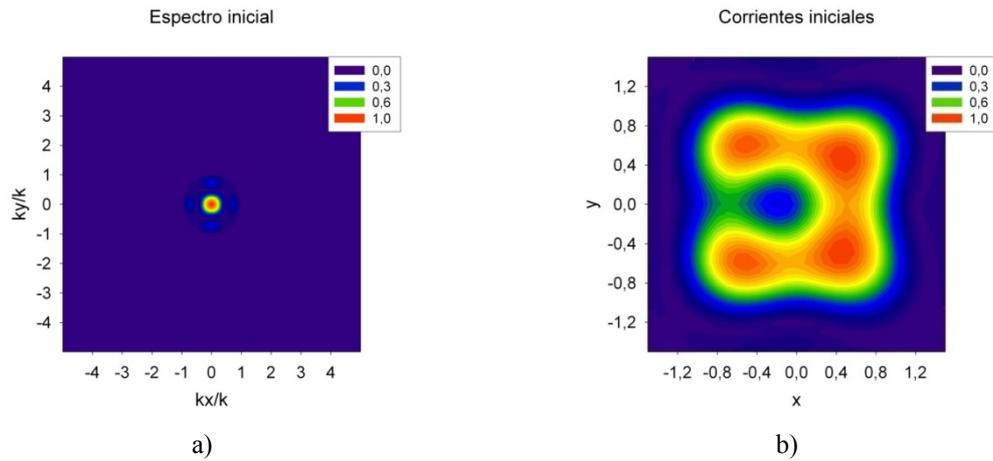


Fig. 20. Representación 2D a) del espectro de ondas planas extendido con ceros para una precisión de  $0.1 \lambda$  y b) de las corrientes obtenidas a partir de este espectro de la antena de 25 elementos

Si aplicamos el algoritmo iterativo con 5000 iteraciones y un filtro espacial cuadrado de lado  $1\lambda$  al espectro de la Fig. 20 a), obtenemos el espectro mostrado en la Fig. 21 a). Como se puede observar, se ha extrapolado la señal a una región mal amplia, sin embargo esto no es suficiente y, como aparece reflejado en las corrientes mostradas en la Fig. 21 b), se continúan sin diferenciar los 25 elementos.

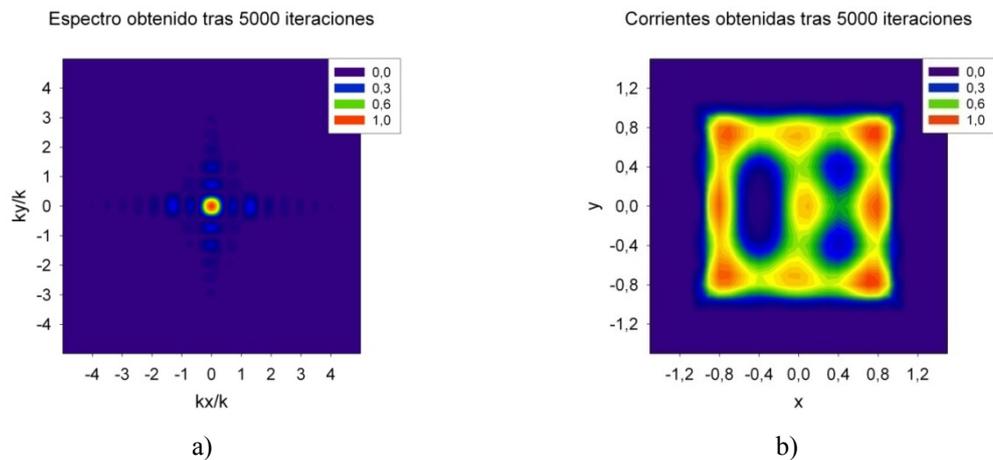


Fig. 21. Representación 2D a) del espectro de ondas planas extendido con ceros para una precisión de  $0.1 \lambda$  y b) de las corrientes obtenidas a partir de este espectro de la antena de 25 elementos

La elección de las 5000 iteraciones se ha hecho pensando en que, en el ejemplo anterior de la antena compuesta por dos elementos, éstas eran suficientes para distinguir los dos elementos separados  $0.8 \lambda$ . Sin embargo en este caso no han sido suficientes. Una explicación de esto lo podemos ver en la Fig. 22 donde se muestra la evolución de la energía del error y del tiempo de ejecución con el número de iteraciones. Como se puede observar, el orden de magnitud del error en este caso es mucho mayor que para el caso de los dos elementos vistos anteriormente, motivo

por el cual la señal obtenida se diferencia tanto de la que deberíamos haber obtenido. No obstante, en este caso también se produce una inflexión de la evolución del error entorno a las 5000 iteraciones, momento a partir del cual la mejora de una iteración a otra se hace más pequeña, por lo que podemos concluir que la elección del número de iteraciones en este caso también ha sido correcta, ya que un número mayor de iteraciones para conseguir un error menor hubiera aumentado en gran medida el tiempo de ejecución y no hubiera mejorado la resolución.

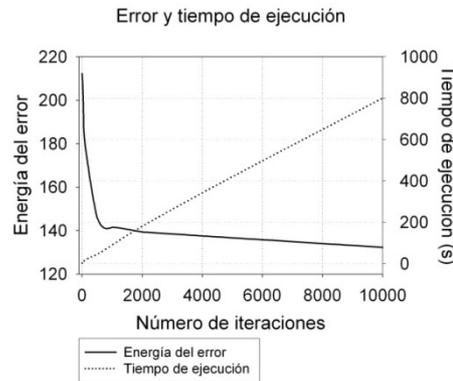


Fig. 22. Evolución con el número de iteraciones de la energía del error de la señal obtenida con (18) y del tiempo de ejecución para la antena de 25 elementos

Por lo tanto, a partir de lo ocurrido en los ejemplos anteriores, podemos concluir que el método iterativo de Papoulis-Gerchberg 2D es útil si el error se reduce tras pocas iteraciones. Sin embargo, si esto no es así, como en el último caso visto, puede llegar a ser muy difícil práctica hallar una solución con un error lo suficientemente pequeño, lo que hace que, en estos casos, no sea útil este algoritmo y necesitemos otras técnicas. Esto es lo que se va a realizar en el siguiente apartado, en el que, con la adición de más datos, se va a mejorar la resolución.

## V. PERIODICIDAD ESPECTRAL

En el apartado anterior hemos aumentado la resolución de las corrientes obtenidas mediante la aportación del tamaño máximo de la antena al proceso de reconstrucción. Al final hemos comprobado que, en ocasiones, este dato no es suficiente para poder mejorar la resolución tanto como deseamos. Esto significa que debemos aportar nuevos datos de la antena a la reconstrucción para poder mejorar la resolución.

Existen, no obstante, pocos datos más que podamos aportar y todos se refieren a acotaciones en amplitud de las corrientes obtenidas, que no siempre son fáciles de determinar. Sin embargo, este dato puede ser muy sencillo de obtener si limitamos el ámbito de aplicación del algoritmo de reconstrucción a antenas tipo *array*. En estas antenas las amplitudes de las corrientes solo pueden tener lugar en determinadas ubicaciones conocidas de antemano (en las posiciones de los distintos elementos), mientras que en el resto de puntos las corrientes tienen un valor nulo.

Esto significa que, si consideramos el *array* como un conjunto de elementos puntuales ubicados en distintas posiciones, sus corrientes también tienen este aspecto. Por lo tanto las

corrientes son una señal discreta, con lo que se puede demostrar [31] que el espectro de ondas planas tiene un comportamiento periódico. Además, el periodo de este espectro está relacionado con el espaciado de los elementos más próximos del array (teniendo en cuenta que siempre suponemos que en el origen hay un elemento, aunque físicamente no lo haya) lo que, en arrays con elementos equiespaciados, se simplifica en el espaciado entre los distintos elementos.

Como ejemplo podemos observar las corrientes ideales en la Fig. 23 a) de la antenna compuesta por dos elementos separados  $0.8 \lambda$  vista en la sección anterior. En este caso, como se trata de un caso 2D en el que están dispuestos simétricamente con respecto al origen en el eje  $x$ , el periodo del espectro depende de la distancia al origen ( $0.4 \lambda$ ) y es, en la dirección  $x$ :  $T_{k_x/k} = 2.5$  y en la dirección  $y$ , en la que no hay variación,  $T_{k_y/k} = 0$ . Esto mismo se puede comprobar observando la transformada de Fourier de la Fig. 23 a) mostrada en la Fig. 23 b) donde, aunque el periodo parezca menor, debemos tener en cuenta que se trata de una representación del valor absoluto del espectro, por lo que los máximos que aparecen a la mitad del periodo calculado se deben a la parte negativa de la señal.

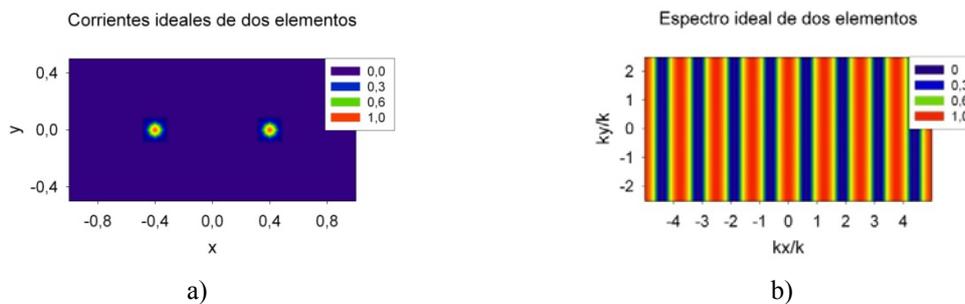


Fig. 23. Representación 2D a) de las corrientes ideales y b) del espectro de ondas planas de dos elementos separados  $0.8 \lambda$

La utilidad de esta propiedad radica en que, como conocemos una parte del espectro (el espectro visible) y sabemos que, si la antenna está compuesta por múltiples elementos, el espectro es periódico, y podemos calcular el periodo de la señal a partir del espaciado de los elementos, podemos repetir la zona conocida a las posiciones periódicas directamente.

Por ejemplo, si suponemos que en la antenna se la Fig. 23 los elementos están separados  $0.4 \lambda$  en  $x$  y en  $y$ , podemos hacer uso del espectro visible de esta antenna visto en la Fig. 7, y replicarlo en las posiciones adecuadas, con lo que obtenemos el espectro de la Fig. 24 b).

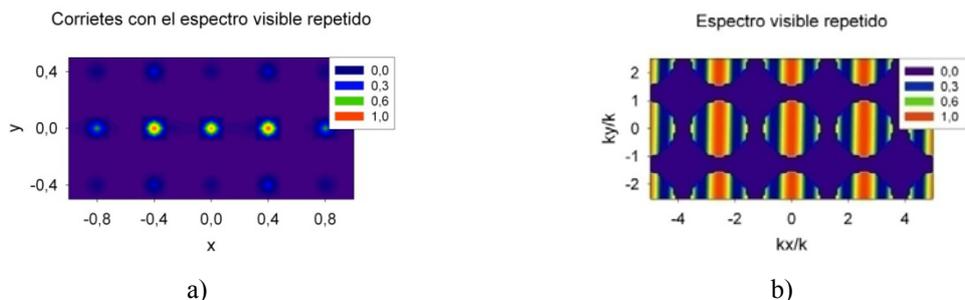


Fig. 24. Representación 2D a) de las corrientes de las corrientes obtenidas con el espectro visible repetido y b) del espectro visible repetido suponiendo una separación de los elementos de  $0.4 \lambda$  en  $x$  y en  $y$  de dos elementos separados  $0.8 \lambda$

El mayor problema de esta técnica aparece en la Fig. 24 a), donde se muestran las corrientes obtenidas a partir del espectro de la Fig. 24 b). Como se puede comprobar, no se distinguen claramente los dos elementos que estamos buscando. Esto es debido a que la separación de  $0.4\lambda$  ha provocado un periodo del espectro demasiado grande por lo que entre las distintas réplicas se han tenido que colocar ceros. Estos ceros han provocado que las corrientes no salieran perfectas ya que el espectro, en esos puntos, no vale realmente 0, sino otro valor.

Para que esta técnica pudiera valerse por sí misma, los elementos deberían estar separados, como mínimo,  $1/\sqrt{2} \lambda$  (unos  $0.707 \lambda$ ) en  $x$  y en  $y$ . En este caso, el periodo del espectro hace que las réplicas se superpongan y se cubra todo el espectro necesario con solo replicar. Conforme se van acercando los elementos, las réplicas se van separando y van apareciendo ceros entre las réplicas, por lo que las corrientes van empeorando hasta llegar al caso límite, cuando los elementos están separados únicamente por la mitad de la precisión. En ese instante las réplicas están tan separadas que no aparece ninguna dentro de la zona tratada para conseguir la precisión deseada, por lo que no es útil aplicar esta técnica.

Por lo tanto, visto lo anterior, la repetición del espectro tampoco es siempre útil y no la podemos utilizar siempre por sí sola. Esto nos aparece en primer lugar para las antenas que estamos tratando, donde los elementos están separados  $0.4\lambda$ , y se hace más patente cuando los elementos están más próximos. Por esta razón debemos pensar en otros métodos o bien, hacer lo que se va a comentar en la siguiente sección, combinar los dos vistos para crear uno nuevo que tenga un mayor rango de validez que los dos por separado.

## VI. ALGORITMOS FINALES Y RESULTADOS

En las dos secciones anteriores hemos visto dos posibles algoritmos para la mejora de la resolución en reconstrucción de corrientes. Hemos constatado que, en determinados casos, ambos obtienen resultados aceptables, pero también hemos visto que en muchos otros los dos algoritmos fallan y no nos ofrecen buenas soluciones. Por este motivo es preciso encontrar una solución con un rango de validez mayor que nos permita mejorar la resolución en un mayor número de casos. De esto nos vamos a ocupar en esta sección obteniendo de esta forma el algoritmo final propuesto en esta tesina. Este algoritmo será aplicado finalmente a una antena real, para comprobar la fiabilidad del método.

El algoritmo final propuesto es, en realidad, la suma de los dos vistos por lo que continuaremos necesitando, tanto la dimensión máxima de la antena como la separación entre elementos. Si combinamos el algoritmo iterativo de Papoulis-Gerchberg y la periodicidad del espectro, podemos hacer que un algoritmo comience a trabajar donde el otro comienza a fallar. Esto, por lo tanto, nos lleva a tener que tomar la decisión de qué algoritmo aplicar primero. En

un principio nada nos lleva a pensar que una elección sea mejor que la otra por lo que vamos a estudiar las dos.

### 1. ALGORITMO FINAL 1

En el primero de los algoritmos aplicamos en primer lugar el algoritmo iterativo y, una vez hemos conseguido completar la zona que se va repetir como consecuencia de la periodicidad del espectro, repetimos esta zona en las posiciones pertinentes. Se trata, por tanto, de un algoritmo en el que se utiliza el algoritmo de Papoulis-Gerchberg como en la Fig. 15, sin tener en cuenta el tipo de antena, y al final se hace uso de la separación entre elementos, para repetir, en este caso, no solo el espectro visible como hemos visto en la sección anterior, sino la zona rectangular central que se repite como consecuencia de la periodicidad del espectro.

El resultado obtenido con este algoritmo se puede observar en la Fig. 25 y en la Fig. 26. En la primera se observa el resultado para la antena compuesta por dos elementos vista en secciones anteriores cuando el filtro es un cuadrado de  $2\lambda$  de lado y se impone que los elementos están separados  $0.4\lambda$ . Como se puede observar en la Fig. 25 a), en este caso el espectro se ha hallado completamente, no solo en la zona cercana a la región visible como en la Fig. 16 a), ni en zonas circulares separadas (después de replicar el espectro visible), como en la Fig. 24. Además se parece en gran medida al espectro ideal de la Fig. 23 b), lo que se traduce en que los dos elementos se distinguen completamente en la representación de las corrientes de la Fig. 25 b).

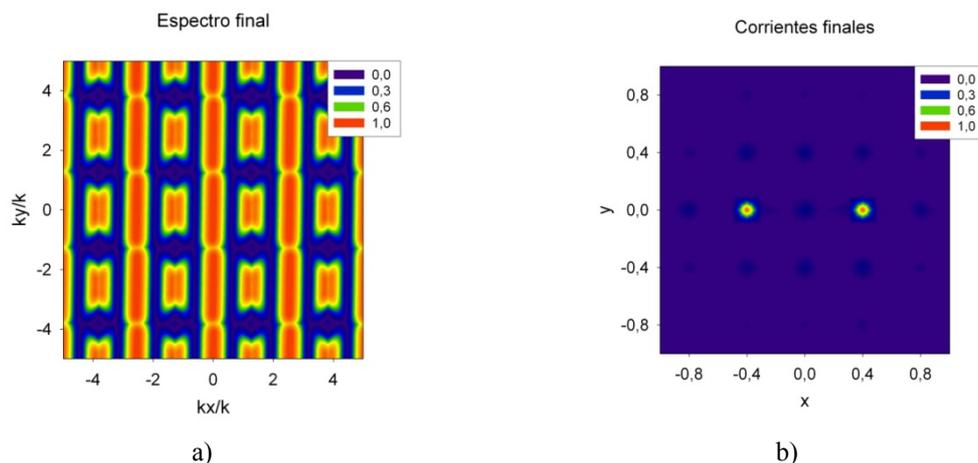


Fig. 25. Resultados de la aplicación del algoritmo final 1 (primero iterar y luego replicar) a la antena compuesta por dos elementos  $0.8\lambda$ : a) del espectro de ondas y b) de las corrientes

En la Fig. 26 podemos observar el resultado para la antena compuesta por 25 en la que uno de ellos está fallando, cuando el filtro es rectangular y de lado  $2\lambda$ , y se supone una distancia entre elementos de  $0.4\lambda$ . Como en el caso anterior, todo el espectro se ha obtenido (Fig. 26 a)), y los elementos se distinguen claramente en la corrientes de la Fig. 26 b). Esto mejora claramente el resultado de aplicar únicamente el algoritmo iterativo mostrado en la Fig. 21 b),

donde no se distinguía ninguno de los elementos. Además el método ha sido capaz de detectar que un elemento no tenía corriente, lo que amplía las posibilidades del método.

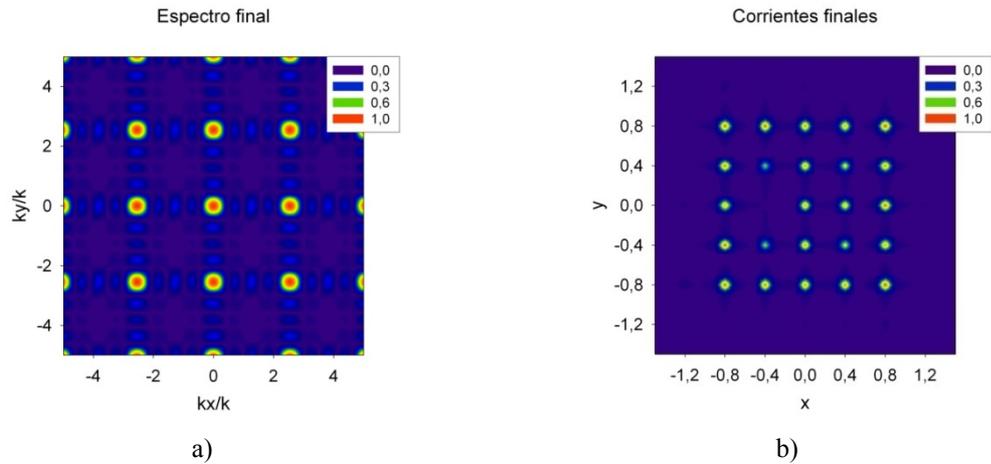


Fig. 26. Resultados de la aplicación del algoritmo final 1 (primero iterar y luego replicar) a la antena compuesta por 25 elementos: a) del espectro de ondas y b) de las corrientes

En cuanto al número de iteraciones, se han utilizado 5000 iteraciones, ya que en casos anteriores hemos visto que a partir de ese número el error comenzaba a descender más lentamente, por lo que no era beneficioso aumentar en gran medida el número de iteraciones, lo que hubiera aumentado el tiempo de ejecución. Además hay que tener en cuenta que este tiempo no es exactamente el mismo que el visto para el algoritmo iterativo ya que hay que considerar el tiempo necesario para replicar el espectro. No obstante, este tiempo no es muy grande, por lo que la mayor parte del tiempo de ejecución se sigue empleando para el algoritmo iterativo.

## 2. ALGORITMO FINAL 2

En el segundo algoritmo el orden es el contrario al del primer algoritmo. En primer lugar se repite la parte visible del espectro a las posiciones convenientes y, a continuación, se aplica el algoritmo iterativo. Además, en cada paso de la iteración no solo se sustituye el espectro visible, sino también las réplicas, ya que se trata de zonas conocidas. De esta forma los dos algoritmos se utilizan mutuamente ya que los huecos dejados entre réplicas por la baja separación de los elementos son rellenados por el algoritmo iterativo y, a su vez, éste ve mejorada su estimación de la señal ayudado por las réplicas de alta frecuencia. La Fig. 27 muestra el funcionamiento exacto de este algoritmo, donde como señal de entrada se ha indicado directamente la señal con el espectro visible repetido.

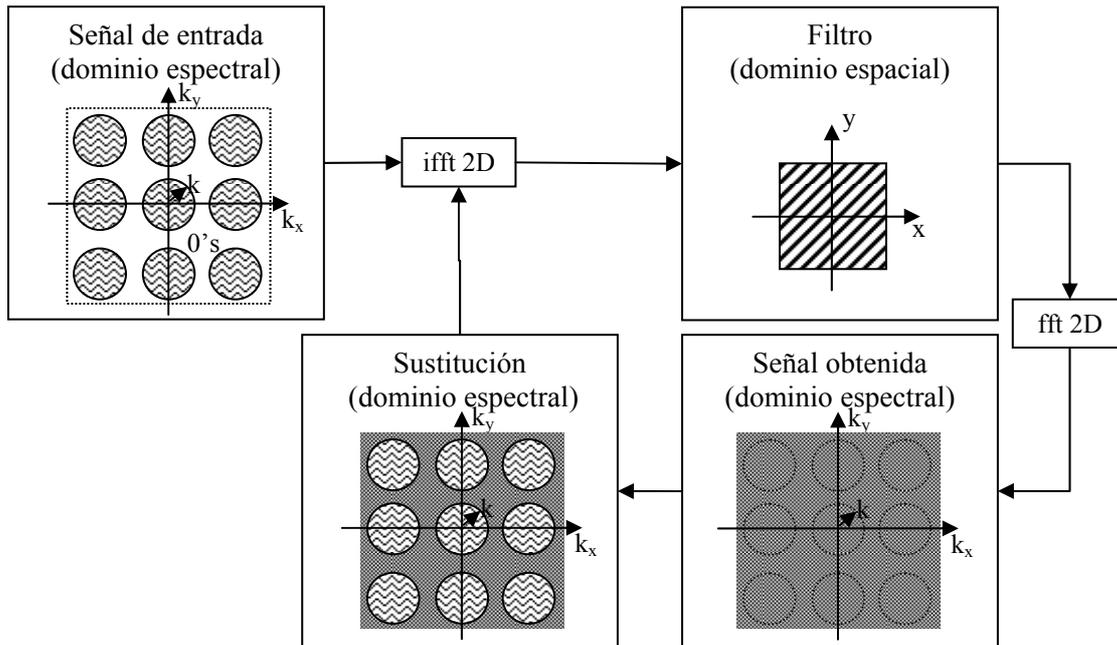


Fig. 27. Algoritmo final 2

Si aplicamos el algoritmo descrito en la Fig. 27 con un filtro rectangular de  $2\lambda$  de lado y una separación entre elementos de  $0.4\lambda$  obtenemos los resultados, después de 5000 iteraciones, mostrados en la Fig. 28 para la antena de dos elementos y en la Fig. 29 para la antena de 25 elementos. En estos casos, como en el algoritmo 1, se continúan hallando todo el espectro (Fig. 28 a) y Fig. 29 a)), lo que repercute en que los elementos se distinguen claramente.

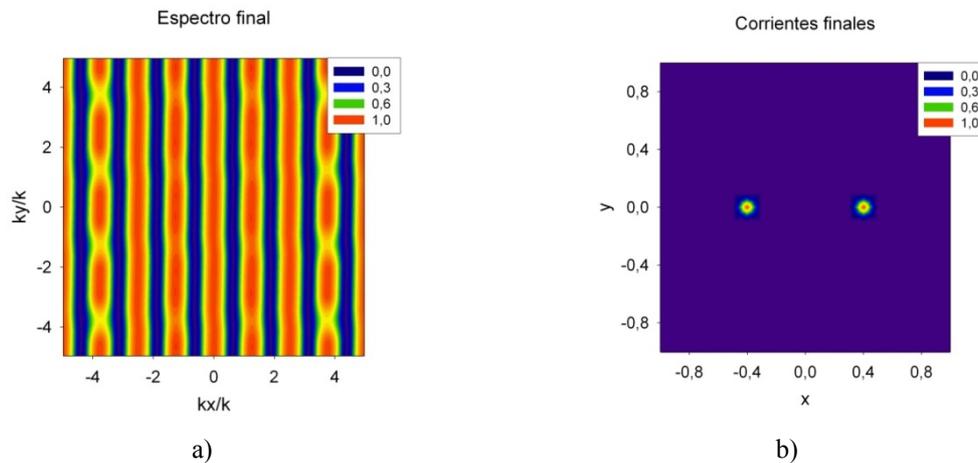


Fig. 28. Resultados de la aplicación del algoritmo final 1 (primero replicar y luego iterar) a la antena compuesta por 25 elementos: a) del espectro de ondas y b) de las corrientes

De la comparación del algoritmo 1 (primero iterar y luego replicar) con el 2 (primero replicar y luego iterar) podemos concluir que este último caso los resultados son mejores, lo que se constata claramente al comparar el espectro de la antena de 2 elementos de la Fig. 28 a) con el de la Fig. 25 a) y con el ideal de la Fig. 23 b). Esto nos permite concluir que este segundo algoritmo es mejor que el primero, lo que lo convierte en el mejor algoritmo para conseguir una alta resolución visto en este trabajo.

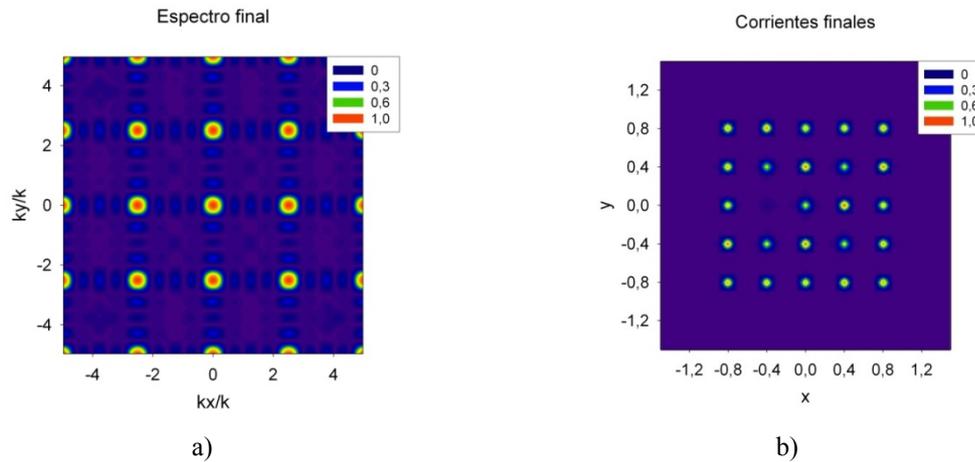


Fig. 29. Resultados de la aplicación del algoritmo final 1 (primero replicar y luego iterar) a la antena compuesta por 25 elementos: a) del espectro de ondas y b) de las corrientes

En cuanto al tiempo de ejecución, las 5000 iteraciones suponen un tiempo alto, pero aceptable, como hemos visto. No obstante hay que tener en cuenta que en cada iteración se debe replicar no solo el espectro visible, sino también el resto de réplicas, lo que hace que el tiempo de ejecución sea mayor que para el algoritmo 1, en el que solo había que replicar una vez. A pesar de este cambio, el tiempo total sigue sin ser significativamente mayor al del proceso iterativo, por lo que la mejora obtenida en el resultado compensa un tiempo de ejecución algo mayor.

## VII. RESULTADOS PARA UN ARRAY EN BANDA X

En este apartado vamos a mostrar el resultado obtenido al aplicar el algoritmo final, detallado en la sección anterior, a las medidas de campo de un array en banda X. En concreto se va a utilizar el algoritmo 2 visto anteriormente, ya que era el que mejor resultados obtenía. Antes de esto, no obstante, vamos a mostrar el aspecto de la antena y sus dimensiones físicas más importantes.

La Fig. 30 a) muestra una imagen del array. Como se puede observar, se trata de una agrupación de ranuras situadas en la parte superior de una guía en banda X. La altura de la guía es de 1.016 cm ( $0.34 \lambda$ ), por lo que las corrientes se deberán reconstruir en un plano a esta altura, para que se realice la corrección de fase pertinente.

La Fig. 30 b) muestra las dimensiones de la antena así como la separación entre ranuras. Ésta es, para mantener una fase constante, de  $\lambda_g/2$ , donde  $\lambda_g$  es la longitud de onda dentro de la guía. Como  $\lambda_g=3.98$  cm, la separación física es, como se muestra en la figura, de 1.99 cm lo que equivale a  $0.66 \lambda$ , siendo esta  $\lambda$  la longitud de onda en el aire a 10 Ghz.

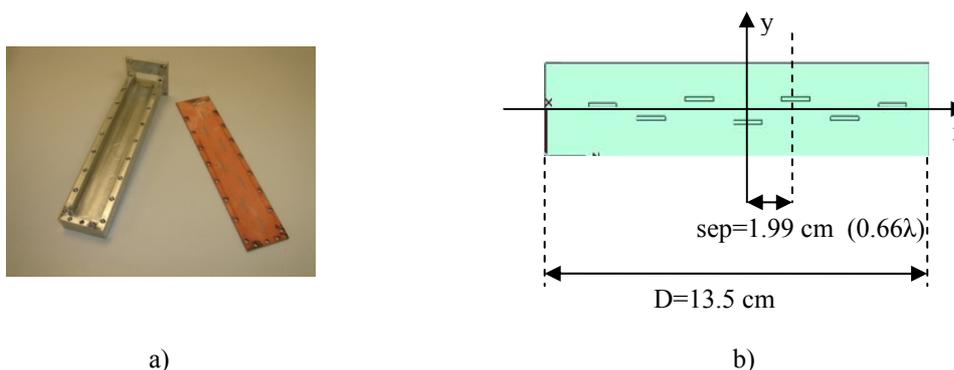


Fig. 30. Aspecto del array en banda X: a) fotografía y b) dimensiones de la visión en planta.

La separación de las ranuras en la dirección  $y$  se debe a la necesidad, a la hora de diseñar la antena, de tener una distribución tipo coseno sobre pedestal. Por este motivo, la separación entre las distintas ranuras es variable y muy pequeña, por lo que no se ha indicado en la Fig. 30 b).

Vista las dimensiones de la antena y la configuración de los distintos elementos (ranuras) podemos pasar a aplicar el algoritmo visto en la sección anterior. Existe, no obstante, un par de aspectos a destacar antes de la aplicación del algoritmo. Si bien la separación en la dirección  $x$  es de  $0.66\lambda$ , lo que provocará un solape de las distintas réplicas del espectro, en la dirección  $y$  no se ha especificado ninguna distancia por ser muy pequeña. Si supusiéramos una distancia constante, por grande que fuera, no podría ser mayor de  $0.1\lambda$  para ser realistas, lo que provocaría que las réplicas estuvieran tan alejadas que el método iterativo no sirviera de nada. Por este motivo, en nuestro caso indicaremos una distancia de separación en  $y$  muy grande, para concentrar toda la energía en el eje  $x$ , lo que provocará que el método iterativo, en este caso, no sea necesario.

Si indicamos una separación en  $x$  de  $0.66\lambda$ , y una separación en  $y$  de  $2\lambda$ , al aplicar simplemente la replicación del espectro, obtenemos el espectro de la Fig. 31 a). Este espectro da lugar a las corrientes de la Fig. 31 b). Como se puede observar, la energía está concentrada en el eje  $x$ , y se distinguen claramente los 7 elementos de los que está compuesta la antena. El comportamiento tipo coseno sobre pedestal de los distintos pesos de los elementos se puede observar mejor en la Fig. 32 a) y la fase de estos elementos aparece en la Fig. 32 b). De estas dos últimas gráficas podemos concluir que la distribución de pesos no es exactamente la deseada, ya que el máximo no aparece en el centro, sino en el elemento situado a la izquierda del central. Además la fase no es constante, y tiene un cierto comportamiento progresivo. Estas diferencias con respecto a las corrientes ideales están provocadas por un mal posicionamiento de las distintas ranuras con respecto a la posición diseñada en un principio.

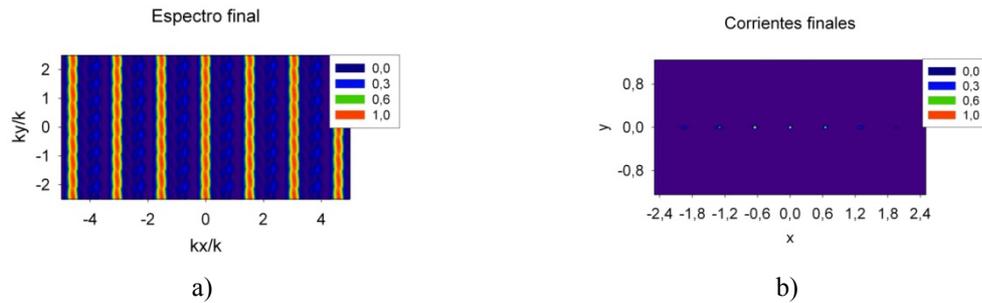


Fig. 31. Representación 2D del resultado obtenido al aplicar replicas del espectro sobre la antena en banda X: a) espectro de ondas planas y b) corrientes equivalentes.

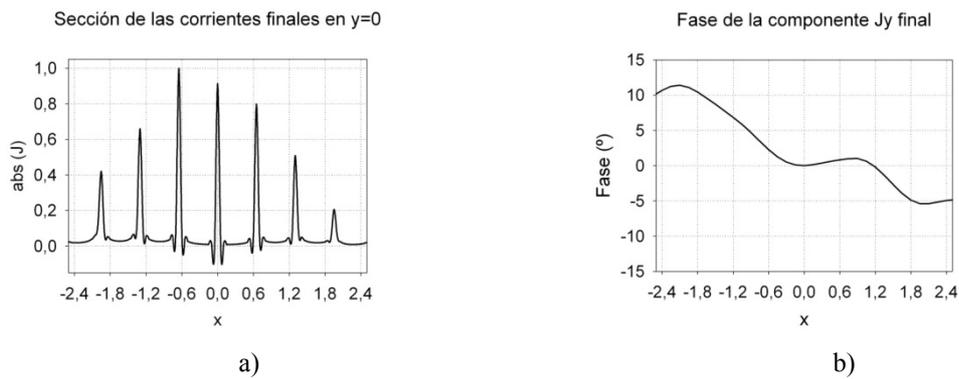


Fig. 32. Sección en  $y=0$  del a) valor absoluto y b) de la fase de la componente  $y$  de la corriente eléctrica de la corriente equivalente eléctrica obtenida

La consecuencia directa de las desviaciones explicadas anteriormente es que el campo radiado tiene una relación de lóbulo principal a secundario peor que en el caso ideal y un pequeño desapuntamiento en el haz principal del diagrama de radiación, como se puede observar en la Fig. 33, donde se muestra una comparación del campo ideal y medido en el plano XZ.

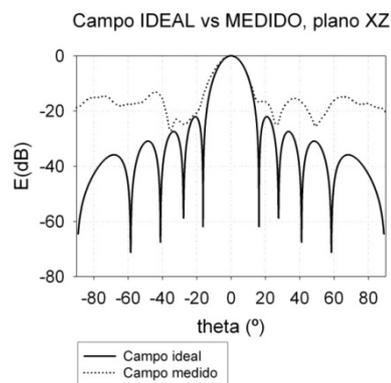


Fig. 33. Comparación del diagrama de radiación ideal y medido en el plano XZ

Por lo tanto los resultados obtenidos nos permiten concluir que algoritmo final aportado en este trabajo aporta una gran cantidad de información, que, de otra forma, sería difícil de encontrar. Prueba de esto está el hecho de poder justificar, mediante las corrientes, errores en el diagrama de radiación de la antena, como se ha hecho anteriormente.

## VIII. CONCLUSIONES

En la introducción de este trabajo nos hemos planteado como objetivo mejorar la resolución en el proceso de reconstrucción de las corrientes equivalentes de una antena sobre una superficie plana a partir de medidas de campo eléctrico sobre una geometría esférica. Para ello, primero hemos visto la técnica a utilizar y hemos comprobado que la causa de la pobre resolución obtenida es la disponibilidad únicamente de la zona visible del espectro de ondas planas, por lo que su transformada de Fourier (las corrientes) tiene la precisión deseada, pero no la resolución necesaria.

Una vez vista la causa, hemos incorporado un nuevo dato, la dimensión máxima de la antena, para hacer uso del algoritmo de extrapolación de Papoulis-Gerchberg. Este algoritmo nos permite hallar los valores de la zona no visible del espectro de forma iterativa. Los resultados han sido satisfactorios en parte ya que, aunque en algunos casos tras pocas iteraciones el error desciende, en otros son necesarias muchas más iteraciones para conseguir reducir suficientemente el error, lo que supone un tiempo de ejecución demasiado grande. Por este motivo se ha pensado en incorporar otro dato.

El siguiente dato consiste en suponer que la antena está compuesta por múltiples elementos (un array), lo que restringe la aplicación del algoritmo a este tipo de antenas. La utilidad de esta restricción radica en la posibilidad de utilizar la distancia entre elementos para imponer la periodicidad del espectro que existe en todo tipo de señales compuestas por elementos discretos. Este algoritmo, por si solo tampoco funcionaba en todas las antenas tipo array ya que, cuando los elementos están muy próximos, el periodo es muy grande, y las repeticiones del espectro están tan separadas que la señal reconstruida tiene un gran error.

Llegados a este punto se ha decidido unir los dos métodos anteriores para conseguir un nuevo método que fuera válido para todo tipo de antenas tipo array. Existen dos posibilidades, no obstante, aplicar primero el algoritmo iterativo y después aplicar la periodicidad no solo al espectro visible sino a todo el recuadro central que se repite, o bien al revés, de tal forma que en cada iteración no se sustituye solo la parte visible, sino todas las réplicas provocadas por la periodicidad del espectro. De esta forma, el algoritmo iterativo lo que hace es rellenar los huecos que se forman entre réplicas consecutivas

Después de varias pruebas se ha llegado a la conclusión de que el segundo de los métodos es más eficaz, ya que tiene en cuenta la periodicidad del espectro en todo momento, por lo que los resultados son mejores que con el otro orden, tal y como se ha podido observar en los resultados mostrados en la sección anterior.

La utilización del algoritmo iterativo y de la periodicidad del espectro permite, no solo obtener todo el espectro necesario, sino también utilizar menos iteraciones que con el método

iterativo únicamente, ya que la zona a completar no es toda la zona no visible, sino solo la zona de separación entre réplicas.

Existe no obstante una limitación al método provocada por la separación entre elementos. Cuando esta disminuye, las réplicas se separan más, por lo que la zona a obtener es mayor y se necesitan más iteraciones. Por lo tanto, aunque el método conjunto es válido para todas las antenas tipo array, existe un límite a partir del cual la zona a obtener entre réplicas en el espectro es tan grande que serían necesarias un número de iteraciones, y como consecuencia un tiempo de ejecución, demasiado grande. Después de varias pruebas se ha llegado a la conclusión de que este límite se encuentra entorno a una separación entre elementos de  $0.3\lambda$ - $0.4\lambda$ . Si la separación es menor, el método comienza a no dar buenos resultados.

No obstante, podemos decir que la mejora de la resolución ha sido considerable. Si bien al principio teníamos una resolución de  $1\lambda$ , después de la aplicación del método conjunto para antenas tipo array, la resolución obtenida es de unos  $0.3\lambda$  - $0.4\lambda$ , lo que supone una mejora sustancial. Teniendo en cuenta esto, podemos concluir que el objetivo planteado al comienzo de este trabajo ha sido conseguido.

Por último cabe comentar que se ha probado la utilidad del algoritmo aportado en este trabajo con una antena real. Esta aplicación nos ha permitido descubrir la causa física de errores en el diagrama de radiación que, de otra forma, hubieran sido difíciles de detectar, lo que demuestra la utilidad del método.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia bajo el programa de becas de investigación FPI (TEC2004-04866-C04-01) y cofinanciado por el Fondo Social Europeo (ESF)

## REFERENCIAS

- [1] Harms, P.H.; Maloney, J.G.; Kesler, M.P.; Kuster, E.J.; Smith, G.S., *A system for unobtrusive measurement of surface currents*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on , vol.49, no.2pp.174-184, Feb 2001
- [2] Jie Yang; Jinhwan Koh; Sarkar, T.K., *Reconstructing a nonminimum phase response from the far-field power pattern of an electromagnetic system*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on , vol.53, no.2pp. 833- 841, Feb. 2005
- [3] Ya-Qiu Jin, *Reconstruction of a heterogeneous fractal surface profile from scattering measurements at low grazing incidence*, Antennas and Propagation Society International Symposium, 2005 IEEE , vol.3A, no.pp. 445- 448 vol. 3A, 3-8 July 2005
- [4] Las-Heras, F.; Sarkar, T.K., *A direct optimization approach for source reconstruction and NF-FF transformation using amplitude-only data*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on , vol.50, no.4pp.500-510, Apr 2002
- [5] Sarkar, T.K., Taaghoh A., *Near-Field to Near/Far-Field Transformation for Arbitrary Near-Field Geometry Utilizing an Equivalent Electric Current and MoM*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 47, no. 3, pp. 566-573, Mar. 1999
- [6] Petre P., T.K. Sarkar, *Planar near-field to far-field transformation using an equivalent magnetic current approach*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 40, no. 11, pp. 1348-1356, Mar. 1992.
- [7] Bennett, J.; Anderson, A.; McInnes, P.; Whitaker *Microwave holographic metrology of large reflector antennas*, A. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol.24, no. 3, pp. 295- 303, May 1976
- [8] Rochblatt D. J., Seidel B. L., *Microwave antenna holography*, Microwave theory and techniques, IEEE transactions on, vol. 40, no. 6, pp. 1294-1300 Jun. 1992.
- [9] Xu F., Hong W., Zhu X. *A New Time Domain Near Field to Far Field Transformation for FDTD in Two Dimensions*, Microwave Symposium Digest, 2002 IEEE MTT-S International, Vol.3, pp: 2057-2060, 2002
- [10] Shlager K.L., Smith G.S., *Comparison of two FDTD near-field to near-field transformations applied to pulsed antenna problems*, Electronic letters, Vol. 31, No. 12, pp 936-938, Jun. 1995
- [11] Bartoli, N., Collino, F., Dodu, F., Koleck, T. *A far-near field transformation using the fast multipole techniques*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, Vol.52, no.12,pp:3329- 3336 Dec. 2004
- [12] Johnson, R.C.; Ecker, H.A.; Hollis, J.S., *Determination of far-field antenna patterns from near-field measurements*, Proceedings of the IEEE , vol.61, no.12pp. 1668- 1694, Dec. 1973

- [13] Ludwig, A., *Near-field far-field transformations using spherical-wave expansions*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on , vol.19, no.2 pp. 214- 220, Mar 1971
- [14] J.E. Hansen, *Spherical Near-Field Antenna Measurements*. Peter Peregrinus Ltd., London, 1988
- [15] Sánchez D. *Reconstrucción del campo lejano y de las corrientes equivalentes de una antena a partir de las medidas en una geometría esférica*. Proyecto final de carrera, 2004
- [16] Rochblatt, D.J.; Seidel, B.L. *Microwave antenna holography*, Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, Vol.40, No.6, pp:1294-1300, Jun 1992
- [17] Rahmat-Samii, Y., Lemanczyk J., *Application of spherical near-field measurements to microwave holographic diagnosis of antennas*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol.36, no.6 pp. 869-878, Jun 1988
- [18] Bennett J. C., A. P. Anderson, McInnes P. A., *Microwave holographic metrology of large reflector antennas*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol.24, no.3 pp. 295-303, May. 1976.
- [19] Chalodhorn W., DeBoer D. R., *Use of microwave lenses in phase retrieval microwave holography of reflector antennas*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol.50, no.9 pp. 1274-1284, Sep. 2002
- [20] Cook G. G., Anderson A. P., Whitaker A. J. T., Bennett J. C., *High resolution three dimensional microwave imaging of antennas*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on vol.37, no.6 pp. 768-779, Jun 1989
- [21] Lee J. J., Ferren E. M., Woollen D. P., Lee K. M., *Near-field probe used as a diagnostic tool to locate defective elements in an array antenna*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on vol.36, no.6 pp. 884-889, Jun 1988
- [22] P. C. Clemmow, *The Plane Wave Spectrum Representation of Electromagnetic Fields*. London Pergamon, 1966
- [23] Constantine A. Balanis, *Advanced engineering electromagnetic*, John Wiley & Sons, 1989.
- [24] Collin, R. E., *Field Theory of guided waves*, Wiley-IEEE Press, 1991
- [25] Harrington R. F., *Time-harmonic electromagnetic fields*, Wiley-IEEE Press, 2001
- [26] Cardama et al, *Antenas*, Edicions UPC, Barcelona, 1998
- [27] Byrne et al, *Image restoration and resolution enhancement*, Journal of the Optical Society of America, Vol. 73, No. 11, pp. 1481-1487, Nov. 1983
- [28] A. Papoulis, *A new method of image restoration*, Prog Rep. 39, Rep. R-452.39-74 JSTAC, Contract R-F44620-74-C-0056, Paper VI-3, 1973-1974
- [29] R. W. Gerchberg, *Super resolution through error energy reduction*, Optica Acta, vol. 21, no. 9, pp. 709-720, 1974.
- [30] A. Papoulis, *A new algorithm in spectra analysis and band-limited signal extrapolation*, IEEE trans. Circuits Syst., vol. CAS-22, pp. 735-742, Sept. 1975.
- [31] A. Papoulis, *The Fourier integral and its applications*, McGraw-Hill, New York, 1962
- [32] R. J. Marks II, *Gerchberg's extrapolation algorithm in two dimensions*, Applied optics, vol. 20, No. 10, pp. 1815-1820, May 1981

- [33] Chamzas C. C., Xu W. Y., *An improved version of Papoulis-Gerchberg algorithm on band-limited extrapolation*, Acoustics, speech, and signal processing, IEEE transactions on, Vol. 32, No. 2, pp: 437-440 Abr 1984.
- [34] Sabri M. S., Steenaart W., *An approach to band-limited signal extrapolation: the extrapolation matrix*, Circuits and Systems, IEEE transactions on, Vol. 25, No 2, pp: 74-78Feb 1978
- [35] Cadzow, J. A., *An extrapolation procedure for band-limited signals*, Acoustics, speech, and signal processing, IEEE transactions on, Vol. 27, No. 1, pp: 4-12, Abr 1979.
- [36] Abend, K., *Spectrum analysis and resolution enhancement by band limited extrapolation* Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP '80., Vol.5, pp: 603- 606, Apr 1980
- [37] Kolba, D.; Parks, T., *Optimal estimation for band-limited signals including time domain considerations* Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE Transactions on, Vol.31, No.1, pp: 113- 122, Feb 1983
- [38] Potter, L.C.; Arun, K.S., *Energy concentration in band-limited extrapolation* Acoustics, Speech, and Signal Processing IEEE Transactions on, Vol.37, No. 7, pp:1027-1041, Jul 1989
- [39] Walsh D. O., Nielsen-Delaney P. A., *Direct method for superresolution*, Journal of the Optical Society of America A, Vol. 11, No. 2, pp. 572-579, Feb. 1994
- [40] Jones, M , *The discrete Gerchberg algorithm*. Acoustics, Speech, and Signal Processing IEEE Transactions on, Vol.34, No.3, pp: 624- 626, Jun 1986
- [41] Rahmat-Samii, Y., *Surface diagnosis of large reflector antennas using microwave holographic metrology - An iterative approach*, Radio Science, vol. 19, pp. 1205-1217, Sept.-Oct. 1984.
- [42] Rahmat-Samii, Y., *Microwave holography of large reflector antennas-Simulation algorithms*, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on vol.33, no.11 pp. 1194-1203, Nov 1985

## PUBLICACIONES

- [1] Sanchez, D., Baquero, M., Simón, M, Vico, F. *Reconstrucción de las corrientes equivalentes de una antena sobre un plano a partir de medidas en una geometría esférica*. Simposium Nacional de la URSI 2005, Gandia, España
- [2] Sanchez, D., Baquero, M, Vico F., Rodrigo, V. M. , *Algorithm for currents reconstruction using the fft iterative method and a lattice of the spectrum*. AP-S International Symposium 2006, IEEE, Albuquerque (NM), USA
- [3] Sanchez, D., Baquero, M, Rodrigo, V. M., Vico F., *Mejora de la velocidad de convergencia en un método iterativo aplicado a la reconstrucción de corrientes* Simposium Nacional de la URSI 2006, Oviedo, España
- [4] Sanchez, D., Baquero, M, Alfonso E., Vico F., *Currents reconstruction with high resolution using the fft iterative method and spectrum replies*, I European conference on antennas and propagation, Niza, Francia
- [5] Sanchez, D., Baquero, M. Rodrigo V. M., Bernardo B., *Currents reconstruction using a modal expansion of near field measurements for synthesis error detection*, Microwave and optical technology letters, Vol. 49, No 8, pp 2043-2047, Agosto 2007
- [6] Sanchez, D., Baquero M., Gonzalez D., Alfonso E., *Improvement of resolution in equivalent currents reconstruction using the Papoulis-Gerchberg algorithm and replicas of the spectrum* Electronic Letters, Aceptado para su publicación en Vol. 43, No. 19